

Ms 131288

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

นางสาวดาวศิริ จุฬารี

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

พ.ศ. 2565

สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม



ใบอนุญาตวิทยานิพนธ์
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ นางสาวดาวศิริ จุฬารี แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

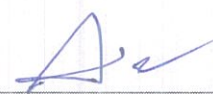
ว่าที่ร้อยโท  ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฐชัย จันทชุม)


 กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทัศนศิริินทร์ สว่างบุญ)

 กรรมการ
(อาจารย์ ดร.นवल นนทภา)

 กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ)

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
วันที่.....เดือน..... 29 ส.ค. 2565 ปี.....

ชื่อเรื่อง : การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้วิจัย : นางสาวดาวศิริ จุฬารี่

ปริญญา : ครุศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา)
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ

ปีที่สำเร็จการศึกษา : 2565

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2) ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 3) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 44 คน ซึ่งได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สถิติสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson correlation coefficient) และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี

ผลการวิจัย พบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 ระบุว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ และสามารถแก้ปัญหาอัตราส่วนที่ไม่เป็นจำนวนเต็มได้ คิดเป็นร้อยละ 59.09 2) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี คิดเป็นร้อยละ 50.00 และ 3) ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันอยู่ในระดับสูงมาก มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .929 และจากการสัมภาษณ์ พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนในระดับ 3 ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพและสามารถคำนวณได้ถูกต้อง ระดับ 2

แก้ปัญหาโดยใช้การคูณหรือเทียบบัญญัติไตรยางค์และสามารถคำนวณบางค่าได้ถูกต้อง และระดับ 1
แก้ปัญหาโดยใช้การบวกหรือการคูณและสามารถคำนวณบางค่าได้ถูกต้อง

คำสำคัญ: ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน, การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ความสัมพันธ์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Title : The Study Relation between Ability on Proportional Reasoning with Mathematical Problem Solving of Seventh Grade Students

Author : Miss Daowsiri Chularee

Degree : Master of Education (Mathematics Education)
Rajabhat Maha Sarakham University

Advisors : Assistant Professor Dr.Yuthapong Thipchart

Year : 2022

ABSTRACT

The purposes of this study were to 1) study of Ability on Proportional Reasoning of seventh grade students, 2) study the mathematical problem solving of seventh grade students and 3) study the relation between the level of Proportional reasoning ability with Mathematical Problem Solving of seventh grade students. The target group were seventh grade students of Sarakhampittayakom School, Mueang Mahasarakham, Mahasarakham province, in the second semester of 2021, were 44 people by method Purposive sampling. Research tools were an ability on Proportional Reasoning test, a mathematical problem solving test and an interview form of proportional reasoning ability with solving mathematical problems. Statistics for research were frequency, percentage, average, standard deviation, Pearson Correlation Coefficient and a case study method.

The results of the study revealed that: 1) The proportional reasoning ability of most students was found at level 2, know that the ratio can be attenuated using division and can solve problems with non-integer ratios, accounted for 59.09 percent, 2) The mathematical problem solving of most students was found at good level, accounted for 50 percent and 3) The relationship between Proportional reasoning ability with Mathematical problem solving correlated in very high level, with correlation coefficients of .929. And from interviewing, it is found that the proportional reasoning ability of students with level 3 use an effective solution and able calculating correctly, with level 2 solve problems using multiplication or rule of three in arithmetic and able

calculating in some values correctly and with level 1 solve problems using addition or multiplication and able calculating in some values correctly.

Keywords: Ability on Proportional Reasoning, Mathematical Problem Solving,
Relationship



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

A handwritten signature in blue ink, consisting of stylized, cursive letters.

Major Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ ประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ร้อยโท ดร.ณัฐชัย จันทชุม ประธานกรรมการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทัศนศิริรินทร์ สว่างบุญ และอาจารย์ ดร. นวพล นนทภา กรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ขอขอบพระคุณ ดร.เสนห์ หมายจากกลาง ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ร้อยตรี ดร.อรุณ ชูกระเดื่อง ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและประเมินผลการศึกษา และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์และภาษาวิจัย ที่ช่วยตรวจสอบให้คะแนนและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการสร้างเครื่องมือ และการหาคุณภาพ เครื่องมือ ผู้อำนวยการโรงเรียน และคณะครูโรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม ที่ให้การสนับสนุนในการศึกษาหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเอง และขอขอบใจนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้

คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ผู้มีพระคุณ ตลอดจนบูรพาจารย์และผู้มีอุปการะทุกท่าน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นางสาวดาวศิริ จุฬารี

สารบัญ

หัวข้อ	หน้า
บทคัดย่อ	ก
ABSTRACT	ค
กิตติกรรมประกาศ	จ
สารบัญ	ฉ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย	3
1.3 ขอบเขตการวิจัย	4
1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ	4
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม	6
2.1 การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	6
2.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	24
2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	45
2.4 กรอบแนวคิดการวิจัย	51
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	52
3.1 กลุ่มเป้าหมาย	52
3.2 เครื่องมือวิจัย	54
3.3 การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย	55
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล	59
3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล	63
3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย	67
บทที่ 4 ผลการวิจัย	70
4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	70
4.2 ลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล	70

หัวเรื่อง	หน้า
4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	71
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	103
5.1 สรุป	103
5.2 อภิปรายผล	104
5.3 ข้อเสนอแนะ	108
บรรณานุกรม	110
ภาคผนวก	118
ภาคผนวก ก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	119
ภาคผนวก ข การหาคุนภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	130
ภาคผนวก ค รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย	157
ภาคผนวก ง หนังสือขอความอนุเคราะห์	159
การเผยแพร่ผลงานวิจัย	164
ประวัติผู้วิจัย	165

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1	ลักษณะค่าของอัตราส่วน ที่เปลี่ยนแปลงไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ 10
2.2	ตัวอย่างของปัญหาประเภทต่าง ๆ 15
2.3	ประเภทของปัญหา 19
2.4	เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค 24
2.5	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ 41
2.6	เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 42
2.7	รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya 43
2.8	รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Charles, et al. 43
2.9	เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 45
3.1	เกณฑ์ในการให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน ... 62
3.2	เกณฑ์แปลความหมายในการจัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน 63
3.3	เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 64
4.1	จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีการจำแนกตามความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน 71
4.2	จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีการจำแนกตามการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 72
4.3	ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 73
4.4	คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา 73
4.5	คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา 74
4.6	ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท 76
4.7	ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำเป็นองศาเซลเซียส 77
4.8	ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท 78

ตารางที่	หน้า
4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาฬิกา	79
4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)	80
4.11 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท	81
4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส	82
4.13 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท	83
4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาฬิกา	83
4.15 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)	84
4.16 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท	85
4.17 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส	86
4.18 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท	87
4.19 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาฬิกา	88
4.20 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)	88
4.21 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท	89
4.22 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส	90
4.23 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท	91
4.24 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาฬิกา	92
4.25 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)	93
4.26 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท	94
4.27 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส	95
4.28 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท	95

ตารางที่	หน้า
4.29 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาฬิกา	96
4.30 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)	97
4.31 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท	98
4.32 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส	99
4.33 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท	99
4.34 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาฬิกา	100
4.35 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)	101
ข.1 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	134
ข.2 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	145

สารบัญญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 กรอบแนวคิดการวิจัย	51
3.1 จำนวนและกลุ่มเป้าหมาย	53
3.2 ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ตามรูปแบบของ Carpenter, et al.	60
3.3 รายละเอียดของแต่ละระยะในการเก็บรวบรวมข้อมูล	61



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560, น. 1) ซึ่งกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือการเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสาร และการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจสังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้นจะต้องเตรียมผู้เรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งจะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษาหรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของผู้เรียน นอกจากนี้ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถต่อไปนี้ 1) การแก้ปัญหา 2) การสื่อสาร และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยง 4) การให้เหตุผล 5) การคิดสร้างสรรค์ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560, น. 1-3) แต่การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในประเทศไทย

ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร โดยที่ผ่านมามีนักเรียนที่มีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาสาระ เป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังต้องความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงเหตุผล การสื่อสาร หรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สวท., 2551, น. 1) แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่สำคัญต่อการพัฒนาความคิดและการดำเนินชีวิต ของนักเรียน ซึ่งเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ส่วนมากเป็นนามธรรมสูงเข้าใจยาก ทำให้มีผลกระทบต่อความสุขในการเรียนวิชานี้ และทำให้การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบ ผลสำเร็จเท่าที่ควรเห็นได้จากบริบทของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม จากการสังเกตผลสัมฤทธิ์ในรายวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ผ่านมา นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 คะแนนต่ำกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม และสัมภาษณ์ครูในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ พบว่าการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร และนักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในการให้เหตุผล และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ วรรณิสสา เมืองโคตร (2560) มีนักเรียนจำนวนมาก ไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ โดยนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ ของเงื่อนไขที่กำหนดให้ในสถานการณ์ปัญหาได้ และนักเรียนไม่สามารถแสดงแนวคิด หรือขั้นตอน ในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง จากการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่า รูปแบบ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เน้นการบรรยาย หลักการ การยกตัวอย่างการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ แล้วให้นักเรียน ทำแบบฝึกหัดจำนวนมาก โดยแบบฝึกหัดส่วนใหญ่เป็นการเน้นให้นักเรียนหาคำตอบ ที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ซึ่งไม่ได้เน้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด หรือขั้นตอนการแก้ปัญหา และ ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ส่งผลให้นักเรียนเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการจดจำขั้นตอนวิธีการตามที่ครูสอนในชั้นเรียนเท่านั้น ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ดังกล่าว ไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองอย่างแท้จริง และนักเรียน ไม่ได้ถูกกระตุ้นให้แสดงแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งเป็นเพียงการแก้ปัญหาตามขั้นตอน ที่ได้จดจำ มาจากตัวอย่าง นอกจากนี้ รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (2539) ทศนิยม ชื่นยง (2541) อภิสิตธิ กิจเกียรติ (2545) และเวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2546) ได้ศึกษาข้อพร่องเรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียน พบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องหลาย ๆ ด้าน เช่น ด้านการตีความหมายของโจทย์ ด้านการใช้บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และผลการวิจัยของอภิสิตธิ กิจเกียรติ (2545) ยังพบว่านักเรียน ตีความหมายเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ผิด เพราะฉะนั้นนักเรียนขาดความคิดรวบยอดในเรื่อง ดังกล่าว การที่นักเรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ด้วยความเข้าใจนั้นต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการให้ เหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สามารถฝึกฝนและสอนกันได้ นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ไม่ประสบผลสำเร็จ อาจเนื่องมาจากการไม่รู้จักรากการให้เหตุผลก็ได้ การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะเกี่ยวกับการ พิสูจน์ กฎ หรือทฤษฎีบทในเรื่องต่าง ๆ แต่ความจริงแล้วยังมีการให้เหตุผลในรูปแบบอื่น ซึ่งล้วนแต่

มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานของการศึกษาทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น เช่น การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (ธัญญารัตน์ อินทรอนันต์, 2552) เลขและคณะ (Lesh, et al, 1988, pp. 93-95) ให้ความเห็นว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับความรู้สึกร่วมกันและการเปรียบเทียบเชิงหลากหลายของจำนวน และความสามารถในการจัดเก็บและจัดการกับข้อมูลหลายข้อมูลได้ในใจ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้นเกี่ยวข้องอย่างยิ่งกับการอ้างอิงและการพยากรณ์ ตลอดจนเกี่ยวข้องกับวิธีคิดเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพด้วย และการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นความสำเร็จสูงสุดในการเรียนคณิตศาสตร์และเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนอื่น ๆ ที่จะตามมาภายหลัง ดังนั้นการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนนี้เป็นสิ่งที่ยังคงสำคัญยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์ (Hoffer, 1988) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนถือว่าเป็นหัวใจและจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งในการจัดหลักสูตรคณิตศาสตร์ควรวัดเรื่องดังกล่าวนี้เป็นแกนของหลักสูตร เนื่องจากหลาย ๆ เนื้อหา เช่น ร้อยละ เศษส่วน ความคล้าย อัตราส่วน สัดส่วน อัตราส่วนตรีโกณมิติ ความน่าจะเป็น การแปรผัน ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือความสัมพันธ์ ล้วนแต่มีความเชื่อมโยงและใช้แนวคิดของเรื่องสัดส่วนทั้งสิ้น ดังนั้นการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจึงเป็นหัวข้อหนึ่งที่น่าสนใจและท้าทายสำหรับนักคณิตศาสตร์ศึกษา เนื่องจากแนวคิดเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญในคณิตศาสตร์หลาย ๆ แขนง เช่น เรขาคณิต ตรีโกณมิติ พีชคณิต แคลคูลัส สถิติและความน่าจะเป็น (Lanius and Williams, 2003, pp. 392-396)

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยเห็นว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และเกี่ยวข้องกับการใช้ชีวิตประจำวันของเรา อีกทั้งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเชิงสัดส่วน การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จะเป็นข้อสังเกตในการปรับปรุงและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน ให้สามารถนำไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนระดับที่สูงขึ้น และสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.2.2 เพื่อศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.2.3 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1.3.1 กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 44 คน ซึ่งได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) การจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถภายในแต่ละห้องจะมีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน

1.3.2 ตัวแปรในการวิจัย

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.3.3 ขอบเขตด้านเนื้อหาสาระ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องกราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

1.3.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การให้เหตุผลโดยใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนในการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเปรียบเทียบจำนวน การแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วน และเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนตระหนักถึงสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกัน

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของปริมาณสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน การแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกัน การหาค่าที่หายไป รวมถึงการเข้าใจและนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหาเชิงสัดส่วน โดยวัดได้จากพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งมีการประเมิน 4 ระดับดังต่อไปนี้

ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ หรือใช้การคำนวณอย่างสุ่ม

ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอน อัตราส่วน โดยใช้การหารได้

ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ที่อัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้มากขึ้น รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาอัตราส่วนที่ไม่เป็นจำนวนเต็มได้

ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติโดยตรง

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมมาใช้ในการตอบสนองสถานการณ์ค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ผลการวิจัยจะเป็นข้อเสนอแนะให้หน่วยงานหรือผู้ที่เกี่ยวข้องทางการศึกษา และผู้ที่สนใจ ได้ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และเป็นข้อเสนอแนะในการเตรียมความพร้อม เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้สูงขึ้น

บทที่ 2

การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ทำการค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
4. กรอบแนวคิดของการวิจัย

2.1 การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของปริมาณสองปริมาณที่มีความสัมพันธ์กัน หรือเป็นการแก้ปัญหาที่มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่ที่เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใด ๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นความสำเร็จสูงสุด ในการเรียนคณิตศาสตร์ และเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนอื่น ๆ ที่จะตามมาภายหลัง ดังนั้นการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์ และเป็นหัวข้อหนึ่งที่น่าสนใจ และท้าทายสำหรับนักคณิตศาสตร์ศึกษา เนื่องจากแนวคิดเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญในคณิตศาสตร์หลาย ๆ แขนง เช่น เรขาคณิต ตรีโกณมิติ พีชคณิต แคลคูลัส สถิติและความน่าจะเป็น และการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังนำไปประยุกต์กับศาสตร์หลาย ๆ สาขา

2.1.1 ความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ดังนี้

Lesh, Post and Behr (1988, p. 93) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับความเข้าใจของการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณ การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการหาค่าที่หายไป

Cramer, Post and Currier (1989, p. 31) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การให้เหตุผลรูปแบบหนึ่งในทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแปรร่วม การเปรียบเทียบพหุคูณ

และความสามารถในการจำและการจัดกระทำข้อมูล การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังเกี่ยวข้องกับ การอ้างอิง การทำนาย เกี่ยวข้องกับวิธีคิดเชิงคุณภาพ และวิธีคิดเชิงปริมาณ

National Research Council (2000, p. 241) กล่าวว่า สัดส่วน คือ ประโยคที่แสดง การเท่ากันของอัตราส่วน 2 อัตราส่วน และความเข้าใจถึงความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นในสถานการณ์ เชิงสัดส่วน และการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Lanuis and Williams (2003, p. 392) กล่าวว่า คำว่าสัดส่วน และการให้เหตุผล เชิงสัดส่วนเป็นคำที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างใกล้ชิด คำว่าสัดส่วน กล่าวถึงในลักษณะเฉพาะของ ความสัมพันธ์ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปของการเท่ากันของสองอัตราส่วน ส่วนคำว่า การให้เหตุผล เชิงสัดส่วน หมายถึง แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และความสามารถในการแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการ หาค่าที่หายไป และการเปรียบเทียบอัตราส่วน

Lamon (2005, p. 3) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การให้เหตุผล ที่เกี่ยวข้องกับการย่อส่วนหรือขยายส่วนในสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่ เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใด ๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน

De La Cruz (2008, p. 7) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเกี่ยวข้องกับการตระหนัก ถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และเกี่ยวข้องับความสามารถในการ ให้เหตุผลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพกับสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

อัมพร ม้าคนอง (2554, น. 51-54) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวน และตัวเลข และข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลง ของอัตราส่วน

พรพิมล แก้วละมุล (2562, น. 10) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การให้ เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนในการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการย่อส่วนหรือขยายส่วน ในสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่ที่เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใด ๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน และเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนตระหนักถึงสถานการณ์ ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การให้เหตุผลโดยใช้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับสัดส่วนในการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการ เปรียบเทียบจำนวน การแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วน และเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนตระหนักถึงสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและ ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

2.1.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Behr et al. (1988, p. 93) ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจความสัมพันธ์แบบทวีคูณที่มีอยู่ในสถานการณ์การเปรียบเทียบ

Cramer, Post and Currier (1993, pp. 342-346) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเกี่ยวข้องกับความสามารถในการเปรียบเทียบอัตราส่วนและความสามารถในการหาค่าที่หายไป รวมถึงความสามารถในการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวกับสัดส่วน

ขวัญ เพี้ยซ้าย (2553, น. 20-21) ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนในสองด้านต่อไปนี้

1. การแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ดังนี้

1.1 อธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณ แต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน

1.2 เปรียบเทียบอัตราส่วน

1.3 แยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

2. การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

ธัญญารัตน์ อินทรอนันต์ (2552, น. 9) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเข้าใจเรื่องสัดส่วนและการนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วน

พรพิมล แก้วละมุล (2562, น. 10) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน สามารถอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน ความสามารถในการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนการเข้าใจเรื่องสัดส่วนและการนำความรู้เรื่อง สัดส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของปริมาณสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน การแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน การหาค่าที่หายไป รวมถึงการเข้าใจและนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหาเชิงสัดส่วน

2.1.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญในคณิตศาสตร์หลาย ๆ แขนง และสามารถไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์หลาย ๆ สาขา รวมทั้งเกี่ยวข้องกับการใช้ชีวิตประจำวันของเราด้วย มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้แตกต่างกัน ดังนี้

Hoffer (1988, p. 285) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ว่า โดยทั่วไปแล้วการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนถือว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอันหนึ่งของการคิดอย่างเป็นแบบแผนในเด็กวัยรุ่น นอกจากนี้ความล้มเหลวในการพัฒนาเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องนี้ในระยะแรก ๆ ของเกรด 6-8 จะไปทำให้เกิดการยับยั้งการเรียนรู้ในหลาย ๆ สาขาวิชาที่ต้องมีการคิดในเชิงปริมาณเข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์ หรือสถิติ รวมทั้งพีชคณิตและเรขาคณิต ด้วยการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญซึ่งถูกนำไปประยุกต์ใช้กับวิทยาศาสตร์ ศิลปะ สถาปัตยกรรม แพทยศาสตร์วิศวกรรมศาสตร์ หรือธุรกิจต่าง ๆ และเป็นรากฐานสำคัญสำหรับการศึกษาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น เช่น พีชคณิต แคลคูลัส ตรีโกณมิติ เรขาคณิต ความน่าจะเป็นและสถิติ เป็นต้น

Lesh, Post and Behr (1988, p. 95) เชื่อว่าการ ให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นขั้นสูงสุดของการเรียนเลขคณิตในระดับประถมศึกษา และเป็นพื้นฐานที่สำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่อในระดับสูง

Harel and Confrey (1994, p. 15) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

Berenson, and Greenspon (2004, p. 17) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังเป็นตัวบ่งชี้ที่ดีของผลสัมฤทธิ์ทางเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูงด้วย

National Council of Teachers of Mathematics (2000, pp. 212-213) ได้ออกหนังสือหลักการและมาตรฐานคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) โดยได้เสนอให้การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นสาระสำคัญในการบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ของเกรด 6-8 ซึ่งมีหลาย ๆ เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ได้แก่ อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ ความคล้าย มาตรฐาน สมการเชิงเส้น ความชัน ความถี่สัมพัทธ์ ฮิสโทแกรม และความน่าจะเป็น นอกจากนี้ยังเชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ และศิลปะ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญในคณิตศาสตร์หลาย ๆ แขนง สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์หลาย ๆ สาขา รวมทั้งเป็นพื้นฐานที่สำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่อในระดับสูง และยังเป็นตัวบ่งชี้ที่ดีของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.1.4 องค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Heller et al. (1989, pp. 205-220) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งผลกระทบต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งจำแนกได้ 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) และการให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) ซึ่งมีรายละเอียด

1. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) การให้เหตุผลเชิงตัวเลขเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนด้านการแก้ปัญหาสัดส่วน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงตัวเลขในที่นี้ คือ ความสามารถในการใช้ทักษะเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ เนื่องจากเศษส่วนเป็นจำนวนตรรกยะ และอัตราส่วนเขียนในรูปเศษส่วนได้ จึงนำเศษส่วนนั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาสัดส่วน เพราะการเท่ากันของเศษส่วนสองจำนวนนั้นเหมือนโครงสร้างของโจทย์ปัญหาสัดส่วน

2. การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) การให้เหตุผลเชิงคุณภาพนั้นเป็นการตัดสินใจว่า ค่าของอัตราส่วนจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร ซึ่งอาจจะเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อเศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม

Heller et al. (1990, p. 390) ได้แบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนแปลงไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ ดังนี้

1. เศษเพิ่มขึ้นและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้
2. เศษเพิ่มขึ้นและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
3. เศษเพิ่มขึ้นและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
4. เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง
5. เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม
6. เศษเท่าเดิมและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
7. เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง
8. เศษลดลงและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนลดลง
9. เศษลดลงและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

ซึ่งพอจะสรุปได้ ดังนี้

ตารางที่ 2.1 ลักษณะค่าของอัตราส่วน ที่เปลี่ยนแปลงไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ

ส่วน \	เศษ	เพิ่มขึ้น	เท่าเดิม	ลดลง
	เพิ่มขึ้น	บอกไม่ได้	ลดลง	ลดลง

(ต่อ)

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

ส่วน \	เศษ			
		เพิ่มขึ้น	เท่าเดิม	ลดลง
	เท่าเดิม	เพิ่มขึ้น	เพิ่มขึ้น	ลดลง
	ลดลง	เพิ่มขึ้น	เท่าเดิม	บอกไม่ได้

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Qualitative and Numerical Reasoning About Fractions and Rates by Seventh and Eighth Grade Students*. (p. 388-402), by Heller, Post, Behr, and Lesh, 1990.

การศึกษาการให้เหตุผลเชิงคุณภาพ นอกจะศึกษาในลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่าอัตราส่วนแล้ว ยังศึกษาการเปรียบเทียบอัตราส่วนสองอัตราส่วน ซึ่งการศึกษาในสองลักษณะนี้ จะมีความสำคัญต่อความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน และยังเป็นทักษะพื้นฐานสำคัญในการทำโจทย์เกี่ยวกับสัดส่วนที่เป็นตัวเลข

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข เป็นความสามารถในการใช้ทักษะเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ และอัตราส่วนซึ่งเขียนในรูปเศษส่วนได้ มาใช้ในการแก้ปัญหาสัดส่วน

2. การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ เป็นการตัดสินใจ ค่าของอัตราส่วนจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร เมื่อเศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม

2.1.5 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

สำหรับพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Carpenter et al. (1999, p. 23) ได้กำหนดพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็น 4 ระดับดังต่อไปนี้

ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนเลย ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ ใช้การคำนวณอย่างสุ่ม หรือมุ่งพิจารณาที่ผลต่างของจำนวน นักเรียนระดับนี้ขาดการตระหนักถึงความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างปริมาณ

ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนไม่สามารถหาค่าโดยหารได้ เพราะฉะนั้นการแก้ปัญหของนักเรียนจึงใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้

ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาค่าต่าง ๆ ได้มากขึ้น รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาค่าอัตราส่วนที่ไม่เป็นจำนวนเต็มได้ ในขณะที่นักเรียนในระดับ 1 ไม่สามารถทำได้

ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ เป็นต้น

Karplus Adi and Lawson (1980, pp. 673-683) ได้กำหนดพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็น 4 ระดับ ดังนี้ ระดับ 1 ขั้นการคิดขึ้นเองในใจ (Intuitive) ระดับ 2 ขั้นการให้เหตุผลเชิงการบวก (Additive Reasoning) ระดับ 3 ขั้นเปลี่ยนผ่านจากการให้เหตุผลเชิงการบวกไปสู่การคูณ (Transitional) และระดับ 4 ขั้นการใช้อัตราส่วน (Ratio)

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ได้ใช้ระดับของพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่กำหนดโดยคาร์เพนเตอร์และคณะ เป็นแนวทางในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

2.1.6 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ส่วนใหญ่จะมีลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาค่าตายตัว นอกจากจะประเมินนักเรียนจากทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนจนนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ถูกต้องแล้ว ผู้ประเมินจะสรุปว่านักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วนนั้น การประเมินดังกล่าวนี้มีมุมมองที่ค่อนข้างจำกัด เป็นเงื่อนไขที่จำเป็นแต่ไม่เพียงพอต่อการไปตัดสินว่านักเรียนมีเข้าใจหรือไม่ ดังนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเปิดมุมมองให้กว้างเกี่ยวกับการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

2.1.6.1 แนวคิดในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Lesh, Post and Behr (1988, p. 98) มีโจทย์ปัญหาอยู่ 3 ประเภทใหญ่ ๆ ที่ถูกนำมาใช้ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ได้แก่ โจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงปริมาณ โจทย์ปัญหาการหาค่าที่หายไป และโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ

Cramer and Post (1993, pp. 342-346) กล่าวถึงโจทย์ปัญหาประเภทโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงปริมาณ นักเรียนจะต้องเปรียบเทียบอัตรา 2 อัตรา ที่ให้มาว่าค่าของอัตราใดมีค่ามากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากัน ตัวอย่างปัญหา เช่น “ริชาร์ดซื้อหมากฝรั่ง 6 ชิ้น ราคา 12 เซนต์ ร้านเดียวกันนี้ ซูซานซื้อหมากฝรั่ง 8 ชิ้น ราคา 15 เซนต์ ใครซื้อหมากฝรั่งได้ถูกกว่ากัน”

Lamon (1999, p. 41) กล่าวว่า การแก้ปัญหาดังกล่าวนี้เป็นปัญหาที่ยากกว่าปัญหาการหาค่าตัวแปรที่หายไป เนื่องจากการใช้วิธีการคูณไขว้อาจจะไม่นำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอื่นแทน เช่น วิธีการเพิ่มขนาดสัดส่วน (Scaling Up) จากที่ริชาร์ดซื้อหมากฝรั่ง

ในอัตราส่วน 6 ขึ้น ต่อเงิน 12 เซนต์ โดยการคูณด้วยตัวประกอบ 4 กับอัตราส่วนการซื้อหมากฝรั่งของริชาร์ด อาจกล่าวได้ว่าริชาร์ดซื้อหมากฝรั่งในอัตราส่วน 24 ขึ้น ต่อเงิน 48 เซนต์ จากที่ซูซานซื้อหมากฝรั่งในอัตราส่วน 8 ขึ้น ต่อเงิน 15 เซนต์ โดยการคูณด้วยตัวประกอบ 3 กับอัตราส่วนการซื้อหมากฝรั่งของซูซาน อาจกล่าวได้ว่าซูซานซื้อหมากฝรั่งในอัตราส่วน 24 ขึ้น ต่อเงิน 45 เซนต์ นั้นแสดงว่าซูซานซื้อหมากฝรั่งได้ถูกกว่าริชาร์ด

