# การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

นางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์





วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
พ.ศ. 2565

## ใบอนุมัติวิทยานิพนธ์
## มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ นางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

### คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.................................................... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ)

.................................................... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล)



.................................................... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.รามนรี นนทภา)

.................................................... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.นวพล นนทภา)

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
รองอธิการบดี รักษาราชการแทน
คณบดีคณะครุศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
วันที่.........เดือน.......................ปี............

**ใบอนุมัติวิทยานิพนธ์**

**มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม**

คณะกรรมการสอบได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ นางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

**คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์**

____________________ ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ)

____________________ กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล)

____________________ กรรมการ

(อาจารย์ ดร.รามนรี นนทภา)



____________________ กรรมการ

(อาจารย์ ดร.นวพล นนทภา)

**มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร**
**ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม**

| | |
|---|---|
| (ผู้ช่วยศาสตรจารย์ กนกวรรณ ศรีวาปี) | (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ) |
| คณบดีคณะครุศาสตร์ | คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย |

วันที่...........เดือน...............ปี...................

**ชื่อเรื่อง** : การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

**ผู้วิจัย** : นางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์

**ปริญญา** : ครุศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตรศึกษา) มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

**อาจารย์ที่ปรึกษา** : ดร.นวพล นนทภา

**ปีการศึกษา** : 2565

# บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้จัดทำขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี (2) เพื่อศึกษาแนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี จำนวน 250 คน จำนวน 6 ห้อง ได้มาโดยการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง สถิติที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน วิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้การวิเคราะห์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน และฟังก์ชันจำแนกกลุ่ม (Discriminant Function)

ผลการวิจัยพบว่า (1) ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 55.42 ( $\bar{X} = 38.36, S.D. = 6.24$ ) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 39.76 ( $\bar{X} = 10.74, S.D. = 1.37$ ) และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 73.90 ( $\bar{X} = 49.86, S.D. = 3.86$ ) ความสัมพันธ์ระหว่างกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ โดยเรียงลำดับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 จากมากไปน้อย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (. 690) และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (.686) ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร Canonical ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่มจะได้สมการเพื่อใช้ในการพยากรณ์ (Discriminant Functions) กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ สามารถสร้างสมการทำนายสมการสมาชิกในกลุ่ม ดังนี้

ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 1 คือ $-40.077+1.324X_1+.539X_2$

ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 2 คือ $-63.537+1.761X_1+.598X_2$

ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 3 คือ $-103.793+2.518X_1+.491X_2$

(2) แนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ในระดับต่ำไประดับปานกลาง นักเรียนต้องให้ความสนใจในบทเรียน สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ สร้างแรงจูงใจหรือแรงกระตุ้นตนเองในเชิงบวก ฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ ไม่เน้นการท่องจำ สร้างทักษะ และกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น อธิบายแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลของตนเองกับครู รู้จักเรียนรู้การทำงานเป็นทีม มีการปรึกษาแลกเปลี่ยนความรู้กัน ยกตัวอย่างที่เกิดจากสถานการณ์จริงแล้วให้ตนเองคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่หลายหลาย อธิบายเหตุผลความสมเหตุสมผลที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้นได้ และแนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลางไประดับสูง นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอและนักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการหาคำตอบ สามารถบอกเหตุผลอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาให้ชัดเจน ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนได้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง บอกเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อได้ ค้นหาเทคนิควิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว และแม่นยำ นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น กล้าตอบ อย่างมั่นใจ นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กัน มีกิจกรรมกลุ่มให้ทำ ช่วยกันทำงาน สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้



**คำสำคัญ**: กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์; การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์;
การเข้าถึงคณิตศาสตร์

________________________________________อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

| | | |
|---|---|---|
| **Title** | : | A Study of the Influence of Mathematical Problem Solving Strategy and Mathematics reasoning affecting access to mathematics of Mathayomsuksa 3 Students at anukoolnaree School. |
| **Author** | : | Miss. Chonticha Saensuriwong |
| **Degree** | : | Master of Education (Mathematics Education)<br>Rajabhat Maha Sarakham University |
| **Advisors** | : | Dr. Navapon Nontapa |
| **Year** | : | 2022 |

# ABSTRACT

The purpose of this research was (1) to study the relationship between Mathematical problem solving strategy and mathematical reasoning affecting access to mathematics among Mathayomsuksa 3 students at nursery schools; (2) to Study on ways to promote access to mathematics among students in Mathayomsuksa 3 at Anukulnaree School. The sample group in this research consisted of 249 Mathayomsuksa 3 students at Anukunnaree School, totaling 6 rooms, acquired by Cluster Random Sampling. The research instrument was a Mathematical problem solving strategy test. Mathematical reasoning quiz Mathematics Access Questionnaire and a semi-structured interview The statistics used in the research were percentage, mean, standard deviation. analyze data using Pearson's simple correlation analysis. and group classification function (Discriminant Function).

The results of the research were as follows: (1) The results of a study on the relationship between mathematics problem solving strategies and mathematical reasoning affecting access to mathematics among Mathayomsuksa 3 students at nursery schools. Most Mathematical problem solving strategy are moderate, accounting for 55.42 percent ($\bar{X} = 38.36, S.D. = 6.24$) Most of the Mathematical reasoning was moderate, accounting for 39.76 percent ($\bar{X} = 10.74, S.D. = 1.37$) and access to mathematics was mostly moderate, accounting for 73.90 percent ($\bar{X} = 49.86, S.D. = 3.86$) The relationship between Mathematical problem solving strategies and mathematical reasoning affects accessibility to mathematics. The correlation coefficients at .05 statistical significance were ordered from descending mathematical reasoning (.690) and mathematical problem solving strategies (.686) which has the coefficients of the Canonical variables in the classification function to

obtain equations for use in forecasting (Discriminant Functions) Mathematics Access Group Able to create equations to predict group members equations as follows:

The function to divide groups of group 1 is $-40.077+1.324X_1+.539X_2$

The function to divide groups of group 2 is $-63.537+1.761X_1+.598X_2$

The function to divide groups of group 3 is $-103.793+2.518X_1+.491X_2$

(2) Guidelines for Promoting Access to Mathematics for Mathayomsuksa 3 Students at Nursery Schools with low to moderate access to mathematics Students must pay attention to the lesson. Create an attitude to have a liking for mathematics. Create positive motivation or self-motivation Practice doing exercises regularly. Not focusing on memorization, building skills and mathematical reasoning processes on their own. Actively participate in learning activities Explain to the teacher their opinions and reasons. Learn to work as a team There is a consultation and exchange of knowledge. Give examples from real situations and let yourself come up with many solutions. Explain the rationale for which the answer is obtained. and guidelines for promoting access to mathematics for Mathayomsuksa 3 students at Anukulnaree School with access to moderate to advanced math Students practice by doing exercises regularly and students write explanations or justifications to find answers. Able to clearly explain the reasons for the steps not focusing on memorization Students develop mathematical skills and processes on their own. Can tell the reason for the answer in each question. Find techniques for finding answers quickly and accurately. Students are brave enough to express their opinions, dare to answer confidently. Students can exchange knowledge, have group activities to do, work together, and be able to relate to situations. To enable students to apply the knowledge gained in their daily lives.

**Keywords**: Mathematical Problem Solving Strategies; Mathematics Reasoning; Access to mathematics.

_______________________________________________Major Advisor

# กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณา และความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจากบุคคลต่อไปนี้ ดร. นวพล นนทภา ประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ไพศาล วรคำ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มนตรี ทองมูล ผู้ทรงคุณวุฒิการสอบวิทยานิพนธ์ และ ดร.รามนรี นนทภา กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ให้คำแนะนำอันเป็นประโยชน์ ตลอดจนชี้นำแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี ผู้วิจัยขอขอบพระคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. วีรพงษ์ วงศ์พินิจ อาจารย์ ดร. อัครพงศ์ วงศ์พัฒน์ และคุณครูอุดม วิเศษวิสัย ผู้ทรงคุณวุฒิที่ให้เกียรติในการสัมภาษณ์เกี่ยวกับเรื่อง แนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงทางคณิตศาสตร์ อาจารย์ ดร.บรรชา นันจรัส คุณครูแพรไหม สามารถ และคุณครูสิทธิชัย ยุบลวัฒน์ ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย นายเอกรักษ์ สารปรัง ผู้อำนวยการโรงเรียนอนุกูลนารีและคณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูล

คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ผู้มีพระคุณตลอดจนบูรพาจารย์ และผู้มีอุปการะทุกท่าน

นางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์

# สารบัญ

**หัวเรื่อง** **หน้า**

**หัวเรื่อง** **หน้า**

# สารบัญตาราง

**ตารางที่** **หน้า**

**ตารางที่** **หน้า**

# สารบัญภาพ

**ภาพที่** **หน้า**

# บทที่ 1
# บทนำ

## 1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบมีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ และถี่ถ้วนช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพ และพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, น. 8) จากคุณค่า และความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าว ทุกประเทศจึงกำหนดให้ทุกคนต้องเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และถือเป็นหน้าที่ของผู้ที่มีส่วนในการจัดการศึกษาจะต้องหาวิธีการต่าง ๆ เพื่อทำให้เยาวชนรู้ และตระหนักถึงคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อไป (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2545-2546, น. 11-15) การจัดการศึกษาเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นจุดมุ่งหมายสำคัญประการหนึ่งของการจัดการศึกษาของชาติ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่ง สำหรับการพัฒนาคนเพื่อไปสู่การพัฒนาความเจริญในด้านต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการคิดการให้เหตุผลการสร้างองค์ความรู้ และการทำงานการจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์จึงมุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ในยุคปัจจุบันที่สังคมมีกิจกรรมที่ซับซ้อนมากขึ้นแตกต่างไปจากอดีต การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้ผู้เรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอมีความสามารถ และความชำนาญในการนำความรู้ไปใช้ตลอดจนพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ในระดับที่จะสามารถจัดการกับสิ่งต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล จึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง (อัมพร ม้าคนอง, 2556, น. 6) ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเฉพาะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการที่จะหาคำตอบของปัญหาหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคหรือปัญหาที่เผชิญอยู่เพื่อจะได้คำตอบที่ชัดเจน แต่การหาคำตอบได้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด (Polya, 1980, p. 1) การทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันทีซึ่งในการหาคำตอบนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา เพื่อจะให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบของนักเรียน นักเรียนควรได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น ให้มีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหาออกมาด้วย (The National Council of Teacher of Mathematics, 2000, p. 52)

กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเทคนิควิธีการเฉพาะอย่างที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาเป็นเครื่องนำทางช่วยในการแก้ปัญหา โดยผู้ที่แก้ปัญหาสามารถนำไปปรับใช้ให้เหมาะสมกับสภาพของปัญหาได้ (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537, น. 14) เทคนิคหรือวิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพปัญหาแต่ละปัญหา ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ช่วยชี้แนะนำทางในการแก้ปัญหา โดยที่ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกให้เหมาะสม กับลักษณะของโจทย์ปัญหานั้น (สมทรง สุวพานิช, 2542, น. 83) กลยุทธ์เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์อย่างยิ่งในการช่วยวางแผน และหาวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเทคนิคหรือวิธีการที่นักเรียนหรือผู้แก้ปัญหา นำมาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเป็นสิ่งที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย (Heddens and Speer, 1992, p. 35) กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นวิธีการที่เหมาะสมในการหาคำตอบของปัญหาแต่ละปัญหา ซึ่งใช้ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม นอกจากนี้ (Kennedy anid Tipps, 1994, p. 135) ยังกล่าวไว้ว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นเครื่องนำทางสำหรับช่วยนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้บรรลุเป้าหมายจนได้คำตอบที่ต้องการ (Reys, Suydarn and Lindquist, 1995, p. 60) ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อนมีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา (ยุพิน พิพิธกุล, 2542, น. 2) ในแต่ละวันมนุษย์ต้องเผชิญกับปัญหามากมายอาทิ ปัญหาการเดินทาง ปัญหาการเรียน ปัญหาการทำงาน ปัญหาการเงิน เป็นต้น ในบรรดาปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่ไม่ซับซ้อนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้เพียงความรู้พื้นฐานหรือประสบการณ์เดิม และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อน จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทักษะและกระบวนการและเทคนิคต่าง ๆ หรือวิธีการที่จะนำมาช่วยแก้ปัญหา ถ้าเรามีความรู้สิ่งที่เราจะแก้ปัญหาหรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา เลือกเทคนิควิธีการหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อนก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ดี และมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 6) คณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ และคำตอบที่ต้องการซึ่งจะรวมถึง ปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด ในการแก้ปัญหานั้นจะต้องมีการตัดสินใจ และลงมือแก้ปัญหา (Adams, 1977, p. 176) โดยหนึ่งในทักษะที่สำคัญสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษนี้ คือ ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ที่คิดเป็นสามารถคิดวิเคราะห์ คิดอย่างสร้างสรรค์ คิดแก้ปัญหา และคิดอย่างมีวิจารณญาณได้ ซึ่งการที่จะสามารถสร้างทักษะเหล่านี้ได้ ครูผู้สอนอาจจะต้องร่วมกันปฏิรูปการศึกษาเปลี่ยนบทบาทในการจัดการเรียนการสอนใหม่ที่เน้นให้นักเรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้อย่างแท้จริง (สำนักงานส่งเสริมสังคมแห่งการเรียนรู้และคุณภาพเยาวชน, 2557, น. 14) ดังบทความในหนังสือของ (วิจารณ์ พานิช, 2556, น. 23) ที่ได้กล่าวไว้ว่า “การเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21” นั้นต้องการการส่งเสริมสนับสนุนให้สามารถปรับเปลี่ยน กระบวนการเรียนรู้ทั้งใน และนอกห้องเรียนให้มีความหมายเชื่อมโยงสู่ชีวิตจริงได้รวมทั้งสามารถพัฒนาทักษะที่หลากหลายของผู้เรียน ไม่ใช่เพียงเพื่อสอบแต่เป็นการเรียนรู้เพื่อเผชิญความเปลี่ยนแปลงอย่างรู้เท่าทัน และการสร้างสรรค์สังคมในศตวรรษที่ 21” ยิ่งไปกว่านั้น (Lithner, 2012, น. 19) ยังได้กล่าวอีกว่า แม้บางครั้งการเรียนรู้แบบท่องจำนั้นอาจจำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการเรียนรู้ในระยะเวลาอันจำกัดบ้างแต่การเรียนรู้แบบท่องจำนั้น ไม่สามารถสร้างโอกาสเพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ หรือความสามารถทางคณิตศาสตร์หลัก ๆ อย่างเช่น

ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล และความเข้าใจเชิงมโนมติได้ ดังนั้น จะเห็นว่าการเรียนรู้ในศตวรรษนี้ ต้องไม่ใช่การเรียนรู้แบบเดิมที่เน้นการท่องจำแต่ควรเน้นการเรียนรู้อย่างมีความหมาย เพื่อให้เกิดความเข้าใจอย่างแท้จริง

การให้เหตุผลถือว่าเป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งในการเรียนการสอน และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้โดยปราศจากการให้เหตุผล เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับ การสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์แนวคิด (The National Council of Teacher of Mathematics, 1989, pp. 6-81) การเป็นผู้รู้จักคิด การคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต เพื่อสามารถนำไปใช้ทั้งในการทำงาน และการดำรงชีวิต เช่น การเลือกซื้อสินค้า การเลือกประกอบอาชีพ เป็นต้น การให้เหตุผลจึงเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ของศาสตร์ต่าง ๆ มากมายการแสดงเหตุผลที่ดี มีคุณค่ามากกว่าการหาคำตอบที่ถูกต้อง การพัฒนาความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นสิ่งจำเป็น และสำคัญอย่างยิ่งเพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนานอกเหนือไปจาก การจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียน เห็นว่าคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบ มีความหมาย และทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่น ๆ ได้ (สมเดช บุญประจักษ์, 2540, น. 34) ในการส่งเสริมการให้เหตุผล เป็นวิธีหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนรู้ เพราะการให้เหตุผลช่วยส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ประกอบกับการพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน คือ วิธีการสอนเพราะการสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างมีเหตุผล การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดี และยาวนานกว่า (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 38) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลาย ในการทำความเข้าใจแนวคิดค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดสร้างข้อสรุปหรือข้อสนับสนุนเกี่ยวกับแนวคิด และความสัมพันธ์ของแนวคิด และแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น (O'Daffer and Thornquist, 1993, pp. 22-25) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody and Coslick, 1993, pp. 41-42) ผลการวิจัยจำนวนมากยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จำ เพราะนักเรียนจะสามารถนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ได้ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่าการเป็นผู้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต การเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะที่มีความเป็นเหตุเป็นผล จะส่งผลให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เกิดความมั่นใจ และสามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ด้วยตนเอง (ปิยวดี วงษ์ใหญ่, 2548, น. 17-20) การให้เหตุผล และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนา ให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง (The National Council of Teacher of Mathematics, 2000, p. 29) นอกจากนี้ ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนยังมีความสำคัญต่อผู้สอน คือ ใช้สำหรับอธิบาย

ระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผลวิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความ และอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่น ๆ ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน และตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อม และวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน (อัมพร ม้าคนอง, 2553, น. 49)

สิ่งที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจนั้น อาจเป็นโอกาสในการเข้าถึงบทเรียนคณิตศาสตร์อย่างเท่าเทียมกันของนักเรียน ชั้นเรียนที่จะอุดมไปด้วยการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างแท้จริงนั้นจะต้องเป็นชั้นเรียนที่มีการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมประสบการณ์การเรียนรู้อย่างมีความหมายสำหรับนักเรียนทุกคน และเป็นชั้นเรียนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้เข้าถึงกิจกรรมและเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความหมาย อย่างเท่าเทียมกัน (Schoenfeld, 2014, p. 23) นอกจากนี้ (The National Council of Teacher of Mathematics, 2000, p. 34) ยังได้กล่าวไว้อีกว่า การเข้าถึงคณิตศาสตร์อย่างทั่วถึงของนักเรียนนั้น ไม่ได้หมายความว่านักเรียนต้องได้รับการเรียนการสอนที่เหมือนกันทุกคน แต่หมายถึงการที่ชั้นเรียนได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้าถึงบทเรียนและความสำเร็จเหมือนกันทุกคน โดยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนดังกล่าวจะเป็นคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงบริบทเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจที่เป็นของนักเรียนจริง ๆ ซึ่งสิ่งที่กล่าวมาข้างต้นนี้เป็นหนึ่งใน กรอบคิดที่สำคัญของ (Schoenfeld, 2014, p. 24) เพื่อที่จะสร้างชั้นเรียนที่ทรงพลัง ซึ่งกรอบคิดที่ว่านี้คือ กรอบมิติด้านที่นักเรียนทุกคนสามารถเข้าถึงเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Access to mathematical contents) หรือมีโอกาสในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างเท่าเทียม จะเห็นว่า ห้องเรียนที่ส่งเสริมและให้โอกาสนักเรียนในการเข้าถึงคณิตศาสตร์อย่างเท่าเทียมกันนั้น จะช่วยให้นักเรียนได้สามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเองและเกิดความเข้าใจอย่างแท้จริงได้ นอกจากนี้ (Rubenstein and Bright, 2004, น. 22) ได้ให้ความหมายของการเข้าถึงคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีขึ้นสำหรับนักเรียนทุกคนเป็นการเปิดโอกาสในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนทุกคน อีกทั้ง (The National Council of Teacher of Mathematics, 2004, p. 26) ยังกล่าวว่า ความเท่าเทียมสำหรับนักคณิตศาสตรศึกษานั้นคือ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีขึ้นสำหรับนักเรียนทุกคนเป็นการเปิดโอกาสในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนทุกคน ดังนั้น “ความเท่าเทียม” ในทางคณิตศาสตรศึกษาจึงหมายถึง การเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกคนนั่นเอง จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า การเข้าถึงคณิตศาสตร์และความเท่าเทียมกันในการได้รับโอกาสในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างแท้จริงได้ และSchoenfeld (2014, pp. 14-19) ยังได้กล่าวอีกว่า การเข้าถึงคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในมิติที่สำคัญของห้องเรียนที่เต็มไปด้วยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยขอบเขตนิยามของ

การเข้าถึงคณิตศาสตร์นี้คือชั้นเรียนที่ใช้กิจกรรมที่ช่วยสนับสนุน การมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นของนักเรียนทุกคนในชั้นเรียน นอกจากนี้ในมิติของการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ยังได้ให้ความสำคัญกับโอกาสในการเข้าถึงการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างทั่วถึง และเท่าเทียมอีกด้วย และลักษณะของกิจกรรมในชั้นเรียนที่ช่วยส่งเสริม ให้นักเรียนเข้าถึงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนได้

ปัญหาของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคือ ครูผู้สอนยังคงเป็นผู้พูดหรือบรรยายให้ความรู้แก่นักเรียนเป็นส่วนใหญ่ ทำให้แนวคิดหรือมโนมติที่สำคัญที่น่าจะเกิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์นั้นหายไปชั้นเรียนที่ครูพูดอยู่ฝ่ายเดียว โดยให้นักเรียนตอบคำถามบ้างเป็นครั้งคราวโดยใช้คำถาม “ระดับต่ำ” จะเป็นการทำลายโอกาสที่นักเรียนจะได้แสดงความคิดเห็น และเรียนรู้จึงไม่แปลกที่พบว่านักเรียนในชั้นเรียนลักษณะดังกล่าว ไม่สามารถเข้าถึงคณิตศาสตร์ได้อย่างแท้จริงยิ่งไปกว่านั้นแม้ชั้นเรียนที่ครูพยายามใช้คำถามระดับสูง แต่ครูไม่ได้ให้ความสำคัญกับการให้โอกาสแก่นักเรียนในการตอบคำถามอย่างทั่วถึง ทำให้นักเรียนบางส่วนที่ถูกมองข้ามรู้สึกว่าตนเองไม่สามารถเข้าไปมีส่วนร่วมได้ นอกจากนี้ในชั้นเรียนที่ครูได้ส่งเสริมการแสดงความคิดเห็นอย่างเข้มข้น แต่การจัดกิจกรรมที่จะให้นักเรียนทำในระหว่างชั้นเรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ขาดความชัดเจนเท่าที่ควรก็จะทำให้การเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่ทั่วถึงได้ วิธีที่จะส่งเสริมให้นักเรียนเข้าถึงคณิตศาสตร์ได้อย่างเท่าเทียมกันหรือทั่วถึงทั้งชั้นเรียนว่า ครูควรสร้างหรือเลือกสรร “ปัญหา” ที่มีประสิทธิภาพมีแนวทางที่นักเรียนจะสามารถทำความเข้าใจกับปัญหานั้นอย่างหลากหลาย มีความท้าทายมากเพียงพอและครูต้องส่งเสริมการมีส่วนร่วมของนักเรียน ในระหว่างการเรียนการสอนจึงจะสามารถส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างทั่วถึง และนักเรียนจะสามารถเข้าถึงคณิตศาสตร์ได้อย่างเท่าเทียมกันทั้งชั้นเรียนได้ ซึ่งชั้นเรียนที่ครูผู้สอนสามารถทำให้เกิดการเข้าถึงคณิตศาสตร์ได้อย่างเท่าเทียมกันทั้งชั้นเรียนได้นั้น “ปัญหา” ที่ให้กับนักเรียนนั้นจะต้องมีความท้าทายมากเพียงพอ ด้วยเช่นเดียวกัน (Schoenfeld, 2014, pp. 25-27) นอกจากปัญหาของการเรียนการสอน ที่กล่าวมาจะทำให้เห็นได้ว่าสิ่งที่เป็นส่วนหนึ่ง ที่ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในเกณฑ์ต่ำหนึ่งในนั้นเป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญเพราะการทำความเข้าใจปัญหาโดยการใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิด ที่ดีใช้การให้เหตุผลเพื่อเปรียบเทียบทำให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่างของสิ่งนั้น ๆ (Stiggins, 1997, p. 6) ทั้งนี้เป็นเพราะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั่วไปผู้สอนมุ่งเน้นที่การสอนเนื้อหา และทักษะการคิดคำนวณโดยการบอกวิธีทำให้ตัวอย่าง และมุ่งให้นักเรียนทำได้ตามตัวอย่าง ไม่ให้โอกาสนักเรียนในการเรียนรู้ด้วยตนเองด้วยการฝึกให้คิดวิเคราะห์ เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหานับเป็นวิธีจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิดเป็นการทำลายศักยภาพในการคิดของนักเรียน นักเรียนจะเคยชินกับการทำตามที่ครูบอกขาดความอยากรู้อยากลอง เมื่อพบสถานการณ์ที่แตกต่างก็ไม่สามารถที่จะคิดแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 129) ครูยังคงใช้ วิธีการสอนแบบอธิบายประกอบการยกตัวอย่างให้นักเรียนฟัง เน้นความจำเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยครูเขียนสิ่งอธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดูบนกระดานดำ

สิ่งที่นักเรียน ได้รับจึงเป็นความรู้ความจำเท่านั้น แต่ไม่ได้ฝึกกระบวนการคิดมุ่งเน้นไปที่ความรวดเร็วในการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าพิจารณาที่กระบวนการคิดของนักเรียน (กิตติ พัฒนตระกูล, 2546, น. 54) ทำให้นักเรียนไทยยังมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอ ทั้งเรื่องของความรู้พื้นฐานการคิดและความสามารถในการนำความรู้ไปใช้จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์มากกว่าที่เป็นอยู่ คิดสังเคราะห์คิดอย่างมีวิจารณญาณ และสามารถนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2552, น. 2) และจากการรายงานของฝ่ายวิชาการโรงเรียนอนุกูลนารี พบว่า ผลคะแนนการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่า คะแนนระดับประเทศ (รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ ขั้นพื้นฐาน O-NET, 2563, น. 1) ในปีการศึกษา 2563 คะแนนเฉลี่ย 23.30 ซึ่งในขณะที่ คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศคือ 25.41 โดยเฉพาะสาระการวิเคราะห์และความน่าจะเป็น ซึ่งในระดับโรงเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 21.03 และในระดับประเทศมีคะแนนเฉลี่ย 24.44 และจากการที่ผู้วิจัยได้ทำการสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และการทำแบบทดสอบนักเรียนไม่สามารถบูรณาการความรู้ในวิชาต่าง ๆ เข้าด้วยกันได้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต่ำ ทำให้ผู้วิจัยเห็นว่าจะต้องมีการพัฒนานักเรียนให้สามารถบูรณาการความรู้ในวิชาที่หลากหลายมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น (ฝ่ายวิชาการโรงเรียนอนุกูลนารี, 2563, น. 7)

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ว่ามีตัวแปรใดที่จำแนกกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ออกเป็นกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ เพื่อเป็นแนวทางในการจำแนกประเภทการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อทราบว่านักเรียนคนใดอยู่ในกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง ระดับปานกลาง หรือระดับต่ำ และเมื่อทราบว่าปัจจัยใดที่มีอิทธิพลมากที่สุดในการแบ่งกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์จะเป็นข้อมูลให้ครูผู้สอนส่งเสริมปัจจัยนั้น และทำให้ผู้วิจัยได้ทราบถึงปัญหาที่มีความแตกต่างกันของแต่ละบุคคล และสามารถหาแนวทางการพัฒนาความสามารถการเข้าถึงคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อีกทั้งเป็นข้อมูลเพื่อส่งเสริมระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

## 1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

1.2.2 เพื่อศึกษาแนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

## 1.3 สมมติฐานการวิจัย

1.3.1 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับการเข้าถึงคณิตศาสตร์

1.3.2 สัมประสิทธิ์ของสมการจำแนกกลุ่มของตัวแปรอิสระอย่างน้อย 1 ตัวที่ส่งผลต่อการจำแนกกลุ่มของการเข้าถึงคณิตศาสตร์

## 1.4 ขอบเขตการวิจัย

**1.4.1 ประชากร**

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารีที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวนนักเรียนทั้งหมด 660 คน จำนวน 17 ห้อง

**1.4.2 กลุ่มตัวอย่าง**

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี จำนวน 249 คน จำนวน 6 ห้อง ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

**1.4.3 ตัวแปรในการศึกษา**

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตัวแปรตาม ได้แก่ การเข้าถึงคณิตศาสตร์

**1.4.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย**

ระยะเวลาในการดำเนินงานวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ช่วงเวลาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

## 1.5 นิยามศัพท์เฉพาะ

1.5.1 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เทคนิคหรือวิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพปัญหาแต่ละปัญหาช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้บรรลุเป้าหมาย เพื่อให้สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องและรวดเร็ว ได้แก่ การวาดภาพ การสร้างตาราง การใช้ตัวแปร การค้นหารูปแบบ การแบ่งกรณี การใช้เหตุผล เป็นต้น

1.5.2 กลยุทธ์การวาดภาพ หมายถึง การจำลองความสัมพันธ์ของสถานการณ์ที่โจทย์ให้มาเป็นรูปภาพของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้นทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ สามารถกำหนดแนวทางและแก้ปัญหาได้

1.5.3 กลยุทธ์การสร้างตาราง หมายถึง การแจกแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสภาพการณ์ที่ปัญหากำหนดโดยนำมาเขียนในรูปของตาราง เป็นการจัดระบบของข้อมูลทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

1.5.4 กลยุทธ์การใช้ตัวแปร หมายถึง การแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าด้วยตัวแปร ซึ่งโจทย์ปัญหาจะเกี่ยวข้องกับจำนวนหรือปริมาณ มีการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่และใช้การแก้สมการเพื่อหาคำตอบของปัญหานั้น

1.5.5 กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ หมายถึง การใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย โดยอาศัยจากตัวอย่างที่มีอยู่แล้วกำหนดเป็นรูปแบบทั่วไป ซึ่งก่อนที่จะนำไปใช้จะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยก่อน

15.6 กลยุทธ์การแบ่งกรณี หมายถึง การแบ่งปัญหาออกเป็นกรณีย่อยมากกว่า 1 กรณี ทำให้แต่ละกรณีมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วนำมาพิจารณาหาคำตอบของทุกกรณีร่วมกันจะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา

1.5.7 กลยุทธ์การใช้เหตุผล หมายถึง การใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ และพิจารณาเหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อาจใช้ข้อความรู้ที่ทราบมาก่อนเป็นเหตุบังคับไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบ ของปัญหา และกลยุทธ์การใช้เหตุผลมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

1.5.8 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาข้อสรุปจากสถานการณ์ที่กำหนดให้อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลหาความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงข้อมูลสร้างเป็นข้อคาดการณ์ และตรวจสอบข้อคาดการณ์ พร้อมทั้งแสดงเหตุผลอ้างอิงข้อมูลอธิบายข้อสรุป เพื่อยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และนำข้อสรุปที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล

1.5.9 การเข้าถึงคณิตศาสตร์ หมายถึง นักเรียนสามารถศึกษาบทเรียนคณิตศาสตร์ทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างตั้งใจ สนใจที่จะนำเสนองาน สามารถที่จะนำเสนองานได้ มีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม สามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มอย่างมีประสิทธิภาพ และมีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

1.5.10 การประเมินการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน หมายถึง เกณฑ์ในการแบ่งระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในขณะที่มีกิจกรรมการเรียนการสอนมีระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ ซึ่งแต่ละระดับแบ่งออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual Work) ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations) ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small Group Work) และการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole Class Discussion)

## 1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ผลการวิจัยครั้งนี้จะเป็นข้อสนเทศที่ช่วยให้ครูผู้สอนในวิชาคณิตศาสตร์ และผู้เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.6.1 ทำให้ทราบทำให้ทราบถึงระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ทีมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

1.6.2 ทำให้ทราบถึงอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

1.6.3 ทำให้ทราบถึงปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในแต่ละระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

1.6.4 เป็นแนวทางการแก้ปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และพัฒนาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ เพิ่มระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

# บทที่ 2

# การทบทวนวรรณกรรม

การวิจัยเรื่อง การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. การเข้าถึงคณิตศาสตร์
5. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์แบบเพียร์สัน
6. การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis)
7. การหาคุณภาพเครื่องมือ
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
9. กรอบแนวคิดการวิจัย

## 2.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระหลักจำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน คำอธิบายรายวิชา และมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, น. 1-5)

### 2.1.1 ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพ และพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ฉบับนี้จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริม

ให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือ การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนรู้เท่าทัน การเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมผู้เรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมที่จะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้น สถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของผู้เรียน

**2.1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์**

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัด และเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น

2.1.2.1 จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูปความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ย และมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2.1.2.2 การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุเงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิต การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ



2.1.2.3 สถิติและความน่าจะเป็นเรียนรู้เกี่ยวกับ การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพ และเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติ และความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

**2.1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวนผลที่เกิดขึ้น จากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับ และอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัด และเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

สรุปได้ว่า สาระ และมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่บ่งบอกถึงความคาดหวัง หรือจุดหมายปลายทางของการเรียนคณิตศาสตร์ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนทุกคนรู้และปฏิบัติได้ และสำหรับการศึกษาในระดับสูงต่อไป

**2.1.4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์**

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้

2.1.4.1 การแก้ปัญหาเป็นความสามารถ ในการทำความเข้าใจปัญหาคิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง



2.1.4.2 การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูปภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

2.1.4.3 การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

2.1.4.4 การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้ง เพื่อนำไปสู่การสรุปโดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

2.1.4.5 การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิมหรือสร้างแนวคิดใหม่ เพื่อปรับปรุงพัฒนาองค์ความรู้

**2.1.5 คุณภาพผู้เรียน**

จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.1.5.1 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2.1.5.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2.1.5.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2.1.5.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2.1.5.5 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.1.5.6 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับกราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชั่นกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2.1.5.7 มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2.1.5.8 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ

2.1.5.9 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวยและทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2.1.5.10 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการรูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2.1.5.11 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง



2.1.5.12 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2.1.5.13 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.1.5.14 มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูล ที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่อง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

2.1.5.15 ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็น และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สรุปได้ว่า คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นเป้าหมายความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่คาดหวังให้ได้ตามมาตรฐานของหลักสูตร เพื่อให้ครูสอนคณิตศาสตร์นำไปเป็นแนวทางในการวางแผนและจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับที่สอนต่อไป

**2.1.6 คำอธิบายรายวิชา**

คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ (ค23102) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เวลา 60 ชั่วโมง ศึกษาฝึกทักษะ/กระบวนการในสาระการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ชุดของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอย่างน้อย 2 สมการที่แต่ละสมการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณคำตอบของระบบสมการเป็นคำตอบของแต่ละสมการในระบบสมการเราใช้ระบบสมการแทนสถานการณ์หรือปัญหาเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบซึ่งคำตอบที่สอดคล้องกับทุกเงื่อนไข และมีความสมเหตุสมผลจะเป็นคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ วงกลมเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับวงกลมมีมากมาย เช่น คอร์ด เส้นสัมผัสวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มุมในส่วนโค้งของวงกลมซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ เหล่านั้นของวงกลม ประกอบกับความรู้ทางเรขาคณิตทำให้เกิดสมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมที่มีประโยชน์ในการจำลองสถานการณ์รวมถึงการอธิบาย และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริงอย่างสมเหตุสมผล พีระมิด กรวย และทรงกลมเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติเนื่องจากปริมาตรของพีระมิดสัมพันธ์กับปริมาตรของปริซึม และปริมาตรของกรวย และปริมาตรของทรงกลมต่างก็สัมพันธ์กับปริมาตรของทรงกระบอก เราจึงใช้ปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการอธิบายที่มาของการหาปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลม สำหรับพื้นที่ผิวของพีระมิด และกรวยสามารถอธิบาย และหาได้จากพื้นที่ของรูปคลี่ของพีระมิดและกรวยนั้นแต่เนื่องจากทรงกลมมีลักษณะเฉพาะ ที่ไม่สามารถใช้พื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติในการอธิบายที่มาของการหาพื้นที่ผิวได้โดยตรง ดังนั้น จึงใช้ความรู้เกี่ยวกับปริมาตรของทรงกลมและปริมาตรของพีระมิดมาอธิบายที่มาของการหาพื้นที่ผิว ความน่าจะเป็น เป็นจำนวนที่ใช้เพื่อบอกโอกาสที่เหตุการณ์หนึ่ง ๆ จะเกิดขึ้น ซึ่งมี 3 ลักษณะ คือ ไม่เกิดขึ้นอย่างแน่นอนจะมีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0 อาจจะเกิดขึ้นหรือไม่ก็ได้ จะมีค่าความน่าจะเป็นอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 และเกิดขึ้นอย่างแน่นอนจะมีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 1 ทั้งนี้ ในการบอกค่าความน่าจะเป็นอาจเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน ทศนิยม หรือร้อยละเราสามารถใช้ความน่าจะเป็นช่วยในการคาดการณ์ สร้างข้อสรุป และตัดสินใจแก้ปัญหา และอัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สัมพันธ์กับขนาดของมุม ซึ่งเมื่อทราบขนาดของมุมและความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้วจะสามารถนำไปใช้ในการหาความยาวของด้านอื่น ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้นได้เราสามารถแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริงโดยเฉพาะปัญหาที่เกี่ยวข้องกับระยะทางหรือความสูง โดยแปลงปัญหาให้เป็นแบบจำลองทางเรขาคณิต แล้วใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติมาช่วยในการแก้ปัญหา

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/ กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงและนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิดทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ การให้เหตุผล และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ เพื่อให้ผู้เรียนเป็นผู้มีความซื่อสัตย์ มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมีความมุ่งมั่นในการทำงาน รวมทั้งเห็นคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1.5 หน่วยกิต เวลาตลอดภาคเรียน 60 ชั่วโมง ปรากฏดังตารางที่ 2.1

**ตารางที่ 2.1** โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1.5 หน่วยกิต เวลาตลอดภาคเรียน 60 ชั่วโมง

| หน่วยการเรียนรู้ที่ | ชื่อหน่วยการเรียนรู้ | จำนวนชั่วโมง |
|---|---|---|
| 1 | ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | |
| | 1. แนะนำ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | 2 |
| | 2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | 5 |
| | 3. การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | 5 |
| 2 | วงกลม | |
| | 1. มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม | 6 |
| | 2. คอร์ดของวงกลม | 5 |
| | 3. เส้นสัมผัสวงกลม | 4 |
| 3 | พีระมิด กรวย และทรงกลม | |
| | 1. ปริมาตรและพื้นที่ผิวของพีระมิด | 5 |
| | 2. ปริมาตรและพื้นที่ผิวของกรวย | 5 |
| | 3. ปริมาตรและพื้นที่ผิวของทรงกลม | 5 |
| 4 | ความน่าจะเป็น | |
| | 1. โอกาสของเหตุการณ์ | 2 |
| | 2. ความน่าจะเป็น | 6 |
| 5 | อัตราส่วนตรีโกณมิติ | |
| | 1. ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ | 3 |
| | 2. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลม | 3 |
| | 3. การนำ อัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา | 4 |
| | รวม | 60 |

จากตารางที่ 2.1 พบว่า โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 เวลา 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ จำนวน 1.5 หน่วยกิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 คือ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 12 ชั่วโมง หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 คือ เรื่อง วงกลม จำนวน 15 ชั่วโมง หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง พีระมิด กรวย และทรงกลม จำนวน 15 ชั่วโมง หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 8 ชั่วโมง และหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 10 ชั่วโมง

### 2.1.7 ตัวชี้วัด

ค1.2 ม.3/1
ค1.2 ม.3/2
ค1.3 ม.3/1
ค1.3 ม.3/2
ค1.3 ม.3/3
ค2.1 ม.3/1
ค2.1 ม.3/2
ค2.2 ม.3/1
ค2.2 ม.3/2
ค2.2 ม.3/3
ค3.1 ม.3/1
ค3.2 ม.3/1

ทั้งหมด ตัวชี้วัด

สรุปได้ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุง 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ข้างต้นประกอบด้วยความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์ สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คำอธิบายรายวิชา และตัวชี้วัด โดยมีการปรับปรุงให้มีความทันสมัย คำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็น และนำไปประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาคุณภาพชีวิต ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น มีเวลาเรียน 8 ชั่วโมง ประกอบด้วย โอกาสของเหตุการณ์ 2 ชั่วโมง และความน่าจะเป็น 6 ชั่วโมง มาใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ โดยสร้างแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการวิเคราะห์หน่วย การเรียนรู้เป็นกรอบ และทิศทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีคุณภาพ ด้านความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคม

## 2.2 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กลยุทธ์เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์อย่างยิ่งในการช่วยวางแผน และหาวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเทคนิคหรือวิธีการที่นักเรียนหรือผู้แก้ปัญหา นำมาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเป็นสิ่งที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย (Heddens and Speer, 1992, p. 35) ในแต่ละวันมนุษย์ต้องเผชิญกับปัญหามากมายอาทิ ปัญหาการเดินทาง ปัญหาการเรียน ปัญหาการทำงาน ปัญหาการเงิน เป็นต้น ในบรรดาปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่ไม่ซับซ้อนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้เพียงความรู้พื้นฐานหรือประสบการณ์เดิม และปัญหาที่มี

ความยุ่งยากซับซ้อน จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทักษะและกระบวนการ และเทคนิคต่าง ๆ หรือวิธีการที่จะนำมาช่วยแก้ปัญหา ถ้าเรามีความรู้สิ่งที่เราจะแก้ปัญหา หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอเข้าใจขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา เลือกเทคนิควิธีการหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อนก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ดี และมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 6)

**2.2.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Brucker and Grossnicle (1957, p. 301) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้โดยทันทีโดยวิธีที่เคยใช้และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อวานนี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้

Bruckner (1957, p. 301) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน

Anderson and Pingry (1973, p. 228) ได้กล่าวไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงคำถามที่ต้องการหาคำตอบ ผู้ที่จะแก้ปัญหาจะต้องมีกระบวนการมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และความกล้าในการตัดสินใจในการแก้ปัญหาที่ได้พบเห็น

Adams (1977, p. 176) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและคำตอบที่ต้องการจะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วยปัญหาทางคณิตศาสตร์จะรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษาปัญหาที่เป็นเรื่องราวและปัญหาที่เป็นคำพูด นอกจากนี้เขาได้กล่าวถึงความแตกต่างระหว่างการแก้ปัญหากับการทำแบบฝึกหัดไว้ว่า ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะต้องมีการตัดสินใจแล้วลงมือทำ ส่วนการทำแบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องมีการตัดสินใจ

Bell (1978, pp. 309-310) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าสถานการณ์ ใดๆ จะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งบุคคลใดถ้าเอาใจใส่มีความต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้น แต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ในทันทีทันใด การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็น ปัญหาใช้วิธีใดขึ้นอยู่บุคคลนั้นในการหาคำตอบนั้น

Schoenfeld, (1989, pp. 83-103) ได้ให้คำจำกัดความคำว่า “ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียนว่าเป็นชิ้นงาน (Task)” ซึ่งมีลักษณะดังนี้

1. เป็นสิ่งที่นักเรียนให้ความสนใจและประสงค์จะหาข้อยุติ
2. เป็นสิ่งที่นักเรียนยังไม่มีวิถีทางสำเร็จรูปที่จะได้ข้อยุติหรือแก้หาคำตอบได้

Cruikshank and Sheffield (1992, p. 37) กล่าวว่า ปัญหาเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้งุนงง ปัญหาควรเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบ ได้ในทันทีหรือรู้วิธีหาคำตอบได้ในทันที ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่า ปัญหานั้นจะเกี่ยวข้องกับจำนวน ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเกี่ยวข้องกับความรู้สึกหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์แต่ไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

Headens and Speer (1992, p. 43) กล่าวถึงปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ท้าทายประกอบด้วยกระบวนการที่ซับซ้อนเพราะไม่ใช่แต่การคิดเลขเพียงอย่างเดียวเท่านั้นหากแต่มีกระบวนการและรูปแบบที่แน่นอนและชัดเจนในการดำเนินการ

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งคือการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

Reys, Suydam and Montgomery (2001, p. 70) กล่าวว่า ปัญหา คือ สถานการณ์ซึ่งบุคคลต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่รู้ว่าจะแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ถ้าปัญหานั้นทราบว่าจะแก้อย่างไรหรือทราบคำตอบโดยทันที สิ่งนั้นไม่เป็นปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และอุปกรณ์หลายๆอย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

ยุพิน พิพิธกุล (2542, น. 5) ได้ให้ความหมายข ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 25) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่มีวิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สัญญา ภัทรากร (2552, น. 48) ได้สรุปความหมายของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะความรู้ทางคณิตคาสตร์ และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการหาคำตอบของสถานการณ์หรือคำถามนั้น

ชมพูนุท วนสันเทียะ (2552, น. 61) ได้ให้ความหมาย ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นประโยคภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว หรือปัญหาที่เป็นคำพูดก็ได้ และอาจจะเกี่ยวข้องกับปริมาณสมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที แต่ต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ กฎ บทนิยม ทฤษฎีบทที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม

สัญญา ภัทรากร (2552, น. 48) ให้ความหมายว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีต้องใช้ทักษะความรู้ทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการหาคำตอบของสถานการณ์หรือคำถามนั้นโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, น. 6) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทาง หรือวิธีการในการหาคำตอบบุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคนแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, น. 109) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้ความรู้ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ถ้าเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนรู้วิธีการหาคำตอบ หรือรู้คำตอบทันทีแล้วสถานการณ์นั้นก็ไม่ใช่ปัญหาอีกต่อไป ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนคนหนึ่งอาจไม่ใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนอีกคนหนึ่งก็ได้ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ และพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน

พรพิมล แก้วละมุล (2562, น. 32) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาจจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ที่บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ซึ่งจะต้องใช้ความรู้ วิธีการ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม



จิราภัส พรมบังเกิด (2562, น. 28) ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวนที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีต้องใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์ในการแก้ปัญหา

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์อาจเป็นปริมาณ จำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล ปัญหาทางคณิตศาสตร์ยังหมายรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษาเป็นเรื่องราวสื่อคำพูด เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อนไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีต้องใช้ทักษะความรู้วิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม และประสบการณ์มาผสมผสานเป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาสถานการณ์ใด ๆ อาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่นก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

**2.2.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Krulik and Reys (1980, p. 208) ได้แบ่งชนิดของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ชนิด คือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์หรือปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์

Charles and Lester (1982, pp. 6-10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้เข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่ายแต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอน หรือมากกว่าสองขั้นตอน หรือมากกว่าสองการดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนมติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนมติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

Polya (1985, pp. 123-128) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นพบ (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นพบสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนด และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

Bitter Hatfield and Edward (1989, p. 37) แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้ให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) ปัญหาประเภทนี้จะให้คำตอบในขั้นสุดท้าย แต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ

3. ปัญหาให้ค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่นิยมใช้มากที่สุด ปัญหาประเภทนี้จะแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหาไว้ด้วยไม่มากก็น้อย ดังนั้นนักเรียนจะไม่รู้สึกหมดหวังในการหาคำตอบ

Reys Suydam and Montgomery (1992, p. 20) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการ หรือในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็น และเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีได้มากกว่า 1 คำตอบ

Baroody (1993, pp. 2–36) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหา และโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) หรือปัญหาอย่างง่าย หรือปัญหาชั้นเดียว (Simple (One – Step) Translation Problem) ปัญหาที่ใช้การกระทาทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว และสามารถแก้ได้อย่างตรงไปตรงมา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการ ในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใดข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่งปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็นหรือกำหนดข้อมูลไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ โดยปัญหาประเภทนี้แบ่งออกเป็น 7 ลักษณะ ได้แก่

2.1 ปัญหาซับซ้อนหรือปัญหาหลายชั้น (Complex Translation Problem) ปัญหาที่แก้ไขโดยใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ 2 การกระทำทางคณิตศาสตร์ หรือมากกว่า 2 การกระทำทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน

2.2 ปัญหาที่แก้ไขสิ่งอื่นของปัญหา (Other Modification of Translation Problem) นอกจากจะรวมการแก้ปัญหาหลายชั้นและชั้นเดียวแล้ว ปัญหานี้ยังต้องการวิเคราะห์ทางความคิด เช่น ปัญหาที่ต้องการองค์ประกอบที่ผิด หรือสิ่งที่ผิดของโจทย์ปัญหาที่มากกว่า 1 คำตอบเป็นต้น

2.3 ปัญหาที่ให้แสดงถึงวิธีการปฏิบัติ (Process Problem) ปัญหาที่ให้แสดงถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.4 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) ปัญหาเกี่ยวกับกลอุบาย ปัญหาลักษณะนี้ทำให้เกิดความสนุกสนานและท้าทายในการทำงาน

2.5 ปัญหาเฉพาะไม่ระบุจุดหมาย (Nongoal – Specific Problem) ปัญหาลักษณะนี้เป็นชนิดพิเศษของปัญหาแปลกใหม่ ปัญหาลักษณะนี้เป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งไม่ต้องการหาคำตอบหรือเงื่อนไขของคำตอบ ปัญหานี้สนับสนุนให้นักเรียนรู้จักพิจารณาส่วนคำถามซึ่งครูจะไม่คาดเดาคำตอบไว้ก่อน

2.6 ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) ปัญหาลักษณะนี้ขยายจากสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน

2.7 ปัญหาที่แก้โดยกลวิธี (Strategy Problem) ปัญหาที่กำหนดด้วยความมุ่งหมายที่นักเรียนจะต้องแก้ระบุถึงกลวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาคือ นักเรียนแก้ปัญหาเหล่านี้อย่างไร

Baroody (1993, pp. 2-36) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการหรือโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่างเมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบจะทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่ข้อมูลที่จำเป็น และเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Non-routine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธี คำตอบที่ได้ก็อาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

ยุพิน พิพิธกุล (2530, น. 133) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นำมาให้ผู้เรียนฝึกคิดนั้นแบ่งออกเป็น 4 ลักษณะคือ

1. ปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน

2. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการการพิสูจน์ทฤษฎีบท

3. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยบทนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ ซึ่งจะถูกนำมาใช้

4. ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 62-63) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหาโดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่ให้ค้นพบคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบาย พร้อมให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดเป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหาโดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาที่ทำ สามารถแบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 71) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหาสรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลการแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบการประมวลผล และแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่างๆในการหาคำตอบ

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (2554, น. 8-20) ได้กล่าวว่า นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่าง ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

1. พิจารณาจากผู้แก้ปัญหา

1.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นเป็นกิจวัตรในโรงเรียนและเมื่อเผชิญปัญหาก็สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ทันที ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน

1.2 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-Routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบบ่อยในโรงเรียน ซึ่งเมื่อต้องเผชิญปัญหาเหล่านั้นทำให้ต้องประมวลความรู้ความสามารถเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน

2. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (Problems to Find an Answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบหรือตัวไม่ทราบค่าซึ่งคำตอบมักอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายเหตุผล

2.2 ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่เป็นเท็จ

3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียวหรือปัญหาข้อความอย่างง่าย (One-Step Problems or Simple Translation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นปัญหาที่มีขั้นตอนเดียวและนักเรียนเคยพบมาก่อนในการเรียนการสอนปกติ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Operation)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอนหรือปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Multiple-Step Problems or Complex Translation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เช่นกัน แต่เป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอนหรือมากกว่าสองขั้นตอน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3.3 ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนสร้างคำถามขึ้นมาเอง ปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบหรือมีวิธีการและแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาประเภทนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบซึ่งทำให้นักเรียนต้องหาคำตอบของปัญหา และต้องอธิบายและแสดงวิธีการที่ได้มาของคำตอบด้วย

3.4 ปัญหาเป็นกระบวนการ (Process Problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที นักเรียนต้องค้นหาขั้นตอนและกลยุทธ์ในการหาคำตอบก่อน เช่น การวาดรูป การสร้างตารางหรือการแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ และหารูปแบบของปัญหาทั่วไป

3.5 ปัญหาการประยุกต์หรือปัญหาสถานการณ์ (Applied Problems or Situation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริง ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญหา ส่วนใหญ่มักเป็นปัญหาในชีวิตจริง (Real Life Problems) ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการ/วิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยหาคำตอบ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูล ประมวลผล /แปลผลข้อมูลและการตัดสินใจ

3.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problems) เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ เชาวน์ปัญญา และความเฉียบคมมาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งก็ต้องใช้เทคนิคเฉพาะ ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่มอง

ได้หลายแง่มุมและมักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ซึ่งผู้มีทักษะการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาประเภทนี้ได้ดี

3.6.1. แบ่งประเภทของปัญหาโดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหา

3.6.1.1 Routine Problems ปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น

3.6.1.2 Non-Routine Problems ปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น

3.6.2. แบ่งประเภทของปัญหาโดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

3.6.2.1 Problem to Find an Answer เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบ

3.6.2.2 Problem to Prove เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

3.6.3. แบ่งประเภทของปัญหาโดยพิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.6.3.1 ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problems) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบ

3.6.3.2 ปัญหาเป็นกระบวนการ (Process Problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที

3.6.3.3 ปัญหาสถานการณ์ (Situation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญหาที่คล้ายปัญหาในชีวิตจริง



สรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ แบ่งใน 2 ลักษณะ คือ ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการหรือโครงสร้างของปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่ข้อมูลที่จำเป็น และเพียงพอในการหาคำตอบมักพบในหนังสือเรียนทั่วไป และปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Non-routine Problem) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิดและปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหาจะใช้ต้องทักษะ ประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน มโนมติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็นหรือกำหนดข้อมูลไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธี คำตอบที่ได้ก็อาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

**2.2.3 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ไว้ดังนี้

ศูนย์พัฒนาหนังสือ (2544, น. 18) ได้กำหนด ลักษณะของปัญหาที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทายความสามารถนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป

4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ

5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้

7. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

8. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

9. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 171-174) ได้กำหนดลักษณะที่ดีของปัญหาที่ส่งเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจ ท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. ปัญหาที่แปลกใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน เพราะถ้านักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาแล้วปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป อย่างไรก็ตามสำหรับปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยครูอาจดัดแปลงกำหนดสถานการณ์ขึ้นใหม่หรือเปลี่ยนแง่มุมของคำถามให้ต่างไปจากเดิม เพื่อให้กลายเป็นปัญหาที่แปลกใหม่สำหรับนักเรียนก็ได้

3. ปัญหาที่มีสถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ และมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่น ๆ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้

4. ปัญหาในสถานการณ์จริงที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ การได้ลงมือแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะ/กระบวนการด้านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ด้วย

5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

6. ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้และปรับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมได้หลากหลาย ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไป เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูปที่จะนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบข้อความคาดการณ์และตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียน เพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งประกอบด้วยการคิด กำหนดปัญหาให้ชัดเจน การคิดหาคำตอบที่หลากหลาย การคิดพิจารณาไตร่ตรอง วิเคราะห์อย่างถี่ถ้วน รอบคอบและสมเหตุสมผล และตัดสินใจเพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์และคุ้นเคยกับกระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่ถูกต้อง

9. ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอตลอดจนช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นได้ชัดเจนยิ่งขึ้นด้วย

10. ปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เพื่อไม่ทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้

11. ปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบเลย เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิดเกี่ยวกับปัญหา ตัดสินได้ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา อะไรคือสิ่งที่กำหนดให้มา มีข้อมูลเพียงพอที่จะแก้ปัญหาได้หรือไม่หรือมีข้อมูลเกินหรือขัดแย้งกันบ้างหรือไม่ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์อาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบเลย

สรุปได้ว่า ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ดังต่อไปนี้ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ไม่ค่อยพบในห้องเรียนแปลกใหม่ช่วยกระตุ้น และพัฒนาความคิดท้าทายความสามารถของนักเรียน ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของนักเรียน ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ เป็นปัญหาที่สามารถใช้ยุทธวิธีหาคำตอบได้หลายวิธี เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะการสังเกตและการวิเคราะห์และปัญหาที่มีข้อมูลขาดหายมีข้อมูลเกินมีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบเลย

**2.2.4 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Bell (1978, p. 310) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหาโดยบุคคลผู้หาคำตอบ

Polya (1980, p. 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

Kennedy (1984, p. 81) ได้ให้ความหมายของ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคล ในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

The National Council of Teacher of Mathematics (2000, p. 52) ได้ระบุถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันทีซึ่งการหาคำตอบของนักเรียน ต้องนำความรู้ที่มีอยู่เข้าไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการที่จะได้มาซึ่งคำตอบ

Farayola and Salaudeen (2009, pp. 126-131) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการทางจิตใจที่ซับซ้อนในการแสดงผลการจินตนาการ การจัดการวิเคราะห์ และการสรุปความคิด โดยเริ่มจากปัญหาและสิ้นสุดเมื่อได้ตรวจสอบข้อมูลที่ได้รับมา

Brahier (2005, p. 13) ให้ความหมายของ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็น กระบวนการที่แต่ละบุคคล พยามยามใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน

Krulik and Reys (1980, p. 22) ได้ให้ความหมายของ การแก้ปัญหาว่าเป็น การประยุกต์ความรู้ที่ได้รับมาก่อนกับความรู้ใหม่ หรือสถานการณ์ใหม่ที่ยังไม่คุ้นเคยมาก่อน เข้าด้วยกัน เพื่อแก้ปัญหานั้น

Dossey (2002, p. 72) ได้ให้ความหมายของ การแก้ปัญหาว่าเป็นกระบวนการหาตอบให้คำถามหรือการจัดการกับสถานการณ์ต่าง ๆ ปัญหาที่ยากและน่าเบื่อดังนั้นกระบวนการแก้ปัญหาจึงต้องใช้องค์ความรู้ใหม่จากสถานการณ์นั้น ๆ ที่แตกต่างจากความรู้เดิม ใช้หลักการในการวางแผนยุทธวิธีที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ และจะได้มาซึ่งความรู้ใหม่จากสถานการณ์นั้น ๆ กระบวนการนี้อาจจะซับซ้อนยุ่งยากขึ้นมีการขยายไปสร้างการเชื่อมโยง ซึ่งนักเรียนจะได้ประสบการณ์จากกระบวนการนี้ และสามารถพัฒนายุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ประสาท อิศรปรีดา (2523, น. 17) ได้ให้ความหมายของการคิดแก้ปัญหาว่าเป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยสติปัญญา และความคิดทั้งรูปแบบพฤติกรรมที่ซับซ้อนต่าง ๆ อันเป็นผลมาจากพัฒนาการทางสติปัญญา การแก้ปัญหาจะต้องมีความสัมพันธ์ใกล้ชิดกับสติปัญญา

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์ (2528, น. 267) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดแก้ปัญหาว่าเป็นเพียงความสามารถในการใช้ประสบการณ์เดิมจากการเรียนรู้ ทั้งทางตรงและทางอ้อมนำมาแก้ปัญหาที่ประสบใหม่ ซึ่งในการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะสำเร็จหรือได้ผลดีขึ้นอยู่กับระดับความสามารถของเชาว์ปัญญาการเรียนรู้การรู้จักคิดแบบเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งวิธีการแก้ปัญหามักแตกต่างกันแล้วแต่ประสบการณ์ของผู้เรียน และสภาพการณ์ของปัญหาที่เกิดขึ้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวล เข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2542, น. 5) ได้ให้ความหมายของ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะไม่ขึ้นกับปัญหาเฉพาะ กระบวนการหรือวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่การพิจารณาที่สำคัญคือ จะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร การแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นข้อความ (Word Problem) จะแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์แนวคิด (Analytic Thinking) และกลวิธีการคิด (Thinking Strategy) ซึ่งผู้สอนจะต้องฝึกให้มากพอ เพื่อผู้เรียนจะได้คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

สมเดช บุญประจักษ์ (2543, น. 62) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

อาริสา รัตนเพ็ชร และจิราพร ชมพิกุล (2544, น. 41) ได้ศึกษาทักษะการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน และสรุปได้ว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คือกระบวนการในการแก้ปัญหา และถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของความสามารถของบุคคล มีนักวิจัยได้กล่าวถึง ขั้นตอนและกระบวนการในการแก้ปัญหาไว้หลายลักษณะ สาหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่มีเหมาะสมกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา พยายามเข้าใจในปัญหา สรุป วิเคราะห์ แปลความทำความเข้าใจให้ได้ว่าโจทย์ให้หาอะไร ข้อมูลที่กำหนดในโจทย์มีอะไรบ้าง ข้อมูลเพียงพอหรือไม่

ขั้นตอนที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหาและวางแผนว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา เช่น การลองผิดลองถูก หรือการหารูปแบบที่มีความสัมพันธ์ของข้อมูล รวมถึงความคล้ายคลึงของปัญหาเดิมที่เคยเรียนมา

ขั้นตอนที่ 3 การลงมือทาตามแผน เป็นการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ถ้าขาดทักษะใดจะต้องเพิ่มเติมเพื่อนำไปใช้ให้เกิดผลดี ขั้นนี้จะถามถึงวิธีการแก้ปัญหาด้วย

ขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบคำตอบ เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าถูกต้อง สิ่งที่ควรจะเน้นย้ำในการแก้ปัญหาคืออะไร และขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่ดีและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในปัญหาอื่น ๆ คือ การทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหานั้นโดยวิธีการใช้อุปกรณ์ประกอบเรื่องราวของโจทย์ใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ จำแนกออกมาให้ได้ว่าโจทย์ปัญหาถามอะไรบอกอะไร และวิธีการทำอย่างไรก่อนที่จะถึงขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา และการหาคำตอบให้ถูกต้อง

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) ได้ให้ความหมายของ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการทำงาน โดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผนโดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, น. 109) ได้ให้ความหมายของ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหายุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สุกัญญา สุขสบาย (2556, น. 6) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการค้นหาคำตอบของปัญหา หรือสิ่งที่โจทย์ถามหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความคิดหลักการ และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กาหนดในปัญหา เพื่อกาหนดเป็นกระบวนการ ในการค้นหาคำตอบของปัญหา

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงวิธีการคิด แสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหา หรือข้อคำถาม หรือโจทย์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ซึ่งคำตอบและนำมาแก้ปัญหาที่ประสบใหม่ ซึ่งในการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะสำเร็จหรือได้ผลดีขึ้นอยู่กับระดับความสามารถของเชาว์ปัญญา

**2.2.5 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2536, น. 157) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็นและแก้ปัญหาได้ เพื่อจะนำกระบวนการนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันต่อไป เพราะการที่ได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดมีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล เพราะรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่งและมักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดี มักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, น. 26) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญที่นักเรียนจะต้องฝึกฝน พัฒนาให้เกิดขึ้นรวมทั้งกลยุทธ์/ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีหลายวิธี ซึ่งการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาควรเลือกให้เหมาะสมกับปัญหา

ศศิธร แม้นสงวน (2555, น. 169) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานสำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอเพื่อจะช่วยให้นักเรียนเผชิญกับสถานการณ์ของปัญหาที่แตกต่างกันออกไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 6) เสนอว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

สรุปได้ว่า ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่นักเรียนควรจะเรียนรู้และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน จะช่วยให้นักเรียนมีระเบียบขั้นตอนในการคิดมีแนวคิดที่หลากหลายรู้จักคิดอย่างมีเหตุผลมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

**2.2.6 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวถึงกระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Polya, (1957, p. 16-17) ได้เสนอขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหา

ออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยทำให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) ผู้เรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้

2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อน หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาสิ่งที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาดูว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยพบมาใช้กับโจทย์ที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจสอบดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ

Gagne (1970, p. 63) อธิบายว่า กระบวนการแก้ปัญหาเป็นรูปแบบของการเรียนรู้อย่างหนึ่งที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องกันตั้งแต่สองประการขึ้นไป และใช้หลักการนั้นประสมประสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่า ความสามารถทางด้านความคิดแก้ปัญหา การเรียนรู้ประเภทนี้ต้องอาศัยหลักการเรียนรู้มโนมติ โดยสามารถมองเห็นลักษณะร่วมกันของสิ่งเร้าทั้งหมด

Guildford, (1971, p. 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหามี 5 ขั้นตอน คือ

1. เตรียมการ คือ ค้นหาว่าปัญหาคืออะไร

2. วิเคราะห์ คือ พิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา

3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการเหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข

4. ตรวจสอบผล คือ พิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่จะต้องหาวิธีอื่นจนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

5. นำไปประยุกต์ใช้ คือ นำวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลไปใช้กับปัญหาที่คล้ายกันในโอกาสต่อไป

Good (1973, p. 439) ให้ความหมายของกระบวนการแก้ปัญหาว่า เป็นกระบวนการที่เราใช้เพื่อค้นหาหรือทำให้เกิดความสัมพันธ์ใหม่ ๆ จากสิ่งต่าง ๆ ที่เรากำลังสังเกตหรือรับรู้ กระบวนการดังกล่าวนี้ ประกอบด้วยการตั้งสมมติฐานทั้งแบบเปิดเผย และไม่เปิดเผยโดยใช้ความคิด

และความเข้าใจทั้งอย่างง่าย ๆ หรืออย่างซับซ้อน เพื่อตรวจสอบสมมติฐานนั้นกระบวนการดังกล่าวนี้ถ้ากระทำอย่างเป็นระบบก็เรียกว่า การวิจัย

Bell (1978, p. 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป

2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้

3. ตั้งสมมติฐาน และเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

4. ตรวจสอบสมมติฐาน และดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา หรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้

5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

Krulik and Reys, (1980, p. 43) กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ไขปัญหา ไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหาพิจารณาว่าอะไรที่ไม่รู้และสิ่งที่โจทย์บอกมีอะไรบ้าง

2. วางแผนในการแก้ไขปัญหาต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับตัวไม่ทราบค่า

3. ดำเนินการตามแผน ควรตรวจสอบทีละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ อย่าทำข้ามขั้น

4. ขั้นตรวจสอบ ตรวจดูอีกครั้งว่าใช้ข้อมูลหมดหรือยัง ใช้ได้ดีหรือยัง

Lester, (1982, pp. 1-5) and O'Daffer (1987, pp.4-6) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการแก้ปัญหา เพื่อประโยชน์ในการพัฒนาความคิดของผู้เรียนไว้ 7 ขั้นตอน คือ

1. ทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถจับใจความให้ได้ว่า คำถามในปัญหานั้นคืออะไรมีอะไรบ้าง ตัวปัญหาให้ความคิดในการแก้ปัญหาบ้างหรือไม่ คำถามในปัญหาเหล่านั้นสอดคล้องกันมีความสัมพันธ์กันเพียงใด ข้อความในคำถามนั้นเกี่ยวข้องกับศัพท์เฉพาะหรือคำที่เป็นกุญแจสำคัญของปัญหาเพียงใด หรือเป็นเพียงคำถามธรรมดาทั่ว ๆ ไปตัวคำถามมีส่วนใดบ้างที่เป็นคำถามหลักอันจะนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งทำให้สามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้

2. ทำความเข้าใจเงื่อนไขที่สำคัญของปัญหา และตัวแปรที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหานั้นในการแก้ปัญหาจำเป็นที่จะต้องจำแนกให้ได้ว่า ส่วนใดเป็นตัวแปรส่วนใดเป็นเงื่อนไขเงื่อนไขจะมีผลต่อตัวแปรอย่างไรได้บ้าง การทำความเข้าใจในขั้นนี้อาจมีความจำเป็นต้องเขียน แผนภาพวาดภาพประกอบ เขียนเป็นสมการ สร้างตาราง แสดงรายการ เฉพาะที่เป็นกุญแจสำคัญของตัวปัญหาและจัดข้อมูลเงื่อนไขต่าง ๆ ให้เป็นหมวดหมู่พร้อมโยงความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันระหว่างตัวแปรเงื่อนไขข้อมูลอื่น ๆ ให้อยู่ในรูปที่เข้าใจได้โดยง่าย

3. เลือกหรือค้นหาข้อมูลที่จำเป็นสำหรับใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถกล่าวได้ว่าขั้นตอนนี้มีความสำคัญมากที่จะทำให้การแก้ปัญหาสำเร็จหรือไม่ เพราะผู้ที่จะสามารถแก้ปัญหาได้ดีจะต้องทราบว่าข้อมูลใดบ้างที่มีความจำเป็นต้องใช้ ข้อมูลใดที่สามารถละเลยทิ้งเสียได้การรวบรวมข้อมูลจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ จะช่วยให้ได้ข้อมูลข่าวสารอันจะเป็นประโยชน์ยิ่งสำหรับการแก้ปัญหาและตัดสินใจในภายหลังการเก็บข้อมูลในรูปของกราฟข้อมูลทางสถิติ แผ่นภาพ หรือ ตาราง จะช่วยให้ข้อมูลอยู่ในลักษณะที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจ และเป็นรูปธรรมมากขึ้นซึ่งแน่นอนว่าข้อมูลต่าง ๆ เหล่านี้จะช่วยประโยชน์ให้สามารถเข้าใจปัญหา เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรกับเงื่อนไขต่าง ๆ ได้ชัดเจนมากขึ้น

4. หายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาโดยแยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ หลาย ๆ ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมสำหรับแต่ละปัญหาในการแก้ปัญหาเหล่านั้น ขั้นตอนนี้จะเป็นส่วนหนึ่งของการวางแผนแก้ปัญหาการแยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ทำได้วิธีหนึ่งก็คือแยกปัญหาออกเป็นคำถามย่อย ๆ ว่าแต่ละปัญหาต้องการคำตอบอะไรบ้าง ให้ตั้งเป็นคำถามแล้วหาวิธีการในการตอบคำถามเหล่านั้นโดยใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อให้ปัญหาทั้งหมดได้รับการแก้ไขที่สำคัญคือจะต้องรู้ว่าจะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา และจะใช้ยุทธวิธีแต่ละวิธีอย่างไรให้เหมาะสมกับแต่ละปัญหา และจะใช้วิธีการนั้น ๆ เมื่อใดดังนั้นในขั้นนี้จำเป็นจะต้องมีการวางแผนและนำยุทธวิธีบางยุทธวิธี หรือหลายยุทธวิธีมาทดลองใช้โดยการดำเนินการเป็นขั้นตอนและมีจุดหมายคือการแก้ปัญหาให้ได้

5. เสริมการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาโดยวิธีทางคณิตศาสตร์การจะแก้ปัญหาให้เป็นผลสำเร็จนอกจากจะใช้ยุทธวิธีที่ถูกต้องแล้ว ยังมีความจำเป็นต้องใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมประกอบด้วย เช่น ใช้สูตรที่ตรงกับปัญหาที่ต้องการ การใช้เครื่องคิดเลขคอมพิวเตอร์ช่วยในการแก้ปัญหาให้เร็วขึ้น การใช้หลักการของการคิดแบบเหตุและผลใช้การกำหนดตัวแปรแล้วแทนค่าความสัมพันธ์ด้วยสมการ การสร้างตารางทำเป็นรายการสร้างรูปแบบจะช่วยให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

6. ให้คำตอบที่เป็นไปได้ เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบ จากปัญหาที่ต้องการหาคำตอบผู้ตอบปัญหาย่อมจะทราบว่าคำถามต้องการค้าตอบอย่างไร เช่นต้องการคำตอบเป็นระยะทางเป็นน้ำหนัก เป็นข้อเสนอแนะ ฯลฯ การเขียนข้อความของคำตอบไว้ล่วงหน้าพร้อมหน่วย เช่น คำตอบคือมีจำนวนตัวจะทำให้เห็นแนวทางในการตอบอย่างชัดเจนว่า การแก้ปัญหานั้นต้องการคำตอบอะไรและทำอย่างไรจึงจะหาคำตอบมาให้ได้

7. ประเมินผลว่า คำตอบที่เป็นผลลัพธ์นั้นเป็นไปได้เพียงใด ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบหรือมองย้อนกลับนั่นเอง คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาที่ได้ทำมาทั้งหมดนั้นน่าจะถูกต้องหรือไม่มีเหตุมีผลอันสมควรเพียงใด และน่าจะยอมรับได้หรือไม่โดยสามัญสำนึกทั่ว ๆ ไปขั้นตอนนี้ อาจจะเป็นการกลับไปตรวจดูตัวปัญหาอีกครั้งหนึ่งว่าปัญหาคืออะไรและคำตอบที่ได้ได้ตอบปัญหาได้อย่างสมบูรณ์หรือยัง นอกจากนั้นยังเป็นขั้นตอนที่ต้องตรวจสอบวิธีทำตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนต่าง ๆ ว่าถูกต้องหรือไม่มีการใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมมีการคิดคำนวณที่ถูกต้อง หรือยังการประมาณค่าของคำตอบเพื่อตรวจสอบคำตอบเป็นไปได้หรือไม่อาจจะเป็นวิธีตรวจสอบ คำตอบที่ดีวิธีหนึ่ง

Brannon (1983, p. 18) ได้จำแนกกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดขอบเขตของปัญหา โดยต้องทำความเข้าใจว่า ปัญหาคืออะไร อย่างชัดเจนโดยการอ่านและการตั้งคำถาม

2. ค้นหาข้อมูลที่มีความจำเป็นที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

3. วิเคราะห์ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการกำหนดรูปแบบอาจเขียนภาพประกอบ สร้างตาราง เขียนกราฟ หรือมองหารูปแบบที่ใช้การบรรยายลักษณะและสถานการณ์ของปัญหาได้

4. แก้ปัญหาโดยใช้การคำนวณความจำเป็นเพื่อให้ได้คำตอบ และมีการตรวจสอบคำตอบ

5. มองย้อนกลับ โดยการใช้ข้อมูลเป็นพื้นฐานในการอธิบาย ใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาเป็นประโยชน์สำ หรับการแก้ปัญหาในลักษณะอื่น ๆ ต่อไป

6. มองไปข้างหน้า ใช้ความรู้เกี่ยวกับปัญหาที่ได้แก้แล้วให้เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาใหม่ว่าจะทำได้ในรูปแบบต่าง ๆ กัน อย่างไรบ้าง

Krulik and Rudnick (1987, pp. 39-57) กล่าวถึง ลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริง และคำถามอยู่ร่วมกันอาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ในขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของเขาเองได้

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหารวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหาโดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาด ภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุดแต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัยการประมาณค่าการใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิตและการใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นนี้ประกอบด้วยการตรวจสอบคำตอบ การค้นหาทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถามการขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

Lesh and Zawojewski (1988, p. 48) ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าควรประกอบด้วยขั้นตอนอย่างน้อย 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. อธิบายสถานการณ์ของปัญหา โดยใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

2. ทำการคำนวณ อธิบายรายละเอียดอย่างง่าย ๆ หรือใช้สมการช่วยในการแก้ปัญหา

3. ประเมินผลคำตอบว่ามีความถูกต้องหรือไม่เขาได้กล่าวเสริมว่า ในขั้นตอนของการแก้ปัญหานั้นที่สำคัญคือนักเรียนจะต้องเขียนปัญหาในรูปที่ง่ายขึ้นให้ได้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหา เช่น การเขียนสมการประกอบสมการอาจจะช่วยในการอธิบายลักษณะของปัญหาลักษณะของคำ สรุปซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถตัดสินได้ว่าคำตอบที่ได้รับสมเหตุสมผลหรือไม่

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 97) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะในการแก้ปัญหาผู้เรียนต้องใช้ความคิดรวบยอดทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ หรือสูตร แต่ผู้เรียนส่วนใหญ่มักไม่ประสบผลสำเร็จ เนื่องจากผู้เรียนมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่าน ทำความเข้าใจโจทย์และการวิเคราะห์โจทย์ ซึ่งในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ผู้เรียนต้องแยกแยะว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือโจทย์ถามอะไร หรือโจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร

2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการ กฎ สูตร หรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้วมาใช้ เช่น การเขียนภาพลายเส้น การเขียนตาราง แผนภาพช่วยในการแก้ปัญหา บางครั้งในบางปัญหาอาจใช่ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย

3. การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจใช้ทักษะการคิด คำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์

4. การตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ มีวิธีการอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ ตลอดจน การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544, น. 191–192) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนก่อนแล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหากระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนมีดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ

ในกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนนี้ยังอาศัยทักษะอื่น ๆ ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการเช่นทักษะการอ่านโจทย์ปัญหาทักษะการแปลความหมายทางภาษาซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้วทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูป หรือแผนภาพตารางการสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์หรือคาดคะเนคำตอบ ประกอบด้วยผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้ โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวนหรือความรู้สึกเชิงปริภูมิในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

ทิศนา แขมมณี (2545, น. 124-125) กล่าวว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุปและตระหนักในปัญหานั้น

2. การวิเคราะห์ ให้ผู้เรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

3. สร้างทางเลือกให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม และควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียน

4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกการปฏิบัติงานเพื่อรายงาน และตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. สรุป ผู้เรียนสรุปความด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำในรูปของรายงาน

สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่ได้วางไว้ และขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นการตรวจสอบ และสรุปคำตอบเพื่อให้แน่ใจว่าได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

**2.2.7 ความหมายของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา ให้ความหมายของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้



ปรีชา เนาวเย็นผล (2537, น. 14) ให้ความหมายว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเทคนิควิธีการเฉพาะอย่างที่เหมาะสมกับการกับการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา เป็นเครื่องนำทางช่วยในการแก้ปัญหา โดยผู้ที่แก้ปัญหาสามารถนำไปปรับใช้ให้เหมาะสมกับสภาพของปัญหาได้

สมทรง สุวพานิช (2542, น. 83) กล่าวถึงความหมายของ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาว่ากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เทคนิคหรือวิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพปัญหาแต่ละปัญหาซึ่งเป็นเครื่องมือที่ช่วยชี้แนะนำทางในการแก้ปัญหา โดยที่ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ปัญหานั้น

Burger and Musser (1988, p. 17) กล่าวถึง กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง เครื่องมือที่มีประโยชน์อย่างยิ่งในการช่วยวางแผนและหาวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Heddens and Speer (1992, p. 35) กล่าวถึง กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง เทคนิคหรือวิธีการที่นักเรียน หรือผู้แก้ปัญหานำมาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเป็นสิ่งที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย

Hatfield, Edward and Bitter (1993, p. 55) กล่าวถึง กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง วิธีการที่เหมาะสมในการหาคำตอบของปัญหาแต่ละปัญหา

Kennedy anid Tipps (1994, p. 135) กล่าวถึง กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง วิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหาซึ่งใช้ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม

Reys, Suydarn and Lindquist (1995, p. 60) กล่าวถึง กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องนำทางสำหรับช่วยนักเรียนใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้บรรลุเป้าหมายจนได้คำตอบที่ต้องการ

สรุปได้ว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เทคนิคหรือวิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพปัญหาแต่ละปัญหา ซึ่งเป็นเครื่องมือที่เครื่องนำทางสำหรับช่วยนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้บรรลุเป้าหมาย เพื่อให้สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องและรวดเร็ว ได้แก่ การเดาและตรวจสอบคำตอบ การวาดภาพ การสร้างตาราง การใช้ตัวแปร การค้นหารูปแบบ การแบ่งกรณี และการใช้เหตุผล เป็นต้น

**2.2.8 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าววถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, pp. 45-50) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ (Pattern Recognition)
2. การทำย้อนกลับ (Working Backwards)
3. การคาดเดาและการตรวจสอบ (Guess and Test)
4. การแสดงบทบาทสมมุติ หรือ การทดลอง (Simulation or Experimentation)
5. การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction / Expansion)
6. การแจงรายกรณีอย่างเป็นระบบ (Organized Listing / Exhaustive Listing)
7. การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction)



Hatfield, Edwards and Bitter (1993, pp. 50-60) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 11 วิธี ดังนี้



1. การประมาณค่าและการตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นวิธีในการนำเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินว่าแนวทางแก้ปัญหาน่าจะเป็นวิธีใด ซึ่งคำตอบที่ได้อาจไม่ถูกต้องก็ได้คำตอบที่ประมาณขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณคำตอบสามารถทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

2. การหาแบบรูป (Looking for Pattern) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้น คือ การหาแบบรูปจากข้อมูลที่ให้มา และทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา

3. การตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่ เพียงพอมีบางส่วนขาดหายไป

4. การเขียนภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Picture, Graphs and Table) วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยังยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟ และตารางเป็นการ แสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น ช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคบลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

7. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้นักเรียนเข้าใจมโนมติการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

8. การทำงานแบบย้อนกลับ (Working Backwards) การพิสูจน์ทางเรขาคณิตมักใช้วิธีนี้ นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหานั้นทันที (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือกระทำการแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่าย ๆ

11. การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวนน้อย ๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะแก้ไขปัญหาที่มีอยู่ นักเรียนจะต้องใช้ความรู้ในการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

Musser and Shaughnessy (1980, pp. 137-145) เสนอยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาในโรงเรียนไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. การทดสอบวิธีต่าง ๆ และตัดวิธีที่ผิดทิ้ง (Trial and error) เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ตรงที่สุดประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลที่กำหนดให้ วิธีการนี้นำไปสู่เรื่องราวที่สัมพันธ์กับความรู้และความรู้ที่ใช้นั้นไม่กว้างมากนัก

2. การค้นหาแบบรูป (Patterns) เป็นการหาคำตอบโดยการสังเกตจากตัวอย่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คำตอบที่ได้จะเป็นรูปทั่วไปที่ได้จากตัวอย่างที่โจทย์นั้นกำหนดให้

3. การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Solving a Simple Problem) เป็นการหาคำตอบโดยการทำปัญหาให้ง่ายขึ้นจากปัญหาที่ซับซ้อน ทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่าย คือ การแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

4. การทำย้อนกลับ (Working backward) เป็นการหาคำตอบโดยเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการหรือสิ่งที่จะพิสูจน์แล้วเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

5. การสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) เป็นการหาคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อสามารถตัดสินใจบนฐานการวิเคราะห์ข้อมูลคำตอบที่ได้จากการทดลอง

Mattin (1983, pp. 225-229) เสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 วิธีคือ

1. การใช้สัญลักษณ์ (Symbol) ถือว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากในการสร้างตัวแทนของปัญหาที่เป็นนามธรรมที่ไม่ซับซ้อน

2. การเขียนรายการ (List) สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถแปลงข้อมูลให้เป็นสัญลักษณ์ได้ก็สามารถใช้การเขียนรายการแทนโดยเขียนเฉพาะข้อมูลที่สำคัญของปัญหา ซึ่งทำให้สามารถมองเห็นลักษณะของปัญหาได้ชัดเจนขึ้น

3. การใช้ตารางสัมพันธ์ (Matrices) เป็นตารางชี้ให้เห็นถึง การเชื่อมโยงของข้อมูลของปัญหาใช้ได้ดีกับปัญหาที่มีความซับซ้อน

4. การใช้กราฟ (Graphs) มีประโยชน์สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์หรือการเขียนรายการ หรือการใช้ตารางสัมพันธ์ในการสร้างตัวแทนปัญหา โดยที่การใช้กราฟยังสามารถแสดงถึงการเคลื่อนไหวของสิ่งต่างๆ ได้ด้วย

5. การเขียนภาพ (Figure) เป็นการเขียนภาพประกอบ เพื่อสร้างความเข้าใจในปัญหาการเขียนภาพจากการใช้จิตนาการซึ่งมีประโยชน์ในการใช้กับข้อมูลที่ไม่มีกฎเกณฑ์ และช่วยขจัดรูปแบบเก่า ๆ ในการหาสิ่งที่เป็นตัวแทนของปัญหา นอกจากนี้อาจเขียนภาพเป็นแผนภูมิหรือโครงร่างแทนความเข้าใจ ซึ่งในการสร้างตัวแทนของปัญหานั้นไม่อาจกล่าวได้ว่าวิธีใดดีที่สุดเพราะบางวิธีไม่สามารถใช้กับบางปัญหาและบางปัญหาอาจต้องใช้หลายวิธีร่วมกัน

Kennedy (1984, p. 82) ให้ความคิดเห็นในเรื่องยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การหารูปแบบเป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดและจัดเป็นรูปแบบทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม (Triamguler Number)

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ เช่นกำหนดปัญหาต้องการจัดนักเรียน 12 คน ทำกิจกรรม 2 อย่าง โดยมีเงื่อนไขว่าให้นักเรียนทำกิจกรรมแรกอย่างเดียว 3 คน และทำกิจกรรมทั้งสองอย่าง 4 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่ทำกิจกรรมแต่ละอย่างเขียนเป็นภาพแทนสถานการณ์ปัญหา



3. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายซึ่งสามารถนำไปสู่การค้นพบรูปแบบและข้อแนะอื่นๆ

4. การเดาและตรวจสอบเป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเผาและตรวจสอบอีกครั้งจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเคาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่ายแต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่นๆ

5. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ เป็นการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหาใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจงกรณี

6. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหามีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ ถูกต้อง แสดงว่าเข้าใจปัญหานั้นและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้องแสดงว่าเข้าใจปัญหานั้นและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

7. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นสุดท้ายแล้วหาย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

9. การแบ่งปันเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหาความซับซ้อนหรือหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาค่าตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนดหรือบางปัญหาอาจจะต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่เคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

Cruikshark and Sheffield (2000, pp. 41-44) เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check)

2 การหาแบบรูป (Look for a Pattern)

3. เขียนรายละเอียดของโจทย์ (Make a Systematic List)

4. สร้างและวาดรูปหรือแบบจำลอง (Make and use a Drawing or Model)

5. กาจัดสิ่งที่เป็นไปได้ (Eliminate Possibilities)

Reys et al (2004, pp. 124-130) เสนอยุทธวิธีที่นักเรียนได้สัมผัสกับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา และนักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก่ปัญหาจากสถานการณ์นั้น

1. ใช้ภาพหรือแผนภาพ (Make a Drawing or Diagram) เป็นการเขียนภาพหรือ แผนภาพของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้

2. ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) เป็นการใช้แบบรูปของจำนวน หรือรูปภาพทีโจทย์กำหนดให้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

3. สร้างตาราง (Construct a Table) เป็นการจัดระเบียบของข้อมูลในรูปแบบของตารางช่วยให้ผู้แก้โจทย์ปัญหา มองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้

4. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify all Possibilities) ยุทธวิธีนี้มักใช้ร่วมกับยุทธวิธีสร้างตาราง และค้นหาแบบรูป ทำให้นักเรียนรู้ว่าคำตอบของโจทย์ปัญหาเป็นอะไรได้บ้าง

5. เคาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นการคาดเดาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบที่ได้ ผู้แก้ปัญหาจะมั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากการเดาถูกต้องหรือไม่ จะต้องตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขทีโจทย์กำหนดหรือไม่

6. หาย้อนกลับ (Work Backward) เป็นการหาคำตอบโดยพิจารณาจากข้อมูลสุดท้ายที่โจทย์กำหนดมาให้ ช่วยในการหาคาตอบที่โจทย์ถาม

7 เขียนประโยคเปิด (Write an Open Sentence) เป็นการฝึกหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในประโยคคำถาม ซึ่งมีลักษณะเหมือนคำทาย เพื่อใช้ในการหาคำตอบ

8 แก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solvea Simpler er Similar Problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ที่มีลักษณะที่ง่ายกว่า หรือคล้ายกัน โดยมีโครงสร้างของปัญหาเหมือนเดิมแล้วนำวิธีการนั้นไปแก้ปัญหา

9. เปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change Your Point of View) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาทีละตอนทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 21-71) กล่าวถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. กลยุทธ์เดาและตรวจสอบคำตอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดแล้วคาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผลจากการคาดเดาครั้งแรก ๆ

2. กลยุทธ์การวาดภาพ เป็นการแสดงสภาพการณ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ออกมาเป็นภาพ เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาแจ่มชัดขึ้นทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถกำหนดแนวในการแก้ปัญหาได้รวดเร็วขึ้น

3. กลยุทธ์การสร้างตาราง เป็นการแจกแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสภาพการณ์ที่ปัญหากำหนด โดยนำมาเขียนในรูปของตารางเป็นการจัดระบบข้อมูลทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

4. กลยุทธ์ใช้ตัวแปร แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งจะเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนหรือปริมาณ โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่แล้วศึกษาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น

5. กลยุทธ์ค้นหารูปแบบ เป็นการศึกษาข้อมูลที่มีอยู่แล้ววิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นแล้วคาดเดาคำตอบ และสรุปเป็นรูปแบบหรือกฎเกณฑ์ของข้อมูลเหล่านั้นทำให้ได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ

6. กลยุทธ์แบ่งกรณี เป็นการแบ่งปัญหาออกเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ทำให้แต่ละกรณีมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วนำมาพิจารณาหาคำตอบของทุกกรณีร่วมกันจะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา

7. กลยุทธ์การใช้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้เป็นเหตุบังคับให้เกิดผลซึ่งต้องผสมผสานกับความรู้และประสบการณ์ต่างๆ ผู้แก้ปัญหามีอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

8. กลยุทธ์สร้างปัญหาขึ้นใหม่ เป็นการสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิมแต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ตลอดจนแบ่งปัญหาเดิมออกเป็นปัญหาย่อยๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิมจะ ทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเดิม

9. กลยุทธ์สร้างแบบจำลอง เป็นการทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น เป็นการสื่อที่เป็นรูปธรรมมาแสดงสถานการณ์ปัญหา และรวมไปถึงใช้สื่อในการแก้ปัญหา

10. กลยุทธ์ทำย้อนกลับ ปัญหาบางชนิดสามารถแก้ไขได้ง่ายกว่าถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อยกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน กลยุทธ์มองย้อนกลับใช้กระบวนการการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่กำหนด

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร (2544, น. 5) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้หลายวิธี เช่น

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and check)
2. ทำให้ปัญหาง่ายลง (Make a simplier problem)
3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern)
4. วาดรูป หรือแผนภาพ (Draw a picture)
5. ทำตาราง (Make a table)

6. แจงกรณีอย่างมีระบบ (Make an organized list)

7. ทำย้อนกลับ (Work backward)

8. ใช้หลักเหตุผล (Use logical reasoning)

9. การแสดงบทบาทสมมติ (Simulation)

สมวงษ์ แปลงประสพโชค และสมเดช บุญประจักษ์ (2545, น. 19) ได้กล่าวถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทดลองกับตัวอย่างง่ายๆ

2. สร้างตาราง

3. เขียนแผนภาพ หรือรูปภาพ หรือสร้างโมเดล

4. หารูปแบบและตั้งกฎทั่วไป

5. เดาและตรวจสอบ ลงมือทดลองวิธีการเพื่อดูผล

6. กล่าวถึงปัญหาในรูปแบบใหม่ โดยเฉพาะรูปแบบที่เรารู้จัก

7. ให้ความสนใจทุกกรณีที่เป็นไปได้

8. หยุดเปลี่ยนมุมมองใหม่

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 3–4) สรุปยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่สำคัญ ดังนี้

1. ยุทธวิธีหาแบบรูปยุทธวิธีนี้จะพิจารณาแบบรูปของส่วนแรกในลำดับของสิ่งที่มาก่อนแล้วใช้แบบรูปที่หามาให้ในการหาพจน์ถัดไป

2. ยุทธวิธีสร้างตาราง ใช้ตารางในการรวบรวมข้อมูลเพื่อช่วยให้เห็นรูปแบบหรือใช้ตารางในการพิจารณาที่เป็นไปให้ทั้งหมดของปัญหานั้น

3. ยุทธวิธีพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง เป็นการค้นหาปัญหาที่คล้ายกัน ซึ่งเคยแก้มาก่อนช่วยในการแก้ปัญหาใหม่ที่เจอ



4. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้นห้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้ายแล้วทำย้อนกลับ

5. ยุทธวิธีการเขียนสมการ ยุทธวิธีนี้ใช้ทางพีชคณิตโดยสร้างสมการให้สอดคล้องกับปัญหาแล้วดำเนินการเดาครั้งนั้นไม่ถูกต้องขั้นต่อไปคือ การเรียนเกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้นแล้วเราต่อไป

6. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลดความเป็นไปได้แล้วตรวจคำตอบให้มากขึ้นแล้วเดาต่อไป

7. การวาดภาพ ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้มองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรมทำให้ปัญหานั้นดูง่ายขึ้นและเป็นรูปธรรมมากขึ้น

8. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็นผู้แก้ปัญหา จึงควรตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อทำให้ข้อมูลนั้นแคบลง

9. ลงมือแก้ปัญหาทันทีที่พบปัญหา เป็นการลงมือแก้ปัญหาแล้วทำให้เพิ่มขั้นตอนการแก้ปัญหาให้ง่ายขึ้น

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 73-77) รวบรวมยุทธวิธีที่นำมาใช้ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การหาแบบรูป เป็นยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ดีแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องจะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การพิสูจน์หรือการให้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูปนิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจเป็นแบบรูปของจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต

2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้

4. สร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตารางอาจช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้นๆ

5. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหาใช้ได้ดีกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

6. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบให้ถูกต้อง

7. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้มาจากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น เป็นการใช้กระบวนการของการวิเคราะห์ที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยพิจารณาจากเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับข้อมูล ที่กำหนดการดำเนินการย้อนกลับใช้ได้ดีกับ การแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น การพิสูจน์ทางเรขาคณิต

8 แบ่งเป็นปัญหาย่อย หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมี หลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนและขั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 13-41) กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญ และสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่ลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจขจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสมยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูป และการสร้างตารางมาช่วยในการแจงกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรกๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไรหลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการมักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหาถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้อง การอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือการเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพจนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้งยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

สรุปได้ว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เทคนิคหรือวิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพปัญหาแต่ละปัญหา ช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้บรรลุเป้าหมายเพื่อให้สามารถ หาคำตอบได้ถูกต้องและรวดเร็ว ได้แก่ การวาดภาพ การสร้างตาราง การใช้ตัวแปร การค้นหารูปแบบ การแบ่งกรณี การใช้เหตุผล เป็นต้น

**2.2.9 การสังเคราะห์กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ศึกษาวิเคราะห์กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 2-71) สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 3-4) สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 73-77) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 14-17) Musser and Shaughnessy (1980, pp. 137-145) Matlin (1983, pp. 225-229) Kennedy (1984, p. 82) Cruikshank and Sheffield (2000, pp. 41-44) และ Reys et al (2004, pp. 124-130) ผลการวิเคราะห์ดังตารางที่ 2.2

**ตารางที่ 2.2** ผลการสังเคราะห์กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 1. ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 2–71) | 2. สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 3–4) | 3. สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 73–77) | 4. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 14-17) | 5. Musser and Shaughnessy (1980, pp. 137-145) |
|---|---|---|---|---|---|
| กลยุทธ์เดาและตรวจสอบคำตอบ | ✓ | ✓ | - | ✓ | - |
| กลยุทธ์การวาดภาพ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | - |
| กลยุทธ์การสร้างตาราง | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | - |
| กลยุทธ์ใช้ตัวแปร | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | - |
| กลยุทธ์ค้นหารูปแบบ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| กลยุทธ์แบ่งกรณี | ✓ | - | ✓ | ✓ | - |
| กลยุทธ์การใช้เหตุผล | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| กลยุทธ์สร้างปัญหาขั้นใหม่ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | - |
| กลยุทธ์สร้างแบบจำลอง | ✓ | - | ✓ | - | ✓ |
| กลยุทธ์ทำย้อนกลับ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| ลงมือแก้ปัญหาทันทีที่พบปัญหา | - | ✓ | - | ✓ | - |
| การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า | - | - | - | - | ✓ |
| เขียนประโยคเปิด | - | - | - | - | - |

(ต่อ)

**ตารางที่ 2.2** (ต่อ)

| กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 6. Matlin (1983, น. 225-229) | 7. Kennedy (1984, น. 82) | 8. Cruikshank and Sheffield (2000, น. 41-44) | 9. Reys et al (2004, น. 124-130) | 10. กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัย |
|---|---|---|---|---|---|
| กลยุทธ์เดาและตรวจสอบคำตอบ | - | ✓ | ✓ | - | - |
| กลยุทธ์การวาดภาพ | ✓ | ✓ | - | ✓ | ✓ |
| กลยุทธ์การสร้างตาราง | ✓ | ✓ | - | ✓ | ✓ |
| กลยุทธ์ใช้ตัวแปร | ✓ | ✓ | ✓ | - | ✓ |
| กลยุทธ์ค้นหารูปแบบ | - | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| กลยุทธ์แบ่งกรณี | ✓ | ✓ | - | ✓ | ✓ |
| กลยุทธ์การใช้เหตุผล | - | ✓ | - | - | ✓ |
| กลยุทธ์สร้างปัญหาขั้นใหม่ | - | - | - | - | - |
| กลยุทธ์สร้างแบบจำลอง | - | - | ✓ | - | - |
| กลยุทธ์ทำย้อนกลับ | - | | - | | - |
| แก้ปัญหาทันทีที่พบปัญหา | - | - | - | - | - |
| การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า | - | - | - | ✓ | - |
| เขียนประโยคเปิด | - | - | - | ✓ | - |

จากตารางที่ 2.2 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วย ๆ

กลยุทธ์การวาดภาพ การจำลองความสัมพันธ์ของสถานการณ์ที่โจทย์ให้มาเป็นรูปภาพของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ สามารถกำหนดแนวทางและแก้ปัญหาได้

กลยุทธ์การสร้างตาราง การแจกแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสภาพการณ์ที่ปัญหากำหนด โดยนำมาเขียนในรูปของตาราง เป็นการจัดระบบของข้อมูล ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

กลยุทธ์การใช้ตัวแปร การแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าด้วยตัวแปร ซึ่งโจทย์ปัญหาจะเกี่ยวข้องกับจำนวนหรือปริมาณ มีการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่และใช้การแก้สมการเพื่อหาคำตอบของปัญหานั้น

กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ เป็นการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย โดยอาศัยจากตัวอย่างที่มีอยู่แล้วกำหนดเป็นรูปแบบทั่วไป ซึ่งก่อนที่จะนำไปใช้จะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้อง โดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยก่อน

กลยุทธ์การแบ่งกรณี การแบ่งปัญหาออกเป็นกรณีย่อยมากกว่า 1 กรณี ทำให้แต่ละกรณีมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วนำมาพิจารณาหาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา



กลยุทธ์การใช้เหตุผล การใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้และพิจารณาเหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อาจใช้ข้อความรู้ที่ทราบมาก่อนเป็นเหตุบังคับไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา และกลยุทธ์การใช้เหตุผลมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

ซึ่งกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 6 กลยุทธ์ ผู้วิจัยมีเกณฑ์ในการเลือกกลยุทธ์ ดังนี้

1. ผู้วิจัยสังเคราะห์กลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จาก ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 2-71) สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 3–4) สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 73-77) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 14-17) Musser and Shaughnessy (1980, น. 137-145) Matlin (1983, น. 225-229) Kennedy (1984, น. 82) Cruikshank and Sheffield (2000, น. 41-44) และ Reys et al (2004, น. 124-130) โดยพิจารณาถึงความถี่ของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาและสถาบันที่มีความถี่ในการใช้กลยุทธ์นั้นสูงช่วงความถี่ 6-9 พบว่ามี 6 กลยุทธ์ที่อยู่ในช่วงความถี่ดังกล่าว

2. ผู้วิจัยพิจารณาบริบทของเนื้อหา เรื่องความน่าจะเป็น พบว่า เนื้อหาสามารถใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครบทั้ง 6 กลยุทธ์

**2.2.10 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Gagne (1970, pp. 186-187) กล่าวถึง สาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุป ได้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎสูตร ความคิดรวบยอด หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (Cognitive Strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating the Answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการในการสอนคณิตศาสตร์นั้นเมื่อผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัด ถ้าเป็นเรื่องง่ายและผู้เรียนสามารถทำได้ก็จะฝึกไปจนเกิดความชำนาญ และใช้ข้อเท็จจริงหรือหลักการและความคิดรวบยอดที่ไม่ซับซ้อน อาจจะใช้เพียงข้อเท็จจริงหรือหลักการหรือความคิดรวบยอดเพียงฝึกซ้ำ ๆ จนเกิดทักษะอย่างไรก็ตามในตัวแบบฝึกหัดนั้นเมื่อใช้หลาย ๆ ข้อเท็จจริง หรือหลายหลักการหรือหลายความคิดรวบยอดนักเรียนก็ไม่สามารถจะทำได้จึงพบ “ปัญหา” ว่าจะทำอย่างไร เมื่อผู้เรียนพบ “ปัญหา” ก็จะเกิดการแก้ปัญหา ก็จะต้องถามต่อไปอีกว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร การแก้ปัญหานั้นมี “กระบวนการแก้ปัญหา” เมื่อผู้เรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนในการแก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหานั้นได้ เมื่อได้ฝึกการแก้ปัญหาบ่อย ๆ ก็จะเกิดทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skill)

Barnett (1975, น. 15) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถพัฒนาได้โดยการเรียนการสอนเกี่ยวกับภาษา (Linguistic) การคำนวณ (Computation) การดำเนินการ (Operation) และกระบวนการปฏิบัติ (Procedural) โดยตรง

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนรวมถึงความสามารถต่อไปนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางการแก้ปัญหา

2. ประเมินการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้

3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาเดิม

4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 77) เสนอว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อนและต้องใช้ความคิดที่หลากหลายเพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจถึงลักษณะของปัญหารู้จักใช้ทักษะ นำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้เพื่อนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ

**2.2.11 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษากล่าวว่า องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Clyde (1967, p. 112) กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สติปัญญา

Heimer and Trueblood (1977, pp. 31-32) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับภาษาหรือคำพูด สรุปได้ดังนี้



1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. การรวบรวมข้อมูลที่ไม่สัมพันธ์กัน
4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้มา
5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ได้
6. ความสามารถในการเลือกวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

Ausubel (1968, p. 538) กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้น ต้องใช้องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สติปัญญาและองค์ประกอบทางการคิดความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิดและความตั้งใจ

Polya (1980, p. 225) กล่าวถึง สิ่งที่สัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ คือ ความรู้สึกเกี่ยวกับความเป็นไปได้ของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบและกลวิธีต่าง ๆ เช่น การลองผิดลองถูก เป็นต้น

Baroody (1993, pp. 2-10) กล่าวถึง องค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive Factor) ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนมติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับสถานการณ์ใหม่ ๆ

2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Effective Factor) เป็นแรงขับในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อของนักเรียน

3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive Factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาและจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านี้ได้อย่างไร

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 81-82) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาปัจจัยสำคัญ ที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง การทำความเข้าใจปัญหาต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนมติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึกถึง และความสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ปัจจัยอีกประการหนึ่งที่ช่วยให้ การทำความเข้าใจปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพ หรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา และการเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำบ่อยจนเกิดความชำนาญ มีประสบการณ์ในการเลือกกลวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา ผู้แก้ปัญหาที่มีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว และเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการให้เหตุผลการคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจได้อย่างแจ่มชัด วางแผนการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้องการแก้ปัญหานั้นก็ไม่ประสบผลสำเร็จโดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะพื้นฐานในการบวก ลบ คูณ และหาร สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผลต้องอาศัยพื้นฐานในการเขียนและการพูด มีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

4. แรงขับ เนื่องจากโจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหาจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ ผู้แก้ปัญหาจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้ได้แก่ เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยเหล่านี้จะต้องใช้ระยะเวลานานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นโดยผ่านกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการการคิดแก้ปัญหา โดยบูรณาการความเข้าใจทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ ของปัญหาใหม่สร้างความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สมเดช บุญประจักษ์ (2543, น. 26) กล่าวว่า องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกได้ 2 ประการ ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ประกอบด้วย

1.1ความรู้ความคิดและประสบการณ์

1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ

1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด

1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการ และทักษะทางคณิตศาสตร์

1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.6 ความมั่นใจในตนเองที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ประกอบด้วย

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร (2544, น. 2-3) ได้กำหนดองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาควรมองทะลุปัญหา มีความคิดกว้างไกลและมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไรเพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3. การแก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลกๆใหม่ๆ

4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ และหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เดิม

5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบและหาข้อสรุป

6. มีความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้นอยากรู้อยากเห็น

7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 106-107) กล่าวว่า สิ่งที่มีอิทธิพลมากที่สุดต่อการแก้ปัญหามีดังนี้

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดใหม่จำนวนมาก
2. วิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหา
3. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
4. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง
5. การเริ่มต้นการแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นอย่างไร จะต้องทำอะไรก่อน
6. ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ
7. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาต่าง ๆ
8. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ยุพิน พิพิธกุล (2545, น. 140) กล่าวถึง องค์ประกอบที่เป็นพื้นฐานความรู้ของผู้เรียนในการเตรียมแก้ปัญหาดังนี้

1. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างถ่องแท้
2. ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจในมโนมติ (Concept) อย่างถูกต้อง
3. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การตีความการขยายความ
4. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการแปลข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือแผนภาพ
5. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างประสบการณ์เก่ากับข้อมูลที่มีอยู่ใหม่
6. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความสามารถในการจัดข้อมูลเป็นลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป



สรุปได้ว่า องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น มีดังนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา ความเข้าใจ ความคิดรวบยอดและทักษะที่เกี่ยวข้องกับปัญหา
2. มีสติปัญญา มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ การขยายความ การแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ การคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล
3. มีความยืดหยุ่น ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ
4. การรู้จักเลือกกลวิธีต่าง ๆ ที่ถูกต้องเพื่อนำไปใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา
5. มีความใฝ่ใจใคร่รู้ ความกระตือรือร้น ความอดทน อยากรู้อยากเห็น และมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

**2.2.12 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวถึง แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

The National Council of Teacher of Mathematics (1991, p. 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน
2. ให้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา
5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

Baroody (1993, pp. 2-31) กล่าวถึง การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การสอนโดยผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) แนวทางนี้ให้ความสนใจกับการใช้การแก้ปัญหาในการสอนเนื้อหา เป็นเครื่องมือสำหรับฝึกการคำนวณปัญหาที่ใช้จะแสดงให้เห็นความสัมพันธ์กับโลกแห่งความเป็นจริง ปัญหาถูกใช้ในการเริ่มต้นและเป็นการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายเกี่ยวกับหัวข้อนั้น ๆ ในบางครั้งปัญหาถูกใช้กระตุ้นให้นักเรียนตั้งใจเรียนและเป็นสิ่งที่ควบคุมเนื้อหาวิธีการหนึ่งที่จะสอนโดยใช้ปัญหา คือ แสดงปัญหาตั้งแต่เริ่มต้นโดยการแสดงให้นักเรียนเห็นว่าพวกเขาจะมีความสามารถแก้ปัญหานั้นได้ อีกวิธีหนึ่งก็คือใช้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ในการแสดงทักษะการเรียนรู้

2. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) แนวทางนี้นำไปสู่การสอนโดยตรงเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไปเป็นการอธิบายหรือยกตัวอย่างตามรูปแบบกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้น โดยเน้นเฉพาะการนำกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นนั้นไปใช้

3. การสอนสำหรับการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) แนวทางนี้ให้ความสนใจกับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป โดยจะเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสในการแก้ปัญหา นักเรียนจะเรียนรู้ว่าจะใช้การแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นอย่างไร และใช้ยุทธวิธีอะไรระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ

Gonzales (1994, p. 74) ได้ให้ความเห็นว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิดไม่เข้มงวดเอาจริงเอาจังจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้านักเรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาด หรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อนนักเรียนจะไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้น ครูจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระเป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผลและสื่อสารกัน

Holmes (1995, p. 37) กล่าวถึงขั้นตอนวิธีการสอนเพื่อพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. กำหนดปัญหาหนึ่งปัญหาหรือมากกว่านั้นให้เด็กได้แก้ปัญหา ให้อ่านแต่ละปัญหาและถามเกี่ยวกับความหมายของศัพท์ว่าไม่รู้คำใด โดยที่พวกเขาจะยังไม่ปรึกษากันว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร เมื่อพวกเขารู้คำศัพท์ทั้งหมดแล้วก็ให้ลงมือแก้ปัญหาซึ่งอาจจะให้แก้ปัญหาเดี่ยวหรือแบ่งกลุ่มก็ได้ สังเกตการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน

2. นำให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียน ให้นักเรียนได้ถกเถียงถึงแนวคิดวิธีการในการหาคำตอบ

3. ถามคำถามที่ช่วยให้นักเรียนได้เห็นแนวทางในการหาคำตอบ ใช้คำตอบที่ได้ให้กลายเป็นยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหา และแลกเปลี่ยนความคิดในการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ต่าง ๆ กัน ทำให้นักเรียนได้เห็นว่ามีวิธีการมากกว่า 1 วิธีการที่สามารถใช้แก้ปัญหาได้

อาภา ถนัดช่าง (2534, น. 17-20) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ครูควรสนับสนุนบรรยากาศการเรียนการสอนให้เด็กมีอิสระกล้าคิดกล้าแสดงออกเพราะการกล้าคิดหรือกล้าแสดงออกเหล่านี้จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนดียิ่งขึ้นทั้งในแง่ของสติปัญญาและอารมณ์หรือคงทางจิตต่าง ๆ ซึ่งครูควรหาวิธีส่งเสริมและช่วยเหลือให้เหมาะสมต่อไป

2. การจะให้เด็กคิดแก้ปัญหาได้อย่างฉลาดนั้นจะต้องอาศัยสิ่งเร้า หรือการกระตุ้นที่ดีคือมีการเสนอปัญหาหรือประเด็นให้คิดที่ท้าทายน่าสนใจ และเหมาะกับวัยของเด็ก

3. ครูอาจให้ความรู้ในรูปข้อมูลเพื่อประกอบการพิจารณาหาทางเลือกได้แต่ในขั้นตัดสินใจครูควรให้นักเรียนตัดสินใจด้วยตนเอง แม้การตัดสินใจนั้นจะผิดพลาดครูควรให้เด็กได้เรียนรู้ในความผิดพลาดเหล่านั้นด้วยตนเอง เพื่อที่จะให้เด็กได้รับผิดชอบตนเองและรู้จักควบคุมตนเองต่อไป

สิริพร ทิพย์คง (2537, น. 157-159) เสนอแนะกิจกรรมเสริมสร้างการพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ซึ่งเป็นโจทย์ที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้น

2. ทดสอบความรู้พื้นฐานและทบทวนทักษะที่ขาดไปก่อนลงมือสอนการแก้ปัญหา

3. ให้อิสระในการคิดแก่นักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะ และหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ

4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบวิธีฝึกหัดหลายระดับทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมกำลังใจให้กับนักเรียน

5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนคิดคำนวณ

7. แนะให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาโดยการวาดรูปหรือแผนภาพ

8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับโจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน

9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีของนักเรียนเอง แล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 83-89) กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยนำขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นของโพลยา มาดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน สามารถทำได้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา ครูยังไม่ควรเริ่มต้นโดยมุ่งไป ที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบของปัญหาเลยทีเดียวแต่ควรต้องใช้เวลาในการฝึกการอ่าน และทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหากันก่อน โดยอาจจะฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่ม โดยอภิปรายรวมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหาความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลวิธีหลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลองการปรับขนาดของปริมาณต่าง ๆ ที่กำหนดในตัวปัญหา การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ในการทำแบบฝึกหัดเพื่อแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนในระดับประถมศึกษา ก่อนที่นักเรียนจะลงมือเขียนแสดงวิธีทำนักเรียนบางคนจะเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ในโจทย์ปัญหาก่อนโดยเขียนแสดงสิ่งที่ต้องการหาด้วยรูปสี่เหลี่ยม (□) การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหามีแนวทางดังนี้

2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหาที่กำหนดให้ถามแล้วเว้นระยะให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ถ้าตอบไม่ได้เปลี่ยนคำถามใหม่ให้ง่ายลง คำตอบหลาย ๆ คำตอบของนักเรียนจะทำ ให้ภาพของแผนการแก้ปัญหาค่อยๆปรากฏชัดขึ้น หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาแล้ว

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไรไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ อยู่คนเดียวการคิดออกมาดัง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ทันทีในระยะเริ่มต้นก่อนที่จะลงมือทำไปแล้วจึงพบว่าหลงทางซึ่งทำให้เสียเวลาตรงประเด็น ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 จัดหาปัญหาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายน่าสนใจเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดไม่ยึดอยู่ในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง โดยเฉพาะการพิจารณาหายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิด การคิดวางแผนแก้ปัญหาใหม่นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนความคิดอย่างคร่าว ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอนความสามารถดังกล่าวนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างช้า ๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดนั้นเอง โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น ประเด็นแรกคือการมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผนโดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการ และผลลัพธ์รวมทั้งการพิจารณาหายุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สองเป็นการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้นทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหามีแนวทางดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ ที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน



สุลัดดา ลอยฟ้า (2538, น. 40-42) ได้เสนอแนะบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสร้างบรรยากาศของการประสบผลสำเร็จ ในการแก้ปัญหาครูควรเริ่มต้นด้วยปัญหาที่ง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสที่จะประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาถ้านักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาในระยะเริ่มแรก นักเรียนจะพัฒนาความมั่นใจในตนเองมีความอยากที่จะแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2. สนับสนุนการเรียนกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาเมื่อครูหาปัญหาหรือทำปัญหาให้น่าสนใจในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาไม่ได้ วิธีการเพียงวิธีการเดียวคือครูควรพยายามกระตุ้นนักเรียน รวมทั้งให้นักเรียนเรียนรู้เทคนิควิธีการแก้ปัญหาเพิ่มมากขึ้นเพื่อจะได้นำไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ

3 ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจในสถานการณ์ ความสามารถในการอ่าน หรือเข้าใจปัญหาเป็นสิ่งสำคัญเบื้องต้นที่จะต้องฝึกนักเรียน

4. ให้โอกาสนักเรียนมีส่วนร่วมสร้างปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนสร้างปัญหาด้วยตนเองเขาจะสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าทั้งนี้เพราะ เขาจะรู้จักโครงสร้างของปัญหาเป็นอย่างดี

5. สนับสนุนให้นักเรียนวาดภาพหรือแผนภาพประกอบปัญหา การเขียนแผนภาพหรือรูปภาพประกอบจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสำคัญ ระหว่างข้อมูลในปัญหาที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายดีและถูกต้อง

6. ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นคู่ในการแก้ปัญหา การเปิดโอกาสให้นักเรียนช่วยกันคิด อภิปราย สำรวจ คิดค้นวิธีการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยจะช่วยพัฒนา หรือกระตุ้นให้นักเรียนแสดงออกเพิ่มมากขึ้น เป็นการสร้างบรรยากาศเชิงสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหายิ่งขึ้น

7. สนับสนุนให้มีการเลือกวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา การ์ตูนและส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาได้มากกว่า 1 วิธี

8. ครูควรใช้คำถามในลักษณะสร้างสรรค์ ครูควรใช้คำถามในลักษณะชี้นำหรือเสนอแนะแนวทางแก้ปัญหา แต่ละคำตอบต้องมีลักษณะที่เปิดกว้างที่จะกระตุ้นความนึกคิดให้ชวนคิดค้นพร้อมให้เวลานักเรียนสำหรับคิด

9. เน้นให้นักเรียนคิดและจินตนาการ บรรยากาศในห้องเรียนควรเป็นลักษณะสนับสนุนให้นักเรียนคิดอย่างอิสระเสรีเป็นตัวของตัวเองและกล้าแสดงออก

10. การใช้ยุทธวิธีเพื่อพัฒนาความคิด และแก้ปัญหาในชั้นเรียน

11. เสนอปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 180-186) ได้กำหนดแนวทางในการส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมมือเป็นทีมหรือกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหา และปฏิบัติภารกิจต่าง ๆ จนบรรลุจุดประสงค์ที่คาดหวังไว้ ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตนได้ อภิปรายถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกันตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผลมีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้นในการจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ครูจะต้องเลือกขนาดของกลุ่มว่าควรเป็นเท่าไร ซึ่งโดยปกติกลุ่มละ 3-4 คน เมื่อเลือกขนาดของกลุ่มได้แล้ว ครูควรจัดนักเรียนเข้ากลุ่มโดยให้แต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีระดับความสามารถเก่ง ปานกลางและอ่อน อยู่ในกลุ่มเดียวกัน หลังจากนั้นครูควรชี้แจงบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม โดยเน้นย้ำว่าทุกคนต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา เข้าใจงานของกลุ่มและสามารถอธิบายได้ ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกันอยู่

ครูควรมีบทบาทในการตรวจตราสอดส่องการทำงาน และพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคน คอยสอดแทรก/ขัดจังหวะกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่ม โดยใช้คำถามกระตุ้นเมื่อกลุ่มแก้ปัญหาไม่ได้หรือไม่ตรงประเด็น ตอบคำถาม(คำถามของกลุ่มเท่านั้น) และให้คำปรึกษาเท่าที่จำเป็น

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วม ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึก ทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหาได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำตอบเดียวเติมคำตอบสั้น ๆ แล้วจึงเติมคำตอบเป็นข้อความหรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิดอธิบายในสิ่งที่ตนเองคิดและนำเสนอแนวคิดของตนแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพราะการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย้ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ครูควรซักถาม อธิบายและเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงรอให้ครูแนะและตั้ง คำถามนำ ครูควรตระหนักว่าการถามนำมากเกินไป จะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการคิดเพื่อตอบคำถามครูทีละคำถามต่อเนื่องกันจนได้คำตอบ โดยไม่คิดเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาที่ครบขั้นตอนหรือกระบวนการด้วยตนเอง

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอน และกระบวนการแก้ปัญหา ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอันที่แตกต่างจากเดิม แล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาอันนั้นหาคำตอบของปัญหาอีกครั้งเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจสืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากการให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามกับตัวเองบ่อย ๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจสืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการ สื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทางในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาและนำเสนอยุทธวิธีในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาใช้ช่องทางการสื่อสารอื่นที่ใช้ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้งเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ นักเรียนไม่เพียงมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบแต่นักเรียนยังมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่นขณะแก้ปัญหาอีกด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ และการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาเดียวตลอดเวลา

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจตราความคิดและกระบวนการคิดของตนเองว่ามีสิ่งใดบ้างที่รู้และมีสิ่งใดบางที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองออกมาด้วย

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้มีความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายครูควรเป็นผู้นำเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนทั้งชั้นเกี่ยวกับยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละคนได้ทำแล้วร่วมกันพิจารณาและสรุปว่ายุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

สรุปได้ว่า แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้ จัดหาปัญหาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ เลือกปัญหาที่ท้าทายช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับทั้งยาก ปานกลาง และง่าย ให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาโดยการวาดรูปหรือแผนภาพ สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีของนักเรียนเองอย่างอิสระ ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร หรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา

**2.2.13 ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Adanas and Beeson (1977, pp. 174-175) กล่าวถึง ปัจจัยที่ส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. สติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหาจำเป็นต้อง ใช้ความคิดระดับสูงสติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา องค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับ

ความสามารถในการแก้ปัญหา คือ องค์ประกอบทางปริมาณ (quantitative factors) ดังนั้น นักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบด้านภาษา (verbal factors) แต่อาจด้อยในความสามารถที่ไม่ใช่ภาษาหรือทางด้านปริมาณ

2. การอ่าน (Reading) การอ่านเป็นพื้นฐานที่จำเป็น สำหรับการแก้ปัญหาเพราะการแก้ปัญหาต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์ อันจะนาไปสู่การตัดสินใจว่าควรทำอะไร และอย่างไร มีนักเรียนจำนวนมาก ที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic Skill) หลังจากวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าทำอะไรแล้ว ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือนักเรียนจะต้องรู้การดำเนินการต่างๆ ที่จำเป็น ซึ่งนั่นก็คือทักษะพื้นฐานนั่นเอง

Hedden and Speer (1992, pp. 34-35) กล่าวถึง ความสามารถของบุคคลในการแก้ปัญหาว่าขึ้นอยู่กับหลายองค์ประกอบ ดังนี้

1. รูปแบบของการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

Baroody (1993, pp. 2-8) กล่าวถึง องค์ประกอบของการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ด้านความรู้ความเข้าใจ (Cognitive Factors) ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับมโนคติและยุทธวิธีสำหรับการประยุกต์ความรู้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ (ยุทธวิธีการแก้ปัญหา)

2. ด้านความรู้สึก (Affective Factors) เป็นแรงขับในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มา จากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อมั่นของนักเรียน

3. ด้านการสังเคราะห์ความคิด (MetaCognitive Factors) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่า ทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนามาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านี้ได้อย่างไร

สุวร กาญจนมยูร (2542, น. 3-4) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับภาษา ได้แก่ คำและความหมายของคำต่าง ๆ ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อมีความหมายอย่างไร

2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับความเข้าใจ เป็นขั้นตีความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบ

3. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนจะต้องมีทักษะในการบวก ลบ คูณ และหารได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

4. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการแสดงวิธีทำครูผู้สอนต้องให้ นักเรียนฝึกการอ่านย่อความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้น ๆ รัดกุมและมีความชัดเจน

5. องค์ประกอบในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนจะต้องเริ่มฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกคนจากง่ายไปยาก กล่าวคือเริ่มฝึกทักษะตามตัวอย่างหรือเลียนแบบตัวอย่างที่ครูผู้สอนทำให้ดูก่อน แล้วจึงไปฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542, น. 35-36) กล่าวถึง การฝึกกิจกรรมกระบวนการแก้ปัญหาดังนี้

1. ก่อนที่นักเรียนจะลองแก้ปัญหา นักเรียนควรอ่านโจทย์ให้เข้าใจถ้อยความคำถามและคำศัพท์ที่อาจมีอยู่ในโจทย์ เช่น เลขโดด ตัวประกอบ เส้นทแยงมุม เป็นต้น โจทย์ให้รายละเอียดข้อเท็จจริงน้อยเกินไปหรือพอดีหรือมากเกินไปหรือไม่ และสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้ได้หรือไม่

2. นักเรียนมีแผนในการแก้ปัญหาหรือไม่ แผนดังกล่าวนี้เรียกว่า “ยุทธวิธี” ยุทธวิธีที่ใช้กันมากได้แก่ ค้นหารูปแบบ เขียนรูปหรือแผนภาพ แจงกรณีอย่างมีระบบ ทำตาราง ทำย้อนกลับและใช้หลักเหตุผล

3. นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม อาจใช้ยุทธวิธีหลายอันประกอบกันหลังจากนั้นจึงลองแก้ปัญหา ถ้าไม่สามารถหาคำตอบได้ในเวลาที่กำหนดให้ทำต่อไปจนกว่าจะได้คำตอบในระยะเริ่มต้นความรวดเร็วไม่ใช่สิ่งสำคัญ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ มากขึ้นมีความคิดทางด้านคณิตศาสตร์และมีทักษะมากขึ้นเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาจะลดลงตามธรรมชาติ ถ้านักเรียนประสบความยุ่งยากในการคำนวณอาจขอให้ครูช่วยหรือพี่เลี้ยงช่วย ถ้ายุทธวิธีดูเหมือนจะไม่สามารถหาคำตอบได้ให้ลองเลือกยุทธวิธีใหม่ ถ้ายังคิดหายุทธวิธีที่เหมาะสมไม่ได้ให้ทำโจทย์ข้ออื่นก่อนหลังจากนั้นอาจต้องการลองแก้ปัญหาข้อนั้นอีก บางที่นักเรียนอาจจะคิดวิธีแก้ปัญหาข้อนั้นได้ภายหลัง

4. เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว ควรเปรียบเทียบกับคำตอบที่นักเรียนคาดคะเนไว้คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ อ่านโจทย์และคำถามซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เขียนคำตอบในรูปของประโยคที่สมบูรณ์เปรียบเทียบคำตอบของนักเรียนกับคำตอบที่ให้ไว้ ถ้าคำตอบที่นักเรียนหาได้ถูกต้องแล้วให้คิดดูว่ามียุทธวิธีอื่นอีกหรือไม่ ที่ใช้แก้ปัญหาได้เช่นกัน ปัญหาข้อนี้สัมพันธ์หรือคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่ ถ้ายุทธวิธีในการแก้ปัญหาของนักเรียนแตกต่างจากยุทธวิธีที่ให้ไว้ให้เปรียบเทียบยุทธวิธีใดดีกว่า (หรือดีที่สุด) สำหรับนักเรียนเอง ถ้าแก้ปัญหาได้แต่ ประสบปัญหายุ่งยากบางประการ ให้ลองแก้ปัญหาข้อนั้นอีกในภายหลัง เพื่อดูว่านักเรียนจำวิธีเอาชนะความยุ่งยากนั้นได้หรือไม่

สรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 4 ด้าน ดังนี้ ด้านสติปัญญา เป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับยุทธวิธีสำหรับการประยุกต์ความรู้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ ซึ่งเป็นความสามารถภายในตัวบุคคล  ด้านการอ่าน ก่อนที่นักเรียนจะแก้ปัญหา นักเรียนต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจ อ่านอย่างรอบคอบ อย่างอย่างวิเคราะห์ แล้วจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรทำอะไรและควรทำอย่างไร ด้านทักษะพื้นฐาน การที่นักเรียนมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์และตัดสินใจได้ว่าควรทำอะไรและควรทำอย่างไร และด้านประสบการณ์ การที่นักเรียนมีประการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีความคุ้นเคยกับการแก้ปัญหา และการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

### 2.2.14 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวว่าการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Polya (1980, pp. 5-40) ได้เสนอพฤติกรรมชี้วัด ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังตารางที่

**ตารางที่ 2.3** พฤติกรรมชี้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา Polya (1980, 5-40)

| ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา | พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ |
|---|---|
| ขั้นทำความเข้าใจ | - หลังจากอ่านโจทย์ปัญหาแล้วจะต้องบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไรและข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร |
| ขั้นวางแผนแก้ปัญหา | - ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง |
| ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา | - ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือทักษะการคำนวณ |
| ขั้นตรวจคำตอบ | - การพิจารณาความสมเหตุสมผล และการสรุปความหมายของคำตอบ |

จากตารางที่ 2.3 พบว่า ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา มี 4 ขั้นตอนดังนี้ 1. ขั้นทำความเข้าใจ หลังจากอ่านโจทย์ปัญหา แล้วจะต้องบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร 2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง 3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือทักษะการคำนวณ 4. ขั้นตรวจคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผล และการสรุปความหมายของคำตอบ

Charles and Lester (198, pp. 11-12) เสนอรูปแบบการให้คะแนน ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายของโจทย์ปัญหามีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| 0 | หมายถึง | แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง |
| 1 | หมายถึง | แปลความหมายผิดบางส่วน |
| 2 | หมายถึง | แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง |

2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| 0 | หมายถึง | ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง |
| 1 | หมายถึง | มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน |

2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)

3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนนดังนี้

0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด

1 หมายถึง ตอบถูกเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)

2 หมายถึง การคำนวณถูกต้องและตอบปัญหาถูกต้อง

บรรดล สุขปิติ (2551, น. 14-52) ได้นำเสนอรูปแบบ และวิธีการของแบบทดสอบประเมินความสามารถแก้ปัญหา โดยกล่าวว่า การศึกษาค้นคว้าเพื่อพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้เพื่อประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาโดยทั่วไป และการแก้ปัญหาสำหรับการปฏิบัติงานจริงมีมานานแล้ว จึงมีแบบทดสอบที่อยู่ในกลุ่มแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลายชนิด หลายรูปแบบและข้อคำถามในแบบทดสอบที่ใช้ก็มีหลากหลายทั้งรูปแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ รูปแบบปรนัยชนิดถูกผิดหลายตัวเลือก รูปแบบอัตนัยชนิดเติมข้อความหรือบรรยายเป็นความเรียง โดยแบบทดสอบแต่ละชนิดหรือรูปแบบข้อความ แต่ละรูปแบบก็จะมีจุดเด่นและข้อจำกัดที่แตกต่างกัน ครูผู้ประเมินจำเป็นต้องศึกษาเลือกใช้ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม แบบทดสอบที่ใช้ทดสอบประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาที่สำคัญมี 6 รูปแบบ ดังนี้

รูปแบบที่ 1 แบบทดสอบการจัดการปัญหา เป็นแบบทดสอบประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายแบบทดสอบแบบถูกผิดหลายตัวเลือก หรือคล้ายกับแบบสำรวจรายการ (checklist) กล่าวคือ แบบทดสอบจะกำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ และมีข้อคำถามในลักษณะที่ให้เลือกว่าในการแก้ไขปัญหาที่กำหนดขึ้นนั้น ท่านจะปฏิบัติหรือไม่ปฏิบัติโดยกำหนดรายการที่เป็นการปฏิบัติให้พิจารณาหลาย ๆ รายการ

รูปแบบที่ 2 แบบทดสอบประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อคำถามแบบเลือกตอบเป็นข้อคำถามที่นิยมใช้กันมากในการสร้างแบบทดสอบ เพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เพราะข้อคำถามแบบเลือกตอบมีจุดเด่นอยู่หลายประการที่สำคัญ ได้แก่

1. ถามได้เป็นจำนวนมากข้อจึงมีความครอบคลุมเนื้อหาได้อย่างกว้างขวาง

2. การตรวจง่ายและมีความเป็นปรนัย ใช้เวลาตรวจน้อย

3. ใช้ได้กับการประเมินที่มีผู้เข้ารับการสอบเป็นจำนวนมาก (และมีเวลาตรวจน้อย)

4. สามารถจะคัดเลือกข้อคำถามที่วิเคราะห์แล้วมีคุณภาพดีเก็บเอาไว้ใช้ได้อีกในโอกาสต่อไป แต่อย่างไรก็ตามข้อคำถามแบบเลือกตอบก็มีข้อจำกัดหรือจุดอ่อนที่สำคัญ คือ

4.1 การมีตัวเลือกให้เลือกตอบจะเป็นการแนะคำตอบให้กับนักเรียน

4.2 เดาได้ง่ายเดาแล้วมีโอกาสได้คะแนนค่อนข้างสูง คะแนนที่สอบได้จึงไม่แน่ว่าเป็นการสะท้อนถึง ความรู้ความสามารถที่มีอยู่จริงในด้วยนักเรียน

4.3 ขาดสารสนเทศที่สำคัญ คือไม่รู้ว่านักเรียนมีวิธีคิดอย่างไรในการแก้ปัญหา

4.4 ไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้จัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์สิ่งใหม่ ๆ หรือความคิดริเริ่มความคิดที่ซับซ้อน

รูปแบบที่ 3 แบบทดสอบประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้ข้อคำถามแบบอัตนัย เป็นรูปแบบของข้อคำถามที่เหมาะสมกับการประเมินทักษะการคิด และกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งเป็นลักษณะของพฤติกรรม การเรียนรู้ในระดับสูง และมีลักษณะซับซ้อนได้ดี

รูปแบบที่ 4 แบบทดสอบประเมิน ความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้ข้อคำถามแบบอัตนัยประยุกต์ เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดทักษะการแก้ปัญหาได้ดีชนิดหนึ่ง โดยเริ่มต้นพัฒนามาจากการวัดการศึกษาทางด้านการแพทย์ที่พัฒนาแบบทดสอบดังกล่าวขึ้น เพื่อใช้สำหรับวัดทักษะการแก้ปัญหาทางการแพทย์ของนักศึกษาแพทย์ ทั้งนี้เนื่องจากเกิดปัญหาที่ไม่สามารถใช้การปฏิบัติจริงสำหรับทดสอบทักษะในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวินิจฉัย หรือให้การรักษาผู้ป่วยของนักศึกษาแพทย์ทุกคนและในทุกสถานการณ์ได้ รวมทั้งเกิดความไม่เชื่อมั่นในการใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบที่มีการเดาและมีการแนะคำตอบโดยตัวเลือกที่กำหนดในตัวข้อคำถามเอง และข้อคำถามอัตนัยแบบบรรยายทั่วไปก็มีจุดอ่อนที่มักจะถามกว้าง ๆ ไม่เฉพาะเจาะจง โดยเฉพาะถ้าคำถามถามไม่ชัดเจนจะทำให้นักเรียนตอบไม่ตรงกับจุดประสงค์ที่ต้องการวัด ที่เน้นการวัดกระบวนการในการแก้ปัญหา

รูปแบบที่ 5 แบบทดสอบประเมิน ความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้ข้อคำถามแบบปรนัยประยุกต์เป็นรูปแบบที่ได้รับการพัฒนาขึ้น เพื่อแก้ปัญหาจุดอ่อนในเรื่องการตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบอัตนัยประยุกต์ โดยเฉพาะปัญหาเรื่องความเป็นปรนัยของการตรวจ ความยากลำบากและเวลาในการตรวจ ซึ่งทำให้นำไปใช้กับสถานการณ์ที่มีนักเรียนเข้าสอบจำนวนมาก ๆ ได้ยากแบบทดสอบปรนัยประยุกต์ จะมีลักษณะโครงสร้างของแบบทดสอบเช่นเดียวกับแบบทดสอบอัตนัยประยุกต์คือ มีลักษณะเป็นชุดของสถานการณ์กล่าวคือจะมีการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่สมบูรณ์ออกเป็นสถานการณ์ย่อย ๆ ที่ต่อเนื่องกันแล้วค่อย ๆ ทยอยกำหนดในแบบทดสอบทีละสถานการณ์ย่อย พร้อมแทรกข้อคำถามแบบเลือกตอบที่ใช้ข้อมูลในสถานการณ์ย่อยนั้นเป็นระยะ ๆ จนครบสมบูรณ์



รูปแบบที่ 6 แบบทดสอบการวัด 3 ขั้น โดยปกติการสอบวัด 3 ขั้น เป็นวิธีการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาการปฏิบัติงานทางการแพทย์และการพยาบาล โดยเป็นการสอบปากเปล่าในลักษณะเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่เป็นจริงหรือเสมือนจริง ตามขั้นตอนของการทดสอบแบบการวัด 3 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ซึ่งกำหนดเป็นสถานการณ์สั้น ๆ ในลักษณะกรณีศึกษาซึ่งอาจเป็นการบรรยายเหตุการณ์จำลองด้วยข้อความ หรืออาจวัดทำในรูปของสื่อทัศนูปกรณ์ เช่น เทปบันทึกภาพ หรือจากจอคอมพิวเตอร์ เป็นต้น จากนั้นนักเรียนที่เข้าสอบสามารถสอบถามข้อมูลเพิ่มเติมจาก ครูหรือผู้ดำเนินการสอบได้ขั้นนี้จะเป็นขั้นที่นักเรียนศึกษากรณีปัญหาเพื่อสร้างสมมติฐานและพยายามเก็บรวบรวม ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา โดยครูผู้ดำเนินการสอบอาจถามคำถามบางอย่างเพื่อทดสอบความเข้าใจเบื้องต้น หรือสำหรับเป็นประเด็นชี้แนะให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้าในขั้นที่ 2

ขั้นที่ 2 เป็นการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เพื่อหาข้อมูลสำหรับการทดสอบสมมติฐานหรือการแก้ปัญหาตามสถานการณ์ที่กำหนด แหล่งข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าอาจเป็นหนังสือ วารสาร หรือแหล่งข้อมูลอื่นใดที่เกี่ยวข้อง ซึ่งนักเรียนควรได้ศึกษาค้นคว้าจาก

แหล่งข้อมูลหลาย ๆ แหล่ง และถ้าเป็นบุคคลก็ควรเป็นบุคคลหลาย ๆ คน ไม่ควรสอบถามจากบุคคลเพียงคนเดียวการดำเนินการในขั้นที่ 2 นี้อาจให้เวลากับนักเรียนพอสมควร

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นการสรุปปัญหา โดยนักเรียนจะนำข้อมูลเบื้องต้นในขั้นที่ 1 และข้อมูลที่ได้ศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมในขั้นที่ 2 มาสรุปถึงปัญหา และเขียนอธิบายแนวทางแก้ไขปัญหาของกรณีศึกษานั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 198-209) ได้เสนอแนวทางการประเมินผลที่มีเกณฑ์การได้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน จะช่วยให้ครูสามารถพิจารณาและตัดสินได้ว่า นักเรียนของตนมีความรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด เกณฑ์การให้คะแนนที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน คือ การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลงานหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุ รายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างเป็นรูปธรรม

การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ครูพิจารณา และตัดสินระดับความสามารถของนักเรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนประเมินผลระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเอง แล้วนำมาปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนให้สูงขึ้นด้วยการให้คะแนนแบบรูบริคที่นิยมมี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring)

เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์ เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่น หรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น หรือใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring)

เป็นการให้คะแนนแบบรูบริคที่ประเมินผลงานโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมดไม่แยกแยะเป็นด้าน ๆ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสิน หรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการประเมินที่เหมาะสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้างๆ และจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

สรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการแกปญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดความสามารถในการแกปญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการให้คะแนนประเมินจากผลงานหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกในการทำกิจกรรม มีเกณฑการให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric scoring) เป็นการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเขาใจ มีวิธีการใหคะแนน ดังนี้
   - 0 หมายถึง บอกสิ่งที่โจทยกำหนดและสิ่งที่โจทยตองการไม่ได้
   - 0.5 หมายถึง บอกสิ่งที่โจทยกำหนดหรือสิ่งที่โจทยตองการได้อย่างใดอย่างหนึ่ง
   - 1 หมายถึง บอกสิ่งที่โจทยกำหนดและสิ่งที่โจทยตองการได้ถูกตอง
2. ขั้นวางแผนแกปญหา มีวิธีการใหคะแนน ดังนี้
   - 0 หมายถึง วางแผนการแกปญหาผิด หรือไม่แสดงวิธีคิด
   - 0.5 หมายถึง วางแผนการแกปญหาหรือแสดงวิธีคิดถูกตองบางสวน
   - 1 หมายถึง วางแผนการแกปญหาหรือแสดงวิธีคิดได้ถูกตอง
3. ขั้นดำเนินการแกปญหา มีวิธีการใหคะแนน ดังนี้
   - 0 หมายถึง คำตอบผิด
   - 1 หมายถึง คำตอบถูก

**2.2.15 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ในกรณีที่ผู้ประเมินต้องการตรวจสอบ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในแต่ละประเด็นย่อยตามกระบวนการแก้ปัญหา อาจกำหนดเกณฑ์การประเมนผลแบบเกณฑ์ย่อยที่มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 ดังตาราต่อไปนี้



**ตาราง 2.4** เกณฑ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 130)

| รายการประเมิน | คะแนน | ระดับคุณภาพ | เกณฑ์การพิจารณา |
|---|---|---|---|
| 1. ความเข้าใจปัญหา | 3 | ดี | เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง |
| | 2 | พอใช้ | เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน |
| | 1 | ปรับปรุง | เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา |
| 2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา | 3 | ดี | เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับปัญหา |
| | 2 | พอใช้ | เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา |
| | 1 | ปรับปรุง | เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ |

(ต่อ)

**ตาราง 2.4** (ต่อ)

| รายการประเมิน | คะแนน | ระดับคุณภาพ | เกณฑ์การพิจารณา |
|---|---|---|---|
| 3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา | 3 | ดี | นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน |
| | 2 | พอใช้ | นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน |
| | 1 | ปรับปรุง | นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา |
| 4. การสรุปคำตอบ | 3 | ดี | สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ |
| | 2 | พอใช้ | สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน |
| | 1 | ปรับปรุง | ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง |

จากตารางที่ 2.4 พบว่า เกณฑ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แบ่งเกณฑ์คะแนนออกเป็น 3 ระดับ โดยประเมินในเรื่องการหาคำตอบให้ได้หลายข้อภายในเวลาที่กำหนด และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง



## 2.3 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลถือว่าเป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งในการเรียนการสอน และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้โดยปราศจากการให้เหตุผล เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์แนวคิด (The National Council of Teacher of Mathematics, 1989, pp. 6-81) ในการส่งเสริมการให้เหตุผล เป็นวิธีหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนรู้ เพราะการให้เหตุผลช่วยส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ประกอบกับการพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนคือวิธีการสอน เพราะการสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างมีเหตุผล การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่า (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 38)

### 2.3.1 ความหมายของการให้เหตุผล

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาให้ความหมายของการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

Prestege (2002, p. 26) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ว่า การที่นักเรียนให้เหตุผลได้สามารถค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้อง รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป

การโต้แย้งและการพิสูจน์ ดังนั้นการให้เหตุผลจึงเป็นการหาความเป็นไปได้ของคำตอบและการตัดสินความถูกต้องของคำตอบ ดังหัวข้อต่อไปนี้

Galotti (2004, p. 12) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ว่า ความพยายามจำแนกความรู้และกระบวนการคิด เพื่อที่จะได้ข้อมูลในการแก้ปัญหาหรือเพื่อการแสดงออกทางความคิด

คิรินธร วิทยะสิรินันท์ (2542, น. 131) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ว่า ความสามารถย่อย ๆ ในการคิดลักษณะต่าง ๆ ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ ดังนี้

1. การพิจารณาและระบุให้ชัดเจน ผลที่เกิดขึ้นคืออะไร

2. การพิจารณาเหตุการณ์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นก่อนผลนั้น และระบุว่ามีเหตุการณ์ใดมีความสัมพันธ์กับผลโดยคิดก่อนเสมอ

3. การพิจารณาแต่ละเหตุการณ์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นก่อน และมีความสัมพันธ์อย่างสม่ำเสมอนั้น และตัดสินว่าเป็นผลมาจากสิ่งใดสิ่งหนึ่งรวมกันหรือเป็นสิ่งที่ทำให้เกิดผลโดยการสรุปอ้างอิงจากความรู้หรือประสบการณ์เดิมประกอบ

4. การเลือกระบุเหตุการณ์หรือสิ่งที่พิจารณาและตัดสินแล้วว่าเป็นสิ่งที่ทำให้เกิดผลที่กำหนดไว้

ทิศนา แขมมณี (2542, น. 144) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ว่า การคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผลโดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยได้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้

2. สามารถด้านเหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

3. สามารถได้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2546, น. 5) ได้ให้ความหมายของ การให้เหตุผลไว้ว่า การแสดงแนวคิดเพื่อให้ได้มาซึ่งเหตุการณ์ข้อสรุป หรือคำตอบที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ประกอบด้วย การหาข้อคาดการณ์ข้อสรุปหรือคำตอบ และการยืนยันข้อคาดการณ์ ข้อสรุปหรือคำตอบ

สุคนธ์ สินธพานนท์ (2547, น. 1) ได้ให้ความหมายของ การให้เหตุผลไว้ว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่มนุษย์ใช้อยู่เป็นประจำการที่มนุษย์ใช้การให้เหตุผลก็เพื่อจะเชื่อหรือยอมรับในเรื่องราวต่าง ๆ ว่าเป็นจริงหรือไม่จริงด้วยความสบายใจ ขบวนการซึ่งนำเอาข้อความหรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เป็นเหตุหรือสมมติฐาน (Hypothesis) อาจจะหลายอันมาวิเคราะห์และแจกแจงแสดงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องเพื่อทำให้เกิดข้อความใหม่หรือปรากฏการณ์ใหม่ ซึ่งเรียกว่า ผลสรุป หรือ ข้อยุติ (Conclusion) ขบวนการเช่นนี้เรียกว่า การให้เหตุผล

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2550, น. 129) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ว่า กระบวนการอย่างหนึ่งที่มนุษย์ทุกคนมีอยู่ไม่ว่าจะมากหรือน้อยก็ตาม และมนุษย์ก็นำกระบวนการให้เหตุผลดังกล่าวไปแสวงหาความรู้ใหม่ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐานที่ได้จากการสังเกตจากปรากฏการณ์ธรรมชาติหรือประเพณีและวัฒนธรรมที่ได้ปฏิบัติมาตลอดเวลา

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาข้อสรุปจากสถานการณ์ที่กำหนดให้อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล หาความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงข้อมูลสร้างเป็นข้อคาดการณ์และตรวจสอบข้อคาดการณ์พร้อมทั้งแสดงเหตุผลอ้างอิงข้อมูลอธิบายข้อสรุป เพื่อยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และนำข้อสรุปที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล

**2.3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผล**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวว่าความสำคัญของการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

Baroody (1993, p. 2) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นสำหรับผู้เรียนคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ เพราะการใช้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนานอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ เน้นการใช้เหตุผลให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถใช้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบ และมีความหมาย ทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่น ๆ

The National Council of Teacher of Mathematics (2000, p. 23) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ว่า โดยได้กำหนดในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ให้การให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหลักมาตรฐานหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน ส่งผลให้การให้เหตุผลเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญและเป็นกิจกรรมหลักอย่างหนึ่งในการเรียนการสอน ซึ่งมาตรฐานทางด้านการให้เหตุผลและการพิสูจน์ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนที่เรียนในระดับโรงเรียนได้เรียนรู้ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้นได้แก่

1. การเห็นคุณค่าของการให้เหตุผล และการพิสูจน์ในฐานะที่เป็นรากเหง้าของคณิตศาสตร์ (Recognize Reasoning and Proof as Fundamental Aspects of Mathematics)

2. การสร้างและสืบสวน ข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ (Make andInvestigate Mathematical Conjectures)

3. การพัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (Develop and Evaluate Mathematical Arguments and Proofs)

4. การเลือกและใช้รูปแบบการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ได้อย่างหลากหลาย (Select and use Various Types of Reasoning and Methods of Proof)

อัมพร ม้าคนอง (2549, น. 97) ได้กล่าวถึงความสำคัญของ การให้เหตุผลไว้ว่ามุมมองของข้อมูลจากการให้เหตุผลของนักเรียนครูผู้สอนสามารถนำข้อมูลเหล่านี้มาใช้ประโยชน์ดังต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ

2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผล

3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ๆ (Emerging Ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่น ๆ

4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียน

5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน

6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 45) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิตดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า ความสำคัญของการให้เหตุผล หมายถึง เครื่องมือที่สำคัญเปรียบเสมือนเป็นหัวใจของการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์และคิดอย่างมีเหตุผลบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต อีกทั้งการให้เหตุผลของนักเรียนยังเป็นส่วนสำคัญที่ครูผู้สอนสามารถนำไปปรับปรุงพัฒนาการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนมีมาตรฐานด้านการให้เหตุผลที่สูงขึ้น

**2.3.3 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Piaget and Inheider (1969, p. 58) กล่าวว่า การคิดหมายถึงการกระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยปัญญาการคิดของบุคคลเป็นกระบวนการใน 2 ลักษณะ คือ เป็นกระบวนการปรับเข้าโครงสร้าง (Assimilation) โดยการจัดส่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับให้เข้ากับประสบการณ์ที่มีอยู่กับกระบวนการปรับเปลี่ยนโครงสร้าง (Accommodation) โดยการปรับประสบการณ์เดิมให้เข้ากับความจริงที่ได้รับรู้ใหม่ บุคคลจะใช้การคิดทั้งสองลักษณะนี้ร่วมกันหรือสลับกันเพื่อปรับความคิดของตนให้เข้ากับสิ่งเร้ามากที่สุด ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดดังกล่าวจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของบุคคลจากระดับหนึ่งไปสู่วิธีคิดอีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า

O'Daffer (1990, p. 378) ได้ให้ความหมาย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการการสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

Stiff (1999, p. 1) ได้ให้ความหมาย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต้องตั้งอยู่บนศูนย์กลางการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ และเนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้น และการให้เหตุผล คือ สิ่งที่ใช้คิดเกี่ยวกับคุณสมบัติของวัตถุประสงค์วิชาคณิตศาสตร์

Daffer and Thornquist (1993, p. 43) ได้ให้ความหมายของ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการค้นหาความสัมพันธ์ การหาความเข้าใจ การสร้างข้อสรุป และการตรวจสอบข้อสรุปของ สถานการณ์ปัญหาหนึ่ง ๆ

Greenwood (1993, p. 144) กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการทำความเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบหรือสถานการณ์ปัญหา เพื่อระบุข้อผิดพลาดหรือสร้างวิธีการใหม่ซึ่งเป็นการเน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าการเน้นที่คำตอบ ซึ่งจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลของนักเรียน

The National Council of Teachers of Mathematics (2000, p. 57) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ถือเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้ และเป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนเลือกและใช้การให้เหตุผลอย่างหลากหลาย

Long and Detemple (2006, p. 51) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการคิดวิเคราะห์ ซึ่งประกอบไปด้วยการให้เหตุผลแบบนิรนัย การให้เหตุผลเกี่ยวกับการนำเสนอเหตุการณ์ทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลแบบอุปนัย

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, น. 37) ได้ให้ความหมาย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลนั้นประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามรถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

รัชดา ยาตรา (2549 น. 40) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือความสัมพันธ์ จากข้อมูลหรือสถานการณ์ที่ กำหนดโดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 46) ให้ได้ให้ความหมาย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่ากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ ๆ

เทพสุดา เกตุทอง (2551, น. 21) ได้สรุป การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ข้อมูล การระบุความสัมพันธ์ข ของข้อมูลและการหาข้อสรุปของข้อมูล แล้วแสดงและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

เปียทิพย์ เขาไข่แก้ว (2551, น. 19) ให้ความหมาย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง กระบวนการ การคิดและวิเคราะห์หาความสัมพันธ์จากการรวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์แล้วหาข้อสรุป พร้อมทั้งยืนยัน หรือคัดค้านข้อสรุปนั้น อย่างสมเหตุสมผล

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ (2551, น. 18) กล่าวว่า การคิดเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมองที่มีการค้นหาหลักการหรือข้อความจริงแล้ววิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุป ซึ่งการคิดนั้นอาจเกิดจากสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับ รวมกับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดจะช่วยพัฒนาระดับความคิดให้สูงขึ้น สรุปได้ว่า การคิดเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมองเพื่อค้นหาหลักการหรือข้อความจริงที่ได้รับแล้วทำการวิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุป รวมทั้งนำหลักการที่ได้ไปใช้อ้างอิงในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ต่างไปจากเดิม จากความหมายของการคิดจะเห็นว่า กระบวนการคิดเกี่ยวข้องกับการค้นหา การวิเคราะห์ การหาข้อสรุปและการอ้างอิง ซึ่งถือว่าเป็น ลักษณะหนึ่งของการให้เหตุผล

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการ การคิดและวิเคราะห์หาความสัมพันธ์จากการรวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การหาข้อเท็จจริง แล้วข้อสรุปพร้อมทั้งยืนยัน หรือคัดค้านข้อสรุปนั้น อย่างสมเหตุสมผลรวมทั้งนำหลักการที่ได้ไปใช้ อ้างอิงในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ต่างไปจากเดิม

**2.3.4 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวว่าประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Eysenck. Et al (1972, p. 214) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 วิธี ดังนี้

1. การคิดเหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไป เพื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

2. การคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการคิดหาเหตุผลจากประโยคอ้าง (Premise) ไปยังข้อสรุป (Conclusion) โดยข้อสรุปนั้นมีความสมเหตุสมผล ถ้าการสรุปนั้นไม่สมเหตุสมผลที่กำหนดเรียกว่าไม่สมเหตุสมผล

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547, น. 48) ได้กล่าวถึงประเภทของ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่ามี 2 แบบ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยอาศัยการสรุปจากส่วนย่อย ๆ ไปสู่ส่วนใหญ่

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยอาศัยการสรุปจากส่วนใหญ่ไปสู่ส่วนย่อย

อัมพร ม้าคนอง (2547, น. 98) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ได้แก่

1. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Logical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ความคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภทต่อไปนี้

1.1 การคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวนัยหนึ่งว่า เป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่ม เพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นของกลุ่มเดียวกัน

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Reductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ หรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Rasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และข้อมูลเชิงคุณภาพ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะ ดังต่อไปนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเลขและ/ หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.2.1 การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

2.2.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานกระทรวงศึกษาธิการ (2552, น.5) ได้แบ่งรูปแบบการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการใช้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่าน่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง เรียกข้อสรุปได้ว่าข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์แล้วใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

สรุปได้ว่า ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้หลายลักษณะ แต่ที่พบบ่อยจะแบ่งรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 รูปแบบ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูลหรือประสบการณ์เดิมซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้งแล้วนำไปสู่ข้อสรุป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Reductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้รูปแบบการลงความคิดเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุป โดยจะนำเอานิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และหลักการทางตรรกศาสตร์มาช่วยให้ได้ผลสรุป

**2.3.5 แนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

English (1995, pp. 44-46) ได้ให้ความหมาย แนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เด็กเล็กต่างๆก็ใช้การให้เหตุผลด้วยการอุปมาในการเรียนรู้เกี่ยวกับโลกรอบตัว การเข้าใจว่าพืชก็เหมือนมนุษย์ที่ต้องการอาหารและน้ำที่เพียงพอเพื่อการดำรงชีวิต เด็กเข้าใจว่าสัตว์คล้ายคลึงกับมนุษย์ที่มีอวัยวะภายนอกที่สำคัญเหมือนกัน ในวัยผู้ใหญ่เราให้เหตุผลด้วยการอุปมาในการดำรงชีวิตหลายเรื่องด้วยกันตั้งแต่การตัดสินใจเกี่ยวกับเรื่องกฎหมายในด้านธุรกิจในด้านการเมือง

เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การให้เหตุผลโดยใช้การอุปมาต้องการให้นักเรียนเน้นไปที่คุณสมบัติที่สัมพันธ์กันของสถานการณ์หรือแนวคิดหนึ่งๆ มากกว่าจะเน้นไปที่จุดเด่นที่ปรากฏภายนอก ซึ่งวิธีการนี้เป็นเครื่องมือที่ความจำเป็นและมีศักยภาพสำหรับเด็กเพื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เช่น เมื่อเรานำเสนอสิ่งใดสิ่งหนึ่งด้วยการแสดงแทนในหลากหลายแบบเราจะถามนักเรียนเพื่อให้เหตุผลโดยใช้การอุปมา (English, 1995) การแสดงแทนเหล่านั้นถูกปรับเปลี่ยนเป็นเครื่องมือเชิงรูปธรรม (Concrete aids) เช่น บล็อกฐานต่าง ๆ ถูกจัดเรียนเป็นแถวของการแสดงแทนด้วยภาพ (Pictorial Presentations) ซึ่งเราใช้เพื่อขยับไปสู่ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (Mathematic concepts) เครื่องมือเชิงรูปธรรมและเครื่องมือเชิงรูปภาพนี้มีสิ่งที่คล้ายคลึงกันของแนวคิดคณิตศาสตร์

The National Council of Teachers of Mathematics (1989, p. 20) ได้ให้ความหมายแนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่าศาสตร์ที่เกี่ยวของกับสิ่งที่เป็นนามธรรมและการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือใน การทำความเข้าใจความเป็นนามธรรมนั้นการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่เราต้องใช้ในการคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติของแนวคิดต่าง ๆทางคณิตศาสตร์ (Mathematic Objects) และพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นให้อยู่ในรูปทั่วไป (Develop Generalizations)

Stiff (1999, pp. 57-59) ได้ให้ความหมาย แนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า กระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในความสนใจของ NCTM มาโดยตลอด นักเรียนมาโรงเรียนด้วยความรู้และทักษะมากมาย ซึ่งสิ่งสำคัญที่ครูต้องเตรียมคือจะทำอย่างไรให้นักเรียนเข้ามามีส่วนร่วมในการคิดและให้เหตุผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์บ่อยครั้งที่ครูยอมรับว่าถ้านักเรียนสามารถดำเนินการกับจำนวนหรือแก้ปัญหาได้สำเร็จ นักเรียนต้องสามารถอธิบาย (Explain) หรือแสดงเหตุผล (Justify) ในการกระทำนั้นของตนเอง

สรุปได้ว่า แนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์หมายถึงการเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และการใช้ความเข้าใจในสิ่งนี้ไปสู่สถานการณ์ใหม่การเรียนรู้กระบวนการอันสลับกับซับซ้อน ในการให้เหตุผลโดยสิ่งที่สอดคล้องกันด้วยแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และแสดงถึงกระบวนการที่เป็นรากฐานในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

**2.3.6 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2546, น. 9) ได้เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างสมเหตุสมผล

ศศิธร แม้นสงวน (2555, น. 462) ได้ให้ความหมายของ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่องโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, น. 24-27) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป

3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างมีความสมเหตุสมผล

ทิศนา แขมมณี (2544, น. 56-58) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่าการคิดอย่างมีเหตุผลว่าเป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผลโดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริง โดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2542, น. 20) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่ากระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การอธิบายแสดงแนวคิดการคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และข้อความการคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ และให้เหตุผลในการแสดงแนวคิด การหาข้อสรุปและการหาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

### 2.3.7 การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวว่าการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Peter (2000, p. 34) ได้กล่าวถึง การวัดความสามารถในการให้เหตุผล เป็นการประเมินความสามารถทางการคิดที่ใช้หลักการเหตุ และผลซึ่งจะมีทั้งการประเมินรายบุคคลและรายกลุ่ม โดยสามารถประเมินได้โดยการใช้แบบทดสอบการให้เหตุผล The Test of Everyday Reasoning (TER) ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ทำแบบทดสอบแสดงเหตุผลผ่าน การนำเสนอข้อคิดเห็นการสร้างสมมติฐานและให้ผู้ทดสอบทำการประเมินค่าในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยข้อสอบจะแบ่งออกเป็น 5 ส่วนตามรูปแบบของการให้เหตุผล ดังนี้

ส่วนที่ 1 เป็นการวัดความสามารถการให้เหตุผลแบบนิรนัย กล่าวคือเป็นแบบวัดการให้เหตุผลในการตัดสินและลงข้อสรุป โดยการนำความรู้ ความเข้าใจ ทฤษฎี หลักการ รวมทั้งข้อสรุปที่ได้ก่อนหน้ามาประกอบการให้เหตุผลร่วมกัน

ส่วนที่ 2 เป็นการวัดความสามารถการให้เหตุผลแบบอุปนัย กล่าวคือเป็นแบบวัดการให้เหตุผลที่ให้ผู้ตอบได้สรุปแนวคิดตามหลักการทางวิชาวิทยาศาสตร์ผ่านการนำข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหามาวิเคราะห์ เพื่อดึงแนวคิดหรือหลักการในสถานการณ์นั้นออกมา

ส่วนที่ 3 เป็นการวัดความสามารถการให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ กล่าวคือเป็นแบบวัดที่ให้ผู้ทำแบบทดสอบสรุปสาเหตุซึ่งจำเป็นต้องใช้การคิด และวิเคราะห์เพื่อหาต้นเหตุของสถานการณ์แต่ละสถานการณ์ว่าทำไมถึงเป็นเช่นนั้น มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร

ส่วนที่ 4 เป็นการวัดความสามารถการให้เหตุผลเชิงการลงความคิดเห็น กล่าวคือเป็นแบบวัดที่ให้ผู้ทำแบบทดสอบแสดงความคิดเห็น โดยอาศัยข้อมูลจากความเชื่อความคิดเห็นข้อเท็จจริงการคาดเดาหลักการ และการตั้งสมมติฐานผ่านการคิดเชิงอุปนัยและนิรนัยของผู้ทดสอบ

ส่วนที่ 5 เป็นการวัดความสามารถการให้เหตุผลเชิงการประเมินค่า กล่าวคือเป็นแบบวัดที่ให้พิจารณาความน่าเชื่อถือ จากการศึกษาข้อมูลหลายแหล่งมาประกอบการพิจารณา

Mesalands Community College (2012, p. 61) ได้นำเสนอกรอบของความสามารถในการให้เหตุผลไว้โดยแบ่งตามลักษณะของการให้เหตุผลออกเป็น 3 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 เป็นการให้เหตุผลประกอบในด้านของการสร้างหรือการวิเคราะห์เชิงตัวเลข หรือการแสดงแทนข้อมูลด้วยกราฟ ซึ่งในส่วนนี้ก็ได้แบ่งระดับของการให้เหตุผลไว้เป็น 4 ระดับ ได้แก่

ระดับดีมาก (4 คะแนน) ในระดับนี้นักเรียนจะต้อง สามารถให้เหตุผลในการอธิบายรูปแบบการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ทั้งหมดอย่างสมเหตุสมผลและครอบคลุม

ระดับดี (3 คะแนน) ระดับนี้นักเรียนจะสามารถให้เหตุผล ในการอธิบายรูปแบบการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ทั้งหมดแต่ไม่สมเหตุสมผล หรือไม่ครอบคลุม

ระดับพอใช้ (2 คะแนน) ระดับนี้นักเรียนจะสามารถให้เหตุผล ในการอธิบายรูปแบบการแก้ปัญหาในสถานการณ์ได้บางส่วนซึ่งไม่สมเหตุสมผล หรือไม่ครอบคลุม

ระดับที่ต้องปรับปรุง (1 คะแนน )ระดับนี้นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผล ในการอธิบายรูปแบบการแก้ปัญหาได้นักเรียนจะทำแค่เพียง การอธิบายในสิ่งที่เห็นหรือเข้าใจจากที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้มา

ส่วนที่ 2 เป็นการให้เหตุผลประกอบในด้านของ การจัดรูปให้อยู่ในรูปอย่างง่ายการประเมินค่าและการแก้สมการหรือหลักการ ซึ่งในส่วนนี้ก็ได้แบ่งระดับของการให้เหตุผลไว้เป็น 4 ระดับในทำนองเดียวกันกับ ที่กล่าวไว้ในข้างต้น ดังนี้

ระดับดีมาก (4 คะแนน) ในระดับ นี้นักเรียนจะต้องสามารถสร้างรูปแบบแสดงแทนและให้เหตุผลภายหลังจากการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาไดอ้ย่างถูกต้องครบถ้วน

ระดับดี (3 คะแนน) ในระดับนี้นักเรียนจะสามารถ สร้างรูปแบบแสดงแทนและให้เหตุผลภายหลังจากการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง เพียงบางส่วนโดยยังคงสามารถแสดงส่วนสำคัญ ของสถานการณ์ปัญหาไว้ได้ถูกต้อง

ระดับพอใช้ (2 คะแนน) ในระดับนี้นักเรียนจะสามารถสร้างรูปแบบ แสดงแทนและให้เหตุผลภายหลังจากการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง เพียงบางส่วนไม่สามารถแสดงส่วนสำคัญของสถานการณ์ ปัญหาไว้ได้ซึ่งแสดงได้ถูกต้องแค่ส่วนย่อย

ระดับที่ต้องปรับปรุง (1 คะแนน) ในระดับนี้นักเรียนจะไม่สามารถสร้างรูปแบบแสดงแทนและให้เหตุผลภายหลังจากการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้

ส่วนที่ 3 เป็นการให้เหตุผลประกอบในด้านของหลักการ และการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของหลักการทางคณิตศาสตร์ซึ่งในส่วนนี้ก็จะได้แบ่งระดับของการให้เหตุผลไว้เป็น 4 ระดับเช่นกันที่กล่าวไว้ดังนี้

ระดับดีมาก (4 คะแนน) ในระดับนี้นักเรียนจะต้อง สามารถยกตัวอย่างการเชื่อมโยงหลักการ และสามารถให้เหตุผลในการอธิบายไดอ้ย่างสมเหตุสมผลและครบถ้วน

ระดับดี (3 คะแนน) ในระดับนี้นักเรียนจะสามารถยกตัวอย่างการเชื่อมโยงหลักการและสามารถให้เหตุผลในการอธิบายได้ แต่การให้เหตุผลยังไม่สมเหตุสมผลหรือยังไม่ครอบคลุม

ระดับพอใช้ (2 คะแนน) ในระดับนี้นักเรียนสามารถให้เหตุผล ในการอธิบายได้จากสถานการณ์ปัญหา หรือสามารถยกตัวอย่างได้แต่ให้เหตุผลโดยไม่สมเหตุสมผลหรือไม่ครบถ้วน

ระดับที่ต้องปรับปรุง (1 คะแนน) ในระดับนี้นักเรียนจะไม่สามารถให้เหตุผลอธิบายสถานการณ์ปัญหาได้ ทำได้เพียงการพรรณนาสถานการณ์ปัญหา

สรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 5 ส่วนตามรูปแบบของการให้เหตุผล แต่ละส่วนแบ่งระดับของการให้เหตุผลไว้เป็น 4 ระดับ ประกอบด้วยระดับดีมาก (4 คะแนน) ระดับดี (3 คะแนน) ระดับพอใช้ (2 คะแนน) และระดับที่ต้องปรับปรุง (1 คะแนน)

**2.3.8 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวว่าแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Robert (1977, p. 21) กล่าวถึงแนวทางในการส่งเสริมเพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลโดยระบุไว้เป็นข้อๆ ดังนี้

1. ควรมีการตกลงร่วมกันระหว่างผู้สอนและนักเรียน และนักเรียนกับนักเรียนว่าจะแสวงหาความรู้เรื่องอะไร หรือทำความเข้าใจเรื่องอะไร

2. ในการอ้างเหตุผลควรหลีกเลี่ยงการยึดมั่น ในแนวความคิดใดแนวความคิดหนึ่งต้องเป็นกลางคอยรับฟัง

3. ผู้สอนต้องเคารพความคิดเห็นของนักเรียน

4. ผู้สอนควรจะต้องให้โอกาสในการตอบคำถามแก่นักเรียน และช่วยส่งเสริมให้คำตอบนั้นกระจ่างยิ่งขึ้น

5. ผู้สอนต้องคอยควบคุมสิ่งที่นำมาพูดคุยกันให้ยังคงกรอบ การสนทนาอยู่ในขอบเขตของการพูดคุยและตรงกับประเด็น

The National Council of Teachers of Mathematics (2000, p. 56) ได้นำเสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของไว้ว่า ผู้สอนอาจจะนำเสนอการให้เหตุผลเพื่อเป็นแนวทางให้กับนักเรียน ผ่านการแยกแยะข้อเท็จจริงการพิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์ และการแสดงตัวอย่างการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลให้นักเรียนได้เรียนรู้

พงศธร มหาวิจิตร (2550, น. 50) ได้กล่าวถึง แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลไว้ว่า การวิจารณ์อย่างมีเหตุผลและการอภิปรายถึงข้อคาดการณ์จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนามาตรฐานในการยอมรับความคิดเห็นสูงขึ้น และมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการให้เหตุผลและสามารถปกป้องเหตุผลของตนได้ โดยผู้สอนจำเป็นต้องสร้างความชัดเจนในแนวคิดหรือความรู้ให้เกิดขึ้นนักเรียนและนักเรียนต้องไม่สามารถที่จะอธิบายได้ทันทีจากนั้นจึงค่อยส่งเสริมหรือกำหนดให้นักเรียนอธิบายหรือวิจารณ์ร่วมกัน

สรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนาความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล มีส่วนช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการให้เหตุผลและสามารถปกป้องเหตุผลของตนได้ โดยผู้สอนจำเป็นต้องสร้างความชัดเจนในแนวคิดหรือความรู้ให้

เกิดขึ้นนักเรียนและนักเรียนต้องไม่สามารถที่จะอธิบายได้ทันทีจากนั้นจึงค่อยส่งเสริมหรือกำหนดให้นักเรียนอธิบายหรือวิจารณ์ร่วมกัน ผู้สอนอาจจะนำเสนอการให้เหตุผลเพื่อเป็นแนวทางให้กับนักเรียนผ่านการแยกแยะข้อเท็จจริง การพิจารณาแบบรูปและความสัมพันธ์และการแสดงตัวอย่างการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล ให้นักเรียนได้เรียนรู้

**2.3.9 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางวิชาคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวว่าการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางวิชาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, pp. 3-5) อธิบายถึง เทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต โดยผู้สอนควรเดินรอบๆ ห้องเพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหากับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน

2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

Jones,Thornton, Langrali and Tarr (1999, pp. 51-54) ได้กล่าวถึง ระดับของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 4 ระดับดังนี้

ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิดของตนเองตัดสิน (Bjective or Non-Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเอง ให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป

ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมา เป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมด จากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น (Transitional Between Subjective and Naive Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น

ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการ โดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล (Informal Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ 2 คือ สามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่าหรือเท่ากัน แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร

ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่างๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ (Incorporates Numerical Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบาย และเชื่อมโยงคำตอบของตนเองคำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2542, น. 25) ได้กล่าวถึงระดับของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางต่อไปนี้

**ตารางที่ 2.5** เกณฑ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 93)

| คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
| --- | --- |
| 3 | อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้วิธีการคาดคะเนได้อย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน |
| 2 | อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้วิธีการคาดคะเนได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่ชัดเจน |
| 1 | ไม่อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้วิธีการคาดคะเน หรือเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผล |
| 0 | ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ |

จากตารางที่ 2.5 พบว่า เกณฑ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แบ่งเกณฑ์คะแนนออกเป็น 4 ระดับ โดยประเมินในเรื่องการหาคำตอบให้ได้หลายข้อภายในเวลาที่กำหนด และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, น. 50-52) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่เกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผล หรือพิสูจน์ในการประเมินผลควรคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

4.1 ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อน ามาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดมุ่งหมายในลักษณะนี้จะประเมินด้วยการวิเคราะห์เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่าง ๆ ตามที่ต้องการทราบ