Cranner, Post and Currier (1993, p. 166) กล่าวว่าโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพเป็นปัญหาหนึ่งซึ่งถูกนำมาใช้ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ปัญหาประเภทนี้ต้องการให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบ ซึ่งไม่เกี่ยวกับค่าของตัวเลข ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เช่น วันนี้เดวิดวิ่งรอบสนามฟุตบอลได้ระยะทางน้อยกว่าเดิม แต่ใช้เวลามากกว่าวันก่อน อยากทราบว่าความเร็วในการวิ่งของเดวิดเป็นอย่างไรเมื่อเทียบกับวันก่อน ก) เร็วขึ้น ข) ช้าลง ค) ความเร็วเท่าเดิม และ ง) ข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอในการตัดสินใจ

Steinthorscottir and Sriraman (2007, p. 15) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงคุณภาพ ว่าควรอยู่บนพื้นฐานของความรู้ที่มาจากการทำงานด้วยตนเอง หรือยังไม่เป็นทางการ (Intuitive or Informal Knowledge) โดยปราศจากตัวเลขเข้ามาเกี่ยวข้อง

De La Cruz (2008, p. 7) กล่าวว่านอกจากจะประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนโดยพิจารณาจากการทำโจทย์ปัญหา 3 ประเภทดังที่กล่าวไว้แล้ว เพื่อเป็นการขยายความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ดังนั้นประเด็นหนึ่งที่จะควรนำมาพิจารณาเพิ่มเติมอีกในการประเมิน คือ ความสามารถในการแยกแยะ หรือตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

Van de Walle (2004, p. 314) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ควรคำนึงถึงประเด็นต่อไปนี้

1. ผู้เรียนสามารถแยกความแตกต่างระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้หรือไม่
2. ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในเชิงวิธีการในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนหรือไม่ ซึ่งความยืดหยุ่นดังกล่าวนี้จะเป็นตัวบ่งชี้หนึ่งที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของผู้เรียน
3. ผู้เรียนมีวิธีการคิดแก้ปัญหาที่หลากหลายหรือไม่ในสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน
4. ผู้เรียนมีวิธีการแสดงแนวคิดอย่างไรที่สะท้อนให้เห็นถึงพัฒนาการเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน พิจารณาได้จากการทำโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงปริมาณ โจทย์ปัญหาการหาค่าที่หายไป และโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ รวมถึงความสามารถในการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

2.1.6.2 ลักษณะของปัญหาและประเภทของโจทย์ปัญหาที่ใช้ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ลักษณะของปัญหาและประเภทของโจทย์ปัญหาที่ใช้ในการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้น

Lamon (1993, p. 43) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาออกเป็น 4 ประเภทด้วยกัน ดังนี้

1. ปัญหาประเภท Part-Part-Whole เซตย่อยของจำนวนทั้งหมดจะถูกเปรียบเทียบด้วยคอมพลิเมนต์ (ส่วนกลับของมัน เช่น เด็กผู้ชายกับเด็กผู้หญิง หรือคำตอบที่ถูกต้องกับคำตอบที่ผิด หรือเป็นการเทียบกับจำนวนทั้งหมด เช่น เด็กผู้ชาย 12 คน จากเด็กทั้งหมด 20 คน หรือคำตอบที่ถูกต้อง 80 ข้อ จากคำถาม 100 ข้อ ตัวอย่างโจทย์ปัญหาประเภท Part-Part-Whole เช่น คุณครูโจนส์ แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน แต่ละกลุ่มมีนักเรียนหญิง 3 คน ถ้าคุณครูโจนส์มีนักเรียนทั้งหมด 25 คน อยากทราบว่าในชั้นเรียนของเธอมีนักเรียนหญิงกี่คน และนักเรียนชายกี่คน

2. ปัญหาประเภท Associated Sets ซึ่งเกี่ยวข้องกับสองเซตที่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งโดยปกติแล้วปริมาณสองปริมาณไม่ได้มีความสัมพันธ์กัน เช่น ลูกโป่งกับเงิน คนกับพิซซ่า คุกกี้กับกล่อง เป็นต้น ตัวอย่างโจทย์ปัญหาประเภทนี้ เช่น เอลเลน จิม และสตีฟ ซื้อลูกโป่งสวรรค์ 3 ลูก ในราคา 2 ดอลลาร์ พวกเขาตัดสินใจจะกลับไปร้านอีกครั้งและซื้อลูกโป่งให้กับนักเรียนทั้งชั้น พวกเขาจะต้องจ่ายเงินเท่าไรเพื่อซื้อลูกโป่ง 24 ลูก

3. ปัญหาประเภท Well-known Measures เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการวัดทั่วไปในชีวิตประจำวัน ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของสิ่งที่มีตัวตน สามารถวัดได้ หรืออัตราที่คนทั่วไปรู้จักดี เช่น ความเร็ว ซึ่งเป็นอัตราส่วนของระยะทาง (ไมล์) และเวลา (ชั่วโมง) หรือราคาต่อหน่วย ซึ่งเป็นอัตราส่วนของสิ่งของและเงิน เช่น ดร.เดย์ขับรถเป็นระยะทาง 156 ไมล์ ใช้น้ำมันไปทั้งหมด 6 แกลลอน ถ้ารถของ ดร.เดย์ เติมน้ำมันในอัตรานี้ เขาจะสามารถขับรถ 561 ไมล์ โดยใช้น้ำมัน 21 แกลลอน ได้หรือไม่

4. ปัญหาประเภท Stretching and Shrinking Situations ซึ่งเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงขนาด แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่อเนื่องสองจำนวน เช่น ความสูง ความยาว ความกว้าง หรือเส้นรอบวง เกี่ยวพันกับทั้งการเทียบมาตราส่วน การเพิ่มขนาดที่ซึ่งขยาย หรือยืดออก หรือการเทียบมาตราส่วนที่ซึ่งลด หรือหดลง ตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงขนาด เช่น รูปขนาด 6×8 นิ้ว ใบหนึ่งถูกยืดขยายใหญ่จนมีความยาวเพิ่มขึ้นจาก 8 เป็น 12 นิ้ว อยากทราบว่าด้านกว้างของรูปที่ขยายใหม่ใบนี้เป็นเท่าไร

Lamon (1993, p. 44) ได้ยกตัวอย่างของปัญหาประเภทต่าง ๆ ไว้ดังนี้

ตารางที่ 2.2 ตัวอย่างของปัญหาประเภทต่าง ๆ

ชนิดของปัญหา	ตัวอย่าง
Well-Chunked Measures	นักเรียนได้ดูหน้าหนึ่งของหนังสือคู่มือนักขับ และทำการบันทึกระยะทางในช่วงหยุดพักหลายครั้งในการเดินทางที่เป็นระยะทางไกล ๆ หลังจากที่เดินทางได้ 2, 5, 7 และ 8 ชั่วโมง ตามลำดับ ระยะทางวัดได้ 130, 325, 445 และ 510 ไมล์ ตามลำดับ อยากทราบว่าคนขับรถได้ขับรถด้วยความเร็วคงที่เท่าใด
Part-Part-Whole	นักเรียนได้ดูรูปภาพที่ครูนำมาให้ดูในภาพนั้น มีสิ่ง 2 สิ่ง สิ่งหนึ่งมีไข่ 1 โหล (สีขา 8 ฟองและสีน้ำตาล 4 ฟอง) และอีกสิ่งหนึ่งนั้น มีไข่ 1 โหล (สีขา 8 ฟองและสีน้ำตาล 8 ฟอง) สิ่งใดมีไข่น้ำตาลมากกว่ากันเมื่อเปรียบเทียบกับไข่สีขา
Associated sets	นักเรียนดูรูปภาพ มีเด็กผู้หญิง 7 คน พร้อมกับพิซซ่า 3 ชิ้น และมีเด็กผู้ชาย 3 คน พร้อมกับพิซซ่าอีก 1 ชิ้น อยากทราบว่าใครมีพิซซ่ามากกว่ากัน ผู้ชายหรือผู้หญิง
Stretching/Shrinkers	นักเรียนดูรูปต้นไม้ 2 ต้น ต้น A สูง 8 ฟุต ต้น B สูง 10 ฟุต รูปถ่ายนี้ถ่ายเมื่อ 5 ปีที่ผ่านมา ปัจจุบันนี้ ต้น A สูง 14 ฟุต ต้น B สูง 16 ฟุต ตลอด 5 ปีที่ผ่านมา ต้นไม้ต้นใดที่เพิ่มความสูงได้มากที่สุด

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Ratio and Proportion: Connecting Content and Children's Thinking*. (p. 41-46). by Lamon, 1993.

Heller et al. (1989, pp. 209-211) ได้แบ่งชนิดของอัตราส่วนและทิศทางของปัญหาที่ใช้ในการศึกษาออกเป็น 3 ชนิด ได้แก่ ความเร็ว ความเร่ง การแลกเปลี่ยน การซื้อขาย และการบริโภค และได้เสนอลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ 2 ลักษณะ คือ ปัญหาการให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Problems) และปัญหาการให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Proportional Reasoning Problems) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ปัญหาการให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะของคำถามเชิงคุณภาพแบบใหม่ ซึ่งอาจจะมีสำคัญในการทำความเข้าใจพัฒนาการของทักษะการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน ปัญหาการให้เหตุผลเชิงคุณภาพนี้ เรียกว่า คำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) คำถามจะถามนักเรียนเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่ามีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร อาจจะมีเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อกำหนดให้เศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม แม้ว่าคำถามประเภทนี้เป็นคำถามชนิดใหม่จะไม่ปรากฏในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์เลย แต่การให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทางนี้มีความสำคัญ และเป็นทักษะที่นักเรียนจะต้องมีพื้นฐานมาก่อน เพื่อนักเรียนจะแก้ปัญหาคำถามได้ดียิ่งขึ้น ปัญหาการให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

1.1 ปัญหาการบอกทิศทางของอัตราส่วน (Qualitative Ratio Change Problems) เป็นปัญหาที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของค่าอัตราส่วนเมื่อกำหนดให้ค่าของเศษและส่วนของอัตราส่วนเปลี่ยนแปลงไป ส่วนใหญ่แล้วปัญหาในลักษณะนี้เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ในชีวิตประจำวัน เหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่ต่างกัน เช่น วันนี้จักรีว่ายน้ำได้ระยะทางน้อยกว่าเดิมแต่ใช้เวลามากกว่าวันก่อน อยากทราบว่าความสามารถในการว่ายน้ำของจักรีเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรเมื่อเทียบกับวันก่อน นักเรียนอาจจะหาคำตอบของปัญหานี้ได้โดยใช้วิธีการต่อไปนี้คือ สมมติให้วันนี้จักรีว่ายน้ำได้ 20 เมตร ในเวลา 3 นาที เมื่อวานจักรีว่ายน้ำได้ 30 เมตร ในเวลา 2 นาที นำอัตราส่วนของระยะทางต่อเวลาในการว่ายน้ำของจักรีเมื่อวานและวันนี้มาเปรียบเทียบกันโดยการคูณไขว้

	อัตราการว่ายน้ำวันนี้		อัตราการว่ายน้ำเมื่อวานนี้
	$\frac{20}{3}$		$\frac{30}{2}$
	20×2		30×3
	40	<	90
ดังนั้น	$\frac{20}{3}$	<	$\frac{30}{2}$

นั่นคือ วันนี้ความสามารถในการว่ายน้ำของจักรีลดลงเมื่อเทียบกับเมื่อวาน

1.2 ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ (Qualitative-Comparison Problems) เป็นปัญหาที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของค่าอัตราส่วน ซึ่งปัญหาในลักษณะนี้จะเกี่ยวข้องกับวัตถุหรือบุคคลที่แตกต่างกัน เช่น สู้ทัศน์วิ่งได้จำนวนรอบเท่ากับสุธรรม แต่สู้ทัศน์ใช้เวลาในการวิ่งมากกว่าสุธรรม อยากทราบว่าใครวิ่งเร็วกว่ากัน นักเรียนอาจจะหาคำตอบของปัญหานี้ได้โดยใช้วิธีการต่อไปนี้คือ

สมมติให้ สุทัศน์วิ่งได้จำนวน 5 รอบ ใช้เวลา 10 นาที

สุธรรมวิ่งได้จำนวน 5 รอบ ใช้เวลา 8 นาที

จากอัตราการวิ่งทำให้เราทราบในจำนวนรอบที่เท่ากัน คนที่ใช้เวลาน้อยกว่า จะวิ่งได้เร็วกว่า นั่นคือสุธรรมวิ่งได้เร็วกว่าสุทัศน์

2. ปัญหาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเชิงตัวเลข (Numerical Proportional Reasoning Problems) ซึ่งปัญหาลักษณะนี้แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

2.1 ปัญหาการหาค่าตัวแปร (Missing Value Problems) เป็นลักษณะของปัญหาที่กำหนดจำนวนในสัดส่วนมาให้ 3 จำนวน แล้วให้นักเรียนหาจำนวนที่ 4 เช่น ดำและแดงวิ่งรอบสนามด้วยความเร็วเท่ากัน ถ้าดำวิ่งได้ 4 รอบ ใช้เวลา 20 นาที อยากทราบว่าถ้าแดงวิ่งได้ระยะทาง 12 รอบ จะใช้เวลากี่นาที

การแก้ปัญหาลักษณะนี้ นักเรียนสามารถทำได้โดยเขียนในรูปสัดส่วนได้ดังนี้ สมมติให้แดงใช้เวลา x นาที จะได้สัดส่วน

$$\begin{aligned}\frac{4}{20} &= \frac{12}{x} \\ x &= \frac{12 \times 20}{4} \\ x &= 60\end{aligned}$$

ดังนั้น แดงใช้เวลาในการวิ่ง 60 นาที

2.2 ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข (Numerical-Comparison Problems) เป็นลักษณะของปัญหาที่กำหนดอัตราส่วนมาให้สองอัตราส่วน แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบว่าอัตราส่วนใดมีค่ามากกว่า เช่น สมพรและสุเทพวิ่งรอบสนามทุกเย็น ถ้าสมพรวิ่งได้ 8 รอบ ใช้เวลา 32 นาที และสุเทพวิ่งได้ 2 รอบ ใช้เวลา 10 นาที อยากทราบว่าใครวิ่งเร็วกว่ากัน

การแก้ปัญหาลักษณะนี้ นักเรียนสามารถทำได้โดยเขียนอัตราส่วนสองอัตราส่วนแล้วใช้การคูณไขว้ ดังนี้

อัตราส่วนของระยะทาง		อัตราส่วนของระยะทาง
ต่อเวลาของสมพร		ต่อเวลาของสุเทพ
$\frac{8}{32}$		$\frac{2}{10}$
8×10		32×2
80	>	64
ดังนั้น $\frac{8}{32}$	>	$\frac{2}{10}$
นั่นคือ สมพรวิ่งเร็วกว่าสุเทพ		

Lesh et al. (1988, p. 93) ได้ศึกษางานวิจัยในอดีต และแบ่งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนเป็น 7 ประเภท ที่เกิดขึ้นโดยธรรมชาติและสัมพันธ์กับปัญหา แต่ประเภทที่ 3-7 ไม่ได้รับความสนใจในแวดวงการสอน ดังนี้

1. โจทย์การหาค่าตัวแปร : $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ โดยให้ค่า 3 ค่ามา (รวมทั้งคู่อัตราที่สมบูรณ์คู่ที่ 1) เป้าหมายคือให้หาส่วนที่หายไปของอัตราคู่ที่ 2 (ที่เท่ากับคู่แรก)

2. ปัญหาการเปรียบเทียบ : $\frac{A}{B} \leftarrow ? \rightarrow \frac{C}{D}$ อาจให้ค่ามา 4 ค่า คือ A, B, C และ D) และให้ตัดสินว่าประโยคใดเป็นจริง ได้แก่ $\frac{A}{B} < \frac{C}{D}$ หรือ $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ หรือ $\frac{A}{B} > \frac{C}{D}$

3. โจทย์ปัญหาการเปลี่ยนรูป

3.1 ตัดสินทิศทางการเปลี่ยนแปลง ให้สองอัตราส่วนที่เท่ากันอยู่ในรูปต่อจากนั้นหนึ่งหรือสองใน 4 ค่านี้คือ A, B, C และ D ถูกเพิ่มขึ้นหรือลดลง ค่าที่แน่นอนจำนวนหนึ่งและจุดประสงค์ของโจทย์ก็คือให้ตัดสินว่า ความสัมพันธ์ใดต่อไปนี้ $>$, $<$ หรือ $=$ เป็นจริงสำหรับค่าที่มีการเปลี่ยนแปลงไป

3.2 การเปลี่ยนแปลงเพื่อสร้างความเท่ากัน อสมการที่อยู่ในรูป ต่อจากนั้นให้หาค่า X เพื่อสัมพันธ์กับตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งใน 4 ตัว (A, B, C และ D) เพื่อสร้างสมการขึ้น

4. โจทย์ปัญหาค่าเฉลี่ย ให้ค่า 2 ค่ามา ให้หาค่าที่ 3

4.1 ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต : $\frac{A}{x} = \frac{x}{D}$

4.2 ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก : $\frac{A}{x} = \frac{(A-x)}{(x-B)}$

5. สัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนจากอัตราส่วนไปเป็นเศษส่วน เช่น อัตราส่วนของผู้ชายต่อผู้หญิงในห้องเรียน คือ 15 ต่อ 12 ดังนั้นเศษส่วนของผู้ชายต่อผู้หญิงเป็นเท่าไร

6. สัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับชื่อหน่วย เช่น 3 ฟุต/2 วินาที = X ไมล์/ชั่วโมง หรือ 5 ฟุต/วินาที

7. โจทย์ที่ต้องตีความ โดยจะให้อัตราส่วนเศษส่วน, อัตรา, หรือ Quotient มาในระบบใดระบบหนึ่ง เพื่อบรรยายความสัมพันธ์เดียวกันนี้ โดยใช้ระบบอื่นด้วย

Karplus (1983, p. 219) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้นให้ความสำคัญในเรื่องความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเชิงเส้นระหว่าง 2 ตัวแปร และตามหลักการพบว่า กระบวนการของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้นสามารถสร้างขึ้นได้โดยอาศัยการเทียบเคียงตัวแปรภายนอก 2 ตัวแปร

ที่นำมาใช้ประโยชน์คล้ายกัน การยอมรับอัตราของตัวแปรภายในที่คงที่ และอยู่บนความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเชิงเส้น การประยุกต์ใช้ข้อมูลและความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ กระบวนการดังกล่าวนี้นำไปสู่ประเภทของปัญหา 2 ประเภท ได้แก่ ปัญหาการหาค่าตัวแปร (Missing Value) และปัญหาด้านการเปรียบเทียบ (Comparison) ตัวอย่างเช่น

ตารางที่ 2.3 ประเภทของปัญหา

ชนิดของปัญหา	ตัวอย่าง
Missing Value	ขับรถด้วยความเร็ว 175 กิโลเมตร/3 ชั่วโมง จะเดินทางได้กี่กิโลเมตร เมื่อเดินทางเป็นเวลา 12 ชั่วโมง ด้วยความเร็วคงที่
Comparison	รถยนต์ A แล่นด้วยความเร็ว 180 กิโลเมตร/3 ชั่วโมง รถยนต์ B แล่นด้วยความเร็ว 400 กิโลเมตร/17 ชั่วโมง รถคันใดวิ่งได้เร็วกว่ากัน

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Intellectual development beyond elementarschool VII1: proportional, probabilistic, and correlational reasonin.* (p. 673-683), By Kaplus, Adi and Lawson, 1980.

Kitpatrick et al. (2001, p. 241-243) ได้แบ่งปัญหาเชิงสัดส่วน ออกเป็น 3 ประเภทคือ

1. ปัญหาการหาค่าตัวแปร (Missing Value Problems) เช่น เงิน 2 ดอลลาร์ซื้อลูกบอลได้ 3 ลูก ถ้าซื้อลูกบอล 24 ลูก จะต้องใช้เงินดอลลาร์

2. ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข (Numerical Comparison Problems) คือ ให้นักเรียนตัดสินสองอัตราส่วนที่นำเสนอว่าอันไหนน้อยหรือมากกว่ากัน เช่น เงิน 2 ดอลลาร์ซื้อลูกบอลได้ 3 ลูก หรือเงิน 12 ดอลลาร์ซื้อลูกบอลได้ 24 ลูก อันไหนดีที่สุด

3. ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ (Qualitative Comparison Problems) เช่น ถามนักเรียนเพื่อประเมินผลที่มีต่ออัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงเชิงปริมาณในหนึ่งหรือสองปริมาณที่เกี่ยวข้องกัน (เช่น จะเกิดอะไรขึ้นเกี่ยวกับราคาของลูกบอล ถ้าคุณต้องการลูกบอลมากขึ้นแต่ราคายังคงเดิม)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ 2 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาการให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

1.1 ปัญหาการบอกทิศทางของอัตราส่วน เป็นปัญหาที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของค่าอัตราส่วน เมื่อกำหนดให้ค่าของเศษและส่วนของอัตราส่วนเปลี่ยนแปลงไป

1.2 ปัญหาการเปรียบเทียบเชิง เป็นปัญหาที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของค่า อัตราส่วน ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับวัตถุหรือบุคคลที่แตกต่างกัน

2. ปัญหาการใช้เหตุผลเชิงตัวเลข แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

2.1 ปัญหาการหาค่าตัวแปร เป็นปัญหาที่กำหนดจำนวนในสัดส่วนมาให้ 3 จำนวน แล้วให้หาจำนวนที่ 4

2.2 ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นปัญหาที่กำหนดอัตราส่วนมาให้ 2 อัตราส่วน แล้วให้เปรียบเทียบว่าอัตราส่วนใดมีค่ามากกว่า

2.1.6.3 วิธีการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Bright, Joyner and Wallis (2003, pp. 392-396) กล่าวว่า การประเมินความสามารถ ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนควรจะมีวิธีการประเมินที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ได้ข้อมูลที่หลากหลาย ซึ่งเป็นผลมาจากกระบวนการคิดของผู้เรียน และในการประเมินนั้นครูหรือผู้วิจัยควรตระหนักว่าใน บางสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับสัดส่วนอย่างง่าย เป็นไปได้ที่นักเรียนอาจจะให้เหตุผลในลักษณะที่ ซับซ้อนได้ (Sophisticate Way) หรือในกรณีที่นักเรียนพบกับสถานการณ์ปัญหาที่มีความยากขึ้น เป็นไปได้ที่นักเรียนอาจจะย้อนกลับมาสู่การให้เหตุผลในลักษณะที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน เช่น การให้ เหตุผลเชิงการบวก (Additive Reasoning) เป็นต้น

Van de Walle (2004, pp. 72-77) กล่าวถึงวิธีการหรือเทคนิคที่หลากหลายที่ใช้ใน การประเมินผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การใช้การทดสอบ การใช้การสังเกต การสัมภาษณ์ และการเขียนบันทึก ดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การทดสอบ มักเป็นส่วนหนึ่งในการนำมาใช้ประเมินผลทางคณิตศาสตร์เสมอ การใช้การทดสอบควรจะต้องสะท้อนให้เห็นถึงเป้าหมายในการสอนของครู และแบบทดสอบควรจะถูก ออกแบบมาเพื่อค้นหาสิ่งที่เป็นแนวคิดของเด็ก และดูว่าเด็กได้นำแนวคิดเหล่านั้นมาเชื่อมโยงกัน อย่างไร นอกจากนี้แบบทดสอบที่สร้างขึ้น นอกจากจะวัดทักษะหรือขั้นตอนวิธีทางด้านการคำนวณ แล้ว ยิ่งกว่านั้นควรจะต้องวัดด้านความรู้ความเข้าใจของเด็กด้วย แบบทดสอบที่นำมาใช้อาจจะมีลักษณะ หรือรูปแบบแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายของครูที่ต้องการจะวัดหรือประเมินอะไรจากเด็ก ลักษณะหรือรูปแบบของแบบทดสอบที่ส่วนใหญ่นำมาใช้กัน เช่น แบบทดสอบแบบมีตัวเลือก แบบทดสอบแบบให้เขียนตอบสั้น ๆ แบบทดสอบที่เป็นแบบคำถามปลายเปิด เพื่อต้องการให้เด็ก เขียน บรรยายแสดงความคิดเห็น หรืออาจจะเป็นแบบทดสอบที่ต้องการให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรม หรือให้อธิบายทางวาจาออกมา เป็นต้น

Van de Walle ยังกล่าวถึงข้อควรคำนึงในการทำการทดสอบทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.1 เปิดโอกาสให้เด็กสามารถนำเครื่องคำนวณมาใช้ในการทำแบบทดสอบได้ ยกเว้นเสียแต่ว่าการทดสอบดังกล่าวนั้นจะวัดทักษะด้านการคำนวณ การที่ครูอนุญาตให้เด็กใช้เครื่อง

คำนวณได้นั้นจะทำให้เด็กมีทัศนคติที่ดีต่อเครื่องคำนวณ และเครื่องคำนวณจะทำให้เด็กได้มุ่งไปสู่สิ่งที่ครูต้องการจะวัดจริง ๆ

1.2 ส่งเสริมให้มีการใช้อุปกรณ์และวาดภาพประกอบการอธิบายในการทำแบบทดสอบ เนื่องจากโมเดลที่เป็นอุปกรณ์มักจะถูกนำมาใช้ในการพัฒนาแนวคิด ดังนั้นในการทดสอบนักเรียน ควรมีโอกาสได้ใช้โมเดลที่เป็นอุปกรณ์เพื่อแสดงให้เห็นถึงแนวคิดในการแก้ปัญหา นอกจากนี้การวาดภาพประกอบอย่างง่าย ๆ ที่แสดงเกี่ยวกับการนับหรือการคำนวณตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มหรือเศษส่วนก็จะทำให้ครูได้เห็นแนวคิดหรือมุมมองของเด็กเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอีกทางหนึ่งด้วย

1.3 เปิดโอกาสให้เด็กได้การอธิบายแนวคิดของตนเองในการแก้ปัญหา

1.4 หลีกเลี่ยงการใช้แบบทดสอบที่มีลักษณะเป็นแบบมีตัวเลือก (Multiple Choice) หรือเป็นแบบมีช่องว่างให้เติมเฉพาะคำตอบ เนื่องจากการทำแบบทดสอบที่มีลักษณะดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนขาดการบูรณาการในสิ่งที่พวกเขาได้เรียนรู้มา และไม่สามารถสะท้อนสิ่งที่เป็นแนวคิดหรือความเข้าใจของนักเรียนออกมาได้ทั้งหมด นอกจากนี้ยังเป็นการปิดบังในสิ่งที่พวกเขาเรียนรู้ ซึ่งแบบทดสอบที่ดีควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงในสิ่งที่พวกเขาเรียนรู้และในสิ่งที่พวกเขาเข้าใจ

2. การสังเกต เป็นวิธีการที่ดีมากวิธีหนึ่งในการเก็บข้อมูลพฤติกรรมด้านการใช้ความคิด การปฏิบัติงาน และโดยเฉพาะด้านอารมณ์ ความรู้สึก และลักษณะนิสัยสามารถทำได้ทุกเวลา ทุกสถานที่ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน หรือในสถานการณ์อื่นนอกโรงเรียน วิธีการสังเกตทำได้โดยตั้งใจและไม่ตั้งใจ การสังเกตโดยตั้งใจหรือแบบมีโครงสร้าง หมายถึง ครูกำหนดพฤติกรรมที่ต้องสังเกต ช่วงเวลาสังเกต และวิธีการสังเกต (เช่น สังเกตคนละ 3-5 นาที เวียนไปเรื่อย ๆ) อีกวิธีหนึ่ง คือ การสังเกตแบบไม่ตั้งใจหรือแบบไม่มีโครงสร้าง หมายถึง ไม่มีการกำหนดรายการสังเกตไว้ล่วงหน้า ครูอาจมีกระดาษแผ่นเล็ก ๆ ติดตัวไว้ตลอดเวลาเพื่อบันทึกเมื่อพบพฤติกรรม การแสดงออกที่มีความหมาย หรือสะดุดความสนใจของครู การบันทึกอาจทำได้โดยย่อก่อนแล้วขยายความสมบูรณ์ภายหลัง วิธีการสังเกตที่ดีควรใช้ทั้งสองวิธี ข้อเตือนใจสำหรับการใช้วิธีสังเกต คือ ต้องสังเกตหลาย ๆ ครั้งในหลายสถานการณ์ เมื่อมีเวลาผ่านไประยะหนึ่ง ๆ (2-3 สัปดาห์) จึงนำข้อมูลเหล่านี้มาเพื่อพิจารณาสักครั้งหนึ่ง เครื่องมืออื่นที่ใช้ประกอบการสังเกต ได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ แบบมาตรา ส่วนประมาณค่า แบบบันทึกกระเบียนสะสม เป็นต้น