4.2 ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งผู้สอนอาจใช้การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน ในการประเมินความสามารถด้านการให้เหตุผล จะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรมตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนา ทั้งนี้อาจเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้น ๆ

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, น. 60) อธิบายถึงการประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่บรรจุไว้ในหลักสูตร โดยครูสามารถประเมินได้จากกิจกรรมที่นักเรียนทำจากแบบฝึกหัดหรือข้อสอบที่เป็นคำถามปลายเปิดที่ให้โอกาสนักเรียนแสดงความสามารถ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, น. 184-188) ได้กล่าวว่า รูบริค คือข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียน จากระดับยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา ซึ่งผู้สอนสามารถออกแบบให้เหมาะสมกับนักเรียนของตนเองได้การให้คะแนนแบบรูบริคมีอยู่ 2 รูปแบบ ได้แก่

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่ทีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 168-170) ได้ระบุว่า การประเมินผลที่มีเกณฑ์การให้คะแนนอย่างเป็นระบบและชัดเจน จะช่วยให้ผู้สอนสามารถพิจารณาและตัดสินใจได้ว่า นักเรียนของตนมีความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใดเกณฑ์การให้คะแนนที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน คือ การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric scoring) ซึ่งเป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทาหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนเป็นรูปธรรม ซึ่งไม่ได้พิจารณาคำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่ยังพิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างจัดเจนและเป็นรูปธรรม เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบรูบริคที่นิยมใช้มี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) การให้คะแนนแบบวิเคราะห์เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน อาจแยกพิจารณาให้คะแนนและกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักน ามาใช้ในการประเมินผล ที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้านแล้วนำผลของการประเมินผลที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น หรือใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้รวมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนแบบรูบริคที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการท างานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะเป็นด้าน ๆ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสิน

หรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ

สรุปได้ว่า เกณฑ์การประเมินความสามารถใน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกณฑ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แบ่งเกณฑ์คะแนนออกเป็น 4 ระดับ โดยประเมินในเรื่องการหาคำตอบให้ได้หลายข้อภายในเวลาที่กำหนด และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง

## 2.4 การเข้าถึงคณิตศาสตร์

การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างแท้จริงนั้นจะต้องเป็นชั้นเรียน ที่มีการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมประสบการณ์การเรียนรู้อย่างมีความหมายสำหรับนักเรียนทุกคน และเป็นชั้นเรียนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้เข้าถึงกิจกรรม และเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความหมายอย่างเท่าเทียมกัน (Schoenfeld, 2014, p. 23) การเข้าถึงคณิตศาสตร์อย่างทั่วถึงของนักเรียนนั้น ไม่ได้หมายความว่านักเรียนต้องได้รับการเรียนการสอนที่เหมือนกันทุกคน แต่หมายถึงการที่ชั้นเรียนได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้าถึงบทเรียน และความสำเร็จเหมือนกันทุกคน โดยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนดังกล่าวจะเป็นคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงบริบทเพื่อเปิดโอกาส ให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจที่เป็นของนักเรียนจริง ๆ (The National Council of Teacher of Mathematics, 2000, p. 34) มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**2.4.1 ความหมายของการเข้าถึงคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาให้ความหมายของการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

The National Council of Teachers of Mathematics (2004, p. 20) ได้ให้ความหมายของการเข้าถึงคณิตศาสตร์ไว้ว่า คือการที่ชั้นเรียนได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้าถึงบทเรียน จากการมีโอกาสได้รับความสำเร็จเหมือนกันทุกคน ซึ่งไม่ได้หมายความว่านักเรียนต้องได้รับการเรียนการสอนที่เหมือนกันทุกคน

Rubenstein and Bright (2004, น. 22) ได้ให้ความหมายของ การเข้าถึงคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีขึ้นสำหรับนักเรียนทุกคน เป็นการเปิดโอกาสในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนทุกคน

Schoenfeld (2014, pp. 14-19) ได้กล่าวว่า การเข้าถึงคณิตศาสตร์ เป็นหนึ่งในมิติที่สำคัญของห้องเรียนที่เต็มไปด้วยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยขอบเขตนิยามของการเข้าถึงคณิตศาสตร์นี้คือชั้นเรียนที่ใช้กิจกรรมที่ช่วยสนับสนุน การมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นของนักเรียนทุกคนในชั้นเรียน นอกจากนี้ในมิติของการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ยังได้ให้ความสำคัญกับโอกาสในการเข้าถึงการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างทั่วถึง และเท่าเทียมอีกด้วย และลักษณะของกิจกรรมในชั้นเรียนที่ช่วยส่งเสริม ให้นักเรียนเข้าถึงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนได้ โดยมีรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

1. ครูสามารถจัดเตรียมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจุดทั้งในขณะที่เลือกหรือสร้าง “ปัญหา” และในขณะที่นำเสนอปัญหาแก่นักเรียน รวมไปถึงพยายามตั้งเป้าหมายให้นักเรียนสามารถ มีส่วนร่วมในกิจกรรมได้ทั่วทุกคน

2. ครูสามารถสร้างหรือกระตุ้นให้เกิดบรรทัดฐาน (Norm) ของการมีส่วนร่วมของนักเรียน โดยให้ความสำคัญไปที่การแสดงความคิด และความละเอียดของความคิดที่นักเรียนได้แสดงออกมา ให้มากกว่าการที่จะให้ความสำคัญไปกับการติชมที่อาจถูกต้องเพียงบางส่วนเท่านั้น

3. ในระหว่างที่มีการถกประเด็นอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ครูสามารถเพิ่มการมีส่วนร่วม ของนักเรียนให้มากขึ้นได้ ตัวอย่างเช่น ในขณะที่มีการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน หรือในขณะที่นักเรียนให้ความสนใจกับการทำกิจกรรมกลุ่มครูสามารถเลือก หรือสุ่มถามนักเรียนบางคนที่ยังไม่ค่อยมีส่วนร่วมมากนัก ให้ได้แสดงความคิดเห็นหรือมีส่วนร่วมมากขึ้นได้ ซึ่งการกระทำเช่นนี้จะเป็นการสร้างความเข้าใจให้กับนักเรียนว่า นักเรียนทุกคนสามารถแสดงความคิดเห็นและ มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ได้อย่างเต็มที่ในขณะที่มีการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

4. เมื่อนักเรียนให้ความสนใจกับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับภาษาที่ซับซ้อน หรือบริบททางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ครูสามารถหยิบยกเป็นประเด็นในการอภิปรายเพื่อที่จะตรวจสอบว่านักเรียนทุกคนกาลังมีส่วนร่วมจริง

5. ครูสามารถชี้บางประเด็นให้นักเรียนตระหนักได้ว่า บริบททางคณิตศาสตร์นั้นสามารถคิด หรือทำความเข้าใจได้อย่างหลากหลาย เพื่อเพิ่มศักยภาพการเข้าถึงคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้

สรุปได้ว่า การเข้าถึงคณิตศาสตร์ หมายถึง ชั้นเรียนที่ใช้กิจกรรมที่ช่วยสนับสนุนการมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น เป็นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีขึ้นสำหรับนักเรียนทุกคน และการได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้บทเรียนคณิตศาสตร์อย่างทั่วถึงและเท่าเทียมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน

**2.4.2 แบบประเมินการเข้าถึงคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา กล่าวว่าแบบประเมินการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Schoenfeld (2014, p. 16) โดยได้จำแนกเกณฑ์ประเมินการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในขณะที่มีกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นระดับต่างๆ ดังนี้

1. ระดับการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (Whole class discussion) แบ่งออกเป็น 3 ระดับจากต่ำไปสูงดังนี้

ระดับที่ 1 นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการเข้าถึงคณิตศาสตร์มีจำนวนต่ำกว่าร้อยละ 30 ของทั้งห้องเรียนซึ่งถือว่าอยู่ในระดับต่ำ และครูไม่ได้กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเข้าถึงคณิตศาสตร์

ระดับที่ 2 นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการเข้าถึงคณิตศาสตร์มีจำนวนระหว่างร้อยละ 30 ถึง 60 ของทั้งห้องเรียนซึ่งถือว่าอยู่ในระดับปานกลาง และครูได้กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเข้าถึงคณิตศาสตร์บ้าง

ระดับที่ 3 นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการเข้าถึงคณิตศาสตร์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของทั้งห้องเรียนซึ่งถือว่าอยู่ในระดับสูง และครูได้กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเข้าถึงคณิตศาสตร์อย่างเต็มที่

2. ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work) แบ่งออกเป็น 3 ระดับจากต่ำไปสูง ดังนี้

ระดับที่ 1 นักเรียนส่วนน้อยมีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม (ต่ำกว่าร้อยละ 30) และครูไม่ได้กระตุ้นให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่ม

ระดับที่ 2 นักเรียนบางส่วนมีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม (ร้อยละ 30-60) และครูพยายามกระตุ้นให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มเล็กน้อย

ระดับที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม (มากกว่าร้อยละ 60) และครูพยายามกระตุ้นให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มอย่างมีประสิทธิภาพ (เช่น พยายามให้นักเรียนคิดต่อยอด เป็นต้น)

3. ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations) แบ่งออกเป็น 3 ระดับจากต่ำไปสูงดังนี้

ระดับที่ 1 นักเรียนส่วนน้อยสนใจการนำเสนอ (ต่ำกว่าร้อยละ 30) อีกทั้งเมื่อผู้นำเสนอต้องการความช่วยเหลือ หรือคำชี้แนะจากครู แต่ครูไม่สามารถสังเกตเห็นจึงไม่ได้ให้ความช่วยเหลือ

ระดับที่ 2 นักเรียนบางคนสนใจการนำเสนอ (ร้อยละ 30-60) อีกทั้ง เมื่อผู้นำเสนอต้องการความช่วยเหลือ หรือคำชี้แนะจากครู และครูได้ช่วยเหลือผู้นำเสนอ แต่ไม่ชัดเจน

ระดับที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่สนใจการนำเสนอ (มากกว่าร้อยละ 60) เมื่อผู้นำเสนอต้องการความช่วยเหลือ หรือคำชี้แนะจากครู และครูได้ช่วยเหลือผู้นำเสนออย่างชัดเจน

4. ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work) แบ่งออกเป็น 3 ระดับจากต่ำไปสูงดังนี้

ระดับที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ทำงานที่ได้รับมอบหมายโดยครูไม่มีวิธีในการสนับสนุนนักเรียนให้ตั้งใจทำงาน

ระดับที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานที่ได้รับมอบหมาย แต่ยังไม่ได้แสดงให้เห็นถึงความตั้งใจในการทำงานเท่าที่ควร โดยครูมีวิธีในการส่งเสริมที่ไม่ชัดเจน สำหรับนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ

ระดับที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างตั้งใจ โดยครูมีวิธีในการส่งเสริมอย่างชัดเจน สาหรับนักเรียนที่ต้องการ ความช่วยเหลือ

สรุปได้ว่า แบบประเมินการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ได้จำแนกเกณฑ์ประเมินการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นระดับต่างๆ ดังนี้ ระดับสูง แบ่งเป็นระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual Work) นักเรียนสามารถศึกษาบทเรียนคณิตศาสตร์ ทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างตั้งใจ(มากกว่าร้อยละ 60) ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations) นักเรียนส่วนใหญ่สนใจการนำเสนอสามารถที่จะนำเสนองานได้ (มากกว่าร้อยละ 60) ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small Group Work) นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม อภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มอย่างมีประสิทธิภาพ (มากกว่าร้อยละ 60)การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole Class Discussion) นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (มากกว่าร้อยละ 60) ระดับปานกลาง แบ่งเป็นระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual Work) นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานที่ได้รับมอบหมายมีจำนวนระหว่าง

(ร้อยละ 30-60) แต่ยังไม่ได้แสดงให้เห็น ถึงความตั้งใจในการทำงานเท่าที่ควร ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations)นักเรียนบางคนสนใจการนำเสนอมีจำนวนระหว่าง (ร้อยละ 30-60) ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small Group Work) นักเรียนบางส่วนมีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม และอภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มมีจำนวนระหว่าง (ร้อยละ 30-60) การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole Class Discussion) นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนมีจำนวนระหว่าง (ร้อยละ 30 - 60) และระดับต่ำ แบ่งเป็นระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual Work) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ทำงานที่ได้รับมอบหมาย (ต่ำกว่าร้อยละ 30) ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations) นักเรียนส่วนน้อยสนใจการนำเสนอ (ต่ำกว่าร้อยละ 30) ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small Group Work) นักเรียนส่วนน้อยมีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม (ต่ำกว่าร้อยละ 30) การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole Class Discussion) นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนมีจำนวน (ต่ำกว่าร้อยละ 30)

## 2.5 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์แบบเพียร์สัน เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป ว่ามีความสัมพันธ์กันในระดับใด และมีความสัมพันธ์ในทิศทางใดในที่นี้ขอนำเสนอในประเด็นของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ตัวอย่างการคำนวณโดยใช้สูตรและการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป และการกำหนดสมมติฐานทางสถิติเพื่อการทดสอบ ได้มีนักการศึกษากล่าวถึง การวิเคราะห์ความสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ไว้ดังนี้

ปิยะธิดา ปัญญา (2560, 151-156) กล่าวว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (pearson product momemt correlation coefficien) เป็นสถิติที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหรือข้อมูล 2 ชุด ที่เป็นตัวแปรต่อเนื่อง ซึ่งมีข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

1. ตัวแปรที่ศึกษาเป็นตัวแปรต่อเนื่องอยู่ในมาตราวัดอันตรภาคหรือมาตรวัดอัตราส่วน ข้อมูลมีการแจกแจงปกติและมีความสัมพันธ์เชิงเส้น

2. ข้อมูลแต่ละชุดเป็นอิสระต่อกัน

สูตรที่ใช้ในการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

$$r_{XY} = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\left[n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[n\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}} \tag{2-1}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| เมื่อ | $r_{XY}$ | แทน | ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน |
| | $\sum X$ | แทน | ผลรวมของข้อมูลที่วัดได้จากตัวแปร $X$ |
| | $\sum Y$ | แทน | ผลรวมของข้อมูลที่วัดได้จากตัวแปร $Y$ |
| | $\sum XY$ | แทน | ผลรวมของผลคูณระหว่างข้อมูลตัวแปร $X$ และ $Y$ |

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของข้อมูลที่วัดได้จากตัวแปร $X$

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของก าลังสองของข้อมูลที่วัดได้จากตัวแปร $Y$

$n$ แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

การทดสอบนัยสำคัญทางสถิติของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

ชูศรี วงศ์รัตนะ (2560, น. 364) การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรนั้นมีหลายวิธี เมื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ได้แล้ว ผู้วิจัยจะต้องทำการทดสอบนัยสำคัญทางสถิติ (Test of Significant) เพื่อลงข้อสรุปอย่างมั่นใจว่าตัวแปรทั้งสองนั้นมีความสัมพันธ์กันจริงซึ่งการทดสอบนัยสำคัญทางสถิติมี 2 วิธี

1. วิธีที่ 1 การทดสอบที (t-test) มีสูตร ดังนี้

$$t = \frac{r_{XY}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{XY}^2}} \qquad ,df = n-2 \tag{2-2}$$

เมื่อ $t$ แทน ค่าสถิติทดสอบที

$r_{XY}$ แทน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่คำนวณได้

$n$ แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

เกณฑ์การตัดสินใจในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

1.1 ถ้าค่า $t$ คำนวณมากกว่าหรือเท่ากับ $t$ ที่เปิดจากตาราง จะได้ข้อสรุปได้ว่า ค่า $r$ ที่คำนวณได้มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญทั้งหมดที่กำหนด นั่นหมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

1.2 ถ้าค่า $t$ คำนวณน้อยกว่า $t$ ที่เปิดจากตาราง จะได้ข้อสรุปได้ว่า ค่า $r$ ที่คำนวณได้ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด นั่นหมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

2. วิธีที่ 2 การเปิดตารางค่าวิกฤตของสหสัมพันธ์แบบเพียร์สันค่าที่ต้องนำมาใช้ในการพิจารณาประกอบการเปิดตารางค่าวิกฤตของสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน คือ ค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนดและค่า $df = n-2$

เกณฑ์การตัดสินใจในการทดสอบสมมุติฐานทางสถิติ

2.1 ถ้าค่า $r$ คำนวณมากกว่าหรือเท่ากับ $r$ ที่เปิดจากตาราง จะสรุปได้ว่า ค่า $r$ ที่คำนวณได้มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด นั่นหมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2.2 ถ้าค่า $r$ คำนวณน้อยกว่า $r$ ที่เปิดตาราง จะสรุปได้ว่า ค่า $r$ ที่คำนวณได้ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติระดับนัยสำคัญทางสถิต

ในที่นี่จะขอนำเสนอการคำนวณโดยใช้สูตรและการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเฉพาะวิธีที่พบบ่อยในการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ได้แก่ การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ในการทำวิจัยผู้วิจัยต้องกำหนดสมมุติฐานการวิจัยและสมมุติฐานทางสถิติเพื่อการทดสอบขอยกตัวอย่างการเขียนสมมุติฐานการวิจัยแบบมีทิศทาง สมมุติฐานการวิจัยแบบไม่มีทิศทางและการเขียนสมมุติฐานทางสถิติ ดังนี้

ตัวอย่างสมมุติฐานการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการอ่านจับใจความ วิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสัมพันธ์กันทางบวก (สมมุติฐานการวิจัยแบบมีทิศทาง)

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาภาษาไทย และรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสัมพันธ์กันทางลบ (สมมุติฐานการวิจัยแบบมีทิศทาง)

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเจตคติในการเรียนวิชาภาษาไทยมีความสัมพันธ์กัน (สมมุติฐานการวิจัยแบบไม่มีทิศทาง)

จากตัวอย่างสมมุติฐานการวิจัยข้างต้นจะเห็นได้ว่า ทั้งแบบมีทิศทางและไม่มีทิศทาง ดังนั้นในการเขียนสมมุติฐานทางสถิติในส่วนของสมมุติฐานการวิจัย ซึ่งสามารถเป็นไปได้ใน 3 กรณี คือ มีความสัมพันธ์กัน มีความสัมพันธ์กันทางลบ หรือ มีความสัมพันธ์กันทางบวก ดังนี้

$H_0 : \rho = 0$ ไม่มีความสัมพันธ์กัน

$H_1 : \rho \neq 0$ มีความสัมพันธ์กัน

$H_1 : \rho < 0$ มีความสัมพันธ์กันทางลบ

$H_1 : \rho > 0$ มีความสัมพันธ์กันทางบวก

ตัวอย่างการคำนวณโดยใช้สูตร

การทำวิจัยเรื่องการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเจตคติในการเรียนวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเจตคติในการเรียนวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยได้สุ่มตัวอย่างนักเรียนที่เรียนวิชาภาษาไทย มาจำนวน 30 คน แล้วทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติในการเรียนวิชาภาษาไทย

จงทดสอบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเจตคติในการเรียนวิชาภาษาไทยมีความสัมพันธ์กัน ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 หรือไม่

**ตาราง 2.6** ข้อมูลวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Ach) และเจตคติ (Atti) ในการเรียนวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

| คนที่ | Atti $(X)$ | Ach $(Y)$ | คนที่ | Atti $(X)$ | Ach $(Y)$ | คนที่ | Atti $(X)$ | Ach $(Y)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 10 | 11 | 10 | 6 | 21 | 11 | 7 |
| 2 | 9 | 7 | 12 | 8 | 2 | 22 | 7 | 4 |
| 3 | 9 | 5 | 13 | 10 | 5 | 23 | 8 | 4 |
| 4 | 8 | 3 | 14 | 7 | 7 | 24 | 8 | 2 |
| 5 | 7 | 7 | 15 | 15 | 10 | 25 | 10 | 5 |
| 6 | 9 | 4 | 16 | 12 | 8 | 26 | 12 | 6 |
| 7 | 9 | 7 | 17 | 10 | 5 | 27 | 9 | 3 |
| 8 | 8 | 4 | 18 | 12 | 7 | 28 | 12 | 6 |
| 9 | 6 | 3 | 19 | 12 | 7 | 29 | 11 | 7 |
| 10 | 8 | 7 | 20 | 9 | 5 | 30 | 10 | 5 |
| $\sum X = 288, \sum Y = 168, \sum XY = 1{,}691, \sum X^2 = 2{,}884, \sum Y^2 = 1{,}062$ | | | | | | | | |

จากตาราที่ 2.6 พบว่า

ขั้นตอนที่ 1 การตั้งสมมุติฐานหลักและสมมุติฐานทางเลือก

$H_0 : \rho = 0, H_1 : \rho \neq 0$

ขั้นตอนที่ 2 การเลือกระดับนัยสำคัญ

$\alpha = .05$

$df = n - 2 = 30 - 2 = 28$

ดังนั้นค่าวิกฤตเมื่อเปิดตารางค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันจะได้ค่าวิกฤต

$r_{.05,28} = 0.361$

ขั้นตอนที่ 3 การเลือกสถิติทดสอบ

$$r_{XY} = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\left[n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[n\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}}$$

ขั้นตอนที่ 4 การคำนวณค่าสถิติจากตัวอย่าง

$$r_{XY} = \frac{(30)(1{,}691) - (288)(168)}{\sqrt{\left[(30)(2{,}884) - (288)^2\right]\left[(30)(1{,}062) - (168)^2\right]}}$$

$$r_{XY} = \frac{2{,}346}{3{,}605.88} = 0.651$$

ขั้นตอนที่ 5 การตัดสินใจ

การทดสอบนัยสำคัญของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มี 2 วิธี เพื่อการตัดสินใจดังนี้

วิธีที่ 1 การทดสอบที (t-test) จากสูตร

แทนค่า $t = \dfrac{.651\sqrt{30-2}}{\sqrt{1-.651^2}} = 4.533, df = n-2$

ในขั้นตอนการตัดสินใจนี้ผู้วิจัยจะต้องพิจารณาเปรียบเทียบค่า $t = 4.533$ ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต $t_{.05/2,28} = 2.048$ ที่เปิดจากคารางค่าวิกฤต $t$ ที่เปิดจากตารางจึงตัดสินใจปฏิเสธ $H_0$ และยอมรับ $H_1$

$t(4.533) > t_{.05/2,28}(2.048)$ จึงปฏิเสธ $H_0$ และยอมรับ $H_1$

สรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเจตคติในการเรียนวิชาภาษาไทยมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิธีที่ 2 การเปิดตารางค่าวิกฤตของสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

ในขั้นตอนการตัดสินใจนี้ผู้วิจัยจะต้องพิจารณาเปรียบเทียบค่าวิกฤต $r_{XY}$ ที่คำนวณได้คือ 0.651 กับค่าวิกฤต $r_{.05,28} = 0.361$ ที่เปิดจากตาราง เมื่อนำมาเปรียบเทียบกัน พบว่า ค่า $r_{XY}$ ที่คำนวณได้มากกว่าค่า $r_{XY}$ ที่เปิดตารางจึงปฏิเสธ $H_0$ และยอมรับ $H_1$

$r_{XY}(0.651) > r_{.05,28}(0.361)$ ปฏิเสธ $H_0$ และยอมรับ $H_1$

สรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเจตคติในการเรียนวิชาภาษาไทยมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลการทดสอบนัยสำคัญของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพื่อการตัดสินใจทั้งสองวิธีนั้นได้ข้อสรุปเช่นเดียวกัน



สรุปได้ว่า การวิเคราะห์ความสัมพันธ์แบบเพียร์สัน เป็นการดูทิศทางความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว โดยมี Correlation Coefficient (r) หรือ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เป็นตัวบ่งชี้ถึงความสัมพันธ์นี้ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์นี้จะมีค่าอยู่ระหว่าง -1.0 ถึง +1.0 ซึ่งหากมีค่าใกล้ -1.0 นั้นหมายความว่าตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กันอย่างมากในเชิงตรงกันข้าม หากมีค่าใกล้ +1.0 นั้นหมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันโดยตรงอย่างมาก และหากมีค่าเป็น 0 นั้นหมายความว่า ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์ต่อกัน ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยการวิเคราะห์ความสัมพันธ์แบบเพียร์สัน วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยที่ส่งผลต่อเจตคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดมหาสารคาม

## 2.6 การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis)

การวิเคราะห์จำแนกประเภทเป็นเทคนิคการวิเคราะห์ที่เหมาะสำหรับการนำตัวแปรอิสระหลายตัว ซึ่งวัดในมาตรอันตรภาคหรืออัตราส่วน ไปทำนายตัวแปรตาม ซึ่งเป็นตัวแปร กลุ่มหรือตัวแปรจัดประเภท (Categorical Variabie) ตัวแปรกลุ่มอาจเป็นตัวแปรจัดประเภท แบบ 2 กลุ่มหรือมากกว่าก็ได้ถ้าเป็นการจำแนก 2 กลุ่มเรียกว่า Two-group Discriminant Analysis ถ้าจำแนกมากกว่า 2 กลุ่มเรียกว่า Multiple Discriminant Analysis (MDA) แนวคิด ของการจำแนกทดสอบสมมติฐาน คือการหาว่าค่าเฉลี่ยของตัวแปรต้นแต่ละกลุ่มมีค่าเท่ากัน หรือไม่ การทดสอบนัยสำคัญทางสถิติเป็นการทดสอบระยะห่างระหว่างค่า Centriod (ค่าเฉลี่ย ของคะแนนจำแนกของแต่ละกลุ่ม) ของแต่ละกลุ่มทำให้ได้ฟังก์ชันการจำแนกไว้อธิบายว่า สามารถจำแนกกลุ่มใดด้วยตัวแปรใด การวิเคราะห์วิธีนี้นอกจากจะสามา รถจำแนกระหว่างกลุ่ม ได้อย่างสูงสุดแล้ว ยังสามารถบอกธรรมชาติบางอย่างของการจำแนกนั้นด้วย เช่น บอกว่าตัวแปรใดจำแนกได้ดี มากน้อยกว่ากัน นั่นคือสามารถบอกประสิทธิภาพหรือน้ำหนักในการจำแนกของแบบสอบถาม นอกจากนี้การวิเคราะห์จำแนกประเภทยังสามารถพยากรณ์การเข้าสู่กลุ่มของข้อมูลใหม่ด้วย ดังนั้นการวิเคราะห์จำแนกประเภทจึงเป็นเทคนิคการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2550, น. 59)

### 2.6.1 วัตถุประสงค์ของการใช้การวิเคราะห์จำแนกประเภท

การวิเคราะห์จำแนกประเภท ช่วยทำความเข้าใจความแตกต่างระหว่างกลุ่มและการจำแนกกลุ่มอย่างถูกต้อง ใช้ในกรณีที่คำถามการวิจัยต้องการคาดคะเนความสัมพันธ์หรือ ทำนายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร โดยสามารถตอบคำถามวิจัยได้ดังนี้ (กัลยา วินิชย์บัญชา 2551, น. 236)

2.6.1.1 ทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มตั้งแต่ 2 กลุ่มขึ้นไปว่ามีค่าเฉลี่ยของชุดตัวแปรต้นแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ ใช้การเปรียบเทียบค่ากลางของกลุ่ม (Group Cernitroid)

2.6.1.2 สร้างฟังก์ชันการจำแนกกลุ่ม มิติการจำแนกระหว่างกลุ่มจากชุดของตัวแปรต้นหรือตัวแปรจำแนกว่ามีมิติหรือฟังก์ชันใดบ้าง

2.6.1.3 พิจารณาว่าตัวแปรอิสระตัวใดบ้างเป็นตัวแปรที่สำคัญ ที่ใช้ในการแบ่งกลุ่มหรือตอบคำถามว่า ลักษณะความแตกต่างของกลุ่มตัวอย่างเกิดขึ้นจากตัวแปรใด

2.6.1.4 ใช้พยากรณ์ข้อมูลหน่วยใหม่เข้ารวมเป็น กลุ่มที่ทราบล่วงหน้าบนพื้นฐานของกลุ่มชุดตัวแปรต้นที่เหมาะสม

### 2.6.2 เงื่อนไขและข้อตกลงเบื้องต้น

Hair (2010, p. 245) ได้กล่าวถึงข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์จำแนกกลุ่มไว้ 4 ประการ ดังนี้

1. ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (Normality of Independent Variables)

2. เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรอิสระ ของกลุ่มต้องเท่ากัน (Equal Dispersion Matrices)

3. มีความสัมพันธ์เชิงเส้น (Linearity of Relationships)

4. ตัวแปรอิสระไม่มีความสัมพันธ์ร่วมเชิงพหุเชิงเส้น (Multicollinearity)

**2.6.3 การสรุปหรือแปลผลการวิเคราะห์**

การสรุปผลการวิเคราะห์ว่าตัวแปรอิสระตัวใดมีความสำคัญต่อการจำแนกกลุ่มสามารถพิจารณาจากค่าต่อไปนี้ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2550, น. 59)

2.6.3.1 น้ำหนักการจำแนกมาตรฐาน หรือที่เรียกว่าสัมประสิทธิ์การจำแนก (Discriminant Coefficient) น้ำหนักมาตรฐานที่ได้ ถ้ามีค่าสูงแสดงว่ามีอำนาจจำแนกฟังก์ชันได้มากกว่าตัวที่มีค่าน้อย หมายถึงความสามารถในการจำแนกกลุ่มประชากรออกเป็นกลุ่มต่าง ๆ ได้ดี โดยไม่ต้องพิจารณาค่า + หรือ - เพราะเป็นเพียงค่าที่แสดงถึงทิศทางเท่านั้น

2.6.3.2 น้ำหนักการจำแนก (Discriminant Loading) หรือความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างเป็นสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต้นแต่ละตัวกับฟังก์ชันจำแนก นิยมใช้คำนี้ในการบอกถึงความสำคัญของตัวเปรจำแนกมากที่สุด

2.6.3.3ค่าสถิติเอฟบางส่วน (Partial F Values) ใช้ในการบอกถึงการมีอำนาจจำแนก ท่า F สูงแสดงว่ามีค่าอำนาจจำแนกที่สูงในทางปฏิบัติการเรียงลำดับค่า F จึงเปรียบเสมือนการเรียงลำดับน้ำหนักความสำคัญซึ่งสัมพันธ์กับระดับนัยสำคัญของแต่ละตัวแปร

2.6.3.4ทำ Potency Index เป็นอำนาจจำแนกรวมทั้งหมดของตัวแปรจากทุกฟังก์ชันจำแนกที่มีนัยสำคัญทางสถิติ ใช้สำหรับประเมินความสำคัญของตัวแปรจำแนกในกรณีที่มีฟังก์ชันการจำแนกตั้งแต่ 2 ฟังก์ชัน ขึ้นไป

**2.6.4 วิธีการวิเคราะห์และแปรผลโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์**

ขั้นตอนของการวิเคราะห์การจำแนกองค์ประกอบ ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน (2551, น. 226-289)

2.6.4.1 ขั้นตอนของการทดสอบข้อตกลงเบื้องต้น

1) เปรียบเทียบความแตกต่างของตัวแปรตามตามกลุ่มที่แบ่งไว้เพื่อยืนยันว่าตัวแปรตามจำแนกกลุ่มสมาชิกขาดจากกันจริง โดยผลการทดสอบค่าเฉลี่ยจะต้องแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2) เปรียบเทียบความแปรปรวนร่วมของตัวแปรอิสระทุกกลุ่มโดยใช้ Box's M test ถ้าความแปรปรวนของแต่ละกลุ่มย่อยในตัวแปรตามไม่แตกต่างกัน (ค่า Sig มากกว่า .05) จึงจะนำเข้าสู่การสร้างสมการจำแนกกลุ่ม

3) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระภายในกลุ่มเพื่อที่จะทดสอบว่าตัวแปรอิสระแต่ละตัวไม่มีความสัมพันธ์กันสูง (ค่าสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ต้องน้อยกว่า 0.5)

2.6.4.2 ขั้นตอนการสร้างฟังก์ชันการวิเคราะห์จำแนกองค์ประกอบ (จำนวนฟังก์ชันเท่ากับจำนวนกลุ่มลบหนึ่งเสมอ) และทดสอบฟังก์ชันว่าสามารถจำแนกตัวแปรตามออกเป็นกลุ่ม ๆ ได้มากน้อยเพียงใดโดยการวิเคราะห์ค่า Eigen Value ค่า Canonical Correlation and Wilk's Lamda

2.6.4.3 การหาร้อยละของความสามารถในการพยากรณ์โดยวิเคราะห์ค่า Discriminant Score ซึ่งเป็นค่าที่บอกร้อยละของการจำแนกกลุ่ม 2

สรุปได้ว่า การวิเคราะห์ปัจจัยจำแนก คือ เทคนิคการวิเคราะห์ที่เหมาะสำหรับการนำ ตัวแปรอิสระหลายตัว ซึ่งวัดในมาตรอันตรภาคหรืออัตราส่วน ไปทำนายตัวแปรตาม ซึ่งเป็นตัวแปรกลุ่มหรือตัวแปรจัดประเภท (Categorical Variabie) ตัวแปรกลุ่มอาจเป็นตัวแปรจัดประเภทแบบ 2 กลุ่มหรือมากกว่าก็ได้ ถ้าเป็นการจำแนก 2 กลุ่มเรียกว่า Two-group Discriminant Analysis ถ้าจำแนกมากกว่า 2 กลุ่มเรียกว่า Multiple Discriminant Analysis (MDA) โดยมีวัตถุประสงค์ คือ (1) ทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มตั้งแต่ 2 กลุ่มขึ้นไปว่ามีค่าเฉลี่ยของชุด ตัวแปรต้นแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ โดยใช้การเปรียบเทียบค่ากลางของกลุ่ม (Group Cernitroid) (2) สร้างฟังก์ชันการจำแนกกลุ่ม มิติการจำแนกระหว่างกลุ่มจากชุดของตัวแปรต้นหรือตัวแปรจำแนกว่ามีมิติหรือฟังก์ชันใดบ้าง (3) พิจารณาว่าตัวแปรอิสระตัวใดบ้างเป็นตัวแปรที่สำคัญที่ใช้ในการแบ่งกลุ่มหรือตอบคำถามว่าลักษณะความแตกต่างของกลุ่มตัวอย่างเกิดขึ้นจากตัวแปรใด และ (4) ใช้พยากรณ์ข้อมูลหน่วยใหม่เข้ารวมเป็นกลุ่มที่ทราบล่วงหน้าบนพื้นฐาน ของกลุ่มชุดตัวแปรต้นที่เหมาะสม

## 2.7 การหาคุณภาพเครื่องมือ



คุณภาพเครื่องมือเป็นสิ่งที่สำคัญยิ่ง เมื่อสร้างแบบทดสอบหรือแบบสอบถามแล้วจึงต้องตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบหรือแบบสอบถาม เพื่อให้ทราบว่าแบบทดสอบหรือแบบสอบถามนั้นมีคุณภาพเพียงใด เครื่องมือไม่มีคุณภาพการวัดนั้นก็จะไม่น่าเชื่อถือ สิ่งที่มีความสำคัญของแบบทดสอบ คือ ค่าความยาก อำนาจจำแนก ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเชื่อมั่น ซึ่งแบบทดสอบหรือเครื่องมือที่ดีมีคุณภาพจะต้องมีคุณสมบัติ ดังนี้

**2.7.1 ความเที่ยงตรง**

จากการศึกษาความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความเที่ยงตรง (Validity) หรือ ความตรง (Validity) ได้มีนักวิชาการหลายท่านกล่าวไว้ ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551, น. 134-135) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงเป็นคุณสมบัติของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการวัด ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบนั้นมี สิ่งที่ควรพิจารณาดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเป็นเรื่องที่อ้างถึงการตีความหมายของผลที่ได้จากเครื่องมือที่ใช้ในการทดสอบหรือการประเมินผล มิใช่เป็นความเที่ยงตรงของเครื่องมือ แต่เป็นความเที่ยงตรงของการตีความหมายที่ได้จากผลของการทดสอบ

2. ความเที่ยงตรงเป็นเรื่องของระดับ (Matter of Degree) มิใช่เป็นเรื่องมีหรือไม่มี การบอกความเที่ยงตรงของแบบทดสอบควรเสนอในรูประดับที่เจาะจง เช่น มีความเที่ยงตรงสูง ปานกลาง หรือต่ำ

3. ความเที่ยงตรงจะเป็นความเที่ยงตรงเฉพาะเรื่องที่ต้องการวัดเสมอ (Specific to Some Particular Use) ไม่มีแบบทดสอบใดที่มีความเที่ยงตรงทุกวัตถุประสงค์ เช่น แบบทดสอบเลขคณิตอาจมีความเที่ยงสูงในการวัดทักษะการคำนวณ แต่มีความเที่ยงตรงต่ำใน การวัดเหตุผลเชิงตัวเลข และอาจมีความเที่ยงตรงปานกลางในการคาดคะเนผลการเรียน

4. ความเที่ยงตรงเป็นมโนทัศน์เดี่ยว (Unitary Concept) หมายความว่า ความเที่ยงตรงเป็นค่าตัวเลขตัวเดียวที่ได้มาจากหลักฐานหลายแหล่ง หลักพื้นฐานที่ใช้ยึดในการตีความหมายของความเที่ยงตรงก็คือ เนื้อหา เกณฑ์ที่กำหนดและโครงการ

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552, น. 99) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุดของแบบทดสอบ สามารถจำแนกความตรงเป็น 3 ประเภทหลัก ๆ ได้แก่ ความเที่ยงตรงตามเนื้อเรื่อง ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ และความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี การตรวจสอบความเที่ยงตรงเป็นกระบวนการรวบรวมและวิเคราะห์หลักฐาน เพื่อการสนับสนุนความเหมาะสมและความถูกต้องของการนำคะแนนจากเครื่องมือวัดไปสรุป ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงสามารถจำแนกตามเป้าหมายที่สำคัญได้ 3 ประเภท ได้แก่ การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อเรื่อง การตรวจสอบความเที่ยงตามเกณฑ์สัมพันธ์และการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี

ไพศาล วรคำ (2561, น. 266-273) กล่าวว่า ความเที่ยงตรง หมายถึง ความถูกต้องแม่นยำของเครื่องมือในการวัดสิ่งที่ต้องการจะวัดหรือความสอดคล้องเหมาะสมของผลการวัดกับเนื้อเรื่อง หรือเกณฑ์ หรือทฤษฎีเกี่ยวกับลักษณะที่มุ่งวัดความเที่ยงตรงจึงถือว่าเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุดของเครื่องมือวัดทุกประเภท เพราะเป็นคุณสมบัติเกี่ยวข้องกับคุณภาพด้านความถูกต้องของผลที่ได้จากการวัด เนื่องจากความเที่ยงตรงของค่าวัดจากเครื่องมือวัดเป็นความสัมพันธ์หรือความสอดคล้องระหว่างค่าวัดของเครื่องมือวัดนั้นกับสิ่งที่ต้องการวัดหรือตัวเกณฑ์ ดังนั้น การแสดงหลักฐานความเที่ยงตรง จึงเป็นการหาความสัมพันธ์หรือความสอดคล้องระหว่างค่าวัดของตัวแปร วิธีการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงจึงขึ้นอยู่กับชนิดของค่าวัดที่ได้จากตัวแปร ดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) หมายถึง คุณสมบัติของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามเนื้อหาที่จะวัด หรือเป็นดัชนีที่บ่งบอกว่าเนื้อหาของเครื่องมือหรือเนื้อหาของข้อคำถามวัดได้ตรงตามเนื้อหาของเรื่องที่ต้องการวัด ดังนั้นประเด็นสำคัญของความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาจึงอยู่ที่การเลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเนื้อเรื่องที่เป็นตัวแทน (Representative Sample) ของมวลเนื้อเรื่องที่ต้องการวัด ว่าเป็นตัวแทนของเนื้อหาทั้งหมดและมีความเพียงพอ (Adequate) ต่อการวัดเนื้อเรื่องนั้นหรือไม่ การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาจึงอาศัยกระบวนการตรวจสอบโดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญที่เป็นอิสระจากกัน ช่วยพิจารณาตัวอย่างเนื้อเรื่องในเครื่องมือวัดว่ามีขอบเขตที่ครอบคลุมและเป็นตัวแทนมวลเนื้อเรื่องที่ต้องการวัดเพียงใด การหาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบพิจารณาจากความสอดคล้องระหว่างวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือตัวชี้วัดกับข้อคำถามที่สร้างขึ้นโดยคำนวณจากดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index : IOC) ซึ่งเกณฑ์ในการคัดเลือกข้อคำถามนั้น พิจารณาจากเสียงส่วนใหญ่ของ

ผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าสอดคล้อง หรือดัชนีความสอดคล้อง (IOC) มากกว่า 0.5 ก็จะถือว่าข้อคำถามนั้นมีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

สูตรที่ใช้ในการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบ โดยแปลงระดับความสอดคล้องเป็นคะแนนดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2561, น. 266-270)

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น 1
และหาดัชนีความสอดคล้องได้จาก

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{N} \tag{2-3}$$

เมื่อ $IOC$ แทน ดัชนีความสอดคล้อง
$R_i$ แทน คะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินในแต่ละข้อ
$N$ แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

2. ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity) เป็นความสอดคล้องสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากเครื่องมือวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับเกณฑ์ภายนอก (Criterion) ที่สามารถใช้วัดคุณลักษณะที่ต้องการนั้นได้ เกณฑ์ภายนอกนี้อาจเป็นคะแนนจากการวัดอื่นหรือวิธีการอื่น ๆ ที่วัดสภาพปัจจุบันหรือสภาพในอนาคตของกลุ่มตัวอย่างได้ตรงตามคุณลักษณะที่ต้องการวัด ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ ความเที่ยงตรงเชิงสภาพความเที่ยงตรงร่วมสมัย (Concurrent Validity) และความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity)

3. ความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎีหรือความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) หมายถึง ความสามารถของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามขอบเขต หรือครบตามคุณลักษณะย่อย ๆ (Trait) มักจะมีโครงสร้างขององค์ประกอบในเชิงทฤษฎีบางทีจึงถูกเรียกว่า ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง การหาความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎีจึงนิยมใช้กับเครื่องมือวัดตัวแปรคุณลักษณะ หรือตัวแปรแฝงที่มีการนิยามเชิงทฤษฎี เช่น เชาว์ปัญญา เจตคติ ความเชื่อ ค่านิยม เชาว์อารมณ์ เป็นต้น โดยคุณลักษณะเหล่านี้สังเกตโดยตรงไม่ได้ จะสังเกตเฉพาะผลที่เกิดขึ้นเท่านั้น การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎีสามารถดำเนินการได้หลากหลายวิธี เช่น วิธีตัดสินโดยผู้เชี่ยวชาญ วิธีเปรียบเทียบคะแนนระหว่างกลุ่มรู้ชัด (Comparing the Scores of Known Groups) วิธีการเปรียบเทียบคะแนนจากการทดลอง (Comparing the Scores from an Experiment) วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis) เป็นต้น

สรุปได้ว่าความเที่ยงตรง หมายถึง ความถูกต้องแม่นยำของเครื่องมือในการวัดสิ่งที่ต้องการจะวัด ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงสามารถจำแนกตามเป้าหมายที่สำคัญได้ 3 ประเภท

ได้แก่ ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion Related Validity) และความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎีหรือความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity)

**2.7.2 ความยากและอำนาจจำแนก**

ได้มีนักการศึกษา ให้ความยากและอำนาจจำแนก ไว้ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551, น. 138) กล่าวว่า ความยาก (Difficulty) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่บอกให้ทราบว่าข้อสอบข้อนั้นมีคนตอบถูกมากหรือน้อย ถ้ามีคนตอบถูกมากข้อสอบนั้นก็ง่าย ถ้ามีคนตอบถูกน้อยข้อสอบข้อนั้นก็ยาก ถ้ามีคนตอบถูกบ้างผิดบ้างหรือมีคนตอบถูกปานกลาง ข้อสอบข้อนั้นก็มีความยากปานกลาง ข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะควรมีคนตอบถูกไม่ต่ำกว่า 20 คน และไม่เกิน 80 คน จากผู้สอบ 100 คน ค่าความยากหาได้โดยการนำจำนวนคนที่ตอบถูกหารด้วยจำนวนคนที่ตอบทั้งหมด ส่วนอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ใครรอบรู้-ไม่รอบรู้ โดยยึดหลักการว่าคนเก่งจะต้องตอบข้อสอบข้อนั้นถูกคนไม่เก่งจะต้องตอบผิดข้อสอบที่ดีจะต้องแยกคนเก่งกับคนไม่เก่งออกจากกันได้ อำนาจจำแนกมีความสัมพันธ์กับความเที่ยงตรงเชิงสภาพในทางบวก กล่าวคือ ถ้าเครื่องมือใดมีอำนาจจำแนกสูง เครื่องมือนั้นก็มีความเที่ยงตรงเชิงสภาพสูงด้วย

คิริชัย กาญจนวาสี (2552, น. 225) กล่าวว่า ความยากและอำนาจจำแนก หมายถึง สัดส่วนของจำนวนคนที่ตอบข้อสอบข้อนั้นถูก เช่น ข้อสอบข้อหนึ่งมีคนตอบ 100 คนปรากฏว่าตอบถูกเพียง 30 คน แสดงว่าข้อสอบข้อนั้นมีความระดับความยาก (p) เท่ากับ 0.30 หรือ 30 % ดังนั้น ระดับความยากของข้อสอบจึงมีค่าตั้งแต่ 0.00 - 1.00 ถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกมาก p จะมีค่าสูง (เข้าใกล้ 1) แสดงว่าข้อนั้นง่าย ในทางตรงกันข้ามถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกน้อย p จะมีค่าต่ำ (เข้าใกล้ 0) แสดงว่าข้อสอบนั้นยาก โดยทั่วไปข้อสอบที่มีค่า p ระหว่าง 0.20 -0.80 ถือว่าเป็นข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะ และข้อสอบทั้งฉบับควรมีระดับความยากเฉลี่ยประมาณ 0.50 ส่วนอำนาจจำแนก (Discrimination) หรืออำนาจจำแนกของข้อสอบ (Discrimination Power of The Items) หมายถึง ความสามารถของข้อสอบในการจำแนก หรือแยกให้เห็นความแตกต่างระหว่างข้อสอบที่มีผลสัมฤทธิ์ต่างกัน เช่น จำแนกคนเก่งกับคนอ่อนออกจากกันได้โดยถือว่าคนที่เก่งหรือมีความสามรถควรทำข้อสอบนั้นได้ ส่วนผู้ที่อ่อนหรือไม่มีความสามารถไม่ควรทำข้อสอบข้อนั้นได้ อำนาจจำแนกของข้อสอบจะมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง +1 แต่อำนาจจำแนกที่ดีจะต้องมีค่าบวกควรมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

**ตารางที่ 2.7** เกณฑ์ในการแปลความหมายของค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก

| ความยาก $(p)$ | ความหมาย | อำนาจจำแนก $(D)$ | ความหมาย |
|---|---|---|---|
| 0.80 – 1.00 | ง่ายมาก | 0.60 – 1.00 | ดีมาก |
| 0.60 – 0.79 | ค่อนข้างง่าย | 0.40 – 0.59 | ดี |
| 0.40 – 0.59 | ปานกลาง | 0.20 – 0.39 | พอใช้ |
| 0.20 – 0.39 | ค่อนข้องยาก | 0.10 – 0.19 | ค่อนข้างต่ำ ควรปรับปรุง |
| 0.00 – 0.19 | ยากมาก | 0.00 – 0.09 | ต่ำมาก ต้องปรับปรุง |

ไพศาล วรคำ (2561, น. 298-311) กล่าวว่า ความยากของข้อสอบ (Item Difficulty) เป็นคุณลักษณะประจำตัวของข้อสอบแต่ละข้อที่บ่งบอกถึงโอกาสที่กลุ่มตัวอย่างจะตอบข้อนั้นได้ถูก ดังนั้นความยากของข้อสอบจึงพิจารณาได้จากจำนวนผู้ตอบข้อนั้นถูก ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกมากแสดงว่าข้อสอบนั้นง่าย หรือมีค่าดัชนีความยาก (Item Difficult Index :p) สูงถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกน้อยแสดงว่าข้อสอบนั้นยาก หรือมีค่าดัชนีความยากต่ำ

การหาค่าความยากของข้อสอบโดยทั่วไปจะนิยมหาเฉพาะในการสอบแบบอิงกลุ่ม เพื่อทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากเหมาะสมกับกลุ่มผู้สอบข้อสอบที่มีความยากเหมาะสม จะมีดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 เนื่องจากข้อสอบที่ยากเกินไป $\left(p < 0.20\right)$หรือง่ายเกินไป $\left(p < 0.80\right)$จะไม่สามารถจำแนกความสามารถของกลุ่มผู้สอบได้ ส่วนในการสอบแบบอิงเกณฑ์นั้นต้องพิจารณาความรอบรู้ (ผ่านเกณฑ์) หรือไม่รอบรู้ (ไม่ผ่านเกณฑ์) จึงไม่ค่อยคำนึงถึงความยากของข้อสอบ แต่จะพิจารณาพฤติกรรมและเนื้อหาที่ต้องการวัดมากกว่าการหาดัชนีความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์จึงเป็นการหาเพื่อให้ทราบระดับความยากเท่านั้น ซึ่งถ้ามีการหาดัชนีความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์ก็มักจะหาทั้งดัชนีความยากก่อนเรียนและดัชนีความยากหลังเรียน โดยใช้สูตรเดียวกับความยากแบบอิงกลุ่ม

สำหรับข้อสอบอัตนัยการหาดัชนีความยากจะมีวิธีการแตกต่างไปจากข้อสอบปรนัยบ้าง เนื่องจากคะแนนที่เป็นไปได้ของข้อสอบอัตนัยแต่ละข้อไม่ใช่ 0 หรือ 1 เหมือนกับข้อสอบปรนัยการหาดัชนีความยากของข้อสอบอัตนัยทำได้โดยการแบ่งผู้เข้าสอบออกเป็นสองกลุ่มเท่า ๆ กัน คือกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ จากนั้นคำนวณหาดัชนีความยากจากสูตรของวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers, 1970) ดังนี้



$$p = \frac{S_H + S_L - \left(2nX_{min}\right)}{2n\left(X_{max} - X_{min}\right)} \qquad (2\text{-}4)$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| เมื่อ | $p$ | แทน | ดัชนีความยาก |
| | $S_H$ | แทน | ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง |
| | $S_L$ | แทน | ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ |
| | $n$ | แทน | จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ใช้ในการวิเคราะห์ |
| | $X_{max}$ | แทน | คะแนนสูงสุดในข้อนั้น |
| | $X_{min}$ | แทน | คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น |

ส่วนการแปลผลดัชนีความยากของข้อสอบอัตนัยก็ใช้เกณฑ์เดียวกับดัชนีความยากของข้อสอบปรนัย คือ ถ้าค่าดัชนีความยากสูงหรือมีจำนวนผู้ตอบถูกมากแสดงว่าข้อสอบนั้นง่าย ถ้าค่าดัชนีความยากต่ำหรือมีจำนวนผู้ตอบถูกน้อยแสดงว่าข้อสอบนั้นยาก

อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง คุณลักษณะของข้อสอบหรือข้อคำถามที่สามารถแยกปริมาณของคุณลักษณะที่ต้องการวัดที่มีอยู่ในแต่ละบุคคลได้ เช่น ในแบบทดสอบข้อสอบ

ที่มีอำนาจจำแนกก็คือ ข้อสอบที่สามารถแยกคนเก่งออกจากคนอ่อนได้ นั่นก็หมายความว่าคนเก่งทำข้อสอบข้อนั้นถูกขณะที่คนอ่อนทำผิด เครื่องมือที่นิยมหาอำนาจจำแนก ได้แก่ แบบทดสอบ และแบบสอบถาม เทคนิคการหาอำนาจจำแนกมีหลายวิธีจำแนกตามลักษณะของเครื่องมือดังนี้

1. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงกลุ่ม มีหลายวิธี ได้แก่ เทคนิคร้อยละ 50 เทคนิคร้อยละ 27 การหาสหพันธ์ระหว่างคะแนนรายข้อกับคะแนนรวม และการหาสหสัมพันธ์แบบ Point Biserial

2. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงเกณฑ์หาได้ 2 แบบ คือดัชนีอำนาจจำแนกของแบรนแนน (Brennan's Index: B-Index) และดัชนีความไวของข้อสอบ (Sensitive Index: S)

3. การหาอำนาจจำแนกของแบบสอบอัตนัย ในกรณีของข้อสอบอัตนัย ค่าคะแนนในแต่ละข้อจะมีได้หลายค่า การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบอัตนัยสามารถหาได้จากสูตรวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers, 1970) ดังนี้

$$D = \frac{S_H + S_L}{n\left(X_{max} - X_{min}\right)} \tag{2-5}$$

เมื่อ $D$ แทน อำนาจจำแนกของข้อสอบ

$S_H$ แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง

$S_L$ แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ

$n$ แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ใช้ในการวิเคราะห์

$X_{max}$ แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น

$X_{min}$ แทน คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น



สรุปได้ว่า ความยากข้อสอบเป็นคุณลักษณะประจำตัวของข้อสอบแต่ละข้อที่บ่งบอกถึงโอกาสที่กลุ่มตัวอย่างจะตอบข้อนั้นได้ถูก ส่วนอำนาจจำแนกเป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ซึ่งเครื่องมือที่สร้างขึ้นต้องตรวจสอบคุณภาพรายข้อในเรื่องค่าความยากและอำนาจจำแนก โดยทั่วไปข้อสอบที่มีค่าความยากระหว่าง 0.20 - 0.80 ถือว่าเป็นข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะ และข้อสอบทั้งฉบับควรมีระดับความยากเฉลี่ยประมาณ 0.50 ส่วนอำนาจจำแนกที่ดีต้องมีค่าเป็นบวกและมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

**2.7.3 ความเชื่อมั่น**

จากการศึกษาความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความ ความเชื่อมั่น ได้มีนักวิชาการหลายท่านกล่าวไว้ ดังนี้

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2552, น. 88) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น ตรงกับภาษาอังกฤษ “Reliability ซึ่งหมายถึง “Stability and Consistency” ของคะแนนสอบ จึงเป็นที่เข้าใจของกลุ่มนักวัดผลคนไทยว่า Reliability นั้น หมายถึง ระดับความคงที่หรือความคงเส้นคงวาของคะแนนสอบจากการทดสอบเรื่องเดียวกันในเวลาใดก็ตาม อย่างไรก็ดีสำหรับการใช้คำนั้นก็อาจใช้คำที่ต่างกันไป เช่น ความเชื่อมั่น ความเที่ยง

ไพศาล วรคำ (2561, น. 278-298) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้ง ดังนั้นความเชื่อมั่นของแบบวัดจึงเป็นคุณสมบัติของแบบวัดที่ให้ผลการวัดที่คงที่ในการวัดคุณลักษณะหนึ่งของบุคคลหนึ่งเมื่อคุณลักษณะนั้นไม่เปลี่ยนแปลงไป ไม่ว่าจะทำการวัดกี่ครั้งก็ตาม ในอีกมุมหนึ่งแบบวัดที่มีความเชื่อมั่นแสดงให้เห็นว่าแบบวัดนั้นไม่มีความคลาดเคลื่อนในการวัด ความเชื่อมั่นจึงมีความสัมพันธ์กับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (Error Variance) กล่าวคือ ถ้าแบบวัดมีความเชื่อมั่นสูง ความคลาดเคลื่อนของการวัด (Error of Measurement) จะต่ำ การหาความเชื่อมั่นของแบบวัดเริ่มพัฒนามาจากนิยาม คือเป็นความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลาย ๆ ครั้ง แต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคลนั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอเมื่อเวลาผ่านไป จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดขึ้นมาอีกหลายวิธี ภายใต้แนวคิดหลัก 3 แนวคิด คือ 1) การวัดความคงที่ ซึ่งจะเป็นการวัดความคงที่ของผลการวัดหลาย ๆ ครั้ง 2) การวัดความสมมูลกันเป็นการวัดแบบที่เป็นคู่ขนานเพื่อหลีกเลี่ยงการวัดซ้ำ 3) การวัดความสอดคล้องภายใน ซึ่งเป็นการพิจารณาความเชื่อมั่นจากการวัดเพียงครั้งเดียวแล้วหาความสอดคล้องของผลการวัดภายในแบบวัดนั้น

การหาความเชื่อมั่นของแบบวัดเริ่มพัฒนามาจากนิยามคือเป็นความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลาย ๆ ครั้ง แต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคลนั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอเมื่อเวลาผ่านไป จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดขึ้นมาอีกหลายวิธีภายใต้แนวคิดหลัก 3 แนวคิดคือ

1. การวัดความคงที่ ซึ่งจะเป็นการวัดความคงที่ของผลการวัดหลาย ๆ ครั้ง
2. การวัดความสมมูลกัน เป็นการวัดด้วยแบบวัดที่เป็นคู่ขนานกัน เพื่อหลีกเลี่ยงการวัด
3. การวัดความสอดคล้องภายใน ซึ่งเป็นการพิจารณาความเชื่อมั่นจากการวัดเพียงครั้งเดียว แล้วหาความสอดคล้องของผลการวัดภายในแบบวัดนั้น การหาค่าความเชื่อมั่นจากมีหลายวิธียกตัวอย่างเช่น วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Crornbach 's Alphia Coefficient Method) ครอนบาคได้เสนอสูตรสำหรับประมาณค่าความเชื่อมั่นตามแนวคิดแบ่งแบบสอบออกเป็น k ส่วน สำหรับใช้ในกรณีที่มีการตรวจให้คะแนนแบบทั่วไป สามารถใช้ได้ทั้งแบบสอบที่ให้คะแนนแบบ 0, 1 ให้คะแนนแบบถ่วงน้ำหนัก หรือกำหนดคะแนนแบบมาตรประมาณค่า (Rating Cale) หรือแม้แต่ข้อสอบอัตนัย ซึ่งเป็นที่รู้จักดีในชื่อสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Crunbach's C Coefficient) มีสูตรดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S_t^2}\right) \quad (2\text{-}6)$$

เมื่อ $\alpha$ แทน สัมประสิทธิ์แอลฟา
$k$ แทน จำนวนข้อคำถามหรือข้อสอบ
$S_i^2$ แทน ความแปรปรวนของคะแนนข้อที่ $i$
$S_t^2$ แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวม $t$

การหาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนน (Inter-Rater Reliability) ในกรณีที่ข้อสอบเป็นแบบอัตนัย (Essay Test) แบบตอบสั้นที่มีคำตอบมากกว่า 1 แบบสัมภาษณ์ แบบสังเกต (Observation) และการประเมินภาคปฏิบัติ (Performance Assessment) ผู้ตรวจให้คะแนน (Rater) แต่ละคนอาจให้คะแนนที่แตกต่างกัน ความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนนจึงสำคัญมากสำหรับเครื่องมือวัดลักษณะนี้ วิธีการง่าย ๆ ในการหาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนน ก็คือ ให้ผู้ตรวจให้คะแนนหรือผู้สังเกตตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป ให้คะแนนในแบบสอบเดียวกัน หรือพฤติกรรมเดียวกันแล้วหาความสัมพันธ์ของคะแนนจากผู้ตรวจ โดยการหาสัมประสิทธิ์ความพ้องกัน (Agreement Coefficient) หรือ สัมประสิทธิ์แคปปา (Kappa Coefficient)

ดัชนีที่บ่งบอกความเชื่อมั่นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนนอีกตัวหนึ่งเรียกว่า ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน (Rater Agreement Index : RAI) ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ระดับความพ้องกันหรือสอดคล้องกันของคะแนนที่ได้จากผู้ประเมินหรือผู้ตรวจให้คะแนน 2 คนหรือมากกว่า ที่เสนอโดย Judith A. Burry - Stock และคณะ (Burry-Stock, et al, 1996) ดังนี้

1. กรณีหนึ่งพฤติกรรมหนึ่งตัวอย่างสองผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน 2 คนที่สังเกตหรือประเมินพฤติกรรมเพียงพฤติกรรมเดียวของกลุ่มตัวอย่างคนเดียว โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{|R_1 - R_2|}{I - 1} \qquad (2\text{-}7)$$



เมื่อ $RAI$ แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

$R_1$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 1

$R_2$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 2

$I$ แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

2. กรณีหนึ่งพฤติกรรมหนึ่งตัวอย่างหลายผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความ เห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมินมากกว่า 2 คนที่สังเกตหรือประเมินพฤติกรรมเพียงพฤติกรรมเดียวของตัวอย่างคนเดียว โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{m=1}^{M} |R_m - \bar{R}|}{(M-1)(I-1)} \qquad (2\text{-}8)$$

เมื่อ $RAI$ แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

$R_m$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ m (m = 1,2,3,...,M)

$\bar{R}$ แทน คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากผู้ประเมินทุกคน

$I$ แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

$M$ แทน จำนวนผู้ประเมินทั้งหมด

3. กรณีหลายพฤติกรรมหนึ่งตัวอย่างสองผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความ เห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมิน 2 คนที่สังเกตหรือประเมินพฤติกรรมหลายพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างคนเดียว โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics) มีสูตรการคำนวณ

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{K} \left| R_{1k} - R_{2k} \right|}{K\left(I - 1\right)} \qquad (2\text{-}9)$$

เมื่อ $RAI$ แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

$R_{1k}$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 1 ในพฤติกรรมที่ k (k = 1,2,3,...,K)

$R_{2k}$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 2 ในพฤติกรรมที่ k

$I$ แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

$K$ แทน จำนวนพฤติกรรมบ่งชี้ทั้งหมด

4. กรณีหลายพฤติกรรมหนึ่งตัวอย่างหลายผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมินมากกว่า 2 คนที่สังเกตหรือประเมินหลายพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างคนเดียว โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{K} \sum_{m=1}^{M} \left| R_{mk} - \bar{R}_k \right|}{K\left(M - 1\right)\left(I - 1\right)} \qquad (2\text{-}10)$$

เมื่อ $RAI$ แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

$R_{mk}$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ m ใน พฤติกรรมที่ k

$\bar{R}_k$ แทน คะแนนเฉลี่ยในพฤติกรรมที่ k

$I$ แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

$K$ แทน จำนวนพฤติกรรมบ่งชี้ทั้งหมด

$M$ แทน จำนวนผู้ประเมินทั้งหมด

5. กรณีหลายพฤติกรรมหลายตัวอย่างสองผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมิน 2 คน ที่สังเกตหรือประเมินพฤติกรรมหลายพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างหลายคน โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{N}\left|R_{1nk} - R_{2nk}\right|}{KN\left(I-1\right)} \qquad (2\text{-}11)$$

เมื่อ $RAI$ แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

$R_{1nk}$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 1 ใน พฤติกรรมที่ k ของตัวอย่างคนที่ n (n = 1,2,3,...,N)

$R_{2nk}$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 2 ใน พฤติกรรมที่ k ของตัวอย่างคนที่ n

$I$ แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

$K$ แทน จำนวนพฤติกรรมบ่งชี้ทั้งหมด

$N$ แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

6. กรณีหลายพฤติกรรมหลายตัวอย่างหลายผู้ประเมิน (หรือกรณีทั่วไป) เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมินมากกว่า 2 คนที่สังเกตหรือประเมินหลายพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างหลายคน โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left|R_{mnk} - \bar{R}_{nk}\right|}{KN\left(M-1\right)\left(I-1\right)} \qquad (2\text{-}12)$$

เมื่อ $RAI$ แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

$R_{mnk}$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ m ของตัวอย่างคนที่ n ในพฤติกรรมที่ k

$\bar{R}_{nk}$ แทน คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างคนที่ n ในพฤติกรรมที่ k

$I$ แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

$K$ แทน จำนวนพฤติกรรมบ่งชี้ทั้งหมด

$M$ แทน จำนวนผู้ประเมินทั้งหมด

$N$ แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

การพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือวัดจะต้องมากกว่า 0.70 ขึ้นไป แต่สำหรับกรณีของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement tests) และแบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน (Aptitude Tests) ค่าความเชื่อมั่นไม่ควรต่ำกว่า 0.09 เพราะเป็นแบบวัดที่ต้องการความเชื่อมั่นสูง ส่วนความเชื่อมั่นของผู้ตรวจให้คะแนนที่เชื่อถือได้ควรจะมีค่าประมาณ 0.85 ขึ้นไป

สรุปได้ว่าความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้ง ในการหาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนนก็คือให้ผู้ตรวจให้คะแนนตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป ให้คะแนนในแบบทดสอบเดียวกันหรือพฤติกรรมเดียวกันแล้วหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากผู้ตรวจโดยการหาดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน (Rater Agreement Index : RAI)



## 2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง กับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ทั้งใน และต่างประเทศ พบว่ามีนักการวิจัยได้ทำการศึกษาไว้ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**2.8.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ**

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ธีรพล พากเพียรกิจ (2558, น. 91-105) ได้ศึกษาผลของ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอด และการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสถาพรวิทยา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 24 คน โดยนักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์ในช่วงหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และเมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถทุกองค์ประกอบในช่วงหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบดีขึ้นเป็นลำดับ โดยสามารถเรียงลำดับพัฒนาการจากมากไปหาน้อยได้เป็นด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ปฏิพัฒน์ ติดทะ (2559, น. 98-102) ได้ศึกษาการใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์และความเข้าใจเชิงมโนมติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลการใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน (PBL) เพื่อส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์และเพื่อส่งเสริมความเขาใจเชิงมโนมติ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนยุพราชวิทยาลัย ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 38 คน โดยที่การเข้าถึงคณิตศาสตร์ (Access to mathematics) นั้นหมายถึงการมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีความหมายและกระตือรือร้น และการได้โอกาสในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างทั่วถึงและเท่าเทียมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นของ PBL เป็นระยะเวลา 6 สัปดาห์ โดยผู้วิจัยดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการทั้งหมด 4 วงจรโดยใช้เครื่องมือวิจัยได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ PBL (11 แผน) แบบสะท้อนคิดของนักเรียน แบบบันทึกหลังการสอนของครูผู้สอน แบบสังเกตการเข้าถึงคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์นักเรียน และแบบทดสอบความเข้าใจเชิงมโนมติเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จากนั้นวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณด้วยร้อยละ ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ข้อมูลเชิงคุณภาพวิเคราะห์ด้วยการพรรณนาวิเคราะห์ ซึ่งผลการวิจัยสรุปว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเข้าถึงคณิตศาสตร์โดยการแสดงการมีส่วนร่วมในขั้นต่าง ๆ ของกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการใชปัญหาเป็นฐานอย่างกระตือรือร้นและทั่วถึงซึ่งครูมีบทบาทในการให้ความช่วยเหลือชี้แนะโดยใช้วิธิการพดูแบบใส่ใจ (Accountable talk) และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้าถึงกิจกรรมในแต่ละคาบ นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนมีมโนมติเกี่ยวกับฟังก์ชันได้ทั้งนี้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ (มากกว่า 60%) สามารถทำแบบทดสอบความเข้าใจเชิงมโนมติเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ได้ผ่านเกณฑ์ที่ทางโรงเรียนกำหนด โดยนักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบความเข้าใจเชิงมโนมติเป็น 8.5 คะแนน (เต็ม 10 คะแนน) อีกทั้งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนคือ 1.58

อชเทพ ผดุงกิจ (2559, น. 81-95) ได้ศึกษาการศึกษาการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เพื่อศึกษาการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพศของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเทศบาลหนองหญ้าม้า ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 1 ห้อง จำนวน 28 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์ถึงโครงสร้างการวิเคราะห์

ข้อมูลใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) การบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) และการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocal Analysis) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ รองลงมานักเรียนใช้กลยุทธ์การเขียนสมการ และนักเรียนใช้กลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบ การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพศ พบว่าการใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ การใช้กลยุทธ์การเขียนสมการ และการใช้กลยุทธ์การคาดเดา และตรวจสอบ ไม่มีความสัมพันธ์กับเพศ

ปวันรัตน์ วัฒนะ (2559, น. 101-105) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สองปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ จำนวน 43 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐานคือ t-test dependent samples พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอน และความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอน



จักรพันธ์ คุณา (2559, น. 15-18) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การอภิปรายในชั้นเรียน การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การอภิปรายในชั้นเรียน กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสันกำแพง จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 13 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น จำนวน 4 แผน จำนวน 8 ชั่วโมง แบบบันทึกหลังการสอน แบบบันทึกการเรียนรู้ ของนักเรียน แบบบันทึกการอภิปรายกลุ่ม แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรม งานวิจัยชิ้นนี้ ใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน แบ่งออกเป็น 4 วงจร ซึ่งแบ่งวงจรตามเนื้อหาเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ ความถี่ ร้อยละ และการวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัยพบว่า ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ นักเรียนมีการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดีขึ้นเป็นลำดับ และจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า จากทั้งหมด นักเรียนจำนวน 9 คนจากทั้งหมด 13 คน คิดเป็นร้อยละ 69.23 มีการให้เหตุผลในด้านการสร้างหรือ การวิเคราะห์เชิงตัวเลขหรือการแสดงแทนข้อมูลด้วยกราฟอยู่ใน

ระดับดีมาก โดยนักเรียนสามารถ อธิบายปัญหา ความสัมพันธ์ของทรัพยากรและเงื่อนไขต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องและสอดคล้องกันทั้งหมด นักเรียนจำนวน 6 คนจากทั้งหมด 13 คน คิดเป็นร้อยละ 46.16 มีการให้เหตุผลในด้านการจัดให้อยู่ใน รูปอย่างง่าย การประเมินค่า และการแก้สมการหรือหลักการอยู่ในระดับดี โดยนักเรียนสามารถให้ เหตุผลประกอบในการจัดรูปหรือเขียนแสดงแทนปัญหา เงื่อนไข ความสัมพันธ์ต่างๆ ได้บางส่วน โดย สามารถเขียนแสดงแทนข้อมูลหลักได้อย่างถูกต้องครบถ้วน และมีนักเรียนจำนวน 7 คนจากทั้งหมด 13 คนคิดเป็นร้อยละ 53.85 มีการให้เหตุผลในด้านหลักการและการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของ หลักการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี โดยนักเรียนสามารถนำหลักการ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์มา ประกอบการอธิบายหรือการให้เหตุผลได้อย่างถูกต้อง แต่สอดคล้องกันเพียงบางส่วน

มนต์วลี สิทธิประเสริฐ (2560, น. 81-92) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ร่วมกับเทคนิคและเปรียบเทียบกับเกณฑ์ Think-Talk-Write กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนตากฟ้าวิชาประสิทธิ์ จำนวน 31 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ร่วมกับเทคนิค Think-Talk-Write แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน และแบบสังเกตพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้แผนการทดลอง One-Group Pretest-Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ร่วมกับเทคนิค Think-Talk-Write สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ร่วมกับเทคนิค Think-Talk-Write สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 85.67 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ร่วมกับเทคนิค Think-Talk-Write สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ร่วมกับเทคนิค Think-Talk-Write สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 82.88

ปิยะมาศ ค้าโค และคณะ (2560, น. 79-83) ได้ศึกษา แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด และยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จเป็นเรื่องจำเป็นที่ผู้สอนต้องหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้นักเรียนเรียนได้อย่างเข้าใจโดยครูจะต้องเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาควบคู่กับการให้ความรู้กับนักเรียน โดยเน้นกิจกรรมการเรียนการสอนที่กระตุ้นความคิดของนักเรียนให้นักเรียนได้คิดกว้างคิดหลากหลาย และคิดสร้างสรรค์มากที่สุดตามศักยภาพของนักเรียน และบริบทของเนื้อหาและมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในการทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการเรียนการสอนให้เพียงพอ ใช้โจทย์สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในการขับเคลื่อนกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน โดยที่นักเรียนแต่ละคนเป็นผู้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตน เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันในชั้นเรียน เพื่อเรียนรู้วิธีการคิดและวิธีการทำความเข้าใจทั้งของตนเอง และผู้อื่น สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องกระทำเมื่อเผชิญกับปัญหาคือการเลือกและการประยุกต์ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ปัญหาเดียวกันอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายอย่างยุทธวิธีที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่ ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบยุทธวิธีการคิดย้อนกลับ ยุทธวิธีการสร้างตารางยุทธวิธีการเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบและยุทธวิธีการเขียนสมการซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ลักษณะดังกล่าว จะทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

สุวารี ศรีอำไพวิวัฒน์ (2560, น. 87-90) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบแรงจูงใจสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยการเรียนรู้แบบ 4MAT ร่วมกับเทคนิคทีจีที(TGT) และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์โดยการเรียนรู้แบบ 4MAT ร่วมกับเทคนิคทีจีที(TGT) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียน 1 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสตรีวรนาถ บางเขนจำนวนนักเรียน 33 คน เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบ 4MAT ร่วมกับเทคนิคทีจีที (TGT) เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ แบบวัดแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน t-test for dependent samples และ t-test for one sample ผลการวิจัยพบว่า

1. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละโดยการเรียนรู้แบบ 4MAT ร่วมกับเทคนิคทีจีที (TGT) หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีในสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีในสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละหลังเรียนโดยการเรียนรู้แบบ 4MAT ร่วมกับเทคนิคทีจีที(TGT) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ.05 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 17.90 คิดเป็นร้อยละ 74.58

อิสริยะ อรัญมิตร (2560, น. 110-120) ได้ศึกษาการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ และ (2) ศึกษาแนวคิดการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธวัชบุรีวิทยาคม อำเภอธวัชบุรี จังหวัดร้อยเอ็ด ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 39 คน จำนวน 2 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบ นิรนัย จำนวน 2 ข้อ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย จำนวน 2 ข้อ แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัยและแบบ อุปนัย สถิติที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน วิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (One-way ANOVA) เปรียบเทียบ เชิงซ้อน โดยวิธี Least Significant Difference (LSD) และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะกรณี (Case Study Method) แล้วนำเสนอโดยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis) ผลการวิจัยพบว่า ความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์กับ ผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ระดับสูง ปานกลาง และต่ำ มีความสัมพันธ์สูง ผลการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูงจะมีความสามารถในการให้เหตุ ทางคณิตศาสตร์ได้คะแนนสูง มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ถูกต้องครบถ้วน สมบูรณ์ เนื่องจากนักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลที่ดี ใช้ประสบการณ์ในห้องเรียนนำมาใช้ในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางจะมีความสามารถในการให้เหตุทางคณิตศาสตร์ได้คะแนนต่ำกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทาง คณิตศาสตร์ในระดับสูงเนื่องจากนักเรียนไม่สามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ยังเกิดความสับสนอยู่ ขาดทักษะและประสบการณ์ และขาดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับต่ำจะมีความสามารถในการให้เหตุทางคณิตศาสตร์ได้ คะแนนต่ำกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางเนื่องจากนักเรียนขาด ประสบการณ์ในการนึกภาพ ยังเกิดความสับสนของโจทย์ ไม่สามารถเชื่อมโยงประสบการณ์ใน ห้องเรียนและในชีวิตจริงมาช่วยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กนิษฐา สนุ่นไพบูลย์ (2560, น. 107-117) ได้ศึกษาการศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 (2) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ศในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 2 ห้อง จำนวนนักเรียน 62 คน ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ระดับการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แบบปรนัย แบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า (1) ผลการศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง ทศนิยม พบว่า นักเรียนมีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในระดับต่าง ๆ เรียงจากมากไปหาน้อยดังนี้ พบว่า ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรียงลำดับจากมากไปหา น้อยได้ดังนี้ มากที่สุดในระดับ 4 คิดเป็นร้อยละ 41.94 รองลงมาในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 29.03 และ ระดับ 1 คิดเป็นร้อยละ 4.84 ตามลำดับ (2) ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด และระดับการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางที่ ระดับ 0.05

กุลวดี อำภาวงษ์ (2560, น. 91-107) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตศาสตร์สองมิติและสามมิติที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดป่าสะแก จำนวน 10 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) จำนวน 12 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิจัย พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอน แนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70

จิดาภา ลูกเงาะ (2560, น. 100-112) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตัคติวิสต์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งเป็นแผนการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสิงห์สมุทร จำนวน 49 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ จำนวน 7 แผน แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ที่มีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ .87 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่มีค่า ความเชื่อมั่นเท่ากับ 82 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต () ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (3) และการทดสอบที่ แบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (t-test for one sample) ซึ่งผลการวิจัย สรุปได้ดังนี้ 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ชญานิษฐ์ นวลนุช (2560, น. 111-120) ได้ศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบ เสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 8 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมั่นเท่ากับ 84 และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 80 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที แบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (t-test for one sample) ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบ เสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 05 และ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ สืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พุทธรัตน์ คำเพ็ง (2561, น. 19-21) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรม พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี วัตถุประสงค์ เพื่อพัฒนากิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ต่อการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนที่สมัครเข้าเรียนชุมนุมคณิตศาสตร์ของโรงเรียนปากเกร็ด อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี

ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 24 คน ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองทั้งหมด 18 คาบเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง กิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สถิติที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ ร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ ศการทดสอบทีแบบไม่อิสระ ผลการศึกษาพบว่า กิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพ E1/E2 เท่ากับ 94.02/70.83 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับมาก

บุญหลาย พุทธโค (2562, น. 80-83) ได้ศึกษาการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาปลายเปิด จำแนกตามความสามารถนักเรียน (2) เพื่อ ศึกษาสาเหตุการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ ปัญหาปลายเปิด กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวน 80 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) แบบสัมภาษณ์ถึงโครงสร้าง การวิเคราะห์ข้อมูล ใช้ความถี่ ร้อยละ การพรรณนาวิเคราะห์ (Analytic Description) และการวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) ผลการวิจัย พบว่า กลยุทธ์การวาดภาพ นักเรียนที่อยู่ระดับอ่อน ใช้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 12.08 กลยุทธ์การสร้างตาราง นักเรียนที่อยู่ระดับปานกลาง ใช้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 10.62 กลยุทธ์ใช้ตัวแปร นักเรียนที่อยู่ระดับปานกลาง ใช้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 25.42 กลยุทธ์ค้นหารูปแบบนักเรียนที่อยู่ระดับที่ได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 1.25 กลยุทธ์การแบ่งกรณี นักเรียนที่อยู่ระดับดี ใช้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 0.83 และกลยุทธ์การให้เหตุผล นักเรียนที่อยู่ระดับปานกลาง ใช้มากที่สุดคิดเป็นร้อยละ 2.29 การศึกษาสาเหตุการใช้กลยุทธ์การวาดภาพ เนื่องจากไม่ซับซ้อน สามารถหาคำตอบได้ง่ายและมีความถูกต้อง กลยุทธ์การสร้างตารางแจกแจง เนื่องจากนักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อที่จะนำมาซึ่งคำตอบ กลยุทธ์ใช้ตัวแปรเนื่องจากนักเรียนคิดว่าการใช้ตัวแปรเหมาะสมกับโจทย์ปัญหา และสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องและรวดเร็ว

พรพิมล แก้วละมุล (2562, น. 117-123) ได้ศึกษาการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 80 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random sampling) การวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ระยะคือ ระยะที่ 1

ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และระยะที่ 2 ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยจำแนกนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่กลุ่มที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสูง และกลุ่มที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนต่ำ แล้วเลือกมากลุ่มละ 3 คน รวม 6 คน (กรณีศึกษา) จากนั้นสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์แนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ การแจกแจงความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี (Case Study Method) โดยนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis) การวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยภาพรวมอยู่ในระดับสูง เมื่อจำแนกรายด้าน พบว่าความสามารถด้านที่ 2 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน และด้านที่ 4 การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน อยู่ในระดับสูง และความสามารถด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และด้านที่ 3 การเปรียบเทียบอัตราส่วน อยู่ในระดับ ปานกลาง 2) ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมมีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถ ด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดในระดับสูง จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง จะมีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล สามารถใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้อง และแก้โจทย์ปัญหาได้ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ ไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถให้เหตุผลได้บางส่วน และยังมีความ เข้าใจผิดในวิธีการหาคำตอบ เมื่อนำไปแก้โจทย์ปัญหาจึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่า เผยให้เห็นถึงยุทธวิธีอย่างไม่เป็นทางการที่หลากหลาย การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียนที่ครูผู้สอนเป็นผู้นำเดินกิจกรรมการเรียนการ สอนให้แก่ผู้เรียน เพราะการให้เหตุผลเป็นเรื่องที่จำเป็นสำหรับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่โจทย์ ต้องการคำอธิบาย หลังจากการฝึกผู้เรียนมีความมั่นใจในการใช้วิธีการหาคำตอบของตน การจัดการเรียนรู้ต่าง ๆ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเข้าถึงคณิตศาสตร์ โดยการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ในชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเข้าถึงคณิตศาสตร์โดยการแสดงการมีส่วนร่วมในขั้นต่าง ๆ ของกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการใชปัญหาเป็นฐานอย่างกระตือรือร้นและทั่วถึงซึ่งครูมีบทบาทในการให้ความช่วยเหลือชี้แนะโดยใช้วิธิการพูดแบบใส่ใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้าถึงกิจกรรมในแต่ละคาบ

**2.8.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ**

ได้มีนักวิจัยต่างประเทศ ทำการวิจัยเกี่ยวกับ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Stone (1998, p. 18) ได้ศึกษาการทำให้ทุกคนมีโอกาสเท่ากัน โดยใช้ระบบโรงเรียนในเมืองในการทดสอบความเท่าเทียมในการเข้าถึงหลักสูตรคณิตศาสตร์ โดยทำการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในปีการศึกษา 2537 จำนวน 1,611 คน จากโรงเรียนมัธยมปลายขนาดใหญ่ 16 แห่ง ที่มีนักเรียนจำนวนรวมมากกว่า 120,000 คน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษากระบวนการการศึกษาต่อในวิชาคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษาผลของสถานะทางสังคม เชื้อชาติ เพศ และชิ้นงานของนักเรียนที่ได้รับมอบหมายจากโรงเรียนของพวกเขาแบบแยกศึกษาเป็นกรณี และรวมศึกษาทุกกรณี ว่ามีผลต่อการคาดการณ์การเข้าศึกษาต่อในวิชาพีชคณิต 1 และเรขาคณิตของนักเรียนหรือไม่ โดยผลการวิจัยพบว่า สถานะทางเศรษฐกิจ สังคม เพศ หรือชิ้นงานของนักเรียนที่ได้รับมอบหมายจากโรงเรียนของพวกเขามีนัยสำคัญทางสถิติกับการได้รับพิจารณาเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรคณิตศาสตร์ขั้นต่อไป

Setati (2008, p. 24) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบระหว่างการเข้าถึงคณิตศาสตร์กับการเข้าถึงภาษาของอำนาจ (the language of power) ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้หลายภาษา โดยงานวิจัยนี้เกิดขึ้นจากการทำวิจัยจาก 2 โครงการ ซึ่งโครงการแรกทำการวิจัยกับครูคณิตศาสตร์ที่พูดได้อย่างน้อย 4 ภาษา จำนวน 6 คนที่จัดการเรียนการสอนโดยใช้ภาษาหลักของครูในการสอน และโครงการที่สองทำการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 5 คน ที่ได้เรียนคณิตศาสตร์ผ่านภาษาอังกฤษ ซึ่งไม่ใช่ภาษาหลักของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้หลายภาษาในแอฟริกาใต้ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการวางตัวของครูและนักเรียนในความสัมพันธ์เกี่ยวกับการใช้ภาษาในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้หลายภาษา ผลการวิจัยพบว่า ครูและนักเรียนที่วางตัวในความสัมพันธ์ของภาษาอังกฤษ ถูกวางตำแหน่งจากอำนาจทางสังคมและเศรษฐกิจของภาษาอังกฤษ ซึ่งไม่ได้ให้ความสำคัญกับการเข้าถึงเชิงญาณวิทยา (epistemological access) และได้อภิปรายว่าภาษาอังกฤษนั้นเป็นภาษาสำหรับการเรียนการสอน ในทางตรงกันข้าม นักเรียนที่วางตัวในความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์กับญาณวิทยากลับแสดงความเห็นในการสนับสนุนการใช้ภาษาท้องถิ่นของพวกเขาให้เป็นภาษาสำหรับการเรียนการสอน

Yankelewitz (2009, p. 28) ได้ศึกษาการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการให้เหตุผล การให้เหตุผล แบบใดที่นักเรียนนำมาใช้ในกิจกรรมเกี่ยวกับความเข้าใจทางเศษส่วนของนักเรียนระดับประถมศึกษา ปีที่ 1-4 ที่เรียนเรื่องเศษส่วน โดยเน้นการให้เหตุผล การสรุปข้อโต้แย้ง และการพิสูจน์ โดยการศึกษา ครั้งนี้ได้ทำการบันทึกภาพไว้ 46 ครั้ง ในขณะที่นักเรียนทำงาน และผู้วิจัยได้จดบันทึกขณะสังเกต การให้เหตุผลของนักเรียนระหว่างการเรียนถึง 17 ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งใช้เวลาประมาณ 60-80 นาที จากการศึกษาพบว่า นักเรียนมีการใช้รูปแบบการให้เหตุผลที่หลากหลาย และสิ่งแวดล้อมในการเรียน มีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนได้ จึงนับได้ว่าการจัดการเรียนรู้ โดยเน้นการให้เหตุผล การสรุปข้อโต้แย้งและการพิสูจน์ เป็นกลวิธีที่มีประสิทธิภาพในการพัฒนา ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-4

Inoue and Buczynski (2010, p. 30) ได้ศึกษาผลของการใช้บทเรียนแบบสืบสอบของครูฝึกประสบการณ์ในค่ายคณิตศาสตร์ฤดูร้อนในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนเกรด 3-6 พบว่า เกิดสิ่งกีดขวางที่เป็นอุปสรรคกับบทเรียนแบบสืบสอบ เมื่อครูฝึกประสบการณ์ใช้คำถามปลายเปิดและ ผู้เรียนมีการตอบสนองอย่างหลากหลาย และไม่คาดคิด เพราะครูฝึกประสบการณ์ไม่ได้คาดการณ์ คำตอบที่เป็นไปได้และครูไม่ได้ตอบสนองอย่างมีความหมายกับนักเรียน และบ่อยครั้งที่ครูฝึกประสบการณ์เพิกเฉยต่อการตอบสนองที่ไม่ได้คาดคิดเอาไว้และผู้วิจัยได้แนะนำครูฝึกประสบการณ์ ในการเตรียมตัวเกี่ยวกับ 1) คาดการณ์การตอบสนองที่หลากหลายของนักเรียน 2) ให้คำอธิบายที่ เชื่อมโยงกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และความคิดของนักเรียนและ 3) ประเมินการกระทำของครู และการตอบสนองในห้องเรียนทีละขั้น

Lloyd Jayson D. (2010, p. 30) ได้ศึกษาการประเมินการประเมิน: การเข้าถึงพีชคณิตในยุค API การศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายซึ่งรวมถึงหลักสูตรคณิตศาสตร์ขั้นสูงมีผลดีต่อนักเรียน ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายแสดงความสัมพันธ์กับเงินเดือนที่สูงขึ้นและอัตราการสำเร็จการศึกษาระดับวิทยาลัย อย่างไรก็ตาม ระบบความรับผิดชอบที่มีเดิมพันสูงในแคลิฟอร์เนีย ซึ่งได้รับการออกแบบใหม่ในปี 2546 เพื่อให้เป็นไปตามข้อกำหนดของกฎหมายห้ามเด็กทิ้งไว้เบื้องหลัง (NCLB) อาจส่งผลกระทบในทางลบต่อการสำเร็จการศึกษาในวิทยาลัยและลดรายได้ที่อาจเกิดขึ้นของผู้สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมปลายจำนวนมาก ดัชนีผลการปฏิบัติงานทางวิชาการ (API) ที่มีแรงจูงใจในการเพิ่มประสิทธิภาพของนักเรียนในการทดสอบมาตรฐานเนื้อหา (CST) อาจทำให้นักเรียนล้าหลัง การศึกษาเชิงปริมาณนี้มุ่งเน้นไปที่ผลลัพธ์ CST และ API ในปี 2546 และ 2551 ของโรงเรียน 153 แห่งที่มีนักเรียนมากกว่า 275,000 คน วิเคราะห์เปอร์เซ็นต์ของนักเรียนมัธยมปลายเกรด 11 ที่ลงทะเบียนในพีชคณิต II ในปี 2546 เทียบกับการลงทะเบียนในปี 2551 ใช้อันดับ API สำหรับโรงเรียน เพื่อจำแนกโรงเรียนว่าสำเร็จหรือไม่สำเร็จ อันดับ API ถูกใช้เป็นตัวแปรอิสระและการลงทะเบียนในพีชคณิต II ในเกรด 11 ถูกใช้เป็นตัวแปรตาม เนื่องจากมีศักยภาพในการทำนายความสำเร็จหลังจบมัธยมปลาย การวิเคราะห์ทางสถิติระบุว่าโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายซึ่งมีนักเรียนลงทะเบียนเรียนในพีชคณิต 1 และพีชคณิต II เพิ่มจำนวนขึ้นอันดับ API ของพวกเขา ดังนั้น ความสำเร็จของนักเรียนจึงสะท้อนถึงความสำเร็จของโรงเรียน และโรงเรียนที่ประสบความสำเร็จมากที่สุดก็เพิ่มการเข้าถึงของนักเรียนในพีชคณิตทั้งสองอย่างมีนัยสำคัญ

Ruby Rose Palmer-Ghose (2015, p. 32) ได้ศึกษาผลกระทบของการเข้าถึงการรับรู้เกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ด้วยการเน้นการพัฒนาทักษะการคิดเชิงวิพากษ์และการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นักการศึกษาต้องพัฒนาเทคนิคการสอนเพื่อตอบสนองความต้องการของนักเรียนทุกคน การศึกษาวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อตอบคำถามการวิจัย การผสมผสานกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่แตกต่างกันส่งผลต่อประสิทธิภาพและความมั่นใจในคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างไร บทเรียนการแก้ปัญหาห้าบทเรียนซึ่งใช้การสอนที่แตกต่างกันและโครงสร้างขนาดใหญ่เพื่อสอนกลยุทธ์การแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบได้รับการสอนให้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนสามารถเข้าถึงชุดเครื่องมือที่มีกลยุทธ์ที่หลากหลายได้ นักเรียนได้รับการสอนสี่ขั้นตอนที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหา เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นการประเมินก่อนและหลัง การสัมภาษณ์นักเรียนการสำรวจตัวอย่างงานและการสังเกตของนักวิจัย ผลการศึกษา

ชี้ให้เห็นว่านักเรียนมีความมั่นใจและกระตือรือร้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มากขึ้นเมื่อใช้ชุดเครื่องมือการให้ความสำคัญกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทำให้เกิดการปรับพื้นฐานและนักเรียนสามารถเข้าถึงกลยุทธ์ที่หลากหลายและทางเลือกของกลยุทธ์ที่จะใช้เพื่อช่วยในการสร้างความแตกต่าง

Benson (2013, p. 20) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าจากโครงสร้างโมเดลการวิเคราะห์ถดถอยทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรการของความสามารถของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์จากการพยากรณ์มีความน่าเชื่อถือพบว่า ถ้าพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถทางการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะส่งผลให้นักเรียนประสบ ความสำเร็จทางคณิตศาสตร์

Adegoke (2013, p. 27) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ เป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ระหว่างความสามารถทางการให้เหตุผลกับการประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ตัวบ่งชี้ของความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าจากโครงสร้างโมเดลการวิเคราะห์ถดถอยทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรการของความสามารถของ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์จากการพยากรณ์มีความน่าเชื่อถือพบว่า ดังนั้นถ้าพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถทางการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะส่งผลให้นักเรียนประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์

Ben Adesina Adegoke (2013, p. 32) ได้ศึกษาโมเดลความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาที่มีอายุอยู่ระหว่าง 14-16 ปี จำนวน 240 คน ในพื้นที่รัฐโอซุน ประเทศไนจีเรีย เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (CFA) โดยใช้โปรแกรมรีสเรล เวอร์ชัน 8.88 เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างของโมเดลการวัดตัวแปรแฝง ความสามารถใน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การจำแนกตัวแปร การจำแนกข้อมูลที่ให้ การจำแนก ลำดับ และการจำแนกความสมนัย พบว่าลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีอิทธิพลทั้งทางตรงต่อความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์

Ann Sitomer (2014, p. 12) ได้ศึกษานักเรียนที่กลับมาเป็นผู้ใหญ่ และการใช้เหตุผลตามสัดส่วน: ประสบการณ์อันยาวนานและความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นใหม่ การศึกษานี้สำรวจประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่กลับมาเป็นผู้ใหญ่ และวิธีคิดก่อนลงทะเบียนในหลักสูตรทบทวนเลขคณิตของวิทยาลัยชุมชน นอกจากนี้ยังตรวจสอบประสบการณ์ของหลักสูตรของนักเรียนคนหนึ่ง ส่วนแรกของการศึกษานี้จัดทำเอกสารกิจกรรมประจำวันที่นักเรียนผู้ใหญ่มองว่าเป็นคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมทางคณิตศาสตร์เชิงวัฒนธรรมของอธิการ (Bishop, 1994) และสอบถามประสบการณ์ก่อนหน้าของนักเรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ส่วนที่สองตรวจสอบวิธีคิดของนักเรียนเกี่ยวกับสัดส่วนก่อนการสอน โดยใช้กรอบการทำงานที่พัฒนาจากการวิจัยครั้งก่อน (เช่น Lamon, 1993) ส่วนที่สามของการศึกษาตรวจสอบปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีคิดแบบไม่เป็นทางการ

เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่นักเรียนผู้ใหญ่นำไปโรงเรียนและคณิตศาสตร์ที่พวกเขาพบในห้องเรียน สิ่งที่ค้นพบ ได้แก่ (1) นักเรียนที่เป็นผู้ใหญ่มองว่ากิจกรรมที่หลากหลายจากชีวิตประจำวันของพวกเขาเป็นเรื่องทางคณิตศาสตร์ (2) การใช้เหตุผลของนักเรียนที่เป็นผู้ใหญ่เกี่ยวกับสถานการณ์ตามสัดส่วนจะแตกต่างกันไปตามวิถีการพัฒนาที่อธิบายไว้ในงานวิจัยก่อนหน้านี้เกี่ยวกับการใช้เหตุผลตามสัดส่วนที่ดำเนินการกับนักเรียนที่อายุน้อยกว่า และ (3 ) ประสบการณ์ของนักเรียนคนหนึ่งในหลักสูตรทบทวนเลขคณิตแสดงให้เห็นว่าเธอมักจะระงับการให้เหตุผลตามบริบทเกี่ยวกับปัญหาที่เธอนำมาสู่หลักสูตร และเมื่อเธอได้แบ่งปันประสบการณ์ก่อนหน้านี้ จะไม่ถูกนำมาใช้เพื่อสนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเธอและนักเรียนคนอื่นๆ . การค้นพบนี้ชี้ให้เห็นว่าประสบการณ์ของนักเรียนที่เป็นผู้ใหญ่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันและวิธีคิดเกี่ยวกับสัดส่วนควรเป็นรากฐานที่สนับสนุนนักเรียนในขณะที่พวกเขาสร้างวิธีคิด แบบไม่เป็นทางการไปสู่วิธีคิดที่เป็นทางการมากขึ้นซึ่งคาดหวังในโรงเรียน

Stanly (2014, p. 35) ได้ศึกษาผลการศึกษาความสำเร็จและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาตรฐานเกี่ยวกับเพศ และประเภทของโรงเรียน ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่จำแนกตามเพศของนักเรียน และประเภทของโรงเรียน เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ แบบวัดแรงจูงใจให้ สัมฤทธิ์ (An Achievement Motivation Questionnaire) และแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหา (Problem Solving Ability Test) ผลการศึกษา พบว่า ระดับของแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ของนักเรียนมาตรฐาน IX สูง แต่ความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมี ระดับแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน และพบว่า นักเรียนโรงเรียนรัฐบาลมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และความในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียน โรงเรียนเอกชน

Pujiastuti, Kusumah, Sumarmo and Dahlan (2014, p. 17) ได้ศึกษาผลของรูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ (ICM) ที่มีต่อพัฒนาการและผลสัมฤทธิ์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเน้นให้นักเรียนจัดกลุ่มย่อย อภิปราย และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม รวมทั้งนักเรียนแต่ละคนจะมีโอกาสได้นำเสนอผลลัพธ์ที่ได้จากการอภิปราย ซึ่ง ผลการวิจัยพบว่า พัฒนาการและผลสัมฤทธิ์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการสอน โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบปกติ

Flores et al. (2015, p. 23) ได้ศึกษาผลกระทบการจัดลำดับกระบวนการเรียนรู้ 2 รูปแบบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องร้อยละ โดยเปรียบเทียบกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มนี้จะได้รับการสอนแบบใช้ตัวแทนที่หลากหลายเป็นลำดับแรกแล้วตามด้วยการสอนขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบดั้งเดิม และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบดั้งเดิมเป็นลำดับแรกแล้วตามด้วยการสอนแบบใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ผู้เข้าร่วมในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากโรงเรียนมัธยม Urban ในรัฐ Midwesters ประเทศสหรัฐอเมริกา จำนวน 43 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบใช้ตัวแทนที่หลากหลายเป็นลำดับแรกมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียน กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบดั้งเดิมเป็นลำดับแรก และนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบใช้ตัวแทนที่

หลากหลายเป็นลำดับแรก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนสูงกว่าคะแนนหลังเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

TMS and Sirait (2016, p. 27) ได้ศึกษาการสอนฟิสิกส์ โดยใช้ตัวแทนเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2013 เมืองปอนติอานัค จังหวัดกาลีมันตันตะวันตก ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ใช้การแสดงตัวแทนมากกว่าหนึ่งแบบ เช่น การเคลื่อนไหวแผนภาพ แผนภาพกำลัง ในขณะที่การแก้ปัญหามีคะแนนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ซึ่งแสดงว่าตัวแทนที่หลากหลากสามารถมีประสิทธิภาพในการเพิ่มความเข้าใจของนักเรียนในด้านแนวคิดฟิสิกส์และทักษะการแก้ปัญหา

Kristina N. Higgins (2016, p. 29) ได้ศึกษาการตรวจสอบการใช้เครื่องมือสนับสนุนทางอิเล็กทรอนิกส์และการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการทำความเข้าใจข้อมูลทางคณิตศาสตร์ และแนวคิดในทางตรรกะ และสร้างข้อสรุปและลักษณะทั่วไปตามความเข้าใจนี้ การเรียนรู้โดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นพื้นฐานรวมอยู่ในห้องเรียนทั่วประเทศ และจำเป็นต้องศึกษาแง่มุมเฉพาะของเทคโนโลยีเพื่อพิจารณาว่าโปรแกรมต่าง ๆ มีอิทธิพลต่อการให้เหตุผลและการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างไร บทความนี้สำรวจว่าแง่มุมหนึ่งของการเรียนรู้ด้วยคอมพิวเตอร์ เครื่องมือสนับสนุนทางอิเล็กทรอนิกส์ (EST) ส่งผลต่อการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างไรในหลักสูตรเสริมคณิตศาสตร์ออนไลน์ นั่นคือ Math Learning Companion (MLC) นักเรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3, 4 และ 5 (N = 31) จากโรงเรียนเอกชนสองแห่งเข้าร่วมใน MLC และประเมินเหตุผลก่อนและหลังเข้าร่วมโปรแกรม การใช้ EST ถูกวัดโดยใช้การนับความถี่สำหรับแต่ละเครื่องมือ ผลลัพธ์จะอธิบายการใช้เครื่องมือของนักเรียนและสะท้อนถึงการเปลี่ยนแปลงโดยรวมในการให้เหตุผลตลอดช่วงการแทรกแซง โดยระบุว่านักเรียนใช้ EST ตามความจำเป็นเพื่อปรับโปรแกรมการเรียนรู้ให้เป็นรายบุคคล นักเรียนใช้ EST โดยเฉพาะตามความจำเป็นเพื่อปรับปรุงการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความถูกต้องของคำตอบ และคำอธิบายทางคณิตศาสตร์ของคำตอบตลอดการแทรกแซง

Paul Bosch (2018, p. 31) ได้ศึกษาการขุด EEG ด้วย SVM เพื่อทำความเข้าใจรากฐานทางปัญญาของกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เราได้พัฒนาวิธีการใหม่สำหรับการตรวจสอบและแยกรูปแบบจากกิจกรรมไฟฟ้าของสมอง โดยใช้เทคนิคการทำเหมืองข้อมูลและเทคนิคการเรียนรู้ของเครื่องรวบรวมข้อมูลจากการทดลองที่เน้น การศึกษากระบวนการทางปัญญาที่อาจกระตุ้นกลยุทธ์เฉพาะที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปัญหาการจำแนกเลขฐานสองถูกสร้างขึ้นโดยใช้ความสัมพันธ์และการซิงโครไนซ์เฟสระหว่างช่องสัญญาณอิเลคโตรโฟกราฟิกส์ที่แตกต่างกันเป็นคุณลักษณะและเป็นการแสดงทางคณิตศาสตร์ของบุคคลที่เข้าร่วมในการทดลองที่ออกแบบมาเป็นพิเศษในฐานะป้ายกำกับหรือชั้นเรียน วิธีการที่เสนอจะขึ้นอยู่กับการใช้ขั้นตอนการเลือกคุณลักษณะที่กำหนดไว้อย่างดี ซึ่งใช้เพื่อกำหนดขนาดเครือข่ายการทำงานของสมองที่เหมาะสมซึ่งเกี่ยวข้องกับกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเพื่อค้นหาลิงก์ที่เกี่ยวข้องมากที่สุดในเครือข่ายนี้ โดยไม่รวมถึงการเชื่อมต่อที่มีสัญญาณรบกวนหรือไม่รวมนัยสำคัญการเชื่อมต่อ

Hidayat Wahyudin (2018, p. 30) ได้ศึกษาการปรับปรุงความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนผ่านความฉลาดทางปัญหาและการเรียนรู้การสอบถามที่ขับเคลื่อนด้วยอาร์กิวเมนต์ การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาปัจจัยบทบาทของคำสั่ง Adversity Quotient (AQ) และ Argument-Driven Inquiry (ADI) ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สมัครเป็นครูคณิตศาสตร์ การศึกษาได้รับการออกแบบในรูปแบบของการทดลองด้วยการออกแบบกลุ่มควบคุมก่อนการทดสอบ-หลังการทดสอบที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบบทบาทของความฉลาดทางปัญหา (AQ) และการเรียนรู้การสอบถามโดยใช้อาร์กิวเมนต์ (ADI) เกี่ยวกับการปรับปรุงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประชากรในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนของผู้สมัครครูคณิตศาสตร์ในเมือง Cimahi ในขณะที่กลุ่มตัวอย่างของงานวิจัยนี้คือนักเรียน 90 คนของผู้สมัครของครูคณิตศาสตร์ที่ระบุโดยมีวัตถุประสงค์แล้วกำหนดแบบสุ่มซึ่งอยู่ในชั้นเรียนทดลองและกลุ่มควบคุม จากผลการวิจัยและการอภิปราย สรุปได้ว่า (1) ปรับปรุงความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สมัครเป็นครูคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบ Argument-Driven Inquiry (ADI) ดีกว่าผู้ที่ได้รับโดยตรง การเรียนการสอนได้รับการตรวจสอบโดยพิจารณาจากภาพรวมทั้งหมด (2) ไม่มีการปรับปรุงความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สมัครเป็นครูสอนคณิตศาสตร์ที่ได้รับคำแนะนำจาก Argument-Driven Inquiry (ADI) และทบทวนการสอนโดยตรงตามประเภทของความฉลาดทางปัญญา (Quitter / AQ Low, Champer / AQ Medium และ Climber / AQ High); (3) ปัจจัยการเรียนรู้และประเภทของความฉลาดทางปัญญา (AQ) ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้ ไม่มีผลปฏิสัมพันธ์ระหว่างการเรียนรู้และ AQ ร่วมกันในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (4) ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นครูสอนคณิตศาสตร์ไม่บรรลุผลอย่างเหมาะสมกับความแปลกใหม่ของตัวบ่งชี้

Ting-Rui Chiang (2019, p. 27) ได้ศึกษาการสร้างสมการเชิงความหมายสำหรับการแก้ปัญหาและการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เป็นงานที่ท้าทายซึ่งต้องใช้ความเข้าใจภาษาธรรมชาติที่ถูกต้องเพื่อเชื่อมโยงข้อความภาษาธรรมชาติและนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยแรงบันดาลใจจากสัญชาตญาณว่ามนุษย์สร้างสมการจากข้อความปัญหาได้อย่างไร บทความนี้จึงนำเสนอวิธีประสาทในการแก้ปัญหาคำทางคณิตศาสตร์โดยอัตโนมัติด้วยการใช้สัญลักษณ์ตามความหมายเชิงความหมายในข้อความ บทความนี้มองว่ากระบวนการสร้างสมการเป็นสะพานเชื่อมระหว่างโลกเชิงความหมายและโลกเชิงสัญลักษณ์ โดยที่ตัวแก้คณิตศาสตร์ประสาทที่เสนอจะขึ้นอยู่กับกรอบงานตัวเข้ารหัส ในรูปแบบที่เสนอ ตัวเข้ารหัสได้รับการออกแบบมาเพื่อให้เข้าใจความหมายของปัญหา และตัวถอดรหัสจะเน้นที่การติดตามความหมายเชิงความหมายของสัญลักษณ์ที่สร้างขึ้น จากนั้นจึงตัดสินใจว่าจะสร้างสัญลักษณ์ใดต่อไป การทดลองเบื้องต้นดำเนินการในชุดข้อมูลเปรียบเทียบ Math23K และแบบจำลองของเรามีประสิทธิภาพเหนือกว่าทั้งแบบจำลองเดี่ยวที่ล้ำสมัยและแบบจำลองที่ไม่มีการดึงข้อมูลที่ดีที่สุดซึ่งมีความแม่นยำประมาณ 10% ซึ่งแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของการเชื่อมโยงสัญลักษณ์และ โลกความหมายจากปัญหาคำคณิตศาสตร์

A Mawaddah (2020, p. 36) ได้ศึกษาผลกระทบของประเภทบุคลิกภาพของนักเรียนต่อการประยุกต์ใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาในการแก้ปัญหา PISA กลยุทธ์การแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในเหตุผลที่นักเรียนชาวอินโดนีเซียแข่งขันใน PISA อยู่ในอันดับต่ำสุดเท่านั้น สาเหตุนี้เกิดจากปัจจัยบางอย่างรวมทั้งประเภทบุคลิกภาพ หากต้องการระบุผลกระทบของประเภทเหล่านี้ต่อกลยุทธ์ของนักเรียนที่ใช้จำเป็นต้องมีคำอธิบายโดยละเอียดเพิ่มเติม งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้คำถาม PISA ตามประเภทบุคลิกภาพ มีนักเรียนมัธยมต้น 30 คนในบันดาอาเจะห์มีส่วนร่วมในการวิจัยครั้งนี้ มีการใช้เครื่องมือวิจัย 2 ชุด ชุดแรกประกอบด้วยคำถามระดับ 4, 5 และ 6 PISA และอีกชุดคือคำถามสำหรับตัวบ่งชี้ประเภท Myers-Briggs ข้อมูลที่รวบรวมถูกวิเคราะห์โดยจัดกลุ่มนักเรียนตามประเภท Myers-Briggs หลังจากนั้น คำตอบของนักเรียนสำหรับคำถาม PISA จะถูกจับคู่กับตัวบ่งชี้สิบตัวของการแก้ปัญหาของ Posamentier และ Krulik ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีบุคลิกภาพต่ำกว่า 6 ใน 16 ประเภท ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะบุคลิกภาพส่งผลต่อกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาในการตอบคำถาม PISA ความหมายของการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่าครูต้องใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาร่วมกันเพื่อระบุบุคลิกภาพของนักเรียนประเภทต่างๆ ในกระบวนการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพความสำเร็จของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา

Ufuk Ozkubat (2020, p. 23) ได้ศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความต้องการพิเศษ: โมเดลการสอนกลยุทธ์ทางปัญญา 'แก้ปัญหาเป็นรูปแบบการสอนกลยุทธ์ทางปัญญาที่เรียกว่า 'Solve It!' เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบทางปัญญาและอภิปัญญา แบบจำลองนี้ได้รับการพัฒนาโดยให้เป็นหนึ่งในกลยุทธ์การสอนตามกระบวนการ จุดประสงค์ของ 'แก้ปัญหา' กลยุทธ์คือการสอนขั้นตอนกลยุทธ์การเรียนรู้เจ็ดขั้นตอนต่อไปนี้: อ่าน ถอดความ นึกภาพ ตั้งสมมติฐาน ทำนาย คำนวณ และตรวจสอบ ขั้นตอนกลยุทธ์การรับรู้แต่ละขั้นตอนมีขั้นตอนอภิปัญญาสามขั้นตอนต่อไปนี้: ถาม พูด และตรวจสอบ 'แก้ปัญหา!' ได้ใช้กลวิธีในการสอนนักเรียนที่มีความต้องการพิเศษในการแก้ปัญหาคำศัพท์ การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินการศึกษาโดยใช้ 'แก้ปัญหา' กลยุทธ์ ดังนั้น การศึกษานี้จึงทบทวนการศึกษาโดยตรวจสอบฐานข้อมูลอิเล็กทรอนิกส์ ดัชนีวารสาร และการอ้างอิงส่วนหนึ่งของการศึกษาที่เกี่ยวข้อง พบการศึกษาทั้งหมด 48 เรื่อง การศึกษาเหล่านี้ได้รับการทบทวนในแง่ของเกณฑ์การคัดเข้าและการคัดออก และใช้ 12 รายการสำหรับการวิเคราะห์เชิงพรรณนา ผลการศึกษาพบว่า 'แก้ปัญหา' มีประสิทธิภาพในการสอนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความต้องการพิเศษ ผลการวิจัยถูกอภิปรายตามวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง และข้อเสนอแนะบางประการสำหรับการวิจัยในอนาคต และผู้ปฏิบัติงานถูกนำเสนอในตอนท้ายของบทความ

Dalibor Gonda (2020, p. 26) ได้ศึกษาการวิเคราะห์ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการเข้าถึงการศึกษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในรูปแบบของ MOOC ด้วยการจำกัดการเคลื่อนไหวของนักเรียนเนื่องจากโควิด-19 จำเป็นต้องขยายข้อเสนอการศึกษาออนไลน์ การศึกษาออนไลน์ควรสะท้อนถึงหลักการของคอนสตรัคติวิสต์การสอนเพื่อให้แน่ใจว่าการพัฒนาความสามารถทางปัญญาและสังคมของนักเรียน บทความนี้อธิบายหลักสูตรเตรียมความพร้อมของคณิตศาสตร์ซึ่งเกิดขึ้นในรูปแบบของ MOOC หลักสูตรนี้ถูกสร้างขึ้นและดำเนินการตามหลักการของคอนสตรัคติวิสต์การสอน การวิเคราะห์แนวทางของผู้ตอบแบบสอบถามต่อ MOOC เผยให้เห็นความแตกต่างระหว่างนักศึกษาระดับปริญญา

ตรีและปริญญาโทในการใช้ MOOC บัณฑิตพบว่ามีความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างแนวทางปฏิบัติต่อ MOOC กับวิธีการศึกษาในโรงเรียนมัธยมศึกษา ผลการวิจัยชี้ให้เห็นถึงความจำเป็นในการให้ความสำคัญมากขึ้นในการพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการนำทางและวิเคราะห์ข้อมูล แบบสอบถามที่กรอกโดยผู้เข้าร่วมยังติดตามการเข้าถึงการเรียนรู้ของนักเรียน ผลการทดลองยืนยันความเชื่อมโยงระหว่างแนวทางการเรียนรู้ที่ต้องการและกิจกรรมของนักเรียนภายใน MOOC

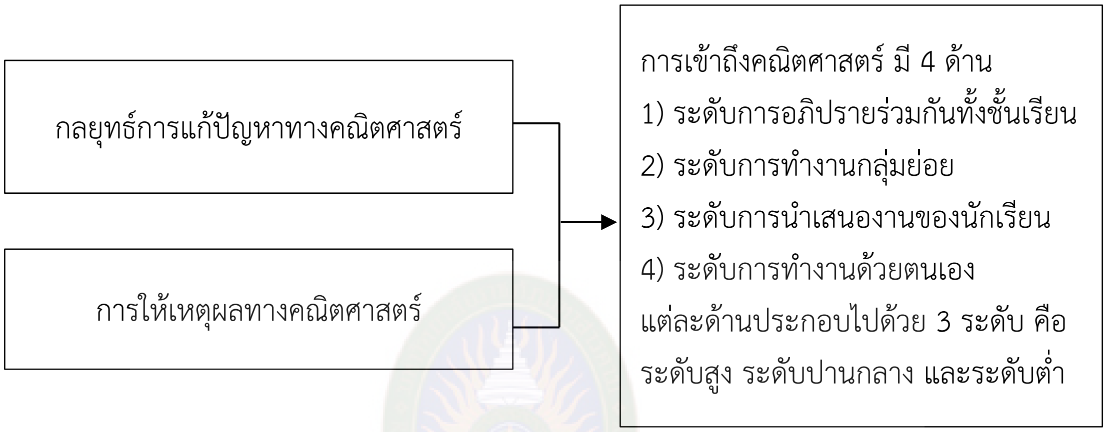
Keyur Faldu (2021, p. 25) ได้ศึกษาการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปฏิบัติได้จริง: และโอกาสในการแก้ปัญหาคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะเป็นหนึ่งในพรมแดนถัดไปสำหรับปัญญาประดิษฐ์ที่จะมีความก้าวหน้าอย่างมาก การเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในการแก้ปัญหาคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (MWP) และด้วยเหตุนี้การบรรลุความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นจะยังคงเป็นสายงานหลักในการวิจัยในอนาคตอันใกล้ เราตรวจสอบวิธีการที่ไม่ใช่ประสาทและประสาทเพื่อแก้ปัญหาคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่บรรยายในภาษาธรรมชาติ เรายังเน้นถึงความสามารถของวิธีการเหล่านี้ในการทำให้เข้าใจได้ทั่วไป มีเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตีความได้ และอธิบายได้ วิธีการของระบบประสาทมีอิทธิพลเหนือสถานะปัจจุบันของศิลปะ และเราสำรวจพวกเขาโดยเน้นสามกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา MWP: (1) การสร้างคำตอบโดยตรง (2) การสร้างแผนภูมินิพจน์สำหรับการอนุมานคำตอบ และ (3) การดึงเทมเพลตสำหรับการคำนวณคำตอบ นอกจากนี้เรายังหารือเกี่ยวกับวิธีการทางเทคโนโลยี ทบทวนวิวัฒนาการของตัวเลือกการออกแบบที่ใช้งานง่ายเพื่อแก้ไข MWP และตรวจสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในที่สุด เราก็ระบุช่องว่างต่างๆ ที่รับประกันความต้องการความรู้ภายนอกและการเรียนรู้เชิงความรู้ รวมถึงโอกาสอื่นๆ อีกหลายประการในการแก้ไข MWP

Jesús Guadalupe Lugo-Armenta (2021, p. 19) ได้ศึกษาการให้เหตุผลเชิงสถิติเชิงอนุมานของครูคณิตศาสตร์: ประสบการณ์ในบริบทเสมือนจริงที่เกิดจากการแพร่ระบาดของโรคโควิด-19 การระบาดใหญ่ของโควิด-19 สร้างสถานการณ์ใหม่ในด้านการศึกษา โดยที่ทรัพยากรทางเทคโนโลยีเป็นสื่อกลางในการสอนและกระบวนการเรียนรู้ เอกสารนี้นำเสนอการพัฒนาประสบการณ์การฝึกอบรมครูเสมือนจริงที่มุ่งส่งเสริมการใช้เหตุผลเชิงอนุมานในการฝึกฝนและครูคณิตศาสตร์ที่คาดหวังโดยใช้ปัญหาการอนุมานในสถิติไคสแควร์ บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินความหมายเชิงสถาบันที่นำไปปฏิบัติหรือที่ตั้งใจไว้ และระดับความพร้อมใช้งานและความเพียงพอของวัสดุและทรัพยากรชั่วคราวที่จำเป็นสำหรับการพัฒนาประสบการณ์การฝึกอบรม เพื่อจุดประสงค์นี้ เราใช้แนวคิดเชิงทฤษฎีและวิธีการที่นำมาใช้โดยวิธีการ Ontosemiotic เพื่อความรู้และการสอนคณิตศาสตร์ (OSA) ซึ่งเป็นแนวคิดของการปฏิบัติและเกณฑ์ความเหมาะสม ผู้เข้าร่วมประสบการณ์นี้แบ่งออกเป็นสามกลุ่ม หนึ่งในนั้นประกอบด้วยครูฝึกหัดและอีกสองคนเป็นครูที่คาดหวัง การแทรกแซงใช้รูปแบบเสมือนต่างๆ ที่ช่วยให้สามารถพัฒนาการใช้เหตุผลเชิงอนุมานของผู้เข้าร่วมได้ในลักษณะเดียวกัน

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่า การแกปญหาทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การสอนกลยุทธการแกปญหา และเทคนิคการคิดที่หลากหลายรวมถึงการเลือกยุทธวิธีในการแกปญหาที่เหมาะสม ช่วยสร้างความมั่นใจจะทำใหผู้เรียนมีทักษะและพัฒนาความสามารถในการแกปญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น การให้เหตุผลเป็นกระบวนการที่จะช่วยให้การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากขึ้น และเป็นทักษะสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างรอบคอบ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาทักษะกระบวนการต่างๆ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์แขนงอื่นและในชีวิตประจำวันได้ ผลกระทบของการเข้าถึงการรับรู้เกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ด้วยการเน้นการพัฒนาทักษะการคิดเชิงวิพากษ์ และการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นักการศึกษาต้องพัฒนาเทคนิคการสอนเพื่อตอบสนองความต้องการของนักเรียนทุกคน ให้นักเรียนมีความมั่นใจและกระตือรือร้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มากขึ้นเมื่อใช้ชุดเครื่องมือ การให้ความสำคัญกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทำให้เกิดการปรับพื้นฐานและนักเรียนสามารถเข้าถึงกลยุทธ์ที่หลากหลายและทางเลือกของกลยุทธ์ที่จะใช้เพื่อช่วยในการสร้างความแตกต่าง

## 2.9 กรอบแนวคิดการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ตามกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้




**ภาพที่ 2.1** กรอบแนวคิดการวิจัย

# บทที่ 3
# วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยเรื่อง การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ได้ดำเนินการตามลำดับดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

## 3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เลือกประชากร และกลุ่มตัวอย่าง มีรายละเอียดดังต่อปนี้

**3.1.1 ประชากร**

ประชากรในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่โรงเรียนอนุกูลนารี ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 มีห้องเรียนทั้งหมด 17 แต่ละห้องจัดแบบคละความสามารถ มีนักเรียนทั้งสิ้น 660 คน ประกอบด้วย นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 จำนวน 36 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 จำนวน 36 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 จำนวน 39 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 จำนวน 42 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/5 จำนวน 42 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/6 จำนวน 41 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/7 จำนวน 41 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/8 จำนวน 42 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/9 จำนวน 42 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/10 จำนวน 42 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/11 จำนวน 42 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 จำนวน 30 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/13 จำนวน 33 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/14 จำนวน 36 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/15 จำนวน 36 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/16 จำนวน 40 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/17 จำนวน 40 คน รวมจำนวนนักเรียน 660 คน

**3.1.2 กลุ่มตัวอย่าง**

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 250 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) มีขั้นตอนในการสุ่ม ดังนี้

ขั้นที่ 1 ผู้วิจัยใช้หน่วยการสุ่มตัวอย่าง คือ ห้องเรียน ที่มีลักษณะห้องเรียนคล้ายคลึงกัน

ขั้นที่ 2 ผู้วิจัยใช้การสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ในการสุ่มห้องเรียนได้จำนวน 6 ห้องเรียน ประกอบด้วยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 จำนวน 42 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/5 จำนวน 42 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/6 จำนวน 41 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/7 จำนวน 41 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/8 จำนวน 42 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/9 จำนวน 42 คน รวมจำนวนนักเรียน 249 คน ได้มาโดยการคำนวณขนาดของกลุ่มตัวอย่างตามสูตร ทาโร่ ยามาเน่ (1973, p. 727)

$$n = \frac{N}{1+Ne^2} \tag{3-1}$$

เมื่อ $n$ แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

$N$ แทน จำนวนประชากร

$e$ แทน ความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้เกิดขึ้นในครั้งนี้คือ 0.05

คำนวณขนาดของกลุ่มตัวอย่างจากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 660 คน จากสูตรทาโร ยามาเน่ (1973, p. 727) ดังนี้

จากสูตรจะได้

$$n = \frac{660}{1+(600)(0.05)^2}$$

$$n = \frac{660}{2.65}$$

$$n = 249.06$$

ผลจากการคำนวณตามสูตร คิดเป็น 250 คน

รวมจำนวนนักเรียน 250 คน

## 3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.2.1 แบบทดสอบกลยุทธ์วิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3.3.2 แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.3.3 แบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์

3.3.5 แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

3.3.6 แบบสัมภาษณ์แนวทางการยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์

## 3.3 การสร้างเครื่องมือในการวิจัย

ในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับโดยมีขั้นตอน ดังนี้

**3.3.1 แบบทดสอบกลยุทธ์วิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**

การสร้างแบบทดสอบกลยุทธ์วิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.1.1 ศึกษาค้นคว้าเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุง 2560 เกี่ยวกับสาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบกลยุทธในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3.1.2 ศึกษาหลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบและการหาคุณภาพแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263)

3.3.1.3 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น

3.3.1.4 สร้างแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ ที่สร้างเผื่อไว้ซึ่งใช้จริงเพียง 6 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบทดสอบ เรื่อง ความน่าจะเป็น แบบอัตนัย ปรากฏดังตารางที่ 3.1

**ตารางที่ 3.1** จำนวนข้อสอบที่สร้างแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 10 ข้อ ที่สอดคล้องกับเนื้อหา

| ข้อที่ | เนื้อหา | สร้างจริง (ข้อ) | ใช้จริง (ข้อ) |
|---|---|---|---|
| 1 | ระบุผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มและผลลัพธ์ของเหตุการณ์ | 3 | 2 |
| 2 | หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ | 4 | 2 |
| 3 | ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ หาข้อสรุป และแก้ปัญหา | 3 | 2 |
| รวม | | 10 | 6 |

จากตาราง 3.1 พบว่า จำนวนข้อสอบที่สร้างแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 10 ข้อ ที่สอดคล้องกับเนื้อหา โดยสร้างจริง 10 ข้อ และนำไปใช้จริง 6 ข้อ

3.3.1.5 นำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความชัดเจนของภาษา ความถูกต้องของภาษา และความเหมาะสมระหว่างข้อคำถามกับผู้ให้ข้อมูล

3.3.1.6 นำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพตรวจสอบความเหมาะสม และปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องโดยผู้เชี่ยวชาญ ประกอบด้วย

1) อาจารย์ ดร. บรรชา นันจรัส วุฒิการศึกษาสูงสุดปริญญาเอก ปร.ด. (คณิตศาสตร์) อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์

2) นางสาวแพรไหม สามารถ วุฒิการศึกษาสูงสุดปริญญาโท ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์) ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้เชี่ยวชาญ ด้านการสอนคณิตศาสตร์

3) นายสิทธิชัย ยุบลวัฒน์ วุฒิการศึกษาสูงสุดปริญญาโท กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา) ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้เชี่ยวชาญ ด้านการสอนคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญเป็น ดังนี้

1) มีบางข้อที่โจทย์ยังไม่ชัดเจน ควรปรับปรุงแก้ไขเพื่อให้โจทย์ชัดเจนยิ่งขึ้น

2) ปรับข้อคำถามให้ครอบคลุมตามประเด็นที่ต้องการ

3.3.1.7 ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item – Objective Congruence Index : IOC) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| สอดคล้อง | จะมีคะแนนเป็น | +1 |
| ไม่แน่ใจ | จะมีคะแนนเป็น | 0 |
| ไม่สอดคล้อง | จะมีคะแนนเป็น | -1 |



3.3.1.8 นำผลประเมินความสอดคล้องมาคำนวณค่า IOC โดยใช้สูตรดัชนีความสอดคล้อง (ไพศาล วรคำ, 2554, 262-263) เลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC เท่ากับ 1 ทั้งหมดจำนวน 10 ข้อ

3.3.1.9 นำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ได้แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทาง จำนวน 10 ข้อ ไปทำการทดสอบหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจการจำแนก และค่าความเชื่อมั่น โดยนำไปทดลองใช้ (Try-Out) กับนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนอนุกูลนารี จำนวน 40 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

3.3.1.10 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์หาความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.2-0.8 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.2–1.0 จึงถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลการวิเคราะห์พบว่าข้อสอบรายข้อมีความยากที่อยู่ในเกณฑ์ ซึ่งอยู่ระหว่าง 0.60-0.70 และมีค่าอำนาจจำแนกที่อยู่ในเกณฑ์ซึ่งอยู่ระหว่าง 0.30-0.40 ซึ่งข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ดังกล่าวมีทั้งหมด 10 ข้อ

3.3.1.11 นำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliabality) ของแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สัมประสิทธิ์และแอลฟ่าของครอนบัค ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.7 ขึ้นไปจะถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.866

3.3.1.12 นำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไปใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

3.3.1.13 นำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจให้คะแนนแล้วมาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนน (Inter-Rater Reliability) ของแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้ดัชนีความเห็นพ้องของผู้ประเมิน (Rater Agreement Index : RAI) ได้ค่าความเชื่อมั่นของผู้ตรวจให้คะแนนเท่ากับ 0.85 ขึ้นไปจึงจะถือว่าเชื่อถือได้ ผลการวิเคราะห์ พบว่ามีค่าความเชื่อมั่นของผู้ตรวจให้คะแนน เท่ากับ 0.94

การพิจารณากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพิจารณาการเลือกใช้กลยุทธ์ของนักเรียน โดยพิจารณางานเขียนของนักเรียนและวิธีทำของนักเรียนตรงกับกลยุทธ์ใดในนิยามศัพท์เฉพาะ

**ตาราง 3.2** เกณฑ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 130)

| รายการประเมิน | คะแนน | ระดับคุณภาพ | เกณฑ์การพิจารณา |
|---|---|---|---|
| 1. ความเข้าใจปัญหา | 3 | ดี | เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง |
| | 2 | พอใช้ | เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน |
| | 1 | ปรับปรุง | เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา |
| 2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา | 3 | ดี | เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา |
| | 2 | พอใช้ | เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา |
| | 1 | ปรับปรุง | เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ |

(ต่อ)

**ตาราง 3.2** (ต่อ)

| รายการประเมิน | คะแนน | ระดับคุณภาพ | เกณฑ์การพิจารณา |
|---|---|---|---|
| 3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา | 3 | ดี | นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน |
| | 2 | พอใช้ | นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน |
| | 1 | ปรับปรุง | นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา |
| 4. การสรุปคำตอบ | 3 | ดี | สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ |
| | 2 | พอใช้ | สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน |
| | 1 | ปรับปรุง | ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง |

จากตาราง 3.2 พบว่า เกณฑ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แบ่งเกณฑ์คะแนนออกเป็น 3 ระดับ โดยประเมินในเรื่องการหาคำตอบให้ได้หลายข้อภายในเวลาที่กำหนด และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง



การแปลความหมายค่าคะแนนใช้เกณฑ์การแปลความหมายแบ่งออกเป็น 3 ระดับดังนี้

นักเรียนที่ทำแบบทดสอบได้ในระดับสูง หมายถึง ระหว่าง 49-72 คะแนน
นักเรียนที่ทำแบบทดสอบได้ในระดับปานกลาง หมายถึง ระหว่าง 25-48 คะแนน
นักเรียนที่ทำแบบทดสอบได้ในระดับต่ำ หมายถึง ระหว่าง 1-24 คะแนน

**3.3.2 แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

การสร้างแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.2.1 ศึกษาค้นคว้าเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุง 2560 เกี่ยวกับสาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.3.2.2 ศึกษาหลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบและการหาคุณภาพแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263)

3.3.2.3 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น

3.3.2.4 สร้างแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ ที่สร้างเผื่อไว้ ซึ่งใช้จริงเพียง 6 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบทดสอบเรื่องความน่าจะเป็นแบบอัตนัย ปรากฏดังตารางที่ 3.3

**ตารางที่ 3.3** จำนวนข้อสอบที่สร้างแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 10 ข้อ ที่สอดคล้องกับเนื้อหา

| ข้อที่ | เนื้อหา | สร้างจริง (ข้อ) | ใช้จริง (ข้อ) |
|---|---|---|---|
| 1 | ระบุผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม และผลลัพธ์ของเหตุการณ์ | 3 | 2 |
| 2 | หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ | 4 | 2 |
| 3 | ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ หาข้อสรุป และแก้ปัญหา | 3 | 2 |
| รวม | | | 6 |

จากตาราง 3.3 พบว่า จำนวนข้อสอบที่สร้างแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 10 ข้อ ที่สอดคล้องกับเนื้อหา โดยสร้างจริง 10 ข้อ และนำไปใช้จริง 6 ข้อ

3.3.2.5 นำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม

3.3.2.6 นำแบบทดสอบการใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพ ตรวจสอบความเหมาะสม และปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง โดยผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม ข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญมีดังนี้

1) มีบางข้อที่โจทย์ยังไม่ชัดเจน ควรปรับปรุงแก้ไขเพื่อให้โจทย์ชัดเจนยิ่งขึ้น

2) บางคำถามยังไม่ชัดเจน ไม่คลอบคลุมเนื้อหา และไม่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัย ควรปรับปรุงแก้ไขเพื่อให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3.3.2.7 ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item – Objective Congruence Index : IOC) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| สอดคล้อง | จะมีคะแนนเป็น | +1 |
| ไม่แน่ใจ | จะมีคะแนนเป็น | 0 |
| ไม่สอดคล้อง | จะมีคะแนนเป็น | -1 |

3.3.2.8 นำผลประเมินความสอดคล้องมาคำนวณค่า IOC โดยใช้สูตรดัชนีความสอดคล้อง (ไพศาล วรคำ, 2554, 262-263) เลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC เท่ากับ 1 ทั้งหมดจำนวน 10 ข้อ

3.3.2.9 นำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ได้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ ไปทำการทดสอบหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจการจำแนก และค่าความเชื่อมั่น โดยนำไปทดลองใช้ (Try-Out) กับนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนอนุกูลนารี จำนวน 42 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

3.3.2.10 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์หาความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.2-0.8 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.2–1.0 จึงถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลการวิเคราะห์พบว่าข้อสอบรายข้อมีความยากที่อยู่ในเกณฑ์ ซึ่งอยู่ระหว่าง 0.60-0.70 และมีค่าอำนาจจำแนกที่อยู่ในเกณฑ์ ซึ่งอยู่ระหว่าง 0.30-0.40 ซึ่งข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ดังกล่าวมีทั้งหมด 10 ข้อ

3.3.2.11 นำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliabality) ของแบบทดสอบกลการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สัมประสิทธิ์ และแอลฟ่าของครอนบัค ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.7 ขึ้นไปจะถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.875

3.3.2.12 นำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไปใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

3.3.1.13 นำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจให้คะแนนแล้วมาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนน (Inter-Rater Reliability) ของแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ดัชนีความเห็นพ้องของผู้ประเมิน (Rater Agreement Index : RAI) ได้ค่าความเชื่อมั่นของผู้ตรวจให้คะแนนเท่ากับ 0.85 ขึ้นไป จึงจะถือว่าเชื่อถือได้ ผลการวิเคราะห์พบว่ามีค่าความเชื่อมั่นของผู้ตรวจให้คะแนน เท่ากับ 0.93



การพิจารณาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพิจารณางานเขียนของนักเรียนและวิธีทำของนักเรียนตรงกับกลยุทธ์ใดในนิยามศัพท์เฉพาะ

**ตาราง 3.4** เกณฑ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, 93)

| คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
|---|---|
| 3 | อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้วิธีการคาดคะเนได้อย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน |
| 2 | อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้วิธีการคาดคะเนได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่ชัดเจน |
| 1 | ไม่อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้วิธีการคาดคะเน หรือเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผล |
| 0 | ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ |

จากตาราง 3.4 พบว่า เกณฑ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แบ่งเกณฑ์คะแนนออกเป็น 4 ระดับ โดยประเมินในเรื่องการหาคำตอบให้ได้หลายข้อภายในเวลาที่กำหนด และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง

การแปลความหมายค่าคะแนนใช้เกณฑ์การแปลความหมายแบ่งออกเป็น 3 ระดับดังนี้

นักเรียนที่ทำแบบทดสอบได้ในระดับสูง หมายถึง ระหว่าง 13-18 คะแนน

นักเรียนที่ทำแบบทดสอบได้ในระดับปานกลาง หมายถึง ระหว่าง 7-12 คะแนน

นักเรียนที่ทำแบบทดสอบได้ในระดับต่ำ หมายถึง ระหว่าง 1-6 คะแนน

**3.3.3 แบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์**

ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนในการสร้างแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ตามลำดับดังนี้

3.3.3.1 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการและแนวทางในการสร้างแบบสอบถาม จากหนังสือ บทความ งานการวิจัย และเอกสารที่เกี่ยวข้อง สังเคราะห์เอกสารและงานวิจัย เพื่อหาการเข้าถึงทางคณิตศาสตร์ โดยการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อสอบถามถึงการเข้าถึงคณิตศาสตร์

3.3.3.2 สร้างแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ โดยการสังเคราะห์เอกสารงานวิจัย และการสัมภาษณ์ จำนวน 25 ข้อ ลักษณะคำถามจะเป็นคำถามปลายปิด ชนิด 3 ระดับ จำนวน 24 ข้อ โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาเลือกคำตอบ ดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| 3 | หมายถึง | ปฏิบัติเป็นประจำ |
| 2 | หมายถึง | ปฏิบัติเป็นบางครั้ง |
| 1 | หมายถึง | ไม่ปฏิบัติ |

โดยเกณฑ์ในการแปลความหมายค่าเฉลี่ยที่ใช้การแปลความหมายแบ่งออกเป็น 3 ระดับดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 2.34-3.00 แปลความหมาย ในระดับสูง

คะแนนเฉลี่ย 1.68-2.33 แปลความหมาย ในระดับปานกลาง

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.67 แปลความหมาย ในระดับต่ำ



3.3.3.3 นำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้นเสร็จแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความชัดเจนของภาษา ความถูกต้องของภาษา และความเหมาะสมระหว่างข้อคำถามกับผู้ให้ข้อมูล

3.3.3.4 นำแบบทดสอบการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพ ตรวจสอบความเหมาะสม และปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง โดยผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม ข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญเป็น

1) ปรับภาษาที่ใช้ในการเขียนในแต่ละข้อคำถามให้มีความชัดเจนกระชับ และครอบคลุม

2) การใช้ภาษาที่เหมาะสมในแต่ละข้อคำถาม

3.3.3.5 ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อความกับผลจากการสังเคราะห์การเข้าถึงคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ (Item - Objective Congruence Index : IOC) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น -1

3.3.3.6 นำผลประเมินความสอดคล้องมาคำนวณค่า IOC โดยใช้สูตรดัชนีความสอดคล้อง (ไพศาล วรคำ, 2561, น. 266-278) เลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ เลือกข้อคำถามที่มีค่า IC ระหว่าง 0.5–1.00 อยู่ในเกณฑ์ใช้ได้ และนำเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขข้อคำถามให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

3.3.3.7 นำแบบสอบถามความสามารถในการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่ตัวอย่าง จำนวน 42 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนอนุกูลนารี ตำบลกาฬสินธุ์ อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ เพื่อหาค่าอำนาจจำแนก เป็นรายข้อ โดยหาค่าสหสัมพันธ์อย่างง่ายระหว่างคะแนนรายข้อกับคะแนนรวม (Item Total Correlation) ด้วยสูตร Pearson Product Moment Correlation Coefficient จำนวนทั้งหมด 12 ข้อ ซึ่งค่าอำนาจจำแนกรายข้อที่ได้ มีค่าอำนาจจำแนกได้ดี (0.60-0.70) จำนวน 12 ข้อ มีค่าอำนาจจำแนกได้ปานกลาง (0.30-0.70) จำนวน 12 ข้อ แสดงว่า ข้อคำถามทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้ทั้งหมด

3.3.3.8 นำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามทั้งฉบับ โดยวิธีคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) โดยใช้สูตรของ Cronbach ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามเท่ากับ 0.929

3.3.3.9 นำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้ว ไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล



**ตาราง 3.5** เกณฑ์ประเมินการเข้าถึงคณิตศาสตร์

| คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
| --- | --- |
| 3 (สูง) | ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work)<br>นักเรียนสามารถศึกษาบทเรียนคณิตศาสตร์ ทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างตั้งใจ (มากกว่าร้อยละ 60) |
| | ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations)<br>นักเรียนส่วนใหญ่สนใจการนำเสนอ สามารถที่จะนำเสนองานได้ (มากกว่าร้อยละ 60) |
| | ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work)<br>นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม อภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มอย่างมีประสิทธิภาพ (มากกว่าร้อยละ 60) |
| | การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion)<br>นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (มากกว่าร้อยละ 60) |

(ต่อ)

**ตาราง 3.5** (ต่อ)

| คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
|---|---|
| 2 (ปานกลาง) | ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work)<br>นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานที่ได้รับมอบหมายมีจำนวนระหว่าง (ร้อยละ 30-60)<br>แต่ยังไม่ได้แสดงให้เห็น ถึงความตั้งใจในการทำงานเท่าที่ควร |
| | ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations)<br>นักเรียนบางคนสนใจการนำเสนอมีจำนวนระหว่าง (ร้อยละ 30-60) |
| | ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work)<br>นักเรียนบางส่วนมีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม และอภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มมีจำนวนระหว่าง (ร้อยละ 30-60) |
| | การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion)<br>นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน มีจำนวนระหว่าง<br>(ร้อยละ 30 - 60) |
| 1 (ต่ำ) | ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work)<br>นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ทำงานที่ได้รับมอบหมาย (ต่ำกว่าร้อยละ 30) |
| | ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations)<br>นักเรียนส่วนน้อยสนใจการนำเสนอ (ต่ำกว่าร้อยละ 30) |
| | ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work)<br>นักเรียนส่วนน้อยมีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม (ต่ำกว่าร้อยละ 30) |
| | การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion)<br>นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนมีจำนวน (ต่ำกว่าร้อยละ 30) |



จากตาราง 3.5 พบว่า เกณฑ์ประเมินการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ได้แบ่งเกณฑ์คะแนนออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ

**3.3.4 แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง**

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างโดยสัมภาษณ์เกี่ยวกับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามขั้นตอนดังนี้

3.3.4.1 ศึกษาการสร้างแบบสัมภาษณ์ จากหนังสือการวิจัยทางการศึกษา

3.3.4.2 กำหนดประเด็นและข้อความสำหรับการสัมภาษณ์เพื่อหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ให้สอดคล้องกับหลักการทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งข้อคำถาม ครอบคลุมจุดมุ่งหมายและแนวคิดในแต่ละข้อที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา

3.3.4.3 สร้างแบบสัมภาษณ์ ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.3.4.4 นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นเสร็จแล้ว เสนอคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ชุดเดิม เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของภาษา และความสอดคล้องระหว่างแบบสัมภาษณ์กับวัตถุประสงค์ของการวิจัย

3.3.4.5 นำคำแนะนำมาปรับปรุงแก้ไขแล้วนำเสนอผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม ข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญมีดังนี้

1) ใช้คำถามที่ครอบคลุมที่ได้ซึ่งคำตอบที่ต้องการตามสมมติฐานของการวิจัย

2) การใช้ภาษาที่เหมาะสมในแต่ละข้อคำถาม

3.3.4.6 ผู้วิจัยได้นำข้อเสนอแนะทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไข เพื่อหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แล้วพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์เพื่อใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

**3.3.5 แบบสัมภาษณ์แนวทางการยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์**

การสร้างแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย เพื่อหาแนวทางการยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้เกิดความชัดเจน ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.5.1 ศึกษาหลักการ วิธีการสร้างแบบสัมภาษณ์

3.3.5.2 กำหนดประเด็นของการสัมภาษณ์ พร้อมทั้งกำหนดกรอบของคำถามในแต่ละประเด็นสำหรับการสัมภาษณ์เป็นการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิให้ข้อมูลสำคัญ (Key informant Interview) เพื่อหาแนวทางในการยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3.3.5.3 สร้างแบบสัมภาษณ์ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย

3.3.5.4 นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษา แล้วนำคำแนะนำที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

3.3.2.5 นำแบบสัมภาษณ์จากการนำคำแนะนำที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขแล้วนำเสนอผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษา แล้วนำคำแนะนำที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญมีดังนี้

1) ใช้ภาษาในคำถามให้เหมาะสม มีความกระชับ และตรงประเด็นที่ต้องการศึกษา

2) เรียงลำดับของคำถามในการสัมภาษณ์ให้เหมาะสมกับเนื้อหาในบางคำถามยังขาดความชัดเจน และคลุมเครือ

3.3.2.6 นำแบบสัมภาษณ์ ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อหาแนวทางในการเข้าถึงคณิตศาสตร์

3.3.2.7 นำคำตอบที่ได้จากการสัมภาษณ์มาศึกษาเพื่อจะได้ทราบถึงแนวทางในการพัฒนาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ มีดังนี้

1) อาจารย์ ดร. วีรพงษ์ วงศ์พินิจ วุฒิการศึกษาสูงสุดปริญญาเอก ปร.ด. (คณิตศาสตร์) อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์

2) อาจารย์ ดร. อัครพงศ์ วงศ์พัฒน์ วุฒิการศึกษาสูงสุดปริญญาเอก ปร.ด. (คณิตศาสตร์ประยุกต์) อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการเข้าถึงคณิตศาสตร์

3) นายนายอุดม วิเศษวิสัย วุฒิการศึกษาสูงสุดปริญญาโท กศ.ม. การมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

## 3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลของแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ มีขั้นตอน ดังนี้

3.4.1 หนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม เพื่อขออนุญาตผู้อำนวยการโรงเรียนอนุกูลนารี ในการเก็บรวบรวมข้อมูลนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563

3.4.2 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไปใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยดำเนินการทดสอบด้วยตนเองทั้งหมด ซึ่งอยู่ภายใต้การดูแลของคุณครูผู้สอนประจำวิชา โดยในการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบเป็นเวลา 1 ชั่วโมง ในการดำเนินการทดสอบมีขั้นตอน ดังนี้

3.4.2.1 ผู้วิจัยอธิบายวัตถุประสงค์ของ แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย ให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และให้นักเรียนตั้งใจทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3.4.2.2 สำหรับการแจกแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้อ่านคำชี้แจงในการทำแบบทดสอบให้นักเรียนฟัง ถ้านักเรียนสงสัยให้ซักถามจนเข้าใจจึงลงมือทำพร้อมกันโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

3.4.3 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไปใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยดำเนินการทดสอบด้วยตนเองทั้งหมด ซึ่งอยู่ภายใต้การดูแลของคุณครูผู้สอนประจำวิชา โดยในการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบเป็นเวลา 1 ชั่วโมง ในการดำเนินการทดสอบมีขั้นตอน ดังนี้

3.4.3.1 ผู้วิจัยอธิบายวัตถุประสงค์ของ แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัยให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และให้นักเรียนตั้งใจทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทาคณิตศาสตร์

3.4.3.2 สำหรับการแจกแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้อ่านคำชี้แจงในการทำแบบทดสอบให้นักเรียนฟัง ถ้านักเรียนสงสัยให้ซักถามจนเข้าใจจึงลงมือทำพร้อมกัน โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

3.4.4 ผู้วิจัยนำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ไปใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการดำเนินการสอบถามมีขั้นตอน ดังนี้

3.4.4.1 ผู้วิจัยอธิบายวัตถุประสงค์ของแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย ให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการทำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และให้นักเรียนตั้งใจทำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์

3.4.4.2 สำหรับการแจกแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้อ่านคำชี้แจงในการทำแบบทดสอบให้นักเรียนฟัง ถ้านักเรียนสงสัยให้ซักถามจนเข้าใจจึงลงมือทำพร้อมกัน โดยให้นักเรียนทำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

3.4.5 สัมภาษณ์นักเรียนที่มีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ โดยสุ่มนักเรียนตามระดับความสามารถของนักเรียน เกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็น 3 ระดับ ได้แก่ สูง 3 คน ปานกลาง 3 คน ต่ำ 3 คน รวม 9 คน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็น 3 ระดับ ได้แก่ สูง 3 คน ปานกลาง 3 คน ต่ำ 3 คน รวม 9 คน และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็น 3 ระดับ ได้แก่ สูง 3 คน ปานกลาง 3 คน ต่ำ 3 คน รวม 9 คน รวมทั้งหมด 27 คน

3.4.6 สัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อหาแนวทางการยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

**ตารางที่ 3.6** จำนวนกลุ่มตัวอย่างที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน

| ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ | คะแนน | จำนวนนักเรียน (คน) | ร้อยละ |
|---|---|---|---|
| เก่ง | 21-30 | 78 | 31.20 |
| ปานกลาง | 11-20 | 104 | 41.60 |
| อ่อน | 0-10 | 68 | 27.20 |

จากตารางที่ 3.6 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยพิจารณาจากผลการสอบปลายภาค นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง มีคะแนนระหว่าง 11-20 จำนวน 104 คน คิดเป็นร้อยละ 41.60 รองลงมา คือ ระดับเก่ง มีคะแนนระหว่าง 21-30 จำนวน 78 คน คิดเป็นร้อยละ 31.20 และระดับอ่อน มีคะแนนระหว่าง 0-10 จำนวน 68 คน คิดเป็นร้อยละ 27.20 ตามลำดับ

## 3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

3.5.1 ศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การวิเคราะห์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson correlation analysis) และการวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis)

3.5.2 ศึกษาแนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนโดยสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิเพื่อหาแนวทางการยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ แล้วนำเสนอด้วยการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description)

## 3.6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

**สถิติพื้นฐาน**

3.6.1 ร้อยละ (Percentage: %) (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 321)

$$\text{ร้อยละ } (\%) = \frac{f}{n} \times 100 \qquad (3\text{-}2)$$



เมื่อ $f$ แทน ความถี่ของรายการที่สนใจ

$n$ แทน จำนวนทั้งหมด

3.6.2 ค่าเฉลี่ย (Mean: $\overline{X}$ ) (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 323)

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \qquad (3\text{-}3)$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$X_i$ แทน คะแนนของคนที่ i

$n$ แทน จำนวนสมาชิกของกลุ่มตัวอย่าง

3.6.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 325)

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2}{n-1}} \tag{3-4}$$

เมื่อ $S$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$X_i$ แทน คะแนนของคนที่ i

$n$ แทน จำนวนสมาชิกของกลุ่มตัวอย่าง

**สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์และตรวจสอบหาคุณภาพของเครื่องมือ**

3.6.4 หาค่าดัชนีความสอดคล้อง $(IOC)$ ของ แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2561, น. 269)

$$IOC=\frac{\sum R}{n} \tag{3-5}$$



เมื่อ $IOC$ แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$R$ แทน คะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินในแต่ละข้อ

$n$ แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

3.6.5 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ไพศาล วรคำ, 2561, น. 309) ดังนั้น

$$r_{XY'}=\frac{n\sum XY'-\sum X\sum Y'}{\sqrt{\left[n\sum X^2-\left(\sum X\right)^2\right]\left[n\sum Y'^2-\left(\sum Y'\right)^2\right]}} \tag{3-6}$$

เมื่อ $r_{XY'}$ เป็นดัชนีอำนาจจำแนกของข้อคำถาม

$X$ เป็นคะแนนของข้อคำถามข้อนั้น

$Y$ แทนคะแนนรวมจากข้อคำถามทั้งหมด

$Y'$ เป็นคะแนนรวมที่หักคะแนนข้อนั้นออกแล้ว $Y' = Y - X$

$n$ เป็นจำนวนผู้ตอบแบบสอบถามหรือแบบวัด

3.6.6 การหาความเชื่อมั่น (Reliability) แบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์อัลฟา ($\alpha$-Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach 's $\alpha$ -Coefficient) ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2561, น. 288)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right) \qquad (3\text{-}7)$$

เมื่อ $\alpha$ แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$k$ แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

$S_i^2$ แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบในแต่ละข้อ

$S_t^2$ แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

3.6.7 การหาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนนแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรหาค่าดัชนีความเห็นพ้องของผู้ประเมิน (Rater Agreement Index : RAI) กรณีหลายพฤติกรรมหลายตัวอย่างสองผู้ประเมิน ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2561, น. 278-298)



$$RAI = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{N}\left|R_{1nk} - R_{2nk}\right|}{KN(I-1)} \qquad (3\text{-}8)$$

เมื่อ $RAI$ แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

$R_{1nk}$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 1 ในพฤติกรรมที่ $k$ ของตัวอย่างคนที่ $n(n = 1,2,3,\ldots,N)$

$R_{2nk}$ แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 2 ในพฤติกรรมที่ $k$ ของตัวอย่างคนที่ $n$

$I$ แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

$K$ แทน จำนวนพฤติกรรมบ่งชี้ทั้งหมด

$N$ แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

3.6.8 หาค่าสหสัมพันธ์ (Correlation Analysis)

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน การคำนวณหาค่า $r$ สามารถคำนวณได้หลายวิธี ดังนี้ (ปิยะธิดา ปัญญา, 2560, น. 149-150)

$$r_{XY} = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\left[n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[n\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}} \tag{3-9}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| เมื่อ | $r_{XY}$ | แทน | ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน |
| | $\sum X$ | แทน | ผลรวมของข้อมูลที่วัดได้จากตัวแปร $X$ |
| | $\sum Y$ | แทน | ผลรวมของข้อมูลที่วัดได้จากตัวแปร $Y$ |
| | $\sum XY$ | แทน | ผลรวมของผลคูณระหว่างข้อมูลตัวแปร $X$ และ $Y$ |
| | $\sum X^2$ | แทน | ผลรวมของกำลังสองของข้อมูลที่วัดได้จากตัวแปร $X$ |
| | $\sum Y^2$ | แทน | ผลรวมของก าลังสองของข้อมูลที่วัดได้จากตัวแปร $Y$ |
| | $n$ | แทน | ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง |

3.6.9 เมื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ได้แล้ว ผู้วิจัยจะต้องทำการทดสอบนัยสำคัญทางสถิติ (Test of Significant) เพื่อลงข้อสรุปอย่างมั่นใจว่าตัวแปรนั้นมีความสัมพันธ์กันจริง โดยใช้การทดสอบที (t-test) มีสูตรดังนี้ (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2560, น. 364)



$$t = \frac{r_{XY}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{XY}^2}} \qquad ,df = n-2 \tag{3-10}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| เมื่อ | $t$ | แทน | ค่าสถิติทดสอบที |
| | $r_{XY}$ | แทน | ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่คำนวณได้ |
| | $n$ | แทน | จำนวนข้อมูลทั้งหมด |

เกณฑ์การตัดสินใจในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

3.6.9.1 ถ้าค่า t คำนวณมากกว่าหรือเท่ากับ t ที่เปิดจากตาราง จะได้ข้อสรุปได้ว่า ค่า r ที่คำนวณได้มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญทั้งหมดที่กำหนด นั่นหมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

3.6.9.2 ถ้าค่า t คำนวณน้อยกว่า t ที่เปิดจากตาราง จะได้ข้อสรุปได้ว่า ค่า r ที่คำนวณได้ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด นั่นหมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

3.6.10 ฟังก์ชันจำแนกกลุ่ม (Discriminant Function) หรือสมการจำแนกกลุ่ม หรือ Fisher Discirminant Function โดยความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรต้นจะอยู่ในรูปแบบเชิงเส้น (กัลยา วานิชย์บัญชา, 2543, น. 34-35)

$$\hat{D}_i = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \ldots + b_kX_k \quad (3\text{-}11)$$

เมื่อ $\hat{D}$ แทน ตัวแปรตามและเป็นข้อมูลเชิงกลุ่ม

$a$ แทน ค่าคงที่ของสมการจำแนกกลุ่ม

$b_1, b_2, \ldots, b_k$ แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการจำแนกกลุ่ม

$X_1, X_2, \ldots, X_k$ แทน ตัวแปรอิสระหรือตัวแปรจำแนกกลุ่ม (Discriminator Variable)

$k$ แทน จำนวนตัวแปรจำแนกกลุ่ม

$i$ แทน จำนวนกลุ่ม

# บทที่ 4
# ผลการวิจัย

งานวิจัยเรื่อง การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อ การเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้วิจัยได้นำเสนอการวิจัย ตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับขั้นในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

## 4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ระบุสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษา ดังต่อไปนี้

| | | |
|---|---|---|
| $X_1$ | แทน | กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ |
| $X_2$ | แทน | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ |
| $Y$ | แทน | การเข้าถึงคณิตศาสตร์ |
| $\hat{D}$ | แทน | Discriminant Score ของ Y |
| $\bar{X}$ | แทน | ค่าเฉลี่ย |
| $S.D.$ | แทน | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน |
| $r_{XY}$ | แทน | ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน |
| * | แทน | มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 |
| ** | แทน | มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 |
| $f_i$ | แทน | ความถี่ |



## 4.2 ลำดับขั้นในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการศึกษา ดังนี้

4.2.1 ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

4.2.2 ผลศึกษาแนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

## 4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**4.3.1 ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี**

ผู้วิจัยศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ จากการตรวจแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตรวจแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้วนำไปศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่แตกต่างกัน โดยพิจารณาจากผลการสอบปลายภาค ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ปรากฏดังตารางที่ 4.1

**ตารางที่ 4.1** ผลการศึกษาจำนวนนักเรียน ร้อยละ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

| ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ | จำนวนนักเรียน | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|
| เก่ง | 78 (31.20) | 25.55 | 2.83 |
| ปานกลาง | 104 (41.60) | 15.38 | 2.70 |
| อ่อน | 68 (27.20) | 5.68 | 3.00 |
| รวม | 250 (100) | | |

จากตารางที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยพิจารณาจากผลการสอบปลายภาค นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 41.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 15.38 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.70 รองลงมา คือ ระดับเก่ง คิดเป็นร้อยละ 31.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 25.55 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.83 และระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 27.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 5.68 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 3.00 ตามลำดับ

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้วิจัยได้นำเสนอโดย ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยจำแนกตามระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ปรากฏดังตารางที่ 4.2

**ตารางที่ 4.2** จำนวนนักเรียน ร้อยละ ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

| ระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ | จำนวนนักเรียน | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|
| สูง | 47 (18.80) | 53.32 | 3.68 |
| ปานกลาง | 138 (55.20) | 38.37 | 6.24 |
| ต่ำ | 65 (26.00) | 21.82 | 2.26 |
| รวม | 250 (100) | | |

จากตารางที่ 4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี โดยพิจารณาจากแบบทดสอบของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 55.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 38.37 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ เท่ากับ 6.24 รองลงมา คือ ระดับต่ำ คิดเป็นร้อยละ 26.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 21.82 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.26 และระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 18.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 53.32 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 3.68 ตามลำดับ

ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน จำแนกตามระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏดังตารางที่ 4.3



**ตารางที่ 4.3** ผลการศึกษาจำนวนนักเรียน และร้อยละของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันกับระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

| ระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ | ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ | จำนวนนักเรียน | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|---|
| สูง | เก่ง | 40 (16.00) | 27.88 | 1.42 |
| | ปานกลาง | 7 (2.80) | 19.43 | 0.53 |
| | อ่อน | - | - | - |
| ปานกลาง | เก่ง | 38 (15.20) | 23.11 | 1.61 |
| | ปานกลาง | 81 (32.40) | 15.75 | 2.23 |
| | อ่อน | 19 (7.60) | 9.26 | 0.56 |
| ต่ำ | เก่ง | - | - | - |
| | ปานกลาง | 16 (6.40) | 11.69 | 0.60 |
| | อ่อน | 49 (19.60) | 4.29 | 2.33 |
| รวม | | 250 (100) | | |

จากตารางที่ 4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า นักเรียนมีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อพิจารณาตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับสูง มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 40 คน คิดเป็นร้อยละ 16.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 27.88 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.42 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 2.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 19.43 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.53 ระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 15.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 23.11 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.61 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 81 คน คิดเป็นร้อยละ 32.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 15.75 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.23 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 19 คน คิดเป็นร้อยละ 7.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 9.26 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.56 และระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 6.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 11.69 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.60 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 49 คน คิดเป็นร้อยละ 19.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 4.29 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.34

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี โดยภาพรวม เพื่อพิจารณากลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เก่ง ปานกลาง และอ่อน ได้จากแบบทดสอบกลยุทธ์ใรการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความถี่ และร้อยละ ปรากฏดังตารางที่ 4.4



**ตารางที่ 4.4** ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (โดยภาพรวม)

| กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เก่ง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ปานกลาง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ อ่อน | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ |
| กลยุทธ์การวาดภาพ | 80 | 5.33 | 134 | 8.93 | 81 | 5.40 |
| กลยุทธ์การสร้างตาราง | 76 | 5.07 | 122 | 8.13 | 69 | 4.60 |
| กลยุทธ์การแบ่งกรณี | 79 | 5.27 | 86 | 5.73 | 60 | 4.00 |

(ต่อ)

**ตารางที่ 4.4** (ต่อ)

| กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ |
| กลยุทธ์การใช้เหตุผล | 96 | 6.40 | 114 | 7.60 | 86 | 5.73 |
| กลยุทธ์การใช้ตัวแปร | 64 | 4.27 | 71 | 4.73 | 49 | 3.27 |
| กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ | 73 | 4.87 | 97 | 6.47 | 63 | 4.20 |
| รวม | 468 | 31.20 | 624 | 41.60 | 408 | 27.20 |

จากตารางที่ 4.4 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลยุทธ์การวาดภาพ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 80 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.33 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 134 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.93 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 81 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.40 กลยุทธ์การสร้างตาราง กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 76 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.07 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 122 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.13 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 69 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.60 กลยุทธ์การแบ่งกรณี กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่ เท่ากับ 79 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.27 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 86 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.73 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 60 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลยุทธ์การใช้เหตุผล กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 96 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 114 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 7.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 86 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.73 กลยุทธ์การใช้ตัวแปร กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 64 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.27 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 71 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.73 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 49 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.27 กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 73 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.87 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 97 ครั้ง

และคิดเป็นร้อยละ 6.47 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 63 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.20

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ในข้อที่ 1 เพื่อพิจารณากลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เก่ง ปานกลาง และอ่อน ได้จากแบบทดสอบกลยุทธ์ไรการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความถี่และร้อยละ ปรากฏดังตารางที่ 4.5

**ตารางที่ 4.5** ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ข้อที่ 1)

| กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ |
| กลยุทธ์การวาดภาพ | 21 | 8.40 | 29 | 11.60 | 25 | 10.00 |
| กลยุทธ์การสร้างตาราง | 15 | 6.00 | 31 | 12.40 | 17 | 6.80 |
| กลยุทธ์การแบ่งกรณี | 13 | 5.20 | 17 | 6.80 | 9 | 3.60 |
| กลยุทธ์การใช้เหตุผล | 13 | 5.20 | 11 | 4.40 | 10 | 4.00 |
| กลยุทธ์การใช้ตัวแปร | 7 | 2.80 | 9 | 3.60 | 6 | 2.40 |
| กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ | 6 | 2.40 | 8 | 3.20 | 3 | 1.20 |
| รวม | 75 | 30.00 | 105 | 42.00 | 70 | 28.00 |



จากตารางที่ 4.5 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลยุทธ์การวาดภาพ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 21 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 29 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 11.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 25 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 10.00 กลยุทธ์การสร้างตาราง กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 15 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 31 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 12.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 17 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.80 กลยุทธ์การแบ่งกรณี กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 13 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

มีจำนวนความถี่เท่ากับ 17 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 9 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.60 กลยุทธ์การใช้เหตุผล กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 13 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 11 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 10 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลยุทธ์การใช้ตัวแปร กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 7 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 9 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 6 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.40 กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 6 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 8 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 3 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 1.20

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ในข้อที่ 2 เพื่อพิจารณากลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เก่ง ปานกลาง และอ่อน ได้จากแบบทดสอบกลยุทธ์ใรการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความถี่และร้อยละ ปรากฏดังตารางที่ 4.6



**ตารางที่ 4.6** ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ข้อที่ 2)

| กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เก่ง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ปานกลาง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ อ่อน | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ |
| กลยุทธ์การวาดภาพ | 16 | 6.40 | 28 | 11.20 | 16 | 6.40 |
| กลยุทธ์การสร้างตาราง | 16 | 6.40 | 31 | 12.40 | 13 | 5.20 |
| กลยุทธ์การแบ่งกรณี | 12 | 4.80 | 11 | 4.40 | 9 | 3.60 |
| กลยุทธ์การใช้เหตุผล | 14 | 5.60 | 18 | 7.20 | 15 | 6.00 |
| กลยุทธ์การใช้ตัวแปร | 14 | 5.60 | 12 | 4.80 | 10 | 4.00 |
| กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ | 5 | 2.00 | 6 | 2.40 | 4 | 1.60 |
| รวม | 77 | 30.80 | 106 | 42.40 | 67 | 26.80 |

จากตารางที่ 4.6 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลยุทธ์การวาดภาพ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 16 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 28 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 11.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 16 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.40 กลยุทธ์การสร้างตาราง กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 16 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 31 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 12.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 13 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.20 กลยุทธ์การแบ่งกรณี กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 12 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 11 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 9 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.60 กลยุทธ์การใช้เหตุผล กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 14 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 18 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 7.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 15 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.00 กลยุทธ์การใช้ตัวแปร กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 14 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 12 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 10 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 5 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 6 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 4 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 1.60

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ในข้อที่ 3 เพื่อพิจารณากลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง ปานกลาง และอ่อน ได้จากแบบทดสอบกลยุทธ์ไรการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความถี่และร้อยละ ปรากฏดังตารางที่ 4.7

**ตารางที่ 4.7** ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ข้อที่ 3)

| กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ |
| กลยุทธ์การวาดภาพ | 15 | 6.00 | 22 | 8.80 | 15 | 6.00 |
| กลยุทธ์การสร้างตาราง | 10 | 4.00 | 7 | 2.80 | 5 | 2.00 |
| กลยุทธ์การแบ่งกรณี | 10 | 4.00 | 8 | 3.20 | 5 | 2.00 |
| กลยุทธ์การใช้เหตุผล | 19 | 7.60 | 30 | 12.00 | 15 | 6.00 |
| กลยุทธ์การใช้ตัวแปร | 10 | 4.00 | 11 | 4.40 | 8 | 3.20 |
| กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ | 22 | 8.80 | 20 | 8.00 | 18 | 7.20 |
| รวม | 86 | 34.40 | 98 | 39.20 | 66 | 26.40 |

จากตารางที่ 4.7 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลยุทธ์การวาดภาพ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 15 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 22 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 15 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.00 กลยุทธ์การสร้างตาราง กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 10 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 7 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 5 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.00 กลยุทธ์การแบ่งกรณี กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 10 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 8 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 5 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.00 กลยุทธ์การใช้เหตุผล กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 19 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 7.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 30 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 12.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 15 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.00 กลยุทธ์การใช้ตัวแปร กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 10 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 11 ครั้ง และคิดเป็น

ร้อยละ 4.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 8 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.20 กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 22 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 20 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 18 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 7.20

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ในข้อที่ 4 เพื่อพิจารณากลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เก่ง ปานกลาง และอ่อน ได้จากแบบทดสอบกลยุทธ์ใรการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความถี่และร้อยละ ปรากฏดังตารางที่ 4.8

**ตารางที่ 4.8** ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ข้อที่ 4)

| กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ |
| กลยุทธ์การวาดภาพ | 10 | 4.00 | 7 | 2.80 | 6 | 2.40 |
| กลยุทธ์การสร้างตาราง | 12 | 4.80 | 25 | 10.00 | 8 | 3.20 |
| กลยุทธ์การแบ่งกรณี | 13 | 5.20 | 14 | 5.60 | 10 | 4.00 |
| กลยุทธ์การใช้เหตุผล | 20 | 8.00 | 19 | 7.60 | 17 | 6.80 |
| กลยุทธ์การใช้ตัวแปร | 10 | 4.00 | 9 | 3.60 | 7 | 2.80 |
| กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ | 18 | 7.20 | 27 | 10.80 | 18 | 7.20 |
| รวม | 83 | 33.20 | 101 | 40.40 | 66 | 26.40 |



จากตารางที่ 4.8 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลยุทธ์การวาดภาพ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 10 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 7 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 6 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.40 กลยุทธ์การสร้างตาราง กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 12 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 25 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 10.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 8 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.20 กลยุทธ์การแบ่งกรณี กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 13 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 14 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 10 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลยุทธ์การใช้เหตุผล กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 20 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 19 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 7.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 17 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.80 กลยุทธ์การใช้ตัวแปร กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 10 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 9 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 7 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.80 กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 18 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 7.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 27 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 10.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 18 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 7.20

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ในข้อที่ 5 เพื่อพิจารณากลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง ปานกลาง และอ่อน ได้จากแบบทดสอบกลยุทธ์ใรการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความถี่และร้อยละ ปรากฏดังตารางที่ 4.9

**ตารางที่ 4.9** ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ข้อที่ 5)

| กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ |
| กลยุทธ์การวาดภาพ | 5 | 2.00 | 21 | 8.40 | 5 | 2.00 |
| กลยุทธ์การสร้างตาราง | 16 | 6.40 | 24 | 9.60 | 20 | 8.00 |
| กลยุทธ์การแบ่งกรณี | 15 | 6.00 | 15 | 6.00 | 14 | 5.60 |
| กลยุทธ์การใช้เหตุผล | 17 | 6.80 | 20 | 8.00 | 15 | 6.00 |
| กลยุทธ์การใช้ตัวแปร | 8 | 3.20 | 7 | 2.80 | 4 | 1.60 |
| กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ | 12 | 4.80 | 20 | 8.00 | 12 | 4.80 |
| รวม | 73 | 29.20 | 107 | 42.80 | 70 | 28.00 |

จากตารางที่ 4.9 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลยุทธ์การวาดภาพ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 5 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 21 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 5 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.00 กลยุทธ์การสร้างตาราง กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 16 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 24 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 9.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 20 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.00 กลยุทธ์การแบ่งกรณี กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 15 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 15 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 14 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.60 กลยุทธ์การใช้เหตุผล กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 17 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 20 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 15 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.00 กลยุทธ์การใช้ตัวแปร กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 8 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 7 ครั้ง

และคิดเป็นร้อยละ 2.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 4 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 1.60 กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 12 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 20 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 12 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.80

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ในข้อที่ 6 เพื่อพิจารณากลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เก่ง ปานกลาง และอ่อน ได้จากแบบทดสอบกลยุทธ์ใรการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความถี่และร้อยละ ปรากฏดังตารางที่ 4.10

**ตารางที่ 4.10** ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ข้อที่ 6)

| กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง | | นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ | $f_i$ | ร้อยละ |
| กลยุทธ์การวาดภาพ | 13 | 5.20 | 27 | 10.80 | 14 | 5.60 |
| กลยุทธ์การสร้างตาราง | 7 | 2.80 | 4 | 1.60 | 6 | 2.40 |
| กลยุทธ์การแบ่งกรณี | 16 | 6.40 | 21 | 8.40 | 13 | 5.20 |
| กลยุทธ์การใช้เหตุผล | 13 | 5.20 | 16 | 6.40 | 14 | 5.60 |
| กลยุทธ์การใช้ตัวแปร | 15 | 6.00 | 23 | 9.20 | 14 | 5.60 |
| กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ | 10 | 4.00 | 16 | 6.40 | 8 | 3.20 |
| รวม | 74 | 29.60 | 107 | 42.80 | 69 | 27.60 |

จากตารางที่ 4.10 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลยุทธ์การวาดภาพ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 13 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 27 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 10.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 14 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.60 กลยุทธ์การสร้างตาราง กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 7 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.80 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 4 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 1.60 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 6 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 2.40 กลยุทธ์การแบ่งกรณี กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 16 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 21 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 8.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 13 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.20 กลยุทธ์การใช้เหตุผล กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 13 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 16 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 14 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.60 กลยุทธ์การใช้ตัวแปร กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 15 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 23 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 9.20 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 14 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 5.60 กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 10 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 4.00 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวนความถี่เท่ากับ 16 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 6.40 กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีจำนวนความถี่เท่ากับ 8 ครั้ง และคิดเป็นร้อยละ 3.20