3. การสัมภาษณ์ เป็นการสอบถามด้วยวาจาหรือจากการสนทนาโต้ตอบกัน เพื่อหาข้อมูลบางอย่าง มีเหตุผลที่สำคัญสองประการว่าทำไมจำเป็นต้องมีการสัมภาษณ์ ประการแรก เพื่อต้องการได้ข้อมูลจากตัวเด็กว่าเด็กมีการสร้างแนวคิดอย่างไรและใช้วิธีการอะไรในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ ยังทำให้ครูทราบถึงทัศนคติและความเชื่อต่อการกระบวนกรแก้ปัญหาของเด็ก ประการที่สอง ข้อมูลที่ครูได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนจะเป็นประโยชน์แก่ตัวครูผู้สอนในแง่ที่ว่าครูสามารถ นำข้อมูลเหล่านั้นมาเป็นตัวกำหนด เป็นแนวทางในการวางแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ให้สอดคล้องกับศักยภาพหรือระดับความสามารถของผู้เรียนต่อไป การสัมภาษณ์แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างที่แน่นอน เป็นการสัมภาษณ์ที่ได้กำหนดตัวคำถามและคำตอบไว้เรียบร้อยแล้ว จะสัมภาษณ์ผู้ใดก็ใช้คำถามแบบเดียวกัน คำตอบมักเป็นแบบให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เลือกตอบอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือเป็นแบบให้ผู้ถูกสัมภาษณ์จัดอันดับความสำคัญของคำตอบ ส่วนการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างที่แน่นอน เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่มีการกำหนดคำตอบไว้ตายตัว คำถามที่ใช้และลำดับคำถามมีการเปลี่ยนแปลงหรือยืดหยุ่นได้ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการตัดแปลงคำถามให้เหมาะสมแต่ก็ให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ และผู้ตอบมีอิสระในการตอบ

มีข้อเสนอแนะบางประการเกี่ยวกับการสัมภาษณ์

3.1 ก่อนสัมภาษณ์ควรหาข้อมูลเกี่ยวกับภูมิหลังของนักเรียนก่อนเพื่อให้การสัมภาษณ์เจาะตรงประเด็นและได้ข้อมูลที่มีรายละเอียดมากยิ่งขึ้น

3.2 เตรียมชุดคำถามล่วงหน้าและจัดลำดับคำถามช่วยให้การตอบไม่วกวน

3.3 ขณะสัมภาษณ์ครูควรใช้วาจา ท่าทาง น้ำเสียงที่อบอุ่นเป็นกันเองทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกปลอดภัย และโน้มน้าวให้นักเรียนอยากพูดอยากเล่าให้ฟัง

3.4 ใช้คำถามที่นักเรียนเข้าใจง่ายยทบทวนความคิดของตนเองและรู้จักนำแนวคิดหลาย ๆ แนวคิดมาเชื่อมโยงสัมพันธ์กัน ซึ่งในการเขียนดังกล่าวนี้ควรเป็นการเขียนแสดงความคิดออกมาอย่างอิสระ ในแบบฉบับที่เป็นภาษาของตนเอง โดยไม่เน้นถึงรูปแบบการเขียน การสะกดคำ หรือการเว้นวรรคตอน นอกจากผู้เรียนจะเขียนเพื่อแสดงถึงความเข้าใจแล้ว ผู้เรียนอาจจะเขียนสิ่งที่ เป็นข้อสงสัยหรือสับสนที่ต้องการคำอธิบาย หรือเขียนคำถามที่ต้องการหาคำตอบ รูปแบบการเขียน บันทึกการเรียนรู้อาจไม่มีรูปแบบการเขียนที่ตายตัว ผู้เขียนอาจเขียนตามความถนัดหรือตามความชอบของผู้เขียนเอง ซึ่งอาจจะมีรูปภาพ แผนภูมิ หรือไดอะแกรมประกอบ

Berenson and Carter (1995, pp. 182-186) มีข้อเสนอแนะบางประการสำหรับครูในการ เริ่มต้นการเขียนการบันทึกการเรียนรู้อัน

1. เริ่มต้นให้นักเรียนเขียนอย่างอิสระ โดยไม่มีการตัดสินว่าถูกหรือผิด
2. ให้นักเรียนเขียนเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเรียนแล้วสับสน ไม่เข้าใจขณะเรียน หรือ เป็นสิ่งที่นักเรียนอยากรู้
3. กระตุ้นให้นักเรียนเขียนบ่อย ๆ โดยแสดงให้เห็นถึงความคาดหวังของครู หรือ แสดงงานเขียนของเพื่อนร่วมห้อง
4. มีการจดบันทึกผลการสัมภาษณ์ ต้องทำอย่างรอบคอบระวังอย่าให้คลาดเคลื่อน อาจมีเครื่องมืออื่นช่วย เช่น เทปบันทึก โดยต้องขออนุญาตผู้ถูกสัมภาษณ์ก่อน และอย่าให้ผู้ถูก สัมภาษณ์รู้สึกว่าการตอบของเขาไม่ได้รับความสนใจจากผู้สัมภาษณ์

4. การเขียนบันทึกการเรียนรู้ เป็นวิธีการหนึ่งที่ประหยัดใช้เวลาน้อย แต่มีประโยชน์ในการใช้เวลาในห้องเรียน เป็นการบันทึกที่ช่วยให้ค้นพบแบบแผนการคิด ซึ่งก่อให้เกิดความก้าวหน้าในการเรียนรู้ การเขียนบันทึกการเรียนรู้เป็นโอกาสหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนได้เขียนแสดงถึงความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เขียนสะท้อนให้เห็นในสิ่งที่ตัวเองได้เรียนรู้ของผู้เรียนได้

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ได้ใช้การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการทดสอบ ซึ่งแบบทดสอบเป็นแบบอัตนัย แสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ และใช้การสัมภาษณ์ เป็นการเปิดโอกาสผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ ซึ่งเป็นผลมาจากกระบวนการคิดของผู้เรียน

2.1.6.4 การประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค

การประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubrics) เป็นวิธีการประเมินงานของผู้เรียนโดยการกำหนดคะแนนและรายละเอียดในการให้คะแนนอย่างชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้ครูเห็นพัฒนาการของผู้เรียนว่ามีความก้าวหน้าอย่างไร

รัฐศิริรินทร์ จันท์หอม (2545, น. 25-26) การให้คะแนนแบบรูบรีคมี 2 แบบ คือ การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Score) และการให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Score) การให้คะแนนแบบภาพรวมเป็นการพิจารณากระบวนการหรือผลงานของผู้เรียนโดยดูภาพรวมรูบรีคแบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงานคะแนนที่ใช้รูบรีคแบบภาพรวมคือ คุณภาพโดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะ ข้อเสียการให้คะแนนแบบแยกส่วนอาจทำให้กระบวนการให้คะแนนช้า เนื่องจากเป็นการประเมินหลายทักษะหรือหลายคุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครูต้องใช้เวลาตรวจสอบผลงานหลายครั้งหลายหน การสร้าง และการให้คะแนนแบบแยกส่วนจึงใช้เวลามาก ซึ่งมีกฎทั่ว ๆ ไปว่า ผลงานของแต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ละด้านในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนั้นจึงทำให้การให้คะแนนแบบแยกส่วนจึงได้ผลสะท้อนกลับที่มีต่อนักเรียนและครูจึงมีความหมายมาก นักเรียนจะรับทราบผลสะท้อนกลับของการปฏิบัติของตนตามเกณฑ์การให้คะแนน

Hillen (2005, p. 79) ได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคสำหรับแบบทดสอบแบบอัตนัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยจึงได้สรุปและได้พัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมาจากเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคของ Hillen โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ดังตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา เขียนอธิบายได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ ได้คำตอบถูกต้อง
2	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหาเป็นส่วนใหญ่ ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมหรือยุทธวิธีที่เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ แต่อาจจะมีการเขียนอธิบายที่ไม่ค่อยสมบูรณ์หรือชัดเจนในบางส่วน หรือมีความผิดพลาดในการคำนวณทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง
1	มีความพยายามในการเขียนการอธิบายที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจบางส่วน มีความผิดพลาดในยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหาอยู่ หรือได้คำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือคำตอบที่ถูกต้องอาจจะได้มาจากการเดา
0	ไม่มีความพยายามในการแก้ปัญหา ไม่รู้จะอธิบายอย่างไร หรือแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับข้อคำถามเลย

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning. By Hillen, Amy and Fleegeer, 2005, p. 79.

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1980, pp. 3-4) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไปหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

Kutz (1991, p. 93) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเกิดขึ้นเมื่อมีเงื่อนไขต่อไปนี้ คือ มีเป้าหมายของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้ ซึ่งเป้าหมายนั้นจะถูกทำ

ความเข้าใจโดยผู้แก้ปัญหานั้น วิธีที่จะไปสู่เป้าหมายนั้นจะมีอุปสรรคซึ่งผู้แก้ปัญหามิได้รู้วิธีที่บรรลุเป้าหมายนั้น ผู้แก้ปัญหามักกระตุ้นเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย

Kennedy & Tipps (1994 p. 181) กล่าวว่า การแก้ปัญหามathematics หมายถึง การแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

National Council of Teacher of Mathematics (2000, p. 52) ได้ระบุถึงความหมายของการแก้ปัญหามathematics ว่า การแก้ปัญหามathematics คือการทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งการหาคำตอบของนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่เข้าไปสู่กระบวนการแก้ปัญหามathematics เพื่อที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหามathematics ไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบแต่อยู่ที่วิธีการที่จะได้มาซึ่งคำตอบ

Farayola and Salaudeen (2009, pp. 126-131) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหามathematics คือกระบวนการทางจิตใจที่ซับซ้อนในการแสดงผลการจินตนาการ การจัดการวิเคราะห์และการสรุปความคิด โดยเริ่มจากปัญหาและสิ้นสุดเมื่อได้ตรวจสอบข้อมูลที่ได้รับมา

ยุพิน พิพิธกุล (2542, น. 5) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหามathematics ไว้ว่า การแก้ปัญหามathematics จะไม่ขึ้นกับปัญหาเฉพาะ กระบวนการ หรือวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่การพิจารณาที่สำคัญคือจะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหายังไง การแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นข้อความ (Word Problem) จะแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์แนวคิด (Analytic Thinking) และกลยุทธ์การคิด (Thinking Strategy) ซึ่งผู้สอนต้องฝึกให้มากพอให้ผู้เรียนจะได้คิดเป็นทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 55) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหามathematics หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหายุทธวิธีแก้ปัญห และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของการแก้ปัญหามathematics

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหามathematics ว่าเป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหามathematics เป็นทั้งทักษะซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์ และวางแผนโดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, น. 42-52) กล่าวว่า การแก้ปัญหามathematics เป็นความสามารถในการหาคำตอบของปัญหามathematics ซึ่งผู้แก้ปัญหามathematics จะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหากลยุทธ์ในการแก้ปัญห และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงออกเพื่อหาคำตอบในสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน โดยสถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับแต่ละบุคคลและเวลาในการแก้ปัญหา ซึ่งในการดำเนินการหาคำตอบผู้แก้ปัญหาต้องใช้กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมมาใช้ในการตอบสนองสถานการณ์ค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้มากมาย ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 78) ได้เสนอความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่จะทำให้ผู้เรียนมีทักษะในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จริง ผู้สอนจึงควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ได้ฝึกฝนและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง การเรียนรู้จากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายใน และภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

เวชฤทธิ์ อังกะภทรขจร (2554, น. 15) ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้ และการสร้างสรรค์แก่นักเรียน ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ และหลักการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้ได้

อุษาวดี จันทรสุนธิ (2556, น. 5-6) ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ในชีวิตประจำวันเราจำเป็นต้องพบกับปัญหา และอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมเปลี่ยนแปลงไป มนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้น จำเป็นต้องมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอย่างชาญฉลาด รวดเร็ว ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพ ซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์

2. การแก้ปัญหาก็ทำให้เกิดการค้นพบความรู้ใหม่ จากการศึกษาประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษา จะพบว่าความคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระ

ความรู้ใหม่ ๆ ทำให้คณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามของนักคณิตศาสตร์หลายท่านในการพิสูจน์ สัจพจน์การขนานในเรขาคณิตยูคลิด มีอิทธิพลต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ ๆ มาก เช่น เรขาคณิตนอกระบบยูคลิด

3. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนเมื่อพิจารณาจุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น มัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2551 ความสอดคล้องกันประการหนึ่งของจุดประสงค์ คือ การมุ่งให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุมีผล สามารถแสดงความคิดออกมาอย่างชัดเจน มีระเบียบ และรัดกุม นอกจากนี้ในทุกๆ ระดับชั้นยังมุ่งให้นักเรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งความลึกซึ้งของจุดประสงค์ดังกล่าวนี้ จะแตกต่างกันไปในแต่ละระดับชั้น

เพื่อเป็นการตอบสนองจุดประสงค์ดังกล่าว ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จึงได้มีการสอดแทรกกิจกรรมการแก้ปัญหาไว้ในคาบเวลาเรียนปกติ และในกิจกรรมเสริมหลักสูตร กิจกรรมต่าง ๆ เช่น มุมคณิตศาสตร์ การจัดป้ายนิเทศ การจัดนิทรรศการ กิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การแก้ปัญหามathematics คือ กระบวนการคิดต่าง ๆ ที่ทำให้สามารถแก้ปัญหามathematics ได้ ไม่เพียงแต่เป็นการแก้ปัญหามathematics เพื่อการเรียนในห้องเท่านั้น แต่ยังสามารถนำไปปรับใช้เพื่อแก้ปัญหามathematics ในชีวิตประจำวันได้อีกด้วย ซึ่งผู้เรียนสามารถพัฒนาทักษะรอบด้านได้ผ่านการแก้ปัญหามathematics โดยการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหามathematics นั้น ผู้เรียนต้องสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันจริงได้จึงจะเกิดการพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์แก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วมากยิ่งขึ้น ดังนั้นการแก้ปัญหามathematics จึงมีความสำคัญยิ่ง

2.2.3 กระบวนการแก้ปัญหามathematics

นักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหามathematics ไว้ดังนี้

Polya (1957, pp. 5-40) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหามathematics ว่า ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจคำประโยคย่อย ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหามathematics ด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ จะก่อให้เกิดผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้อะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น โดยการนำทฤษฎี หลักการ/กฎ สูตร บทนิยาม ที่เรียนมามากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหามathematics

3. ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นตอนการตามแผน/วิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้ เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

Guildford (1971, p. 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหา มี 5 ขั้นตอน คือ

1. เตรียมการ คือ ค้นหาว่าปัญหาคืออะไร
2. วิเคราะห์ คือ พิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา
3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการเหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข
4. ตรวจสอบผล คือ พิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่จะต้องหาวิธีอื่นจนกว่าจะได้ผลที่ตามที่ต้องการ

5. นำไปประยุกต์ใช้ คือ นำวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลไปใช้กับปัญหาที่คล้ายกันในโอกาสต่อไป

Krulik & Rudnick (1993, p. 39-57) กล่าวถึง ลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและทำความเข้าใจ (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหา ตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกัน อาจทำให้เกิดการไขว่เขวได้ ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explorer and Plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหามustเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อใช้ก็ได้

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วย

วิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัยการประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และ การใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นหาทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, น. 75) กล่าวว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง จำแนกสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกแยะออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา จะสมมุติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลเกี่ยวกับสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยมีกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคิดคำนวณ คิดหาคำตอบที่ถูกต้องที่สุดของปัญหา โดยวิธีการหาคำตอบตามแผนที่วางไว้ รู้จักวิธีการคิดคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนการตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542, น. 15-16) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุถึงที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนด และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด

2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสม คือ สังเกตกระสวน หรือ รูปแบบคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ เดาและทดสอบ ทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง ลดความซับซ้อนของปัญหา แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ ใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และรายงาน แจกแจง สมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้เป็นการดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือกคำนวณหาคำตอบ และให้เหตุผล

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบขั้นตอนนี้เป็นภาระระบุว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ ทาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่าตัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ และวางนัยทั่วไป

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547, น. 17) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจในปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง
2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ พิจารณาถึงเหตุ และหาหนทางที่จะแก้ปัญหา
3. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการ หายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย
5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผล ที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนควรจะวิเคราะห์ปัญหาให้เกิดความเข้าใจกับปัญหาเป็นอย่างแรก และเพื่อให้เกิดการวางแผนเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งการวิเคราะห์ปัญหาจะทำให้สามารถวางแผนเพื่อแก้ไขปัญหา ได้นั้น ต้องอาศัยกระบวนการคิด ทักษะ และประสบการณ์ที่ผ่านมาเพื่อให้ได้ซึ่งคำตอบที่ต้องการ

2.2.4 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอกกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1982, p. 10-20) กล่าวว่า กลวิธีในการแก้ปัญหามีหลากหลาย ต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา กลวิธีหนึ่งอาจจะเหมาะสมกับปัญหาหนึ่ง แต่บางปัญหาอาจไม่ใช่ นอกจากนี้บางปัญหาอาจจำเป็นต้องใช้หลายกลวิธีในการแก้ปัญหา และเสนอแนะกลวิธีในการแก้ปัญหาไว้ 8 ประการ ดังนี้

1. การจำแนกแบบรูป
2. การทำย้อนกลับ
3. การเตาและตรวจสอบ
4. การสร้างสถานการณ์จำลองหรือการทดลอง
5. การย่อความ

6. การแจกแจงรายงานการ
7. การใช้ตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน
8. การแสดงความหมายข้อมูล โดยใช้
 - 8.1 กราฟ
 - 8.2 สมการ
 - 8.3 นิพจน์เชิงพีชคณิต
 - 8.4 ตาราง
 - 8.5 แผนภูมิ
 - 8.6 ไดอะแกรม

Wilson, Fernandez and Hadaway (1993, p. 199) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาวัว 21 กลวิธี ดังนี้

1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นการเดาคำตอบของปัญหาที่พบและตรวจสอบ คำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าคำตอบที่ไม่ถูกต้อง ให้เดาคำตอบใหม่จนได้คำตอบที่ถูกต้องโดยอาศัย เหตุผลจากการเดาครั้งที่ผ่านมา
2. กลวิธีใช้ตัวแปร เป็นการกำหนดตัวแปรของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า หรือสิ่งที่โจทย์ถาม แล้วหาค่าของตัวแปรเพื่อให้ได้คำตอบที่โจทย์ถาม
3. กลวิธีค้นหารูปแบบ เป็นการหาคำตอบโดยสังเกตจากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดมา ให้แล้วหารูปแบบจากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดให้ นั้น เป็นแนวทางในการหาคำตอบ
4. กลวิธีสร้างรายการ เป็นการหาคำตอบโดยการสร้างรายการที่เป็นไปได้ของคำตอบ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด
5. กลวิธีแก้ปัญหาย่อย เป็นการหาคำตอบโดยการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ ซึ่งมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม แล้วนำวิธีการที่ใช้แก้ปัญหาย่อยที่สร้างขึ้นใหม่นั้นมาใช้ เป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาเดิม
6. กลวิธีวาดภาพ เป็นการวาดภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์ปัญหา กำหนดมาให้ เพื่อเป็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา
7. กลวิธีเขียนแผนภาพ เป็นการเขียนแสดงสาระสำคัญเพื่อแสดงความสัมพันธ์ ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาต่าง ๆ จากกลวิธีวาดภาพ ตรงที่การเขียนแผนภาพจะไม่แสดงรายละเอียด จะบอกเพียงสาระสำคัญเท่านั้น
8. กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง เป็นการให้เหตุผลพิจารณาข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์ กำหนดมาให้ในการหาคำตอบ และมักเป็นกลวิธีที่ใช้ร่วมกับกลวิธีอื่น ๆ ในการแก้โจทย์ปัญหา

9. กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยใช้การพิสูจน์เพื่อแสดงว่า คำตอบหนึ่งเป็นจริงแต่ไม่สามารถแสดงได้ ซึ่งจะเปลี่ยนการหาคำตอบเป็นหาเหตุผลมาแสดงว่าคำตอบที่มีทิศทางหรือเครื่องหมายตรงกันข้ามเป็นเท็จ และจึงสรุปคำตอบที่โจทย์กำหนดให้พิสูจน์เป็นจริง

10. กลวิธีใช้สมบัติของจำนวน เป็นการหาคำตอบโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของจำนวนมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

11. กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่เหมือนกัน เป็นการหาคำตอบโดยการเปลี่ยนภาษาของโจทย์ปัญหาเป็นภาษาของผู้แก้ปัญหาเอง โดยที่ความหมายไม่เปลี่ยนไปจากเดิม เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจปัญหา

12. กลวิธีทำย้อนกลับ เป็นการแก้โจทย์ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์หรือเหตุการณ์สุดท้ายที่โจทย์กำหนด แล้วทำย้อนกลับ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

13. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี เป็นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่คำตอบ มีสาเหตุมาจากกรณีย่อย ๆ หลายกรณี แล้วพิจารณาคำตอบจากกรณีร่วมกันเป็นคำตอบที่โจทย์ต้องการ

14. กลวิธีแก้ปัญหาด้วยสมการ เป็นการหาคำตอบโดยการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ให้อยู่ในรูปของการเท่ากัน แล้วจึงหาคำตอบ

15. กลวิธีค้นหาสูตร เป็นการหาคำตอบโดยการใช้อนุกรมที่สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาใช้ในการหาคำตอบ

16. กลวิธีสร้างสถานการณ์จำลอง เป็นการหาคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดมาให้ โดยใช้วัสดุที่มีลักษณะ รูปร่าง ที่คล้ายกับข้อมูลที่โจทย์กำหนด

17. กลวิธีใช้แบบจำลอง เป็นการหาคำตอบโดยใช้แบบจำลองที่มีรูปร่างคล้ายกับที่โจทย์กำหนดมาให้ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหา

18. กลวิธีวิเคราะห์เกี่ยวกับขนาด เป็นการหาคำตอบโดยใช้การแปลงหน่วยการวัด ระยะทาง อัตราเวลา หรือโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับมาตรการวัดต่าง ๆ ทำให้ง่ายต่อการวิเคราะห์เกี่ยวกับขนาด

19. กลวิธีกำหนดเป้าหมายรอง เป็นการหาคำตอบโดยการหาคำตอบจากส่วนย่อยมาก่อน แล้วจะทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

20. กลวิธีใช้หลายวิธีร่วมกัน เป็นการหาคำตอบโดยใช้หลากหลายกลวิธีร่วมกัน

21. กลวิธีใช้การสมมาตร เป็นการหาคำตอบโดยใช้คุณสมบัติของการเท่ากันของสิ่งของมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

Reys, et al. (2004, p. 28) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการ คือ

1. กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาทิ้งไป เหลือไว้แต่ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นทำให้ตัวปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น
2. สร้างภาพประกอบหรือไดอะแกรม วาดภาพหรือร่างภาพเป็นแผนภูมิต่าง ๆ ทำให้สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวปัญหาได้อย่างชัดเจน
3. ค้นหาแบบรูป จากตัวเลข รูปภาพ หรือตาราง เมื่อนักเรียนค้นพบแบบรูปได้ก็สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
4. สร้างตาราง เป็นการจัดระเบียบข้อมูลจากแบบรูปที่ทำได้และจากข้อมูลที่ระบุได้จากตัวปัญหาทำให้นักเรียนมองเห็นการแบ่งประเภทหรือลำดับของข้อมูลจากตัวปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ
5. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ เป็นวิธีที่อาจใช้การค้นหาแบบรูปและสร้างตารางประกอบการแก้ปัญหายังเป็นระบบ แต่บางปัญหานั้นต้องตรวจสอบทุกกรณี
6. คิดย้อนหลัง สำหรับบางปัญหาที่ต้องคิดจากข้อมูลสุดท้ายหรือผลแล้วสืบสาวไปหาเหตุ
7. เขียนประโยคเปิด ประโยคเปิดหรือสมการเป็นวิธีที่ใช้สอนในตำราเรียน นักเรียนต้องมองหาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากปัญหาก่อนแล้วจึงเขียนเป็นสมการได้
8. เดาและตรวจสอบ การเดาควรตั้งอยู่บนพื้นฐานของความเป็นไปได้ของปัญหารวมกับความรู้ และประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหา วิธีนี้เป็นการเดาซ้ำ ๆ แล้วตรวจสอบโดยใช้ความรู้ และประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาคำตอบที่ดียิ่ง ๆ ขึ้นไป
9. แก่จากปัญหาที่ง่ายกว่าหรือจากปัญหาที่คล้ายกัน บางปัญหาที่มีโครงสร้างยากซับซ้อนหลายขั้นตอน โดยการแยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ให้มีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาที่คุ้นเคยมาก่อน ทำให้มองเห็นวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น
10. เปลี่ยนมุมมอง เป็นวิธีที่ใช้หลังจากใช้วิธีอื่นแล้วไม่ได้ผลเพราะการที่บุคคลมองปัญหาในมุมเดิมทำให้มีแนวโน้มวางแผนคิดหาคำตอบแบบเดิม ๆ ทำให้ไม่ประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา เช่นมองในสิ่งที่ปัญหาไม่ได้กล่าวไว้เพราะบางปัญหาอาจแก้ได้จากสิ่งที่โจทย์หรือปัญหาละเลยไว้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์นั้นเนื่องมาจากปัญหาทางคณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบ และวิธีการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์นั้นก็มากกว่าหนึ่งวิธี ดังนั้นเราควรเลือกกลวิธีที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหาในเรื่องนั้น ๆ เพื่อจะช่วยให้ผู้เรียนได้ผลลัพธ์ของคำตอบที่รวดเร็วและถูกต้อง

2.2.5 องค์ประกอบในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Henny (1971, pp. 223-224) ได้ศึกษาถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าองค์ประกอบที่สำคัญประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
2. ความเข้าใจในแนวคิดของปัญหา
3. การตีความหมายของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณที่ถูกต้อง

Heimer and Trueblood (1978, pp. 30-32) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ การรู้คำศัพท์ในโจทย์คำถามจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา
2. ทักษะในการคำนวณ
3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดเดาคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นพบข้อมูลที่ขาดหาย
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ทางคณิตศาสตร์

Baroody (1993, pp. 2-10) กล่าวถึงองค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนคติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก ซึ่งจะเป็นแรงขับเคลื่อนในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อของนักเรียน
3. องค์ประกอบทางการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจำกัดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

กรมวิชาการ (2545, น. 106-107) กล่าวถึงปัจจัยสำคัญที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
2. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง

4. การเริ่มต้นแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นอย่างไร จะต้องทำอะไรก่อน
5. ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ
6. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จ

ในการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

7. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งคล้ายกับการที่จะเป็นนักศิลปะที่เก่ง นักเล่นกอล์ฟฝีมือเยี่ยมก็ต้องฝึกฝนฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, น. 104) พิจารณาได้จากรายการประเมิน 4 องค์ประกอบ คือ

1. ความเข้าใจปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการทบทวนปัญหาที่พบเพื่อทำความเข้าใจให้่องแท้ในประเด็นต่าง ๆ สิ่งสำคัญ เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญมากเพราะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่มีในปัญหา ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่รู้จักกับที่ไม่รู้
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ซึ่งมีข้อเสนอแนะให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพื่อจะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหา ทำให้งานกลุ่มลุล่วงเร็วและมีความสมบูรณ์
4. การสรุปคำตอบหรือตรวจคำตอบ เป็นการตรวจผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมา เพื่อดูความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการในการแก้ปัญหาว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ ตลอดจนขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นเพื่อหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ความรู้หลายอย่าง ที่เกิดจากการเรียนรู้และพัฒนาตนเอง เช่น การคิดวิเคราะห์ปัญหา การฝึกฝนในเรื่องที่ไม่เข้าใจ ซึ่งการสร้างความรู้ความเข้าใจผ่านประสบการณ์ด้วยตนเองทั้งหมดนั้นล้วนมีความสำคัญอย่างยิ่งที่จะเป็นองค์ประกอบสำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.6 การส่งเสริมและการพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การส่งเสริมและการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนเป็นเรื่องจำเป็นที่ครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึง เพราะเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ขั้นตอนวิธีการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ อย่างเป็นระบบก็จะทำให้ความรู้ที่ติดตัวนักเรียนไปตลอด นักวิชาการหลายท่านได้เสนอแนวคิด วิธีการสอนของครู เพื่อส่งเสริมและการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ดังนี้