ตัวอย่างงานเขียน แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง กลุ่มนักเรียนที่มีระดับระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง และกลุ่มนักเรียนที่มีระดับระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน มีรายละเอียดดังนี้

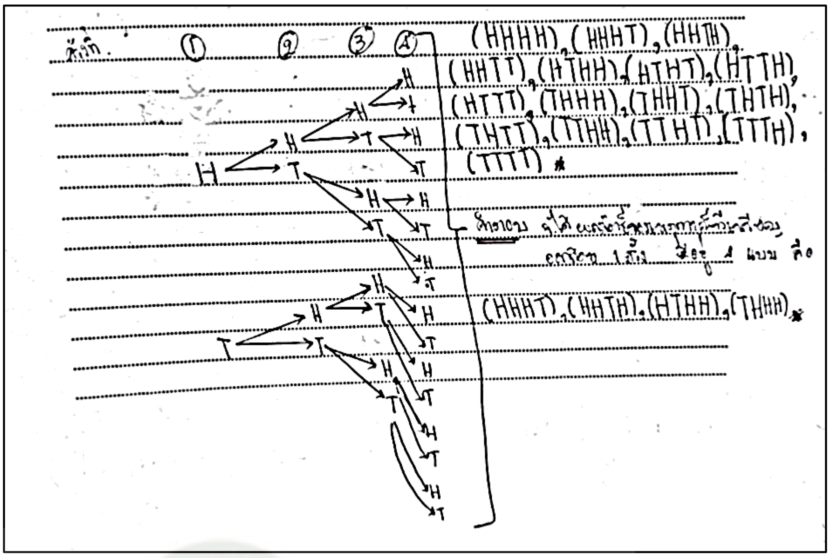
1. กลยุทธ์การวาดภาพ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง ปรากฏดังภาพที่ 4.1

| **โจทย์** : โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง |
|---|

**คำตอบของนักเรียน :**




**ภาพที่ 4.1** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

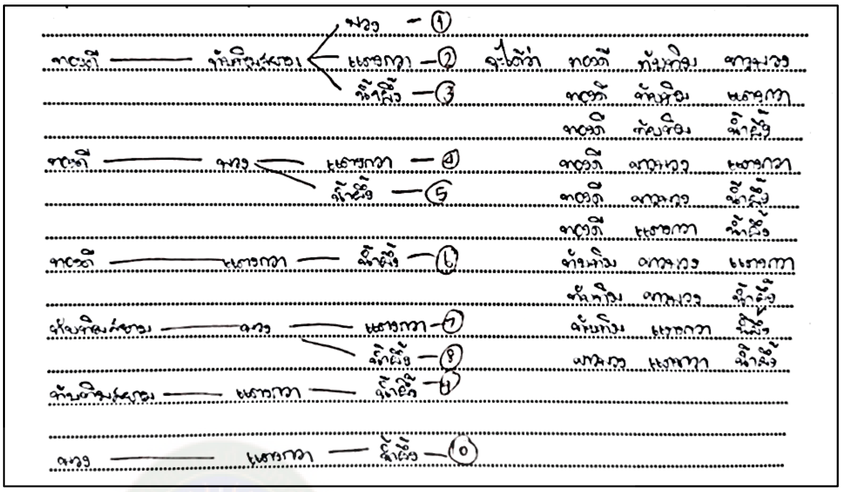
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง พบว่า นักเรียนมีการใช้กลยุทธ์ในการวาดภาพสร้างเป็นแผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบเขียนเหตุการณ์ทั้งหมดออกมา ได้เหตุการณ์ทั้งหมด 16 กรณี จากนั้นผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง ได้ทั้งหมด 4 กรณี ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน และสามารถใช้กลยุทธ์นี้หาคำตอบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง ปรากฏดังภาพที่ 4.2

**โจทย์** : สมชายได้รับส้มโอสายพันธุ์ต่างๆ จากเพื่อน 1 เข่ง เป็นส้มโอทองดี ส้มโอทับทิมสยาม ส้มโอขาวพวง ส้มโอขาวแตงกวา และส้มโอขาวน้ำผึ้ง สายพันธุ์ละ 1 ผล สมชายให้ลูกสาวไปสุ่มหยิบส้มโอมาให้ 3 ผล จงหาว่าในถุงนั้นจะเป็นส้มโอสายพันธุ์ใดได้บ้าง

**คำตอบของนักเรียน :**



**ภาพที่ 4.2** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

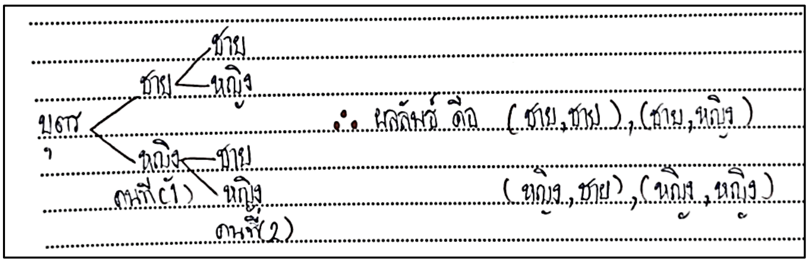
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง พบว่า นักเรียนมีการใช้กลยุทธ์ในการวาดภาพสร้างเป็นแผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบเขียนเหตุการณ์เมื่อสุ่มหยิบส้มโอมาให้ 3 ผล ได้ทั้งหมด 10 กรณี ทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจนและสามารถใช้กลยุทธ์นี้หาคำตอบได้อย่างถูกต้อง และแม่นยำ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน ปรากฏดังภาพที่ 4.3

**โจทย์** : จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มสอบถามเพศของบุตรทุกคนจากครอบครัวที่มีบุตร 2 คน

**คำตอบของนักเรียน :**




**ภาพที่ 4.3** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน พบว่า นักเรียนมีการใช้กลยุทธ์ในการวาดภาพสร้างเป็นแผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบเขียนเหตุการณ์เมื่อสุ่มสอบถามเพศของบุตรทุกคนจากครอบครัวที่มีบุตร 2 คน ได้ทั้งหมด 4 กรณี ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน และสามารถใช้กลยุทธ์นี้หาคำตอบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

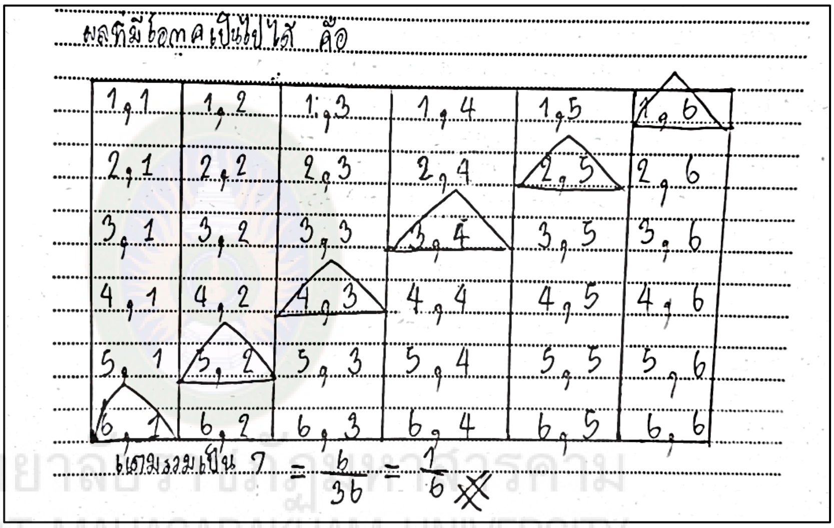
2. กลยุทธ์การสร้างตาราง

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง ปรากฏดังภาพที่ 4.4

**โจทย์** : ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7

**คำตอบของนักเรียน :**


ผลที่มีโอกาสเป็นไปได้ คือ

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

แต้มรวมเป็น 7 $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ##



**ภาพที่ 4.4** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

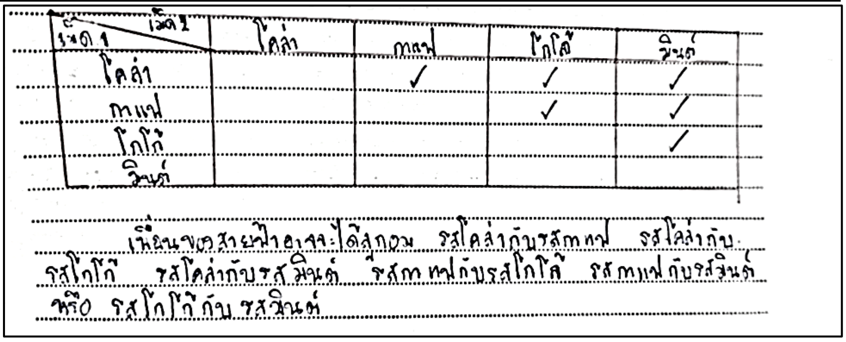
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง พบว่า ในการหาคำตอบจะแสดงผลที่มีโอกาสเป็นไปได้ได้ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จะได้จำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดเป็น 36 เหตุการณ์ แล้วได้แต้มรวมกันเป็น 7 จะได้จำนวนเหตุการณ์เป็น 6 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 1 ส่วน 6 ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน และสามารถใช้กลยุทธ์นี้หาคำตอบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง ปรากฏดังภาพที่ 4.5

**โจทย์** : สายฟ้าสุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ด ให้เพื่อน โดยหยิบพร้อมกันจากกระเป๋าที่มีลูกอม 4 เม็ด รสแตกต่างกัน คือ รสโคล่า รสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ จงหาว่าเพื่อนของสายฟ้าจะได้รับลูกอมทั้งสองเม็ดเป็นรสใดได้บ้าง

**คำตอบของนักเรียน :**




**ภาพที่ 4.5** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง พบว่า ในการหาคำตอบจะแบ่งตารางเป็นสองแถวจะแทนการหยิบเม็ดที่ 1 และหลักแทนการหยิบเม็ดที่ 2 ซึ่งสายฟ้ามีลูกอม 4 เม็ดที่ต่างชนิดกันแน่นอนเพื่อนของสายฟ้าจะไม่ได้รสที่ซ้ำกัน ดังนั้นได้ผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ เพื่อนของสายฟ้าอาจจะได้รับลูกอม รสโคล่ากับรสกาแฟ รสโคล่ากับรสโกโก้ รสโคล่ากับรสมินต์ รสกาแฟกับรสโกโก้ รสกาแฟกับรสมินต์ หรือ รสโกโก้กับรสมินต์ ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน สามารถได้คำตอบอย่างรวดเร็ว และสามารถใช้กลยุทธ์นี้หาคำตอบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

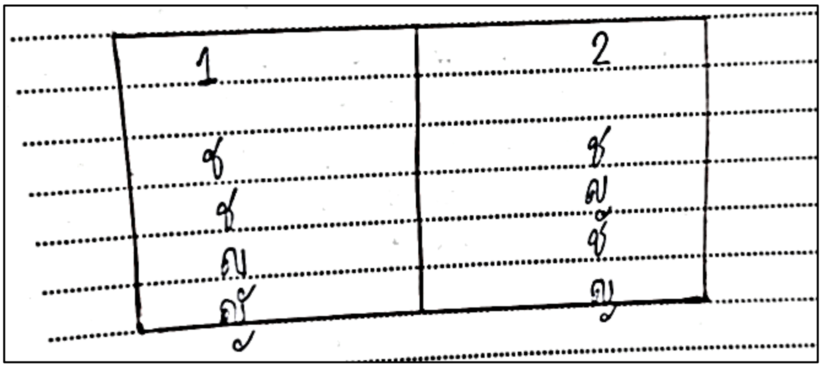
กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน ปรากฏดังภาพที่ 4.6



**โจทย์** : จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มสอบถามเพศของบุตรทุกคนจากครอบครัวที่มีบุตร 2 คน

**คำตอบของนักเรียน :**




**ภาพที่ 4.6** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน พบว่า ในการหาคำตอบจะแสดงผลที่มีโอกาสได้บุตรสองคนเป็นหญิงหรือชาย โดยแยกโอกาสที่จะเกิดบุตรชายหรือหญิงในการเกิดบุตรคนที่ 1 และ 2 ลงในตาราง แต่นักเรียนไม่ได้เขียนสรุปผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มสอบถามเพศของบุตรทุกคนจากครอบครัวที่มีบุตร 2 คน

3. กลยุทธ์การแบ่งกรณี

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง ปรากฏดังภาพที่ 4.7

**โจทย์** : โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง

**คำตอบของนักเรียน :**

ผลลัพธ์ทั้งหมด มี 16 แบบ => (TTTT), (TTTH), (TTHT), (TTHH)
(THTT), (THTH), (THHT), (THHH)
(HTTT), (HTTH), (HTHT), (HTHH)
(HHTT), (HHTH), (HHHT), (HHHH)

ผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง มีทั้งหมด 4 เหตุการณ์
คือ (THHH), (HTHH), (HHTH), (HHHT)

**ภาพที่ 4.7** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

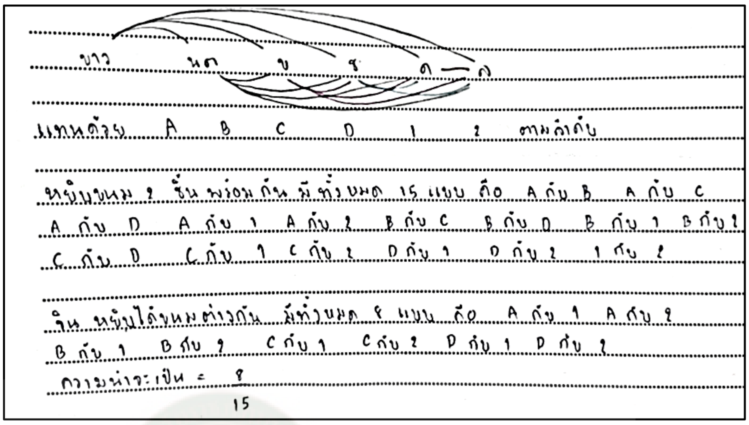
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง พบว่า ในการหาคำตอบได้แบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีที่ 1 เขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่ได้จากการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง ซึ่งได้ทั้งหมด 16 เหตุการณ์ และกรณีที่ 2 จะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง โดยเลือกคำตอบมาจากเหตุการณ์ที่ 1 ซึ่งได้ทั้งหมด 4 เหตุการณ์ ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน และสามารถใช้กลยุทธ์นี้หาคำตอบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง ปรากฏดังภาพที่ 4.8

**โจทย์** : จินมีขนม 6 ชิ้น ที่บรรจุอยู่ในห่อที่มีลักษณะเดียวกัน จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีอาลัว 4 ชิ้น และวุ้นกรอบ 2 ชิ้น โดยอาลัวมี 4 สี คือ สีขาว สีน้ำตาล สีเขียว และสีชมพู และวุ้นกรอบมี 2 สี คือ สีแดง และสีเหลือง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน

**คำตอบของนักเรียน :**


ขาว หต ข ช ด — ล
แทนด้วย A B C D 1 2 ตามลำดับ
หยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน มีทั้งหมด 15 แบบ คือ A กับ B A กับ C
A กับ D A กับ 1 A กับ 2 B กับ C B กับ D B กับ 1 B กับ 2
C กับ D C กับ 1 C กับ 2 D กับ 1 D กับ 2 1 กับ 2
จินหยิบได้ขนมต่างกัน มีทั้งหมด 8 แบบ คือ A กับ 1 A กับ 2
B กับ 1 B กับ 2 C กับ 1 C กับ 2 D กับ 1 D กับ 2
ความน่าจะเป็น = $\frac{8}{15}$

**ภาพที่ 4.8** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

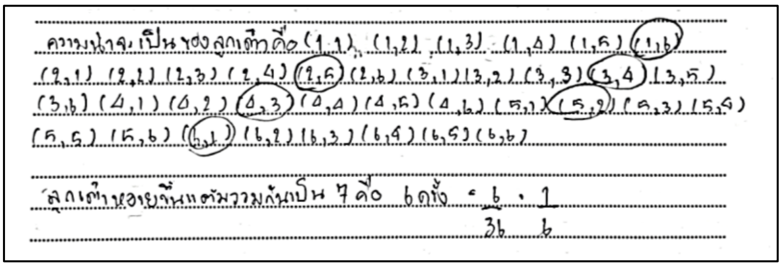
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง พบว่า ในการหาคำตอบได้แบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีที่ 1 เขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน ซึ่งได้ทั้งหมด 15 เหตุการณ์ และกรณีที่ 2 จะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน โดยเลือกคำตอบมาจากเหตุการณ์ที่ 1 ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15 ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน และสามารถใช้กลยุทธ์นี้หาคำตอบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน ปรากฏดังภาพที่ 4.9

**โจทย์** : ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7

**คำตอบของนักเรียน :**


ความน่าจะเป็นของลูกเต๋าคือ (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)
(2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5)
(3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4)
(5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)
ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 คือ 6 ครั้ง = $\frac{6}{36}$ = $\frac{1}{6}$

**ภาพที่ 4.9** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน พบว่า ในการหาคำตอบได้แบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีที่ 1 เขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่ได้จากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ซึ่งได้ทั้งหมด 36 เหตุการณ์ และกรณีที่ 2 จะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 โดยเลือกคำตอบมาจากเหตุการณ์ที่ 1 ซึ่งได้ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 1 ส่วน 6 ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน และสามารถใช้กลยุทธ์นี้หาคำตอบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

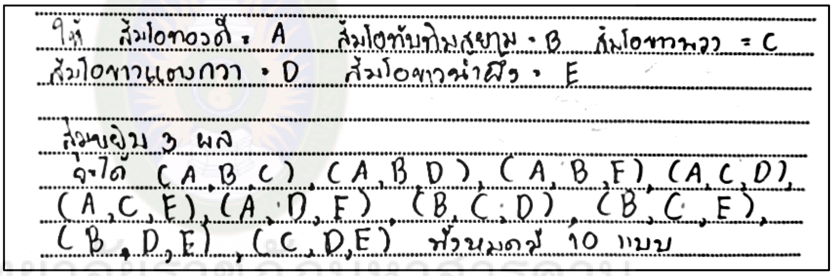
4. กลยุทธ์การใช้เหตุผล

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง ปรากฏดังภาพที่ 4.10

**โจทย์** : สมชายได้รับส้มโอสายพันธุ์ต่างๆ จากเพื่อน 1 เข่ง เป็นส้มโอทองดี ส้มโอทับทิมสยาม ส้มโอขาวพวง ส้มโอขาวแตงกวา และส้มโอขาวน้ำผึ้ง สายพันธุ์ละ 1 ผล สมชายให้ลูกสาวไปสุ่มหยิบส้มโอมาให้ 3 ผล จงหาว่าในถุงนั้นจะเป็นส้มโอสายพันธุ์ใดได้บ้าง

**คำตอบของนักเรียน :**




**ภาพที่ 4.10** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

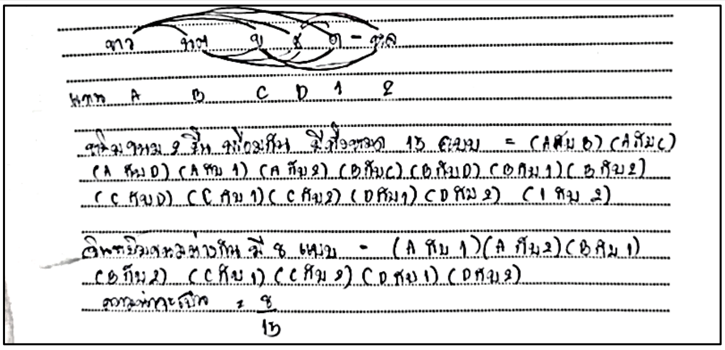
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง พบว่า ในการให้เหตุผลในการหาคำตอบการสุ่มหยิบส้มโอ 3 ผล ซึ่งใน 1 เข่ง มีส้มโอทั้งหมด 5 สายพันธุ์ด้วยกัน สายพันธุ์ละ 1 ผล ดังนั้นในการหยิบส้มโอ 3 ผล จะได้สายพันธุ์ไม่เหมือนกัน จึงได้เหตุการณ์ทั้งหมด 10 เหตุการณ์ ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน และสามารถใช้กลยุทธ์นี้หาคำตอบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง ปรากฏดังภาพที่ 4.11

**โจทย์** : จินมีขนม 6 ชิ้น ที่บรรจุอยู่ในห่อที่มีลักษณะเดียวกัน จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีอาลัว 4 ชิ้น และวุ้นกรอบ 2 ชิ้น โดยอาลัวมี 4 สี คือ สีขาว สีน้ำตาล สีเขียว และสีชมพู และวุ้นกรอบมี 2 สี คือ สีแดง และสีเหลือง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน

**คำตอบของนักเรียน :**



**ภาพที่ 4.11** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

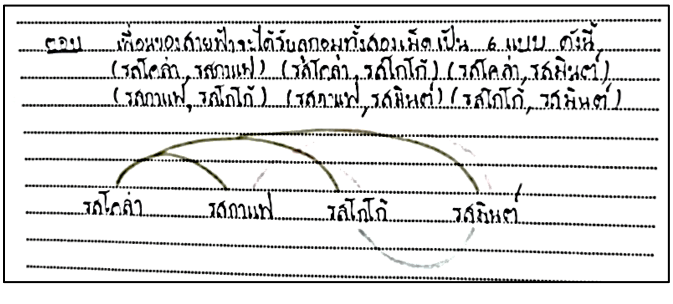
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง พบว่า ในการหาคำตอบได้ให้เหตุผลประกอบโดยการเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน ซึ่งได้ทั้งหมด 15 เหตุการณ์ และเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภท ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15 ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน ปรากฏดังภาพที่ 4.12

**โจทย์** : สายฟ้าสุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ด ให้เพื่อน โดยหยิบพร้อมกันจากกระเป๋าที่มีลูกอม 4 เม็ด รสแตกต่างกัน คือ รสโคล่า รสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ จงหาว่าเพื่อนของสายฟ้าจะได้รับลูกอมทั้งสองเม็ดเป็นรสใดได้บ้าง

**คำตอบของนักเรียน :**




**ภาพที่ 4.12** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน พบว่า ในการให้เหตุผลในการหาคำตอบว่าเพื่อนของสายฟ้าจะได้รับลูกอมทั้งสองเม็ดเป็นรสใดได้บ้าง ซึ่งสายฟ้ามีลูกอม 4 เม็ดที่ต่างชนิดกันแน่นอน เพื่อนของสายฟ้าจะไม่ได้รสที่ซ้ำกัน ที่แสดงตามแผนภาพ ดังนั้นได้ผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ เพื่อนของสายฟ้าอาจจะได้รับลูกอม รสโคล่ากับรสกาแฟ รสโคล่ากับรสโกโก้ รสโคล่ากับรสมินต์ รสกาแฟกับรสโกโก้ รสกาแฟกับรสมินต์ หรือ รสโกโก้กับรสมินต์ ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน

5. การใช้ตัวแปร

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง ปรากฏดังภาพที่ 4.13

| |
|---|
| **โจทย์** : สมชายได้รับส้มโอสายพันธุ์ต่างๆ จากเพื่อน 1 เข่ง เป็นส้มโอทองดี ส้มโอทับทิมสยาม ส้มโอขาวพวง ส้มโอขาวแตงกวา และส้มโอขาวน้ำผึ้ง สายพันธุ์ละ 1 ผล สมชายให้ลูกสาวไปสุ่มหยิบส้มโอมาให้ 3 ผล จงหาว่า ในถุงนั้นจะเป็นส้มโอสายพันธุ์ใดได้บ้าง |

**คำตอบของนักเรียน :**

ให้ ส้มโอทองดี = A ส้มโอทับทิมสยาม = B ส้มโอขาวพวง = C ส้มโอขาวแตงกวา = D
ส้มโอขาวน้ำผึ้ง = E

สุ่มหยิบ 3 ผล
จะได้ (A, B, C), (A, B, D), (A, B, E), (A, C, D), (A, C, E), (A, D, E),
(B, C, D), (B, C, E), (B, D, E), (C, D, E)
ทั้งหมดมี 10 แบบ



**ภาพที่ 4.13** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

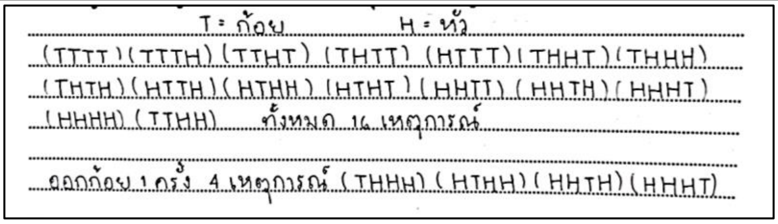
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง พบว่า ในการหาคำตอบ กำหนดให้ A แทน ส้มโอทองดี B แทน ส้มโอทับทิมสยาม C แทน ส้มโอขาวพวง D แทน ส้มโอแตงกวา และ E แทน ส้มโอน้ำผึ้ง สุ่มหยิบส้มโอ 3 ผล ซึ่งใน 1 เข่ง มีส้มโอทั้งหมด 5 สายพันธุ์ด้วยกัน สายพันธุ์ละ 1 ผล ดังนั้นในการหยิบส้มโอ 3 ผล จะได้สายพันธุ์ไม่เหมือนกัน จึงได้เหตุการณ์ทั้งหมด 10 เหตุการณ์ ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง ปรากฏดังภาพที่ 4.14

**โจทย์** : โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง

**คำตอบของนักเรียน :**




**ภาพที่ 4.14** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

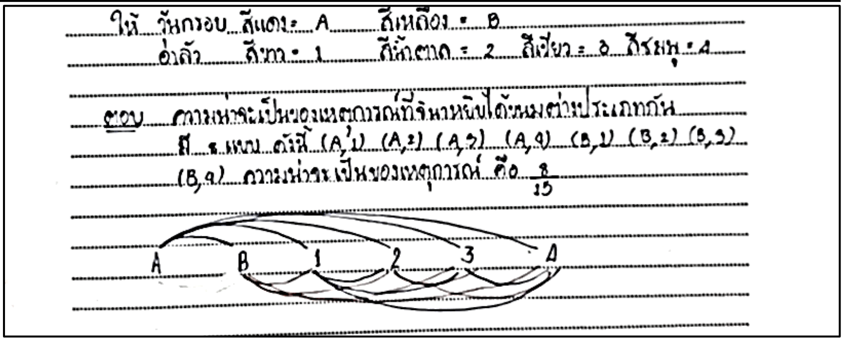
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง พบว่า ในการหาคำตอบกำหนดให้ T แทน ก้อย และ H แทน หัว การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง ผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง ได้เหตุการณ์ทั้งหมด 4 เหตุการณ์ ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน ปรากฏดังภาพที่ 4.15

**โจทย์** : จินมีขนม 6 ชิ้น ที่บรรจุอยู่ในห่อที่มีลักษณะเดียวกัน จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีอาลัว 4 ชิ้น และวุ้นกรอบ 2 ชิ้น โดยอาลัวมี 4 สี คือ สีขาว สีน้ำตาล สีเขียว และสีชมพู และวุ้นกรอบมี 2 สี คือ สีแดง และสีเหลือง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน

**คำตอบของนักเรียน :**




**ภาพที่ 4.15** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน พบว่า ในการหาคำตอบกำหนดให้ A แทน วุ้นกรอบสีแดง B แทน วุ้นกรอบสีเหลือง 1 แทน อาลัวสีขาว 2 แทน อาลัวสีน้ำตาล 3 แทน อาลัวสีเขียว และ 4 แทน อาลัวสีชมพู โดยการเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน

ซึ่งได้ทั้งหมด 15 เหตุการณ์ และเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภท ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15

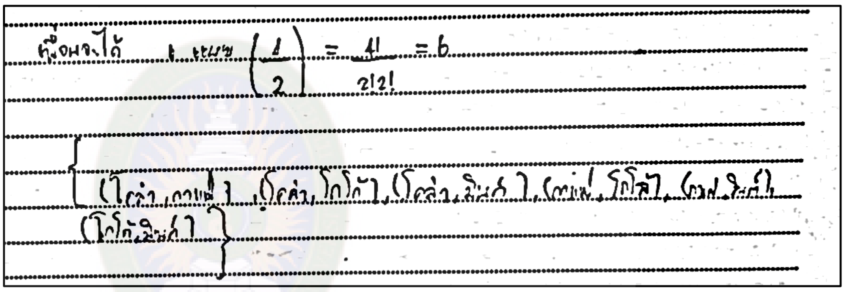
6. กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง ปรากฏดังภาพที่ 4.16

**โจทย์** : สายฟ้าสุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ด ให้เพื่อน โดยหยิบพร้อมกันจากกระเป๋าที่มีลูกอม 4 เม็ด รสแตกต่างกัน คือ รสโคล่า รสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ จงหาว่าเพื่อนของสายฟ้าจะได้รับลูกอมทั้งสองเม็ดเป็นรสใดได้บ้าง

**คำตอบของนักเรียน :**



**ภาพที่ 4.16** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง



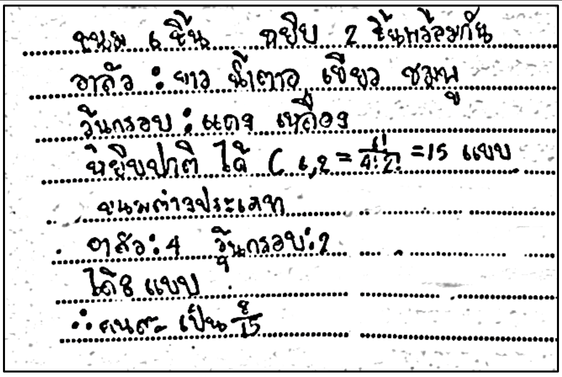
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เก่ง พบว่า ในการหาจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดได้ใช้แฟกทอเรียลมาช่วยในการค้นหารูปแบบ โดยใช้การเรียงสับเปลี่ยนมีลูกอม 4 เม็ด สุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ด จึงได้จำนวนของเหตุการณ์เท่ากับ 6 จากนั้นเขียนแจกแจงผลลัพธ์ให้ได้ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ ซึ่งสายฟ้ามีลูกอม 4 เม็ดที่ต่างชนิดกันแน่นอนเพื่อนของสายฟ้าจะไม่ได้รสที่ซ้ำกัน เพื่อนของสายฟ้าอาจจะได้รับลูกอม รสโคล่ากับรสกาแฟ รสโคล่ากับรสโกโก้ รสโคล่ากับรสมินต์ รสกาแฟกับรสโกโก้ รสกาแฟกับรสมินต์ หรือ รสโกโก้กับรสมินต์ ซึ่งทำได้ถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง ปรากฏดังภาพที่ 4.17

**โจทย์** : จินมีขนม 6 ชิ้น ที่บรรจุอยู่ในห่อที่มีลักษณะเดียวกัน จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีอาลัว 4 ชิ้น และวุ้นกรอบ 2 ชิ้น โดยอาลัวมี 4 สี คือ สีขาว สีน้ำตาล สีเขียว และสีชมพู และวุ้นกรอบมี 2 สี คือ สีแดง และสีเหลือง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน

**คำตอบของนักเรียน :**


ขนม 6 ชิ้น หยิบ 2 ชิ้นพร้อมกัน
อาลัว : ขาว น้ำตาล เขียว ชมพู
วุ้นกรอบ : แดง เหลือง
หยิบปกติ ได้ $C_{6,2} = \frac{6!}{4!2!} = 15$ แบบ
ขนมต่างประเภท
อาลัว : 4 วุ้นกรอบ : 2
ได้ 8 แบบ
∴ คำตอบ เป็น $\frac{8}{15}$

**ภาพที่ 4.17** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

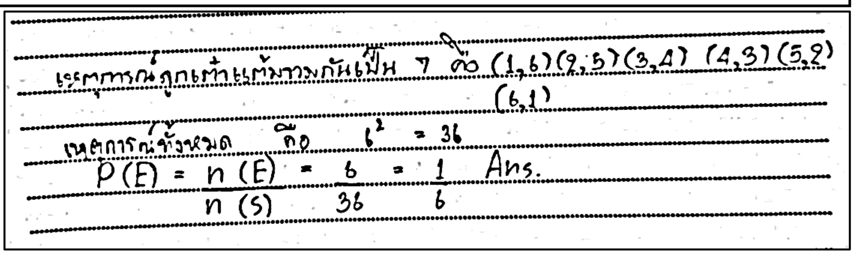
จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง พบว่า ในการหาจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดได้ใช้แฟกทอเรียลมาช่วยในการค้นหารูปแบบ โดยใช้การเรียงสับเปลี่ยนมีขนม 6 ชิ้น สุ่มหยิบขนม 2 ชิ้น จึงได้จำนวนของเหตุการณ์เท่ากับ 15 และเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภท ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15 ซึ่งทำได้ถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน ปรากฏดังภาพที่ 4.18

**โจทย์** : ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7

**คำตอบของนักเรียน :**


เหตุการณ์ลูกเต๋าแต้มรวมกันเป็น 7 คือ (1,6)(2,5)(3,4) (4,3)(5,2)(6,1)
เหตุการณ์ทั้งหมด คือ $6^2 = 36$
$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ Ans.

**ภาพที่ 4.18** งานเขียนของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน

จากผลการทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อ่อน พบว่า ในการหาจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดโดยการนำจำนวนหน้าที่ลูกเต๋าจะหงายมีทั้งหมด 6 หน้า ยกกำลังด้วยจำนวนที่ทอดลูกเต๋า ซึ่งในที่นี้ทอดลูกเต๋า สองครั้ง จึงได้เป็น 6 ยกกำลัง 2 เท่ากับ 36 จากนั้นจะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 ซึ่งได้ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 1 ส่วน 6 ซึ่งทำได้ละเอียดถูกต้อง เห็นคำตอบชัดเจน

ผลการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายหลังจากทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับสูง กลุ่มนักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง และกลุ่มนักเรียนที่มีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ระดับละ 3 คน รวมทั้งหมด 9 คน โดยใช้แบบสัมภาษณ์กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 2

นักเรียน 1 : ได้ใช้กลยุทธ์วาดภาพ โดยการสร้างเป็นแผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบเขียนเหตุการณ์ทั้งหมดออกมาโดยแทน T หมายถึง ก้อย และ H หมายถึง หัว ได้เหตุการณ์ทั้งหมด 16 กรณี จากนั้นผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง ได้ทั้งหมด 4 กรณี คือ (HHHT), (HHTH), (HTHH), (THHH)

นักเรียน 2 : ในการหาคำตอบได้แบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีที่ 1 เขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่ได้จากการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง ซึ่งได้ทั้งหมด 16 เหตุการณ์ และกรณีที่ 2 จะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง โดยเลือกคำตอบมาจากเหตุการณ์ที่ 1 ซึ่งได้ทั้งหมด 4 เหตุการณ์

นักเรียน 3 : ในการหาคำตอบถ้าเหรียญแรกออกก้อย อีกสามเหรียญต้องออกหัวเท่านั้น ถ้าเหรียญแรกออกหัว เหรียญที่สองออกก้อย อีกสองเหรียญต้องออกหัวเท่านั้น ถ้าสองเหรียญแรกออกหัว เหรียญที่สามออกก้อย แล้วเหรียญสุดท้ายต้องออกหัวเท่านั้น และถ้าสามเหรียญแรกออกหัว เหรียญสุดท้ายต้องอกก้อยเท่านั้น ดังนั้น จะมีทั้งหมด 4 กรณี คือ THHH, HTHH, HHTH, HHHT

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 2 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การวาดภาพในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 3

นักเรียน 1 : ในการหาจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดได้ใช้แฟกทอเรียลมาช่วยในการค้นหารูปแบบ โดยใช้การเรียงสับเปลี่ยนมีลูกอม 4 เม็ด สุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ด จึงได้จำนวนของเหตุการณ์เท่ากับ 6 จากนั้นเขียนแจกแจงผลลัพธ์ให้ได้ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ ซึ่งสายฟ้ามีลูกอม 4 เม็ดที่ต่างชนิดกันแน่นอนเพื่อนของสายฟ้าจะไม่ได้รสที่ซ้ำกัน เพื่อนของสายฟ้าอาจจะได้รับลูกอม รสโคล่ากับรสกาแฟ รสโคล่ากับรสโกโก้ รสโคล่ากับรสมินต์ รสกาแฟกับรสโกโก้ รสกาแฟกับรสมินต์ หรือ รสโกโก้กับรสมินต์

นักเรียน 2 : การที่สายฟ้าหยิบลูกอม 2 เม็ด ให้เพื่อนโดยหยิบพร้อมกันจากกระเป๋าที่มีลูกอม 4 เม็ด รสแตกต่างกัน คือ รสโคล่า รสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสโคล่า เม็ดที่สองก็จะมีโอกาสเป็นรสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ ถ้าเม็ดแรกเป็นรสกาแฟเม็ดที่สองก็จะมีโอกาสเป็น รสโกโก้และรสมินต์ และถ้าเม็ดแรกเป็นรสโกโก้เม็ดที่สองก็จะมีโอกาสเป็นรสมินต์ เพราะจะไม่จับคู่ซ้ำกัน

นักเรียน 3 : แบ่งเป็นกรณี กรณที่ 1 ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสโคล่า เม็ดที่สองจะเป็นรสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ ก็ได้ กรณที่ 2 ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสกาแฟ เม็ดที่สองจะเป็น รสโกโก้ และรสมินต์ ก็ได้ โดยจะไม่เอาคู่ที่ซ้ำกับกรณีที่ 1 กรณที่ 3 ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสโกโก้ เม็ดที่สองจะเป็นรสมินต์ โดยจะไม่เอาคู่ที่ซ้ำกับกรณีที่ 1 และ 2 ดังนั้น เพื่อนของสายฟ้าอาจจะได้รับลูกอม รสโคล่ากับรสกาแฟ รสโคล่ากับรสโกโก้ รสโคล่ากับรสมินต์ รสกาแฟกับรสโกโก้ รสกาแฟกับรสมินต์ หรือ รสโกโก้กับรสมินต์



จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 3 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การค้นหารูปแบบในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 4

นักเรียน 1 : ในการให้เหตุผลในการหาคำตอบการสุ่มหยิบส้มโอ 3 ผล ซึ่งใน 1 เข่งมีส้มโอทั้งหมด 5 สายพันธุ์ด้วยกัน สายพันธุ์ละ 1 ผล ดังนั้นในการหยิบส้มโอ 3 ผล จะได้สายพันธุ์ไม่เหมือนกัน จึงได้เหตุการณ์ทั้งหมด 10 เหตุการณ์

นักเรียน 2 : สายพันธุ์ส้มโอมีทั้งหมด 5 สายพันธุ์ ถ้าถูกสุ่มหยิบสายพันธุ์ละหนึ่งผลใส่ถุง 3 ผล ฉะนั้นส้มโอที่อยู่ในถุง 3 ผล จะประกอบด้วยส้มโอสายพันธุ์ที่ไม่ซ้ำกันจะได้ว่า ในถุงอาจจะเป็นส้มโอพันธุ์ต่างๆ ดังนี้ (ทองดี, ทับทิมสยาม, ขาวพวง), (ทองดี, ทับทิมสยาม, ขาวแตงกวาม), (ทองดี, ทับทิมสยาม,

ขาวน้ำผึ้ง), (ทองดี, ขาวพวง, ขาวแตงกวาม), (ทองดี, ขาวพวง, ขาวน้ำผึ้ง), (ทองดี, ขาวแตงกวา, ขาวน้ำผึ้ง), (ทับทิมสยาม, ขาวพวง, ขาวแตงกวา), (ทับทิมสยาม, ขาวพวง, ขาวน้ำผึ้ง), (ทับทิมสยาม, ขาวแตงกวา, ขาวน้ำผึ้ง), (ขาวพวง, ขาวแตงกวา, ขาวน้ำผึ้ง) โดยถ้าหยิบสายพันธุ์นั้นแล้วจะไม่หยิบสายพันธุ์ซ้ำมาอีก และจะวนอยู่แบบนั้น 3 ผล

นักเรียน 3 : ในการหาคำตอบ กำหนดให้ A แทน ส้มโอทองดี B แทน ส้มโอทับทิมสยาม C แทน ส้มโอขาวพวง D แทน ส้มโอแตงกวา และ E แทน ส้มโอน้ำผึ้ง สุ่มหยิบส้มโอ 3 ผล ซึ่งใน 1 เข่ง มีส้มโอทั้งหมด 5 สายพันธุ์ด้วยกัน สายพันธุ์ละ 1 ผล ดังนั้นในการหยิบส้มโอ 3 ผล จะได้สายพันธุ์ไม่เหมือนกัน จึงได้เหตุการณ์ทั้งหมด 10 เหตุการณ์

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 4 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรในการหาคำตอบ

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 5

นักเรียน 1 : ใช้กลยุทธ์การสร้างตารางในการหาคำตอบจะแสดงผลที่มีโอกาสเป็นไปได้ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จะได้จำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดเป็น 36 เหตุการัณ์ แล้วได้แต้มรวมกันเป็น 7 จะได้จำนวนเหตุการณ์เป็น 6 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 1 ส่วน 6

นักเรียน 2 : ในการหาคำตอบได้แบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีที่ 1 เขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่ได้จากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ซึ่งได้ทั้งหมด 36 เหตุการณ์ และกรณีที่ 2 จะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 โดยเลือกคำตอบมาจากเหตุการณ์ที่ 1 ซึ่งได้ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 1 ส่วน 6

นักเรียน 3 : ในการหาจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดโดยการนำจำนวนหน้าที่ลูกเต๋าจะหงายมีทั้งหมด 6 หน้า ยกกำลังด้วยจำนวนที่ทอดลูกเต๋า ซึ่งในที่นี้ทอดลูกเต๋าสองครั้ง จึงได้เป็น 6 ยกกำลัง 2 เท่ากับ 36 จากนั้นจะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 ซึ่งได้ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 1 ส่วน 6

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 5 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การสร้างตารางในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 6

นักเรียน 1 : ในการหาคำตอบได้แบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีที่ 1 เขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน ซึ่งได้ทั้งหมด 15 เหตุการณ์ และกรณีที่ 2 จะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน โดยเลือกคำตอบมาจากเหตุการณ์ที่ 1 ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15

นักเรียน 2 : ในการหาคำตอบได้ให้เหตุผลประกอบโดยการเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน ซึ่งได้ทั้งหมด 15 เหตุการณ์ และเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภท ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15

นักเรียน 3 : ในการหาจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดได้ใช้แฟกทอเรียลมาช่วยในการค้นหารูปแบบ โดยใช้การเรียงสับเปลี่ยนมีขนม 6 ชิ้น สุ่มหยิบขนม 2 ชิ้น จึงได้จำนวนของเหตุการณ์เท่ากับ 15 และเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภทซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 6 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ใช้กลยุทธ์การค้นหารูปแบบในการหาคำตอบ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง พบว่า ในการสัมภาษณ์การทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในแต่ละข้อ นักเรียนคนที่ 1 ข้อ 2 ใช้กลยุทธ์การวาดภาพ ข้อ 3 ใช้กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ ข้อ 4 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผล ข้อ 5 ใช้กลยุทธ์การสร้างตาราง และข้อ 6 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ข้อ 2 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณี ข้อ 3 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผล ข้อ 4 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผล ข้อ 5 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณี และข้อ 6 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ

และนักเรียนคนที่ 3 ข้อ 2 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผล ข้อ 3 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณี ข้อ 4 ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปร ข้อ 5 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผล และข้อ 6 ใช้กลยุทธ์การค้นหารูปแบบในการหาคำตอบ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 2

นักเรียน 4 : ในการหาคำตอบกำหนดให้ T แทน ก้อย และ H แทน หัว การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง ผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง ได้เหตุการณ์ทั้งหมด 4 เหตุการณ์

นักเรียน 5 : หาคำตอบโดยถ้าเหรียญแรกออกก้อย อีกสามเหรียญต้องออกหัวเท่านั้น ถ้า เหรียญที่สองออกก้อย เหรียญที่เหลือต้องออกหัวเท่านั้น ถ้าเหรียญที่สามออกก้อย เหรียญที่เหลือต้องออกหัวเท่านั้น และถ้าเหรียญสุดท้ายต้องออกก้อยเท่านั้น สามเหรียญแรกต้องออกหัวเท่านั้น

นักเรียน 6 : หาคำตอบโดยการสร้างตารางแบ่งเป็น 4 คอลัม แทนการโยนทั้งหมด 4 ครั้ง จากนั้นแทนผลการโยนในแต่ละครั้ง โดยตั้งแต่ครั้งที่ 1–4 จะต้องออกก้อยแค่ 1 ครั้ง และการโยนต้องได้ผลลัทธ์ที่ไม่ซ้ำกัน จะได้เหตุการทั้งหมด 4 เหตุการณ์

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 2 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรในการหาคำตอบ นักเรียน คนที่ 2 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ใช้กลยุทธ์การสร้างตารางในการหาคำตอบ



ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 3

นักเรียน 4 : ใช้กลยุทธ์การสร้างตารางในในการหาคำตอบจะแบ่งตารางเป็นสองแถวจะแทนการหยิบเม็ดที่ 1 และหลักแทนการหยิบเม็ดที่ 2 ซึ่งสายฟ้ามีลูกอม 4 เม็ดที่ต่างชนิดกันแน่นอนเพื่อนของสายฟ้าจะไม่ได้รสที่ซ้ำกัน ดังนั้นได้ผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมด 6 เหตุการณ์

นักเรียน 5 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 6 : จะคิดโดย กรณีที่ 1 ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสโคล่า เม็ดที่สองจะเป็นรสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ ก็ได้ ก็จะเขียนผลลัพธ์นั้นไว้ กรณที่ 2 ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสกาแฟ เม็ดที่สองจะเป็น รสโกโก้ และรสมินต์ก็ได้ ก็จะเขียนผลลัพธ์นั้นไว้ คู่ไหนที่ซ้ำกับก่อนหน้านี้ก็จะตัดออก กรณที่ 3 ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสโกโก้ เม็ดที่สองจะเป็น รสมินต์ ก็จะเขียนผลลัพธ์นั้นไว้ คู่ไหนที่ซ้ำกับก่อนหน้านี้ก็จะตัดออก ก็จะเหลือทั้งหมด 6 เหตุการณ์

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 3 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การสร้างงตารางในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ทำแบบทดสอบในข้อนี้ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน และนักเรียนคนที่ 3 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 4

นักเรียน 4 : ใช้กลยุทธ์ในการวาดภาพสร้างเป็นแผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบเขียนเหตุการณ์เมื่อสุ่มหยิบส้มโอมาให้ 3 ผล ได้ทั้งหมด 10 กรณี

นักเรียน 5 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 6 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 4 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การวาดภาพในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 และนักเรียนคนที่ 3 ทำแบบทดสอบในข้อนี้ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 5

นักเรียน 4 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 5 : หาคำตอบโดยสร้างตาราง จะแสดงผลที่มีโอกาสเป็นไปได้ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง โดยใช้หลักแทนลูกเต๋าลูกที่ 1 และแถวแทนลูกเต๋าลูกที่ 2 จับคู่แถวกับหลัก จะได้จำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดเป็น 36 เหตุการณ์ แล้วเลือกเหตุการณ์ที่ได้แต้มรวมกันเป็น 7 จะได้จำนวนเหตุการณ์เป็น 6 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 1 ส่วน 6

นักเรียน 6 (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 5 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ทำแบบทดสอบในข้อนี้ไม่ได้คะแนนหรือไม่ถูกต้อง นักเรียนคนที่ 2 ใช้กลยุทธ์การสร้างตาราง และนักเรียนคนที่ 3 ทำแบบทดสอบในข้อนี้ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 6

นักเรียน 4 : ในการหาคำตอบได้แบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีที่ 1 เขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน ซึ่งได้ทั้งหมด 15 เหตุการณ์ และกรณีที่ 2 จะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน โดยเลือก

คำตอบมาจากเหตุการณ์ที่ 1 ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15

นักเรียน 5 : ในการหาคำตอบได้ให้เหตุผลประกอบโดยการเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน ซึ่งได้ทั้งหมด 15 เหตุการณ์ และเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภท ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15

นักเรียน 6 : ในการหาจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดได้ใช้แฟกทอเรียลมาช่วยในการค้นหารูปแบบ โดยใช้การเรียงสับเปลี่ยนมีขนม 6 ชิ้น สุ่มหยิบขนม 2 ชิ้น จึงได้จำนวนของเหตุการณ์เท่ากับ 15 และเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภท ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 6 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ใช้กลยุทธ์การค้นหารูปแบบในการหาคำตอบ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า ในการสัมภาษณ์การทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในแต่ละข้อ นักเรียนคนที่ 1 ข้อที่ทำได้คะแนน คือ ข้อ 2 ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรในการหาคำตอบ ข้อ 3 ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรในการหาคำตอบ ข้อ 4 ใช้กลยุทธ์การวาดภาพในการหาคำตอบ และข้อ 6 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ข้อที่ทำได้คะแนน คือ ข้อ 2 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ ข้อ 5 ใช้กลยุทธ์การสร้างตารางในการหาคำตอบ และข้อ 6 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ข้อที่ทำได้คะแนน คือ ข้อ 2 ใช้กลยุทธ์การสร้างตารางในการหาคำตอบ ข้อ 3 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ และข้อ 6 ใช้กลยุทธ์การค้นหารูปแบบในการหาคำตอบ

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 2

นักเรียน 7 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 8 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 9 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 2 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 นักเรียนคนที่ 2 และนักเรียนคนที่ 3 ทำแบบทดสอบในข้อนี้ไม่ได้คะแนนหรือไม่ถูกต้อง

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 3

นักเรียน 7 : ในการให้เหตุผลในการหาคำตอบว่าเพื่อนของสายฟ้าจะได้รับลูกอมทั้งสองเม็ดเป็นรสใดได้บ้าง ซึ่งสายฟ้ามีลูกอม 4 เม็ดที่ต่างชนิดกันแน่นอนเพื่อนของสายฟ้าจะไม่ได้รสที่ซ้ำกัน ที่แสดงตามแผนภาพ ดังนั้นได้ผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมด 6 เหตุการณ์

นักเรียน 8 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 9 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 3 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 และนักเรียนคนที่ 3 ทำแบบทดสอบในข้อนี้ไม่ได้คะแนนหรือไม่ถูกต้อง

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 4

นักเรียน 7 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 8 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 9 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)



จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 4 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 นักเรียนคนที่ 2 และนักเรียนคนที่ 3 ทำแบบทดสอบในข้อนี้ไม่ได้คะแนนหรือไม่ถูกต้อง

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 5

นักเรียน 7 : ในการหาคำตอบได้แบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีที่ 1 เขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่ได้จากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ซึ่งได้ทั้งหมด 36 เหตุการณ์ และกรณีที่ 2 จะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 โดยเลือกคำตอบมาจากเหตุการณ์ที่ 1 ซึ่งได้ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 1 ส่วน 6

นักเรียน 8 : ในการหาจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดโดยการนำจำนวนหน้าที่ลูกเต๋าจะหงายมีทั้งหมด 6 หน้า ยกกำลังด้วยจำนวนที่ทอดลูกเต๋า ซึ่งในที่นี้ทอดลูกเต๋า สองครั้ง จึงได้เป็น 6 ยกกำลัง 2 เท่ากับ 36 จากนั้นจะเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 ซึ่งได้ทั้งหมด 6 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็น ตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 1 ส่วน 6

นักเรียน 9 (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 2 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ใช้กลยุทธ์การสร้างตารางในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ทำแบบทดสอบในข้อนี้ไม่ได้คะแนนหรือไม่ถูกต้อง

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 6

นักเรียน 7 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 8 : (ทำไม่ถูก หรือไม่ได้คะแนน)

นักเรียน 9 : ในการหาคำตอบกำหนดให้ A แทน วุ้นกรอบสีแดง B แทน วุ้นกรอบสีเหลือง 1 แทน อาลัวสีขาว 2 แทน อาลัวสีน้ำตาล 3 แทน อาลัวสีเขียวและ 4 แทน อาลัวสีชมพู โดยการเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน ซึ่งได้ทั้งหมด 15 เหตุการณ์ และเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภท ซึ่งได้ทั้งหมด 8 เหตุการณ์ จากนั้นมาคำนวณหาความน่าจะเป็นตามสูตร คือ จำนวนเหตุการณ์ส่วนด้วยจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด ได้ความน่าจะเป็น เท่ากับ 8 ส่วน 15



จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในข้อ 2 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 และนักเรียนคนที่ 2 ทำแบบทดสอบในข้อนี้ไม่ได้คะแนนหรือไม่ถูกต้อง และนักเรียนคนที่ 3 ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรในการหาคำตอบ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ พบว่า ในการสัมภาษณ์การทำแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในแต่ละข้อ นักเรียนคนที่ 1 ข้อที่ทำได้คะแนน คือ ข้อ 3 ใช้กลยุทธ์การใช้เหตุผลในการหาคำตอบ และข้อ 5 ใช้กลยุทธ์การแบ่งกรณีในการหาคำตอบ นักเรียนคนที่ 2 ข้อที่ทำได้คะแนน คือ ข้อ 5 ใช้กลยุทธ์การสร้างตารางในการหาคำตอบ และนักเรียนคนที่ 3 ข้อที่ทำได้คะแนน คือ ข้อ 6 ใช้กลยุทธ์การใช้ตัวแปรในการหาคำตอบ

ผลการศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้วิจัยได้นำเสนอโดย ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยจำแนกตามระดับการให้เหตุทางคณิตศาสตร์ ปรากฏดังตารางที่ 4.11

**ตารางที่ 4.11** จำนวนนักเรียน ร้อยละ ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

| ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | จำนวนนักเรียน | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|
| สูง | 74 (29.60) | 13.99 | 1.07 |
| ปานกลาง | 99 (39.60) | 10.73 | 1.38 |
| ต่ำ | 77 (30.80) | 5.16 | 1.12 |
| รวม | 250 (100) | | |

จากตารางที่ 4.11 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี โดยพิจารณาจากแบบทดสอบของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 39.60 มีคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) เท่ากับ 10.73 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) เท่ากับ 1.38 รองลงมา คือ ระดับต่ำ คิดเป็นร้อยละ 30.80 มีคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) เท่ากับ 5.16 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) เท่ากับ 1.12 และระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 29.60 มีคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) เท่ากับ 13.99 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) เท่ากับ 1.07 ตามลำดับ

ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน จำแนกตามระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏดังตารางที่ 4.12

**ตารางที่ 4.12** ผลการศึกษาจำนวนนักเรียน และร้อยละของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันกับระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

| ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ | จำนวนนักเรียน | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|---|
| สูง | เก่ง | 43 (17.20) | 27.72 | 1.49 |
| | ปานกลาง | 31 (12.40) | 18.74 | 0.63 |
| | อ่อน | - | | |
| ปานกลาง | เก่ง | 35 (14.00) | 22.89 | 1.47 |
| | ปานกลาง | 44 (17.60) | 15.16 | 1.18 |
| | อ่อน | 20 (8.00) | 9.20 | 0.62 |
| ต่ำ | เก่ง | - | | |
| | ปานกลาง | 29 (11.60) | 12.10 | 0.72 |
| | อ่อน | 48 (19.20) | 4.21 | 2.29 |
| รวม | | 249 (100) | | |

จากตารางที่ 4.12 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า นักเรียนมีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เมื่อพิจารณาตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับสูง มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 43 คน คิดเป็นร้อยละ 17.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 27.72 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.49 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 31 คน คิดเป็นร้อยละ 12.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 18.74 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.63 ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 35 คน คิดเป็นร้อยละ 14.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 22.89 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.47 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 44 คน คิดเป็นร้อยละ 17.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 15.16 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.18 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 8.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 9.20 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.62 และระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 29 คน คิดเป็นร้อยละ 11.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 12.10 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.72 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 48 คน คิดเป็นร้อยละ 19.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 4.21 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.29

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียน ที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง และระดับปานกลาง

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับสูง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับเก่ง ปรากฏดังภาพที่ 4.19



**โจทย์ : สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก

1) ดาวจะหยิบได้ลูกปิงปองสีขาวอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
2) **ดาวมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูมากกว่าลูกปิงปองสีเหลือง ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด**
3) ดาวไม่มีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูเลยใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

**คำตอบของนักเรียน :**

ไม่ เพราะโอกาสที่จะหยิบได้สีชมพู คือ $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

โอกาสที่จะหยิบได้สีเหลือง คือ $\frac{5}{12}$ ดังนั้นโอกาสที่จะ

หยิบได้สีเหลืองมากกว่าสีชมพู

**ภาพที่ 4.19** งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับสูง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง

จากผลการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่อยู่ในระดับสูง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง พบว่า คำตอบได้ถูกต้องอธิบายเหตุผลของการเลือกตอบได้โดยนำความน่าจะเป็นมาช่วยตัดสินใจ อย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับสูง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง ปรากฏดังภาพที่ 4.20

**โจทย์ : สถานการณ์ที่ 2** ร้านเค้กนุ่มทำเค้กก้อนละ 5 ปอนด์ เพื่อจำหน่ายโดยตัดเค้กแต่ละก้อนออกเป็น 8 ชิ้น ขนาดเท่าๆ กัน สำหรับแบ่งขายในวันศุกร์สิ้นเดือนก่อนที่จะปิดร้าน 1 ชั่วโมง ร้านเหลือเค้กส้ม 8 ชิ้น และเค้กช็อกโกแลต 6 ชิ้น จึงจัดใส่กล่องทึบที่เหมือนกัน กล่องละ 2 ชิ้น โดยให้แต่ละกล่องเป็นเค้กชนิดเดียวกัน แล้ววางคละกันไว้เพื่อเตรียมจำหน่ายแบบลดราคา

4) ถ้ากัมบี้ต้องการซื้อเค้ก จึงหยิบเค้กมา 1 กล่อง กัมบี้จะมีโอกาสได้เค้กชนิดใดมากกว่ากัน เพราะเหตุใด

5) จากข้อ 4 ถ้ากัมบี้ได้เค้กส้ม หลังจากนั้นอันนามาซื้อเค้ก โดยหยิบเค้กมา 2 กล่อง แล้วโอกาสที่อันนาจะได้เค้กส้มทั้งสองกล่อง กับโอกาสที่อันนาจะได้เค้กช็อกโกแลตทั้งสองกล่อง เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

**6) จากข้อ 5 ถ้าเค้กที่อันนาซื้อไปเป็นเค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง แล้วหลังจากนั้นนักเรียนมาซื้อเค้กที่ร้านเค้กนุ่ม 2 กล่อง นักเรียนจะไม่มีโอกาสได้เค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่องอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด**

**คำตอบของนักเรียน :** ไม่ใช่ เพราะยังมีโอกาสได้ชนิดเดียวกันทั้งสองกล่องอยู่เดิมมี
ส้ม:ช็อกโกแลต = 3:3
1. ถ้าอันนาได้ส้มไป 2 จะเหลือ 1:3
2. ถ้าอันนาได้ช็อกโกแลตไป 2 จะเหลือ 3:1
เห็นได้ว่ายังมีโอกาศแบบเดียวกันอยู่

**ภาพที่ 4.20** งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับสูง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง

จากผลการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่อยู่ในระดับสูง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า คำตอบได้ถูกต้อง อธิบายเหตุผลของการเลือกตอบได้โดยละเอียดมีการแจงกรณีให้เห็น อย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียน ที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง ระดับปานกลาง และระดับอ่อน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับเก่ง 4.21

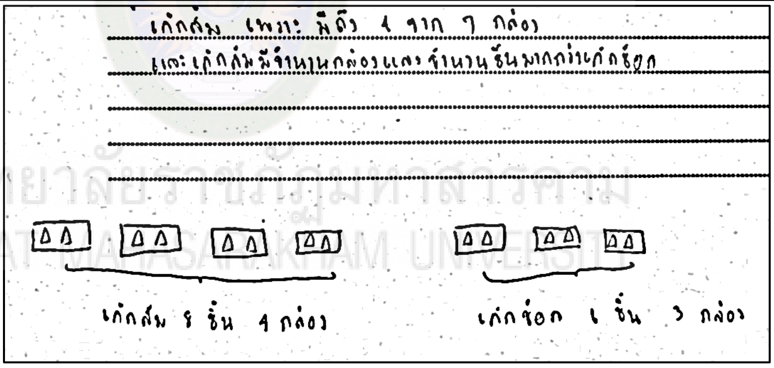
**โจทย์ : สถานการณ์ที่ 3** ร้านเค้กนุ่มทำเค้กก้อนละ 5 ปอนด์ เพื่อจำหน่ายโดยตัดเค้กแต่ละก้อนออกเป็น 8 ชิ้น ขนาดเท่าๆ กัน สำหรับแบ่งขายในวันศุกร์สิ้นเดือนก่อนที่จะปิดร้าน 1 ชั่วโมง ร้านเหลือเค้กส้ม 8 ชิ้น และเค้กช็อกโกแลต 6 ชิ้น จึงจัดใส่กล่องทึบที่เหมือนกัน กล่องละ 2 ชิ้น โดยให้แต่ละกล่องเป็นเค้กชนิดเดียวกัน แล้ววางคละกันไว้เพื่อเตรียมจำหน่ายแบบลดราคา

**4) ถ้ากัมปี้ต้องการซื้อเค้ก จึงหยิบเค้กมา 1 กล่อง กัมปี้จะมีโอกาสได้เค้กชนิดใดมากกว่ากัน เพราะเหตุใด**

5) จากข้อ 4 ถ้ากัมปี้ได้เค้กส้ม หลังจากนั้นอันนามาซื้อเค้ก โดยหยิบเค้กมา 2 กล่อง แล้วโอกาสที่อันนาจะได้เค้กส้มทั้งสองกล่อง กับโอกาสที่อันนาจะได้เค้กช็อกโกแลตทั้งสองกล่องเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

6) จากข้อ 5 ถ้าเค้กที่อันนาซื้อไปเป็นเค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง แล้วหลังจากนั้นนักเรียนมาซื้อเค้กที่ร้านเค้กนุ่ม 2 กล่อง นักเรียนจะไม่มีโอกาสได้เค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่องอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

**คำตอบของนักเรียน :**






**ภาพที่ 4.21** งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง

จากผลการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง พบว่า คำตอบถูกต้อง อธิบายเหตุผลของการเลือกตอบได้โดยละเอียดทำให้มองเห็นภาพการวิเคราะห์ก่อนที่จะตอบ อย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง 4.22

**โจทย์ : สถานการณ์ที่ 3** ร้านเค้กนุ่มทำเค้กก้อนละ 5 ปอนด์ เพื่อจำหน่ายโดยตัดเค้กแต่ละก้อนออกเป็น 8 ชิ้น ขนาดเท่าๆ กัน สำหรับแบ่งขายในวันศุกร์สิ้นเดือนก่อนที่จะปิดร้าน 1 ชั่วโมง ร้านเหลือเค้กส้ม 8 ชิ้น และเค้กช็อกโกแลต 6 ชิ้น จึงจัดใส่กล่องทึบที่เหมือนกัน กล่องละ 2 ชิ้น โดยให้แต่ละกล่องเป็นเค้กชนิดเดียวกัน แล้ววางคละกันไว้เพื่อเตรียมจำหน่ายแบบลดราคา

4) ถ้ากัมปี้ต้องการซื้อเค้ก จึงหยิบเค้กมา 1 กล่อง กัมปี้จะมีโอกาสได้เค้กชนิดใดมากกว่ากัน เพราะเหตุใด

**5) จากข้อ 4 ถ้ากัมปี้ได้เค้กส้ม หลังจากนั้นอันนามาซื้อเค้ก โดยหยิบเค้กมา 2 กล่อง แล้วโอกาสที่อันนาจะได้เค้กส้มทั้งสองกล่อง กับโอกาสที่อันนาจะได้เค้กช็อกโกแลตทั้งสองกล่อง เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด**

6) จากข้อ 5 ถ้าเค้กที่อันนาซื้อไปเป็นเค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง แล้วหลังจากนั้นนักเรียนมาซื้อเค้กที่ร้านเค้กนุ่ม 2 กล่อง นักเรียนจะไม่มีโอกาสได้เค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่องอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

**คำตอบของนักเรียน :** นามีโอกาสที่จะหยิบได้เค้กส้มทั้งสองกล่อง เท่ากับ หยิบได้เค้กช็อกโกแลตทั้งสองกล่อง เพราะเมื่อกัมปี้ได้เค้กส้มไปแล้ว 1 กล่อง ทำให้เค้กส้ม และเค้กช็อกโกแลตต่างเหลืออยู่ชนิดละ 3 กล่อง

**ภาพที่ 4.22** งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง



จากผลการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า คำตอบถูกต้อง อธิบายเหตุผลของการเลือกตอบได้อย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับอ่อน 4.23

| |
|---|
| **โจทย์ : สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก<br>**1) ดาวจะหยิบได้ลูกปิงปองสีขาวอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด**<br>2) ดาวมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูมากกว่าลูกปิงปองสีเหลือง ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด<br>3) ดาวไม่มีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูเลยใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด |

**คำตอบของนักเรียน :** ไม่ใช่ เพราะ ยังมีโอกาสหยิบได้สีอื่นเหมือนกัน

**ภาพที่ 4.23** งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน

จากผลการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่อยู่ในระดับปานกลาง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน พบว่า คำตอบถูกต้อง อธิบายเหตุผลของการเลือกตอบได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ชัดเจน

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียน ที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับอ่อน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง และระดับอ่อน

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง 4.24

| |
|---|
| **โจทย์ : สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก<br>**1) ดาวจะหยิบได้ลูกปิงปองสีขาวอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด**<br>2) ดาวมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูมากกว่าลูกปิงปองสีเหลือง ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด<br>3) ดาวไม่มีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูเลยใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด |

**คำตอบของนักเรียน :** ไม่ เพราะ โอกาสที่จะหยิบได้สีขาวมีแค่ $\frac{1}{2}$

**ภาพที่ 4.24** งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง

จากผลการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า คำตอบถูกต้อง แต่เหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผล

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับอ่อน 4.25

**โจทย์ : สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก

1) ดาวจะหยิบได้ลูกปิงปองสีขาวอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
2) ดาวมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูมากกว่าลูกปิงปองสีเหลือง ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
3) **ดาวไม่มีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูเลยใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด**

**คำตอบของนักเรียน :** ไม่ใช่ เพราะ ดาวอาจจะหยิบลูกปิงปองสีอื่นก่อนหน้าสีชมพูก็ได้

**ภาพที่ 4.25** งานเขียนของนักเรียนระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน

จากผลการทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน พบว่า คำตอบถูกต้องแต่เหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผล

ผลการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายหลังจากทำแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับสูง กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง และกลุ่มนักเรียนที่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ระดับละ 3 คน รวมจำนวน 9 คน โดยใช้แบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีรายละเอียดดังนี้

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1

นักเรียน 1 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะดาวยังมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีอื่นเหมือนกัน

นักเรียน 2 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะในกล่องทึบมีลูกปิงปองสีเหลืองและสีชมพูอยู่ด้วย ดาวจึงมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีเหลือง หรือสีชมพู หรือสีขาว อย่างใดอย่างหนึ่ง

นักเรียน 3 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะเมื่อวิเคราะห์สถานการณ์ไม่ได้มีแค่ลูกปิงปองสีขาว ดาวจึงมีโอกาสหยิบได้ทั้งลูกปิงปองสีเหลือง หรือสีชมพู หรือสีขาว

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2

นักเรียน 1 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะในกล่องทึบมีลูกปิงปองสีชมพู 3 ลูก และลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก ซึ่งมีลูกปิงปองสีชมพูน้อยกว่าลูกปิงปองสีเหลือง ดาวจึงมีโอกาสหยิบได้สีเหลืองมากกว่าลูกปิงปองสีชมพู

นักเรียน 2 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะถ้าใช้ความน่าจะเป็นเข้ามาช่วยในการตอบ โอกาสที่จะหยิบได้สีชมพู คือ 3 ส่วน 12 และโอกาสที่จะหยิบได้สีเหลือง คือ 5 ส่วน 12 เมื่อความน่าจะเป็นมีมากกว่า ดาวจึงมีโอกาสหยิบได้สีเหลืองมากกว่าลูกปิงปองสีชมพู

นักเรียน 3 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะในกล่องทึบมีลูกปิงปองสีชมพูน้อยกว่าลูกปิงปองสีเหลือง 2 ลูก ดาวจึงมีโอกาสหยิบได้สีเหลืองมากกว่าลูกปิงปองสีชมพู

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 4

นักเรียน 1 : จากสถานการณ์ที่ 2 เมื่ออ่านคำถามแล้วจะถามเป็นจำนวนกล่อง จึงวิเคราะห์ได้ว่า จะได้เค้กส้มเป็น 4 กล่อง และเค้กช็อกโกแลต 3 กล่อง กัมบี้จะมีโอกาสได้เค้กส้มมากกว่าเค้กช็อกโกแลต เพราะเค้กส้มมีมากกว่าเค้กช็อกโกแลต 1 กล่อง

นักเรียน 2 : เมื่อวิเคราะห์สถานการณ์ที่ 2 จะได้ว่ามีเค้กส้มเป็น 4 กล่อง และเค้กช็อกโกแลต 3 กล่อง กัมบี้จึงมีโอกาสได้เค้กส้มมากกว่า เพราะโอกาสที่จะหยิบได้คือ 4 ส่วน 7

นักเรียน 3 ตอบว่า มีโอกาสหยิบเค้กส้มมากกว่า เพราะ เมื่อวิเคราะห์สถานการณ์ที่ 2 เค้กส้มมีถึง 4 จาก 7 กล่อง และเค้กส้มมีจำนวนกล่องและจำนวนชิ้นมากกว่าเค้กช็อกโกแลต

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 5

นักเรียน 1 : จากข้อที่ 4 เมื่อหักเค้กที่กัมบี้หยิบเค้กส้มได้นั้นคือเดิมเค้กส้มมี 4 กล่อง โดยหยิบไป 1 กล่อง เค้กส้มจะเหลือ 3 กล่อง จึงมีเท่ากันกับเค้กช็อกโกแลตที่มี 3 กล่อง โอกาสที่อันนาจะหยิบเค้กส้มสองกล่องจึงเท่ากับโอกาสที่อันนาจะหยิบเค้กช็อกโกแลตสองกล่อง

นักเรียน 2 : จากข้อที่ 4 จึงตอบว่า อันนามีโอกาสจะหยิบได้เค้กส้มสองกล่องจึงเท่ากับโอกาสที่อันนาจะหยิบเค้กช็อกโกแลตสองกล่อง เพราะเมื่อกัมบี้หยิบได้เค้กส้มไปแล้ว 1 กล่อง ทำให้เค้กส้มกับเค้กช็อกโกแลตต่างเหลืออยู่ชิ้นละ 3 กล่อง

นักเรียน 3 : จากข้อ 4 ถ้าเมื่อกัมบี้หยิบได้เค้กส้มไปแล้ว 1 กล่อง อันนาจะมีโอกาสหยิบได้เค้กส้มสองกล่องจึงเท่ากับโอกาสที่อันนาจะหยิบเค้กช็อกโกแลตสองกล่อง เพราะมีเค้กเหลือ 3:3 เท่ากัน

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 6

นักเรียน 1 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะจากข้อ 5 หากอันนาได้เค้กช็อกโกแลต เค้กช็อกโกแลตจะเหลือ 1 กล่อง เค้กส้มจะเหลือ 3 กล่อง หากอันนาได้เค้กส้ม เค้กส้มจะเหลือ 1 กล่อง เค้กช็อกโกแลตจะเหลือ 3 กล่อง จึงมีโอกาสหยิบได้เค้กชนิดเดียวกันอยู่

นักเรียน 2 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะจากข้อ 5 ถ้าเค้กที่อันนาซื้อไปเป็นเค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง แสดงว่าที่ร้านจะเหลือเค้กชนิดเดียวกับที่อันนาซื้อไปอยู่อีก 1 กล่อง เป็นเค้กอีกชนิดหนึ่ง 3 กล่อง ดังนั้น นักเรียนอาจหยิบได้เค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง หรือต่างชนิดกันก็ได้

นักเรียน 3 : จากข้อ 5 ถ้าเค้กที่อันนาซื้อไปเป็นเค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง จะคิดก่อนว่าเดิมมีเค้กส้ม : เค้กช็อกโกแลต เท่ากับ 3:3 ถ้าอันนาได้เค้กส้มไป 2 กล่อง จะเหลือ 1:3 และถ้าถ้าอันนาได้เค้กช็อกโกแลตไป 2 กล่อง จะเหลือ 3:1 จึงตอบว่า ไม่ใช่ เพราะ ยังมีโอกาศหยิบได้ชนิดเดียวกันทั้งสองกล่องอยู่

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ได้อธิบายการให้เหตุผลในแต่ละข้อ ได้อย่างถูกต้อง มีการเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ดี วิเคราะห์สถานการณ์ได้ดีมีเหตุผลตอบคำถามได้สมเหตุสมผล และชัดเจน นักเรียนคนที่ 2 ได้อธิบายการให้เหตุผลในแต่ละข้อ ได้อย่างถูกต้อง มีการนำความน่าจะเป็นเข้ามาช่วยในการตอบ วิเคราะห์สถานการณ์ได้ดีมีเหตุผล ตอบคำถามได้สมเหตุสมผล และชัดเจน และนักเรียนคนที่ 3 ได้อธิบายการให้เหตุผลในแต่ละข้อ ได้อย่างถูกต้อง มีการเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ดี มีการเปรียบเทียบมาช่วยอธิบาย วิเคราะห์สถานการณ์ได้ดีมีเหตุผลตอบคำถามได้สมเหตุสมผล และชัดเจน

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง



ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1

นักเรียน 4 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะในกล่องมีลูกปิงปองสีเหลือง กับสีชมพูอยู่ด้วย

นักเรียน 5 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะ ดาวมีโอกาสหยิบได้ทั้งลูกปิงปองสีเหลือง หรือสีชมพู หรือสีขาว

นักเรียน 6 : ตอบว่า ใช่ เพราะในกล่องมีลูกปิงปองสีขาว

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2

นักเรียน 4 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะในกล่องทึบมีลูกปิงปองสีชมพู 3 ลูก และลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก ดาวจึงมีโอกาสหยิบได้สีเหลืองมากกว่าลูกปิงปองสีชมพู

นักเรียน 5 : ตอบว่า ใช่ ให้เหตุผลไม่สอดคล้องกัน

นักเรียน 6 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะในกล่องทึบมีลูกปิงปองสีชมพูน้อยกว่าลูกปิงปองสีเหลือง 2 ลูก

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 4

นักเรียน 4 : จากสถานการณ์ที่ 2 ก็จะแบ่งเค้กทั้งสองออกเนกล่องก่อน ได้ว่า จะได้เค้กส้มเป็น 4 กล่อง และเค้กช็อกโกแลต 3 กล่อง กัมบี้จะมีโอกาสได้เค้กส้มมากกว่าเค้กช็อกโกแลต เพราะเค้กส้มมีจำนวนกล่องและจำนวนชิ้นมากกว่าเค้กช็อกโกแลต

นักเรียน 5 : ตอบว่า กัมบี้จึงมีโอกาสได้เค้กส้มมากกว่า เพราะเค้กส้มมี 4 กล่อง เค้กช็อกโกแลตมีแค่ 3 กล่อง

นักเรียน 6 มีโอกาสหยิบเค้กส้มมากกว่า เพราะ เค้กส้มมีถึง 4 จาก 7 กล่อง และเค้กส้มมีจำนวนกล่องและจำนวนชิ้นมากกว่าเค้กช็อกโกแลต

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 5

นักเรียน 4 : (ให้เหตุผลไม่สอดคล้องกัน)

นักเรียน 5 : ตอบว่ามีโอกาสเท่ากัน เพราะถ้าหยิบเค้กส้มไปแล้ว จะเหลือเค้กทั้งสองชนิดเท่ากัน

นักเรียน 6 : ตอบว่ามีโอกาสเท่ากัน เพราะจากข้อ 4 ถ้าอันนาหยิบเค้กส้มไปแล้ว จะเหลือเค้กส้มกับเค้กช็อกโกแลตเท่ากันอย่างละ 3 กล่อง

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 6

นักเรียน 4 : ทำข้อ 5 ไม่ถูกต้องเลยทำให้ข้อนี้ไม่ได้คะแนนไปด้วย

นักเรียน 5 : ตอบว่า ไม่ เพราะถ้าอันนาหยิบเค้กชนิดเดียวกันไปสองกล่อง ถ้าอันนาหยิบเค้กส้มจะเหลือเค้กส้ม 1 กล่อง และเค้กช็อกโกแลต 3 กล่อง และถ้าอันนาหยิบเค้กช็อกโกแลจะเหลือเค้กช็อกโกแล 1 กล่อง และเค้กส้ม 3 กล่อง ก็ยังมีโอกาสหยิบได้เค้กชนิดเดียวกันอยู่

นักเรียน 6 : (ให้เหตุผลไม่สอดคล้องกัน)



จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ได้อธิบายการให้เหตุผลในแต่ละข้อได้ วิเคราะห์สถานการณ์ได้ดีมีเหตุผลตอบคำถามได้สมเหตุสมผล และชัดเจน แต่ยังไม่สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ดีมากนักจึงทำให้ตอบคำถามในข้อ 5 และ 6 ยังไม่ถูกต้อง นักเรียนคนที่ 2 ได้อธิบายการให้เหตุผลในแต่ละข้อได้ แต่บางข้อก็อาจให้เหตุผลผิดจึงทำให้ไม่ได้คะแนน มีการเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ดีวิเคราะห์สถานการณ์ได้ดีมีเหตุผลตอบคำถามได้สมเหตุสมผล และชัดเจน และนักเรียนคนที่ 3 ได้อธิบายการให้เหตุผลในแต่ละข้อได้ แต่บางข้อก็อาจให้เหตุผลผิดจึงทำให้ไม่ได้คะแนน มีการเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ แต่ก็มีบางข้อที่เชื่อมโยงไม่ถูกต้อง วิเคราะห์สถานการณ์ได้ดีมีเหตุผลตอบคำถามได้สมเหตุสมผล และชัดเจน

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1

นักเรียน 7 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะมีโอกาสที่จะหยิบได้สีขาว

นักเรียน 8 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะมีโอกาสที่จะหยิบได้ลูกปิงปองสีขาว หรือสีเหลือ หรือสีชมพู ก็ได้

นักเรียน 9 : ตอบว่า ใช่ เพราะในกล่องทึบมีลูกปิงปองสีขาว 4 ลูก

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 2

นักเรียน 7 : ตอบว่า ไม่ใช่ เพราะ ในกล่องมีลูกปิงปองสีเหลืองถึง 4 ลูก และลูกปิงปองสีชมพูมีแค่ 3 ลูก

นักเรียน 8 : ตอบว่า ใช่ แต่ให้เหตุผลไม่สอดคล้องกัน

นักเรียน 9 : ตอบว่า ใช่ แต่ไม่ได้ให้เหตุผลอะไร

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 4

นักเรียน 7 : โอกาสที่จะได้เค้กส้มมากกว่าเพราะมีหลายชิ้นกว่า

นักเรียน 8 : มีเค้กอยู่สองชนิดก็มีโอกาสหยิบได้เท่ากัน

นักเรียน 9 น่าจะหยิบได้เค้กช็อกโกแลตมากกว่า

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ได้อธิบายการให้เหตุผลได้บางข้อ ตอบคำถามได้ แต่ยังให้เหตุผลไม่ชัดเจน วิเคราะห์สถานการณ์ไม่ได้ นักเรียนคนที่ 2 ได้อธิบายการให้เหตุผลในแต่ละข้อได้บาง วิเคราะห์สถานการณ์ได้ให้เหตุผลตอบคำถามได้บางข้อ ไม่สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ที่มันซับซ้อนได้ และนักเรียนคนที่ 3 ได้อธิบายการให้เหตุผลในแต่ละข้อไม่ได้ ให้เหตุผลไม่สมเหตุสมผล วิเคราะห์สถานการณ์ไม่ได้ บางข้อก็ตอบโดยไม่มีเหตุผล

ผลการศึกษาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้วิจัยได้นำเสนอโดย ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยจำแนกตามระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ปรากฏดังตารางที่ 4.13



**ตารางที่ 4.13** จำนวนนักเรียน ร้อยละ ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

| ระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ | จำนวนนักเรียน | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|
| สูง | 28 (11.20) | 62.07 | 2.07 |
| ปานกลาง | 184 (73.60) | 49.65 | 4.18 |
| ต่ำ | 38 (15.20) | 39.68 | 4.04 |
| รวม | 250 (100) | | |

จากตารางที่ 4.13 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า การเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี โดยพิจารณาจากแบบสอบถามของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 73.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 49.65 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 4.18 รองลงมา คือ ระดับต่ำ คิดเป็นร้อยละ 15.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 39.68

มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 4.04 และระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 11.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 62.07 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.07 ตามลำดับ

ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน จำแนกตามระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏดังตารางที่ 4.14

**ตารางที่ 4.14** ผลการศึกษาจำนวนนักเรียน และร้อยละของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันกับระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

| ระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ | ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ | จำนวนนักเรียน | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|---|
| สูง | เก่ง | 21 (8.40) | 29.00 | 0.84 |
| | ปานกลาง | 7 (2.80) | 19.43 | 0.53 |
| | อ่อน | - | | |
| ปานกลาง | เก่ง | 57 (22.80) | 24.28 | 2.16 |
| | ปานกลาง | 80 (32.00) | 15.80 | 2.21 |
| | อ่อน | 47 (18.80) | 7.30 | 2.01 |
| ต่ำ | เก่ง | - | | |
| | ปานกลาง | 17 (6.80) | 11.71 | 0.59 |
| | อ่อน | 21 (8.40) | 2.05 | 0.97 |
| รวม | | 250 (100) | | |



จากตารางที่ 4.14 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า นักเรียนมีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ เมื่อพิจารณาตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า การเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 8.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 29.00 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.84 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 2.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 19.43 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.53 ระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 57 คน คิดเป็นร้อยละ 22.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 24.28 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.16 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 80 คน คิดเป็นร้อยละ 32.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 15.80 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.21 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 47 คน คิดเป็นร้อยละ 18.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 7.30 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.01 และระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 17 คน คิดเป็นร้อยละ 6.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 11.71 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ )

เท่ากับ 0.59 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 8.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 2.05 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.97

ผลการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายหลังจากทำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของกลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง และกลุ่มนักเรียนที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ระดับละ 3 คน รวมจำนวน 9 คน โดยใช้แบบสัมภาษณ์การเข้าถึงคณิตศาสตร์มีรายละเอียดดังนี้

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการ เข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง

ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work)

ผู้วิจัย : เวลาที่นักเรียนทำงานคนเดียวนักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 1 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ หนูทำงานอย่างตั้งใจถึงจะทำคนเดียวแต่ก็สามารถสืบค้นหาข้อมูลจากแหล่งอื่นได้ ข้อไหนที่ทำไม่ได้ก็จะถามเพื่อนที่นั่งใกล้กัน หรือถามครูให้เข้าใจค่ะ

นักเรียน 2 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากครับ ผมเป็นคนที่ชอบทำงานคนเดียวมากกว่าครับ จะได้ทำงานได้เต็มที่ ผมยังสามารถพยายามแก้ปัญหาเองได้ แล้วผมก็ไม่ได้ดูเพื่อนด้วยครับ

นักเรียน 3 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ หนูได้ทำงานอย่างเต็มที่ ทำงานด้วยตัวเอง แก้ปัญหาด้วยตัวเอง ทำให้ได้เรียนรู้และได้ความรู้ค่ะ และทุกครั้งหนูจะตั้งใจฟังที่ครูอธิบายให้เข้าใจก่อนค่ะ แล้วหนูค่อยลงมือทำงาน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในระดับการทำงานด้วยตนเอง ของนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง พบว่า นักเรียนมีการทำงานอย่างตั้งใจ มีความสามารถพยายามในการแก้ปัญหา มีความตั้งใจฟังครูอธิบายก่อนลงมือทำ สามารถสืบค้นหาข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ ได้

ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations)

ผู้วิจัย : ในการนำเสนองานของนักเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 1 : ได้มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ เพราะได้ฝึกการแสดงออกอยากเต็มที่ ได้เรียนรู้การแก้ปัญหาเฉพาะหน้าด้วยตนเอง

นักเรียน 2 : ได้มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากครับ เพราะการออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียนทำให้ผมได้ตรวจสอบด้วยว่าตัวเองทำถูกต้องไหมให้เพื่อนๆ และครูเป็นคนช่วยตรวจสอบ จะได้รู้จุดผิดในตอนนั้นเลย

นักเรียน 3 : ได้มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ เพราะได้รู้ถึงข้อดี และข้อผิดพลาดของตัวเอง ชอบที่ต้องออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียนด้วยเพราะได้รับคำชมเชยจากครูทุกครั้ง

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในระดับการนำเสนองานของนักเรียน ของนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ก็ชอบการนำเสนองานหน้าชั้นเรียน การที่ได้ออกไปนำเสนองานทำให้นักเรียนได้ฝึกการแสดงออกได้อย่างเต็มที่ เรียนรู้การแก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้ ได้ตรวจสอบผลงานของตนเอง รู้ข้อดีและข้อผิดพลาด ได้ข้อชี้แนะกับครูและสามารถนำกลับมาแก้ไขได้ในครั้งต่อไป นักเรียนบางคนอาจตื่นเต้น

ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work)

ผู้วิจัย : ในการทำงานกลุ่ม นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 1 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ ได้เห็นถึงความคิดเห็นของคนอื่น แล้วหนูก็ได้แสดงความคิดเห็นของหนูให้เพื่อนฟังด้วย ทำให้เป็นการรวบรวมข้อมูลเพื่อให้ได้ข้อสรุปของงานชิ้นนั้นค่ะ

นักเรียน 2 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากครับ เพราะได้ช่วยกันตัดสินใจได้แลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนคนอื่น ผมยังได้ช่วยเพื่อนในกลุ่มคิดหาวิธีแก้ปัญหา ช่วยสรุปความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่มและช่วยเพื่อนทำงานครับ

นักเรียน 3 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ ได้ทำงานร่วมกับคนอื่นได้เห็นความคิดของเพื่อนคนอื่นด้วย หนูได้เป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง และรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนด้วยค่ะ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในระดับการทำงานกลุ่มย่อย ของนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง พบว่า นักเรียนส่วนมากก็ช่วยกันทำงานการทำงานกลุ่มก็ทำให้นักเรียนได้ทำงานเป็นทีมได้แลกเปลี่ยนความรู้กัน ช่วยกันหาข้อมูลช่วยกันตัดสินใจและได้ช่วยกันคิดหาวิธีแก้ปัญหา

การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion)

ผู้วิจัย : ในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 1 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ หนูได้สอบถามในส่วนที่ยังไม่เข้าใจ

นักเรียน 2 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มาครับ ผมได้เป็นการทบทวนบทเรียนที่เรียนมาด้วยครับแล้วยังได้อธิบายให้เพื่อนที่นั่งข้างกันให้เข้าใจครับ

นักเรียน 3 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ หนูตั้งใจตอบคำถามทั้งจากเพื่อนและครูค่ะทำให้หนูได้มีส่วนร่วมในชั้นเรียนทำให้เข้าใจในบทเรียนมากขึ้นค่ะ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับสูง พบว่า นักเรียนได้สอบถามในเรื่องที่ยังไม่เข้าใจเป็นการทบทวนบทเรียนให้กับนักเรียน นักเรียนได้มีส่วนร่วมในชั้นเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับสูง พบว่า เวลาที่ทำงานคนเดียวนักเรียนมีการทำงานอย่างตั้งใจ มีความสามารถพยายามในการแก้ปัญหามีความตั้งใจฟังครูอธิบายก่อนลงมือทำ นักเรียนจะตั้งใจฟังครูอธิบายให้เข้าใจ นักเรียนส่วนใหญ่ก็ชอบการนำเสนองานหน้าชั้นเรียนการที่ได้ออกไปนำเสนองานทำให้นักเรียนได้ฝึกการแสดงออกได้อย่างเต็มที่เรียนรู้การแก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้ ได้ตรวจสอบผลงานของตนเองรู้ข้อดีและข้อผิดพลาด นักเรียนบางคนอาจตื่นเต้น ในการทำงานกลุ่ม นักเรียนส่วนมากก็ช่วยกันทำงาน การทำงานกลุ่มก็ทำให้นักเรียนได้ทำงานเป็นทีมได้แลกเปลี่ยนความรู้กัน ช่วยกันหาข้อมูล ช่วยกันตัดสินใจและได้ช่วยกันคิดหาวิธีแก้ปัญหา และในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนนักเรียนได้สอบถามในเรื่องที่ยังไม่เข้าใจ เป็นการทบทวนบทเรียนให้กับนักเรียน นักเรียนได้มีส่วนร่วมในชั้นเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน

กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง

ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work)

ผู้วิจัย : ในการที่นักเรียนทำงานคนเดียว นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 4 : ในการทำงานเดี่ยวหนูทำงานได้บางข้อ ในข้อที่ทำไม่ได้ก็จะไปถามเพื่อน และเปรียบเทียบคำตอบที่ได้กับเพื่อนที่นั่งใกล้เคียงกัน จึงทำให้มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์บ้างค่ะ

นักเรียน 5 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ หนูพยายามทำงานที่ได้รับมอบหมายได้ ถ้าข้อไหนที่หนูทำไม่ได้หนูก็จะหาตัวอย่างที่คล้าย ๆ ดูค่ะ

นักเรียน 6 : มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ ถึงหนูจะทำงานคนเดียวแต่ก็ยังสามารถสอบถามครูได้ และยังทำให้ได้แก้ปัญหาด้วยตนเองด้วย ทำให้เราเข้าใจในสิ่งที่ทำค่ะ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในระดับการทำงานด้วยตนเอง กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า ในการทำงานเดี่ยว นักเรียนก็สามารถทำได้บางมีความพยายามในการทำงาน บางครั้งก็แก้ปัญหาด้วยตัวเองโดยการค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมหาตัวอย่างที่คล้าย ๆ กันมาศึกษา

ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations)

ผู้วิจัย : ในการนำเสนองานของนักเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 4 : หนูไม่สามารถนำเสนอได้ค่ะ ต้องมีเพื่อนค่อยช่วยตลอดถึงจะทำให้การนำเสนอผ่านไปได้ ทำให้ไม่การเข้าถึงคณิตศาสตร์ค่ะ

นักเรียน 5 : หนูไม่ชอบการออกไปนำเสนอหน้าห้องเรียนค่ะ เพราะหนูไม่มีความมั่นใจในตนเอง จึงทำให้หนูมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์น้อย

นักเรียน 6 : หนูไม่อยากออกไปนำเสนอหน้าห้องคนเดียวค่ะ เพราะหนูไม่มีความมั่นใจในตนเองมากพอ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในระดับการนำเสนองานของนักเรียน กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า นักเรียนส่วนมากไม่สามารถนำเสนองานได้ หรือไม่ชอบการออกไปนำเสนอ เพราะไม่มีความมั่นใจในตนเองไม่กล้าออกไปนำเสนอคนเดียว

ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work)

ผู้วิจัย : ในการทำงานกลุ่ม นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 4 : ได้เข้าถึงคณิตศาสตร์น้อยค่ะ เพราะในกลุ่มอาจทำงานไม่เต็มที่ บางส่วนหลายคนทำ ทำให้ไม่ค่อยเข้าถึงในส่วนนั้น

นักเรียน 5 : ได้เข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ เพราะได้เห็นในความคิดของคนอื่น ได้ช่วยกันทำงาน

นักเรียน 6 : ได้เข้าถึงคณิตศาสตร์ค่ะ เพราะได้แบ่งหน้าที่ร่วมกับคนอื่น บางส่วนอาจเป็นเพื่อนคนอื่นทำ แต่ก็จะเข้าใจมากขึ้นในส่วนที่ตัวเองทำ และยังสามารถปรึกษากับคนอื่นได้ด้วย

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในระดับการทำงานกลุ่มย่อย กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า ได้เห็นในความคิดของเพื่อนคนอื่น ได้แลกเปลี่ยนความรู้กัน ได้ช่วยกันทำงาน จะมีบางคนที่ทำงานกลุ่มอาจทำงานได้ไม่เต็มที่ บางส่วนหลายคนทำ ทำให้ไม่ค่อยเข้าถึงในส่วนนั้น

การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion)

ผู้วิจัย : ในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 4 : เข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ เพราะได้เห็นความคิดเห็นของคนอื่นค่ะ

นักเรียน 5 : เข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ เพราะได้เปิดโอกาสให้ได้ถามเพิ่มเติมในส่วนที่ยังไม่แน่ใจ หรือสงสัยค่ะ

นักเรียน 6 : เข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ เพราะได้เป็นการสรุปบทเรียนช่วยให้ได้ทบทวนในเรื่องที่เรียนมาด้วยค่ะ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า ได้เห็นความคิดเห็นของคนอื่น ได้มีโอกาสให้ได้ถามเพิ่มเติมในส่วนที่ยังไม่แน่ใจ หรือสงสัย เป็นการสรุปและทบทวนบทเรียนด้วย

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง พบว่า ในการทำงานเดี่ยว นักเรียนก็สามารถทำได้บาง มีความพยายามในการทำงาน บางครั้งก็แก้ปัญหาด้วยตัวเองโดยการค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม หาตัวอย่างที่คล้ายๆ กันมาศึกษา นักเรียนส่วนมากไม่สามารถนำเสนองานได้ หรือไม่ชอบการออกไปนำเสนอ เพราะไม่มีความมั่นใจในตนเองไม่กล้าออกไปนำเสนอคนเดียว เมื่อได้ทำงานกลุ่มทำให้ได้เห็นในความคิดของเพื่อนคนอื่น ได้แลกเปลี่ยนความรู้กัน ได้ช่วยกันทำงาน จะมีบางคนที่ทำงานกลุ่มอาจทำงานได้ไม่เต็มที่ บางส่วนหลายคนทำ ทำให้ไม่ค่อยเข้าถึงในส่วนนั้น เมื่อมีการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน ได้เห็นความคิดเห็นของคนอื่น ได้มีโอกาสให้ได้ถามเพิ่มเติมในส่วนที่ยังไม่แน่ใจ หรือสงสัย เป็นการสรุปและทบทวนบทเรียนด้วย

กลุ่มนักเรียนที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ

ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work)

ผู้วิจัย : ในการที่นักเรียนทำงานคนเดียวนักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 7 : เข้าถึงคณิตศาสตร์น้อยครับ ผมพยายามทำงานแล้วนะครับแต่ก็ยังทำงานไม่ได้ครับ

นักเรียน 8 : เข้าถึงคณิตศาสตร์น้อยครับ บางครั้งเวลาทำงานผมได้พยายามถามเพื่อนแล้วแต่ก็ยังทำไม่ได้อยู่ดีครับ

นักเรียน 9 : เข้าถึงคณิตศาสตร์น้อยค่ะ เพราะทำแบบฝึกหัดไม่เป็นค่ะ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในระดับการทำงานด้วยตนเอง กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำ พบว่า นักเรียนได้พยายามทำงานแล้วก็ก็ยังทำไม่ได้ เวลาทำงานไม่ได้ก็จะถามเพื่อน แต่ก็ยังทำไม่ได้

ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations)

ผู้วิจัย : ในการนำเสนองานของนักเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 7 : ผลไม่ชอบการนำเสนอครับ และไม่สามารถนำเสนองานคนเดียวได้ เลยทำให้เข้าถึงคณิตศาสตร์น้อย

นักเรียน 8 : ผลไม่อยากออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียนครับ เลยทำให้เข้าถึงคณิตศาสตร์น้อยครับ

นักเรียน 9 : หนูไม่ชอบออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียนค่ะ เพราะหนูทำไม่ได้ เลยทำให้เข้าถึงคณิตศาสตร์น้อยค่ะ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในระดับการนำเสนองานของนักเรียน กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ พบว่า นักเรียนไม่ชอบการนำเสนองาน นักเรียนทำแบบฝึกหัดไม่ได้ เลยไม่สามารถนำเสนองานคนเดียวได้

ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work)

ผู้วิจัย : ในการทำงานกลุ่ม นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 7 : เข้าถึงคณิตศาสตร์บ้างครับ เพราะได้มาหลายคนช่วยกันทำงาน ทำให้สิ่งที่ยังทำไม่ได้มีคนมาช่วยทำ

นักเรียน 8 : ได้เข้าถึงคณิตศาสตร์บ้างครับ เพราะได้ช่วยกันทำงาน ได้ช่วยกันเสนอแนวทางกันแก้ปัญหา

นักเรียน 9 : ในการทำงานกลุ่มเพื่อนหลายคนได้ช่วยกันทำงานทำให้งานนั้นสำเร็จไปได้ด้วยดี ทำให้หนูมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากค่ะ เพราะได้ทำแนะนำจากเพื่อน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในระดับการทำงานกลุ่มย่อย กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ พบว่า ในการทำงานกลุ่มได้ช่วยกันทำงาน ทำให้ได้ช่วยกันคิดหาคำตอบเพราะถ้าทำคนเดียวอาจไม่ถูก ในการทำงานทุกคนต่างก็พยายามช่วยกันทำทำให้งานนั้นสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion)

ผู้วิจัย : ในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

นักเรียน 7 : ได้เข้าถึงคณิตศาสตร์บ้างครับ เพราะได้รู้ถึงความคิดเห็นของคนอื่นเพิ่มถึงอาจจะยังไม่เข้าใจบ้างก็ตาม

นักเรียน 8 : เข้าถึงคณิตศาสตร์น้อยครับ เพราะผมไม่ค่อยตั้งใจฟังที่ครูพูด

นักเรียน 9 : หนูไม่ค่อยตั้งฟังที่ครูพูด แต่ก็สามารถเข้าถึงคณิตศาสตร์บ้างค่ะ เพราะยังได้สอบถามในที่ไม่เข้าใจได้อยู่

จากการสัมภาษณ์นักเรียนในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน กลุ่มนักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ พบว่า ในการอภิปรายหน้าชั้นเรียนถ้านักเรียนไม่ตั้งใจฟังก็จะทำให้ไม่เข้าใจ แต่การอภิปรายหน้าชั้นเรียนก็ทำให้ได้เห็นความคิดของคนอื่น ได้สอบถามในที่ไม่เข้าใจได้

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำ พบว่า ในการทำงานเดี่ยว นักเรียนได้พยายามทำงานแล้วก็ก็ยังทำไม่ได้เวลาทำงานไม่ได้ก็จะถามเพื่อน แต่ก็ยังทำไม่ได้ นักเรียนไม่ชอบการนำเสนองาน นักเรียนทำแบบฝึกหัดไม่ได้ เลยไม่สามารถนำเสนองานคนเดียวได้ ต้องการให้ครู หรือเพื่อน มาช่วยเหลือ ส่งเสริม และสนับสนุนในการนำเสนองาน ในการทำงานกลุ่ม ได้ช่วยกันทำงาน ทำให้ได้ช่วยกันคิดหาคำตอบ เพราะถ้าทำคนเดียวอาจไม่ถูก ในการทำงานทุกคน ต่างก็พยายามช่วยกันทำทำให้งานนั้นสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี และในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน ถ้านักเรียนไม่ตั้งใจฟังก็จะทำให้ไม่เข้าใจ แต่การอภิปรายหน้าชั้นเรียนก็ทำให้ได้เห็นความคิดของคนอื่น ได้สอบถามในที่ไม่เข้าใจได้

ผลการแบ่งระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนจากกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 249 คน โดยพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ย การทำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ เพื่อแบ่งกลุ่มของกรอบความคิดเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์เป็นระดับสูง และระดับต่ำ ปรากฏดังตารางที่ 4.15

**ตารางที่ 4.15** การแบ่งระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนจากกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 249 คน โดยพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ย การทำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์

| คะแนนเฉลี่ย | จำนวน | ร้อยละ | แปลความหมาย |
|---|---|---|---|
| 2.34-3.00 | 28 | 10.84 | กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง |
| 1.68-2.33 | 184 | 73.90 | กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง |
| 1.00-1.67 | 38 | 15.26 | กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ |
| รวม | 250 | 100 | |



จากตารางที่ 4.15 พบว่า การแบ่งระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนจากกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 250 คน พิจารณาจากคะแนนเฉลี่ย การทำแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูงมีคะแนนเฉลี่ยระหว่าง 2.34-3.00 จำนวน 28 คน กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลางมีคะแนนเฉลี่ยระหว่าง 1.68-2.33 จำนวน 184 คน และกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำมีคะแนนเฉลี่ยระหว่าง 1.00 - 1.67 จำนวน 38 คน

ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้วิจัยได้นำเสนอ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson correlation analysis) ดังตารางที่ 4.16

**ตารางที่ 4.16** สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ระหว่างกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี

| ตัวแปร | $Y$ | $X_1$ | $X_2$ |
|---|---|---|---|
| $Y$ | 1 | - | - |
| $X_1$ | .686** | 1 | - |
| $X_2$ | .690** | .735** | 1 |

หมายเหตุ. *, ** ค่านัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ .01 ตามลำดับ

จากตารางที่ 4.16 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญ .05 โดยตัวแปรที่มีความสัมพันธ์มากที่สุด คือ ตัวแปรการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) รองลงมา คือ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ . 690, .686 ตามลำดับ แสดงว่าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) มีความสัมพันธ์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .735

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ เพื่อหาตัวแปรที่จำแนกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกเป็นระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ โดยใช้การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis) จากนั้นสร้างสมการเพื่อใช้ในการพยากรณ์การเข้าถึงคณิตศาสตร์ (Discriminant Functions) และหาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร Standardized Canonical แล้วหาค่าความน่าเชื่อถือของสมการจำแนกกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง จากแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis) ปรากฏดังตารางที่ 4.17

**ตารางที่ 4.17** ค่าเฉลี่ยของค่าคะแนนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำแนกการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง

| ลำดับ | ตัวแปรอิสระ | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|
| 1 | กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) | 69.56 | 1.31 |
| 2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) | 61.52 | 7.96 |

จากตารางที่ 4.17 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง เรียงลำดับจากค่าเฉลี่ยของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ ได้แก่ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคือ 69.56 และ 61.52 ตามลำดับ

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง จากแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis) ปรากฏดังตารางที่ 4.18

**ตารางที่ 4.18** ค่าเฉลี่ยของค่าคะแนนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำแนกการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง

| ลำดับ | ตัวแปรอิสระ | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|
| 1 | กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) | 52.93 | 5.66 |
| 2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) | 52.91 | 6.45 |

จากตารางที่ 4.18 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง เรียงลำดับจากค่าเฉลี่ยของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ ได้แก่ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) และ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคือ 52.93 และ 52.91ตามลำดับ

ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ จากแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis) ปรากฏดังตารางที่ 4.19

**ตารางที่ 4.19** ค่าเฉลี่ยของค่าคะแนนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำแนกการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ

| ลำดับ | ตัวแปรอิสระ | $\bar{X}$ | $S.D.$ |
|---|---|---|---|
| 1 | กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) | 41.29 | 1.49 |
| 2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) | 43.24 | 2.87 |

จากตารางที่ 4.19 พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ เรียงลำดับจากค่าเฉลี่ยของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ ได้แก่ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคือ 43.24 และ 41.29 ตามลำดับ

ผลการศึกษาปัจจัยจำแนกกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนออกเป็นระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ โดยใช้การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis) เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการสร้างสมการเพื่อใช้ในการพยากรณ์การเข้าถึงคณิตศาสตร์ (Discriminant Functions) ปรากฏดังตารางที่ 4.20

**ตารางที่ 4.20** การวิเคราะห์การเท่ากันของค่าเฉลี่ยของตัวแปรอิสระในกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ

| กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ | Wilks' Lambda | F | df1 | df2 | Sig. |
|---|---|---|---|---|---|
| กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) | .322 | 259.162 | 2 | 246 | .000 |
| การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) | .635 | 70.592 | 2 | 246 | .000 |

หมายเหตุ. * มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05



$H_0$ : ค่าเฉลี่ยในกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง = ค่าเฉลี่ยในกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง = ค่าเฉลี่ยในกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ

$H_1$ : ค่าเฉลี่ยในกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง ≠ ค่าเฉลี่ยในกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง ≠ ค่าเฉลี่ยในกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ ; อย่างน้อย 1 คู่

จากตารางที่ 4.20 พบว่า การวิเคราะห์การเท่ากันของค่าเฉลี่ยของตัวแปรอิสระในกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ เข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง และกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง ว่ามีค่าเฉลี่ยแตกต่างกันหรือไม่ โดยใช้สถิติทดสอบ Wilks' Lambda พิจารณาที่ค่านัยสำคัญ (Sig.) ถ้าค่า Sig. มีค่าต่ำกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ตั้งไว้ แสดงว่ากลุ่ม 3 กลุ่ม มีค่าเฉลี่ยในตัวแปรนั้น ๆ แตกต่างกัน ถ้าค่า F มีค่ามากจะปฏิเสธสมมติฐาน $H_0$ หรือ ถ้า Wilks' Lambda มีค่าน้อยจะปฏิเสธ $H_1$ (0≤Wilks’Lambda ≥1) พบว่า ค่า Sig. กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) (Sig.=.000) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) (Sig.=.000) น้อยกว่า .05 จึงปฏิเสธ $H_0$ นั่นคือ ค่าเฉลี่ยของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) (Sig.=.000) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) (Sig.=.000)

กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำต่างกับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลางต่างกับกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง นั่นคือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) ที่ได้จากการวิเคราะห์เป็นตัวแปรที่ทำให้กลุ่มมีความแตกต่าง

ผลการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation) ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่มของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะใช้ในการสร้างสมการจำแนกกลุ่ม ปรากฏดังตารางที่ 4.21

**ตารางที่ 4.21** สัมประสิทธิ์ของตัวแปร Canonical ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่ม

| ลำดับ | ตัวแปรอิสระ | ฟังก์ชัน | |
|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 |
| 1 | กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) | .208 | -.124 |
| 2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) | -.009 | .192 |
| (Constant) | | -10.591 | -3.487 |

จากตารางที่ 4.21 พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร Canonical ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่มจะได้สมการเพื่อใช้ในการพยากรณ์ (Discriminant Functions) กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$D_1 = -10.591 + .208X_1 - .009X_2$$

$$D_2 = -3.487 - .124X_1 - .192X_2$$

ผลการศึกษาค่ากลางของกลุ่มที่ใช้สำหรับประเมินสมการจำแนกด้วยค่าเฉลี่ยของกลุ่ม การเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ ปรากฏดังตารางที่ 4.22

**ตารางที่ 4.22** ค่ากลางของกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ

| กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ | ค่ากลาง | |
|---|---|---|
| | 1 | 2 |
| 1. การเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง | 3.381 | -298 |
| 2. การเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง | -.010 | .107 |
| 3. การเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ | -2.355 | -.306 |

จากตารางที่ 4.22 พบว่า สามารถจำแนกกลุ่มโดยการแทนค่าตัวแปรอิสระลงในสมการ $D$ หรือ Discriminant Score จากนั้นเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จาก $D$ กับค่ากลางในตารางที่ 4.11 หากค่า $D$ ที่ได้มีค่าเข้าใกล้ค่ากลางค่าใด แสดงว่าจัดอยู่ในกลุ่มนั้น

ผลการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร Standardized Canonical ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่ม ดังปรากฏในตารางที่ 4.23

**ตารางที่ 4.23** สัมประสิทธิ์ของตัวแปร Standardized Canonical ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่ม

| ลำดับ | ตัวแปรอิสระ | ฟังก์ชัน | |
|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 |
| 1 | กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) | 1.028 | -.610 |
| 2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) | -.053 | 1.194 |

จากตารางที่ 4.23 พบว่า ฟังก์ชันที่ 1 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) เป็นปัจจัยที่มีอิทธิพลมากที่สุดในการจำแนกกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์คือ 1.028 และ -.053 ตามลำดับ และฟังก์ชันที่ 2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) เป็นปัจจัยที่มีอิทธิพลมากที่สุดในการจำแนกกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์คือ 1.194 และ -.610 ตามลำดับ

ผลการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ Correlation ระหว่างตัวแปรอิสระแต่ละตัวกับตัวแปร Canonical ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่มของกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ ดังปรากฏในตารางที่ 4.24



**ตารางที่ 4.24** สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ Correlation ระหว่างตัวแปรอิสระแต่ละตัวกับตัวแปร Canonical ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่ม

| ลำดับ | ตัวแปรอิสระ | ฟังก์ชัน | |
|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 |
| 1 | กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) | .999* | .045 |
| 2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) | .501 | .860* |

จากตารางที่ 4.24 พบว่า ฟังก์ชันที่ 1 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) มีความสัมพันธ์กับตัวแปร Canonical มากที่สุด และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์คือ .999 และ .501 ตามลำดับ และ ฟังก์ชันที่ 2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) มีความสัมพันธ์

กับตัวแปร Canonical มากที่สุด และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ คือ .860 และ .045 ตามลำดับ

ผลการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการจำแนกโดยแบ่งเป็นกลุ่มของกลุ่มของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะใช้ในการสร้างสมการจำแนกโดยแยกเป็นกลุ่ม ของกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ ปรากฏดังตารางที่ 4.25

**ตารางที่ 4.25** ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการจำแนกโดยแบ่งเป็นกลุ่ม

| ลำดับ | ตัวแปรอิสระ | การเข้าถึงคณิตศาสตร์ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 |
| 1 | กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) | 1.324 | 1.761 | 2.518 |
| 2 | การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) | .539 | .598 | .491 |
| (Constant) | | -40.077 | -63.537 | -103.793 |

จากตารางที่ 4.25 พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการจำแนกโดยแบ่งเป็นกลุ่ม ดังนี้

ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 1 คือ $-40.077 + 1.324X_1 + .539X_2$

ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 2 คือ $-63.537 + 1.761X_1 + .598X_2$

ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 3 คือ $-103.793 + 2.518X_1 + .491X_2$

ผลการศึกษาความน่าเชื่อถือของสมการจำแนกกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ ปรากฏดังตารางที่ 4.26

**ตารางที่ 4.26** การตรวจสอบและพิจารณาความน่าเชื่อถือของสมการจำแนกกลุ่ม

| กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ | | | การทำนายกลุ่ม | | | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ระดับต่ำ | ระดับปานกลาง | ระดับสูง | |
| Original | Count | ระดับต่ำ | 38 | 0 | 0 | 38 |
| | | ระดับปานกลาง | 22 | 144 | 0 | 187 |
| | | ระดับสูง | 0 | 0 | 28 | 28 |
| | % | ระดับต่ำ | 100.0 | .0 | .0 | 100.0 |
| | | ระดับปานกลาง | 12.0 | 78.3 | 9.8 | 100.0 |
| | | ระดับสูง | .0 | .0 | 100.0 | 100.0 |

จากตารางที่ 4.26 พบว่า กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ เดิมมี 38 กรณีแต่จากการทำนายโดยใช้สมการจำแนกกลุ่ม พบว่า ทำนายถูก 38 กรณี คิดเป็นร้อยละ 100.0 (38 ใน 38) กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง เดิมมี 187 กรณี แต่จากการทำนายโดยใช้สมการจำแนกกลุ่ม พบว่า ทำนายถูก 144 กรณี คิดเป็นร้อยละ 78.3 (144 ใน 187) และกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง เดิมมี 28 กรณี แต่จากการทำนายโดยใช้สมการจำแนกกลุ่ม พบว่า ทำนายถูก 68 กรณี คิดเป็นร้อยละ 100.0 (28 ใน 28) พบว่าสมการจำแนกกลุ่มได้ถูกต้องร้อยละ 84.00 (38+144+28 = 210 ใน 250)

สรุปได้ว่า นักเรียนส่วนมากมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 41.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 15.38 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.70 รองลงมา คือ ระดับเก่ง คิดเป็นร้อยละ 31.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 25.55 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.83 และระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 27.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 5.68 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 3.00 ตามลำดับ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 55.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 38.37 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 6.24 รองลงมา คือ ระดับต่ำ คิดเป็นร้อยละ 26.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 21.82 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.26 และระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 18.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 53.32 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 3.68 ตามลำดับ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับสูง มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 40 คน คิดเป็นร้อยละ 16.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 27.88 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.42 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 2.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 19.43 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.53 ระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 15.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 23.11 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.61 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 81 คน คิดเป็นร้อยละ 32.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 15.75 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.23 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 19 คน คิดเป็นร้อยละ 7.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 9.26 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.56 และระดับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 6.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 11.69 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.60 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 49 คน คิดเป็นร้อยละ 19.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 4.29 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.34

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 39.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 10.73 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.38 รองลงมา คือ ระดับต่ำ คิดเป็นร้อยละ 30.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 5.16 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.12 และระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 29.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 13.99 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ )

เท่ากับ 1.07 ตามลำดับ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับสูง มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 43 คน คิดเป็นร้อยละ 17.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 27.72 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.49 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 31 คน คิดเป็นร้อยละ 12.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 18.74 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.63 ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 35 คน คิดเป็นร้อยละ 14.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 22.89 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.47 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 44 คน คิดเป็นร้อยละ 17.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 15.16 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 1.18 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 8.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 9.20 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.62 และระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 29 คน คิดเป็นร้อยละ 11.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 12.10 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.72 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 48 คน คิดเป็นร้อยละ 19.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 4.21 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.29

และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 73.60 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 49.65 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เท่ากับ 4.18 รองลงมา คือ ระดับต่ำ คิดเป็นร้อยละ 15.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 39.68 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 4.04 และระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 11.20 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 62.07 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.07 ตามลำดับ การเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 8.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 29.00 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.84 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 2.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 19.43 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.53 ระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง จำนวน 57 คน คิดเป็นร้อยละ 22.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 24.28 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.16 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 80 คน คิดเป็นร้อยละ 32.00 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 15.80 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.21 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 47 คน คิดเป็นร้อยละ 18.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 7.30 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 2.01 และระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ ซึ่งแบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 17 คน คิดเป็นร้อยละ 6.80 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 11.71 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.59 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 8.40 มีคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 2.05 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) เท่ากับ 0.97 ซึ่งกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ )

และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) มีความสัมพันธ์กับการเข้าถึงคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญ .05 โดยตัวแปรที่มีความสัมพันธ์มากที่สุด คือ ตัวแปรการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) รองลงมา คือ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .686, .690 ตามลำดับ โดยกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) มีความสัมพันธ์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) มีค่านัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .735 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง เรียงลำดับจากค่าเฉลี่ย ได้แก่ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคือ 69.56 และ 61.52 ตามลำดับ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง เรียงลำดับจากค่าเฉลี่ย ได้แก่ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) และ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคือ 52.93 และ 52.91 ตามลำดับ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ เรียงลำดับจากค่าเฉลี่ย ได้แก่ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคือ 43.24 และ 41.29 ตามลำดับ สามารถสร้างสมการเพื่อใช้ในการพยากรณ์ (Discriminant Functions) กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$D_1 = -10.591 + .208X_1 - .009X_2$$

$$D_2 = -3.487 - .124X_1 - .192X_2$$

โดยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) เป็นปัจจัยที่มีอิทธิพลมากที่สุดในการจำแนกกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์คือ 1.194 และ -.610 ตามลำดับ สามารถสร้างสมการทำนายสมการสมาชิกในกลุ่ม ดังนี้

ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 1 คือ $-40.077 + 1.324X_1 + .539X_2$

ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 2 คือ $-63.537 + 1.761X_1 + .598X_2$

ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 3 คือ $-103.793 + 2.518X_1 + .491X_2$

ซึ่งกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ เดิมมี 38 กรณี แต่จากการทำนายโดยใช้สมการจำแนกกลุ่ม พบว่า ทำนายถูก 38 กรณี คิดเป็นร้อยละ 100.0 (38 ใน 38) กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง เดิมมี 187 กรณี แต่จากการทำนายโดยใช้สมการจำแนกกลุ่ม พบว่า ทำนายถูก 144 กรณี คิดเป็นร้อยละ 78.3 (144 ใน 187) และกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง เดิมมี 28 กรณี แต่จากการทำนายโดยใช้สมการจำแนกกลุ่ม พบว่า ทำนายถูก 68 กรณี คิดเป็นร้อยละ 100.0 (28 ใน 28) พบว่าสมการจำแนกกลุ่มได้ถูกต้องร้อยละ 84.00 (38+144+28 = 210 ใน 250)

**4.3.2 ผลศึกษาแนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี**

การศึกษาแนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้วิจัยได้ศึกษาปัญหาที่พบในแต่ละระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์และสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อหาแนวทางการเข้าถึงคณิตศาสตร์และแนวทางยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ผลการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน โดยรายละเอียดแต่ละท่าน มีดังต่อไปนี้

ผู้ทรงคุณวุฒิคนที่ 1 กล่าวถึง แนวทางการเข้าถึงคณิตศาสตร์และแนวทางยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวว่า การเข้าถึงคณิตศาสตร์ที่ดีนั้น คือ นักเรียนต้องมองว่าปัญหานั้นตกเป็นปัญหาของนักเรียน นักเรียนจะหาวิธีแก้ปัญหาเอง โดยวิธีทางคณิตศาสตร์หรืออาจจะมีวิธีลัดที่อาจจะเกิดจากความคิดของนักเรียนแต่ละคน เพราะนักเรียนบางคนอาจมีวิธีคิดที่แตกต่างกัน ทำให้ปัญหานั้นเป็นปัญหาของนักเรียนก่อน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อาจจะเป็นกิจกรรมที่ได้ลงมือปฏิบัติหรือโจทย์ปัญหา ที่ต้องแสดงวิธีคิดหรือวิธีการนักเรียนอาจมีวิธีคิดที่หลากหลายในหนึ่งโจทย์อาจทำได้หลายวิธี และให้นักเรียนจะเอาปัญหานั้นมาคุย เพื่อให้เกิดการถกเถียงเพื่อให้ได้เหตุผล อาจใช้เป็นปัญหาปลายเปิด หรือปัญหาที่ไม่ใช่แค่บอกคำตอบ แต่ต้องสามารถให้เหตุผลคล้ายกันได้ หรือปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้หลายวิธี

ผู้ทรงคุณวุฒิคนที่ 2 กล่าวถึง แนวทางการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และแนวทางยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวว่า นักเรียนต้องมีการเชื่อมโยงในแต่ละวิชาเข้าด้วยกันได้ มีความคิดต่อยอดได้ บูรณาการความรู้ในห้องเรียนกับในชีวิตจริงได้ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความสุขทุกครั้งที่ได้เรียนคณิตศาสตร์ไม่เคร่งเคลียดจนเกินไป นักเรียนจะได้ทั้งความรู้และความสนุก ให้นักเรียนอยากเรียนคณิตศาสตร์อีกในครั้งต่อไป ได้เจอโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาจากง่ายไปยาก นอกจากนี้ควรมีสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วย

ผู้ทรงคุณวุฒิคนที่ 3 กล่าวถึง แนวทางการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และแนวทางยกระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวว่า ในการที่นักเรียนจะเข้าถึงคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียนตั้งแต่ต้น ความชอบของนักเรียน เราจะสามารถผลัดดันนักเรียนเข้าถึงคณิตศาสตร์ได้ไหม ส่วนสำคัญคือนักเรียนอาจจะเรียนไม่เก่งตั้งแต่เด็ก พอนักเรียนทำไม่ได้นักเรียนก็จะไม่ชอบ เพราะเฉพาะวิธีแก้ปัญหา คือ สร้างเจตคติให้นักเรียนมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ สร้างแรงจูงใจหรือแรงกระตุ้นนักเรียนในเชิงบวก สอนจากง่ายไปยาก ให้แบบฝึกหัดไม่ควรเยอะเกินไป มีสื่อการสอนที่หลากหลาย สร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียนด้วยการนำของรางวัลเข้ามาเกี่ยวด้วย มีการแข่งขันเป็นเกมมาช่วยเสริมให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นมากขึ้น

ผลการศึกษาปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ปัญหาในแต่ละระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และแนวทางแก้ปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยมีรายละเอียดปรากฏดังตารางที่ 4.27

**ตารางที่ 4.27** ผลการศึกษาปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ปัญหาในแต่ละระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และแนวทางแก้ปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

| การเข้าถึงคณิตศาสตร์ | | ปัญหาที่พบ | แนวทางแก้ปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ |
|---|---|---|---|
| ระดับต่ำ | ระดับการทำงานด้วยตนเอง | 1) นักเรียนไม่ตั้งใจทำงาน<br>2) นักเรียนไม่เข้าใจจึงไม่สามารถทำแบบฝึกหัดได้<br>3) นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้<br>4) ไม่สามารถสืบค้นหาข้อมูลด้วยตนเองได้ | ตั้งใจฟังครูสอนให้มากขึ้น และรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายอย่างตั้งใจ สอบถามครูทุกครั้งเมื่อไม่เข้าใจ ค้นคว้าหาแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลายรูปแบบ สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ มั่นตั้งคำถามเช็คความเข้าใจของตนเอง ก่อนที่จะต้องไปเจอกับโจทย์ปัญหาที่ยากกว่าและลงมือทำงานด้วยตนเอง พยายามสร้างประสบการณ์ในการแก้ปัญหาให้กับตนเองเยอะ ๆ หัดทำโจทย์ที่หลากหลาย เข้าใจเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบให้ได้ มีการเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ พยายามแก้ปัญหาด้วยตนเอง |
| | ระดับการนำเสนองานของนักเรียน | 1) นักเรียนไม่ชอบการนำเสนองาน<br>2) นักเรียนทำแบบฝึกหัดไม่ได้เลยไม่อยากออกไปนำเสนองาน<br>3) นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการนำเสนอ<br>4) นักเรียนไม่สามารถนำเสนองานด้วยตนเองได้ | สร้างความมั่นใจให้ตนเองโดยการออกไปนำเสนองานหน้าชั้นเรียนบ่อยๆ แล้วนักเรียนรู้ว่าการนำเสนองานนั้นไม่ได้อยากอย่างที่คิด ไม่กดดันตนเอง การฝึกฝนนำเสนองานบ่อย ๆ จะช่วยสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนไม่ว่างานนั้นจะถูกหรือผิดก็ได้รับคำชมเชยเสมอและค่อยนำคำแนะนำและให้กับไปแก้ไขภายหลังนำข้อผิดพลาดไปเป็นบทเรียนครั้งต่อไป ถ้าทำแบบฝึกหัดไม่ได้ก็ให้นำเสนอเท่าที่ตนเองเข้าใจ เป็นการตรวจเช็คคำตอบไปด้วยออกไปนำเสนอเราจะได้ข้อมูลเพิ่มขึ้นแล้วนำกลับมาแก้ไขการได้รับคำชมจะช่วยสร้างกำลังใจให้ตนเองมีความมั่นใจ |

(ต่อ)

**ตารางที่ 4.27** (ต่อ)

| การเข้าถึงคณิตศาสตร์ | | ปัญหาที่พบ | แนวทางแก้ปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ |
|---|---|---|---|
| | ระดับการทำงานกลุ่มย่อย | 1) นักเรียนไม่ค่อยมีส่วนรวมในการทำงานกลุ่ม<br>2) นักเรียนไม่มีการแลกเปลี่ยนกันในกลุ่มมากพอ | ก่อนที่จะทำงานนักเรียนควรสร้างกัลยาณมิตรภายในกลุ่มก่อนที่จะเริ่มงานให้ทุกคนภายในกลุ่มได้พูดคุยกันกล้าที่จะปรึกษา กล้าที่จะแสดงความคิดเห็นกัน เมื่อทุกคนเริ่มกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นต่อกันค่อยลงมือทำงานกลุ่ม ต้องให้ทุกคนระบุหน้าที่ของตัวเองลงไปในงานกลุ่มด้วยเพราะจะทำให้นักเรียนเรียนได้แบ่งหน้าที่กันชัดเจน |
| | ระดับการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน | 1) นักเรียนไม่มีส่วนรวมในการห้องเรียน<br>2) นักเรียนไม่ให้ความสนใจในห้องเรียน | นักเรียนต้องมีส่วนร่วมในชั้นเรียนอยู่เสมอจะทำให้เข้าใจและไม่น่าเบื่อ มีความกระตือรือร้นที่จะตอบคำถาม นักเรียนต้องกล้าพูดกล้าตอบไม่ว่าคำตอบนั้นจะถูกหรือผิด ถ้ามีสถานการณ์เข้ามาเกี่ยวข้องจะทำให้มีความคิดเชื่อมโยงกันเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบได้ |
| ระดับปานกลาง | ระดับการทำงานด้วยตนเอง | 1) นักเรียนไม่เข้าใจจึงไม่สามารถทำแบบฝึกหัดได้<br>2) นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้<br>3) ไม่สามารถสืบค้นหาข้อมูลด้วยตนเองได้อย่างครอบคลุม | นักเรียนต้องมีประสบการณ์เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากพอนักเรียนจะรู้วิธีการแก้ปัญหา นักเรียนต้องมีความกล้าที่จะเปลี่ยนแปลงตนเอง และต้องมีความมุ่งมั่นมากว่าแค่ความตังใจต้องมีความเชื่อว่า ศักยภาพของตนเองนั้นสามารถพัฒนาขึ้นได้ คำตอบที่นักเรียนได้ในแต่ละครั้งต้องมาจากความเข้าใจของนักเรียนจริงๆ อาจยกตัวอย่างที่หลากหลายให้กับตนเอง มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ให้เหตุผลได้ถึงวิธีที่ได้มาซึ่งคำตอบให้ได้ แก้ปัญหาด้วยตนเองให้ได้ทุกครั้ง |

(ต่อ)

**ตารางที่ 4.27** (ต่อ)

| การเข้าถึงคณิตศาสตร์ | | ปัญหาที่พบ | แนวทางแก้ปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ |
|---|---|---|---|
| | ระดับการนำเสนองานของนักเรียน | 1) นักเรียนไม่สามารถนำเสนองานคนเดียวได้<br>2) นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการนำเสนองาน | สร้างความมั่นใจโดยการที่จะออกไปนำเสนองานบ่อย ๆ ให้รู้ว่าการนำเสนองานนั้นไม่ได้ยากอย่างที่คิด ไม่กดดันตนเอง ฝึกฝนนำเสนองานบ่อย ๆ จะช่วยสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนไม่ว่างานนั้นจะถูกหรือผิดก็ค่อยรับฟังคำแนะนำไปปรับแก้ไขภายหลัง การได้รับคำชมจะช่วยสร้างกำลังใจให้นักเรียนมีความมั่นใจ |
| | ระดับการทำงานกลุ่มย่อย | 1) นักเรียนไม่ค่อยมีส่วนรวมในการทำงานกลุ่ม ทำงานได้ไม่เต็มที่ | ทุกคนระบุหน้าที่ของตัวเองลงไปในงานกลุ่ม เพราะจะทำให้ทุกคนได้แบ่งหน้าที่กันชัดเจน เข้าใจถึงเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อ ให้ทุกคนภายในกลุ่มช่วยกันอธิบาย นักเรียนได้ฝึกการตัดสินใจ และหัดยอมรับความคิดเห็นของคนอื่น ตั้งใจฟังและสังเกตแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนในกลุ่มให้มากขึ้น และนักเรียนต้องรับฟังความคิดเห็นของคนอื่นด้วย |
| | ระดับการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน | 1) นักเรียนไม่มีส่วนรวมในห้องเรียนมากพอ<br>2) นักเรียนไม่ให้ความสนใจในห้องเรียนมากพอ<br>3) นักเรียนไม่มั่นใจในคำตอบของตนเอง | นักเรียนมีส่วนร่วมอยู่เสมอ ฝึกแสดงความคิดเห็นของตนเองมีการโต้ตอบในชั้นเรียนอยู่เสมอ นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะตอบคำถาม พยายามทำกล้าพูดกล้าตอบ ไม่ว่าคำตอบนั้นจะถูกหรือผิดก็ตาม เข้าใจถึงการนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงของนักเรียนได้ |

จากตาราง 4.27 พบว่า ปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์และแนวทางการแก้ปัญหาการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามระดับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ดังนี้ นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ ในระดับการทำงานด้วยตนเอง มีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่มีความตั้งใจทำงาน นักเรียนยังขาดความรู้ในเนื้อหาไม่มีความรู้พื้นฐาน และไม่สามารถหาข้อมูลมาแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ มีแนวทางการยกระดับการทำงานด้วยตนเอง คือ ตั้งใจฟังครูสอนให้มากขึ้นและรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายอย่างตั้งใจ สอบถามครูทุกครั้งเมื่อไม่เข้าใจ ค้นคว้าหาแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลายรูปแบบ สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ มั่นตั้งคำถามเช็คความเข้าใจของตนเอง ก่อนที่จะต้องไปเจอกับโจทย์ปัญหาที่ยากกว่าและลงมือทำงานด้วยตนเอง พยายามสร้างประสบการณ์ในการแก้ปัญหาให้กับตนเองเยอะ ๆ หัดทำโจทย์ที่หลากหลาย เข้าใจเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบให้ได้ มีการเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ พยายามแก้ปัญหาด้วยตนเอง ในระดับการนำเสนองานของนักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่ชอบการนำเสนองานไม่มีความมั่นใจในการนำเสนอ และไม่สามารถนำเสนองานด้วยตนแองได้ มีแนวทางการยกระดับการนำเสนองานของนักเรียน คือ สร้างความมั่นใจให้ตนเองโดยการออกไปนำเสนองานหน้าชั้นเรียนบ่อย ๆ แล้วนักเรียนรู้ว่าการนำเสนองานนั้นไม่ได้ยากอย่างที่คิด ไม่กดดันตนเอง การฝึกฝนนำเสนองานบ่อย ๆ จะช่วยสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนไม่ว่างานนั้นจะถูกหรือผิดก็ได้รับคำชมเชยเสมอ และค่อยนำคำแนะนำและให้กับไปแก้ไขภายหลัง นำข้อผิดพลาดไปเป็นบทเรียนครั้งต่อไป ถ้าทำแบบฝึกหัดไม่ได้ก็ให้นำเสนอเท่าที่ตนเองเข้าใจ เป็นการตรวจเช็คคำตอบไปด้วย ออกไปนำเสนอเราจะได้ข้อมูลเพิ่มขึ้นแล้วนำกลับมาแก้ไข การได้รับคำชมจะช่วยสร้างกำลังใจให้ตนเองมีความมั่นใจ ในระดับการทำงานกลุ่มย่อยมีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่ค่อยมีส่วนรวมในการทำงานกลุ่ม และไม่มีการแลกเปลี่ยนกันในกลุ่มมากพอ มีแนวทางการยกระดับการทำงานกลุ่มย่อย คือ ก่อนที่จะทำงานนักเรียนควรสร้างกัลยาณมิตรภายในกลุ่มก่อนที่จะเริ่มงานให้ทุกคนภายในกลุ่มได้พูดคุยกันกล้าที่จะปรึกษา กล้าที่จะแสดงความคิดเห็นกันเมื่อทุกคนเริ่มกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นต่อกันค่อยลงมือทำงานกลุ่ม ต้องให้ทุกคนระบุหน้าที่ของตัวเองลงไปในงานกลุ่มด้วยเพราะจะทำให้นักเรียนเรียนได้แบ่งหน้าที่กันชัดเจน และในระดับการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน มีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่มีส่วนรวมในการห้องเรียน และไม่ให้ความสนใจในห้องเรียน มีแนวทางการยกระดับการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน คือ นักเรียนต้องมีส่วนร่วมในชั้นเรียนอยู่เสมอจะทำให้เข้าใจและไม่น่าเบื่อ มีความกระตือรือร้นที่จะตอบคำถาม นักเรียนต้องกล้าพูดกล้าตอบ ไม่ว่าคำตอบนั้นจะถูกหรือผิด ถ้ามีสถานการณ์เข้ามาเกี่ยวข้องจะทำให้มีความคิดเชื่อมโยงกันเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบได้

และนักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง ในระดับการทำงานด้วยตนเอง มีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่เข้าใจจึงไม่สามารถทำแบบฝึกหัดได้ ไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ และไม่สามารถสืบค้นหาข้อมูลด้วยตนเองได้อย่างครอบคลุม มีแนวทางการยกระดับการทำงานด้วยตนเอง คือ นักเรียนต้องมีประสบการณ์เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากพอนักเรียนจะรู้วิธีการแก้ปัญหา นักเรียนต้องมีความกล้าที่จะเปลี่ยนแปลงตนเอง และต้องมีความมุ่งมั่นมากว่าแค่ความตั้งใจต้องมีความเชื่อว่า ศักยภาพของตนเองนั้นสามารถพัฒนาขึ้นได้ คำตอบที่นักเรียนได้ในแต่ละครั้งต้องมาจากความเข้าใจของนักเรียนจริงๆ อาจยกตัวอย่างที่หลากหลายให้กับตนเอง มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ให้เหตุผลได้ถึงวิธีที่ได้มาซึ่งคำตอบให้ได้ แก้ปัญหาด้วยตนเองให้ได้ทุกครั้ง ในระดับ

การนำเสนองานของนักเรียน มีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่สามารถนำเสนองานคนเดียวได้ และไม่มีความมั่นใจในการนำเสนองาน มีแนวทางการยกระดับการนำเสนองานของนักเรียน คือ สร้างความมั่นใจโดยการที่จะออกไปนำเสนองานบ่อยๆ ให้รู้ว่าการนำเสนองานนั้นไม่ได้อยากอย่างที่คิด ไม่กดดันตนเอง ฝึกฝนนำเสนองานบ่อย ๆ จะช่วยสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนไม่ว่างานนั้นจะถูกหรือผิดก็ค่อยรับฟังคำแนะนำไปปรับแก้ไขภายหลัง การได้รับคำชมจะช่วยสร้างกำลังใจให้นักเรียนมีความมั่นใจ ในระดับการทำงานกลุ่มย่อย มีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่ค่อยมีส่วนรวมในการทำงานกลุ่มทำงานได้ไม่เต็มที่ มีแนวทางการยกระดับการทำงานกลุ่มย่อย คือ ทุกคนระบุหน้าที่ของตัวเองลงไปในงานกลุ่ม เพราะจะทำให้ทุกคนได้แบ่งหน้าที่กันชัดเจน เข้าใจถึงเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อให้ทุกคนภายในกลุ่มช่วยกันอธิบายนักเรียนได้ฝึกการตัดสินใจ และหัดยอมรับความคิดเห็นของคนอื่น ตั้งใจฟังและสังเกตแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนในกลุ่มให้มากขึ้น และนักเรียนต้องรับฟังความคิดเห็นของคนอื่นด้วย และในระดับการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน มีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่มีส่วนรวมในห้องเรียนมากพอ ไม่ให้ความสนใจในห้องเรียนมากพอ และไม่มั่นใจในคำตอบของตนเอง มีแนวทางการยกระดับการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน คือ นักเรียนมีส่วนร่วมอยู่เสมอ ฝึกแสดงความคิดเห็นของตนเองมีการโต้ตอบในชั้นเรียนอยู่เสมอ นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะตอบคำถามพยายามทำกล้าพูดกล้าตอบ ไม่ว่าคำตอบนั้นจะถูกหรือผิดก็ตาม เข้าใจถึงการนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงของนักเรียนได้

การศึกษาแนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี โดยการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้วิจัยได้สรุปการศึกษาแนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

ผลการศึกษาแนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ในระดับต่ำและปานกลาง ปรากฏดังตารางที่ 4.28



**ตารางที่ 4.28** แนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ในระดับต่ำ และระดับปานกลาง

| การเข้าถึงคณิตศาสตร์ | แนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ |
|---|---|
| ระดับต่ำ ไป ระดับปานกลาง | นักเรียนมีความสนใจในบทเรียน สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ สร้างแรงจูงใจหรือแรงกระตุ้นตนเองในเชิงบวก สอนจากง่ายไปยาก ฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น อธิบายแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลของตนเองกับครู รู้จักเรียนรู้การทำงานเป็นทีม มีการปรึกษาแลกเปลี่ยนความรู้กับ ยกตัวอย่างที่เกิดจากสถานการณ์จริงแล้วให้ตนเองคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่หลายหลาย อธิบายเหตุผลความสมเหตุสมผลที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้นได้ |

(ต่อ)

**ตารางที่ 4.28** (ต่อ)

| การเข้าถึงคณิตศาสตร์ | แนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ |
|---|---|
| ระดับปานกลาง ไป ระดับสูง | นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอและนักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการหาคำตอบ สามารถบอกเหตุผลอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาให้ชัดเจน ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนได้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง บอกเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อได้ ค้นหาเทคนิควิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น กล้าตอบ อย่างมั่นใจ นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันมีกิจกรรมกลุ่มให้ทำ ช่วยกันทำงาน สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ด้วย |

จากตารางที่ 4.28 พบว่า แนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ในระดับต่ำไประดับปานกลาง นักเรียนมีความสนใจในบทเรียน สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ สร้างแรงจูงใจหรือแรงกระตุ้นตนเองในเชิงบวก สอนจากง่ายไปยาก ฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนเกิดทักษะ และกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น อธิบายแสดงความคิดเห็น และแสดงเหตุผลของตนเองกับครู รู้จักเรียนรู้การทำงานเป็นทีม มีการปรึกษาแลกเปลี่ยนความรู้กับ ยกตัวอย่างที่เกิดจากสถานการณ์จริงแล้วให้ตนเองคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่หลายหลาย อธิบายเหตุผลความสมเหตุสมผลที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้นได้ และแนวทางการส่งเสริมที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลางไประดับสูง นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอและนักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการหาคำตอบ สามารถบอกเหตุผลอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาให้ชัดเจน ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนได้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง บอกเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อได้ ค้นหาเทคนิควิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น กล้าตอบ อย่างมั่นใจ นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันมีกิจกรรมกลุ่มให้ทำ ช่วยกันทำงาน สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ด้วย

สรุป ผลศึกษาแนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี พบว่า นักเรียนที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ มีปัญหาเกี่ยวกับนักเรียนไม่มีความตั้งใจทำงาน นักเรียนยังขาดความรู้ในเนื้อหา ไม่มีความรู้พื้นฐาน ไม่สามารถหาข้อมูลมาแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ ไม่ชอบการนำเสนองาน ไม่มีความมั่นใจในการนำเสนอ ไม่สามารถนำเสนองานด้วยตนแองได้ ไม่ได้รับการสนับสนุนจากครูมากพอ ไม่ค่อยมีส่วนรวมในการทำงานกลุ่ม ไม่มีการแลกเปลี่ยนกันในกลุ่มมากพอ ไม่มีส่วนรวมในการห้องเรียน และไม่ให้ความสนใจในห้องเรียน

มีแนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนมีความสนใจในบทเรียน สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ สร้างแรงจูงใจหรือแรงกระตุ้นตนเองในเชิงบวก สอนจากง่ายไปยาก ฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น อธิบายแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลของตนเองกับครู รู้จักเรียนรู้การทำงานเป็นทีม มีการปรึกษาแลกเปลี่ยนความรู้กับ ยกตัวอย่างที่เกิดจากสถานการณ์จริงแล้วให้ตนเองคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่หลายหลาย อธิบายเหตุผลความสมเหตุสมผลที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้นได้

และนักเรียนที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง มีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่เข้าใจจึงไม่สามารถทำแบบฝึกหัดได้ ไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ ไม่สามารถสืบค้นหาข้อมูลด้วยตนเองได้อย่างครอบคลุม ไม่สามารถนำเสนองานคนเดียวได้ ไม่มีความมั่นใจในการนำเสนองาน ไม่ค่อยมีส่วนรวมในการทำงานกลุ่ม ทำงานได้ไม่เต็มที่ ไม่มีส่วนรวมในห้องเรียนมากพอ ไม่ให้ความสนใจในห้องเรียนมากพอ และไม่มั่นใจในคำตอบของตนเอง มีแนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอและนักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการหาคำตอบ สามารถบอกเหตุผลอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาให้ชัดเจน ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนได้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง บอกเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อได้ ค้นหาเทคนิควิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นกล้าตอบ อย่างมั่นใจ นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันมีกิจกรรมกลุ่มให้ทำ ช่วยกันทำงานสามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ด้วย

# บทที่ 5
# สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

งานวิจัยเรื่อง การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้วิจัยได้นำเสนอการวิจัย ตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. สรุป
2. อภิปรายผล
3. ข้อเสนอแนะ

## 5.1 สรุป

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1.1 ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี พบว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ($X_1$) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ($X_2$) มีความสัมพันธ์กับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญ .05 โดยตัวแปรที่มีความสัมพันธ์มากที่สุด คือ ตัวแปรการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ($X_2$) รองลงมา คือ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ($X_1$) โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .686, .690 ตามลำดับ โดยกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ($X_1$) มีความสัมพันธ์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ($X_2$) มีค่านัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .735 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง เรียงลำดับจากค่าเฉลี่ย ได้แก่ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ($X_1$) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ($X_2$) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคือ 69.56 และ 61.52 ตามลำดับ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง เรียงลำดับจากค่าเฉลี่ยได้แก่ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ($X_1$) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ($X_2$) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคือ 52.93 และ 52.91 ตามลำดับ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับต่ำ เรียงลำดับจากค่าเฉลี่ย ได้แก่ การให้เหตุผลทาคณิตศาสตร์ ($X_2$) และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ($X_1$) ซึ่งมีค่าเฉลี่ย คือ 43.24 และ 41.29 ตามลำดับ โดยใช้การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis) พบว่า ปัจจัยจำแนกที่ทำให้กลุ่ม

มีความแตกต่างที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 คือ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถสร้างสมการ เพื่อใช้การพยากรณ์การเข้าถึงคณิตศาสตร์ (Discriminant Functions) ดังนี้ $D_1 = -10.591 + .208X_1 - .009X_2$ และ $D_2 = -3.487 - .124X_1 - .192X_2$ โดยสมการจำแนกกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ มีความน่าเชื่อถือที่ระดับ 83.9 % สัมประสิทธิ์ของตัวแปร Standardized Canonical ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่มของการเข้าถึงคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ลำดับแรกในฟังก์ชันที่ 1 ได้แก่ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ รองลงมาคือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และลำดับแรกในฟังก์ชันที่ 2 ได้แก่ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ รองลงมาคือ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสร้างสมการทำนายสมการสมาชิกในกลุ่มดังนี้ ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 1 คือ $-40.077 + 1.324X_1 + .539X_2$ ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 2 คือ $-63.537 + 1.761X_1 + .598X_2$ ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 3 คือ $-103.793 + 2.518X_1 + .491X_2$ โดยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $X_2$ ) เป็นปัจจัยที่มีอิทธิพลมากที่สุดในการจำแนกกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ( $X_1$ ) ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์คือ 1.194 และ -.610 ตามลำดับ ซึ่งกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ เดิมมี 38 กรณี แต่จากการทำนายโดยใช้สมการจำแนกกลุ่ม พบว่า ทำนายถูก 38 กรณี คิดเป็นร้อยละ 100.0 (38 ใน 38) กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง เดิมมี 187 กรณี แต่จากการทำนายโดยใช้สมการจำแนกกลุ่ม พบว่า ทำนายถูก 144 กรณี คิดเป็นร้อยละ 78.3 (144 ใน 187) และกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูง เดิมมี 28 กรณี แต่จากการทำนายโดยใช้สมการจำแนกกลุ่ม พบว่า ทำนายถูก 68 กรณี คิดเป็นร้อยละ 100.0 (28 ใน 28) พบว่าสมการจำแนกกลุ่มได้ถูกต้องร้อยละ 84.00 (38+144+28 = 210 ใน 250)

5.1.2 ผลการศึกษาแนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี พบว่า นักเรียนที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำ มีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่มีความตั้งใจทำงาน นักเรียนยังขาดความรู้ในเนื้อหา ไม่มีความรู้พื้นฐาน ไม่สามารถหาข้อมูลมาแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ ไม่ชอบการนำเสนองาน ไม่มีความมั่นใจในการนำเสนอ ไม่สามารถนำเสนองานด้วยตนแองได้ ไม่ได้รับการสนับสนุนจากครูมากพอ ไม่ค่อยมีส่วนรวมในการทำงานกลุ่ม ไม่มีการแลกเปลี่ยนกันในกลุ่มมากพอ ไม่มีส่วนรวมในการห้องเรียน และไม่ให้ความสนใจในห้องเรียน มีแนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนมีความสนใจในบทเรียน สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ สร้างแรงจูงใจหรือแรงกระตุ้นตนเองในเชิงบวก สอนจากง่ายไปยาก ฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนเกิดทักษะ และกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น อธิบายแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลของตนเองกับครู รู้จักเรียนรู้การทำงานเป็นทีม มีการปรึกษาแลกเปลี่ยนความรู้กับ ยกตัวอย่างที่เกิดจากสถานการณ์จริงแล้วให้ตนเองคิดหาวิธีแก้ปัญหา

ที่หลากหลายอธิบายเหตุผลความสมเหตุสมผลที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้นได้ และนักเรียนที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง มีปัญหาเกี่ยวกับ นักเรียนไม่เข้าใจจึงไม่สามารถทำแบบฝึกหัดได้ ไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ ไม่สามารถสืบค้นหาข้อมูลด้วยตนเองได้อย่างครอบคลุมไม่สามารถนำเสนองานคนเดียวได้ ไม่มีความมั่นใจในการนำเสนองาน ไม่ค่อยมีส่วนรวมในการทำงานกลุ่ม ทำงานได้ไม่เต็มที่ ไม่มีส่วนรวมในห้องเรียนมากพอ ไม่ให้ความสนใจในห้องเรียนมากพอ และไม่มั่นใจในคำตอบของตนเอง มีแนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และนักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการหาคำตอบสามารถบอกเหตุผลอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาให้ชัดเจน ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนได้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง บอกเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อได้ ค้นหาเทคนิควิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น กล้าตอบอย่างมั่นใจ นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันมีกิจกรรมกลุ่มให้ทำช่วยกันทำงาน สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ด้วย

## 5.2 อภิปรายผล

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี พบว่า ผลการวิจัยสามารถอภิปรายผล ได้ดังนี้

5.2.1 ผลการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 55.42 ($\bar{X} = 38.36, S.D. = 6.24$) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ใน ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 39.76 ($\bar{X} = 10.74, S.D. = 1.37$) และการเข้าถึงคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 73.90 ($\bar{X} = 49.86, S.D. = 3.86$) ความสัมพันธ์ระหว่างกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ โดยเรียงลำดับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 จากมากไปน้อย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (.690) และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (.686) ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร Canonical ในฟังก์ชันจำแนกกลุ่มจะได้สมการเพื่อใช้ในการพยากรณ์ (Discriminant Functions) กลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสร้างสมการทำนายสมการสมาชิกในกลุ่ม ดังนี้ ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 1 คือ $-40.077 + 1.324X_1 + .539X_2$ ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 2 คือ $-63.537 + 1.761X_1 + .598X_2$ $X_2$ ฟังก์ชันในการแบ่งกลุ่มของกลุ่มที่ 3 คือ $-103.793 + 2.518X_1 + .491X_2$ ทั้งนี้เนื่องมาจาก นักเรียนไม่เข้าใจจึงไม่สามารถ

ทำแบบฝึกหัดได้ ไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ ไม่สามารถสืบค้นหาข้อมูลด้วยตนเองได้อย่างครอบคลุม นักเรียนไม่สามารถนำเสนองานคนเดียวได้ ไม่มีความมั่นใจในการนำเสนองาน นักเรียนไม่ค่อยมีส่วนรวมในการทำงานกลุ่ม ทำงานได้ไม่เต็มที่ นักเรียนไม่มีส่วนรวมในห้องเรียนมากพอ ไม่ให้ความสนใจในห้องเรียนมากพอ ไม่มั่นใจในคำตอบของตนเอง การที่จะเกิดการเข้าถึงคณิตศาสตร์ที่ดีได้นั้น นักเรียนต้องมีประสบการณ์ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากพอนักเรียนจะรู้วิธีการแก้ปัญหา มีความกล้าที่จะเปลี่ยนแปลงตนเอง และต้องมีความมุ่งมั่นมากกว่าแค่ความตั้งใจต้องมีความเชื่อว่าศักยภาพของตนเองนั้นสามารถพัฒนาขึ้นได้ คำตอบที่นักเรียนได้ในแต่ละครั้งต้องมาจากความเข้าใจของนักเรียนจริง ๆ อาจยกตัวอย่างที่หลากหลายให้กับตนเอง มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ให้เหตุผลได้ถึงวิธีที่ได้มาซึ่งคำตอบให้ได้ แก้ปัญหาด้วยตนเองให้ได้ทุกครั้ง สร้างความมั่นใจโดยการที่จะออกไปนำเสนองานบ่อย ๆ ให้รู้ว่าการนำเสนองานนั้นไม่ได้ยากอย่างที่คิด ไม่กดดันตนเอง ฝึกฝนนำเสนองานบ่อย ๆ จะช่วยสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียน ไม่ว่างานนั้นจะถูกหรือผิดก็ค่อยรับฟังคำแนะนำไปปรับแก้ไขภายหลัง การได้รับคำชมจะช่วยสร้างกำลังใจให้นักเรียนมีความมั่นใจในการทำงานกลุ่ม ทุกคนระบุหน้าที่ของตัวเองลงไปในงานกลุ่ม เพราะจะทำให้ทุกคนได้แบ่งหน้าที่กันชัดเจน เข้าใจถึงเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อ ให้ทุกคนภายในกลุ่มช่วยกันอธิบาย นักเรียนได้ฝึกการตัดสินใจ และหัดยอมรับความคิดเห็นของคนอื่น ตั้งใจฟังและสังเกตแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนในกลุ่มให้มากขึ้นนักเรียนต้องรับฟังความคิดเห็นของคนอื่น ๆ ด้วยนักเรียนมีส่วนร่วมอยู่เสมอ ฝึกแสดงความคิดเห็นของตนเองมีการโต้ตอบในชั้นเรียนอยู่เสมอ นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะตอบคำถาม กล้าพูดกล้าตอบ ไม่ว่าคำตอบนั้นจะถูกหรือผิดก็ตามเข้าใจถึงการนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงของนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ A Mawaddah (2020, p. 36) ได้ศึกษาผลกระทบของประเภทบุคลิกภาพของนักเรียนต่อการประยุกต์ใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาในการแก้ปัญหา PISA พบว่า ลักษณะบุคลิกภาพส่งผลต่อกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาในการตอบคำถาม PISA ความหมายของการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่า ครูต้องใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาร่วมกันเพื่อระบุบุคลิกภาพของนักเรียนประเภทต่าง ๆ ในกระบวนการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพความสำเร็จของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา อีกทั้ง Ufuk Ozkubat (2020, p. 23) ได้ศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความต้องการพิเศษ: โมเดลการสอนกลยุทธ์ทางปัญญา “แก้ปัญหา” เป็นรูปแบบการสอนกลยุทธ์ทางปัญญาที่เรียกว่า “Solve It!” กลยุทธ์ คือ การสอนขั้นตอนกลยุทธ์การเรียนรู้เจ็ดขั้นตอนต่อไปนี้ อ่าน ถอดความ นึกภาพ ตั้งสมมติฐาน ทำนาย คำนวณ และตรวจสอบ ขั้นตอนกลยุทธ์การรับรู้แต่ละขั้นตอนมีขั้นตอนอภิปัญญาสามขั้นตอนต่อไปนี้ ถาม พูด และตรวจสอบ นอกจากนี้ บุญหลาย พุทธโค (2562, น. 80-83) ได้ศึกษาการศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญกาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด การศึกษาสาเหตุการใช้กลยุทธ์การวาดภาพ

เนื่องจากไม่ซับซ้อน สามารถหาคำตอบได้ง่ายและมีความถูกต้อง กลยุทธ์การสร้างตารางแจกแจง เนื่องจากนักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อที่จะนำมาซึ่งคำตอบ กลยุทธ์ใช้ตัวแปร เนื่องจากนักเรียนคิดว่าการใช้ตัวแปรเหมาะสมกับโจทย์ปัญหา และสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และรวดเร็ว ซึ่ง Paul Bosch (2018, p. 31) ได้ศึกษา EEG ด้วย SVM เพื่อทำความเข้าใจรากฐานทางปัญญาของกลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้พัฒนาวิธีการใหม่สำหรับการตรวจสอบและแยกรูปแบบโดยใช้เทคนิคการทำแหล่งข้อมูล และเทคนิคการเรียนรู้ของการรวบรวมข้อมูลจากการทดลองที่เน้น การศึกษากระบวนการทางปัญญาที่อาจกระตุ้นกลยุทธ์เฉพาะที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และจาก Ting-Rui Chiang (2019, p. 27) ที่ได้ศึกษาการสร้างสมการเชิงความหมายสำหรับการแก้ปัญหา และการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เป็นงานที่ท้าทายซึ่งต้องใช้ความเข้าใจภาษาธรรมชาติที่ถูกต้องเพื่อเชื่อมโยงข้อความภาษาธรรมชาติ และนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่ง พุทธรัตน์ คำเพ็ง (2561, น. 13-15) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ต่อการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับมาก และจาก พรพิมล แก้วละมุล (2562, น. 117-123) ได้ศึกษาการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง จะมีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล สามารถใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้อง และแก้โจทย์ปัญหาได้ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ ไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถให้เหตุผลได้บางส่วน และยังมีความ เข้าใจผิดในวิธีการหาคำตอบ เมื่อนำไปแก้โจทย์ปัญหาจึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องซึ่ง Hidayat Wahyudin (2018, p. 30) ได้ศึกษาการปรับปรุงความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนผ่านความฉลาดทางปัญหาและการเรียนรู้การสอบถามที่ขับเคลื่อนด้วยอาร์กิวเมนต์ เพื่อศึกษาปัจจัยบทบาทของคำสั่ง Adversity Quotient (AQ) และ Argument-Driven Inquiry (ADI) ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ปรับปรุงความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และ Keyur Faldu (2021, p. 25) ได้ศึกษาเรื่อง การใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปฏิบัติได้จริงความท้าทายกลยุทธ์ และโอกาสในการแก้ปัญหาคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุนี้การบรรลุความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นจะยังคง เป็นสายงานหลักในการวิจัยในอนาคตอันใกล้ เราตรวจสอบวิธีการที่ไม่ใช้ประสาท และประสาทเพื่อแก้ปัญหาคำศัพท์

ทางคณิตศาสตร์ที่บรรยายในภาษาธรรมชาติ เรายังเน้นถึงความสามารถของวิธีการเหล่านี้ในการทำให้เข้าใจได้ทั่วไป มีเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตีความได้ และอธิบายได้

5.2.2 แนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ในระดับต่ำไประดับปานกลาง นักเรียนต้องให้ความสนใจในบทเรียน สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ สร้างแรงจูงใจหรือแรงกระตุ้นตนเองในเชิงบวก ฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ ไม่เน้นการท่องจำ สร้างทักษะ และกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น อธิบายแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลของตนเองกับครู รู้จักเรียนรู้การทำงานเป็นทีมมีการปรึกษาแลกเปลี่ยนความรู้กัน ยกตัวอย่างที่เกิดจากสถานการณ์จริงแล้วให้ตนเองคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่หลายหลาย อธิบายเหตุผลความสมเหตุสมผลที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้นได้ และแนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี ที่มีการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับปานกลางไประดับสูง นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และนักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการหาคำตอบ สามารถบอกเหตุผลอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมา ให้ชัดเจน ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนได้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง บอกเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อได้ ค้นหาเทคนิควิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น กล้าตอบ อย่างมั่นใจ นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันมีกิจกรรมกลุ่มให้ทำ ช่วยกันทำงาน สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ทั้งนี้เนื่องมาจาก แนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ จากระดับต่ำไประดับปานกลาง นักเรียนควรมีความสนใจในบทเรียน สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ สร้างแรงจูงใจหรือแรงกระตุ้นตนเองในเชิงบวก สอนจากง่ายไปยากฝึกทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น อธิบายแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลของตนเองกับครู รู้จักเรียนรู้การทำงานเป็นทีม มีการปรึกษาแลกเปลี่ยนความรู้กับยกตัวอย่างที่เกิดจากสถานการณ์จริงแล้วให้ตนเองคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่หลายหลาย อธิบายเหตุผลความสมเหตุสมผลที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้นได้ และแนวทางการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์จากระดับปานกลางไประดับสูง นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และนักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการหาคำตอบ สามารถบอกเหตุผลอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาให้ชัดเจน ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนได้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง บอกเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อได้ ค้นหาเทคนิควิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น กล้าตอบ อย่างมั่นใจ นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันมีกิจกรรมกลุ่มให้ทำ ช่วยกันทำงาน สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ด้วย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Schoenfeld (2014, p. 24) ที่ได้กล่าวถึงวิธีที่จะส่งเสริมให้นักเรียนเข้าถึงคณิตศาสตร์ ได้อย่างเท่าเทียมกันหรือทั่วถึงทั้งชั้นเรียน ว่าครูควรสร้าง หรือเลือกสรร “ปัญหา” ที่มีประสิทธิภาพ มีแนวทางที่นักเรียนจะสามารถทำความเข้าใจกับปัญหานั้นอย่างหลากหลาย มีความท้าทายมากเพียงพอ และครูต้องส่งเสริมการมีส่วนร่วม ของนักเรียนในระหว่างการเรียนการสอน จึงจะสามารถส่งเสริมให้นักเรียนเกิด

การเรียนรู้ได้อย่างทั่วถึง และนักเรียนจะสามารถเข้าถึงคณิตศาสตร์ (Access to mathematics) ได้เท่าเทียมกันทั้งชั้นเรียนได้ ซึ่งชั้นเรียนที่ครูผู้สอนสามารถทำให้เกิดการเข้าถึงคณิตศาสตร์ได้อย่างเท่าเทียมกันทั้งชั้นเรียนได้นั้น “ปัญหา” ที่ให้กับนักเรียนนั้น จะต้องมีความท้าทายมากเพียงพอ และ Freire (1994, p. 12) กล่าวว่า การเข้าถึงคณิตศาสตร์มีความสำคัญ การเข้าถึงคณิตศาสตร์แสดงถึงว่าเด็กเป็นตัวแทนของคณิตศาสตร์ เด็กแสดงการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหน รวมถึงคุณครูก็จะสามารถประเมินผลในโรงเรียนได้โดยใช้การเข้าถึงคณิตศาสตร์เป็นรากฐานสนับสนุน ให้นักเรียนเกิดการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากขึ้น เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์มากขึ้น และเพิ่มระดับผมสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่ง Dalibor Gonda (2020, p. 14) ได้ศึกษาการวิเคราะห์ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการเข้าถึงการศึกษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระบบ MOOC สามารถระบุได้ว่าการเข้าถึงการศึกษาของนักเรียนตลอดจนการรับรู้ถึงสถานการณ์ใหม่ในแง่ของภัยคุกคาม หรือความท้าทายขึ้นอยู่กับระดับการศึกษา อีกทั้ง ปฏิพัฒน์ ติดทะ (2559, น. 14) ได้ศึกษาการใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ และความเข้าใจเชิงมโนมติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเข้าถึงคณิตศาสตร์ โดยการแสดงการมีส่วนร่วมในขั้นต่าง ๆ ของกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการใช้ปัญหาเป็นฐานอย่างกระตือรือร้น และทั่วถึง ซึ่งครูมีบทบาทในการให้ความช่วยเหลือ ชี้แนะโดยใช้วิธีการพูดแบบใส่ใจ (Accountable talk) และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้าถึงกิจกรรมในแต่ละคาบ

## 5.3 ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารีผู้วิจัยได้มีข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้ และเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 5.3.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

5.3.1.1 ผู้เรียนกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับต่ำควรได้รับการพัฒนาโดยนักเรียนต้องมีความสนใจในบทเรียน สร้างเจตคติให้ตนเองมีความชอบในวิชาคณิตศาสตร์ สร้างแรงจูงใจหรือแรงกระตุ้นตนเองในเชิงบวก สอนจากง่ายไปยาก ฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ ไม่เน้นการท่องจำ นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น อธิบายแสดงความคิดเห็น และแสดงเหตุผลของตนเองกับครู รู้จักเรียนรู้การทำงานเป็นทีม มีการปรึกษาแลกเปลี่ยนความรู้กับ ยกตัวอย่างที่เกิดจากสถานการณ์จริงแล้วให้ตนเองคิดหาวิธีแก้ปัญหาที่หลายหลาย อธิบายเหตุผลความสมเหตุสมผลที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้นได้ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนกลุ่มดังกล่าวเกิดการเข้าถึงในระดับสูง และเกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดียิ่งขึ้น

5.3.1.2 ผู้เรียนกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์ระดับปานกลาง ควรได้รับการพัฒนาโดยนักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และนักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการหาคำตอบ สามารถบอกเหตุผลอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาให้ชัดเจน ไม่เน้น

การท่องจำ นักเรียนได้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง บอกเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแต่ละข้อได้ ค้นหาเทคนิควิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น กล้าตอบ อย่างมั่นใจ นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันมีกิจกรรมกลุ่มให้ทำ ช่วยกันทำงาน สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ได้ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

5.3.1.3 ผู้เรียนกลุ่มการเข้าถึงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ระดับสูง ควรได้รับการส่งเสริมทางด้านคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์อยู่ตลอดเวลา การเรียนคณิตศาสตร์อยู่ตลอดเวลาทั้งนี้ เพื่อคงไว้ และส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ระดับสูงของผู้เรียนให้สูงยิ่งขึ้นไปโดยเน้นส่งเสริมในให้นักเรียนบอกเหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบอยู่เสมอ รวมไปถึงมีกลยุทธที่หลากหลาย การเรียนคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนอยู่ตลอดเวลา ซึ่งจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีและคงทนมากยิ่งขึ้น

**5.3.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป**

5.3.2.1 ควรมีการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในระดับชั้นอื่น หรือในเนื้อหาวิชาอื่น

5.3.2.2 ศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กับการเข้าถึงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน เช่น ด้านปัญญา ด้านอารมณ์ความรู้สึก และด้านพฤติกรรม หรือการศึกษาการใช้กลวิธีหรือเทคนิคการสอนให้เกิดการเข้าถึงคณิตศาสตร์

5.3.2.3 ในการเก็บข้อมูลหากแบบทดสอบ แบบสอบถามหรือแบบสัมภาษณ์มีจำนวนมากควรแบ่งเก็บข้อมูลให้เหมาะสม ไม่มากและไม่น้อยเกินไปในแต่ละครั้ง และควรคำนึกถึงช่วงเวลาที่เหมาะสมในการเก็บข้อมูลพร้อมกับประเมินผู้เรียน ว่าพร้อมที่จะเก็บข้อมูลมากน้อยเพียงใดเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลที่มีคุณภาพตามที่ต้องการ

# บรรณานุกรม

# บรรณานุกรม


กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พุทธศักราช 2545*. กรุงเทพฯ: คุรุสภา.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทยจำกัด.

กัลยา วานิชย์บัญชา. (2543). *สถิติเพื่อการตัดสินใจ.* กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2545). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์.* 46(530-532).

กนิษฐา สนุ่นไพบูลย์. (2560). *การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์. (2528). *จิตวิทยาการศึกษา (Educational Psychology).* กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

จิดาภา ลูกเงาะ. (2560). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. (ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.

จิราภัส พรมบังเกิด. (2562). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้น (5Es) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.

ชมพูนุท วินสันเทียะ. (2552). *การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน โดยใช้วิธีการสอนแบบโยนิสมบัติการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์*. (ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2543). *เอกสารการสอนรายวิชาหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒปทุมวัน.

ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2560). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย.* (พิมพ์ครั้งที่ 13). กรุงเทพฯ: อมรการพิมพ์.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2547). *การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา.* กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทิศนา แขมมณี. (2542). *ศาสตร์การสอน.* กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพาณิช.

ทิศนา แขมมณี. (2544). การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง: CIPPA MODEL. *วารสารครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2(3).* 1. อาคารรวมใจ 40 ปี โรงเรียนสาธิตสี มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายประถม).

ทิศนา แขมมณี. (2545). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน. (2551). *การประยุกต์ใช้ SPSS วิเคราะห์ข้อมูลงานวิจัย.* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กาฬสินธุ์: โรงพิมพ์ประสานการพิมพ์.

เทพสุดา เกตุทอง. (2551). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี.* (ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บรรดล สุขปิติ. (2542). *การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์.* นครปฐม: ราชภัฏนครปฐม.

บุญหลาย พุทธโค. (2562). *การศึกษากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาปลายเปิด.* (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

ปฏิพัฒน์ ติดทะ. (2559). *การใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์และความเข้าใจเชิงมโนมติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.* (ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต). เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ประสาท ศรปรีดา. (2523). *วิทยาเรียนรู้กับการสอน.* กรุงเทพฯ: กราฟิคอาร์ต.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2546). ความสำคัญของคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์.* 46(530-532).

ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (2548). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.* กรุงเทพฯ: เอส พี เอ็น การพิมพ์.

ปิยะธิดา ปัญญา. (2560). *สถิติสาหรับการวิจัย Statistical for Research*. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

ปรีชา เนาวเย็นผล. (2537). การพัฒนาความสามารถในการแกปญหาทางคณิตศาสตร. *วารสารคณิตศาสตร.* 38 (434-435).

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2538). *ประมวลสาระชุดวิชาการวิจัยเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา หน่วยที่ 6* กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

เปียทิพย์ เขาไปแก้ว. (2551). *ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.* (ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พรพิมล แก้วละมุล. (2562). *การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2551). *การวิจัยเพื่อการเรียนรู้:ปฏิบัติการวิจัยในชั้นเรียน.* กรุงเทพฯ: วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.

พุทธรัตน์ คำเพ็ง. (2561). *การจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี.* (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.

ไพศาล วรคำ. (2554). *การวิจัยทางการศึกษา.* (พิมพ์ครั้งที่ 2). มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

ไพศาล วรคำ. (2561). *การวิจัยทางการศึกษา.* มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

ไพศาล วรคำ. (2562). *การวิจัยทางการศึกษา (Educational Research).* (พิมพ์ครั้งที่ 1). มหาสารคาม: ตักสิราการพิมพ์.

ยุพิน พิพิธกุล. (2530). *การสอนคณิตศาสตร.* กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2542). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: บริษัท บพิธการพิมพจำกัด.

ยุพิน พิพิธกุล. (2545). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร.* กรุงเทพฯ : บริษัท บพิธการพิมพจำกัด.

รัชดา ยาตรา. (2549). *ผลของการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการสื่อสารที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* (ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ .

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์. (2554). *หน่วยที่ 9 กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.* ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช.

วิจารณ์ พานิช. (2556). *การสร้างการเรียนรู้สู่ศตวรรษที่ 21.* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2551). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์มูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.* (ปริญญาดุษฎีนิพนธ์). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้ สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอนและการวิจัย.* กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.

ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์2.* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

ศิริชัย กาญจนวาสี. (2552). ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม. (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศูนยพัฒนาหนังสือ. (2544). *หนังสือเสริมประสบการณวิชาคณิตศาสตรระดับประถมศึกษา และระดับมัธยมศึกษาตอนตน เรื่อง การแกปญหาคณิตศาสตร (Problem Solving).* กรุงเทพฯ: ศูนยพัฒนาหนังสือกรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการ.

ศูนย์พัฒนาหลักสูตรวิชาการ. (2544). *ทิศทางหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช2544.* กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหลักสูตรวิชาการ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.* (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค.ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *คู่มือวัดผลประเมินผลวิทยาศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลและประเมินผลคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ.* กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์.* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สมทรง สุวพานิช. (2542). *การศึกษาระดับพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หนึ่งขั้นตอนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2, 3 และ 4.* มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

สมเดช บุญประจักษ. (2543). *การแกปญหา.* กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.

สมวงษ แปลงประสพโชค และสมเดช บุญประจักษ. (2545). *กิจกรรมสงเสริมการคิดและแกปญหา คณิตศาสตร.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.

สัญญา ภัทรากร. (2552). *ผลการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องความน่าจะเป็น.* (ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สิริพร ทิพย์คง. (2537). *แนวโนมการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตรในสารัตถะและวิทยวิธีการทางวิชาคณิตศาสตรหนวยที่ 12-15.* นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem Solving).* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สุกัญญา สุขสบาย. (2556). *ผลการใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาร่วมกับแผนผังรูปเพชรและมุมทั้งสี่ที่มีต่อเจตคติและผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์: กรณีศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต). อุบลราชธานี: มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี.

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ. (2551). *การพัฒนาทักษะการคิด....พิชิตการสอน.* กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุลัดดา ลอยฟา. (2538). *รูปแบบการสอนแบบรวมมือกันเรียนรู.* ขอนแกน: มหาวิทยาลัยขอนแกน.

สุวร กาญจนมยูร. (2544). *เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา เล่ม 2*. กรุงเทพฯ: บริษัทสำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิชจำกัด.