Bitter (1990, pp. 43-44) ได้เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปมาสอนนักเรียน
2. ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย ๆ เพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน
3. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า โจทย์ที่กำหนดมีข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และยังต้องการใช้ข้อมูลอื่นใดบ้างในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ
4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า ปัญหาถามหาอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ให้อ่านปัญหานั้นใหม่ และถ้าจำเป็นจริง ๆ ให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบ
5. ควรให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาหลาย ๆ รูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหาซ้ำซาก ไม่ทำลายความสามารถ
6. ควรให้นักเรียนทำการแก้ปัญหาลittle ๆ จนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหามาก ๆ ข้อโดยวิธีการเดียวกัน เพื่อจะได้ฝึกทักษะและส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหามาก ๆ วิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ามีวิธีการอื่น ๆ อีกที่จะใช้แก้ปัญหาในข้อนั้นได้
8. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับรูปแบบเฉพาะข้อนั้น ๆ
9. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหาในข้อนั้นคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่
10. ควรให้เวลากับนักเรียนในการลงมือแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหา และวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา
11. ควรให้นักเรียนฝึกคาดคะเนคำตอบและการทดสอบคำตอบที่ได้ เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547, น. 48) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น จะต้องพัฒนาทักษะในด้านต่าง ๆ คือ

1. ทักษะในการทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างตรงประเด็น
2. ทักษะในการอ่าน เพื่อการสื่อความหมายที่ถูกต้อง
3. ทักษะในด้านการคิดคำนวณ

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 64) ได้เสนอยุทธวิธีพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. วิธีการแก้ปัญหา มีความน่าสนใจในเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งเป็น การพัฒนาวิธีการแก้ไขสิ่งที่ไม่รู้ ดังนั้นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องมี “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” ซึ่งจะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ด้วยความระมัดระวังในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ และใช้คุณสมบัติ ที่เหมาะสมในการกำหนดปัญหาบนสถานการณ์พื้นฐานที่เขพบ

2. การแก้ปัญหาที่ดีเพื่อให้นักเรียนได้ฝึก จะทำให้ความรู้ของเขามั่นคงและเพิ่มพูน โดยจะกระตุ้นให้เกิดความสนใจที่จะเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้งหลายนั้น สามารถที่จะเกิดขึ้นได้โดยผ่านทางปัญหาพื้นฐาน และจากมวลประสบการณ์ชีวิตของนักเรียน หรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

3. นักเรียนต้องการที่จะพัฒนากรอบของยุทธวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจใช้แผนภาพ สังเกตหาแบบรูป หรือพยายามหาความหมายพิเศษ หรือเลือกใช้การตรวจสอบ ยุทธวิธีเหล่านี้ต้องการ ชี้แนะอย่างยิ่ง เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง อย่างไรก็ตามการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญห าคงต้องมีความสอดคล้องกับหลักสูตรด้วย ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนที่จะ ตรวจสอบและปรับปรุงยุทธวิธี ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

4. การสอนของครูมีบทบาทที่สำคัญยิ่ง ในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ของนักเรียนครูต้องเลือกปัญหาที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน หาวิธีการ สถานการณ์แวดล้อม ที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจ ลองผิดลองถูก แบ่งปันความล้มเหลว ความสำเร็จร่วมกัน ซึ่งครู ควรใช้คำถามนำเรื่อยไป ดังนั้นในสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม จะทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความ เชื่อมั่น และต้องการที่จะสำรวจปัญหาต่าง ๆ สามารถพิจารณาและตัดสินใจภายใต้ยุทธวิธีการ แก้ปัญหาของตนเองได้การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายสูงสุดของ การสอนคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาตอนต้น ได้กำหนดให้ การแก้ปัญหาเป็นจุดประสงค์ในเกือบทุกบทเรียน แต่อย่างไรก็ตามการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ ปัญหาที่ยังเป็นปัญหาทั้งผู้เรียนและครู ครูจะมีกลวิธีการสอนอย่างไรที่จะทำให้ผู้เรียนแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ได้

จากแนวคิดของ Adam & Beeson (1977, p. 176) ได้กล่าวถึง การสอนแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนไว้หลายประการ สรุปได้ดังนี้

ประการที่ 1 ควรให้ผู้เรียนคิดเชิงเหตุผลและตีความภายใต้บริบทของปัญหานั้น ๆ ย่อมทำให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพและถูกต้อง

ประการที่ 2 ควรใช้ปัญหาที่มีข้อมูลไม่เพียงพอหรือข้อมูลที่เกินความจำเป็น และปัญหาควรผูกโยงกับสภาพความเป็นจริงของชีวิต

ประการที่ 3 ควรเน้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยรูปแบบหลากหลาย การที่จะแก้ปัญหาด้วยรูปแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของปัญหาว่าเป็นไปเพื่ออะไร ถ้าใช้ปัญหาเพื่อพัฒนาหลักการหรือทักษะทางคณิตศาสตร์แล้ว ปัญหาควรมีลักษณะหลากหลายพอที่จะอธิบายหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ หากเป็นไปเพื่อประโยชน์ในการสัมพันธ์คณิตศาสตร์กับสิ่งแวดล้อมในชีวิตจริง ปัญหาควรมีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งแตกต่างจากปัญหาในแบบเรียน ที่เน้นหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

ประการที่ 4 ควรบูรณาการโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับโจทย์สัญลักษณ์ตั้งแต่เริ่มสอนโดยกระทำดังนี้

1. ใช้โจทย์ปัญหาในการสอนมโนคติเกี่ยวกับทักษะขั้นพื้นฐาน เพราะผู้เรียนจะเกิดความเข้าใจได้ง่ายขึ้น
2. ใช้โจทย์ปัญหาเชื่อมโยงกับโจทย์สัญลักษณ์ โจทย์สัญลักษณ์มีลักษณะเป็นนามธรรมสามารถทำให้เป็นโจทย์ปัญหาซึ่งเป็นรูปธรรม อันจะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น
3. ส่งเสริมการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมในการแก้ปัญหา

ประการที่ 5 ควรใช้โจทย์ปัญหาที่ไม่ปกติ โจทย์ปัญหาที่ไม่ปกติ หมายถึง โจทย์ปัญหาที่มีเงื่อนไขลักษณะเหมือนโจทย์ปัญหาในหนังสือแบบเรียนที่มุ่งเน้นฝึกทักษะหนึ่ง ๆ ที่มีข้อมูลเฉพาะที่จำเป็นและมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว หากแต่โจทย์ปัญหาไม่ปกติ มุ่งฝึกทักษะการคิดแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล โดยมีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหา ต่อไปนี้

1. มุ่งเน้นการวิเคราะห์สิ่งที่ไม่รู้มากกว่าสิ่งที่จะเป็นโจทย์ปัญหาที่เน้นการคำนวณหาคำตอบ
2. มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ
3. ขยายขีดความสามารถของผู้เรียนเป็นรายบุคคล ผู้เรียนควรจะมีคามสนใจปัญหานั้นอย่างแท้จริง การสร้างโจทย์ปัญหาตามความสนใจของผู้เรียนเป็นรายบุคคลซึ่งอาจต้องใช้เวลารวบรวมข้อมูลนาน นั่นคือ ฝึกให้ผู้เรียนเข้าใจถึงโจทย์ปัญหาตามความสนใจของตน

ประการที่ 6 ควรใช้โจทย์ผสม เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างเต็มที่ โจทย์ปัญหาจึงควรมีลักษณะหลากหลาย โดยผสมผสานปัญหาให้ผู้เรียนรู้จักนิยามปัญหาและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งผลพลอยได้ก็คือ ฝึกให้ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการแก้โจทย์ปัญหา ลักษณะของโจทย์ผสม มี 2 ลักษณะ คือ

1. โจทย์ปัญหาที่ผสมกับทักษะการคำนวณมากกว่า 1 ทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งจะกระตุ้นให้ผู้เรียนวิเคราะห์สิ่งที่ไม่รู้ ข้อมูลที่ได้มาและวิธีแก้ปัญหาด้วยความระมัดระวังยิ่งขึ้น
2. โจทย์ปัญหาที่ผสมรูปแบบเฉพาะในการคำนวณ เช่น โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการลบซึ่งแทนที่จะมี แต่การลบอย่างธรรมดาหรือการเอาออกก็มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่เพิ่มสิ่งที่

หายไปหรือโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเป็นต้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนวิเคราะห์สิ่งที่ไม่รู้ ข้อมูลที่ได้มา และวิธีแก้ปัญหด้วยความระมัดระวัง

ประการที่ 7 ควรให้ผู้เรียนทำกิจกรรมหาคำตอบเอง โดยมีการชี้แนะขั้นพื้นฐาน อาจช่วยให้ผู้เรียนวิเคราะห์ปัญหาด้วยความยืดหยุ่น การสอนลักษณะนี้มุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนรู้จักวางแผน หากวิธีแก้ปัญห และเมื่อตรวจสอบคำตอบโดยการประมาณในใจหรือโดยการประเมินอย่างคร่าว ๆ

ประการที่ 8 ควรให้ผู้เรียนตั้งโจทย์ปัญหาเอง อาจตั้งโจทย์ปัญหาจากงานอดิเรก จากการไปทัศนศึกษา จากข้อมูลในหนังสือพิมพ์หรือวิทยุโทรทัศน์ จากจินตนาการหรือจากโครงการต่าง ๆ

ประการที่ 9 ควรให้ผู้เรียนตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสิ่งแวดล้อมที่ใกล้บ้านผู้เรียน เช่น โจทย์เกี่ยวกับโรงงานอุตสาหกรรมหรือแหล่งก่อสร้าง ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเห็นภาพความเป็นจริงมากขึ้น

ประการที่ 10 ควรใช้ปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่มีตัวเลข เพื่อจุดมุ่งหมาย 2 ประการ คือ

1. เพื่อฝึกการระบุวิธีแก้ปัญห
2. พัฒนาความคิดเชิงเหตุผล

ประการที่ 11 ควรฝึกประมาณคำตอบ ซึ่งนับเป็นสิ่งสำคัญเพราะเรามักจะประมาณ คำตอบก่อนที่จะแก้ปัญห

ประการที่ 12 ควรฝึกให้นักเรียนอภิปรายและคิดโดยการพูด ดังนี้

1. อะไรคือปัญหา นั่นคือ โจทย์ต้องการทราบอะไร
2. อะไรคือข้อมูลที่โจทย์ให้มา คือ หาข้อมูลที่จำเป็น
3. ทำอย่างไรจึงจะใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาแก้ปัญห โดยครูมีบทบาทเป็นเพียง ผู้ชี้แนะกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด โดยอาศัยคำถาม 3 ข้อ ข้างต้นพร้อมทั้งควรจะช่วยแนะให้ผู้เรียนรู้จัก แยกแยะโมโนมิติหลักออกเป็นโมโนมิตี้อย ๆ และทำให้เห็นขั้นตอนย่อย ๆ ทีละขั้นของการแก้ปัญห

ประการที่ 13 ควรฝึกให้ผู้เรียนแก้โจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างยาก ที่ผู้เรียนเคยประสบ มาแต่มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมา

ประการที่ 14 ควรฝึกให้ผู้เรียนแก้โจทย์ปัญหา โดยอาศัยวิธีการวาดรูป ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ที่โจทย์ระบุและเข้าใจปัญหามากขึ้นเป้าหมายของการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ คือ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหามาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบโดยทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญห ดำเนินแก้ปัญหและตรวจสอบผล โดยฝึกตามขั้นตอน ดังนี้

1. ฝึกอ่านโจทย์อย่างละเอียดทำความเข้าใจจำแนกสถานการณ์หรือข้อมูล ออกเป็นส่วน ๆ โดยมุ่งให้สามารถตอบคำถามต่อไปนี้ โจทย์ให้ข้อมูลอะไร มีเงื่อนไขอย่างไร โจทย์ต้องการหาอะไร

2. มองหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่จำเป็นกับสิ่งที่โจทย์ต้องการบอก ความหมายอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลและแทนข้อมูลโดยใช้วิธีต่าง ๆ เช่น ใช้แผนภาพตาราง หรือเทคนิคอื่น ๆ เพื่อสร้างความกระจ่างชัดและเห็นเป็นรูปธรรมแล้วจึงแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจแปลความในโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์เลย หากเข้าใจ โจทย์ปัญหาดีแล้ว

3. ฝึกรู้จักประมาณคำตอบโดยการคิดในใจ แล้วดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ความรู้และทักษะที่มีอยู่ก่อนแล้ว

4. ผู้เรียนฝึกรู้จักการตรวจสอบคำตอบของปัญหา คือ ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับ คำตอบที่ประมาณในใจ ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ตรวจสอบ ความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, น. 81) กล่าวว่า การพัฒนา ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจปัญหา ผู้เรียนควรได้รับการฝึกฝนให้อ่านและทำความเข้าใจ ปัญหา โดยเริ่มจากการตั้งคำถามเพื่อเป็นแนวทางที่ใช้ระบุประเด็นปัญหา ตัวแปรสำคัญ และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แล้วเพิ่มความซับซ้อนของปัญหาโดยปรับเปลี่ยนขนาดของปริมาณ ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามที่อยู่ในปัญหา

2. ความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา ผู้เรียนควรได้รับการฝึกฝน ให้แก้ปัญหาที่หลากหลายและแปลกใหม่ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนมีการคิดวางแผนด้วยตนเองก่อนลงมือ และควรฝึกฝนการคิดวางแผนอย่างสม่ำเสมอ

3. ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ผู้เรียนควรฝึก การแสดงวิธีหาคำตอบตามลำดับความคิดที่วางแผนไว้ ทั้งนี้ในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหาควรได้ บันทึกรายละเอียดของการแก้ปัญหาไว้ด้วย

4. ความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ด้วยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และการขยายโมโนทัศน์ เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่มีลักษณะเดียวกันแนวทางการฝึกฝนผู้เรียนให้มี ความรู้ความสามารถในการแก้ปัญหามีดังนี้

4.1 กระตุ้นให้มองเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้

4.2 ฝึกฝนให้คาดคะเนคำตอบและตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ เพื่อพัฒนาความสามารถด้านความรู้สึกเชิงจำนวน

4.3 ฝึกให้สามารถตีความหมายของคำตอบ

4.4 ส่งเสริมให้ทำแบบฝึกหัดที่มีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี

4.5 ฝึกให้สร้างโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับสาระการเรียนรู้ด้วยตนเอง

4.6 ฝึกให้หาข้อสรุปทั่วไปจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการส่งเสริมและการพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรช่วยส่งเสริมผู้เรียนในด้านต่าง ๆ ที่สำคัญ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาความรู้ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น การช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนและทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ การฝึกฝนการแก้ปัญหาใหม่ ๆ การฝึกฝนการอธิบายผ่านกรอบความคิดของตนเอง และการให้แนวคิด วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้เรียนสามารถสร้างความเข้าใจได้ด้วยตนเองผ่านการแนะนำของผู้สอนควบคู่กันไป

2.2.7 การวัดผลประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้
กรมวิชาการ (2546, น. 123) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ตารางที่ 2.5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ

คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3	ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2	พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1	ต้องปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0	ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, น. 104-106) เสนอแนวคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา
2. การวางแผน
3. การดำเนินการแก้ปัญหา
4. การตรวจสอบความถูกต้อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่าการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พิจารณาได้จากรายการประเมิน 4 องค์ประกอบ คือ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินแบบวิเคราะห์ที่แบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 นอกจากนี้ครูอาจกำหนดน้ำหนักคะแนนของแต่ละปัญหาให้แตกต่างกันตามน้ำหนักของเนื้อหาหรือความเหมาะสมได้ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2.6 เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 2 1	ดีมาก ดี ปรับปรุง	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง - เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง - เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 2 1	ดีมาก ดี ปรับปรุง	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม และเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง - เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องแต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง - เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3 2 1	ดีมาก ดี ปรับปรุง	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 2 1	ดีมาก ดี ปรับปรุง	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ - สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง - ไม่มีการสรุปคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์. (น. 58), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

Polya (1981, p. 129) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน และรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 2.7 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya

ขั้นตอนการแก้ปัญหา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ทำความเข้าใจปัญหา	หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
วางแผนแก้ปัญหา	ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ดำเนินการแก้ปัญหา	ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการ หรือ ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
ตรวจสอบคำตอบ	การพิจารณาความสมเหตุสมผล และการสรุปความหมายของคำตอบ

Charles, et al. (1985, p. 85) แบ่งสัดส่วนของการให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือ ความเข้าใจในการแก้ปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และผลลัพธ์ที่ได้ ซึ่งสามารถวิเคราะห์สัดส่วน และสร้างเป็นเกณฑ์ให้คะแนนได้ ดังนี้

ตารางที่ 2.8 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Charles et al.

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	- ไม่แสดงอะไรเลย	0
	- แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
	- แปลความหมายเป็นส่วนมาก	2
	- แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
	- แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4
วิธีการแก้ปัญหา	- ไม่แสดงอะไรเลย	0
	- วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	- แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนน้อย	2
	- แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนใหญ่	3
	- วางแผนเหมาะสม มีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง	4

ตารางที่ 2.8 (ต่อ)

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ผลลัพธ์ที่ได้	- ไม่แสดงอะไรเลย	0
	- เขียนผิด คำนวนผิด	1
	- คำตอบถูกต้อง	2

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต และความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. (น. 129), โดยปริฉัตร จันทร์หอม, 2555, คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Reys (1992, pp. 124-130) ได้กำหนด Rubric ของความสามารถในการแก้ปัญหาโดยที่ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนนตั้งแต่ 0-2 คะแนน ตามรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา

0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย

1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน

2 หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์

2. การวางแผนแก้ปัญหา

0 หมายถึง ไม่พยายาม หรือ วางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด

1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด

3. คำตอบ

0 หมายถึง ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม

1 หมายถึง คัดลอกผิด คำนวนผิด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ

2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้อง และใช้ภาษาได้ถูกต้อง

จากการศึกษาการวัดผลประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยได้สรุปและได้พัฒนามาจากเกณฑ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2.9

ตารางที่ 2.9 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายงานการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ทำความเข้าใจปัญหา	2	ดีมาก	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	1	ดี	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. วางแผนแก้ปัญหา	2	ดีมาก	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม และเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	ดี	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. ดำเนินการตามแผน	2	ดีมาก	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	1	ดี	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	0	ปรับปรุง	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้得不อย่างถูกต้อง
4. ตรวจสอบคำตอบ	2	ดีมาก	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	ดี	- สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	- ไม่มีการสรุปคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์. (น. 58), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้วิจัยศึกษาค้นคว้าทั้งภายในประเทศและต่างประเทศ ดังนี้

2.3.1 งานวิจัยในประเทศ

ธัญญารัตน์ อินทร์อนันต์ (2552, น. 68) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 ที่มีเพศและระดับความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า

- 1) นักเรียนชายและนักเรียนหญิงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนเชิงตัวเลขและความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทางอยู่ในระดับปานกลาง
- 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความสามารถทางภาษาสูง มีความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนเชิงตัวเลข และมีความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ แบบบอกทิศทางอยู่ในระดับสูง
- นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางภาษาปานกลาง จะมีความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนเชิงตัวเลขและความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ แบบบอกทิศทางอยู่ในระดับปานกลาง
- ส่วนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางภาษาต่ำ ก็จะสามารถในการใช้เหตุผลเชิงตัวเลขและความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทางอยู่ในระดับต่ำ

ขวัญ เพี้ยซ้าย (2553, น. 88) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไป เป็นส่วนใหญ่ เหตุผลอาจเนื่องมาจาก 1) สถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่เป็นสถานการณ์ปัญหา เกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป ซึ่งวิธีการที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาส่วนใหญ่ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ และการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย รองลงมาเป็นการคูณไขว้ ซึ่งเป็นวิธีการของพฤติกรรมระดับ 3 2) การแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 2 อาจเป็นเพราะวิธีการดังกล่าวง่ายและสะดวกต่อการคิดแก้ปัญหา 3) การแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกัน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การคูณไขว้หรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 อาจเป็นเพราะว่าการใช้การคูณไขว้หรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์มีประสิทธิภาพในการตรวจสอบว่า สถานการณ์ปัญหาใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่เกี่ยวข้องกัน สัดส่วนมากกว่าวิธีการอื่น ๆ

พรพิมล แก้วละมุล (2562, น. 93) ได้ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยภาพรวมอยู่ในระดับสูงเมื่อจำแนกรายด้าน พบว่าความสามารถด้านที่ 2 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน และด้านที่ 4 การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนอยู่ในระดับสูง และความสามารถด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และด้านที่ 3 การเปรียบเทียบอัตราส่วนอยู่ในระดับปานกลาง 2) ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมมีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถด้านที่ 1

การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดในระดับสูง

2.3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Reynolds, Watanabe and Lo (1905, p. 200) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจเรื่องเศษส่วนและความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับนักเรียนหญิงคนหนึ่งชื่อเคที (Katie) ซึ่งศึกษาอยู่เกรด 5 จากการศึกษาพบว่าความเข้าใจ เรื่องเศษส่วนของเคทีมีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน อย่างไรก็ตามเคทีก็ยังสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนโดยปราศจากการใช้เศษส่วนได้ ผลลัพธ์ดังกล่าวนี้ก่อให้เกิดข้อสงสัยหรือข้อคำถามว่าหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ใช้กันอยู่จะต้องมีการปรับปรุงใหม่หรือไม่

Heller, et al. (1989, p. 205) ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนเกี่ยวกับผลของตัวแปรบริบทสองตัวแปร คือ ประเภทของอัตราส่วนและสถานการณ์ปัญหา วัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของตัวแปรบริบทสองตัวแปร คือ ประเภทของอัตราส่วนและสถานการณ์ ปัญหาที่มีต่อความสามารถของนักเรียนเกรด 7 จากการทดสอบการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนแบบตัวเลขและแบบคุณภาพ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 254 คน ในเมืองมินเนโซตา เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนแบบตัวเลขและแบบคุณภาพ จำนวน 6 แบบ ซึ่งแต่ละแบบใช้สถานการณ์ปัญหาเดียวกัน

Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto and Miller (1998, pp. 247-270) ได้ทำวิจัยเรื่องการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนเกรด 7 ที่ศึกษาอยู่ในหลักสูตรที่แตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรเก่า มีจำนวน 91 คน กับกลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรใหม่ มีจำนวน 124 คน โดยในหลักสูตรเก่าครูจะสอนนักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไปตามหนังสือแบบเรียน ด้วยวิธีการที่ครูแสดงการแก้ปัญหาให้นักเรียนดู แล้วนักเรียนก็ทำการแก้ปัญหาตามที่ครูสอน ส่วนหลักสูตรใหม่ครูจะต้องนำโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใน ชีวิตจริง ครูเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้และคิดหากระบวนการในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ส่งเสริมให้มีการช่วยกันระดมความคิดกับเพื่อนในการแก้ปัญหา และมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรใหม่มีความสามารถในการพัฒนาตนเองในด้านการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านการสื่อสารโดยการพูด และด้านการเขียนอธิบายได้ดีกว่ากลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรเก่า

Kishimoto (2000, p. 143) ได้ศึกษาผลของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและเมตาคognition (Meta Cognition) ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณโดยใช้เศษส่วน ทศนิยม (Decimal Fractions) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4 เกรด 5 และเกรด 6 จำนวน 344 ในประเทศญี่ปุ่น การศึกษาครั้งนี้กลุ่มตัวอย่างจะถูกทดสอบด้วยโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการคูณและการให้เหตุผล

เชิงสัดส่วน หลังจากนั้นก็ให้กลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามเกี่ยวกับเมตาคอกนิชัน การศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและเมตาคอกนิชันมีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับนักเรียนเกรด 4 การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและเมตาคอกนิชันจะมีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณมากกว่านักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 ส่วนนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 พบว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจะมีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณมากกว่าเมตาคอกนิชัน

Alain (2000, Abstract) ได้ศึกษาพัฒนาเครื่องมือการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนในโรงเรียนขนาดกลางที่มีความพร้อมในการพัฒนา โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาพัฒนาเครื่องมือสำหรับวัดความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้ กลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาเป็นนักเรียนหญิงที่กำลังเรียนอยู่ระดับเกรด 6-8 จำนวน 70 คน ซึ่งเรียนโปรแกรมเร่งรัดที่โรงเรียนเมริทท ในรัฐโคโรไลนาเหนือ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาวิจัยเป็นเครื่องมือสำหรับการประเมินการใช้ เหตุผลเชิงสัดส่วน ได้สร้างขึ้นโดยอาศัยพื้นฐานของปัญหาประเภทต่าง ๆ โดยแบบทดสอบครั้งนี้ ประกอบด้วยข้อคำถามที่เกี่ยวกับปัญหาการหาค่าตัวแปร ปัญหาการเปรียบเทียบ ปัญหาของผสม(Mixture) ปัญหาที่เกี่ยวข้องกันระหว่างเซตสองเซต ปัญหาประเภท Part-Part-Whole และปัญหา การเปลี่ยนแปลงระหว่างจำนวนสองจำนวนที่สัมพันธ์กัน และการวัด จำนวนทั้งสิ้น 10 ข้อ

Koeliner-Clark and Lesh (2003, p. 92) ได้ศึกษาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนผ่านปัญหารอยเท้าซึ่งเป็นนิยายในนวนิยายสั้น ในการนี้คณะผู้วิจัยได้ศึกษากับนักเรียนเกรด 7 กลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มหนึ่ง โดยคณะผู้วิจัยได้ให้นักเรียนกลุ่มดังกล่าวอ่านปัญหารอยเท้า จากนั้นให้นักเรียนได้อภิปรายและสนทนาเกี่ยวกับปัญหารอยเท้า โดยให้ทุกคนในกลุ่มมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น หลังจากนั้นคณะผู้วิจัยได้นำบทสนทนาของนักเรียนมาวิเคราะห์ และแปลความหมาย ผลการวิเคราะห์และแปลความหมายแสดงให้เห็นถึงพัฒนาการของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนจากการให้เหตุผลในเชิงการบวกไปสู่การให้เหตุผลในเชิงการคูณ

Pittalis, Christou and Papageorgion (2003, pp. 1-10) ได้ทำการวิจัยเรื่องความสามารถในการแก้ปัญหเกี่ยวกับสัดส่วนของนักเรียนเกรด 6 โดยในการวิจัยเรื่องดังกล่าวนี้ ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเพื่อใช้ในการประเมินการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและการพัฒนาในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน เพื่อให้เกิดความน่าเชื่อถือ เบื้องต้นกลุ่มผู้วิจัยได้ใช้ตัวแบบของโซโล (SOLO Model) โดยการนำตัวแบบดังกล่าวมาแบ่งเป็นระดับย่อยลงไปอีก เพื่อที่จะได้ครอบคลุมยุทธวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญห ผลจากการวิจัยในครั้งนี้แสดงให้เห็นว่าตัวแบบที่ใช้ประเมินการให้เหตุผล เชิงสัดส่วนที่ถูกพัฒนามีประสิทธิภาพต่อโปรแกรมการสอนในการแก้ปัญหเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน และตัวแบบดังกล่าวยังเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ต่อครูสอนคณิตศาสตร์ 2 ประการ

คือ 1) ตัวแบบดังกล่าวจะทำให้ครูทราบรายละเอียดในด้านความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่อง อัตราส่วน และสัดส่วนของนักเรียน 2) ตัวแบบดังกล่าวสามารถที่จะแสดงให้เห็นได้ว่าระดับความรู้ ของนักเรียน มีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรโดยใช้ข้อมูลปัจจุบันเปรียบเทียบกับข้อมูลที่มีมาก่อนหน้านี้

Pantziara and Pitta-Pantaza (2005, pp. 1-10) ได้ทำวิจัยเรื่องพัฒนาการในการคิดเชิงสัดส่วนอย่างไม่เป็นทางการกับนักเรียนระดับประถมศึกษา อายุ 10-11 ปี จำนวน 112 คน จากการสัมภาษณ์และการทดสอบเผยให้เห็นถึงยุทธวิธีอย่างไม่เป็นทางการที่หลากหลายที่นักเรียนนำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และผลที่ได้จากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ยังไม่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ โดยแนวความคิดการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนจะแสดงให้เห็นเป็น 3 ระยะ ได้แก่ 1) ระยะการปรับเปลี่ยนความคิด (Interiorization) 2) ระยะก่อตัวทางความคิด (Condensation) และ 3) ระยะการเกิดรูปธรรมทางความคิด(Reification)

Steinthorsdottir (2006, pp. 169-176) ได้ศึกษาปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อระดับความยากของโจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วนและยุทธวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 แบ่งเป็นนักเรียนหญิง จำนวน 27 คน และนักเรียนชาย จำนวน 26 คน จากโรงเรียนแห่งหนึ่งในเมืองเรกจาวิก (Reykjavik) ประเทศไอซ์แลนด์ ผู้วิจัยได้ให้กลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าตัวแปรที่หายไป จากนั้นก็ทำการสัมภาษณ์กลุ่มตัวอย่างเป็นรายบุคคล ผลการศึกษาพบว่า จำนวนที่ปรากฏในโจทย์ปัญหามีผลต่อการเลือกยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหามากกว่าบริบทของปัญหานั้น นอกจากนี้ยังพบว่าจำนวนที่ปรากฏในโจทย์ปัญหามีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

Dooley (2006, Abstract) ได้สำรวจการคิดเชิงสัดส่วนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย วัดถึงประสพของการวิจัยครั้งนี้เพื่อที่จะ 1) ตรวจสอบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของ นักเรียนที่อยู่ในโรงเรียนชนบท ซึ่งขาดงบประมาณสนับสนุนทางการเรียนการสอน 2) สำรวจ ความเข้าใจในแนวคิดของนักเรียนในการใช้วิธีการคูณไขว้ในการแก้ปัญหา 3) ประเมินผลจากการใช้สื่อสัมผัส (Manipulative) ที่มีต่อการคิด ในการวิจัยครั้งนี้มีนักเรียนเข้าร่วมจำนวน 107 คน ซึ่งเป็น นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในการนี้นักเรียนจำนวน 21 คน ถูกนำมาสัมภาษณ์เป็น รายบุคคลเพื่อค้นหาข้อมูลในเชิงลึก ผลการวิจัยพบว่า 1) การสัมภาษณ์ในเชิงลึกมีนักเรียน 2 คน เท่านั้นจากนักเรียน 21 คน ซึ่งคิดเป็น 9.59% ของนักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์ ที่มีทักษะความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับสูง 2) มีนักเรียน 19 คน จากนักเรียน 21 คน ซึ่งคิดเป็น 90.59 ของนักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์ ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาได้ และส่วน ใหญ่จะนำวิธีการคูณไขว้มาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน 3) การใช้สื่อสัมผัสดังกล่าวช่วยให้นักเรียน มีความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหาลักษณะการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนดีขึ้น

Jeong, Levine and Hutterlocher (2007, pp. 237-256) ได้ศึกษาพัฒนาการของความสามารถของเด็กในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่เกี่ยวกับปริมาณที่ต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอายุ 8 - 10 ปี ในประเทศเกาหลี ในการนี้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในบริบทที่เป็นเกมส์ ซึ่งเกี่ยวกับเรื่องความน่าจะเป็นผลจากการศึกษาพบว่าเด็กที่มีอายุอยู่ในช่วงดังกล่าวนี้ส่วนใหญ่ยังล้มเหลวในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่ปรากฏเป็นปริมาณที่ไม่ต่อเนื่อง แต่พวกเขาก็ได้แสดงให้เห็นว่าพวกเขามีความสามารถพอที่จะแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่ปรากฏเป็นปริมาณที่ต่อเนื่องได้ จากการศึกษาี้แสดงให้เห็นว่ารูปแบบของจำนวนหรือปริมาณมีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

Jane Watson, Rosemary Callingham and Julie Donne (2008, p. 253) ได้ศึกษาความรู้ของนักเรียนและการบูรณาการสอนของครูเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน จากการศึกษาแสดงให้เห็นถึงนัยสำหรับครูและการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน รวมถึงความยากลำบาก ในการเปรียบเทียบการที่ครูไม่เลือกปฏิบัติต่อนักเรียนทั้งสี่คนที่ได้รับการพิจารณาและคำแนะนำในการปรับปรุงการโต้ตอบของครูกับการตอบสนองของนักเรียน แม้ว่าวรรณกรรมเห็นพ้องกันว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผลลัพธ์ของการศึกษาชี้ให้เห็นว่าอัตราส่วนที่เป็นทวีคูณของสิบเป็นเรื่องง่ายที่จะรับรู้ในปัญหา SMOKE รวมทั้งการแสดงให้เห็นผลรวมของแถวและคอลัมน์ในตาราง SMOKE จะเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของจำนวน ข้อมูลที่ต้องใช้ในการมีส่วนร่วมกับคำถามทำให้นักเรียนใช้ความคิดมากขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่จะมีความคล้ายกันในการนำเสนอ การที่ครูรู้ว่าคำถามที่ถามนักเรียนหรือความขัดแย้งด้านความรู้ความเข้าใจใดที่จะสร้างขึ้นได้อย่างไร โดยไม่บอกคำตอบโดยตรงทำให้ดูเหมือนว่าเป็นปัญหาสำหรับครู ครูจะนำเสนอการตอบแบบทั่วไปประเภทเดียวกันโดยไม่คำนึงถึงระดับการตอบสนองของนักเรียน และไม่ทราบถึงเขตการพัฒนาที่เหมาะสมซึ่งจะทำทายนักเรียน นอกจากนี้ยังอาจได้รับอิทธิพลจากการขาดความชื่นชมต่อระดับการตอบสนองที่ต้องการในเครื่องมือการจัดรูปแบบหวังว่าการเรียนรู้อย่างมืออาชีพในโครงการ Stat Smart จะช่วยเพิ่มความคุ้นเคยของครูเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนและวิธีการจับคู่เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม การวิเคราะห์ระดับการตอบสนองของนักเรียนในรูปแบบโครงสร้างที่เฉพาะเจาะจงควรมีส่วนช่วยในการเพิ่ม PCK ของครู

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย ทั้งงานวิจัยในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องข้างต้น พบว่ามีการทำวิจัยเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนออกมาในหลาย ๆ ลักษณะซึ่งมีทั้งในแง่ของการสำรวจการคิด ศึกษาพัฒนาการศึกษาความสัมพันธ์ ศึกษาการใช้กิจกรรมหรือแบบเรียนหรือศึกษาสิ่งที่เป็นปัจจัยหรือผลกระทบ แสดงให้เห็นว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนถือว่ามีสำคัญในการพัฒนาการคิด ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้น ช่วยพัฒนาการคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่นเดียวกันกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อ

การเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งในเนื้อหาคณิตศาสตร์นั้นล้วนต้องใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา ดังนั้นผู้วิจัย จึงสนใจศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.4 กรอบแนวคิดการวิจัย

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยใช้กรอบแนวคิดการวิจัย ดังนี้



ภาพที่ 2.1 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 3

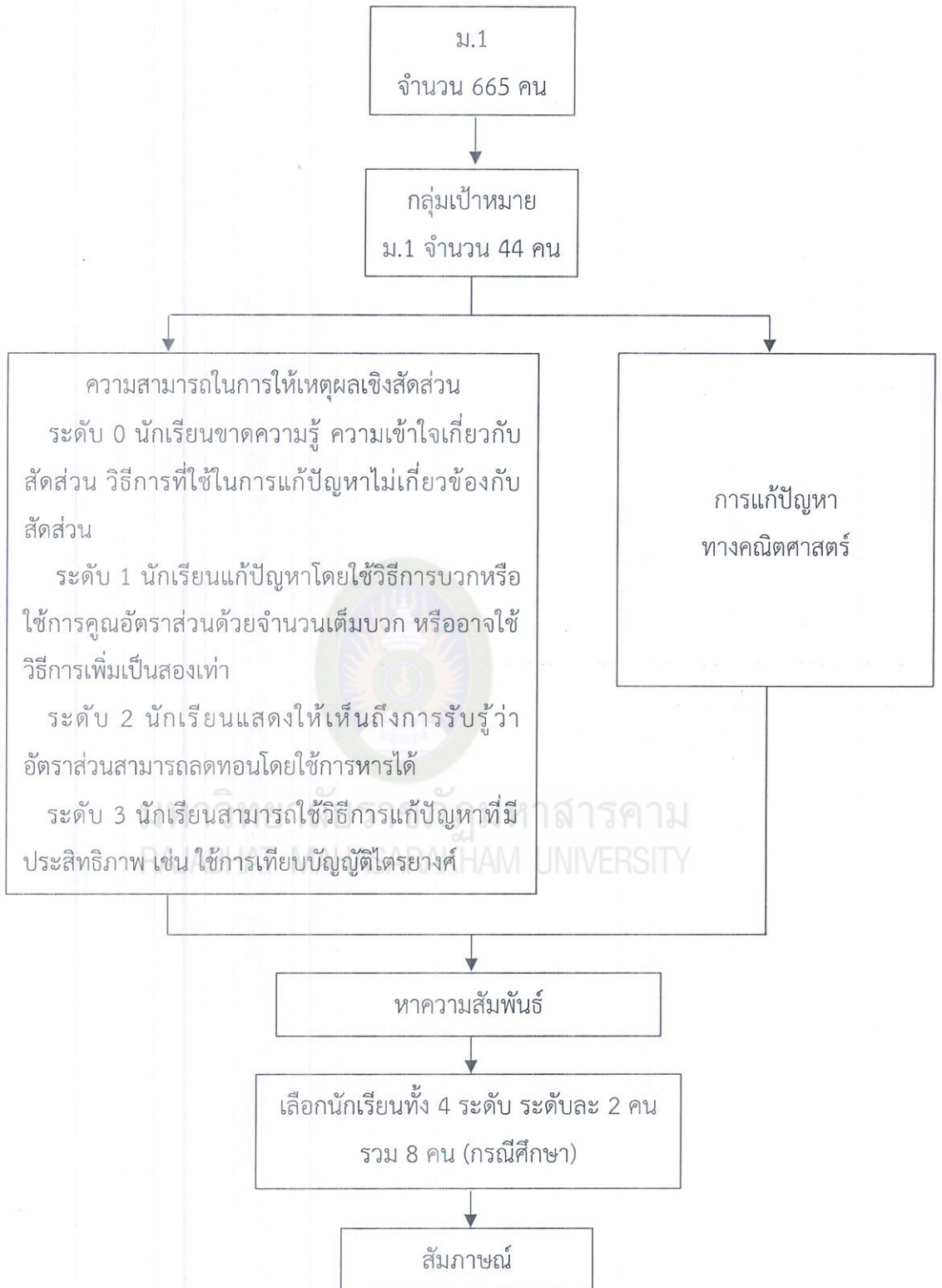
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

1. กลุ่มเป้าหมาย
2. เครื่องมือวิจัย
3. การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.1 กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 44 คน ซึ่งได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) การจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถภายในแต่ละห้องจะมีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน



ภาพที่ 3.1 จำนวนและกลุ่มเป้าหมาย

3.2 เครื่องมือวิจัย

3.2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

เป็นแบบทดสอบอัตนัย แสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ โดยมีบุคคลที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในแต่ละระดับแตกต่างกัน ในระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกัสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ หรือใช้การคำนวณอย่างสุ่มระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้ ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่อัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้มากขึ้น รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาอัตราส่วนที่ไม่เป็นจำนวนเต็มได้ และระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ตามแนวคิดของคาร์เพนเตอร์ จำนวน 5 ข้อ โดยปรับปรุงให้เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม

3.2.2 แบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เป็นแบบทดสอบอัตนัย แสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ โดยการวิเคราะห์หลักสูตรแล้วกำหนดปัญหาให้สอดคล้องกับหลักสูตร จำนวน 5 ข้อ

3.2.3 แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบกึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีการเตรียมคำถามไว้ล่วงหน้า โดยผู้ถูกสัมภาษณ์ทุกคนต้องตอบคำถามชุดเดียวกัน และมีการสัมภาษณ์แบบเจาะลึกในบางประเด็น เปิดโอกาสให้ผู้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในแต่ละระดับของนักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน

3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ถึงโครงสร้างเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดของการสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือ ดังต่อไปนี้

3.3.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งเป็นแบบเขียนตอบ และแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายเหตุผล ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

3.3.1.1 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามมาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัดของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับบทความรายงานการวิจัย และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.3.1.2 ศึกษาหลักเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบจากหนังสือคู่มือการวัดผล ประเมินผลคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 30) วิเคราะห์เนื้อหา และวัตถุประสงค์ในการวิจัย กำหนดรูปแบบของแบบทดสอบ และจุดประสงค์ของการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

3.3.1.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ครอบคลุมความรู้ในเนื้อหาเกี่ยวกับกราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น สำหรับทดสอบบุคคลที่จัดอยู่ในกลุ่มที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับใด เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ

3.3.1.4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่สร้างขึ้นเสร็จแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้องเหมาะสมของประเด็นคำถาม และภาษาที่ใช้ในการเขียน จากนั้นนำคำแนะนำมาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำเสนอผู้เชี่ยวชาญ

3.3.1.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ผ่านการตรวจสอบ และปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้องเหมาะสม ความชัดเจนของข้อความ และภาษาที่ใช้ในการเขียน โดยรายนามผู้เชี่ยวชาญ มีดังนี้

1) ร.ต. ดร. อรัญ ชูยกระเตื้อง ป.ร.ด. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา) ตำแหน่งทางวิชาการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ประจำหลักสูตร กศ.ด. วิจัยและประเมินผลการศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านสถิติและการวิจัย

2) ดร. เสน่ห์ หมายจากกลาง ค.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ศึกษานิเทศก์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

3) ผศ.ดร.ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว ค.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ตำแหน่ง หัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์และนวัตกรรมการศึกษา มหาวิทยาลัยกาฬสินธุ์ ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและภาษาวิจัย

3.3.1.6 ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index: IOC) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1

ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0

ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น -1

3.3.1.7 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน มาหาดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) โดยเลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป จึงเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC อยู่ที่ 1.00 ทั้งหมด จำนวน 8 ข้อ

3.3.1.8 คัดเลือกข้อคำถามที่มีความเหมาะสม จำนวน 5 ข้อ เพื่อนำมาสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน จากนั้นนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไปปรึกษากับอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อจัดทำแบบทดสอบให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

3.3.1.9 นำแบบทดสอบที่ได้รับการประเมินและปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ (Try-Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย จำนวน 44 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม เพื่อดูความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

3.3.1.10 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นรายข้อแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ถึง 1.00 จึงจะถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าข้อสอบรายข้อ มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.51-0.70 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.21-0.50

3.3.1.11 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไป จึงจะถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้

ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77

3.3.1.12 เลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว จำนวน 5 ข้อ ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการทำวิจัยต่อไป

3.3.2 แบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การสร้างแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบเขียนตอบ และแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายเหตุผล ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

3.3.2.1 วิเคราะห์เนื้อหาที่จะใช้ในสร้างแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามมาตรฐานและตัวชี้วัดของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

3.3.2.2 ศึกษาการสร้างแบบทดสอบ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบเขียนตอบ จากเอกสารประกอบการสอนวิชาการวิจัยทางการศึกษาของ อรัญ ชูกระเดื่อง (2557, น. 35-37) และหนังสือวัดและประเมินผลการศึกษาของ ไพศาล วรคำ (2554, น. 243-244)

3.3.2.3 สร้างแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบเป็นการแก้ปัญหาเรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย แสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายแสดงร่องรอยการคิด จำนวน 8 ข้อ ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบเกณฑ์ย่อย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555 น. 130)

3.3.2.4 นำแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อสอบและความเหมาะสมของข้อสอบ

3.3.2.5 นำแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมทั้ง 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้องเหมาะสม ความชัดเจนของข้อความ และภาษาที่ใช้ในการเขียน

3.3.2.6 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน มาหาดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) โดยเลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป จึงเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC อยู่ที 1.00 ทั้งหมด จำนวน 8 ข้อ

3.3.2.7 คัดเลือกข้อคำถามที่มีความเหมาะสม จำนวน 5 ข้อ เพื่อนำมาสร้างแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนำแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปปรึกษากับอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อจัดทำแบบทดสอบให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

3.3.2.8 นำแบบทดสอบที่ได้รับการประเมินและปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ (Try-Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย จำนวน 44 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม เพื่อดูความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

3.3.2.9 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นรายข้อแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีความยาก (p) ตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ถึง 1.00 จึงจะถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่า ข้อสอบรายข้อ มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.51-0.72 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.22-0.73

3.3.2.10 นำแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไป จึงจะถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.87

3.3.2.11 เลือกแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้ว จำนวน 5 ข้อ ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการทำวิจัยต่อไป

3.3.3 แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การสร้างแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.3.1 ศึกษาการสร้างแบบสัมภาษณ์ จากหนังสือการวิจัยทางการศึกษาของ ไพศาล วรคำ (2554, น. 249-250)

3.3.3.2 กำหนดประเด็นและข้อความสำหรับการสัมภาษณ์เกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับหลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งข้อความ ครอบคลุมเนื้อหา จุดมุ่งหมาย และแนวคิดในแต่ละข้อที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา

3.3.3.3 สร้างแบบสัมภาษณ์ที่มีลักษณะแบบกึ่งโครงสร้างให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

3.3.3.4 นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นเสร็จแล้ว เสนอคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของภาษา และความสอดคล้องระหว่างแบบสัมภาษณ์กับวัตถุประสงค์ของการวิจัย และให้คำแนะนำ

3.3.3.5 นำแบบสัมภาษณ์ที่ผ่านการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมตรวจสอบอีกครั้งหนึ่งและให้ข้อเสนอแนะ

3.3.3.6 นำข้อเสนอแนะทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการทำวิจัยต่อไป

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

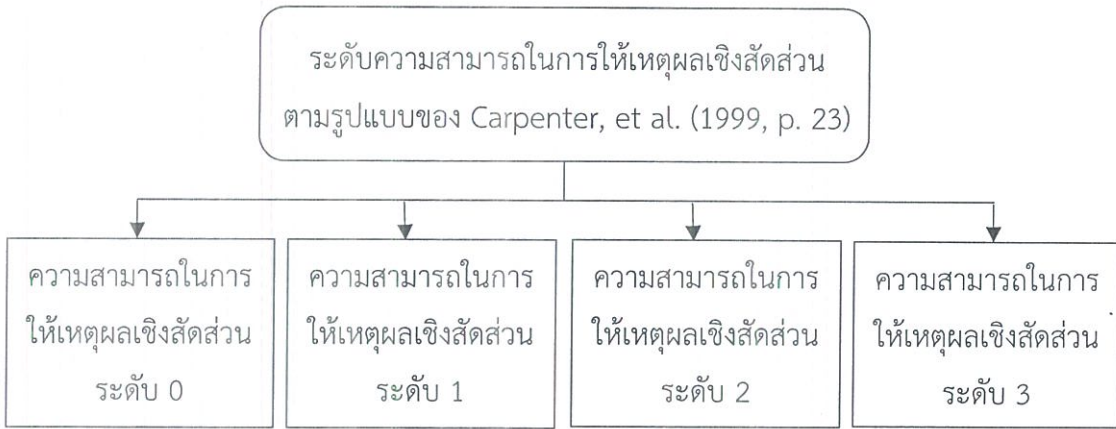
การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

3.4.1 ผู้วิจัยทำหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อประกอบการทำวิจัยจากคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม เพื่อขอความอนุเคราะห์จากผู้อำนวยการโรงเรียนสารคามพิทยาคม ในการเก็บรวบรวมข้อมูลนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

3.4.2 ติดต่อประสานงานกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และครูประจำชั้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อข้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย บทบาทหน้าที่ของกลุ่มตัวอย่างในการทำวิจัย กำหนดวันเวลาที่จะทำการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.4.3 ดำเนินการเก็บข้อมูล ดังนี้

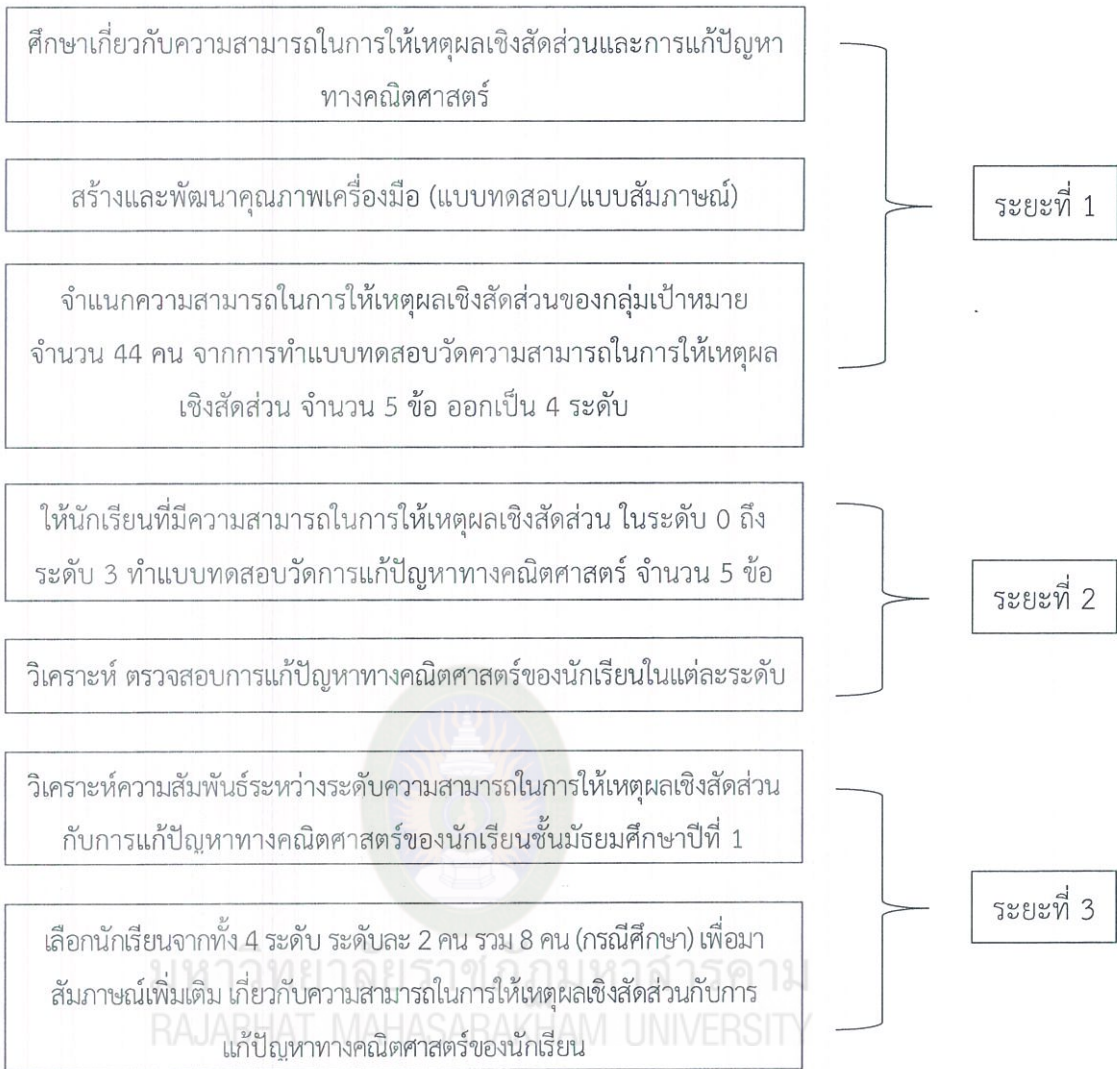
ระยะที่ 1 ทำการวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้แบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน จากนั้นทำการตรวจแบบทดสอบและจัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียนแต่ละคน โดยจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน ได้แก่ 1) นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัจส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกั้กับสัจส่วน 2) นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า 3) นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่อัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ และ 4) นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์



ภาพที่ 3.2 ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ตามรูปแบบของ Carpenter et al.

ระยะที่ 2 ทำการวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้แบบทดสอบเพื่อวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นทำการตรวจแบบทดสอบ และจัดระดับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน โดยจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามระดับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) นักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเกณฑ์ดีมาก 2) นักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเกณฑ์ดี 3) นักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเกณฑ์พอใช้ และ 4) นักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเกณฑ์ปรับปรุง

ระยะที่ 3 ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เลือกนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในแต่ละระดับ โดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) มารดับละ 2 คน ซึ่งได้มาจากนักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสูงสุดของแต่ละระดับ รวมเป็น 8 คน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร การเก็บรวบรวมข้อมูลสามารถสรุปเป็นขั้นตอน ดังแสดงในภาพที่ 3.3



ภาพที่ 3.3 รายละเอียดของแต่ละระยะในการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียน วิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการวิเคราะห์ข้อมูลมีรายละเอียด ดังนี้

ระยะที่ 1 วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียน เป็นการวิจัยเชิงสำรวจ (Survey Research) วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำเสนอด้วยการวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive Analysis)

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียน ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อ ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 เกณฑ์ในการให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียน

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน	คะแนน	คำอธิบาย
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์	3	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหอย่างชัดเจน ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา เขียนอธิบายได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และได้คำตอบที่ถูกต้อง
ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้	2	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหเป็นส่วนใหญ่ ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมหรือยุทธวิธีที่เป็นแนวทางในการแก้ปัญหได้ แต่อาจมีการเขียนอธิบายที่ไม่ค่อยสมบูรณ์หรือชัดเจนในบางส่วน หรือมีความผิดพลาดในการคำนวณทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง

(ต่อ)

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ความสามารถ ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	คะแนน	คำอธิบาย
ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า	1	มีความพยายามในการเขียนอธิบายที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจบางส่วน มีความผิดพลาดในยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหาอยู่ หรือได้คำตอบที่ไม่สมบูรณ์ หรือคำตอบที่ถูกต้องอาจจะได้มาจากการเดา
ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วนวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน	0	ไม่มีความพยายามในการแก้ปัญหา ไม่รู้จะเขียนอธิบายอย่างไร หรือแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับข้อคำถาม

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning. By Hillen, Amy Fleeger. (2005, p. 79).

2. เกณฑ์การแปลความหมายในการจัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ดังนี้ (Khazanie, R., 1996, p. 22-23) แปลผลตามความเหมาะสมของข้อมูล โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีข้อคำถามย่อยสอดคล้องกับระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งแต่ละระดับมีช่วงคะแนนไม่เท่ากัน

ตารางที่ 3.2 เกณฑ์แปลความหมายในการจัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน

ระดับคะแนนรวม	ความหมาย	ระดับค่าเฉลี่ย
0 – 2	ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 0	0.00 – 0.40
3 – 7	ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 1	0.60 – 1.40
8 – 12	ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2	1.60 – 2.40
13 – 15	ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 3	2.60 – 3.00

ระยะที่ 2 วิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

การศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามระดับการคิด วิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำเสนอด้วยการวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive Analysis)

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อ ได้กำหนดค่าของน้ำหนักของคะแนน ตามเกณฑ์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 130) ได้กล่าวว่าเกณฑ์ประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ ดีมาก, ดี และปรับปรุง นอกจากนี้ครูอาจกำหนดน้ำหนักคะแนนของแต่ละปัญหาให้แตกต่างกันตามน้ำหนักของเนื้อหา หรือความเหมาะสม ดังแสดงในตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

รายงานการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ทำความเข้าใจปัญหา	2	ดีมาก	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	1	ดี	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. วางแผนแก้ปัญหา	2	ดีมาก	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม และเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	ดี	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. ดำเนินการตามแผน	2	ดีมาก	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
	1	ดี	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องเป็นบางครั้ง
	0	ปรับปรุง	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้得不ได้อย่างถูกต้อง

(ต่อ)

ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

รายงาน การประเมิน	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4. ตรวจสอบคำตอบ	2	ดีมาก	- สรุปลำดับคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	ดี	- สรุปลำดับคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์
	0	ปรับปรุง	ไม่ถูกต้อง - ไม่มีการสรุปลำดับคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์. (น. 58), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น

จากตารางที่ 3.3 พบว่า เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายการประเมิน 4 ส่วน ได้แก่ 1) ความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผน 3) การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และ 4) การสรุปลำดับคำตอบ โดยให้คะแนน 0, 1 และ 2 คะแนน

2. เกณฑ์การแปลความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ดังกล่าวในการตรวจให้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ค่าร้อยละของคะแนนรวมมาแปลผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 125)

ระดับดีมาก	หมายถึง	ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 80 ขึ้นไป	(32 คะแนนขึ้นไป)
ระดับดี	หมายถึง	ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 60-79	(24-31 คะแนน)
ระดับพอใช้	หมายถึง	ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 40-59	(16-23 คะแนน)
ระดับต้องปรับปรุง	หมายถึง	ได้คะแนนคิดเป็นต่ำกว่าร้อยละ 40	(0-15 คะแนน)

ระยะที่ 3 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การหาสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Correlation) ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 130) และเกณฑ์ในการพิจารณาความสัมพันธ์ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ดังนี้ (กัลยา วาณิชย์บัญชา, 2545, น. 83)

- ± 0.81 ถึง ± 1.00 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับสูงมาก
 ± 0.61 ถึง ± 0.80 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับสูง
 ± 0.41 ถึง ± 0.60 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับปานกลาง
 ± 0.21 ถึง ± 0.40 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับต่ำ
 ± 0.00 ถึง ± 0.20 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับต่ำมาก

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.6.1 สถิติพื้นฐาน

3.6.1.1 การแจกแจงความถี่ (Frequency)

3.6.1.2 ค่าเฉลี่ย \bar{X}

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

(3-1)

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum_{i=1}^n X_i$ แทน ผลรวมของข้อมูล

n แทน จำนวนข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

3.6.1.3 ร้อยละ (Percentage)

$$P = \frac{f_i}{N} \times 100$$

(3-2)

เมื่อ P แทน ร้อยละใด ๆ ที่ต้องการหา

f_i แทน จำนวนใด ๆ ที่ต้องการหาร้อยละ

N แทน จำนวนทั้งหมด

3.6.1.4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (3-3)$$

- เมื่อ $S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
 X_i แทน คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
 n แทน จำนวนข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

3.6.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์หาคุณภาพเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้คือ แบบทดสอบ ซึ่งมีสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพ ได้แก่

3.6.2.1 ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263) ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N} \quad (3-4)$$

- เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับวัตถุประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมิน

3.6.2.2 หาค่าความยากของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้วิธีของ Whitney and Sabers
 คำนวณจากสูตร ดังนี้

$$P = \frac{S_H + S_L - 2NX_{\min}}{2N(X_{\max} - X_{\min})} \quad (3-5)$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยาก
	S_H	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	N	แทน	จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

3.6.2.3 การหาค่าความยากของแบบทดสอบรายข้อดังนี้

$$P = \frac{R}{N} \quad (3-6)$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยากของข้อสอบ
	R	แทน	จำนวนคนตอบถูก
	N	แทน	จำนวนคนทั้งหมด

3.6.2.4 การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบโดยใช้สูตร ดังนี้

$$r = \frac{f_H}{n_H} - \frac{f_L}{n_L} \quad (3-7)$$

เมื่อ	r	แทน	อำนาจจำแนก
	f_H	แทน	จำนวนคนกลุ่มสูงตอบถูก
	n_H	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง
	f_L	แทน	จำนวนคนกลุ่มต่ำตอบผิด
	n_L	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

3.6.2.5 ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบอันดับสามารถหาได้จากสูตร โดยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Coefficient Method) (ไพศาล วรคาม, 2554, น. 282-283) โดยใช้สูตร ดังนี้

$$\alpha = \left[\frac{k}{k-1} \right] \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right] \quad (3-8)$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อสอบ
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนข้อที่ i
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวม t

3.6.2.6 สถิติที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ได้แก่ ใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation Coefficient) มีสูตรดังนี้

$$r_{xy} = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(N \sum x^2 - (\sum x)^2)(N \sum y^2 - (\sum y)^2)}} \quad (3-9)$$

เมื่อ	r_{xy}	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	x	แทน	ข้อมูลตัวแปรที่ 1
	y	แทน	ข้อมูลตัวแปรที่ 2
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของข้อมูลที่วัดจากตัวแปรที่ 1 หรือตัวแปร x
	$\sum y$	แทน	ผลรวมของข้อมูลที่วัดจากตัวแปรที่ 2 หรือตัวแปร y
	$\sum xy$	แทน	ผลรวมของผลคูณของตัวแปรที่ 1 และ 2
	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของข้อมูลที่วัดจากตัวแปรที่ 1
	$\sum y^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของข้อมูลที่วัดจากตัวแปรที่ 2
	N	แทน	จำนวนข้อมูล

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับชั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ระบุสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษา ดังนี้

n แทน ขนาดของกลุ่มเป้าหมาย

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน (Mean)

$S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน (Standard Deviation)

r_{xy} แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

4.2 ลำดับชั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ตามลำดับขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

ตอนที่ 1 ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตอนที่ 2 ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตอนที่ 3 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนแตกต่างกัน โดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน วิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ผลการจำแนกระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนทั้ง 4 ระดับ จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 15 คะแนน โดยจำแนกคะแนนของนักเรียนออกเป็นระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 และระดับ 3 จากการแบ่งกลุ่มอิงเกณฑ์ ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีการจำแนกตามความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)
ระดับ 0	0	0
ระดับ 1	7	15.91
ระดับ 2	26	59.09
ระดับ 3	11	25.00
รวม	44	100

จากตารางที่ 4.1 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 มีจำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 59.09 รองลงมา นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 3 มีจำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 25.00 นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 1 มีจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 15.91 และพบว่าไม่มีนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 0

ตอนที่ 2 ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ผลการจำแนกการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ระดับ จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 40 คะแนน โดยจำแนกคะแนนของนักเรียนออกเป็นระดับดีมาก ดี พอใช้ และปรับปรุง จากการแบ่งกลุ่มอิงเกณฑ์ ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีการจำแนกตามการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)
ปรับปรุง	0	0
พอใช้	7	15.91
ดี	22	50.00
ดีมาก	15	34.09
รวม	44	100

จากตารางที่ 4.2 พบว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี มีจำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 50.00 รองลงมานักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก มีจำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 34.09 นักเรียนที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ มีจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 15.91 และพบว่าไม่มีนักเรียนที่มีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปรับปรุง

ตอนที่ 3 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน โดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แสดงดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		
ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	ระดับ
		.929

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.3 พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันในระดับสูงมาก โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .929

2. ศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน โดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โดยผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์แทนนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 6 คน ดังนี้

A_1 หมายถึง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 3 คนที่ 1

A_2 หมายถึง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 3 คนที่ 2

B_1 หมายถึง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 2 คนที่ 1

B_2 หมายถึง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 2 คนที่ 2

C_1 หมายถึง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 1 คนที่ 1

C_2 หมายถึง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 1 คนที่ 2

ผลการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน โดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำเสนอผลการศึกษา ดังนี้

2.1 คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่แตกต่างกัน แสดงดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา

นักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	คะแนนแบบทดสอบ	แปลความหมาย
A_1	15	ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์

(ต่อ)

ตารางที่ 4.4 (ต่อ)

นักเรียนที่เป็น กรณีศึกษา	คะแนน แบบทดสอบ	แปลความหมาย
A_2	14	ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์
B_1	12	ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้
B_2	12	ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้
C_1	7	ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า
C_2	7	ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า

จากตารางที่ 4.4 พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 3 ได้แก่ A_1 และ A_2 ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเท่ากับ 15 และ 14 คะแนน ตามลำดับ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ได้แก่ B_1 และ B_2 ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเท่ากับ 12 คะแนน และนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 1 ได้แก่ C_1 และ C_2 ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เท่ากับ 7 คะแนน

2.2 คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่แตกต่างกัน แสดงดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา

ความสามารถในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	นักเรียนที่เป็น กรณีศึกษา	คะแนน แบบทดสอบ	แปลความหมาย
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการ แก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้ การเทียบบัญญัติไตรยางค์	A_1	40	ดีมาก
	A_2	40	ดีมาก

(ต่อ)

ตารางที่ 4.5 (ต่อ)

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	นักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	คะแนนแบบทดสอบ	แปลความหมาย
ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้	B_1	31	ดี
	B_2	31	ดี
ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า	C_1	22	พอใช้
	C_2	22	พอใช้

จากตารางที่ 4.5 พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 3 ได้แก่ A_1 และ A_2 ได้คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 40 คะแนน อยู่ในระดับดีมาก นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ได้แก่ B_1 และ B_2 ได้คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 31 คะแนน อยู่ในระดับดี และนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 1 ได้แก่ C_1 และ C_2 ได้คะแนนแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 22 คะแนน อยู่ในระดับพอใช้

2.3 ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีข้อความดังต่อไปนี้

1. เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
2. นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
3. นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
4. นักเรียนอธิบายได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
5. นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าคำตอบของข้อนี้คืออะไร
6. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไร

ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของ A_1 นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 3 คนที่ 1 มีผลการสัมภาษณ์ดังนี้

ข้อที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท

จำนวนปากกา	1	2	3	4
ราคาปากกา	7	14	21	28

จงหาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหล

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

A_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้าม และราคาของปากกาเป็นบาทค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

A_1 : หาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหลค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

A_1 : เทียบบัญญัติไตรยางศ์ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหายังไง

A_1 : ปากกา 1 ด้าม ราคา 7 บาท ถ้าปากกา 24 ด้าม ก็เอา 7 มาคูณ กับ 24 ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

A_1 : 168 บาทค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

A_1 : เอาจำนวนปากกา 24 ด้าม มาหาร 168 บาท จะได้เท่ากับ 7 บาท ซึ่งเป็นราคาปากกา 1 ด้ามตามที่ โจทย์กำหนดค่ะ

ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส

ปริมาณสาร	10	20	30	40
อุณหภูมิ	20	40	60	80

จงหาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิห้องศาเซลเซียส

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

A_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำเป็นองศาเซลเซียสค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

A_1 : หาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิห้องศาเซลเซียสค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

A_1 : เที่ยบบัญญัติไตรยางศ์ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

A_1 : หาว่าสาร A ละลายได้ 1 กรัม ที่อุณหภูมิห้องศาเซลเซียส ก็เอา 10 มาหาร 20 จะได้เท่ากับ 2 แสดงว่าสาร A ละลายได้ 1 กรัม ที่อุณหภูมิ 2 องศาเซลเซียส แล้วนำ 2 ไปคูณกับ 35 ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

A_1 : 70 องศาเซลเซียสค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

A_1 : เอา 70 หาร 2 จะได้เท่ากับ 35 แสดงว่าสาร A ละลายได้ 35 กรัม ที่อุณหภูมิ 70 องศาเซลเซียสค่ะ

ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจราคามะนาวในวันหนึ่ง พบว่ามะนาวราคาลูกละ 4 บาท

ตารางที่ 4.8 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท

ปริมาณ	1	3	5	7	9
ราคา	4	12	20	28	36

จงหาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูก

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

A_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูกและราคามะนาวเป็นบาทค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

A_1 : หาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูกค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

A_1 : เทียบบัญญัติไตรยางศ์ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

A_1 : มะนาว 1 ลูก ราคา 4 บาท ถ้าซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูก ก็เอา 4 มาคูณกับ 40 ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

A_1 : 160 บาทค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

A_1 : เอา 160 หาร 4 จะได้เท่ากับ 40 แสดงว่ามะนาว 40 ลูก ราคา 160 บาทค่ะ

ข้อที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาที

ระยะทาง	10	30	50	70	90
เวลา	8	24	40	56	72

จงหาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาที

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

A_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่นไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาทีค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

A_1 : หาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาทีค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

A_1 : เทียบบัญญัติไตรยางศ์ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะ ดำเนินการแก้ปัญหายังไง

A_1 : เอา 8 มาหาร 10 แล้วนำไปคูณ 80 จะได้เท่ากับ 100 แสดงว่า รถยนต์แล่นได้ 100 กิโลเมตร เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาทีค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

A_1 : 100 กิโลเมตรค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

A_1 : เอา 100 หาร 10 แล้วนำไปคูณกับ 8 จะได้เท่ากับ 80 แสดงว่า เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาที รถยนต์แล่นได้ 100 กิโลเมตรค่ะ

ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจอัตราค่าโดยสารรถประจำทางในวันหนึ่ง พบว่าอัตราค่าโดยสารรถประจำทางเป็น 9 บาทต่อคน

ตารางที่ 4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)

จำนวนคน	1	2	3	4	5
อัตราค่าโดยสาร	9	18	27	36	45

จงหาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใด

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- A_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท) ค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- A_1 : หาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใดค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- A_1 : เทียบบัญญัติไตรยางศ์ค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
- A_1 : 1 คน ต้องจ่ายค่าโดยสารรถประจำทาง 9 บาท ถ้ามีทั้งหมด 8 คน ก็เอา 9 มาคูณกับ 8 ค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
- A_1 : 72 บาทค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
- A_1 : เอา 72 หาร 9 จะได้เท่ากับ 8 แสดงว่าผู้โดยสาร 8 คน ต้องจ่ายค่าโดยสารรถประจำทาง 72 บาทค่ะ

ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของ A_2 นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 3 คนที่ 2 มีผลการสัมภาษณ์ดังนี้

ข้อที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.11 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท

จำนวนปากกา	1	2	3	4
ราคาปากกา	7	14	21	28

จงหาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหล

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

A_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาทครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

A_2 : หาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหลครับ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

A_2 : เทียบบัญญัติไตรยางศ์ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

A_2 : ปากกา 1 ด้าม ราคา 7 บาท ถ้าปากกา 2 โหล หรือ 24 ด้าม ราคาจะเท่ากับ เอา 7 คูณ 24 ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

A_2 : 168 บาทครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

A_2 : เอาปากกา 2 โหล หรือ 24 ด้าม หาร 168 บาท จะได้เท่ากับ 7 บาท แสดงว่าปากกา 1 ด้าม ราคา 7 บาทครับ

ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส

ปริมาณสาร	10	20	30	40
อุณหภูมิ	20	40	60	80

จงหาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิห้ององศาเซลเซียส

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- A_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำเป็นองศาเซลเซียสครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- A_2 : หาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิห้ององศาเซลเซียสครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- A_2 : เเทียบบัญญัติไตรยางค์ครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
- A_2 : หาว่าสาร A ละลายได้ 1 กรัม ที่อุณหภูมิเท่าไรก่อนครับก็เอา 10 มาหาร 20 จะได้เท่ากับ 2 แสดงว่าสาร A ละลายได้ 1 กรัม ที่ 2 องศาเซลเซียส แล้วก็เอา 2 ไปคูณ 35 ครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
- A_2 : 70 องศาเซลเซียสครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
- A_2 : เอา 70 หาร 2 จะได้เท่ากับ 35 แสดงว่าสาร A ละลายได้ 35 กรัม ที่อุณหภูมิ 70 องศาเซลเซียสครับ

ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจราคามะนาวในวันหนึ่ง พบว่ามะนาวราคาลูกละ 4 บาท

ตารางที่ 4.13 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท

ปริมาณ	1	3	5	7	9
ราคา	4	12	20	28	36

จงหาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูก

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

A_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูกและราคามะนาวเป็นบาทครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

A_2 : หาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูกครับ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

A_2 : เทียบบัญญัติไตรยางศ์ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหายังไง

A_2 : มะนาว 1 ลูก ราคา 4 บาท ถ้ามะนาว 40 ลูก ราคาจะเท่ากับเอา 4 คูณ 40 ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

A_2 : 160 บาทครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

A_2 : เอา 160 หาร 4 จะได้เท่ากับ 40 แสดงว่ามะนาว 40 ลูก ราคา 160 บาทครับ

ข้อที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น

ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาที

ระยะทาง	10	30	50	70	90
เวลา	8	24	40	56	72

จงหาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาที

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

A_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง
ในการเดินทางจากขอนแก่นไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร
และเวลาในการเล่นเป็นนาทีครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

A_2 : หาระยะทางที่รถยนต์แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาทีครับ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

A_2 : เทียบบัญญัติไตรยางศ์ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการ
แก้ปัญหาอย่างไร

A_2 : เอา 8 หาร 10 แล้วไปคูณกับ 80 จะได้เท่ากับ 100 แสดงว่า
รถยนต์แล่นได้ 100 กิโลเมตร เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาทีครับ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

A_2 : 100 กิโลเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

A_2 : เอา 100 หาร 10 แล้วไปคูณ 8 จะได้เท่ากับ 80 แสดงว่าเวลาผ่านไป 80 นาที
รถยนต์แล่นได้ 100 กิโลเมตรครับ

ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจอัตราค่าโดยสารรถประจำทางในวันหนึ่ง พบว่าอัตราค่าโดยสารรถประจำ
ทางเป็น 9 บาทต่อคน

ตารางที่ 4.15 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)

จำนวนคน	1	2	3	4	5
อัตราค่าโดยสาร	9	18	27	36	45

จงหาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถ
ประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใด

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

A_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสาร

- รถประจำทาง (บาท) ครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- A_2 : ทหาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใดครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- A_2 : เทียบบัญญัติไตรยางศ์ครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
- A_2 : 1 คน ต้องจ่ายค่าโดยสาร 9 บาท ถ้ามีทั้งหมด 8 คน ต้องจ่ายก็เอา 9 คูณ 8 ครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
- A_2 : 72 บาทครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
- A_2 : เอา 72 หาร 9 จะได้เท่ากับ 8 แสดงว่าผู้โดยสาร 8 คน ต้องจ่ายค่าโดยสาร 72 บาทครับ

ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของ B_1 นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 2 คนที่ 1 มีผลการสัมภาษณ์ดังนี้

ข้อที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.16 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท

จำนวนปากกา	1	2	3	4
ราคาปากกา	7	14	21	28

จงหาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหล

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- B_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาทค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- B_1 : หาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหลค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

- B_1 : การคูณค้ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหายังไง
- B_1 : ปากการราคาตำลละ 7 บาท ต้องการหาราคาปากกา 2 โหล ก็เท่ากับ 24 ตำล แล้วก็เอา 7 มาคูณกับ 24 ค้ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรค้ะ
- B_1 : 168 บาทค้ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรค้ะ
- B_1 : เอา 168 หาร 24 เท่ากับ 7 แสดงว่าปากกาตำลละ 7 บาทค้ะ

ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.17 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส

ปริมาณสาร	10	20	30	40
อุณหภูมิ	20	40	60	80

จงหาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิห้ององศาเซลเซียส

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- B_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำเป็นองศาเซลเซียสค้ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- B_1 : หาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิห้ององศาเซลเซียสค้ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- B_1 : การบวกค้ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหายังไง
- B_1 : จากตารางปริมาณสาร 35 กรัม จะอยู่ตรงกลางระหว่าง 30 กับ 40 ก็หาค่าอุณหภูมิที่อยู่ตรงกลางระหว่าง 60 กับ 80 ค้ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรค้ะ
- B_1 : 65 องศาเซลเซียสค้ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

B_1 : หนูไม่ทราบว่าข้อนี้ตรวจคำตอบยังไง

ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจราคามะนาวในวันหนึ่ง พบว่ามะนาวราคาลูกละ 4 บาท

ตารางที่ 4.18 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท

ปริมาณ	1	3	5	7	9
ราคา	4	12	20	28	36

จงหาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูก

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

B_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาทค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

B_1 : หาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูกค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

B_1 : การคูณค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

B_1 : มะนาวราคาลูกละ 4 บาท ซื้อมาทั้งหมด 40 ลูก ก็เอา 4 คูณกับ 40 ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

B_1 : 160 บาทค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

B_1 : เอา 160 หาร 40 เท่ากับ 4 แสดงว่ามะนาวลูกละ 4 บาทค่ะ

ข้อที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.19 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาที

ระยะทาง	10	30	50	70	90
เวลา	8	24	40	56	72

จงหาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาที

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

B_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่นไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาทีค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

B_1 : หาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาทีค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

B_1 : การบวกค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการ แก้ปัญหาอย่างไร

B_1 : หนูทำข้อนี้ไม่เป็นค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

B_1 : ไม่ทราบค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

B_1 : หนูตรวจคำตอบไม่เป็นค่ะ

ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจอัตราค่าโดยสารรถประจำทางในวันหนึ่ง พบว่าอัตราค่าโดยสารรถประจำทางเป็น 9 บาทต่อคน

ตารางที่ 4.20 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)

จำนวนคน	1	2	3	4	5
อัตราค่าโดยสาร	9	18	27	36	45

จงหาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใด

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

B_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

B_1 : หาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใดค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

B_1 : การคูณค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหายังไง

B_1 : อัตราค่าโดยสารรถประจำทางเป็น 9 บาทต่อคน ครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ก็เอา 9 มาคูณกับ 8 ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

B_1 : 73 บาทค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

B_1 : เอา 73 หาร 8 เท่ากับ 9 แสดงว่าต้องจ่ายคนละ 9 บาทค่ะ

ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของ B_2 นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 2 คนที่ 2 มีผลการสัมภาษณ์ดังนี้

ข้อที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.21 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท

จำนวนปากกา	1	2	3	4
ราคาปากกา	7	14	21	28

จงหาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหล

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

B_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาทค่ะ

- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- B_2 : ทาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหลค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- B_2 : การคูณค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
- B_2 : ปากกา 1 ด้าม ราคา 7 บาท ถ้าปากกา 24 ด้าม ก็เอา 7 คูณ 24 ค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
- B_2 : 148 บาทค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
- B_2 : เอา 148 หาร 24 จะเท่ากับ 7 บาทค่ะ

ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.22 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส

ปริมาณสาร	10	20	30	40
อุณหภูมิ	20	40	60	80

จงหาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิกี่องศาเซลเซียส

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- B_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำเป็นองศาเซลเซียสค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- B_2 : หาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิกี่องศาเซลเซียสค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- B_2 : การบวกค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
- B_2 : ปริมาณสาร 35 กรัม จะอยู่ตรงกลางระหว่าง 30 กับ 40 ก็หาอุณหภูมิที่อยู่ตรงกับปริมาณสาร 35 กรัมค่ะ

- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
 B_2 : หนูไม่แน่ใจค่ะว่าหาอย่างไร
 ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
 B_2 : หนูตรวจคำตอบไม่เป็นค่ะ

ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจราคามะนาวในวันหนึ่ง พบว่ามะนาวราคาลูกละ 4 บาท

ตารางที่ 4.23 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท

ปริมาณ	1	3	5	7	9
ราคา	4	12	20	28	36

จงหาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูก

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
 B_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูกและราคามะนาวเป็นบาทค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
 B_2 : หาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูกค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
 B_2 : การคูณค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
 B_2 : มะนาว 1 ลูก ราคา 4 บาท ซื้อมา 40 ลูก ก็เอา 4 คูณ 40 ค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
 B_2 : 160 บาทค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
 B_2 : เอา 160 หาร 40 จะเท่ากับ 4 จะได้ว่ามะนาว 1 ลูก ราคา 4 บาทค่ะ

ข้อที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.24 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาที

ระยะทาง	10	30	50	70	90
เวลา	8	24	40	56	72

จงหาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาที

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

B_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่นไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาทีค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

B_2 : หาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาทีค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

B_2 : หนูไม่แน่ใจ น่าจะเป็นการบวกค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะ ดำเนินการแก้ปัญหายังไง

B_2 : จากตารางเวลาก็เอา 72 บวก 8 จะได้เท่ากับ 80 นาที แล้วหาร ระยะทางที่ตรงกับ 80 นาทีค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

B_2 : หนูไม่ทราบค่ะ หนูทำไม่เป็นค่ะข้อนี้

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

B_2 : หนูตรวจคำตอบไม่เป็นเลยค่ะ

ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจอัตราค่าโดยสารรถประจำทางในวันหนึ่ง พบว่าอัตราค่าโดยสารรถประจำทางเป็น 9 บาทต่อคน

ตารางที่ 4.25 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)

จำนวนคน	1	2	3	4	5
อัตราค่าโดยสาร	9	18	27	36	45

จงหาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใด

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

B_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

B_2 : หาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใดค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

B_2 : การคูณค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

B_2 : 1 คน จ่ายค่าโดยสาร 9 บาท ถ้ามี 8 คน ก็เอา 9 คูณ 8 ค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

B_2 : 72 บาทค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

B_2 : เอา 72 หาร 8 จะเท่ากับ 9 จะได้ว่า 1 คน ต้องจ่ายค่าโดยสาร 9 บาทค่ะ

ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของ C_1 นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 1 คนที่ 1 มีผลการสัมภาษณ์ดังนี้

ข้อที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.26 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท

จำนวนปากกา	1	2	3	4
ราคาปากกา	7	14	21	28

จงหาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหล

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

C_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาทครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

C_1 : ราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหลครับ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

C_1 : คุณครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

C_1 : ปากการาคาด้ามละ 7 บาท ซื้อมา 2 โหล เป็น 24 ด้าม ก็เอา 24 คูณ 7 ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

C_1 : 168 บาทครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

C_1 : ผมตรวจคำตอบไม่เป็นครับ

ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.27 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส

ปริมาณสาร	10	20	30	40
อุณหภูมิ	20	40	60	80

จงหาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิกี่องศาเซลเซียส

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

C_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำเป็นองศาเซลเซียสครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

C_1 : สาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิกี่องศาเซลเซียสครับ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

C_1 : ไม่ทราบครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

C_1 : ผมทำไม่เป็นครับ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

C_1 : ไม่ทราบเลยครับ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

C_1 : ผมตรวจคำตอบไม่เป็นครับ

ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจราคามะนาวในวันหนึ่ง พบว่ามะนาวราคาลูกละ 4 บาท

ตารางที่ 2.28 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท

ปริมาณ	1	3	5	7	9
ราคา	4	12	20	28	36

จงหาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูก

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- C_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูกและราคามะนาวเป็นบาทครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- C_1 : ราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูกครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- C_1 : คุณครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
- C_1 : มะนาวราคาลูกละ 4 บาท ซื้อมา 40 ลูก ก็เอา 40 คูณ 4 ครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
- C_1 : 160 บาทครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
- C_1 : ผมตรวจคำตอบไม่เป็นครับ

ข้อที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.29 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่นไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาที

ระยะทาง	10	30	50	70	90
เวลา	8	24	40	56	72

จงหาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาที

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- C_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่งในการเดินทางจากขอนแก่นไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาทีครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- C_1 : ระยะทางที่รถยนต์แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาทีครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

- C_1 : ไม่ทราบครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการ
แก้ปัญหาอย่างไร
- C_1 : ผมทำไม่เป็นเลยครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
- C_1 : ไม่ทราบครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
- C_1 : ผมตรวจคำตอบไม่เป็นครับ

ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจอัตราค่าโดยสารรถประจำทางในวันหนึ่ง พบว่าอัตราค่าโดยสารรถประจำ
ทางเป็น 9 บาทต่อคน

ตารางที่ 4.30 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)

จำนวนคน	1	2	3	4	5
อัตราค่าโดยสาร	9	18	27	36	45

จงหาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถ
ประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใด

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- C_1 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่า
โดยสารรถประจำทาง (บาท) ครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- C_1 : ครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้า
โดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่า โดยโดยสารรถประจำทางทั้งหมด
เท่าใดครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- C_1 : คุณครับ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการ
แก้ปัญหาอย่างไร
- C_1 : ค่าโดยสารรถประจำทางคนละ 9 บาท มีทั้งหมด 8 คน ก็เอา 8 คูณ 9 ครับ

- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
 C_1 : 72 บาทครับ
 ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
 C_1 : ผมตรวจคำตอบไม่เป็นครับ

ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของ C_2 นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 1 คนที่ 2 มีผลการสัมภาษณ์ดังนี้

ข้อที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.31 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท

จำนวนปากกา	1	2	3	4
ราคาปากกา	7	14	21	28

จงหาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหล

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
 C_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาทค่ะ
 ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
 C_2 : หาราคาของปากกาที่ซื้อทั้งหมด 2 โหลค่ะ
 ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
 C_2 : การคูณค่ะ
 ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
 C_2 : ปากกา 1 ด้าม ราคา 7 บาท ซื้อทั้งหมด 24 ด้าม ก็เอา 7 คูณ 24 เลยค่ะ
 ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
 C_2 : 168 ค่ะ
 ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
 C_2 : หนูตรวจคำตอบไม่เป็นค่ะ

ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.32 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัมและอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส

ปริมาณสาร	10	20	30	40
อุณหภูมิ	20	40	60	80

จงหาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิห้องศาเซลเซียส

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

C_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำเป็นองศาเซลเซียสค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร

C_2 : หาว่าสาร A จะละลายได้ 35 กรัม ที่อุณหภูมิห้องศาเซลเซียสค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

C_2 : ไม่ทราบค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

C_2 : หนูทำข้อนี้ไม่เป็นค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

C_2 : ไม่ทราบเลยค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ

C_2 : หนูตรวจคำตอบไม่เป็นเลยค่ะ

ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจราคามะนาวในวันหนึ่ง พบว่ามะนาวราคาดูกละ 4 บาท

ตารางที่ 4.33 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท

ปริมาณ	1	3	5	7	9
ราคา	4	12	20	28	36

จงหาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูก

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- C_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูกและราคามะนาวเป็นบาทค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- C_2 : หาราคามะนาวที่ซื้อทั้งหมด 40 ลูกค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- C_2 : การคูณค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
- C_2 : มะนาว 1 ลูก ราคา 4 บาท ซื้อมาทั้งหมด 40 ลูก ก็เอา 4 คูณ 40 เลยค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
- C_2 : 160 ค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
- C_2 : หนูตรวจคำตอบไม่เป็นค่ะ

ข้อที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางที่ 4.34 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่นไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาที

ระยะทาง	10	30	50	70	90
เวลา	8	24	40	56	72

จงหาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาที

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- C_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่นไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาทีค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- C_2 : หาระยะทางที่รถยนต์แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาทีค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา

- C_2 : ไม่ทราบค่ะ
 ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะ
 ดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
- C_2 : หนูทำข้อนี้ไม่เป็นค่ะ
 ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ
- C_2 : ไม่ทราบเลยค่ะ
 ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
- C_2 : หนูตรวจคำตอบไม่เป็นเลยค่ะ

ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจอัตราค่าโดยสารรถประจำทางในวันหนึ่ง พบว่าอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง
 เป็น 9 บาทต่อคน

ตารางที่ 4.35 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)

จำนวนคน	1	2	3	4	5
อัตราค่าโดยสาร	9	18	27	36	45

จงหาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถ
 ประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใด

- ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- C_2 : ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่า
 โดยสารรถประจำทาง (บาท) ค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการอะไร
- C_2 : หากครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน จะต้องจ่ายอัตราค่า
 โดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใดค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา
- C_2 : การคูณค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนสามารถอธิบายกับครูได้หรือไม่ว่านักเรียนจะ
 ดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร
- C_2 : ผู้โดยสาร 1 คน จ่าย 9 บาท มีทั้งหมด 8 คน ก็เอา 9 คูณ 8 เลยค่ะ
- ผู้สัมภาษณ์ : คำตอบของปัญหาข้อนี้คืออะไรคะ

- C_2 : 72 ค่ะ
 ผู้สัมภาษณ์ : แล้วนักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรคะ
 C_2 : หนูตรวจคำตอบไม่เป็นค่ะ

จากผลการสัมภาษณ์ แนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 3 จะมีความมั่นใจในการตอบคำถาม สามารถอธิบายการคิดและการแก้ปัญหาได้ดี และสามารถคำนวณหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 2 จะมีความมั่นใจในการตอบคำถามบ้าง สามารถอธิบายการคิดและการแก้ปัญหาได้ และสามารถคำนวณหาคำตอบในบางค่าได้ถูกต้อง เนื่องจากมีนักเรียนบางคนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้แต่มีการคำนวณผิดพลาดจึงนำไปสู่คำตอบที่ผิด และนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 1 จะไม่ค่อยมีความมั่นใจในการตอบคำถาม นักเรียนบางคนมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ รู้วิธีการแก้ปัญหาแต่ไม่สามารถอธิบายการคิดและการแก้ปัญหาได้ และบางคนไม่สามารถคำนวณหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง และจากผลการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 3 จะมีการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก ซึ่งสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ เช่น การเทียบบัญญัติไตรยางศ์หรือการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย และสามารถคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้อง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 2 จะมีการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี ซึ่งจะแก้ปัญหโดยใช้วิธีการคูณหรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ และสามารถคำนวณหาคำตอบในบางค่าได้ถูกต้อง และนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 1 จะมีการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ ซึ่งจะแก้ปัญหโดยใช้วิธีการบวกหรือการคูณ และสามารถคำนวณหาคำตอบในบางค่าได้ถูกต้อง

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยหลังจากที่ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. สรุป
2. อภิปรายผล
3. ข้อเสนอแนะ

5.1 สรุป

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัย ดังนี้

5.1.1 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้มากขึ้น รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาอัตราส่วนที่ไม่เป็นจำนวนเต็มได้ คิดเป็นร้อยละ 59.09 รองลงมานักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ คิดเป็นร้อยละ 25.00 นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวกหรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้ คิดเป็นร้อยละ 15.91 และไม่มีนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้อง กับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ หรือใช้การคำนวณอย่างสุ่ม

5.1.2 ผลการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัย พบว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี คิดเป็นร้อยละ 50.00 รองลงมานักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก คิดเป็นร้อยละ 34.09 นักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ คิดเป็นร้อยละ 15.91 และไม่มีนักเรียนที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปรับปรุง

5.1.3 ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน

ผลการวิจัย พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันในระดับสูงมาก โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .929 และจากศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 3 จะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก ซึ่งสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วยหรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ และสามารถคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้อง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 2 จะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี ซึ่งจะแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการคูณหรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ และสามารถคำนวณหาคำตอบในบางค่าได้ถูกต้อง และนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 1 จะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ ซึ่งจะแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือการคูณ และสามารถคำนวณหาคำตอบในบางค่าได้ถูกต้อง

5.2 อภิปรายผล

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้อภิปรายผลการวิจัย ดังนี้

5.2.1 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้มากขึ้น รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาระดับที่ต่ำที่ไม่เป็น

จำนวนเต็มได้ ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ สามารถแก้ปัญหาคำถามเป็นลำดับและมีเหตุผล สามารถอธิบายการคิดและการแก้ปัญหาคำถามได้ สามารถใช้ทักษะการคิดและการคำนวณในบางค่าได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนไม่สามารถแก้ปัญหาคำถามที่มีความซับซ้อนได้ ซึ่งสอดคล้องกับ (Carpenter, et al., 1999, p. 23) ได้กำหนดพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็น 4 ระดับ ดังนี้ ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาคำถามไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนเลย ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ ใช้การคำนวณอย่างสุ่มหรือมุ่งพิจารณาที่ผลต่างของจำนวน นักเรียนระดับนี้ขาดการตระหนักถึงความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างปริมาณ ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าการคูณไม่สามารถหาคำตอบโดยใช้การหารได้ เพราะฉะนั้นการแก้ปัญหาคำถามของนักเรียนจึงใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาคำถามที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้ ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าการคูณสามารถหาคำตอบโดยใช้การหารได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคำถามต่าง ๆ ได้มากขึ้น รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาคำถามที่ไม่เป็นจำนวนเต็มได้ และระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาคำถามที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราส่วนหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ เป็นต้น และสอดคล้องกับ Ballew and Cunningham (1982, p. 56) ที่กล่าวว่า การแก้โจทย์ปัญหาให้ประสบความสำเร็จจะต้องใช้ทักษะที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคำถามทุกทักษะมากระทำการร่วมกันในการแก้ปัญหาคำถาม และยังคงใช้ความรู้ทั้งหมดมาผนวกเข้าด้วยกันในการหาคำตอบ โดยโจทย์ปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนส่วนใหญ่อยู่ในรูปแบบตารางแบบสองแถว อีกทั้งสถานการณ์ปัญหาในแบบทดสอบมีความเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน จึงทำให้นักเรียนมีความสนใจอยากทำแบบทดสอบ ซึ่งสอดคล้องกับ ชาร์ป และอดัมส์ (Sharp and Adams, 2003, pp. 432-437) เสนอว่าการใช้ตารางแบบสองแถวช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการสร้างแนวคิดเกี่ยวกับสัดส่วนให้กับนักเรียนได้ และสอดคล้องกับ มิดเดิลตัน และแวน เดน ฮิวเวล-แพนฮูเซน (Middleton and van den Heuvel-Panhuizen, 1995, pp. 282-288) ที่กล่าวว่า การใช้ตารางแบบสองแถวเป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคำถามเกี่ยวกับสัดส่วนได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของ Thiessen, et al. (1989, p. 38) เกี่ยวกับการเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ว่าควรเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคำถามรู้สึกว่ามีประโยชน์มีความหลากหลายอยู่ในความน่าสนใจ และรู้สึกสนุกกับการหาคำตอบ

5.2.2 ผลการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี คิดเป็นร้อยละ 50.00 ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ สามารถตอบได้ว่า โจทย์ให้อะไรมาบ้าง และโจทย์ต้องการสิ่งใด อีกทั้งนักเรียนยังสามารถวางแผนเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง และสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่ในข้อที่ซับซ้อนนักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่อาจไม่สามารถอธิบายถึงเหตุผลในการเลือกใช้วิธีการดังกล่าวได้ หรือมีบางส่วนผิดโดยอาจนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้งหรืออาจมีคำนวณผิดพลาด จึงนำไปสู่คำตอบที่ผิด ซึ่งสอดคล้องกับ Ballew and Cunningham (1982, p. 56) พบว่าทักษะการแปลความโจทย์ปัญหาเป็นทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด ทำนองเดียวกันกับ อภิขญา ลือชัย (2555, น. 161-162) กล่าวว่า ทักษะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อจำแนกตามกลุ่มนักเรียน สูง กลาง ต่ำ นักเรียนจะใช้ทักษะการแปลโจทย์คณิตศาสตร์มากที่สุด นอกจากนี้ Clyde (1967, p. 112) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยสรุป ได้แก่ วุฒิภาวะ ประสบการณ์ และความสามารถในการอ่านของนักเรียน สอดคล้องกับ Day, H. C. et al. (1977, p. 1) ที่กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ความคิด เหตุผล ตรรกะ ประกอบกับประสบการณ์การแก้ปัญหา จนเกิดเป็นทักษะทางปัญญาในการเลือกความรู้ กระบวนการ และยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ซึ่งมีความสำคัญและมีคุณค่าอย่างมากในการแก้ปัญหา นอกจากนี้โจทย์ปัญหาที่ใช้ในแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความใกล้เคียงกับโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว จึงทำให้นักเรียนมีความคุ้นเคยกับสถานการณ์ปัญหา สามารถนำความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งเนื้อหาเรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน เช่น สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการซื้อขายสินค้า การปรุงอาหารหรือทำขนม การทำการเกษตร การแข่งขันกีฬา อัตราการใช้น้ำมันของรถ อัตราเร็วของรถ หรือการผสมสี เป็นต้น และยังเป็นเนื้อหาหนึ่งในสาระการเรียนรู้พื้นฐานของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว จึงทำให้นักเรียนมีพื้นฐานเรื่องนี้อยู่บ้าง สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Saunders and Jesunathadas (1988, pp. 59-67) ที่พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนจะสูงขึ้นเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้ว ทำนองเดียวกับผลการวิจัยของ Newton, Capie and Tobin (1981, pp. 1-7) ที่พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนขึ้นอยู่กับความคุ้นเคยเนื้อหาหรือคำถามที่นักเรียนได้รับประสบการณ์จากโรงเรียน

5.2.3 ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน

ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัย พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในระดับสูงมาก โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .929 ที่เป็นเช่นนี้เพราะการมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับสูง นักเรียนจะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงด้วย เพราะความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนต้องอาศัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหานั้น นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถให้เหตุผลและนำความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับ NCTM (2006, p. 19) ได้กล่าวถึงเรื่องของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ว่า ผู้เรียนจะต้องรู้จักนำความรู้เรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนมาประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหา นอกจากนี้ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้ และสอดคล้องกับ NCTM (1989, p. 12) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หรือการใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนมาใช้ในการแก้ปัญหา จะยิ่งทำให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น และจากศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน โดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 3 จะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก ซึ่งสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น การเทียบบัญญัติไตรยางศ์หรือการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย และสามารถคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้อง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 2 จะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี ซึ่งจะแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการคูณหรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ และสามารถคำนวณหาคำตอบในบางค่าได้ถูกต้อง และนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับ 1 จะมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ ซึ่งจะแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือการคูณ และสามารถคำนวณหาคำตอบในบางค่าได้ถูกต้อง ซึ่งจากการตรวจแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การคูณ การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ หรือใช้ความรู้เรื่องอัตราต่อหนึ่งหน่วยในการแก้ปัญหา โดยการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วยถือว่าเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วนที่มีประสิทธิภาพ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Bezuk (1988, pp. 72-78) ที่พบว่าเมื่อนักศึกษาครูและครูประจำการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วน ส่วนใหญ่ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วยในการแก้ปัญหา เพราะสามารถหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง นอกจากนี้การใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ในการแก้ปัญหาก็ถือว่าเป็นอีกวิธีการ

หนึ่งที่สามารถหาคำตอบได้รวดเร็วและถูกต้องเช่นเดียวกัน ซึ่ง Lamon (1999, p. 15) กล่าวว่า ผู้เรียนที่รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลาย ไม่ใช้วิธีการใดวิธีการหนึ่งในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน หรือมีวิธีการคิดที่แปลก ๆ ใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ถือว่าผู้นั้นเป็นผู้ที่มีลักษณะการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ดี นอกจากนี้ผลการวิจัยของ Koch (1987, pp. 71-74) พบว่า นักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น

5.3 ข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

5.3.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

5.3.1.1 ผลการวิจัยใช้เป็นข้อมูลประกอบการพิจารณาในการจัดการเรียนรู้ของสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อนำเสนอเนื้อหาและจัดกิจกรรมทางการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน หรือทำให้ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนสูงขึ้น

5.3.1.2 เป็นข้อสนเทศให้ผู้ที่นำผลการวิจัยไปใช้ตระหนักในการส่งเสริมกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนำไปสู่การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

5.3.1.3 เป็นข้อสนเทศให้ผู้ที่นำผลการวิจัยไปใช้ตระหนักในความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ โดยการส่งเสริมให้เด็กมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนให้อยู่ในระดับ 2 และระดับ 3 และจะช่วยพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้อยู่ในระดับสูงขึ้นเช่นกัน

5.3.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

5.3.2.1 ควรศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนตามขนาดโรงเรียน เพศ หรือระดับชั้นในแต่ละช่วงชั้น

5.3.2.2 ควรศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ๆ เช่น ระดับของพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดคำนวณ เป็นต้น

5.3.2.3 ควรมีการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาอื่น ๆ เช่น ความคล้าย อัตราส่วนตรีโกณมิติ ความน่าจะเป็น ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นต้น



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2547). หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2561). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560). กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ขวัญ เพี้ยซ้าย. (2553). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงลัดส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุฎิบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ขมนาท เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ขมพูนุท วนสันเทียะ. (2552). การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขนโดยใช้วิธีการสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2542). ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่1). กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.
- ทัศนีย์ ชื่นยง. (2541). การศึกษาข้อบกพร่องและความมั่นใจในการตอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดนครราชสีมา. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (การวัดและประเมินผลการศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร, 77-78.
- ธัญญารัตน์ อินทร์อนันต์. (2552). การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงลัดส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 ที่มีเพศและระดับความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 13.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2556). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 2). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- พรพิมล แก้วละมุล. (2562). การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงลัดส่วน กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

- ยุพิน พิพิธกุล. (2542). การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, (485-487), 5-12.
- รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์. (2554). *หน่วยที่ 9 กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 30-33.
- รุ่งศิริรินทร์ จันทร์หอม. (2545). การสร้างเกณฑ์การประเมินผลงานทางคหกรรมศาสตร์ด้วยรูบรีค (Rubric Assessment). *วารสารศึกษาศาสตร์*, 14 (1), 25-26.
- วรรณิสรา เมืองโคตร. (2560). *การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์*. เชียงใหม่: สำนักพิมพ์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2.
- เวชฤทธิ์ อังกะภักทรจจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จรัสสินิพนธ์การพิมพ์, 91-96.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์. หน้า 1.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ด ยูเคชั่น, 2555. หน้า 256.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ครูคณิตศาสตร์มีอาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: บริษัท 3 คิว มีเดีย จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 1)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด. หน้า 1.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา (Problem Solving). *วารสารคณิตศาสตร์* 51, กุมภาพันธ์-เมษายน 2550. (562-564), 71-73.
- สัญญา ภักธากร. (2552). *ผลการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต)*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)*. (น. 1- 6, 13,

- 17, 38, 79, 88, 113). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทยจำกัด.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สุนีย์ เงินยวง. (2546). *การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพะเยาพิทยาคม จังหวัดพะเยา*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สุรัช อินทสังข์. (2545). *ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- สุวรร กาญจนมยุร. (2542). *พัฒนากระบวนการคิดคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- ศศิธร แม่นสงวน. (2556). *พฤติกรรมกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- อภิสิทธิ์ กิจเกียรติ. (2545). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดศรีสะเกษ*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร, 125-126.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: (การพัฒนาเพื่อพัฒนาการศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).
- Ballew, H. and Cunningham, J. (1982). Diagnosing Strengths and Weaknesses of Sixth-Grade Students in Solving Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(3), 202 – 210
- Berenson, S. B. and Carter, G. S. (1995). Changing assessment practices in science and mathematics. *School Science and Mathematics*, 95(4), 181 - 186.
- Behr, M., Lesh, R. & Post, T. (1988). Proportional reasoning, M.Behr and J.Hiebert (Eds.). *Number concepts and operations in the middle grade*. Lawrence Erlbaum Associates. Reston, VA.
- Bezuk, N. (1988). Type of numeric ratio on strategies used by preservice and inservice elementary teachers on proportional reasoning word problems. *In Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 22(8), 72-78.
- Bright, G.W., Joyner, J.M. and Charles Wallis. (2003). Assessing Proportional Thinking, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(3), 392-396.
- Carpenter, T.P., et al., (1999). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.

- Charles, R. and Lester, F.K. (1977). Teaching problem solving. *What Why and How*. CA: Dale Seymour Publications.
- Clyde, C.G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York: Ronald Press.
- Cramer, K.A., and Post, T.R. (1993). Making connection: A case of Proportionality. *Arithmetic Teacher*. 60(6), 342-346.
- Cramer, K.A, Post, T.R. and Currier, S. (1993). Learning and Teaching Ratio and Proportion: Research Implications. In *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*. Edited by Douglas Owens. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics and Macmillan. In press.
- Cruikshank, Douglas E & Sheffield, Linda Jensen (1992). *Teaching and Learning Elementry and Middle School Mathematics*. New York: Macmillan.
- de la Cruz, J.A. (2008). *A look at middle school mathematics teachers' instruction related to proportional reasoning: A cognitively guided perspective*. Doctoral Dissertation University of Virginia. Virginia: Photocopies.
- Farayola, P.L. & Salaudeen. K.A. (2009). Problem solving difficulties of pre Service, NCE teachers in mathematics in Oyo state. *Nigeria. Abacus*, 34(1), 126-131.
- Fisher W. R. (1987). *Human communication as narration: Toward a philosophy of reason, value, and action*. SC University of South Carolina Press. Columbia.
- Gagne', Robert M. (1970). *The Condition of Learning*. 2nd ed. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Guildford, J.P. (1971). *The Analysis of Intelligence*. New York: McGraw-Hill.
- Harel, G. and Confrey, J. (Eds.). (1994). *The development of multiplicative reasoning*. University of New York Press.
- Heller, P.M. et al., (1989). Proportional reasoning: the effect of two content variables, rate type, and problem setting. *Journal of Research in Science Teaching*, 26(3), 205-220.
- Heller, P.M., Post, T., Behr, M. and Lesh, R. (1990). Qualitative and Numerical Reasoning About Fractions and Rates by Seventh and Eighth Grade Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(5), 388-402.

- Hillen, Amy Fleeger. (2005). *Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning*. Doctoral Dissertation. Pittsburgh: University of Pittsburgh. Photocopies.
- Hoffer, A.R. (1988). Ratios and Proportional Thinking. *In Teaching Mathematics in Grades k-8: Research Based Methods*. Boston: Allyn and Bacon, 285.
- Hogan, M., & Alejandre, S. (2010). *Problem solving-it has to begin with noticing and wondering*. Retrieved form <http://mathforum.org/articles>.
- Kaplan, R., Adi, H., Lawson, A. (1980). Intellectual development beyond elementary school VII: proportional, probabilistic, and correlational Reasoning. *School Science and Mathematics*. Indiana. Pennsylvania, 80(8), 673-683.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington. D.C.: National Academy Press.
- Krulik, S. & Reys, P. (1980). *Problem solving in school mathematics*. National council of teachers of mathematics year book. Reston, VA: Allyn and Bacon National Council of Teachers of Mathematics.
- Krulik, Stephen & Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook Elementary School Teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Lamon, S.J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamon, S.J. (2005). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lanius, C.S. and Williams, S.E. (2003). Proportionality: A Unifying Theme for the Middle Grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 392-396.
- Lesh, R., Post, T.R. and Behr, M. (1988). *Proportional reasoning, Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 93-95.

- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). (2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Research Council. (2000). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, D.C.: National Academies Press.
- Newton, R., Capie, W. & Tobin, K. (1981). Patterns of reasoning: Proportional reasoning. *In Paper presented at annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching*. New York.
- Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part1 Differentiation of stages, *Educational Studies in Mathematics*. 11, 217-253.
- OECD. (2014). PISA 2012 results, creative problem solving: *students' skills in tackling real-life problems*. (Volume 5). PISA, OECD Publishing. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208070-en>.
- Polya, George (1957). *How to solve it*. New York: Doubleday & Company.
- Polya, George. (1985). *How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. New York: Doubleday and Company.
- Reys, Robert E., Suydum, Marilyn N & Montgomery, Marry L. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. (314ed). Boston: Allyn and Bacon.
- Reys, Robert E., Suydum, Marilyn N & Montgomery, Marry L. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. (6thed). New York: John Wiley and Sons.
- Saunders and Jesunathadas. (1988). The Effects of Task Content upon proportional reasoning. *Journal of Research in Science Teaching*. 25(1), 55-67.
- Steinthorsdottir, O.B. (2003). *Making Meaning of Proportion: A Study of Girls in Two Icelandic Classrooms*. Doctoral Dissertation. Madison: University of Wisconsin Madison. Photocopies.
- Suydam, H.L. (1990). Untangling Clues from Research on Problem Solving, *Problem Solving in School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Thiessen, D., Magaret, W., Donald, D. and Baum, D.L. (1989). *Elementary Mathematical Method*. New York: Macmillan.

Thompson, C.S. and Bush, W.S. (2003). Improving middle school teachers' reasoning about proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 8(8), 398-403.

Van de Walle, JA. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston: Allyn & Bacon.



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ก



เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดมีจำนวนทั้งหมด 5 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 30 นาที
2. ให้นักเรียนตอบคำถาม แสดงวิธีคิด พร้อมอธิบายแบบวัดแต่ละข้ออย่างละเอียดลงในช่องว่างที่กำหนดให้

คำจำกัดความ

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของปริมาณสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน การแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน การหาค่าที่หายไป รวมถึงการเข้าใจและนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหาเชิงสัดส่วน โดยวัดได้จากพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งมีการประเมิน 4 ระดับดังต่อไปนี้

ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ หรือใช้การคำนวณอย่างสุ่ม

ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้

ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ที่อัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้มากขึ้น รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาอัตราส่วนที่ไม่เป็นจำนวนเต็มได้

ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ข้อที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

“เนยกับแยมได้รับเงินจากแม่ไปโรงเรียนในแต่ละวัน โดยเนยจะได้รับเงินมากกว่าแยมอยู่สองเท่า”

ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเงินที่เนยได้รับกับเงินที่แยมได้รับ

x	40	50	60	70	a
y	20	25	b	35	40

เมื่อ x แทน เงินที่เนยได้รับ

y แทน เงินที่แยมได้รับ

1.1 จงหาค่า a และ b มีค่าเท่าใด

.....

1.2 จงหาเงินที่เนยจะได้รับเมื่อแยมได้รับเงิน 45 บาท

.....

1.3 ถ้าเนยได้รับเงินไปโรงเรียน 120 บาท แยมจะได้รับเงินไปโรงเรียนเท่าใด

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส

ปริมาณสาร	12	24	m	48	60
อุณหภูมิ	20	40	60	n	100

2.1 จงหาค่า m และ n มีค่าเท่าใด

.....

2.2 ที่อุณหภูมิ 120 องศาเซลเซียส สาร A ละลายได้ปริมาณเท่าใด

.....

2.3 สาร A จะละลายได้ปริมาณ 30 กรัม ที่อุณหภูมิ กี่องศาเซลเซียส

.....

ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนไข่ไก่เป็นฟองและราคาไข่ไก่เป็นบาท

จำนวนไข่ไก่	1	2	3	4	5
ราคาไข่ไก่	5	10	x	y	25

3.1 จงหาค่า x และ y มีค่าเท่าใด

.....

3.2 จงหาจำนวนไข่ไก่ เมื่อราคาไข่ไก่เท่ากับ 35 บาท

.....

3.3 จงหาราคาของไข่ไก่ เมื่อซื้อไข่ไก่ทั้งหมด 1 โหล

.....

ข้อที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจราคาน้ำมันดีเซลในวันหนึ่ง พบว่าน้ำมันดีเซลราคาลิตรละ 30 บาท เขียนตารางได้ดังนี้ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำมันเป็นลิตรและราคาน้ำมันเป็นบาท

ปริมาณ	1	2	3	4	5
ราคา	A	60	90	B	150

4.1 จงหาค่า A และ B มีค่าเท่าใด

.....

4.2 ถ้าน้ำมันราคา 210 บาท จะมีปริมาณน้ำมันเท่าใด

.....

4.3 จงหาราคาน้ำมัน เมื่อปริมาณน้ำมันเท่ากับ 5.5 ลิตร

.....

ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้

เมื่อปล่อยวัตถุให้ตกลงจากที่สูง 150 เมตร ระยะทางที่วัตถุตกจากจุดที่ปล่อยจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาเป็นวินาที ดังแสดงในตาราง

เวลา	0	2	4	6	8	10
ระยะทาง	0	30	60	M	N	150

5.1 จงหาค่า M และ N มีค่าเท่าใด

.....

5.2 หลังจากปล่อยวัตถุให้ตกลงมานานเท่าใด จึงจะเหลือระยะทางเป็นครึ่งหนึ่งของระยะทางทั้งหมด

.....

5.3 เมื่อเวลาผ่านไป 9 วินาที วัตถุจะตกลงมาได้ประมาณกี่เมตร

.....



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดมีจำนวนทั้งหมด 5 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 30 นาที
2. ให้นักเรียนตอบคำถาม แสดงวิธีคิด พร้อมอธิบายแบบวัดแต่ละข้ออย่างละเอียดลงในช่องว่างที่กำหนดให้

คำจำกัดความ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมมาใช้ในการตอบสนองสถานการณ์ค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มี 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจคำประโยคย่อย ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้จะก่อให้เกิดผลอย่างไรได้บ้างและต้องใช้ความรู้อะไรอีกบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นโดยการนำทฤษฎีหลักการ/กฎ สูตร บทนิยามที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามแผน/วิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบสำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์
4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

แบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้ามและราคาของปากกาเป็นบาท

จำนวนปากกา	1	2	3	4
ราคาปากกา	7	14	21	28

จงหาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหล

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

- โจทย์ถามอะไร.....

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

ตอบ.....

ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลาย ในน้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำ เป็นองศาเซลเซียส

ปริมาณสาร	10	20	30	40
อุณหภูมิ	20	40	60	80

จงหาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิห้ององศาเซลเซียส

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- โจทย์ถามอะไร.....

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

.....

ตอบ.....

ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจราคามะนาวในวันหนึ่ง พบว่ามะนาวราคาลูกละ 4 บาท เขียนตารางได้ดังนี้ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และราคามะนาวเป็นบาท

ปริมาณ	1	3	5	7	9
ราคา	4	12	20	28	36

จงหาราคามะนาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อมะนาวทั้งหมด 40 ลูก

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- โจทย์ถามอะไร.....

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

.....

ตอบ.....

ข้อที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่น ไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการเล่นเป็นนาที

ระยะทาง	10	30	50	70	90
เวลา	8	24	40	56	72

จงหาระยะทางที่รถยนต์คันนี้เล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาที

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- โจทย์ถามอะไร.....

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

ตอบ.....

ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้

จากการสำรวจอัตราค่าโดยสารรถประจำทางในวันหนึ่ง พบว่าอัตราค่าโดยสารรถประจำทางเป็น 9 บาทต่อคน เขียนตารางได้ดังนี้

ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)

จำนวนคน	1	2	3	4	5
อัตราค่าโดยสาร	9	18	27	36	45

จงหาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใด

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

- โจทย์ถามอะไร.....

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

.....

ตอบ.....

ภาคผนวก ข

การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบตรวจสอบความสอดคล้องเครื่องมือการวิจัย

ชื่อเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
3. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

นิยามศัพท์

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของปริมาณสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน การแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน การหาค่าที่หายไป รวมถึงการเข้าใจและนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหาเชิงสัดส่วน โดยวัดได้จากพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งมีการประเมิน 4 ระดับดังต่อไปนี้

ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ หรือใช้การคำนวณอย่างสุ่ม

ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้

ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าจะอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้มากขึ้น รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาอัตราส่วนที่ไม่เป็นจำนวนเต็มได้

ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมมาใช้ในการตอบสนองสถานการณ์ค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มี 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจคำประโยคย่อย ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้จะก่อให้เกิดผลอย่างไรได้บ้างและต้องใช้ความรู้อะไรอีกบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นโดยการนำทฤษฎีหลักการ/กฎ สูตร บทนิยามที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามแผน/วิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบสำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปว่าตรงตามกรอบเนื้อหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในแต่ละระดับหรือไม่ โดยใช้เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนน ตามความคิดเห็นของท่าน

- | | | |
|------------------|-----------|------------------------------------|
| ใช้เครื่องหมาย ✓ | ในช่อง +1 | เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง |
| ใช้เครื่องหมาย ✓ | ในช่อง 0 | เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง |
| ใช้เครื่องหมาย ✓ | ในช่อง -1 | เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้อง |



ตารางที่ ข.1 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนน			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ										
			+1	0	-1											
<p>ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ สัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบหรือใช้ การคำนวณอย่างสุ่ม</p> <p>ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวก หรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียน ไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอน อัตราส่วนโดยใช้การหารได้</p>	<p>เนื้อหา</p>	<p>ข้อคำถาม</p> <p>ข้อที่ 1 จดตอบคำถามต่อไปนี้ “เนยกับแยมได้รับเงินจากแม่ไปโรงเรียนในแต่ละวัน โดย เนยจะได้รับเงินมากกว่าแยมอยู่สองเท่า” ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเงินที่เนยได้รับกับ เงินที่แยมได้รับ</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>70</td> <td>a</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>20</td> <td>25</td> <td>b</td> <td>35</td> <td>40</td> </tr> </table> <p>เมื่อ x แทน เงินที่เนยได้รับ y แทน เงินที่แยมได้รับ 1.1 จงหาค่า a และ b มีค่าเท่าใด</p> <p>..... </p>	x	40	50	60	70	a	y	20	25	b	35	40	<p>+1</p> <p>0</p> <p>-1</p>	<p>ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ</p>
x	40	50	60	70	a											
y	20	25	b	35	40											
<p>ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ ว่า อัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งสามารถแก้ปัญหาได้กว้างกว่านักเรียนใน ระดับ 1</p>	<p>กราฟและ ความสัมพันธ์เชิงเส้น</p>	<p>1.2 จงหาเงินที่เนยจะได้รับเมื่อแยมได้รับเงิน 45 บาท</p> <p>..... </p>														

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ												
			+1	0	-1													
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อที่หน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติตรงข้าม	กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	1-3 ถ้านายได้รับเงินไปโรงเรียน 120 บาท แยมจะได้รับเงินไปโรงเรียนเท่าใด																
ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไม่เกี่ยวข้อง กับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบหรือใช้การคำนวณอย่างสุ่ม		ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายในน้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำเป็นองศาเซลเซียส <table border="1" data-bbox="734 700 839 1282"> <tr> <td>ปริมาณสาร</td> <td>12</td> <td>24</td> <td>m</td> <td>48</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>อุณหภูมิ</td> <td></td> <td>20</td> <td>40</td> <td>60</td> <td>n</td> </tr> </table>	ปริมาณสาร	12	24	m	48	60	อุณหภูมิ		20	40	60	n				
ปริมาณสาร	12	24	m	48	60													
อุณหภูมิ		20	40	60	n													
ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวกหรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้		2.1 จงหาค่า m และ n มีค่าเท่าใด																
ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งสามารถแก้ปัญหาได้กว้างกว่านักเรียนใน ระดับ 1		2.2 ที่อุณหภูมิ 120 องศาเซลเซียส สาร A ละลายได้ ปริมาณเท่าใด																

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนน			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ	
			+1	0	-1		
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	+1	0	-1	ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ	
ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบหรือใช้การคำนวณอย่างสุ่ม	กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนไข่ไก่เป็นฟองและราคาไข่ไก่เป็นบาท					
ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวกหรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้		จำนวนไข่ไก่	1	2	3	4	5
ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ซึ่งสามารถแก้ปัญหาได้กว้างกว่านักเรียนในระดับ 1		ราคาไข่ไก่	5	10	x	y	25
		3.1 จงหาค่า x และ y มีค่าเท่าใด					
		3.2 จงหาจำนวนไข่ไก่ เมื่อราคาไข่ไก่เท่ากับ 35 บาท					

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับความสามารถในการที่เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ												
			+1	0	-1													
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบปัญหาได้ตรงยั้งค์		3.3 จงหาค่าของ x ที่ เมื่อข้อ x ทั้งหมด 1 โทล																
ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบหรือใช้การคำนวณอย่างสุ่ม	กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	ข้อที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้ จากการสำรวจราคาน้ำมันดีเซลในวันหนึ่ง พบว่า น้ำมันดีเซลราคาดีเซล 30 บาท ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำมัน เป็นลิตรและราคาน้ำมันเป็นบาท																
ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวกหรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>ปริมาณ</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>ราคา</td> <td>A</td> <td>60</td> <td>90</td> <td>B</td> <td>150</td> </tr> </table> <p>4.1 จงหาค่า A และ B มีค่าเท่าใด</p>	ปริมาณ	1	2	3	4	5	ราคา	A	60	90	B	150				
ปริมาณ	1	2	3	4	5													
ราคา	A	60	90	B	150													

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนน		ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ														
			+1	0 -1															
ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่า		4.2 ถ้าน้ำมันราคา 210 บาท จะมีปริมาณน้ำมันเท่าใด																	
อัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งสามารถแก้ปัญหาก็กว้างกว่านักเรียน ในระดับ 1		4.3 จงหาราคาน้ำมัน เมื่อปริมาณน้ำมันเท่ากับ 5.5 ลิตร																	
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหา ที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติตรงยศาสตร์	กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้ เมื่อปล่อยวัตถุให้ตกลงจากที่สูง 150 เมตร ระยะทางที่วัตถุตกจากจุดที่ปล่อยจะเปลี่ยนแปลงไปตาม เวลาเป็นวินาที ดังแสดงในตาราง																	
ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ สัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้อง กับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบหรือใช้ การคำนวณอย่างสุ่ม		<table border="1"> <tr> <td>เวลา</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>ระยะทาง</td> <td>0</td> <td>30</td> <td>60</td> <td>M</td> <td>N</td> <td>150</td> </tr> </table>	เวลา	0	2	4	6	8	10	ระยะทาง	0	30	60	M	N	150			
เวลา	0	2	4	6	8	10													
ระยะทาง	0	30	60	M	N	150													
ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวก หรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียน ไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอน อัตราส่วนโดยใช้การหารได้		5.1 จงหาค่า M และ N มีค่าเท่าใด																	

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนน พิจารณา		ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ												
			+1	0 -1													
ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่า อัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งสามารถแก้ปัญหาได้กว้างกว่านักเรียน ในระดับ 1		5.2 หลังจากปล่อยวัตถุให้ตกลงมาแนวใด ก็จึงจะเหลือ ระยะทางเป็นครึ่งหนึ่งของระยะทางทั้งหมด															
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหา ที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติตรงยศาสตร์	กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	5.3 เมื่อเวลาผ่านไป 9 วินาที วัตถุจะตกลงมาได้ประมาณ กี่เมตร															
ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ สัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับ สัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบหรือใช้ การคำนวณอย่างสุ่ม		ข้อที่ 6 จงตอบคำถามต่อไปนี้ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของ เรือลำหนึ่งในการแล่นจากเมือง ก ไปเมือง ข เป็น ระยะทาง 100 กิโลเมตร และเวลาในการแล่น (นาที)															
ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวก หรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียน ไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอน อัตราส่วนโดยใช้การหารได้		<table border="1"> <tr> <td>ระยะทาง</td> <td>20</td> <td>40</td> <td>60</td> <td>X</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>เวลา</td> <td>30</td> <td>60</td> <td>90</td> <td>Y</td> <td>150</td> </tr> </table> <p>6.1 จงหาค่า X และ Y มีค่าเท่าใด</p>	ระยะทาง	20	40	60	X	100	เวลา	30	60	90	Y	150			
ระยะทาง	20	40	60	X	100												
เวลา	30	60	90	Y	150												

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนน			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่ามีส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งสามารถแก้ปัญหาได้กว้างกว่านักเรียนในระดับ 1		6.2 จงหาว่าเรือลำนี้จะใช้เวลาทั้งหมดเท่าใด ถ้าต้องแล่นไปแล้วกลับมาที่เดิม				
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้อธิบายการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้อธิบายคุณประโยชน์ของการทำส่วนของเศษส่วน ใช้อธิบายต่อหนึ่งหน่วยหรือใช้อธิบายเทียบบัญญัติไตรยางค์	กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	6.3 จงหาระยะทางที่เรือลำนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 165 นาที				
ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้อธิบายการเดาคำตอบหรือใช้การคำนวณอย่างสุ่ม		ข้อที่ 7 จงตอบคำถามต่อไปนี้ จากการสำรวจอัตราค่าโดยสารรถประจำทางในวันหนึ่งพบว่าอัตราค่าโดยสารรถประจำทางเป็น 12 บาทต่อคน ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนน			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ											
			+1	0	-1												
ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวกหรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้	กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	<table border="1"> <tr> <td>จำนวนคน</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>อัตราค่าโดยสาร</td> <td>12</td> <td>36</td> <td>A</td> <td>84</td> <td>B</td> </tr> </table> <p>7.1 จงหาค่า A และ B มีค่าเท่าใด</p> <p>7.2 จงห่อัตราค่าโดยสารรถประจำทางสำหรับ ผู้โดยสารทั้งหมด 12 คน</p> <p>7.3 จงห่อัตราค่าโดยสารรถประจำทางสำหรับ ผู้โดยสารทั้งหมด 5 คน ในการเดินทางไปและกลับ</p>	จำนวนคน	1	3	5	7	9	อัตราค่าโดยสาร	12	36	A	84	B			
จำนวนคน	1	3	5	7	9												
อัตราค่าโดยสาร	12	36	A	84	B												
ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ซึ่งสามารถแก้ปัญหาได้กว้างกว่านักเรียนในระดับ 1																	
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ใช้การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราตอหนึ่งหน่วยหรือใช้การเทียบบัญญัติตรงกัน																	

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ										
			+1	0	-1											
ระดับ 0 นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบหรือใช้การคำนวณอย่างสุ่ม	เนื้อหา กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	ข้อที่ 8 จงตอบคำถามต่อไปนี้ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคนที่ตักน้ำได้ถึงที่มีความจุ 200 ลิตร โดยแต่ละคนตักน้ำได้ครั้งละเท่า ๆ กัน และเวลาเป็นนาที														
ระดับ 1 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการบวกหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวกหรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้			<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>จำนวนคน</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>เวลาที่ใช้</td> <td>60</td> <td>30</td> <td>a</td> <td>15</td> <td>b</td> </tr> </table> <p>8.1 จงหาค่า a และ b มีค่าเท่าใด</p> <p>8.2 จงหาเวลาที่ใช้ในการตักน้ำจนถึง 2 ถึง ที่มี ความจุเท่ากัน เมื่อมีจำนวนคนตักน้ำทั้งหมด 3 คน</p>	จำนวนคน	1	2	3	4	5	เวลาที่ใช้	60	30	a	15	b	
จำนวนคน	1	2	3	4	5											
เวลาที่ใช้	60	30	a	15	b											
ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่ามีอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ซึ่งสามารถแก้ปัญหาได้กว้างกว่านักเรียนในระดับ 1																

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิง สัดส่วน	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนน พิจารณา			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหา ที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ ใช้ การเท่ากันของเศษส่วน ใช้อัตราต่อหนึ่ง หน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์		8.3 จงหาเวลาที่ใช้ในการต้มน้ำจนเต็มถึง เมื่อมี จำนวนคนต้มน้ำทั้งหมด 6 คน				

ข้อเสนอแนะ

.....

ลงชื่อ . ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง

วันที่/...../.....

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปว่าตรงตามกรอบเนื้อหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือไม่ โดยใช้เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนน

ตามความคิดเห็นของท่าน

- | | | | | |
|----------------|--------|----|------------------------------------|---|
| ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| ใช้เครื่องหมาย | ในช่อง | +1 | เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง | |
| ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| ใช้เครื่องหมาย | ในช่อง | 0 | เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง | |
| ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| ใช้เครื่องหมาย | ในช่อง | -1 | เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้อง | |



มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ										
			+1	0	-1											
ค 1.3 ใช้พจน์ สมการ และอสมการ อธิบาย ความสัมพันธ์ หรือ ช่วยแก้ปัญหาที่ กำหนดให้ ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้ เกี่ยวกับกราฟในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง	กราฟและ ความสัมพันธ์เชิงเส้น	ข้อที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนปากกาเป็นด้าม และราคาของปากกาเป็นบาท														
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>จำนวนปากกา</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>ราคาปากกา</td> <td>7</td> <td>14</td> <td>21</td> <td>28</td> </tr> </table> <p>จงหาราคาของปากกาเมื่อซื้อปากกาทั้งหมด 2 โหล</p> <p>ชั้นที่ 1 ขึ้นทำความเข้าใจปัญหา</p> <p>- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง</p> <p>- โจทย์ถามอะไร</p> <p>ชั้นที่ 2 ขึ้นวางแผนแก้ปัญหา</p> <p>ชั้นที่ 3 ขึ้นดำเนินการตามแผน</p>	จำนวนปากกา	1	2	3	4	ราคาปากกา	7	14	21	28				
จำนวนปากกา	1	2	3	4												
ราคาปากกา	7	14	21	28												

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ										
			+1	0	-1											
ค 1.3 ใช้พจนานุกรม และอสมการ อธิบาย ความสัมพันธ์ หรือช่วย แก้ปัญหาที่กำหนดให้ ม.1/2 เข้าใจและใช้ ความรู้เกี่ยวกับกราฟ ใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	เนื้อหา กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	สถานการณ์ปัญหา ชั้นที่ 4 ชั้นตรวจสอบ ตอบ..... ข้อที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสาร A ที่ละลายใน น้ำ 100 กรัม และอุณหภูมิของน้ำเป็นองศาเซลเซียส <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ปริมาณสาร</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>อุณหภูมิ</td> <td>20</td> <td>40</td> <td>60</td> <td>80</td> </tr> </table> จงหาว่าสาร A จะละลายได้ปริมาณ 35 กรัม ที่อุณหภูมิ กี่องศาเซลเซียส ชั้นที่ 1 ชั้นทำความเข้าใจปัญหา - โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง - โจทย์ถามอะไร..... ชั้นที่ 2 ชั้นวางแผนแก้ปัญหา	ปริมาณสาร	10	20	30	40	อุณหภูมิ	20	40	60	80				
ปริมาณสาร	10	20	30	40												
อุณหภูมิ	20	40	60	80												

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ											
			+1	0	-1												
ค 1.3 ใช้พจนานุกรม อธิบาย และอธิบาย หรือช่วย แก้ปัญหาที่กำหนดให้ ม.1/2 เข้าใจและใช้ ความรู้เกี่ยวกับกราฟ ในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	เนื้อหา กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	สถานการณ์ปัญหา ข้อที่ 3 ชั้นดำเนินการตามแผน ข้อที่ 4 ชั้นตรวจสอบ ตอบ.....															
		ข้อที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้ จากการสำรวจราคามะนาวในวันหนึ่ง พบว่ามะนาวราคา ถูกลง 4 บาท ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณมะนาวเป็นลูก และ ราคามะนาวเป็นบาท															
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ปริมาณ</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>ราคา</td> <td>4</td> <td>12</td> <td>20</td> <td>28</td> <td>36</td> </tr> </table>	ปริมาณ	1	3	5	7	9	ราคา	4	12	20	28	36			
ปริมาณ	1	3	5	7	9												
ราคา	4	12	20	28	36												

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา		ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	
ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบาย ความสัมพันธ์ หรือช่วย แก้ปัญหาที่กำหนดให้ ม.1/2 เข้าใจและใช้ ความรู้เกี่ยวกับกราฟใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และ ปัญหาในชีวิตจริง	กราฟและ ความสัมพันธ์เชิงเส้น	สถานการณ์ปัญหา จงหาคาramerาวที่ต้องจ่ายเมื่อซื้อขนมวาฟเฟิลทั้งหมด 40 ลูก ชั้นที่ 1 ชั้นทำความเข้าใจปัญหา - โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง - โจทย์ถามอะไร..... ชั้นที่ 2 ชั้นวางแผนแก้ปัญหา ชั้นที่ 3 ชั้นดำเนินการตามแผน ชั้นที่ 4 ชั้นตรวจสอบ ตอบ.....			

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ											
			+1	0	-1												
<p>ค 1.3 ใช้พจนานุกรม อธิบาย และอธิบาย อธิบาย ความสัมพันธ์ หรือช่วย แก้ปัญหาที่กำหนดให้ ม.1/2 เข้าใจและใช้ ความรู้เกี่ยวกับกราฟในการแก้ปัญหา</p> <p>คณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง</p>	<p>เนื้อหาและกราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น</p>	<p>สถานที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้</p> <p>ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของรถยนต์คันหนึ่ง ในการเดินทางจากขอนแก่นไปมหาสารคามเป็นระยะทาง 90 กิโลเมตร และเวลาในการแล่นเป็นนาที่</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ระยะทาง</td> <td>10</td> <td>30</td> <td>50</td> <td>70</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td>เวลา</td> <td>8</td> <td>24</td> <td>40</td> <td>56</td> <td>72</td> </tr> </table> <p>จงหาระยะทางที่รถยนต์คันนี้แล่นได้ เมื่อเวลาผ่านไป 80 นาที</p> <p>ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง - โจทย์ถามอะไร..... <p>ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	ระยะทาง	10	30	50	70	90	เวลา	8	24	40	56	72			
ระยะทาง	10	30	50	70	90												
เวลา	8	24	40	56	72												

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ										
			+1	0	-1											
<p>ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบาย ความสัมพันธ์ หรือช่วย แก้ปัญหาที่กำหนดให้ ม.1/2 เข้าใจและใช้ ความรู้เกี่ยวกับกราฟ ในกรณีแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และ ปัญหาในชีวิตจริง</p>	<p>กราฟและ ความสัมพันธ์เชิงเส้น</p>	<p>สถานการณ์ปัญหา</p> <p>ข้อที่ 4 ขึ้นตรงสอบ</p> <p>ตอบ.....</p> <p>ข้อที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้ จากการศึกษาอัตราค่าโดยสารรถประจำทางในวันหนึ่งพบว่าอัตราค่าโดยสารรถประจำทางเป็น 9 บาทต่อคน ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคน (คน) และอัตราค่าโดยสารรถประจำทาง (บาท)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>จำนวนคน</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>อัตราค่าโดยสาร</td> <td>9</td> <td>18</td> <td>27</td> <td>36</td> <td>45</td> </tr> </table> <p>จงหาว่าถ้าครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 8 คน ต้องการเดินทางไปห้างสรรพสินค้าโดยขึ้นรถประจำทาง จะต้องจ่ายอัตราค่าโดยสารรถประจำทางทั้งหมดเท่าใด</p> <p>ข้อที่ 1 ขึ้นทำความเข้าใจปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง - โจทย์ถามอะไร..... 	จำนวนคน	1	2	3	4	5	อัตราค่าโดยสาร	9	18	27	36	45	<p>+1</p> <p>0</p> <p>-1</p>	<p>ความความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ</p>
จำนวนคน	1	2	3	4	5											
อัตราค่าโดยสาร	9	18	27	36	45											

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ												
			+1	0	-1													
ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบาย ความสัมพันธ์ หรือ ช่วยแก้ปัญหาที่ กำหนดให้ ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้ เกี่ยวกับกราฟ ในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และ ปัญหาในชีวิตจริง	เนื้อหา กราฟและ ความสัมพันธ์ เชิงเส้น	สถานการณ์ปัญหา ชั้นที่ 2 ชั้นวางแผนแม่แก้ปัญหา ชั้นที่ 3 ชั้นดำเนินการตามแผน ชั้นที่ 4 ชั้นตรวจสอบ ตอบ..... ข้อที่ 6 จงตอบคำถามต่อไปนี้ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางของเรือลำหนึ่งในการแล่นจากเมือง A ไปเมือง B เป็นระยะทาง 300 กิโลเมตร และ เวลาในการแล่นเป็นนาที																
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>ระยะทาง</td> <td>60</td> <td>120</td> <td>180</td> <td>240</td> <td>300</td> </tr> <tr> <td>เวลา</td> <td>80</td> <td>160</td> <td>240</td> <td>320</td> <td>400</td> </tr> </tbody> </table>	ระยะทาง	60	120	180	240	300	เวลา	80	160	240	320	400				
ระยะทาง	60	120	180	240	300													
เวลา	80	160	240	320	400													

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
<p>ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบาย ความสัมพันธ์ หรือ ช่วยแก้ปัญหาที่ กำหนดให้ ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้ เกี่ยวกับกราฟในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง</p>	<p>กราฟและ ความสัมพันธ์เชิงเส้น</p>	<p>จงหาว่าเรื่อลำนี่จะใช้เวลาเท่าใดเมื่อแล่นไปได้ครึ่งทาง</p> <p>ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง - โจทย์ถามอะไร <p>ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ตอบ.....</p>				

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ											
			+1	0	-1												
<p>ค 1.3 ใช้พจนานุกรมและอสมการอธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้ ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับกราฟในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง</p>	<p>กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น</p>	<p>ข้อที่ 7 จงตอบคำถามต่อไปนี้</p> <p>ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคนในลิฟต์ (คน) และน้ำหนักที่ลิฟต์ยังสามารถรับได้ (กิโลกรัม)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>จำนวนคน</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>น้ำหนักที่รับได้</td> <td>300</td> <td>150</td> <td>100</td> <td>75</td> <td>60</td> </tr> </table> <p>จงหาว่าลิฟต์ยังสามารถรับน้ำหนักได้อีกประมาณกี่โลกรัม ถ้ามีคนอยู่ในลิฟต์ทั้งหมด 6 คน</p> <p>ชั้นที่ 1 ชั้นที่ 2 ชั้นที่ 3 ชั้นที่ 4 ชั้นที่ 5 ชั้นที่ 6 ชั้นที่ 7</p> <p>- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง</p> <p>- โจทย์ถามอะไร.....</p> <p>ชั้นที่ 2 ชั้นว่างแผนแก้ปัญหา</p> <p>ชั้นที่ 3 ชั้นดำเนินการตามแผน</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	จำนวนคน	1	2	3	4	5	น้ำหนักที่รับได้	300	150	100	75	60	<p>+1</p> <p>0</p> <p>-1</p>		
จำนวนคน	1	2	3	4	5												
น้ำหนักที่รับได้	300	150	100	75	60												

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ														
			+1	0	-1															
ค 1.3 ใช้พจนานุกรม และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้	กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น	สถานการณ์ปัญหา																		
ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับกราฟในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง		ข้อที่ 4 ขีดตรวจสอบ ตอบ..... ข้อที่ 8 จงตอบคำถามต่อไปนี้ โรงเรียนมีโครงการรณรงค์ให้นักเรียนดื่มให้หมดถุง โดยแต่ละวันโรงเรียนจะนำนมที่เหลืออยู่กันถุงมาเทรวมกัน เพื่อหาปริมาณของน้ำนมที่เหลือ ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวันที่และปริมาณน้ำนมที่เหลือเป็นลิตร																		
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>วันที่</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ปริมาณน้ำนมที่เหลือ</td> <td>120</td> <td>60</td> <td>40</td> <td>30</td> <td>24</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table> <p>จงหาว่าวันที่ 10 จะมีปริมาณน้ำนมที่เหลืออยู่ประมาณกี่ลิตร</p> <p>ข้อที่ 1 ขันทักความเข้าใจปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง - โจทย์ถามอะไร..... 	วันที่	1	2	3	4	5	6	ปริมาณน้ำนมที่เหลือ	120	60	40	30	24	20				
วันที่	1	2	3	4	5	6														
ปริมาณน้ำนมที่เหลือ	120	60	40	30	24	20														

(ต่อ)

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ
 (.....)

ตำแหน่ง
 วันที่/...../.....

ภาคผนวก ค

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

1. ร.ต. ดร. อรัญ ชูยกระเดื่อง
 ปร.ด. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา) ตำแหน่งทาง
 วิชาการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำหลักสูตร กศ.ด.
 วิจัยและประเมินผลการศึกษา คณะครุศาสตร์
 มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 ผู้เชี่ยวชาญด้านสถิติและการวิจัย
2. ดร.เสน่ห์ หมายจากกลาง
 ค.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ศึกษานิเทศก์
 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา
 ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์
3. ผศ.ดร.ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว
 ค.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ตำแหน่ง หัวหน้าสาขา
 วิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์และนวัตกรรมการ
 การศึกษา มหาวิทยาลัยกาฬสินธุ์
 ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและภาษาวิจัย

ภาคผนวก ง

หนังสือขอความอนุเคราะห์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



ที่ ขว ๐๖๑๙.๐๒๒/๒๓/๓/๘

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๕๐๐๐

๗ เมษายน ๒๕๖๕

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนารคามพิทยาคม

ด้วยนางสาวดาวศิริ จุฬารี นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๔๐๑๐๑๖๐๑๒๒๒ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครูศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยกับประชากรและกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)

คณบดีคณะครูศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน

อธิการบดี

คณะครูศาสตร์

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

โทรศัพท์นักเรียน ๐๘๒๘๕๙๘๓๕๙



ที่ อว๐๖๑๙.๐๒/ว๒๓/๗๗

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
จ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๕๐๐๐

๗ เมษายน ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน ผศ.ดร. ปณิตตา ลิ่งศรีแก้ว

ด้วยนางสาวดาวศิรี จุฬาริ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๔๐๑๐๑๖๐๑๒๒ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครูศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่าน เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

- เพื่อ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษาวิจัย
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวัดและประเมินผล
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล
 อื่นๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครูศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

คณะครูศาสตร์

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

โทรศัพท์นักศึกษา ๐๘๒๘๕๙๘๓๕๙



ที่ กว๑๖๑๙.๐๒/ว๒๑/๑๗๑๗

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๙๔๐๐๐

๑๗ เมษายน ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน ดร. เล่มห้ หมายจากกลาง

ด้วยนางสาวดาวศิริ จุฬารี นิลิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๑๑๖๐๑๒๒๓ สาขาวิชาคณิศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงลัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

- เพื่อ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษาวิจัย
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวัดและประเมินผล
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล
 อื่น ๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)

คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน

อธิการบดี

คณะครุศาสตร์

สาขาวิชาคณิศาสตร์ศึกษา

โทรศัพท์มือถือ ๐๘๒๑๔๙๙๖๓๔๙๙



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์

ที่ ศศ.๐๑๐๕/๒๕๖๕

ลงวันที่ ๑๗ เมษายน ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน ผศ.ดร. อรัญ ชูยกระเดื่อง

ด้วยนางสาวดาวศิริ จุฬาริ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๔๐๑๐๑๖๐๑๒๒ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัญลักษณ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

- เพื่อ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษาวิจัย
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวัดและประเมินผล
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล
- อื่น ๆ ระบุ.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)

คณบดีคณะครุศาสตร์

การเผยแพร่ผลงานวิจัย

ดาวศิริ จุฬาริ และยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ. (2565). การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ใน การประชุมวิชาการระดับชาติ การศึกษาเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา.



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