สำนักงานส่งเสริมสังคมแห่งการเรียนรู้และคุณภาพเยาวชน. (2557). *การยกระดับคุณภาพครูไทยในคควรรษที่ 21*. กรุงเทพฯ: สำนักงานส่งเสริมสังคมแห่งการเรียนรู้และพัฒนาคุณภาพเยาวชน.

อัมพร ม้าคะนอง. (2553). *ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.* กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2556). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาสา รัตนเพชร และจีราพร ชมพิกุล. (2544). *ศึกษาทักษะการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน.* กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ

อาภา ถนัดชาง. (2534). การสอนแบบการแกปญหา. *วารสารแนะแนว.* 135(2), 17-20.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2550). *หลักการสอน (ฉบับปรับปรุง).* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

Adam, S., et al. (1977). *Teaching mathematics with emphasis on diagnostic approach*. New York: Harper & Row.

Anderson, K. B., & Pingry, R. E. (1973). *Problem - solving in mathematics: Its theory and practice*. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view.* New York: Holt Rinehart and Winstion. Inc.

Bandura, A. (1977). *Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change.* Psychological Review, 84, 191-215.

Bandura, A. (1997). *Self-Efficacy The Exercise of control.* New York: W.H. Freeman and Company.

Bandura, A. (1999). *Self-Efficacy in Changing Societies*. New York: Cambridge. University Press.

Bandura, I. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory.* Englewood Cliffs. NJ: Prentice-Hall.

Bandura, A. (2006). *Guide for Constructing Self-Efficacy Scale*. Greenwich. CT: Information Age.

Barnett, J.C. (1975). *Toward a theory of sequencing: Study 3-7: An investigation of the relationships of structural variables, instruction, and difficulty in verbal, arithmetic problem solving.* Dissertation abstracts international. 35(7).

Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K-8 helping children think mathematically*. New York: Macmillan Publishing Company.

Bell, F. H. (1978). *Teaching and learning mathematics (in secondary school).* Dubuque, lowa: Wm.C. Brown Company Publishers.

Brahier, Daniel J. (2005). *Teaching Secondary and Middle School Mathematics*. 2nd ed. Boston: Pearson Education.

Brannon. D.L. (1983). "An Exploratoy Study of job Satisfaction and Work Motivation of a Select Group of Information Technology Consultants in the Delaware Valley". *Dissertation Abstracts International*. 63(2): 471-A: August.

Bruckner, Leo J. (1957). *Developing Mathematics Understanding in the Upper Grade*. Philadelphia: The Ronald Press Company.

Bitter G., Hatfield M. and Edward T. (1989). *Mathematics Method the Elementary and Middle School*. A Comprehensive Approach. Boston: Allyn and Bacon. Inc.

Bruckner, L. J., & Grossnicle, F. E. (1957). *How to make arithmetic*. Philadelphia: The John C. Winston Co.

Charles, Randal, & Lester, Frank k. (1982). *Teaching problem solving: What, why & how*. California: Dale Seymour.

Clyde, C. G. (1967). *Teaching mathematics in the elementary school*. New York: The Ronald Press Company.

Cruikshank, D.E., and Sheffield, L.J. (2000). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics*. United States of America: John Wiley & Sons.

Dossey, J. A. and others. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom, A Contemporary Approach to Teaching Grade. 7-12*. Pacific Grove. Calif.: Brooks/Cole.

Eysenck, J., Arnold, W., and Meili, R. (1972). *Encyclopedia of Psychology*. London: Search Press Limited.

Farayola, P. L, & Salaudeen. K. A. (2009). Problem solving difficulties of pre-service NCE teachers in mathematics in Oyo state. *Nigeria. Abacus*. 34(1). 126-131.

Gagne, R. M. (1970). *The conditional of learning*. (2nd ed). New York: Holt. Rinehart and Winston.

Galotti, Kathleen M. (2013). *Cognitive Development*. California: Sage Publication. Inc.

Gonzales, N. A. (1994). *Problem posing: A neglected component in mathematics courses for prospective elementary and middle school teachers.* School science and mathematics. 94(2). 78-84.

Good, C. V. (1973). *Dictionary of education*. New York: McGraw Hill Book Company.

Greenwood, J.J. (1993). *On the Nature of Teaching and Assessing "Mathematical Power" and "Mathematical Thinking".* Arithmetic Teacher. 41(3). 144-152.

Guilford, J. P., & Hoepner, F. R. (1971). *The analysis of intelligence*. New York: McGraw Hill.

Hair, J., et al. (2010). *Multivariate data analysis* (7 ed). Upper saddleRiver. New Jersey: Pearson Education International.

Hartfield, Mary M, Edwards, Noney and Bitter, Gary G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School*. Boston: Allyn and Bacon.

Heddens, J.W., & Speer, W.R. (1992). *Today's Mathematics Concept and Methods in Elementary School Mathematics*. New York: Macmillan.

Heimer, R. T., & Trueblood, C. R. (1977). *Strategies for teaching children mathermatics.* Washington D.C.: Addison–Wesley Publishing Company. Inc.

Holmes, E. E. (1995). *New direction in elementary school mathematics interactive teaching and learning.* New Jersey: Prentice-Hall.

Kennedy, L. M. (1984). *Guiding childeren's learning of mathematics*. ($4^{th}$ed). Belmont. California: Wadsworth Pulishing Company.

Kennedy, Leonard M. and Tipp, Steve. (1994). *Guiding children's learning of Mathematics*. (5 ed.). Belmont: California Wadsworth.

Kenneth T. Henson. (1996). *"Methods and Strategies for Teaching in Secondary and Middle School".* (3 ed). U.S.A.: Longman Publishers.

Krajewski, Robert J., Martin, Gary S. and Walden, John C. (1983). *The Elementary School Principle*. New York: CBS Colleage Publishing.

Krulik, S., & Jesse, A. R. (1993). *Reasoning and problem solving*. A handbook for elementary school teachers. Boston: Allyn and Bacon. Inc.

Krulik, S., & Reys, R. E. (1980). *Problem solving in school mathematics*. Reston. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics. Inc.

Lesh, Richard and Judith Zawojewski. (1988). *Teaching mathematics in Grades K-8.* Boston Massachusetts: Ally and Bacon.

Lester, F.K. (1977). *Ideas about Problem Solving: A Look at Some Psychological Research.* Arithmetic Teacher. (25)12-15.

Lithner, J. (2012). *Learning mathematics by creative or imitative reasoning. SITY V Proceedings of the 12" International Congress on Mathematical Education*. Seoul. Korea.

Long, C. T. and Detemple, D. W. (2006). *Reasoning mathematically*. In Mathematical reasoning for elementary teacher. Edited by Long C. T. and Detemple D. W. USA: Pearson.

Musser, G. L. & Burger, W. F. (1997). *Mathematics for Elementary Teachers a Contemporary Approach*. Upper Saddle River. NJ: Prentice Hall.

Musser, G. L., and Shaughnessy, J. M. (1980). Problem-solving strategies in school mathematics. In Krulik, S., and Reys, R. E. (eds), *Problem Solving in School Mathematic*. pp. 136-145. Reston, VA: National Concil of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston. VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics. Inc.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston. VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2004). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. VA: NCTM.

O'Daffer. (1990). *Inductive and Deductive Reasoning*. Mathematice Teacher.

O'Daffer, P. G. and Thornquist, B. A. (1993). *Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof*. In P.S. Wilson (Ed.). Reasoning Ideas for the Classroom: High School Mathematics. New York Macmilan.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1969). *The Psychology of the Child Translated by Halen Weaver*. New York: Basic Book.

Polya, G. (1957). *How To Solve It: A new Aspect of Mathematical Method.* (2nd ed). New York: Doubleday and company.

Polya, G. (1973). *How to Solve It.* New Jersey: Princeton University Press.

Polya. (1980). *On solving mathematics problem in high school*. Problem solving in school mathematics 1980 Yearbook Virginia: The National Council of Teachers of mathematics.

Polya (1985). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. New York: Doubleday and Company Garden City.

Reys, R. E., Suydam, M. N., & Lindquist, M. M. (1995). *Helping children learn mathematics*. Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice Hall.

Rubenstein, R. & Bright, G. (Eds). (2004). *Perspectives on the Teaching of Mathematics. 2004 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).* Reston. VA: NCTM.

Schoenfeld, A.H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. In L.B. Resnick & L. E. Klopfer (Eds.) *Toward the thinking curriculum: Current cognitive.*

Schoenfeld, A. H., Floden, R. E., & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2014). *An introduction to the TRU Math Dimensions*. Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University.

Setati, M. (2008). *Access to mathematics versus access to the language of power: the struggle in multilingual mathematics classrooms.* South African Journal of Education. 28. 103–116.

Stiff. Lee V. (1999). *Developing Mathematics Reasoning in Grede K-12*. Verginia: national. council of Teacher of mathematical.

Stiggins, Richard. (1997). *Student-Centered Classroom Assessment*. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall. Inc.

Stone, C. (1998). *Leveling the Playing Field: An Urban School System Examines Equity in Access to Mathematics Curriculum*. The Urban Review. 30(4). 295-307.

Taro Yamane (1973). *Statistics: An Introductory Analysis*. (3rd ed). New York. Harper and Row. Publications.

Whitney, D. R. and D. L. Sabers. (1970). "Improving Essay Examinations III. Use of Item Analysis". *Technical Bulletin 11. Mimeographed*. Iowa City: University Evaluation and Examination Service.

# ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

**แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

**เรื่อง ความน่าจะเป็น**

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/**....... **โรงเรียนอนุกูลนารี**

**ชื่อ.........................................................นามสกุล..........................................เลขที่..................**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดโดยเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ

1. จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มสอบถามเพศของบุตรทุกคนจากครอบครัวที่มีบุตร 2 คน

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

2. โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง



..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

3. สายฟ้าสุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ด ให้เพื่อน โดยหยิบพร้อมกันจากกระเป๋าที่มีลูกอม 4 เม็ด รสแตกต่างกัน คือ รสโคล่า รสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ จงหาว่าเพื่อนของสายฟ้าจะได้รับลูกอมทั้งสองเม็ดเป็นรสใดได้บ้าง

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

4. สมชายได้รับส้มโอสายพันธุ์ต่างๆ จากเพื่อน 1 เข่ง เป็นส้มโอทองดี ส้มโอทับทิมสยาม ส้มโอขาวพวง ส้มโอขาวแตงกวา และส้มโอขาวน้ำผึ้ง สายพันธุ์ละ 1 ผล สมชายให้ลูกสาวไปสุ่มหยิบส้มโอมาให้ 3 ผล จงหาว่า ในถุงนั้นจะเป็นส้มโอสายพันธุ์ใดได้บ้าง



..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

5. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7

..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................

6. จินมีขนม 6 ชิ้น ที่บรรจุอยู่ในห่อที่มีลักษณะเดียวกัน จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีอาลัว 4 ชิ้น และวุ้นกรอบ 2 ชิ้น โดยอาลัวมี 4 สี คือ สีขาว สีน้ำตาล สีเขียว และสีชมพู และวุ้นกรอบมี 2 สี คือ สีแดง และสีเหลือง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จินหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน



..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................

**แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**
**เรื่อง ความน่าจะเป็น**

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/**........ **โรงเรียนอนุกูลนารี**

**ชื่อ..........................................................นามสกุล..........................................เลขที่..................**

**คำชี้แจง** จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

**สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก

1) ดาวจะหยิบได้ลูกปิงปองสีขาวอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................

2) ดาวมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูมากกว่าลูกปิงปองสีเหลือง ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................

3) ดาวไม่มีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูเลยใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................
.........................................................................................................................

**สถานการณ์ที่ 3** ร้านเค้กนุ่มทำเค้กก้อนละ 5 ปอนด์ เพื่อจำหน่ายโดยตัดเค้กแต่ละก้อนออกเป็น 8 ชิ้น ขนาดเท่าๆ กัน สำหรับแบ่งขายในวันศุกร์สิ้นเดือนก่อนที่จะปิดร้าน 1 ชั่วโมง ร้านเหลือเค้กส้ม 8 ชิ้น และเค้กช็อกโกแลต 6 ชิ้น จึงจัดใส่กล่องทึบที่เหมือนกัน กล่องละ 2 ชิ้น โดยให้แต่ละกล่องเป็นเค้กชนิดเดียวกัน แล้ววางคละกันไว้เพื่อเตรียมจำหน่ายแบบลดราคา

4) ถ้ากัมบี้ต้องการซื้อเค้ก จึงหยิบเค้กมา 1 กล่อง กัมบี้จะมีโอกาสได้เค้กชนิดใดมากกว่ากัน เพราะเหตุใด

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

5) จากข้อ 4 ถ้ากัมบี้ได้เค้กส้ม หลังจากนั้นอันนามาซื้อเค้ก โดยหยิบเค้กมา 2 กล่อง แล้วโอกาสที่อันนาจะได้เค้กส้มทั้งสองกล่อง กับโอกาสที่อันนาจะได้เค้กช็อกโกแลตทั้งสองกล่องเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................



6) จากข้อ 5 ถ้าเค้กที่อันนาซื้อไปเป็นเค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง แล้วหลังจากนั้นนักเรียนมาซื้อเค้กที่ร้านเค้กนุ่ม 2 กล่อง นักเรียนจะไม่มีโอกาสได้เค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่องอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

## แบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์ (Access to mathematics)

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/........** **โรงเรียนอนุกูลนารี**

**ชื่อ..................................................นามสกุล..............................................เลขที่.................**

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่ตรงกับความคิดเห็นที่แท้จริงของนักเรียนที่มีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพียงข้อละหนึ่งระดับ และโปรดตอบให้ครบทุกข้อ

การเข้าถึงคณิตศาสตร์ หมายถึง นักเรียนเข้าถึงบทเรียนคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาศให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนการสอนอย่างกระตือรือร้น อย่างมีความหมายได้อย่างทั่วถึงของนักเรียนทั้งชั้นเรียน

เกณฑ์ในการพิจารณาเลือกคำตอบ ดังนี้

3 หมายถึง ปฏิบัติเป็นประจำ

2 หมายถึง ปฏิบัติเป็นบางครั้ง

1 หมายถึง ไม่ปฏิบัติ

| ข้อ | ข้อคำถาม | การเข้าถึงคณิตศาสตร์ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 3 | 2 | 1 |
| ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work) | | | | |
| 1. | นักเรียนคิดว่านักเรียนทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างตั้งใจแล้วหรือไม่ | | | |
| 2. | นักเรียนคิดว่านักเรียนพยายามแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือไม่ | | | |
| 3. | นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถสืบค้นหนังสือ สืบค้นข้อมูล เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ | | | |
| ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations) | | | | |
| 4. | นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถนำเสนองานด้วยตนแองได้หรือไม่ | | | |
| 5. | นักเรียนคิดว่านักเรียนชอบออกไปนำเสนองานหน้าห้องเรียนหรือไม่ | | | |
| 6. | นักเรียนคิดว่าเมื่อต้องการความช่วยเหลือในขณะนำเสนอ แล้วนักเรียนสามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้หรือไม่ | | | |
| ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work) | | | | |
| 7. | นักเรียนคิดว่านักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มหรือไม่ | | | |
| 8. | นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้กันภายในกลุ่มได้ดีหรือไม่ | | | |

| ข้อ | ข้อคำถาม | การเข้าถึงคณิตศาสตร์ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 3 | 2 | 1 |
| 9. | นักเรียนคิดว่าเมื่อนักเรียนทำงานกลุ่มแล้วมีปัญหา นักเรียนสามารถช่วยกันแก้ปัญหาได้หรือไม่ | | | |
| การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion) | | | | |
| 10. | นักเรียนคิดว่านักเรียนมีส่วนร่วม ให้ความสนใจและแสดงความเห็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หรือไม่ | | | |
| 11. | นักเรียนไม่ต้องการให้ครูมากระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ใช่หรือไม่ | | | |
| 12. | นักเรียนไม่ต้องการให้ครูมีสิ่งอำนวนความสะดวกในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ใช่หรือไม่ | | | |

**ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม**

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

# แบบสัมภาษณ์กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการเข้าถึงคณิตศาสตร์

**ตอนที่ 1 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**

1. นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 2

.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

2. นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 3

.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

3. นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 4



.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

4. นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 5

.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

5. นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 6

.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................

**ตอนที่ 2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

1. นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

2. นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 3

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

3. นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 4

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................



4. นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 5

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

5. นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 6

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

**ตอนที่ 3 การเข้าถึงคณิตศาสตร์**

**ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work)**

1. ในการที่นักเรียนทำงานคนเดียวนักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations)**

2. ในการนำเสนองานของนักเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work)**

3. ในการทำงานกลุ่ม นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................



**การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion)**

4. ในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

# ภาคผนวก ข

# การหาคุณภาพเครื่องมือ

**แบบประเมินความสอดคล้อง**
**แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น**

**คำชี้แจง** โปรดพิจารณาความสอดคล้องของแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น แต่ละข้อต่อไปนี้

โดยทำเครื่องหมาย ✔ ลงในช่อง ☐ โดยที่

☐ สอดคล้อง มีค่า +1

☐ ไม่แน่ใจ มีค่า 0

☐ ไม่สอดคล้อง มีค่า -1

ตามความคิดเห็นของท่าน พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลหรือข้อเสนอแนะในการปรับปรุง แบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

**ข้อที่ 1**

1. จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มสอบถามเพศของบุตรทุกคนจากครอบครัวที่มีบุตร 2 คน (โจทย์ข้อที่ 1 ให้นักเรียนเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3.กลยุทธ์การแบ่งกรณี 4. กลยุทธ์การใช้เหตุผล

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง



เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**ข้อที่ 2**

2. โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง (โจทย์ข้อที่ 2 ให้นักเรียนเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3.กลยุทธ์การแบ่งกรณี 4. กลยุทธ์การใช้เหตุผล

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**ข้อที่ 3**

3. สายฟ้าสุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ด ให้เพื่อน โดยหยิบพร้อมกันจากกระเป๋าที่มีลูกอม 4 เม็ด รสแตกต่างกัน คือ รสโคล่า รสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ จงหาว่าเพื่อนของสายฟ้าจะได้รับลูกอมทั้งสองเม็ดเป็นรสใดได้บ้าง (โจทย์ข้อที่ 3 ให้นักเรียนเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3.กลยุทธ์การแบ่งกรณี 4. กลยุทธ์การใช้เหตุผล

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

.......................................................................................................................................

.......................................................................................................................................

**ข้อที่ 4**

4. สมชายได้รับส้มโอสายพันธุ์ต่างๆ จากเพื่อน 1 เข่ง เป็นส้มโอทองดี ส้มโอทับทิมสยาม ส้มโอขาวพวง ส้มโอขาวแตงกวา และส้มโอขาวน้ำผึ้ง สายพันธุ์ละ 1 ผล สมชายให้ลูกสาวไปสุ่มหยิบส้มโอมาให้ 3 ผล จงหาว่า ในถุงนั้นจะเป็นส้มโอสายพันธุ์ใดได้บ้าง (โจทย์ข้อที่ 4 ให้นักเรียนเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3.กลยุทธ์การแบ่งกรณี 4. กลยุทธ์การใช้เหตุผล

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง



เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

.......................................................................................................................................

.......................................................................................................................................

**ข้อที่ 5**

5. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเป็นจำนวนคี่ (โจทย์ข้อที่ 1 ให้นักเรียนเลือกใช้ 5 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3. กลยุทธ์การใช้เหตุผล 4. การใช้ตัวแปร

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

.......................................................................................................................................

.......................................................................................................................................

**ข้อที่ 6**

6. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 (โจทย์ข้อที่ 6 ให้นักเรียนเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3. กลยุทธ์การใช้เหตุผล 4. การใช้ตัวแปร 5. กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ 6. กลยุทธ์การแบ่งกรณี

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**ข้อที่ 7**

7. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันไม่เกิน 9 (โจทย์ข้อที่ 7 ให้นักเรียนเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3. กลยุทธ์การใช้เหตุผล 4. การใช้ตัวแปร 5. กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ 6. กลยุทธ์การแบ่งกรณี

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ



..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**ข้อที่ 8**

8. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน (โจทย์ข้อที่ 8 ให้นักเรียนเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3. กลยุทธ์การใช้เหตุผล 4. การใช้ตัวแปร 5. กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ 6. กลยุทธ์การแบ่งกรณี

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**ข้อที่ 9**

9. มีขนม 6 ชิ้น ที่บรรจุอยู่ในห่อที่มีลักษณะเดียวกัน จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีอาลัว 4 ชิ้น และวุ้นกรอบ 2 ชิ้น โดยอาลัวมี 4 สี คือ สีขาว สีน้ำตาล สีเขียว และสีชมพู และวุ้นกรอบมี 2 สี คือ สีแดง และสีเหลือง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จินาหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน (โจทย์ข้อที่ 9 ให้นักเรียนเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3. กลยุทธ์การใช้เหตุผล 4. การใช้ตัวแปร 5. กลยุทธ์การแบ่งกรณี

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

**ข้อที่ 10**

10. มีขนม 6 ชิ้น ที่บรรจุอยู่ในห่อที่มีลักษณะเดียวกัน จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีอาลัว 4 ชิ้น และวุ้นกรอบ 2 ชิ้น โดยอาลัวมี 4 สี คือ สีขาว สีน้ำตาล สีเขียว และสีชมพู และวุ้นกรอบมี 2 สี คือ สีแดง และสีเหลือง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จินาหยิบได้วุ้นกรอบทั้งสองชิ้น (โจทย์ข้อที่ 1 ให้นักเรียนเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ)

**กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** 1. กลยุทธ์การวาดภาพ 2. กลยุทธ์การสร้างตาราง 3. กลยุทธ์การใช้เหตุผล 4. การใช้ตัวแปร 5. กลยุทธ์การแบ่งกรณี

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง



เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

.

ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ

(.......................................................................)

............../................../..................

**แบบประเมินความสอดคล้อง**

**แบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น**

**คำชี้แจง** โปรดพิจารณาความสอดคล้องของแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น แต่ละข้อต่อไปนี้

โดยทำเครื่องหมาย ✔ ลงในช่อง ☐ โดยที่

☐ สอดคล้อง มีค่า +1

☐ ไม่แน่ใจ มีค่า 0

☐ ไม่สอดคล้อง มีค่า -1

ตามความคิดเห็นของท่าน พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลหรือข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

**ข้อที่ 1**

**สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้)

1) ดาวจะหยิบได้ลูกปิงปองสีขาวอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

**จุดประสงค์การเรียนรู้** ระบุผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม และผลลัพธ์ของเหตุการณ์

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง



เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

............................................................................................................................................

............................................................................................................................................

**ข้อที่ 2**

**สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้)

2) ดาวมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูมากกว่าลูกปิงปองสีเหลือง ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

**จุดประสงค์การเรียนรู้** ระบุผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม และผลลัพธ์ของเหตุการณ์

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

............................................................................................................................................

............................................................................................................................................

**ข้อที่ 3**

**สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้)

3) ดาวมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีเขียว ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

**จุดประสงค์การเรียนรู้** ระบุผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม และผลลัพธ์ของเหตุการณ์

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

**ข้อที่ 4**

**สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้)

4) ดาวไม่มีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูเลยใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

**จุดประสงค์การเรียนรู้** หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ



..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

**ข้อที่ 5**

**สถานการณ์ที่ 2** แก้วทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้)

5) ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 4 อย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

**จุดประสงค์การเรียนรู้** หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

**ข้อที่ 6**

| |
|---|
| **สถานการณ์ที่ 2** แก้วทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้) |
| 6) ลูกเต๋าไม่ขึ้นแต้ง 4 อย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด |
| **จุดประสงค์การเรียนรู้** หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ |

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**ข้อที่ 7**

| |
|---|
| **สถานการณ์ที่ 2** แก้วทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้) |
| 7) ลูกเต๋าขึ้นแต้มใดแต้มหนึ่ง จากแต้ม 1 ถึง 6 อย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด |
| **จุดประสงค์การเรียนรู้** หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ |

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................



**ข้อที่ 8**

| |
|---|
| **สถานการณ์ที่ 3** ร้านเค้กนุ่มทำเค้กก้อนละ 5 ปอนด์ เพื่อจำหน่ายโดยตัดเค้กแต่ละก้อนออกเป็น 8 ชิ้น ขนาดเท่าๆ กัน สำหรับแบ่งขายในวันศุกร์สิ้นเดือนก่อนที่จะปิดร้าน 1 ชั่วโมง ร้านเหลือเค้กส้ม 8 ชิ้น และเค้กช็อกโกแลต 6 ชิ้น จึงจัดใส่กล่องทึบที่เหมือนกัน กล่องละ 2 ชิ้น โดยให้แต่ละกล่องเป็นเค้กชนิดเดียวกัน แล้ววางคละกันไว้เพื่อเตรียมจำหน่ายแบบลดราคา (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้) |
| 8) ถ้ากัมบี้ต้องการซื้อเค้ก จึงหยิบเค้กมา 1 กล่อง กัมบี้จะมีโอกาสได้เค้กชนิดใดมากกว่ากัน เพราะเหตุใด |
| **จุดประสงค์การเรียนรู้** ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ หาข้อสรุป และแก้ปัญหา |

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**ข้อที่ 9**

**สถานการณ์ที่ 3** ร้านเค้กนุ่มทำเค้กก้อนละ 5 ปอนด์ เพื่อจำหน่ายโดยตัดเค้กแต่ละก้อนออกเป็น 8 ชิ้น ขนาดเท่าๆ กัน สำหรับแบ่งขายในวันศุกร์สิ้นเดือนก่อนที่จะปิดร้าน 1 ชั่วโมง ร้านเหลือเค้กส้ม 8 ชิ้น และเค้กช็อกโกแลต 6 ชิ้น จึงจัดใส่กล่องทึบที่เหมือนกัน กล่องละ 2 ชิ้น โดยให้แต่ละกล่องเป็นเค้กชนิดเดียวกัน แล้ววางคละกันไว้เพื่อเตรียมจำหน่ายแบบลดราคา (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้)

9) จากข้อ 8 ถ้ากัมปี้ได้เค้กส้ม หลังจากนั้นอันนามาซื้อเค้ก โดยหยิบเค้กมา 2 กล่อง แล้วโอกาสที่อันนาจะได้เค้กส้มทั้งสองกล่อง กับโอกาสที่อันนาจะได้เค้กช็อกโกแลตทั้งสองกล่องเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

**จุดประสงค์การเรียนรู้** ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ หาข้อสรุป และแก้ปัญหา

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

.......................................................................................................................................

.......................................................................................................................................

**ข้อที่ 10**

**สถานการณ์ที่ 3** ร้านเค้กนุ่มทำเค้กก้อนละ 5 ปอนด์ เพื่อจำหน่ายโดยตัดเค้กแต่ละก้อนออกเป็น 8 ชิ้น ขนาดเท่าๆ กัน สำหรับแบ่งขายในวันศุกร์สิ้นเดือนก่อนที่จะปิดร้าน 1 ชั่วโมง ร้านเหลือเค้กส้ม 8 ชิ้น และเค้กช็อกโกแลต 6 ชิ้น จึงจัดใส่กล่องทึบที่เหมือนกัน กล่องละ 2 ชิ้น โดยให้แต่ละกล่องเป็นเค้กชนิดเดียวกัน แล้ววางคละกันไว้เพื่อเตรียมจำหน่ายแบบลดราคา (จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้)

10) จากข้อ 9 ถ้าเค้กที่อันนาซื้อไปเป็นเค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง แล้วหลังจากนั้นนักเรียนมาซื้อเค้กที่ร้านเค้กนุ่ม 2 กล่อง นักเรียนจะไม่มีโอกาสได้เค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่องอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

**จุดประสงค์การเรียนรู้** ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ หาข้อสรุป และแก้ปัญหา

☐ สอดคล้อง ☐ ไม่แน่ใจ ☐ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ

.......................................................................................................................................

.......................................................................................................................................

ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ

(...........................................................)

............../................../..................

## แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์

**คำชี้แจง:** โปรดพิจารณาข้อคำถามแต่ละข้อที่แนบมาให้ว่าวัดได้ตรงตามด้านของการเข้าถึงคณิตศาสตร์หรือไม่ ตามความคิดเห็นของท่านพร้อมทั้งแสดงความคิดเห็นและข้อเสนอแนะ

โดย ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องตามด้านของการเข้าถึงคณิตศาสตร์

ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องตามด้านของการเข้าถึงคณิตศาสตร์

ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นไม่สอดคล้องตามด้านของการเข้าถึงคณิตศาสตร์

การเข้าถึงคณิตศาสตร์ หมายถึง นักเรียนสามารถศึกษาบทเรียนคณิตศาสตร์ทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างตั้งใจ สนใจที่จะนำเสนองาน สามารถที่จะนำเสนองานได้ มีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม สามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มอย่างมีประสิทธิภาพ และมีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

| ข้อคำถาม | | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | -1 | 0 | +1 |
| ระดับ การทำงานด้วยตนเอง (Individual work) | 1. นักเรียนคิดว่านักเรียนทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างตั้งใจแล้วหรือไม่ | | | |
| | 2. นักเรียนคิดว่าครูได้มีส่วนในการช่วยเหลือ สำหรับนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือหรือไม่ | | | |
| | 3. นักเรียนคิดว่าในขณะที่นักเรียนทำงานคนเดี่ยว ครูมีวิธีในการส่งเสริม และสนับสนุนนักเรียนหรือไม่ | | | |
| | 4. นักเรียนคิดว่านักเรียนพยายามแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือไม่ | | | |
| | 5. นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถสืบค้นหนังสือ สืบค้นข้อมูล เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ | | | |
| | 6. นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถถามครูได้ทุกเมื่อ เมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดข้อสงสัยหรือไม่ | | | |
| ระดับ การนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations) | 7.นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถนำเสนองานด้วยตนเองได้หรือไม่ | | | |
| | 8. นักเรียนคิดว่าเมื่อผู้นำเสนอต้องการความช่วยเหลือหรือคำชี้แนะจากครู ครูได้ช่วยเหลือผู้นำเสนออย่างชัดเจนหรือไม่ | | | |

| ข้อคำถาม | | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | -1 | 0 | -1 |
| ระดับ การนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations) | 9. นักเรียนคิดว่าครูได้ให้คำชี้แนะในส่วนที่ดีและไม่ดีในการนำเสนองานของนักเรียนหรือไม่ | | | |
| | 10. นักเรียนคิดว่านักเรียนชอบออกไปนำเสนองานหน้าห้องเรียนหรือไม่ | | | |
| | 11. นักเรียนคิดว่าครูให้การชมเชย สนับสนุน ให้กำลังใจนักเรียนที่กล้าแสดงออกหรือไม่ | | | |
| | 12. นักเรียนคิดว่าครูมีวิธีในการส่งเสริมในการนำเสนองานของนักเรียนหรือไม่ | | | |
| ระดับ การทำงานกลุ่มย่อย (Small group work) | 13. นักเรียนคิดว่านักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มหรือไม่ | | | |
| | 14. นักเรียนคิดว่าครูพยายามกระตุ้นให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มอย่างมีประสิทธิภาพ (เช่น พยายามให้นักเรียนคิดต่อยอด เป็นต้น) หรือไม่ | | | |
| | 15. นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้กันภายในกลุ่มได้ดีหรือไม่ | | | |
| | 16. นักเรียนคิดว่าเมื่อนักเรียนทำงานกลุ่มแล้วมีปัญหาครูจะเข้ามาช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาหรือไม่ | | | |
| | 17. นักเรียนคิดว่าครูมีวิธีในการส่งเสริมในการทำงานกลุ่มของนักเรียนหรือไม่ | | | |
| ระดับ การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion) | 18. นักเรียนคิดว่านักเรียนมีส่วนร่วม ให้ความสนใจและแสดงความเห็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หรือไม่ | | | |
| | 19. นักเรียนคิดว่าครูมีสื่อการสอนที่เพียงพอ และนักเรียนสามารถใช้สื่อการสอนนั้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสะดวกหรือไม่ | | | |
| | 20. นักเรียนคิดว่าครูได้กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หรือไม่ | | | |
| | 21. นักเรียนคิดว่าครูมีสิ่งอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เสมอหรือไม่ | | | |
| | 22. นักเรียนคิดว่าครูมีวิธีในการส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หรือไม่ | | | |

| ข้อคำถาม | | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | -1 | 0 | -1 |
| ระดับการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion) | 23. นักเรียนคิดว่าครูให้โอกาสทุกคนสอบถามปัญหาเมื่อเกิดความสงสัยเกี่ยวกับบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยครูจะตอบคำถามของนักเรียนทุกครั้งหรือไม่ | | | |
| | 24. นักเรียนคิดว่าครูมีวิธีการสอนที่หลากหลายเหมาะกับผู้เรียน และสามารถอธิบายให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ | | | |

**ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมจากผู้เชี่ยวชาญ**

..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................



ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ

(..................................................................)

................/..................../...................

**แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสัมภาษณ์กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการเข้าถึงคณิตศาสตร์**

**คำชี้แจง:** โปรดพิจารณาข้อคำถามแต่ละข้อที่แนบมาให้ว่าวัดได้ตรงตามแบบสัมภาษณ์หรือไม่ ตามความคิดเห็นของท่าน พร้อมทั้งแสดงความคิดเห็นและข้อเสนอแนะ

โดย ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องตามแบบสัมภาษณ์

ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องตามแบบสัมภาษณ์

ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นไม่สอดคล้องตามแบบสัมภาษณ์

| ข้อ | ข้อคำถาม | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | -1 | 0 | +1 |
| ตอนที่ 1 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ | | | | |
| 1. | นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 1 | | | |
| 2. | นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 3 | | | |
| 3. | นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 4 | | | |
| 4. | นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 5 | | | |
| 5. | นักเรียนอธิบายการใช้กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบกลยุทกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการในข้อ 9 | | | |
| ตอนที่ 2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | | | | |
| 1. | นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1 | | | |
| 2. | นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 7 | | | |
| 3. | นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 8 | | | |

| ข้อ | ข้อคำถาม | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | -1 | 0 | +1 |
| 4. | นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 9 | | | |
| 5. | นักเรียนอธิบายการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งคำตอบในแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อ 10 | | | |
| ตอนที่ 3 การเข้าถึงคณิตศาสตร์ | | | | |
| | ระดับการทำงานด้วยตนเอง (Individual work) | | | |
| 1. | ในการที่นักเรียนทำงานคนเดียวนักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร | | | |
| 2. | ในขณะที่นักเรียนทำงานเดี่ยว ครูได้ช่วยเหลือให้คำชี้แนะนักเรียนหรือไม่ในตอนที่นักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้ นักเรียนต้องการให้ครูให้การส่งเสริม และสนับสนุนนักเรียนอย่างไร | | | |
| | ระดับการนำเสนองานของนักเรียน (Student Presentations) | | | |
| 3. | ในการนำเสนองานของนักเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร | | | |
| 4. | ในการนำเสนองานครูได้ให้คำชี้แนะในส่วนที่ดีและไม่ดีในการนำเสนองานของนักเรียนอย่างไรบ้าง | | | |
| 5. | นักเรียนต้องการให้ครู หรือเพื่อน มาช่วยเหลือ ส่งเสริม และสนับสนุนในการนำเสนองานของนักเรียนอย่างไร | | | |
| | ระดับการทำงานกลุ่มย่อย (Small group work) | | | |
| 6. | ในการทำงานกลุ่ม นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร | | | |
| 7. | ครูพยายามกระตุ้นให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่มอย่างไร | | | |
| 8. | นักเรียนต้องการให้ครูมาช่วยเหลือ ส่งเสริม และสนับสนุนในการทำงานกลุ่มของนักเรียน อย่างไร | | | |
| | การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Whole class discussion) | | | |
| 9. | ในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน นักเรียนมีการเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหนอย่างไร | | | |
| 10. | ครูมีวิธีในการช่วยเหลือและส่งเสริมให้นักเรียนเข้าถึงคณิตศาสตร์มากน้อยแค่ไหน | | | |

**ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมจากผู้เชี่ยวชาญ**

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ

(.........................................................................)

................/..................../...................

**ตารางที่ ข.1** ผลรวมและค่า IOC ของแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| แบบทดสอบข้อที่ | คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ | | | $\sum R$ | IOC | สรุปผล |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 2 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 3 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 4 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 5 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 6 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 7 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 8 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 9 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 10 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |

**ตารางที่ ข.2** ผลรวมและค่า IOC ของแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

| แบบทดสอบข้อที่ | คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ | | | $\sum R$ | IOC | สรุปผล |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 2 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 3 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 4 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 5 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 6 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 7 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 8 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 9 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 10 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |

**ตารางที่ ข.3** ผลรวมและค่า IOC ของแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์

| แบบทดสอบข้อที่ | คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ | | | $\sum R$ | IOC | สรุปผล |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 2 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 3 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 4 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 5 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 6 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 7 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 8 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 9 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 10 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 11 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |
| 12 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง |

**ตารางที่ ข.4** ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (d) รายข้อของแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| แบบทดสอบข้อที่ | ค่าความยาก (p) | ค่าอำนาจจำแนก (d) |
|---|---|---|
| 1 | 0.7 | 0.6 |
| 2 | 0.7 | 0.5 |
| 3 | 0.7 | 0.6 |
| 4 | 0.6 | 0.7 |
| 5 | 0.6 | 0.8 |
| 6 | 0.7 | 0.6 |
| 7 | 0.6 | 0.8 |
| 8 | 0.6 | 0.8 |
| 9 | 0.7 | 0.5 |
| 10 | 0.7 | 0.6 |

หมายเหตุ. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ ($\alpha$) = 0.866

**ตารางที่ ข.5** ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (d) รายข้อของแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

| แบบทดสอบข้อที่ | ค่าความยาก (p) | ค่าอำนาจจำแนก (d) |
|---|---|---|
| 1 | 0.7 | 0.3 |
| 2 | 0.7 | 0.3 |
| 3 | 0.7 | 0.3 |
| 4 | 0.6 | 0.4 |
| 5 | 0.6 | 0.4 |
| 6 | 0.6 | 0.4 |
| 7 | 0.6 | 0.4 |
| 8 | 0.6 | 0.4 |
| 9 | 0.7 | 0.3 |
| 10 | 0.7 | 0.3 |

หมายเหตุ. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ ( $\alpha$ ) = 0.875

**ตารางที่ ข.6** ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (d) รายข้อของแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์

| แบบทดสอบข้อที่ | ค่าความยาก (p) | ค่าอำนาจจำแนก (d) |
|---|---|---|
| 1 | 0.7 | 0.6 |
| 2 | 0.7 | 0.5 |
| 3 | 0.7 | 0.6 |
| 4 | 0.6 | 0.7 |
| 5 | 0.7 | 0.7 |
| 6 | 0.7 | 0.6 |
| 7 | 0.6 | 0.8 |
| 8 | 0.6 | 0.8 |
| 9 | 0.7 | 0.5 |
| 10 | 0.6 | 0.5 |
| 11 | 0.5 | 0.4 |
| 12 | 0.6 | 0.4 |

หมายเหตุ. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ ( $\alpha$ ) = 0.929

**ตารางที่ ข.7** ค่าดัชนีความเห็นพ้องของผู้ประเมิน (RAI) ของแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 7 | 9 | 8 | 12 | 10 | 12 | 8 | 9 | 7 | 11 | 9 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 12 | 5 | 12 | 10 | 12 | 6 | 12 | 6 | 12 | 10 | 12 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | 12 | 7 | 12 | 12 | 11 | 12 | 12 | 6 | 11 | 12 | 12 | 12 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 12 | 9 | 11 | 12 | 7 | 9 | 12 | 10 | 11 | 12 | 6 | 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 7 | 3 | 12 | 11 | 12 | 7 | 6 | 3 | 11 | 10 | 11 | 6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 12 | 9 | 12 | 9 | 12 | 12 | 11 | 9 | 11 | 8 | 12 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 7 | 12 | 8 | 12 | 12 | 8 | 7 | 11 | 9 | 11 | 11 | 9 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 12 | 3 | 12 | 12 | 11 | 7 | 12 | 4 | 12 | 12 | 12 | 6 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 9 | 9 | 2 | 12 | 12 | 10 | 12 | 8 | 3 | 12 | 12 | 9 | 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 10 | 12 | 9 | 10 | 12 | 11 | 12 | 12 | 8 | 9 | 12 | 12 | 12 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 11 | 7 | 5 | 12 | 12 | 11 | 9 | 8 | 4 | 12 | 11 | 12 | 9 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 12 | 11 | 5 | 12 | 11 | 12 | 7 | 12 | 4 | 11 | 10 | 11 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 13 | 12 | 11 | 11 | 11 | 8 | 7 | 11 | 11 | 10 | 11 | 9 | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 14 | 12 | 2 | 11 | 12 | 5 | 12 | 12 | 1 | 10 | 11 | 6 | 11 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 15 | 12 | 7 | 12 | 12 | 7 | 10 | 11 | 7 | 11 | 11 | 8 | 9 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 16 | 12 | 3 | 12 | 12 | 8 | 12 | 11 | 3 | 12 | 12 | 7 | 12 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 17 | 12 | 6 | 12 | 12 | 12 | 12 | 11 | 6 | 12 | 11 | 11 | 12 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 18 | 7 | 7 | 12 | 12 | 8 | 6 | 6 | 7 | 12 | 12 | 9 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 19 | 9 | 8 | 11 | 12 | 10 | 10 | 8 | 8 | 11 | 12 | 9 | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 20 | 10 | 8 | 9 | 8 | 9 | 10 | 9 | 8 | 9 | 7 | 9 | 11 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 21 | 12 | 5 | 12 | 12 | 12 | 6 | 12 | 5 | 12 | 12 | 11 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 22 | 8 | 6 | 7 | 10 | 11 | 6 | 7 | 6 | 7 | 9 | 10 | 5 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 23 | 11 | 9 | 11 | 8 | 12 | 11 | 10 | 9 | 12 | 7 | 11 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 24 | 12 | 3 | 10 | 12 | 12 | 11 | 11 | 3 | 9 | 12 | 11 | 12 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 25 | 5 | 1 | 12 | 11 | 12 | 5 | 6 | 1 | 12 | 10 | 12 | 6 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 26 | 7 | 11 | 7 | 12 | 11 | 10 | 8 | 11 | 6 | 12 | 10 | 9 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 27 | 9 | 1 | 8 | 12 | 12 | 6 | 9 | 1 | 7 | 11 | 12 | 5 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 28 | 12 | 9 | 12 | 12 | 12 | 0 | 12 | 9 | 11 | 12 | 11 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 29 | 12 | 12 | 7 | 6 | 12 | 10 | 12 | 12 | 6 | 5 | 11 | 9 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 30 | 11 | 10 | 12 | 6 | 12 | 12 | 10 | 9 | 11 | 5 | 11 | 11 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.7** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\|R1-R2\|$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 31 | 12 | 12 | 12 | 7 | 8 | 10 | 12 | 12 | 12 | 6 | 7 | 9 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 32 | 11 | 7 | 7 | 12 | 12 | 12 | 10 | 6 | 7 | 12 | 12 | 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 33 | 9 | 12 | 12 | 12 | 12 | 6 | 9 | 12 | 12 | 12 | 11 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 34 | 12 | 12 | 12 | 11 | 8 | 6 | 12 | 12 | 12 | 10 | 9 | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 35 | 10 | 5 | 12 | 7 | 7 | 12 | 10 | 4 | 12 | 6 | 6 | 12 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 36 | 9 | 12 | 9 | 12 | 8 | 8 | 8 | 12 | 9 | 12 | 9 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 37 | 11 | 3 | 12 | 10 | 9 | 4 | 10 | 2 | 12 | 10 | 8 | 4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 38 | 12 | 6 | 7 | 12 | 9 | 12 | 12 | 5 | 6 | 12 | 8 | 12 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 39 | 8 | 11 | 11 | 10 | 9 | 10 | 9 | 11 | 10 | 10 | 8 | 9 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 40 | 12 | 11 | 11 | 12 | 9 | 11 | 12 | 11 | 10 | 12 | 8 | 12 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 41 | 12 | 5 | 11 | 12 | 5 | 5 | 12 | 5 | 10 | 12 | 4 | 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 42 | 12 | 4 | 12 | 12 | 7 | 12 | 12 | 4 | 11 | 12 | 6 | 12 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 43 | 9 | 10 | 12 | 12 | 11 | 6 | 8 | 10 | 11 | 12 | 10 | 5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 44 | 10 | 8 | 11 | 12 | 11 | 9 | 9 | 8 | 10 | 11 | 11 | 9 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 45 | 12 | 12 | 12 | 10 | 10 | 10 | 11 | 11 | 12 | 9 | 9 | 9 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 46 | 11 | 10 | 12 | 8 | 8 | 6 | 10 | 9 | 12 | 7 | 7 | 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 47 | 12 | 4 | 12 | 9 | 7 | 10 | 12 | 3 | 11 | 9 | 6 | 9 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 48 | 12 | 9 | 12 | 9 | 8 | 12 | 12 | 9 | 11 | 8 | 7 | 12 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 49 | 7 | 6 | 11 | 8 | 5 | 6 | 6 | 6 | 10 | 7 | 4 | 5 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 50 | 8 | 8 | 12 | 9 | 8 | 7 | 7 | 8 | 11 | 8 | 7 | 6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 51 | 6 | 6 | 7 | 12 | 11 | 10 | 5 | 6 | 6 | 11 | 10 | 9 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 52 | 12 | 5 | 12 | 10 | 11 | 12 | 12 | 5 | 11 | 9 | 10 | 12 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 53 | 12 | 6 | 12 | 6 | 12 | 10 | 12 | 6 | 12 | 5 | 11 | 9 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 54 | 12 | 2 | 6 | 8 | 6 | 8 | 11 | 2 | 5 | 7 | 5 | 9 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 55 | 12 | 8 | 7 | 10 | 6 | 8 | 12 | 7 | 6 | 9 | 5 | 9 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 56 | 8 | 9 | 10 | 8 | 8 | 12 | 7 | 9 | 9 | 7 | 7 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 57 | 7 | 5 | 5 | 11 | 6 | 8 | 6 | 5 | 5 | 10 | 5 | 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 58 | 12 | 11 | 12 | 8 | 5 | 8 | 11 | 12 | 11 | 7 | 6 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 59 | 12 | 6 | 12 | 10 | 9 | 7 | 12 | 5 | 12 | 9 | 10 | 6 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 60 | 7 | 5 | 12 | 9 | 6 | 9 | 6 | 4 | 12 | 8 | 6 | 9 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 61 | 8 | 4 | 9 | 5 | 11 | 9 | 7 | 4 | 8 | 4 | 10 | 8 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.7** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 62 | 9 | 6 | 7 | 9 | 6 | 12 | 8 | 6 | 6 | 9 | 6 | 12 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 63 | 7 | 9 | 12 | 10 | 9 | 12 | 8 | 9 | 12 | 9 | 8 | 12 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 64 | 9 | 5 | 11 | 10 | 12 | 7 | 8 | 5 | 10 | 9 | 11 | 6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 65 | 10 | 9 | 9 | 10 | 7 | 12 | 9 | 9 | 10 | 9 | 6 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 66 | 6 | 12 | 7 | 9 | 7 | 6 | 5 | 12 | 7 | 8 | 8 | 5 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 67 | 12 | 4 | 11 | 11 | 10 | 9 | 12 | 3 | 12 | 12 | 11 | 9 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 68 | 12 | 12 | 7 | 9 | 8 | 7 | 12 | 12 | 6 | 8 | 9 | 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 69 | 11 | 7 | 10 | 9 | 6 | 6 | 10 | 7 | 10 | 8 | 5 | 5 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 70 | 5 | 4 | 12 | 12 | 12 | 9 | 6 | 3 | 12 | 11 | 11 | 9 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 71 | 7 | 4 | 12 | 9 | 12 | 5 | 6 | 3 | 12 | 8 | 11 | 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 72 | 12 | 4 | 11 | 12 | 11 | 7 | 12 | 3 | 10 | 12 | 12 | 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 73 | 12 | 2 | 12 | 12 | 11 | 12 | 12 | 1 | 12 | 12 | 12 | 12 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 74 | 12 | 11 | 11 | 9 | 6 | 10 | 11 | 11 | 12 | 9 | 5 | 9 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 75 | 12 | 4 | 8 | 9 | 12 | 9 | 12 | 4 | 9 | 9 | 12 | 9 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 76 | 12 | 7 | 12 | 9 | 9 | 9 | 12 | 6 | 12 | 9 | 8 | 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 77 | 9 | 7 | 11 | 12 | 6 | 9 | 8 | 6 | 11 | 12 | 5 | 8 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 78 | 12 | 4 | 12 | 9 | 8 | 7 | 11 | 3 | 12 | 9 | 7 | 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 79 | 11 | 9 | 8 | 11 | 12 | 12 | 10 | 9 | 7 | 10 | 11 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 80 | 10 | 7 | 12 | 9 | 10 | 7 | 9 | 6 | 12 | 9 | 9 | 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 81 | 12 | 4 | 7 | 9 | 12 | 9 | 12 | 4 | 6 | 9 | 12 | 8 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 82 | 10 | 1 | 9 | 9 | 11 | 9 | 9 | 1 | 8 | 9 | 10 | 9 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 83 | 12 | 11 | 11 | 9 | 8 | 7 | 12 | 11 | 10 | 8 | 7 | 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 84 | 10 | 2 | 7 | 12 | 9 | 5 | 9 | 2 | 7 | 11 | 9 | 4 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 85 | 9 | 11 | 12 | 7 | 10 | 9 | 8 | 11 | 11 | 6 | 9 | 9 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 86 | 9 | 9 | 10 | 9 | 6 | 9 | 8 | 9 | 10 | 8 | 5 | 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 87 | 8 | 2 | 5 | 12 | 10 | 12 | 8 | 2 | 4 | 11 | 9 | 12 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 88 | 9 | 6 | 12 | 11 | 9 | 9 | 8 | 6 | 11 | 10 | 8 | 8 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 89 | 12 | 7 | 8 | 6 | 12 | 5 | 11 | 7 | 7 | 5 | 12 | 4 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 90 | 12 | 11 | 12 | 7 | 12 | 7 | 12 | 11 | 12 | 6 | 11 | 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 91 | 11 | 12 | 12 | 11 | 12 | 9 | 10 | 12 | 12 | 10 | 11 | 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 92 | 8 | 11 | 12 | 9 | 12 | 9 | 7 | 11 | 11 | 8 | 12 | 8 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.7** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 93 | 6 | 2 | 11 | 9 | 12 | 10 | 5 | 3 | 11 | 8 | 11 | 9 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 94 | 5 | 10 | 10 | 8 | 11 | 12 | 5 | 10 | 10 | 7 | 10 | 12 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 95 | 8 | 11 | 11 | 9 | 12 | 10 | 8 | 11 | 11 | 9 | 11 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 96 | 12 | 10 | 12 | 5 | 12 | 12 | 12 | 9 | 12 | 4 | 11 | 12 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 97 | 7 | 11 | 12 | 7 | 9 | 12 | 6 | 11 | 12 | 6 | 8 | 12 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 98 | 12 | 12 | 11 | 9 | 9 | 10 | 12 | 12 | 11 | 8 | 8 | 9 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 99 | 7 | 3 | 12 | 9 | 8 | 7 | 6 | 2 | 12 | 9 | 7 | 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 100 | 12 | 3 | 7 | 12 | 12 | 10 | 11 | 2 | 6 | 12 | 12 | 9 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 101 | 12 | 3 | 9 | 7 | 12 | 12 | 12 | 2 | 8 | 6 | 11 | 12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 102 | 12 | 10 | 8 | 9 | 5 | 12 | 11 | 10 | 7 | 9 | 4 | 12 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 103 | 10 | 1 | 10 | 9 | 12 | 5 | 9 | 1 | 10 | 8 | 12 | 4 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 104 | 9 | 8 | 10 | 12 | 10 | 12 | 8 | 8 | 9 | 12 | 9 | 12 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 105 | 12 | 11 | 12 | 8 | 12 | 10 | 11 | 11 | 12 | 7 | 11 | 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 106 | 12 | 2 | 10 | 12 | 8 | 12 | 12 | 1 | 10 | 12 | 7 | 12 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 107 | 12 | 12 | 11 | 5 | 7 | 5 | 12 | 12 | 10 | 4 | 6 | 4 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 108 | 11 | 8 | 8 | 9 | 10 | 9 | 10 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 109 | 5 | 10 | 7 | 11 | 10 | 6 | 6 | 10 | 6 | 10 | 9 | 6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 110 | 7 | 4 | 12 | 12 | 9 | 6 | 8 | 4 | 11 | 12 | 8 | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 111 | 10 | 3 | 6 | 8 | 11 | 12 | 9 | 3 | 5 | 8 | 10 | 12 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 112 | 12 | 4 | 12 | 7 | 8 | 4 | 12 | 4 | 12 | 6 | 7 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 113 | 12 | 2 | 10 | 6 | 10 | 12 | 12 | 2 | 9 | 5 | 9 | 12 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 114 | 12 | 7 | 12 | 12 | 12 | 6 | 12 | 6 | 12 | 11 | 12 | 6 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 115 | 11 | 3 | 8 | 9 | 10 | 12 | 10 | 2 | 7 | 8 | 9 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 116 | 12 | 6 | 8 | 8 | 8 | 4 | 12 | 5 | 7 | 7 | 7 | 4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 117 | 11 | 8 | 12 | 11 | 9 | 12 | 10 | 7 | 12 | 10 | 8 | 12 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 118 | 6 | 11 | 11 | 12 | 10 | 6 | 5 | 10 | 10 | 11 | 9 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 119 | 6 | 3 | 12 | 6 | 12 | 3 | 5 | 4 | 12 | 5 | 12 | 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 120 | 12 | 10 | 7 | 12 | 11 | 12 | 12 | 11 | 6 | 11 | 10 | 12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 121 | 12 | 1 | 12 | 8 | 8 | 3 | 12 | 2 | 12 | 7 | 7 | 4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 122 | 12 | 2 | 7 | 7 | 11 | 12 | 12 | 3 | 6 | 6 | 10 | 12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 123 | 12 | 4 | 12 | 12 | 12 | 8 | 12 | 3 | 12 | 11 | 11 | 9 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

ต่อ)

**ตารางที่ ข.7** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 124 | 12 | 8 | 12 | 7 | 10 | 12 | 11 | 7 | 11 | 6 | 9 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 125 | 12 | 4 | 12 | 7 | 10 | 8 | 11 | 5 | 12 | 6 | 9 | 9 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 126 | 12 | 3 | 12 | 5 | 5 | 12 | 11 | 2 | 11 | 4 | 4 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 127 | 12 | 8 | 11 | 10 | 10 | 7 | 12 | 7 | 11 | 9 | 9 | 8 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 128 | 12 | 6 | 7 | 8 | 6 | 8 | 12 | 5 | 6 | 7 | 5 | 9 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 129 | 12 | 7 | 12 | 12 | 8 | 3 | 12 | 6 | 12 | 12 | 7 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 130 | 12 | 2 | 12 | 5 | 12 | 8 | 12 | 1 | 12 | 4 | 11 | 9 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 131 | 12 | 4 | 9 | 8 | 12 | 12 | 11 | 3 | 8 | 7 | 11 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 132 | 11 | 4 | 5 | 6 | 10 | 7 | 10 | 4 | 5 | 5 | 9 | 6 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 133 | 12 | 4 | 12 | 11 | 6 | 12 | 12 | 3 | 12 | 10 | 5 | 12 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 134 | 12 | 4 | 6 | 12 | 12 | 9 | 12 | 3 | 6 | 11 | 11 | 8 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 135 | 12 | 5 | 9 | 8 | 8 | 5 | 12 | 4 | 8 | 7 | 7 | 4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 136 | 7 | 6 | 7 | 12 | 10 | 12 | 7 | 5 | 7 | 11 | 9 | 12 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 137 | 12 | 4 | 8 | 5 | 12 | 9 | 12 | 3 | 7 | 4 | 11 | 8 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 138 | 12 | 11 | 11 | 9 | 10 | 10 | 12 | 10 | 10 | 8 | 9 | 9 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 139 | 12 | 2 | 11 | 5 | 10 | 5 | 12 | 1 | 10 | 4 | 9 | 4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 140 | 12 | 7 | 7 | 10 | 9 | 12 | 12 | 6 | 6 | 9 | 8 | 12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 141 | 10 | 4 | 12 | 12 | 11 | 10 | 9 | 3 | 12 | 12 | 10 | 9 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 142 | 11 | 5 | 9 | 8 | 5 | 12 | 10 | 4 | 8 | 7 | 4 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 143 | 6 | 3 | 12 | 5 | 8 | 5 | 5 | 2 | 12 | 4 | 7 | 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 144 | 9 | 5 | 7 | 12 | 9 | 12 | 8 | 4 | 6 | 11 | 8 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 145 | 9 | 8 | 7 | 12 | 9 | 7 | 8 | 9 | 6 | 11 | 8 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 146 | 12 | 5 | 7 | 12 | 12 | 7 | 12 | 4 | 6 | 11 | 11 | 6 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 147 | 7 | 4 | 12 | 12 | 8 | 12 | 6 | 3 | 12 | 12 | 7 | 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 148 | 11 | 4 | 12 | 12 | 12 | 7 | 12 | 3 | 11 | 12 | 12 | 6 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 149 | 11 | 3 | 7 | 10 | 7 | 7 | 12 | 4 | 6 | 9 | 6 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 150 | 8 | 5 | 9 | 12 | 10 | 12 | 7 | 4 | 8 | 12 | 9 | 12 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 151 | 8 | 5 | 6 | 12 | 7 | 9 | 7 | 4 | 5 | 11 | 6 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 152 | 7 | 3 | 7 | 12 | 7 | 7 | 6 | 4 | 6 | 12 | 6 | 6 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 153 | 6 | 5 | 5 | 12 | 7 | 5 | 5 | 4 | 4 | 11 | 6 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 154 | 10 | 6 | 12 | 12 | 12 | 12 | 9 | 5 | 12 | 11 | 12 | 12 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.7** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\|R1-R2\|$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 155 | 11 | 2 | 12 | 12 | 8 | 12 | 12 | 1 | 11 | 11 | 7 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 156 | 6 | 2 | 11 | 8 | 5 | 9 | 7 | 1 | 10 | 7 | 4 | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 157 | 9 | 11 | 10 | 12 | 11 | 9 | 8 | 12 | 9 | 11 | 10 | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 158 | 6 | 4 | 9 | 12 | 12 | 12 | 5 | 3 | 8 | 11 | 12 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 159 | 12 | 11 | 5 | 7 | 4 | 12 | 12 | 10 | 4 | 6 | 3 | 12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 160 | 12 | 3 | 6 | 7 | 9 | 12 | 12 | 2 | 5 | 6 | 8 | 12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 161 | 9 | 3 | 7 | 12 | 9 | 5 | 9 | 2 | 6 | 12 | 8 | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 162 | 12 | 4 | 12 | 10 | 10 | 12 | 12 | 3 | 12 | 9 | 9 | 12 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 163 | 12 | 2 | 12 | 10 | 9 | 7 | 11 | 1 | 11 | 9 | 8 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 164 | 9 | 10 | 12 | 10 | 12 | 7 | 8 | 10 | 11 | 9 | 11 | 6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 165 | 9 | 3 | 7 | 12 | 11 | 5 | 8 | 2 | 6 | 12 | 10 | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 166 | 12 | 8 | 7 | 12 | 2 | 12 | 11 | 7 | 6 | 12 | 1 | 12 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 167 | 6 | 9 | 10 | 11 | 12 | 5 | 6 | 10 | 9 | 11 | 11 | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 168 | 9 | 8 | 12 | 12 | 9 | 12 | 9 | 7 | 11 | 11 | 8 | 12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 169 | 8 | 4 | 12 | 12 | 5 | 10 | 7 | 3 | 11 | 12 | 4 | 9 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 170 | 6 | 6 | 12 | 12 | 12 | 12 | 5 | 5 | 11 | 12 | 12 | 12 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 171 | 12 | 10 | 6 | 12 | 12 | 8 | 11 | 9 | 5 | 11 | 12 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 172 | 7 | 8 | 11 | 12 | 12 | 8 | 6 | 7 | 10 | 11 | 11 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 173 | 8 | 4 | 8 | 10 | 6 | 12 | 7 | 3 | 7 | 9 | 5 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 174 | 12 | 9 | 9 | 10 | 12 | 10 | 11 | 8 | 8 | 9 | 11 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 175 | 12 | 9 | 11 | 12 | 5 | 12 | 11 | 8 | 11 | 11 | 4 | 12 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 176 | 10 | 10 | 12 | 10 | 12 | 5 | 9 | 9 | 12 | 9 | 12 | 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 177 | 10 | 12 | 7 | 8 | 7 | 5 | 9 | 11 | 6 | 7 | 6 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 178 | 7 | 12 | 10 | 12 | 10 | 12 | 6 | 12 | 9 | 12 | 9 | 12 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 179 | 7 | 4 | 12 | 10 | 5 | 8 | 6 | 3 | 12 | 9 | 4 | 7 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 180 | 12 | 2 | 12 | 12 | 12 | 8 | 12 | 1 | 12 | 11 | 12 | 7 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 181 | 12 | 2 | 12 | 11 | 7 | 6 | 12 | 1 | 12 | 10 | 6 | 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 182 | 7 | 12 | 9 | 8 | 12 | 2 | 6 | 12 | 8 | 9 | 12 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 183 | 12 | 7 | 11 | 5 | 12 | 12 | 11 | 6 | 10 | 4 | 12 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 184 | 5 | 12 | 12 | 11 | 12 | 7 | 4 | 12 | 11 | 10 | 11 | 7 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 185 | 12 | 5 | 7 | 11 | 11 | 12 | 11 | 4 | 6 | 10 | 10 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |



(ต่อ)

**ตารางที่ ข.7** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\left\|R1-R2\right\|$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 186 | 10 | 11 | 9 | 9 | 11 | 5 | 9 | 10 | 8 | 9 | 10 | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 187 | 12 | 12 | 9 | 9 | 12 | 7 | 12 | 12 | 8 | 8 | 12 | 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 188 | 12 | 5 | 8 | 11 | 5 | 6 | 11 | 4 | 9 | 10 | 4 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 189 | 9 | 2 | 7 | 8 | 12 | 12 | 8 | 1 | 6 | 7 | 12 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 190 | 12 | 3 | 12 | 8 | 6 | 5 | 11 | 2 | 12 | 9 | 5 | 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 191 | 12 | 8 | 12 | 12 | 12 | 10 | 11 | 7 | 11 | 12 | 12 | 9 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 192 | 12 | 5 | 11 | 9 | 12 | 9 | 12 | 4 | 10 | 9 | 12 | 8 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 193 | 12 | 4 | 8 | 9 | 12 | 12 | 12 | 3 | 7 | 8 | 12 | 12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 194 | 12 | 11 | 6 | 8 | 12 | 10 | 11 | 10 | 5 | 9 | 11 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 195 | 7 | 10 | 6 | 5 | 12 | 5 | 6 | 9 | 5 | 4 | 12 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 196 | 9 | 2 | 11 | 9 | 8 | 12 | 8 | 1 | 10 | 8 | 7 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 197 | 9 | 7 | 5 | 9 | 12 | 4 | 8 | 6 | 4 | 8 | 11 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 198 | 12 | 12 | 12 | 7 | 10 | 4 | 11 | 12 | 12 | 6 | 9 | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 199 | 7 | 9 | 10 | 9 | 4 | 8 | 6 | 8 | 9 | 8 | 3 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 200 | 7 | 4 | 7 | 12 | 4 | 12 | 6 | 3 | 6 | 12 | 3 | 12 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 201 | 11 | 9 | 7 | 10 | 10 | 12 | 10 | 8 | 6 | 9 | 9 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 202 | 10 | 4 | 10 | 11 | 4 | 3 | 9 | 3 | 9 | 10 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 203 | 12 | 12 | 7 | 11 | 10 | 12 | 11 | 12 | 6 | 10 | 9 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 204 | 7 | 5 | 11 | 9 | 10 | 2 | 6 | 4 | 10 | 8 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 205 | 10 | 7 | 8 | 6 | 8 | 3 | 9 | 6 | 7 | 5 | 7 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 206 | 12 | 12 | 8 | 6 | 12 | 6 | 11 | 12 | 7 | 5 | 11 | 6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 207 | 6 | 8 | 12 | 8 | 12 | 7 | 6 | 7 | 12 | 7 | 12 | 7 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 208 | 7 | 6 | 5 | 7 | 12 | 12 | 6 | 6 | 4 | 6 | 12 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 209 | 12 | 3 | 11 | 6 | 7 | 4 | 11 | 2 | 11 | 5 | 6 | 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 210 | 12 | 4 | 12 | 9 | 5 | 8 | 11 | 3 | 11 | 8 | 4 | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 211 | 12 | 4 | 12 | 12 | 4 | 5 | 11 | 3 | 11 | 12 | 3 | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 212 | 12 | 12 | 12 | 7 | 12 | 5 | 11 | 12 | 12 | 6 | 12 | 5 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 213 | 8 | 7 | 4 | 8 | 4 | 8 | 9 | 6 | 3 | 9 | 3 | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 214 | 10 | 5 | 10 | 8 | 4 | 2 | 9 | 5 | 9 | 9 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 215 | 7 | 9 | 10 | 8 | 11 | 7 | 6 | 8 | 9 | 9 | 10 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 216 | 9 | 9 | 7 | 8 | 12 | 5 | 8 | 8 | 6 | 9 | 12 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.7** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\|R1-R2\|$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 217 | 10 | 9 | 11 | 12 | 9 | 8 | 9 | 8 | 10 | 11 | 8 | 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 218 | 12 | 8 | 11 | 7 | 12 | 2 | 11 | 7 | 10 | 6 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 219 | 12 | 11 | 9 | 12 | 9 | 7 | 11 | 10 | 9 | 12 | 8 | 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 220 | 12 | 6 | 10 | 8 | 12 | 4 | 11 | 5 | 9 | 9 | 11 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 221 | 7 | 3 | 10 | 6 | 4 | 10 | 7 | 2 | 9 | 5 | 3 | 9 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 222 | 12 | 8 | 10 | 8 | 12 | 12 | 12 | 8 | 9 | 9 | 12 | 12 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 223 | 8 | 1 | 10 | 8 | 2 | 2 | 7 | 1 | 9 | 9 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 224 | 8 | 5 | 5 | 12 | 4 | 12 | 7 | 5 | 4 | 12 | 3 | 12 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 225 | 7 | 6 | 10 | 8 | 4 | 12 | 6 | 6 | 9 | 9 | 3 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 226 | 8 | 3 | 7 | 6 | 2 | 2 | 7 | 3 | 6 | 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 227 | 10 | 2 | 10 | 9 | 2 | 3 | 9 | 1 | 9 | 9 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 228 | 6 | 6 | 10 | 11 | 4 | 2 | 7 | 5 | 9 | 11 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 229 | 12 | 7 | 9 | 11 | 9 | 7 | 11 | 7 | 8 | 10 | 8 | 6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 230 | 7 | 5 | 10 | 12 | 4 | 2 | 6 | 4 | 9 | 11 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 231 | 10 | 6 | 10 | 9 | 2 | 8 | 9 | 6 | 9 | 8 | 1 | 7 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 232 | 6 | 5 | 6 | 11 | 3 | 8 | 5 | 4 | 5 | 10 | 2 | 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 233 | 11 | 12 | 12 | 11 | 12 | 12 | 12 | 12 | 11 | 10 | 12 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 234 | 7 | 2 | 10 | 12 | 11 | 4 | 8 | 1 | 9 | 12 | 10 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 235 | 9 | 12 | 12 | 12 | 9 | 8 | 8 | 12 | 12 | 12 | 8 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 236 | 9 | 7 | 12 | 9 | 9 | 10 | 8 | 6 | 12 | 8 | 8 | 9 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 237 | 7 | 8 | 12 | 12 | 3 | 6 | 6 | 7 | 12 | 12 | 2 | 5 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 238 | 10 | 6 | 9 | 12 | 4 | 4 | 9 | 7 | 8 | 12 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 239 | 10 | 6 | 12 | 8 | 7 | 8 | 9 | 7 | 11 | 7 | 6 | 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 240 | 12 | 10 | 8 | 12 | 12 | 2 | 12 | 11 | 7 | 12 | 12 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 241 | 11 | 7 | 12 | 12 | 10 | 12 | 10 | 8 | 12 | 11 | 9 | 12 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 242 | 7 | 7 | 12 | 10 | 7 | 12 | 6 | 6 | 12 | 11 | 6 | 12 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 243 | 11 | 2 | 11 | 9 | 4 | 4 | 10 | 1 | 10 | 8 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 244 | 9 | 4 | 9 | 8 | 10 | 3 | 8 | 3 | 8 | 12 | 9 | 2 | 1 | 1 | 1 | 4 | 1 | 1 |
| 245 | 8 | 3 | 12 | 10 | 10 | 3 | 7 | 2 | 12 | 9 | 9 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 246 | 12 | 3 | 12 | 10 | 10 | 4 | 11 | 2 | 11 | 9 | 9 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 247 | 12 | 4 | 11 | 9 | 10 | 5 | 12 | 3 | 10 | 8 | 9 | 4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.7** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\|R1-R2\|$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 248 | 10 | 6 | 10 | 12 | 4 | 12 | 9 | 5 | 9 | 11 | 3 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 249 | 11 | 4 | 9 | 12 | 11 | 10 | 10 | 3 | 8 | 11 | 10 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 250 | 12 | 3 | 10 | 12 | 9 | 12 | 11 | 2 | 9 | 11 | 8 | 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| ค่าดัชนีความเห็นพ้องของผู้ประเมิน (RAI) เท่ากับ .94 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**ตารางที่ ข.8**

ค่าดัชนีความเห็นพ้องของผู้ประเมิน (RAI) ของแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 5 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 7 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 8 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 9 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 10 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 12 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 13 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 14 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 15 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 16 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 17 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 18 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 19 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 20 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 21 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 22 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 23 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 24 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 25 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 26 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 27 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 28 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 29 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 30 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.8** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2\rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 31 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 32 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 33 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 34 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 35 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 36 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 37 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 38 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 39 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 40 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 41 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 42 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 43 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 44 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 45 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 46 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 47 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 48 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 49 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 50 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 51 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 52 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 53 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 54 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 55 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 56 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 57 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 58 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 59 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 60 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 61 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.8** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\|R1-R2\|$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 62 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 63 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 64 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 65 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 66 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 67 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 68 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 69 | 2 | 3 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 70 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 71 | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 72 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 73 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 74 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 75 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 76 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 77 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 78 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 79 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 80 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 81 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 82 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 83 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 84 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 85 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 86 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 87 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 88 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 89 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 90 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 91 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 92 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |



(ต่อ)

**ตารางที่ ข.8** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 93 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 94 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 95 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 96 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 97 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 98 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 99 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 100 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 101 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 102 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 103 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 104 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 105 | 3 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 106 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 107 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 108 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 109 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 110 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 111 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 112 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 113 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 114 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 115 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 116 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 117 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 118 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 119 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 120 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 121 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 122 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 123 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

ต่อ)

**ตารางที่ ข.8** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\|R1-R2\|$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 124 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 125 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 126 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 127 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 128 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 129 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 130 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 131 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 132 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 133 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 134 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 135 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 136 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 137 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 138 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 139 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 140 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 141 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 142 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 143 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 144 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 145 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 146 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 147 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 148 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 149 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 150 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 151 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 152 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 153 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 154 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



(ต่อ)

**ตารางที่ ข.8** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 155 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 156 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 157 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 158 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 159 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 160 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 161 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 162 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 163 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 164 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 165 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 166 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 167 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 168 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 169 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 170 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 171 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 172 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 173 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 174 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 175 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 176 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 177 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 178 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 179 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 180 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 181 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 182 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 183 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 184 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 185 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.8** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1 - R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 186 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 187 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 188 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 189 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 190 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 191 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 192 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 193 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 194 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 195 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 196 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 197 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 198 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 199 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 200 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 201 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 202 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 203 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 204 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 205 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 206 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 207 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 208 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 209 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 210 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 211 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 212 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 213 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 214 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 215 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 216 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.8** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 217 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 218 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 219 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 220 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 221 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 222 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 223 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 224 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 225 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 226 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 227 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 228 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 229 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 230 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 231 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 232 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 233 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 234 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 235 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 236 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 237 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 238 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 239 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 240 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 241 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 242 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 243 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 244 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 245 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 246 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 247 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |

(ต่อ)

**ตารางที่ ข.8** (ต่อ)

| เลขที่ | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 1 | | | | | | ผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 | | | | | | $\lvert R1-R2 \rvert$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 248 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 249 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 250 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| ค่าดัชนีความเห็นพ้องของผู้ประเมิน (RAI) เท่ากับ .93 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

# ภาคผนวก ค
# เฉลยแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
# และ แนวทางการตอบแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

## เฉลยแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
## เรื่อง ความน่าจะเป็น

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3** **โรงเรียนอนุกูลนารี**

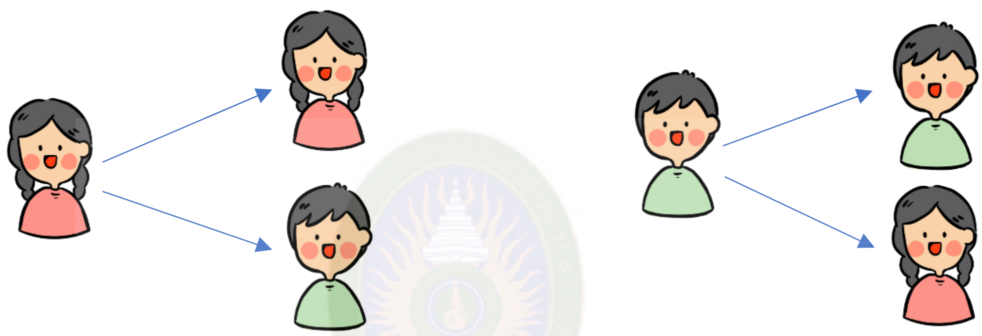
**ชื่อ.................................................นามสกุล.................................................เลขที่..................**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดโดยเลือกใช้ 2 กลยุทธ์ขึ้นไปในการหาคำตอบ

1. จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มสอบถามเพศของบุตรทุกคนจากครอบครัวที่มีบุตร 2 คน

**เฉลย**

**กลยุทธ์การวาดภาพ**



ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น คือ (ชาย, ชาย), (ชาย, หญิง), (หญิง, ชาย), (หญิง, หญิง)

**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

| เพศ | หญิง | ชาย |
|---|---|---|
| **หญิง** | ✓ | ✓ |
| **ชาย** | ✓ | ✓ |

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น คือ (ชาย, ชาย), (ชาย, หญิง), (หญิง, ชาย), (หญิง, หญิง)

**กลยุทธ์การแบ่งกรณี**

กรณีลูกคนที่ 1 เป็นชาย จะได้ (ชาย, ชาย), (ชาย, หญิง)

กรณีลูกคนที่ 2 เป็นหญิง จะได้ (หญิง, ชาย), (หญิง, หญิง)

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น คือ (ชาย, ชาย), (ชาย, หญิง), (หญิง, ชาย), (หญิง, หญิง)

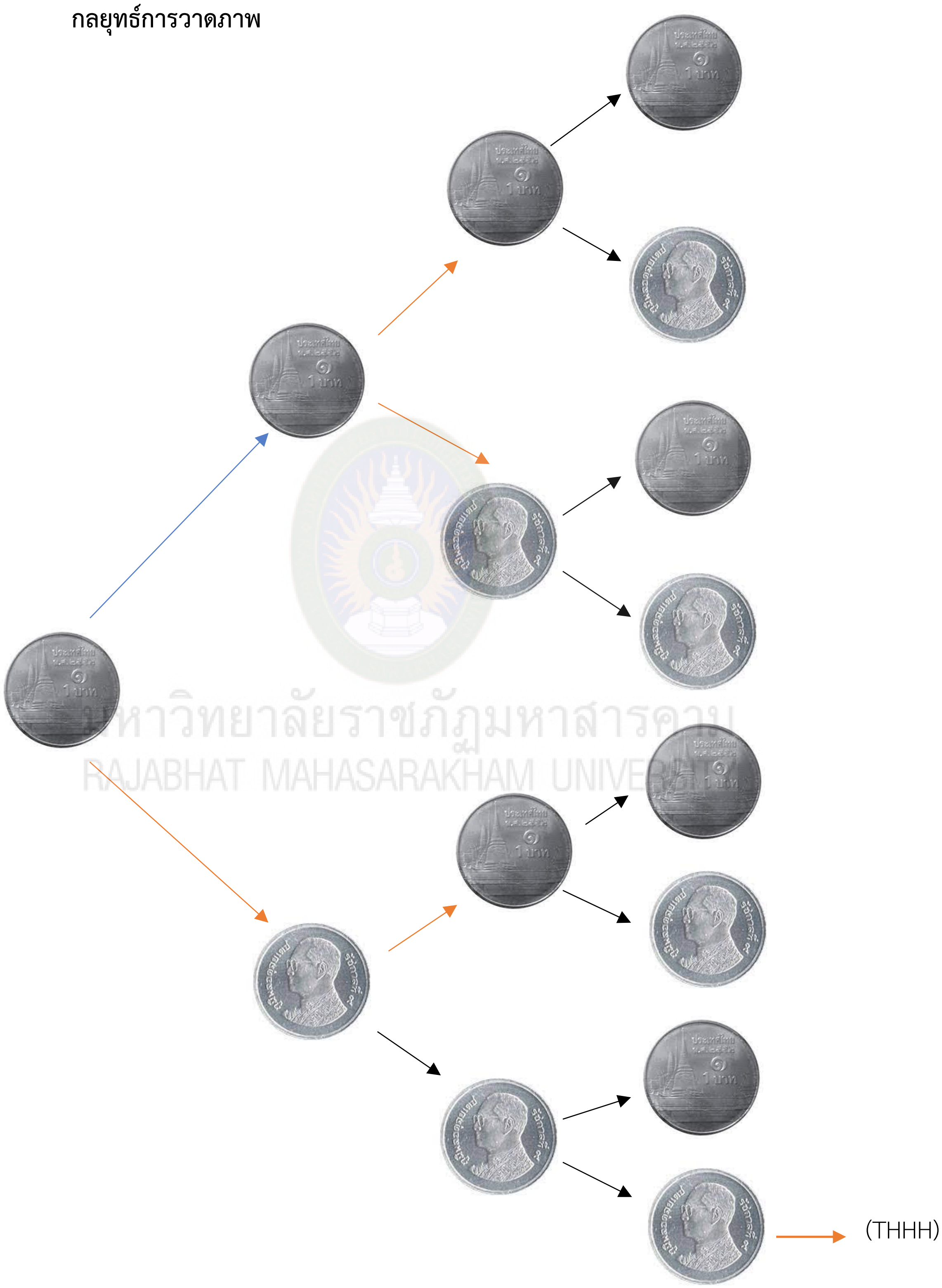
**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

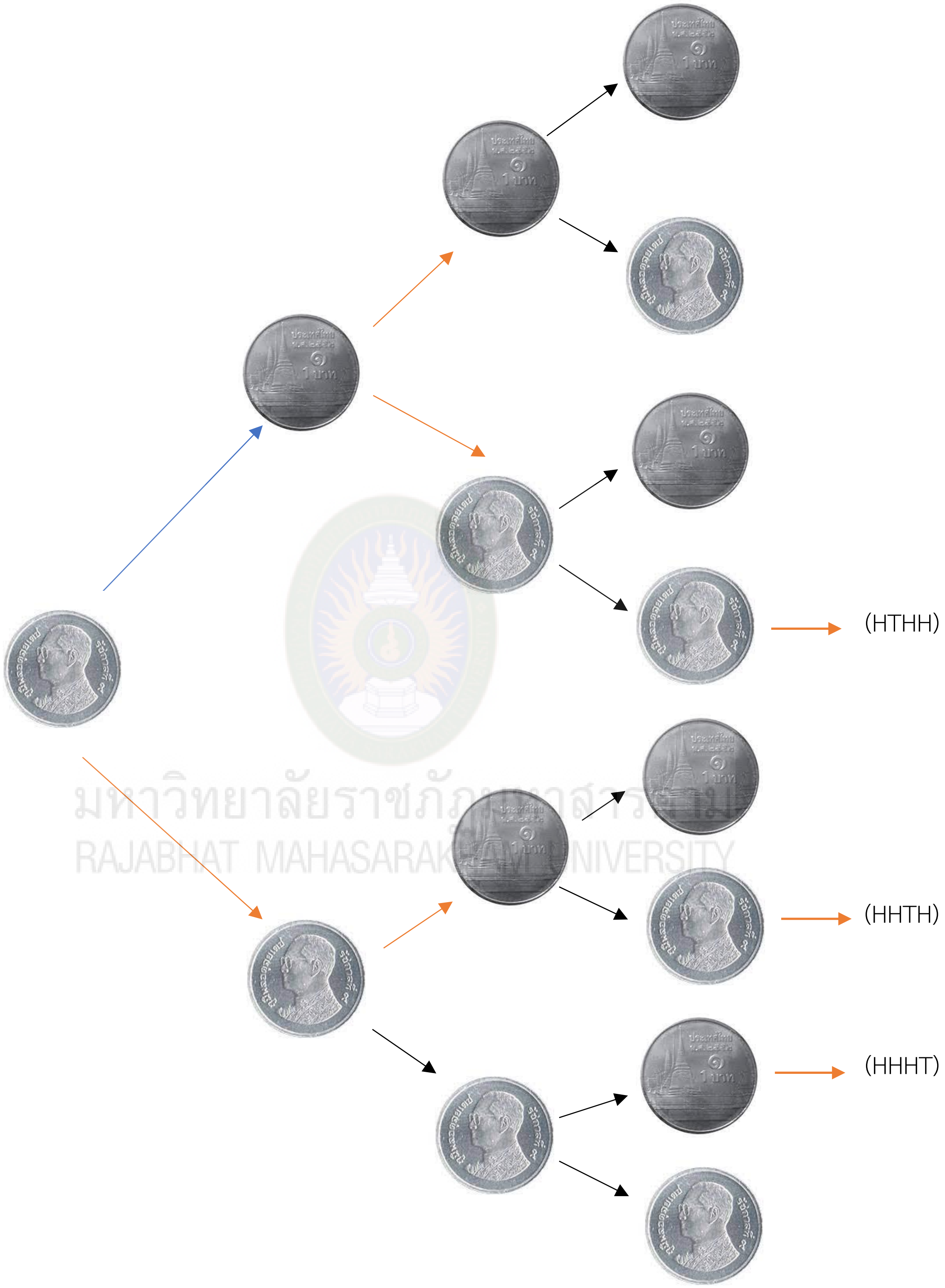
ถ้าลูกคนแรกเป็นชาย ลูกคนที่สองจะเป็นชายหรือหญิงก็ได้ และถ้าลูกคนแรกเป็นหญิง ลูกคนที่สองจะเป็นชายหรือหญิงก็ได้ ดังนั้นจะมีทั้งหมด 4 กรณี คือ (ชาย, ชาย), (ชาย, หญิง), (หญิง, ชาย), (หญิง, หญิง)

2. โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 4 ครั้ง จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง

**เฉลย**

**กลยุทธ์การวาดภาพ**








ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น คือ (THHH), (HTHH), (HHTH), (HHHT)

**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

| ครั้งที่ 1 | ครั้งที่ 2 | ครั้งที่ 3 | ครั้งที่ 4 | ผลลัพธ์ |
|---|---|---|---|---|
| T | H | H | H | THHH |
| H | T | H | H | HTHH |
| H | H | T | H | HHTH |
| H | H | H | T | HHHT |

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น คือ (THHH), (HTHH), (HHTH), (HHHT)

**กลยุทธ์การแบ่งกรณี**

กรณีที่ 1 ครั้งที่ 1 ออกก้อย ครั้งที่ 2 ออกหัว ครั้งที่ 3 ออกหัว ครั้งที่ 4 ออกหัว

กรณีที่ 2 ครั้งที่ 1 ออกหัว ครั้งที่ 2 ออกก้อย ครั้งที่ 3 ออกหัว ครั้งที่ 4 ออกหัว

กรณีที่ 3 ครั้งที่ 1 ออกหัว ครั้งที่ 2 ออกหัว ครั้งที่ 3 ออกก้อย ครั้งที่ 4 ออกหัว

กรณีที่ 4 ครั้งที่ 1 ออกหัว ครั้งที่ 2 ออกหัว ครั้งที่ 3 ออกหัว ครั้งที่ 4 ออกก้อย

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น คือ (THHH), (HTHH), (HHTH), (HHHT)

**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

ถ้าเหรียญแรกออกก้อย อีกสามเหรียญต้องออกหัวเท่านั้น

ถ้าเหรียญแรกออกหัว เหรียญที่สองออกก้อย อีกสองเหรียญต้องออกหัวเท่านั้น

ถ้าสองเหรียญแรกออกหัว เหรียญที่สามออกก้อย แล้วเหรียญสุดท้ายต้องออกหัวเท่านั้น

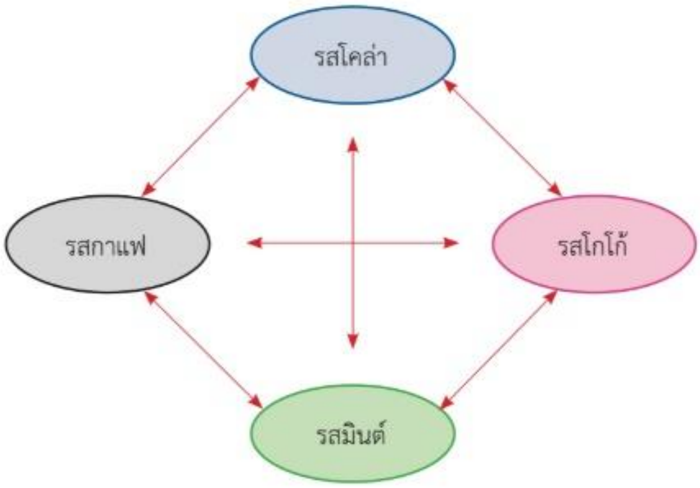
และถ้าสามเหรียญแรกออกหัว เหรียญสุดท้ายต้องอกก้อยเท่านั้น

ดังนั้น จะมีทั้งหมด 4 กรณี คือ THHH, HTHH, HHTH, HHHT

3. สายฟ้าสุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ด ให้เพื่อน โดยหยิบพร้อมกันจากกระเป๋าที่มีลูกอม 4 เม็ด รสแตกต่างกัน คือ รสโคล่า รสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ จงหาว่าเพื่อนของสายฟ้าจะได้รับลูกอมทั้งสองเม็ดเป็นรสใดได้บ้าง

**เฉลย**

**กลยุทธ์การวาดภาพ**




ดังนั้น เพื่อนของสายฟ้าอาจจะได้รับลูกอม รสโคล่ากับรสกาแฟ รสโคล่ากับรสโกโก้ รสโคล่ากับรสมินต์ รสกาแฟกับรสโกโก้ รสกาแฟกับรสมินต์ หรือ รสโกโก้กับรสมินต์

**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

| | รสโคล่า | รสกาแฟ | รสโกโก้ | รสมินต์ |
|---|---|---|---|---|
| รสโคล่า | | ✓ | ✓ | ✓ |
| รสกาแฟ | | | ✓ | ✓ |
| รสโกโก้ | | | | ✓ |
| รสมินต์ | | | | |



ดังนั้น เพื่อนของสายฟ้าอาจจะได้รับลูกอม รสโคล่ากับรสกาแฟ รสโคล่ากับรสโกโก้ รสโคล่ากับรสมินต์ รสกาแฟกับรสโกโก้ รสกาแฟกับรสมินต์ หรือ รสโกโก้กับรสมินต์

**กลยุทธ์การแบ่งกรณี**

กรณีที่ 1 ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสโคล่า เม็ดที่สองจะเป็น รสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ ก็ได้

กรณีที่ 2 ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสกาแฟ เม็ดที่สองจะเป็น รสโกโก้ และรสมินต์ ก็ได้ โดยจะไม่เอาคู่ที่ซ้ำกับกรณีที่ 1

กรณีที่ 3 ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสโกโก้ เม็ดที่สองจะเป็น รสมินต์ โดยจะไม่เอาคู่ที่ซ้ำกับกรณีที่ 1 และ 2

ดังนั้น เพื่อนของสายฟ้าอาจจะได้รับลูกอม รสโคล่ากับรสกาแฟ รสโคล่ากับรสโกโก้ รสโคล่ากับรสมินต์ รสกาแฟกับรสโกโก้ รสกาแฟกับรสมินต์ หรือ รสโกโก้กับรสมินต์

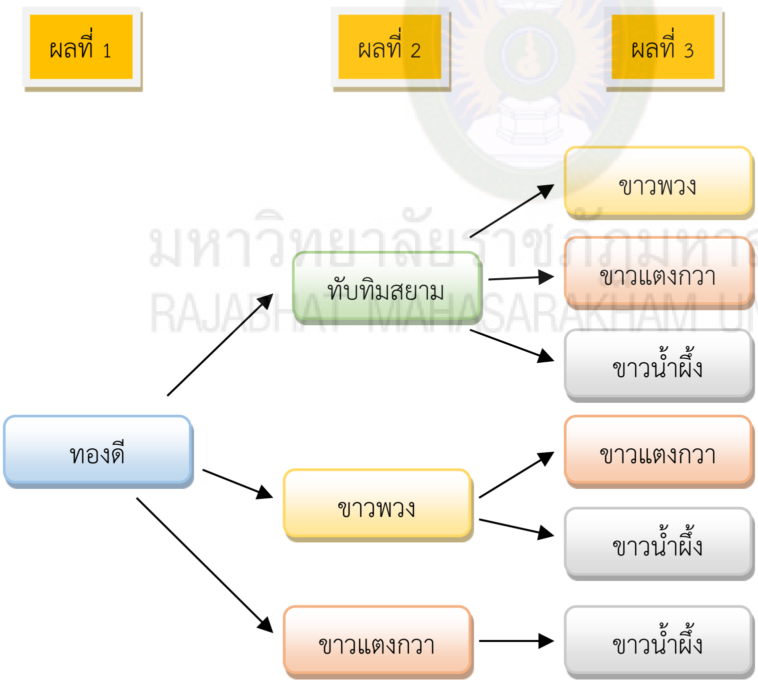
**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

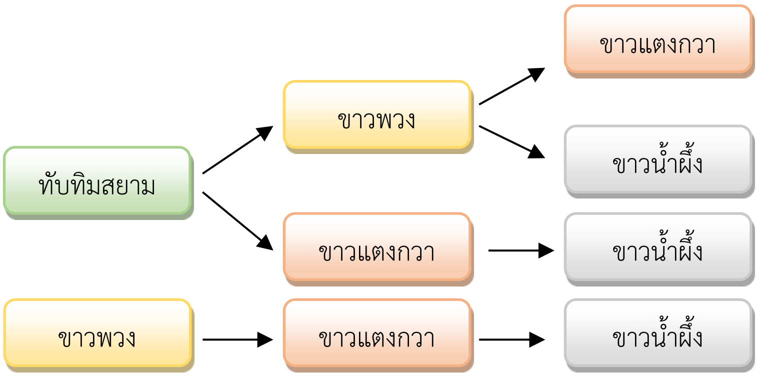
การที่สายฟ้าหยิบลูกอม 2 เม็ด ให้เพื่อนโดยหยิบพร้อมกันจากกระเป๋าที่มีลูกอม 4 เม็ด รสแตกต่างกัน คือ รสโคล่า รสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ ถ้าสายฟ้าหยิบเม็ดแรกเป็นรสโคล่า เม็ดที่สองก็จะมีโอกาสเป็นรสกาแฟ รสโกโก้ และรสมินต์ ถ้าเม็ดแรกเป็นรสกาแฟเม็ดที่สองก็จะมีโอกาสเป็น รสโกโก้ และรสมินต์ และถ้าเม็ดแรกเป็นรสโกโก้เม็ดที่สองก็จะมีโอกาสเป็นรสมินต์ เพราะจะไม่จับคู่ซ้ำกัน ดังนั้น เพื่อนของสายฟ้าอาจจะได้รับลูกอม รสโคล่ากับรสกาแฟ รสโคล่ากับรสโกโก้ รสโคล่ากับรสมินต์ รสกาแฟกับรสโกโก้ รสกาแฟกับรสมินต์ หรือ รสโกโก้กับรสมินต์

4. ชาครีย์ได้รับส้มโอสายพันธุ์ต่างๆ จากเพื่อน 1 เข่ง เป็นส้มโอทองดี ส้มโอทับทิมสยาม ส้มโอขาวพวง ส้มโอขาวแตงกวา และส้มโอขาวน้ำผึ้ง สายพันธุ์ละ 1 ผล ชาครีย์ให้ลูกสาวไปสุ่มหยิบส้มโอมาให้ 3 ผล จงหาว่า ในถุงนั้นจะเป็นส้มโอสายพันธุ์ใดได้บ้าง

**เฉลย**

**กลยุทธ์การวาดภาพ**






จะได้ว่า ในถุงอาจจะเป็นส้มโอพันธุ์ต่างๆ ดังนี้

ทองดี ทับทิมสยาม และขาวพวง ทองดี ทับทิมสยาม และขาวแตงกวา

ทองดี ทับทิมสยาม และขาวน้ำผึ้ง ทองดี ขาวพวง และขาวแตงกวา

ทองดี ขาวพวง และขาวน้ำผึ้ง ทองดี ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง

ทับทิมสยาม ขาวพวง และขาวแตงกวา ทับทิมสยาม ขาวพวง และขาวน้ำผึ้ง

ทับทิมสยาม ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง หรือ ขาวพวง ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง

**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

| พันธุ์ส้มโอ / กรณีที่ | ทองดี | ทับทิมสยาม | ขาวพวง | ขาวแตงกวา | ขาวน้ำผึ้ง |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| 2 | ✓ | ✓ | | ✓ | |
| 3 | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| 4 | ✓ | | ✓ | ✓ | |
| 5 | ✓ | | ✓ | | ✓ |
| 6 | ✓ | | | ✓ | ✓ |
| 7 | | ✓ | ✓ | ✓ | |
| 8 | | ✓ | ✓ | | ✓ |
| 9 | | ✓ | | ✓ | ✓ |
| 10 | | | ✓ | ✓ | ✓ |

จะได้ว่า ในถุงอาจจะเป็นส้มโอพันธุ์ต่างๆ ดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| ทองดี ทับทิมสยาม และขาวพวง | | ทองดี ทับทิมสยาม และขาวแตงกวา |
| ทองดี ทับทิมสยาม และขาวน้ำผึ้ง | | ทองดี ขาวพวง และขาวแตงกวา |
| ทองดี ขาวพวง และขาวน้ำผึ้ง | | ทองดี ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง |
| ทับทิมสยาม ขาวพวง และขาวแตงกวา | | ทับทิมสยาม ขาวพวง และขาวน้ำผึ้ง |
| ทับทิมสยาม ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง | หรือ | ขาวพวง ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง |

**กลยุทธ์การแบ่งกรณี**

สายพันธุ์ส้มโอมีทั้งหมด 5 สายพันธุ์ ถ้าถูกสุ่มหยิบสายพันธุ์ละหนึ่งผลใส่ถุง 3 ผล

กรณีที่ 1 ถ้าหยิบส้มโอสายพันธุ์ทองดีเป็นผลแรก ผลที่ 2 และ ผลที่ 3 จะต้องสุ่มหยิบ ส้มโอสายพันธุ์ทับทิมสยาม ขาวพวง ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง โดยไม่ซ้ำกรณีกัน ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจะได้ ทองดี ทับทิมสยาม และขาวพวง ทองดี ทับทิมสยาม และขาวแตงกวา

ทองดี ทับทิมสยาม และขาวน้ำผึ้ง ทองดี ขาวพวง และขาวแตงกวา

ทองดี ขาวพวง และขาวน้ำผึ้ง ทองดี ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง

กรณีที่ 2 ถ้าหยิบส้มโอสายพันธุ์ทับทิมสยามเป็นผลแรก ผลที่ 2 และ ผลที่ 3 จะต้องสุ่มหยิบเพียง ส้มโอสายพันธุ์ขาวพวง ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง โดยไม่ซ้ำกรณีกันและไม่ซ้ำกับผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นในกรณีที่ 1

ทับทิมสยาม ขาวพวง และขาวแตงกวา ทับทิมสยาม ขาวพวง และขาวน้ำผึ้ง

ทับทิมสยาม ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง



กรณีที่ 3 ถ้าหยิบส้มโอสายพันธุ์ขาวพวงเป็นผลแรก ผลที่ 2 และ ผลที่ 3 จะต้องสุ่มหยิบเพียง ส้มโอสายพันธุ์ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง โดยไม่ซ้ำกรณีกันและไม่ซ้ำกับผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นในกรณีที่ 1 และ 2 ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจะได้ ขาวพวง ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง

**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

สายพันธุ์ส้มโอมีทั้งหมด 5 สายพันธุ์ ถ้าถูกสุ่มหยิบสายพันธุ์ละหนึ่งผลใส่ถุง 3 ผล ฉะนั้นส้มโอที่อยู่ในถุง 3 ผล จะประกอบด้วยส้มโอสายพันธุ์ที่ไม่ซ้ำกัน จะได้ว่า ในถุงอาจจะเป็นส้มโอพันธุ์ต่างๆ ดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| ทองดี ทับทิมสยาม และขาวพวง | | ทองดี ทับทิมสยาม และขาวแตงกวา |
| ทองดี ทับทิมสยาม และขาวน้ำผึ้ง | | ทองดี ขาวพวง และขาวแตงกวา |
| ทองดี ขาวพวง และขาวน้ำผึ้ง | | ทองดี ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง |
| ทับทิมสยาม ขาวพวง และขาวแตงกวา | | ทับทิมสยาม ขาวพวง และขาวน้ำผึ้ง |
| ทับทิมสยาม ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง | หรือ | ขาวพวง ขาวแตงกวา และขาวน้ำผึ้ง |

โดยถ้าหยิบสายพันธุ์นั้นแล้วจะไม่หยิบสายพันธุ์ซ้ำมาอีก และจะวนอยู่แบบนั้น 3 ผล

5. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเป็นจำนวนคี่

**เฉลย**

**วิธีที่ 1**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

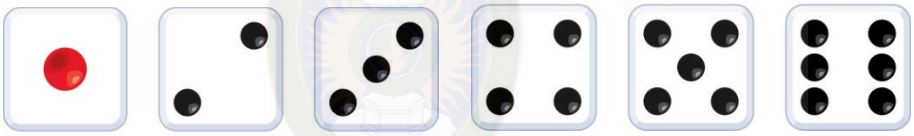
ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การวาดภาพ**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม คือ



n(S) = 6

จำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเป็นจำนวนคี่ คือ



n(E) = 3

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

**วิธีที่ 2**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $= \dfrac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเป็นจำนวนคี่

| แต้มทั้งหมดของลูกเต๋า | ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเป็นจำนวนคี่ |
|---|---|
| 1 | ✓ |
| 2 | |
| 3 | ✓ |
| 4 | |
| 5 | ✓ |
| 6 | |



จะได้ n(S) = 6

n(E) = 3

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

**วิธีที่ 3**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6 จะได้ n(S) = 6

และจำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเป็นจำนวนคี่ คือ 1, 3, 5 จะได้ n(E) = 3

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$



6. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7

**เฉลย**

**วิธีที่ 1**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

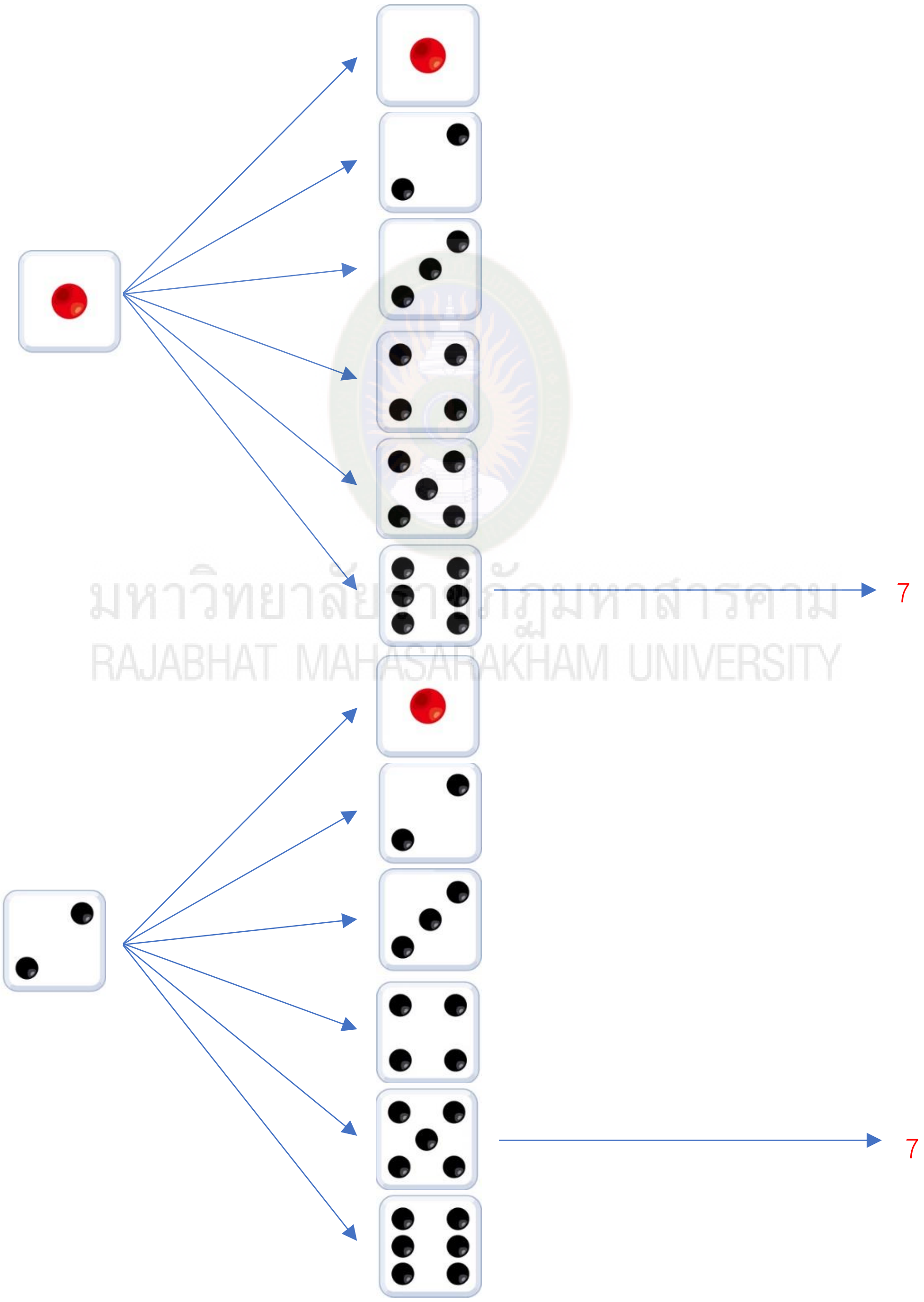
n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

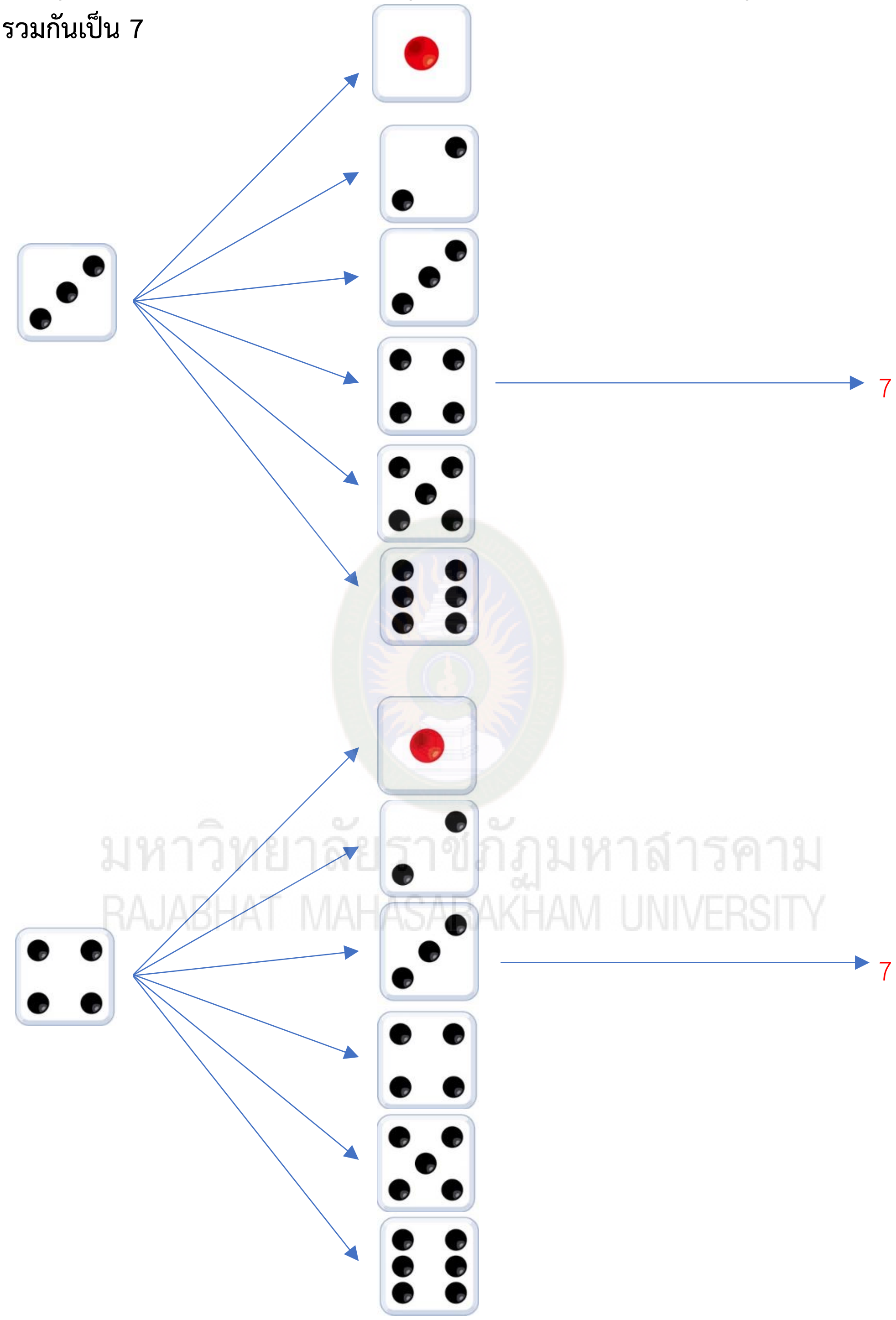
**กลยุทธ์การวาดภาพ**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม คือ

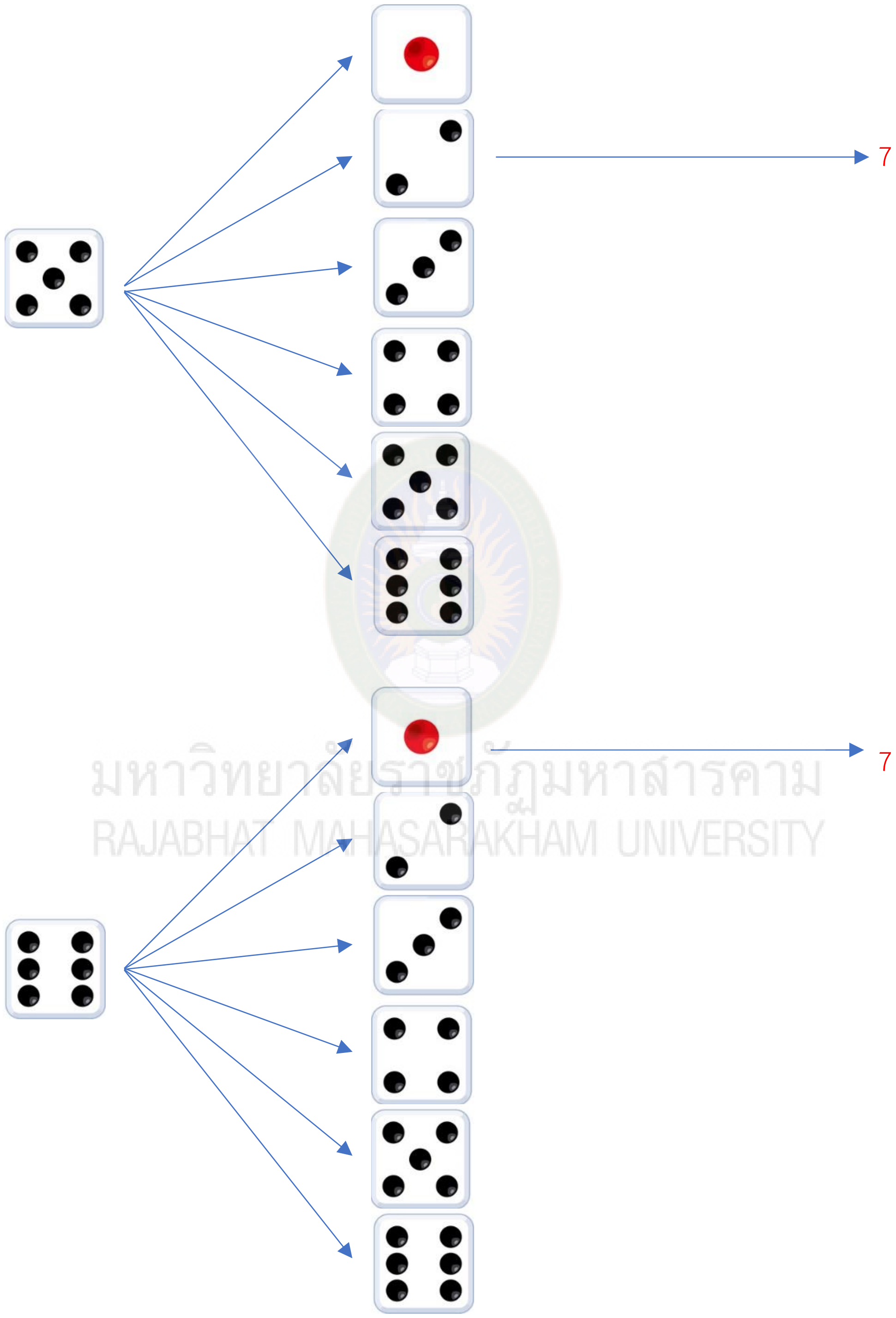
**ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1** **ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2** **เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7**



ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1 รวมกันเป็น 7 | ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2 | เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้ม



ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1 ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2 เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7



จะได้ n(S) = 36

n(E) = 6

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{6}{36}$$

$$= \frac{1}{6}$$

**วิธีที่ 2**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ = $\dfrac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม



**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7

| ลูกเต๋าลูกที่ 1 / ลูกเต๋าลูกที่ 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | (1, 1) | (2, 1) | (3, 1) | (4, 1) | (5, 1) | (6, 1) |
| 2 | (1, 2) | (2, 2) | (3, 2) | (4, 2) | (5, 2) | (6, 2) |
| 3 | (1, 3) | (2, 3) | (3, 3) | (4, 3) | (5, 3) | (6, 3) |
| 4 | (1, 4) | (2, 4) | (3, 4) | (4, 4) | (5, 4) | (6, 4) |
| 5 | (1, 5) | (2, 5) | (3, 5) | (4, 5) | (5, 5) | (6, 5) |
| 6 | (1, 6) | (2, 6) | (3, 6) | (4, 6) | (5, 6) | (6, 6) |

จะได้ n(S) = 36

n(E) = 6

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

**วิธีที่ 3**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $= \dfrac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง คือ

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

จะได้ n(S) = 36

และจำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 คือ

(1, 6) (2, 5) (3, 4) (4, 3) (5, 6) (6, 1)

จะได้ n(E) = 6

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

**วิธีที่ 4**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ = $\frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7

ให้ X แทน จำนวนหน้าที่ลูกเต๋าอาจจะเกิดขึ้น เท่ากับ 6

n แทน จำนวนครั้งในการทอดลูกเต๋า เท่ากับ 2

จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดของการทอดลุกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง คือ $X^n = 6^2 = 36$

และจำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 คือ

(1, 6) (2, 5) (3, 4) (4, 3) (5, 6) (6, 1)

จะได้ n(E) = 6

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

**วิธีที่ 5**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ = $\dfrac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การแบ่งกรณี**

กรณีที่ 1 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 1 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)

กรณีที่ 2 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 2 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)

กรณีที่ 3 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 3 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6)



กรณีที่ 4 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 4 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6)

กรณีที่ 5 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 5 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6)

กรณีที่ 6 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 6 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)

จะได้ n(S) = 36

กรณีที่ 7 จำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันเป็น 7 จะได้

(1, 6) (2, 5) (3, 4) (4, 3) (5, 6) (6, 1)

จะได้ n(E) = 6

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

7. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันไม่เกิน 9

**เฉลย**

**วิธีที่ 1**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $= \dfrac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

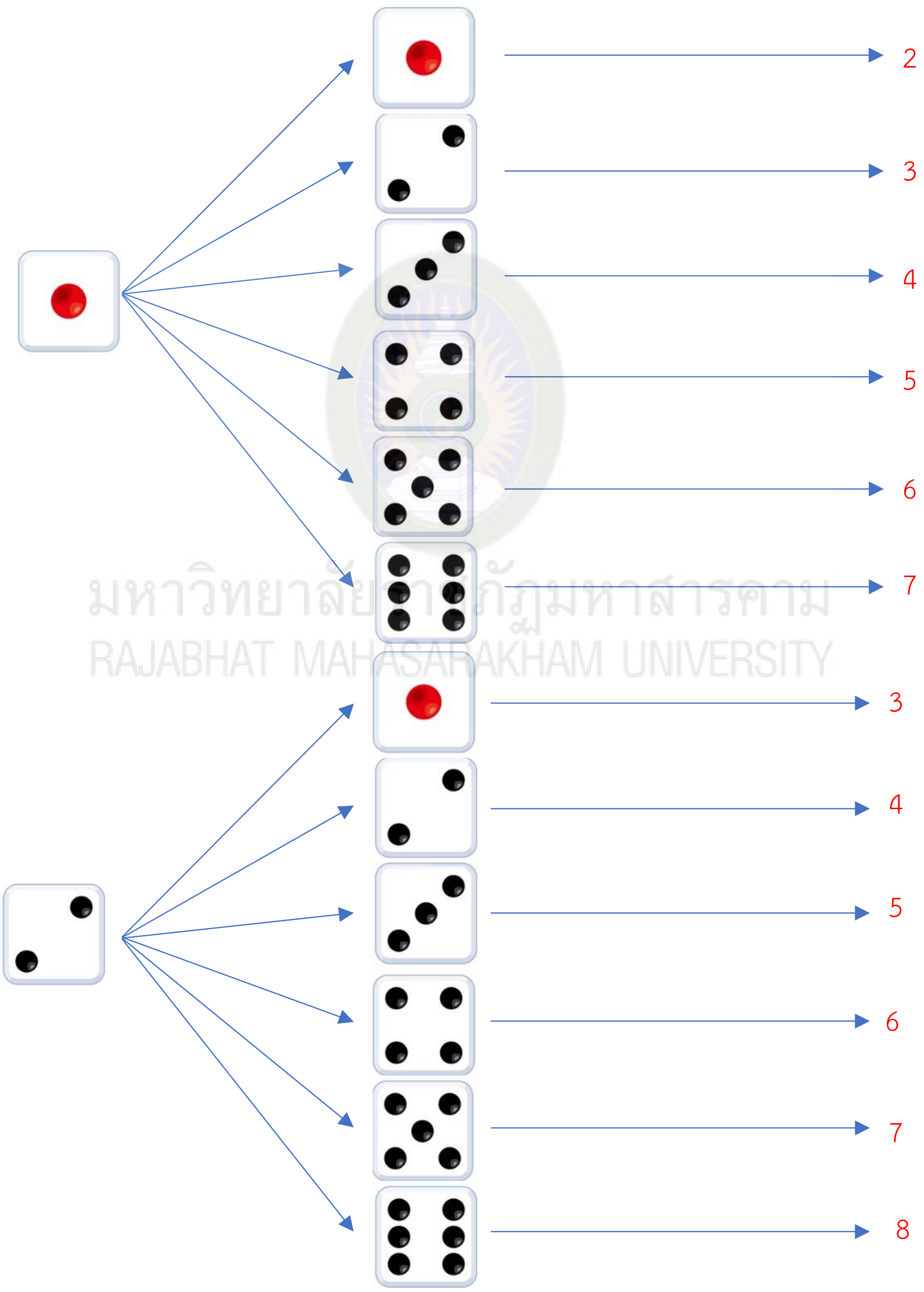
n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

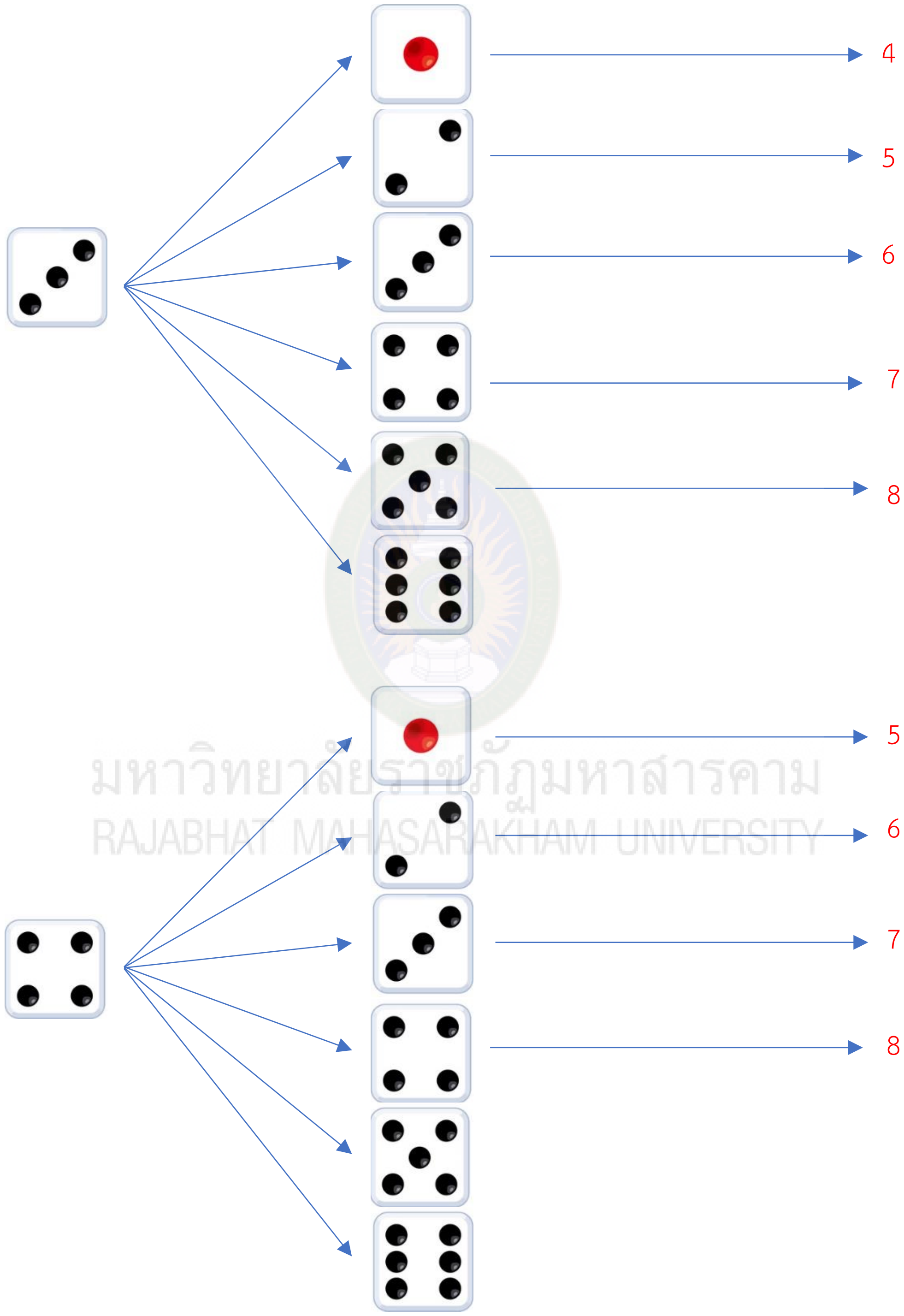
**กลยุทธ์การวาดภาพ**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม คือ

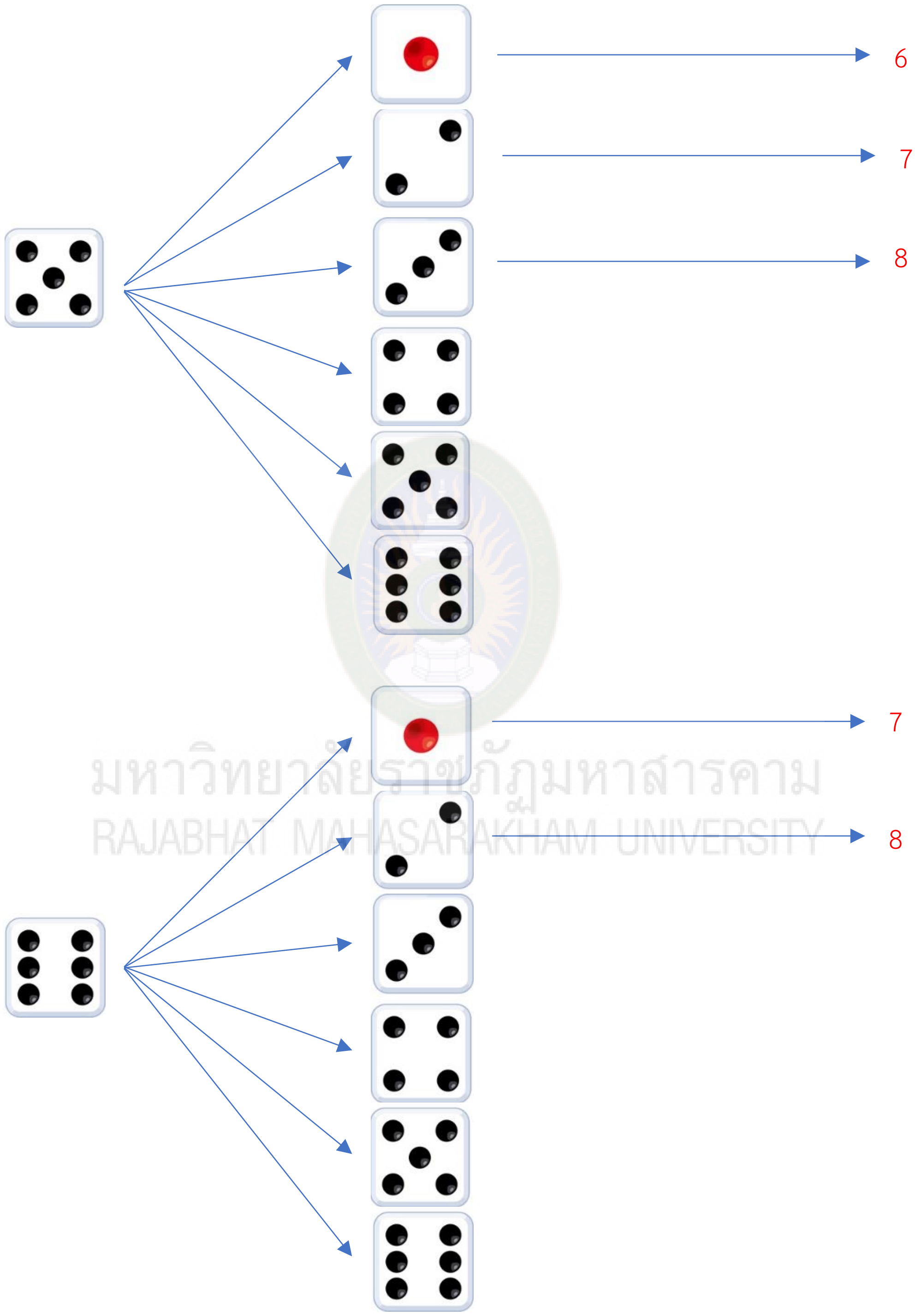
**ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1** **ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2** **เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันไม่เกิน 9**



ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1 ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2 เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกัน
ไม่เกิน 9



ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1 ไม่เกิน 9 | ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2 | เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกัน



จะได้ n(S) = 36

n(E) = 30

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{30}{36}$$

$$= \frac{5}{6}$$

**วิธีที่ 2**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม



**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันไม่เกิน 9

| ลูกเต๋าลูกที่ 1 / ลูกเต๋าลูกที่ 2 | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | (1, 1) | (2, 1) | (3, 1) | (4, 1) | (5, 1) | (6, 1) |
| **2** | (1, 2) | (2, 2) | (3, 2) | (4, 2) | (5, 2) | (6, 2) |
| **3** | (1, 3) | (2, 3) | (3, 3) | (4, 3) | (5, 3) | (6, 3) |
| **4** | 1, 4) | (2, 4) | (3, 4) | (4, 4) | (5, 4) | **(6, 4)** |
| **5** | (1, 5) | (2, 5) | (3, 5) | (4, 5) | **(5, 5)** | **(6, 5)** |
| **6** | (1, 6) | (2, 6) | (3, 6) | **(4, 6)** | **(5, 6)** | **(6, 6)** |

จะได้ n(S) = 36

n(E) = 30

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

**วิธีที่ 3**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม



**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง คือ

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

จะได้ n(S) = 36

และจำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันไม่เกิน 9 คือ

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | | |
| (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | | | |
| (6, 1) | (6, 2) | | | | |

จะได้ $n(E) = 30$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{30}{36}$$

$$= \frac{5}{6}$$

**วิธีที่ 4**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$



เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ $P(E)$ แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$n(E)$ แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

$n(S)$ แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันไม่เกิน 9 ให้ $X$ แทน จำนวนหน้าที่ลูกเต๋าอาจจะเกิดขึ้น เท่ากับ 6

$n$ แทน จำนวนครั้งในการทอดลูกเต๋า เท่ากับ 2

จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดของการทอดลุกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง คือ $X^n = 6^2 = 36$

และจำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันไม่เกิน 9 คือ

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | | |
| (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | | | |
| (6, 1) | (6, 2) | | | | |

จะได้ $n(E) = 30$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

**วิธีที่ 5**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ = $\dfrac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ $P(E)$ แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$n(E)$ แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

$n(S)$ แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การแบ่งกรณี**

กรณีที่ 1 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 1 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)

กรณีที่ 2 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 2 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)

กรณีที่ 3 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 3 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6)

กรณีที่ 4 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 4 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6)

กรณีที่ 5 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 5 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6)

กรณีที่ 6 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 6 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)

จะได้ $n(S) = 36$

กรณีที่ 7 จำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันไม่เกิน 9 จะได้

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)

(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)

(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (4, 1)

(4, 2) (4, 3) (4, 4) (5, 1) (5, 2) (5, 3)

(6, 1) (6, 2)



จะได้ $n(E) = 6$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{30}{36}$$

$$= \frac{5}{6}$$

8. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน

**เฉลย**

**วิธีที่ 1**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

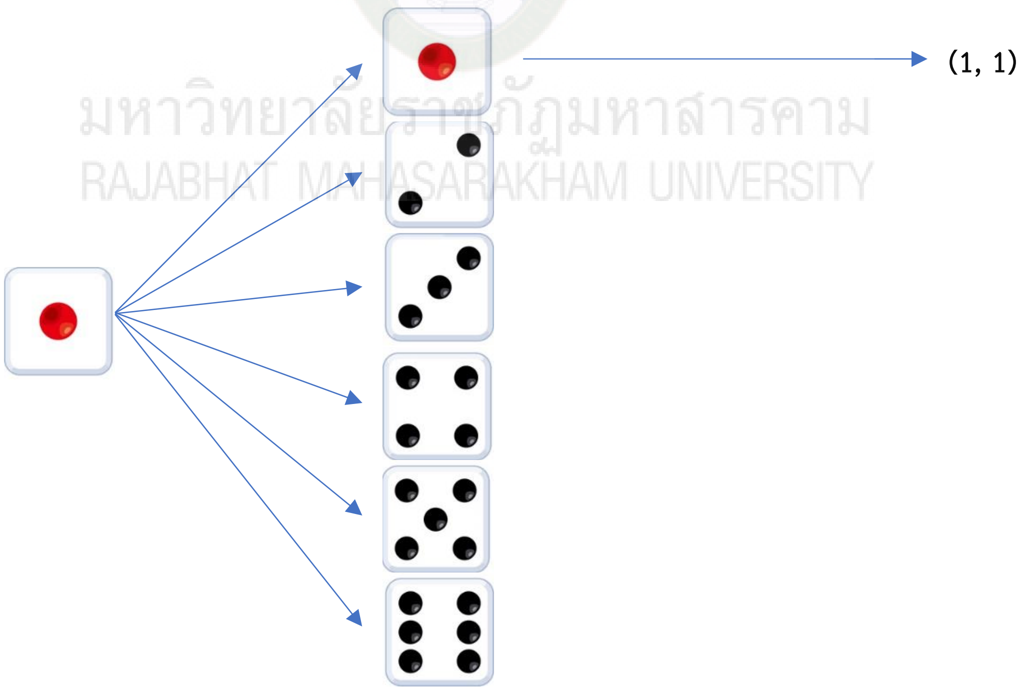
n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

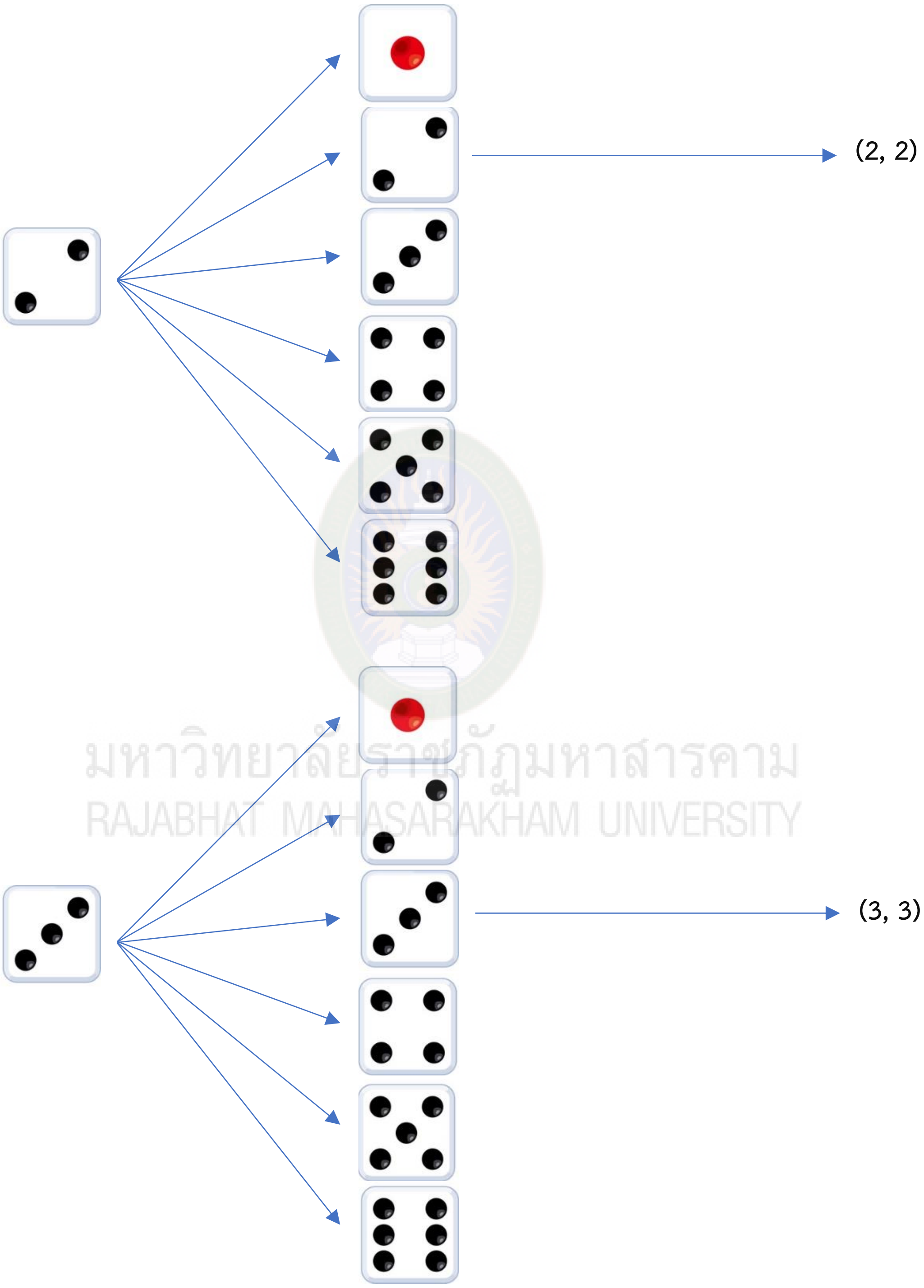
**กลยุทธ์การวาดภาพ**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม คือ

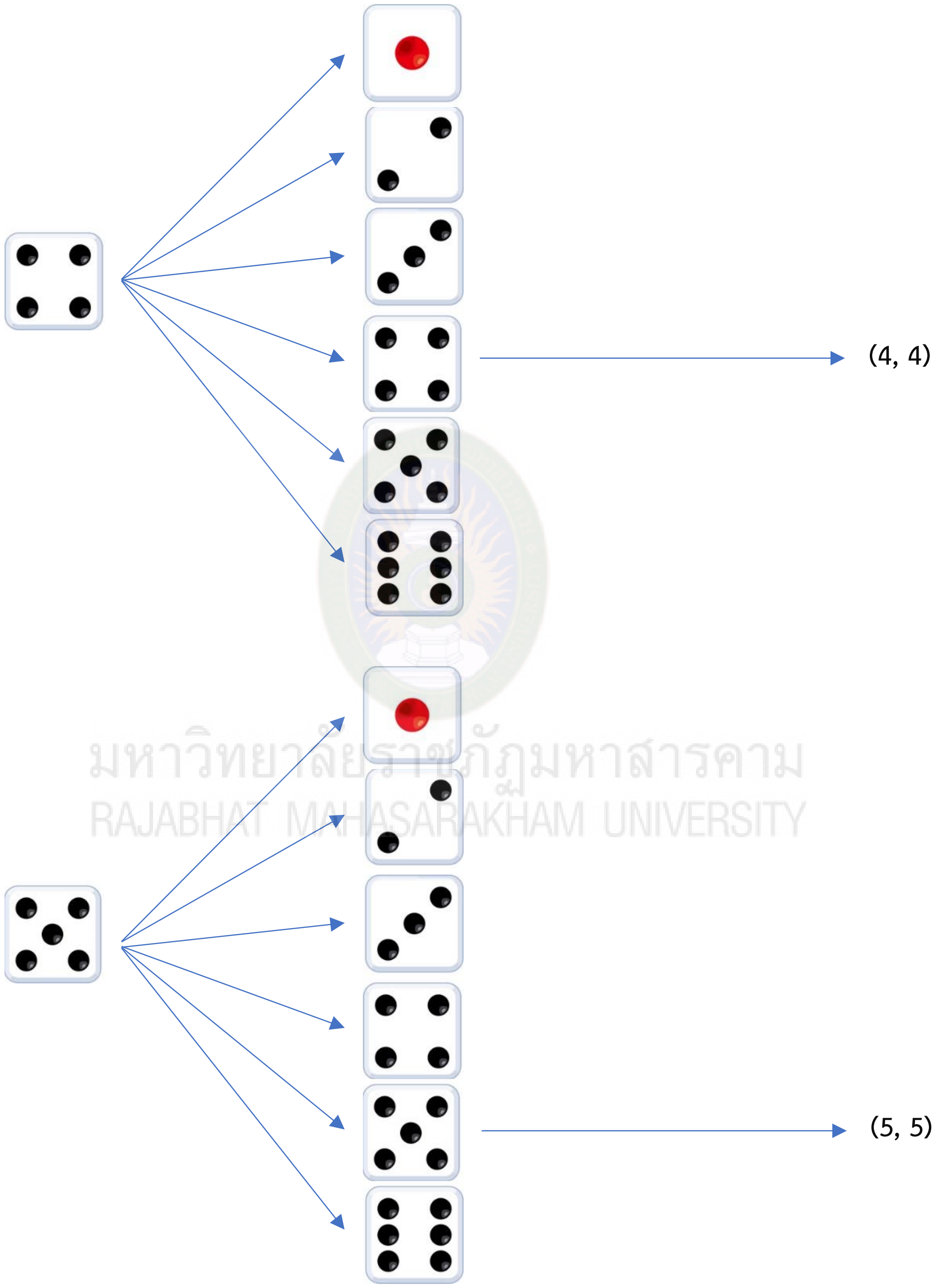
**ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1** **ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2** **เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน**



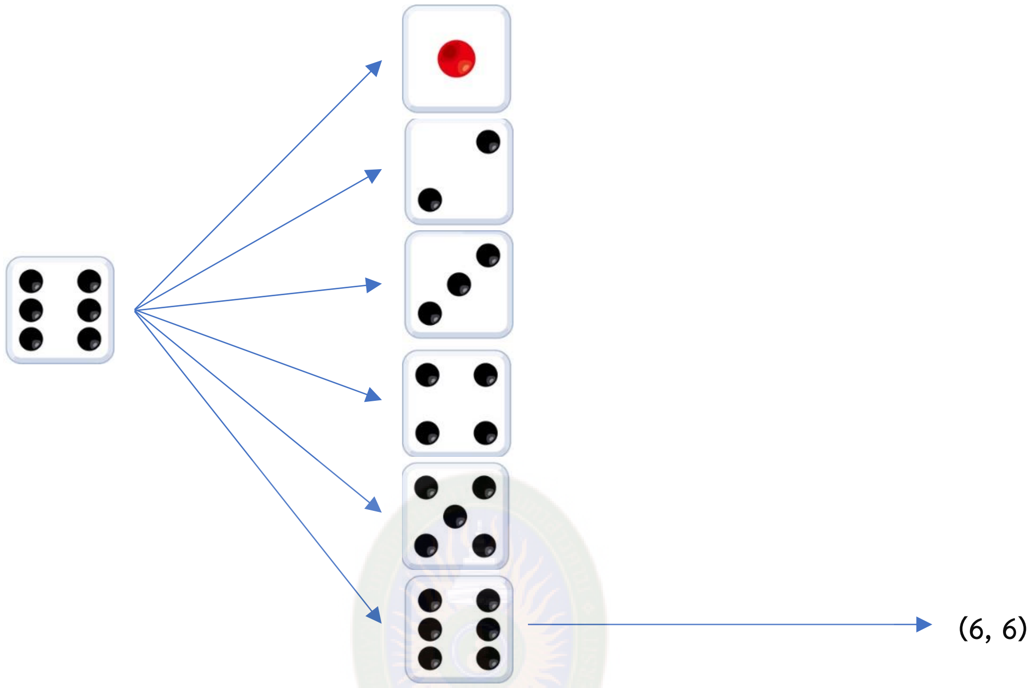
| ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1 | ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2 | เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน |
|---|---|---|



| **ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1** | **ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2** | **เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน** |
|---|---|---|



**ทอดลูกเต๋าครั้งที่ 1 ทอดลูกเต๋า ครั้งที่ 2 เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน**




จะได้ n(S) = 36

n(E) = 6

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{6}{36}$$

$$= \frac{1}{6}$$

**วิธีที่ 2**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน

| ลูกเต๋าลูกที่ 1 / ลูกเต๋าลูกที่ 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | (1, 1) | (2, 1) | (3, 1) | (4, 1) | (5, 1) | (6, 1) |
| 2 | (1, 2) | (2, 2) | (3, 2) | (4, 2) | (5, 2) | (6, 2) |
| 3 | (1, 3) | (2, 3) | (3, 3) | (4, 3) | (5, 3) | (6, 3) |
| 4 | (1, 4) | (2, 4) | (3, 4) | (4, 4) | (5, 4) | (6, 4) |
| 5 | (1, 5) | (2, 5) | (3, 5) | (4, 5) | (5, 5) | (6, 5) |
| 6 | (1, 6) | (2, 6) | (3, 6) | (4, 6) | (5, 6) | (6, 6) |

จะได้ n(S) = 36

n(E) = 6

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{6}{36}$$

$$= \frac{1}{6}$$

**วิธีที่ 3**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดของการทอดลุกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง คือ

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6) |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6) |
| (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6) |
| (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6) |

จะได้ n(S) = 36

และจำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน คือ

(1, 1) (2, 2) (3, 3) (4, 4) (5, 5) (6, 6)

จะได้ n(E) = 6

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{6}{36}$$

$$= \frac{1}{6}$$

**วิธีที่ 4**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $= \dfrac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การค้นหารูปแบบ**

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มรวมกันไม่เกิน 9 ให้ X แทน จำนวนหน้าที่ลูกเต๋าอาจจะเกิดขึ้น เท่ากับ 6

n แทน จำนวนครั้งในการทอดลูกเต๋า เท่ากับ 2

จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง คือ $X^n = 6^2 = 36$

และจำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน คือ

(1, 1) (2, 2) (3, 3) (4, 4) (5, 5) (6, 6)

จะได้ n(E) = 30

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{30}{36}$$

$$= \frac{5}{6}$$

**วิธีที่ 5**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $= \dfrac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การแบ่งกรณี**

กรณีที่ 1 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 1 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)

กรณีที่ 2 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 2 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)

กรณีที่ 3 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 3 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6)

กรณีที่ 4 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 4 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6)

กรณีที่ 5 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 5 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6)

กรณีที่ 6 ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 1 แต้มที่ปรากฏเป็น 6 ลูกเต๋าลูกที่ 2 แต้มที่ปรากฏจะเป็นอะไรก็ได้ตั้งแต่ 1-6 จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)

จะได้ $n(S) = 36$

กรณีที่ 7 จำนวนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายขึ้นแต้มเดียวกัน จะได้

(1, 1) (2, 2) (3, 3) (4, 4) (5, 5) (6, 6)

จะได้ $n(E) = 6$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{30}{36}$$

$$= \frac{5}{6}$$

9. มีขนม 6 ชิ้น ที่บรรจุอยู่ในห่อที่มีลักษณะเดียวกัน จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีอาลัว 4 ชิ้น และวุ้นกรอบ 2 ชิ้น โดยอาลัวมี 4 สี คือ สีขาว สีน้ำตาล สีเขียว และสีชมพู และวุ้นกรอบมี 2 สี คือ สีแดง และสีเหลือง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จินาหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน

**เฉลย**

**วิธีที่ 1**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

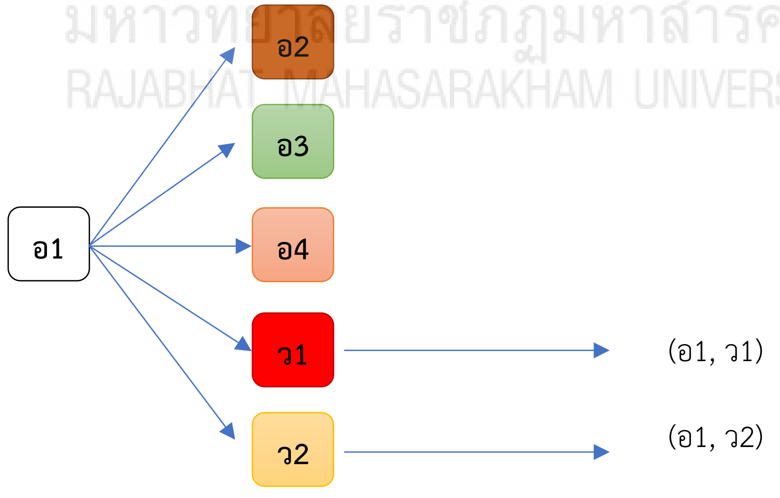
n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การวาดภาพ**

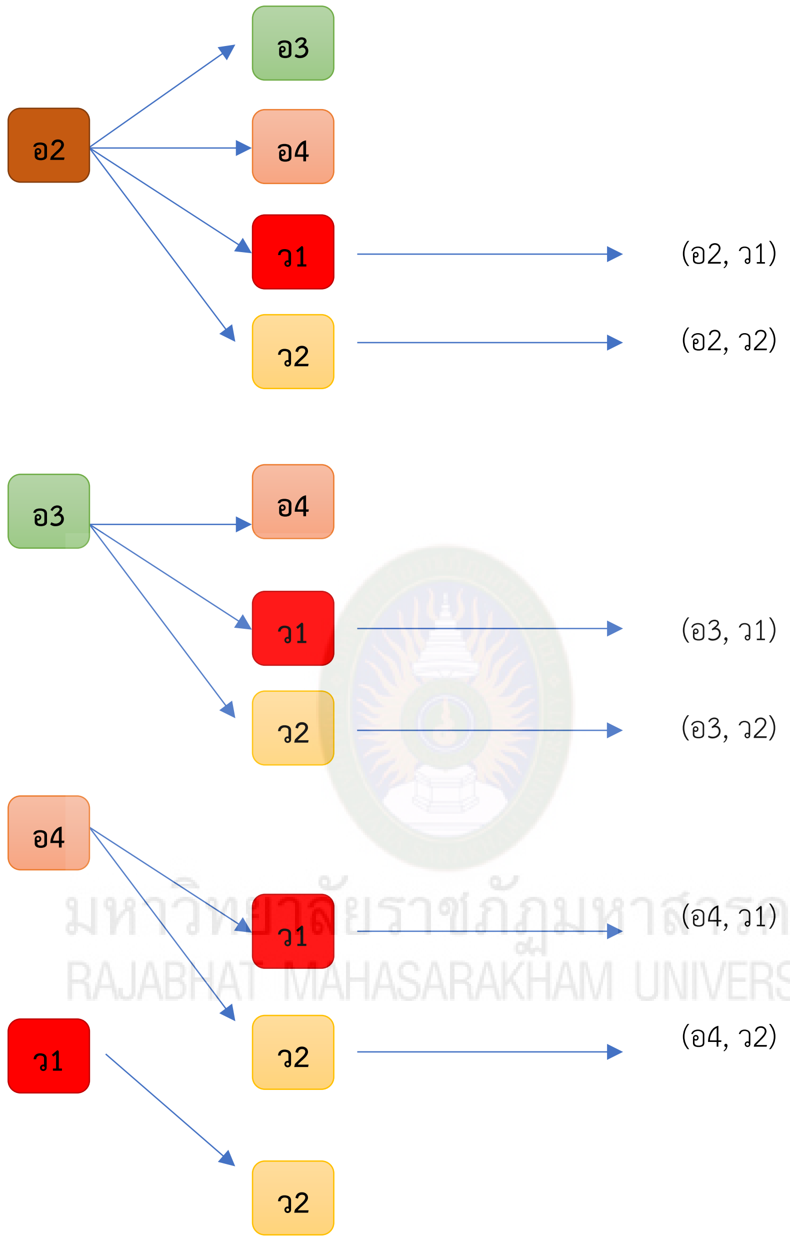
กำหนดให้ อ1, อ2, อ3, อ4 แทน อาลัวสีขาว อาลัวสีน้ำตาล อาลัวสีเขียว และอาลัวสีชมพู ตามลำดับ

ว1, ว2 แทน วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง ตามลำดับ

**หยิบขนมชิ้นที่ 1** **หยิบขนมชิ้นที่ 2** **เหตุการณ์ที่จินาหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน**



**หยิบขนมชิ้นที่ 1** **หยิบขนมชิ้นที่ 2** **เหตุการณ์ที่จินาหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน**






จะได้ $n(S) = 15$

$n(E) = 8$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{8}{15}$$

**วิธีที่ 2**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ =

จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

---

จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

กำหนดให้ อ1, อ2, อ3, อ4 แทน อาลัวสีขาว อาลัวสีน้ำตาล อาลัวสีเขียว และอาลัวสีชมพู ตามลำดับ

ว1, ว2 แทน วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง ตามลำดับ

| **หยิบชิ้นที่ 1** / **หยิบชิ้นที่ 2** | อ1 | อ2 | อ3 | อ4 | ว1 | ว2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **อ1** | | | | | | |
| **อ2** | ✓ | | | | | |
| **อ3** | ✓ | ✓ | | | | |
| **อ4** | ✓ | ✓ | ✓ | | | |
| **ว1** | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| **ว2** | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |



จะได้ n(S) = 15

n(E) = 8

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{8}{15}$$

**วิธีที่ 3**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีขาว ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ อาลัวสีน้ำตาล อาลัวสีเขียว อาลัวสีชมพู วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง

ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีน้ำตาล ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ อาลัวสีเขียว อาลัวสีชมพู วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง

ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีเขียว ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ อาลัวสีชมพู วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง

ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีชมพู ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง

ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ วุ้นกรอบสีแดง ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ วุ้นกรอบสีเหลือง

จะได้ n(S) = 15

และจำนวนเหตุการณ์ที่จินาหยิบได้ขนมต่างประเภทกัน คือ

| | |
|---|---|
| อาลัวสีขาว กับ วุ้นกรอบสีแดง | อาลัวสีขาว กับ วุ้นกรอบสีเหลือง |
| อาลัวสีน้ำตาล กับ วุ้นกรอบสีแดง | อาลัวสีน้ำตาล กับ วุ้นกรอบสีเหลือง |
| อาลัวสีเขียว กับ วุ้นกรอบสีแดง | อาลัวสีเขียว กับ วุ้นกรอบสีเหลือง |
| อาลัวสีชมพู กับ วุ้นกรอบสีแดง | อาลัวสีชมพู กับ วุ้นกรอบสีเหลือง |

จะได้ n(E) = 8

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{8}{15}$$

**วิธีที่ 4**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ =

$$\frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การแบ่งกรณี**

กำหนดให้ อ1, อ2, อ3, อ4 แทน อาลัวสีขาว อาลัวสีน้ำตาล อาลัวสีเขียว และอาลัวสีชมพู ตามลำดับ

ว1, ว2 แทน วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง ตามลำดับ

กรณีที่ 1 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีขาว จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(อ1, อ2) (อ1, อ3) (อ1, อ4) (อ1, ว1) (อ1, ว2)

กรณีที่ 2 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีน้ำตาล จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(อ2, อ3) (อ2, อ4) (อ2, ว1) (อ2, ว2)

กรณีที่ 3 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีเขียว จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(อ3, อ4) (อ3, ว1) (อ3, ว2)

กรณีที่ 4 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีชมพู จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(อ4, ว1) (อ4, ว2)

กรณีที่ 5 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ วุ้นกรอบสีแดง จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(ว1, ว2)

จะได้ n(S) = 15

กรณีที่ 7 หยิบได้ขนมต่างประเภทกัน จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(อ1, ว1) (อ1, ว2) (อ2, ว1) (อ2, ว2) (อ3, ว1) (อ3, ว2)

(อ4, ว1) (อ4, ว2)

จะได้ n(E) = 8

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{8}{15}$$

10. มีขนม 6 ชิ้น ที่บรรจุอยู่ในห่อที่มีลักษณะเดียวกัน จินสุ่มหยิบขนม 2 ชิ้นพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่ง ที่มีอาลัว 4 ชิ้น และวุ้นกรอบ 2 ชิ้น โดยอาลัวมี 4 สี คือ สีขาว สีน้ำตาล สีเขียว และสีชมพู และวุ้นกรอบมี 2 สี คือ สีแดง และสีเหลือง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จินาหยิบได้วุ้นกรอบทั้งสองชิ้น

**เฉลย**

**วิธีที่ 1**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ =

$$\frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

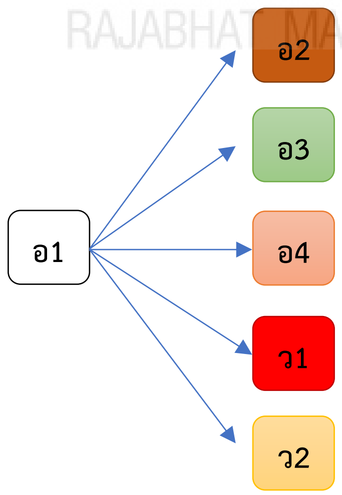
**กลยุทธ์การวาดภาพ**

กำหนดให้ อ1, อ2, อ3, อ4 แทน อาลัวสีขาว อาลัวสีน้ำตาล อาลัวสีเขียว และอาลัวสีชมพู ตามลำดับ

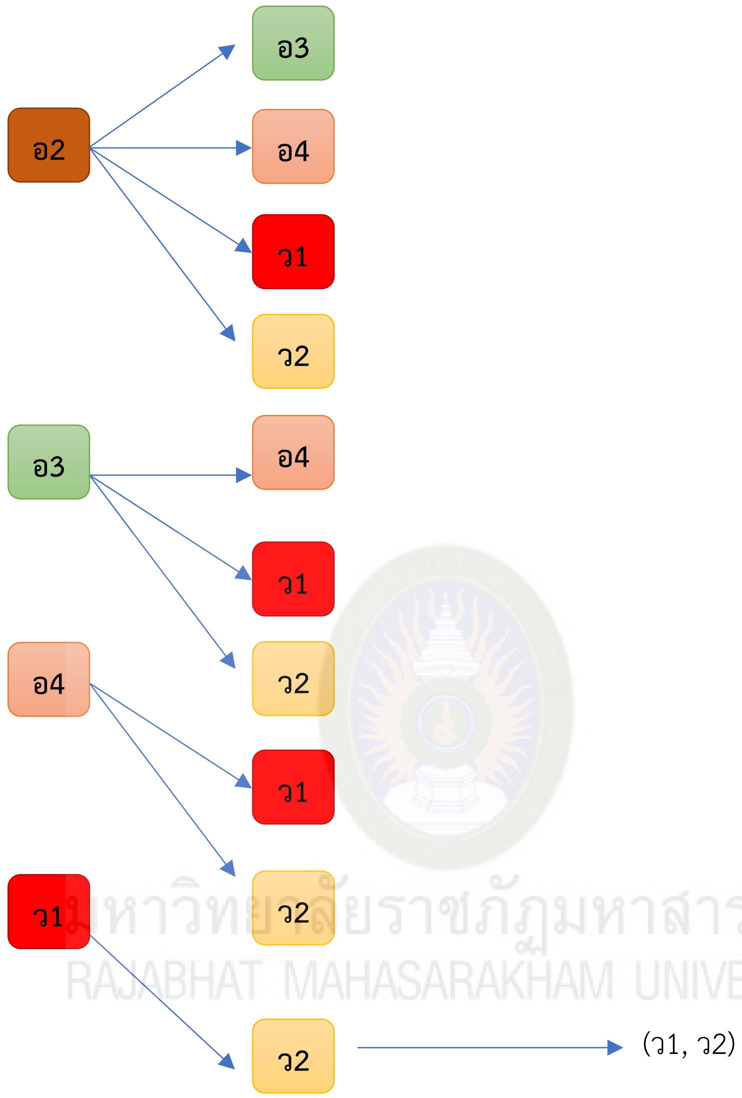
ว1, ว2 แทน วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง ตามลำดับ

**หยิบขนมชิ้นที่ 1** **หยิบขนมชิ้นที่ 2** **เหตุการณ์ที่จินาหยิบได้วุ้นกรอบทั้งสองชิ้น**





หยิบขนมชิ้นที่ 1 หยิบขนมชิ้นที่ 2 เหตุการณ์ที่จินาหยิบได้วุ้นกรอบทั้งสองชิ้น






จะได้ $n(S) = 15$

$n(E) = 1$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{1}{15}$$

**วิธีที่ 2**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การสร้างตาราง**

กำหนดให้ อ1, อ2, อ3, อ4 แทน อาลัวสีขาว อาลัวสีน้ำตาล อาลัวสีเขียว และอาลัวสีชมพู ตามลำดับ

ว1, ว2 แทน วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง ตามลำดับ

| หยิบชิ้นที่ 1 / หยิบชิ้นที่ 2 | อ1 | อ2 | อ3 | อ4 | ว1 | ว2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| อ1 | | | | | | |
| อ2 | ✓ | | | | | |
| อ3 | ✓ | ✓ | | | | |
| อ4 | ✓ | ✓ | ✓ | | | |
| ว1 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| ว2 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |



จะได้ n(S) = 15

n(E) = 1

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{15}$$

**วิธีที่ 3**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การใช้เหตุผล**

ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีขาว ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ อาลัวสีน้ำตาล อาลัวสีเขียว อาลัวสีชมพู วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง

ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีน้ำตาล ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ อาลัวสีเขียว อาลัวสีชมพู วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง

ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีเขียว ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ อาลัวสีชมพู วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง

ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีชมพู ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง



ถ้าหยิบขนมชิ้นที่ 1 ได้ วุ้นกรอบสีแดง ชิ้นที่ 2 มีโอกาสหยิบได้ วุ้นกรอบสีเหลือง

จะได้ n(S) = 15

และจำนวนเหตุการณ์ที่จินาหยิบได้วุ้นกรอบทั้งสองชิ้น คือ วุ้นกรอบสีแดง กับ วุ้นกรอบสีเหลือง

จะได้ n(E) = 1

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{1}{15}$$

**วิธีที่ 4**

**กลยุทธ์การใช้ตัวแปร**

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ =

$$\frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

n(E) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

n(S) แทน จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

**กลยุทธ์การแบ่งกรณี**

กำหนดให้ อ1, อ2, อ3, อ4 แทน อาลัวสีขาว อาลัวสีน้ำตาล อาลัวสีเขียว และอาลัวสีชมพู ตามลำดับ

ว1, ว2 แทน วุ้นกรอบสีแดง และวุ้นกรอบสีเหลือง ตามลำดับ

กรณีที่ 1 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีขาว จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(อ1, อ2) (อ1, อ3) (อ1, อ4) (อ1, ว1) (อ1, ว2)

กรณีที่ 2 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีน้ำตาล จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(อ2, อ3) (อ2, อ4) (อ2, ว1) (อ2, ว2)

กรณีที่ 3 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีเขียว จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(อ3, อ4) (อ3, ว1) (อ3, ว2)

กรณีที่ 4 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ อาลัวสีชมพู จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(อ4, ว1) (อ4, ว2)

กรณีที่ 5 ถ้าหยิบชิ้นที่ 1 ได้ วุ้นกรอบสีแดง จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(ว1, ว2)

จะได้ n(S) = 15

กรณีที่ 7 จินาหยิบได้วุ้นกรอบทั้งสองชิ้น จะได้ เหตุการณ์ทั้งหมด คือ

(ว1, ว2)

จะได้ n(E) = 1

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{1}{15}$$

**แนวทางการตอบแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**
**เรื่อง ความน่าจะเป็น**

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3** **โรงเรียนอนุกูลนารี**

**ชื่อ...................................................นามสกุล...................................................เลขที่..................**

**คำชี้แจง** จงตอบคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

**สถานการณ์ที่ 1** ดาวสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องทึบที่มีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีชมพู 3 ลูก และสีขาว 4 ลูก

1) ดาวจะหยิบได้ลูกปิงปองสีขาวอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
ไม่ใช่ เพราะในกล่องทึบมีลูกปิงปองสีเหลืองและสีชมพูอยู่ด้วย
ดังนั้น ดาวจึงมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีเหลือง หรือสีชมพู หรือสีขาว อย่างใดอย่างหนึ่ง

2) ดาวมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูมากกว่าลูกปิงปองสีเหลือง ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
ไม่ใช่ เพราะในกล่องทึบมีลูกปิงปองสีชมพูน้อยกว่าลูกปิงปองสีเหลือง
ดังนั้น ดาวจึงมีโอกาสหยิบได้สีเหลืองมากกว่าลูกปิงปองสีชมพู

3) ดาวมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีเขียว ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
ไม่ใช่ เพราะในกล่องทึบไม่มีลูกปิงปองสีเขียว
ดังนั้น ดาวจึงไม่มีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีเขียวอย่างแน่นอน



4) ดาวไม่มีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพูเลยใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
ไม่ใช่ เพราะในกล่องทึบมีลูกปิงปองชมพูอยู่ด้วย
ดังนั้น ดาวจึงมีโอกาสหยิบได้ลูกปิงปองสีชมพู

**สถานการณ์ที่ 2** คำแก้วทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

5) ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 4 อย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
ไม่ใช่ เพราะบนหน้าลูกเต๋ามีแต้ม 1 ถึง 6
ดังนั้น คำแก้วจึงมีโอกาสทอดลูกเต๋าได้แต้มเป็นเท่าใดก็ได้ ตั้งแต่ 1 ถึง 6

6) ลูกเต๋าไม่ขึ้นแต้ง 10 อย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
ใช่ เพราะบนหน้าลูกเต๋ามีแต้ม 1 ถึง 6 ไม่มีแต้ม 10
ดังนั้น คำแก้วจึงไม่มีโอกาสทอดลูกเต๋า แล้วขึ้นแต้ม 10 อย่างแน่นอน

7) ลูกเต๋าขึ้นแต้มใดแต้มหนึ่ง จากแต้ม 1 ถึง 6 อย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

ใช่ เพราะบนหน้าลูกเต๋ามีแต้ม 1 ถึง 6

ดังนั้น คำแก้วจึงมีโอกาสทอดลูกเต๋า แล้วขึ้นแต้มใดแต้มหนึ่ง จากแต้ม 1 ถึง 6 อย่างแน่นอน

**สถานการณ์ที่ 3** ร้านเค้กนุ่มทำเค้กก้อนละ 5 ปอนด์ เพื่อจำหน่ายโดยตัดเค้กแต่ละก้อนออกเป็น 8 ชิ้น ขนาดเท่าๆ กัน สำหรับแบ่งขายในวันศุกร์สิ้นเดือนก่อนที่จะปิดร้าน 1 ชั่วโมง ร้านเหลือเค้กส้ม 8 ชิ้น และเค้กช็อกโกแลต 6 ชิ้น จึงจัดใส่กล่องทึบที่เหมือนกัน กล่องละ 2 ชิ้น โดยให้แต่ละกล่องเป็นเค้กชนิดเดียวกัน แล้ววางคละกันไว้เพื่อเตรียมจำหน่ายแบบลดราคา

8) ถ้ากัมบี้ต้องการซื้อเค้ก จึงหยิบเค้กมา 1 กล่อง กัมบี้จะมีโอกาสได้เค้กชนิดใดมากกว่ากัน เพราะเหตุใด

กัมบี้จะมีโอกาสได้เค้กส้มมากกว่าเค้กช็อกโกแลต เพราะในขณะที่ร้านเค้กนุ่มแบ่งเค้กใส่กล่องนั้น จะมีเค้กส้ม 4 กล่อง มากกว่าเค้กช็อกโกแลต ซึ่งมี 3 กล่อง

9) จากข้อ 8 ถ้ากัมบี้ได้เค้กส้ม หลังจากนั้นอันนามาซื้อเค้ก โดยหยิบเค้กมา 2 กล่อง แล้วโอกาสที่อันนาจะได้เค้กส้มทั้งสองกล่อง กับโอกาสที่อันนาจะได้เค้กช็อกโกแลตทั้งสองกล่องเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

อันนามีโอกาสที่จะหยิบได้เค้กส้มทั้งสองกล่อง เท่าๆ กัน หยิบได้เค้กช็อกโกแลตทั้งสองกล่อง เพราะเมื่อกัมบี้หยิบได้เค้กส้มไปแล้ว 1 กล่อง ทำให้เค้กส้มและเค้กช็อกโกแลตต่างเหลืออยู่ชิ้นละ 3 กล่อง



10) จากข้อ 9 ถ้าเค้กที่อันนาซื้อไปเป็นเค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง แล้วหลังจากนั้นนักเรียนมาซื้อเค้กที่ร้านเค้กนุ่ม 2 กล่อง นักเรียนจะไม่มีโอกาสได้เค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่องอย่างแน่นอน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่ใช่ เพราะถ้าเค้กที่อันนาซื้อไปเป็นเค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง แสดงว่าที่ร้านจะเหลือเค้กชนิดเดียวกับที่อันนาซื้อไปอยู่อีก 1 กล่อง เป็นเค้กอีกชนิดหนึ่ง 3 กล่อง

ดังนั้น นักเรียนอาจหยิบได้เค้กชนิดเดียวกันทั้งสองกล่อง หรือต่างชนิดกันก็ได้

**ภาคผนวก ง**

**รายนามผู้เชี่ยวชาญ และ รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ**

**รายนามผู้เชี่ยวชาญ**

| | |
|---|---|
| 1. อาจารย์ ดร. บรรชา นันจรัส | อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี<br>มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม<br>ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ |
| 2. นางสาวแพรไหม สามารถ | ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ |
| 3. นายสิทธิชัย ยุบลวัฒน์ | ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้เชี่ยวชาญ ด้านการสอนคณิตศาสตร์ |

**รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ**

| | |
|---|---|
| 1. อาจารย์ ดร. วีรพงษ์ วงศ์พินิจ | อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี<br>มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม<br>ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ |
| 2. อาจารย์ ดร. อัครพงศ์ วงศ์พัฒน์ | อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี<br>มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม<br>ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ |
| 3. นายนายอุดม วิเศษวิสัย | ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>โรงเรียนอนุกูลนารี ผู้เชี่ยวชาญ ด้านการสอนคณิตศาสตร์ |

**ภาคผนวก จ**
**หนังสือแต่งตั้งผู้เชี่ยวชาญ หนังสือแต่งตั้งผู้ทรงคุณวุฒิ**
**และหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บข้อมูล**

ที่ อว๐๕๔๐.๐๒/ว๑๒๒๕

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนอนุกูลนารี อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์

ด้วยนางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๑ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยกับประชากรและกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียน เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้



ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

คณะครุศาสตร์
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทรศัพท์นักศึกษา ๐๙๒๒๕๑๒๒๘๕

# บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์

ที่ คศ.๐๐๕๗/๒๕๖๕ ลงวันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน อาจารย์ ดร. บรรชา นันจรัส

ด้วยนางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๑ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่าน เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ
- ☑ ตรวจสอบแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง
- ☐ อื่น ๆ ระบุ........................................................

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)

คณบดีคณะครุศาสตร์

ที่ อว๐๕๔๐.๐๒/ว๑๒๒๕

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน นายสิทธิชัย ยุบลวัฒน์

ด้วยนางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๑ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่าน เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ
- ☑ ตรวจสอบแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง
- ☐ อื่น ๆ ระบุ.................................................................



จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

คณะครุศาสตร์
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทรศัพท์นักศึกษา ๐๙๒๒๕๑๒๒๘๕

ที่ อว๐๕๔๐.๐๒/ว๑๒๒๕

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน นางสาวแพรไหม สามารถ

ด้วยนางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๑ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่าน เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ
- ☑ ตรวจสอบแบบทดสอบกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบแบบทดสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบแบบสอบถามการเข้าถึงคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง
- ☐ อื่น ๆ ระบุ.........................................................



จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

คณะครุศาสตร์
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทรศัพท์นักศึกษา ๐๙๒๒๕๑๒๒๘๕

# บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์

ที่ คศ.๐๐๕๗/๒๕๖๕ ลงวันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน อาจารย์ ดร. วีรพงษ์ วงศ์พินิจ

ด้วยนางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๑ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ ☑ สัมภาษณ์แนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี

☐ อื่น ๆ ระบุ........................................................

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)

คณบดีคณะครุศาสตร์

# บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์

ที่ คศ.๐๐๕๗/๒๕๖๕ ลงวันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕

เรียน อาจารย์ ดร. อัครพงศ์ วงศ์พัฒน์

ด้วยนางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๑ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ ☑ สัมภาษณ์แนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี

☐ อื่น ๆ ระบุ........................................................

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)

คณบดีคณะครุศาสตร์

ที่ อว๐๕๔๐.๐๒/ว๑๒๒๕

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน นายอุดม วิเศษวิสัย

ด้วยนางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๑ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ ☑ สัมภาษณ์แนวทางในการส่งเสริมการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ โรงเรียนอนุกูลนารี

☐ อื่น ๆ ระบุ........................................................

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้



ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

คณะครุศาสตร์
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทรศัพท์นักศึกษา ๐๙๒๒๕๑๒๒๘๕

# การเผยแพร่ผลงานวิจัย

ชลธิชา แสนสุริวงศ์ และนวพล นนทภา. (2565). การศึกษาอิทธิพลของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเข้าถึงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอนุกูลนารี *ในการประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยบัณฑิตศึกษา ระดับชาติ ครั้งที่ 6 RMU NGRC2022*. วันที่ 22 กรกฎาคม พ.ศ. 2565. (น.368-380). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

# ประวัติผู้วิจัย

| | |
|---|---|
| **ชื่อ สกุล** | นางสาวชลธิชา แสนสุริวงศ์ |
| **วัน เดือน ปี เกิด** | 4 มีนาคม 2540 |
| **ที่อยู่ปัจจุบัน** | 185 หมู่ 8 บ้านโนนกุงพัฒนา ตำบลเชียงสือ อำเภอโพนนาแก้ว จังหวัดสกลนคร 47230 |
| **E-mail** | 638010160101@rmu.ac.th |
| **ประวัติการศึกษา** | |
| พ.ศ. 2562 | วิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม |
| พ.ศ. 2565 | ครุศาสตรมหาบัณฑิต (ค.ม) สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม |