สำนักวิทยบริการและเทคโนโลยีสารสนเทศ
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

Ho 131287

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

นายศรัณย์ ภูผาดศรี

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
พ.ศ. 2565

สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ใบอนุมัติวิทยานิพนธ์
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ นายศรัณย์ ภูผาดศรี แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ว่าที่ร้อยโท ..... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฏฐชัย จันทชุม)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทัศน์ศิรินทร์ สว่างบุญ)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.นวพล นนทภา)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

..... (ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์

..... (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ 29 เดือน ส.ค. ปี 2565

ชื่อเรื่อง	:	การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ผู้วิจัย	:	นายศรัณย์ ภูผาดศรี
ปริญญา	:	ครุศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตรศึกษา) มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อาจารย์ที่ปรึกษา	:	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ
ปีที่สำเร็จการศึกษา	:	2565

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (2) ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ (3) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถภายในแต่ละห้องจะมีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน การวิจัยแบ่งออกเป็น 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระยะที่ 2 ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ ระยะที่ 3 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การเลือกนักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ในแต่ละกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน รวมเป็น 9 คน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิต เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ แบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต และแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ความถี่ ร้อยละค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียรสัน และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี (Case Study Method) โดยนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis)

ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์ส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 50 2) นักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 40 3) ความสัมพันธ์ระหว่างคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนมีความสัมพันธ์ในระดับสูง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .76 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05 จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ดี สามารถหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ การย้ายข้างเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์แล้วนำค่าคำตอบที่ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มาเขียนกราฟคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ และสามารถอธิบายในขั้นตอนการหาคำตอบได้ แต่ยังมีบางคนที่สามารถหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ การย้ายข้างเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์แล้วนำค่าคำตอบที่ได้มาเขียนกราฟคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่ไม่สามารถอธิบายหรือสื่อสารให้คนอื่นเข้าใจได้ ส่วนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ค่อนข้างดี ส่วนมากจะหาคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน แต่ยังมีข้อผิดพลาดที่พบได้คือ มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องบางส่วน เช่น ย้ายข้างผิด แทนค่าไม่ถูก ส่งผลให้เด็กในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางสร้างกราฟได้ถูกต้องบางส่วน และนักเรียนในกลุ่มนี้ไม่สามารถอธิบายการหาค่าได้ ส่วนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ ส่งผลให้การหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ในการย้ายข้างหาคำตอบไม่ได้ และไม่สามารถอธิบายวิธีทำในโจทย์ได้

คำสำคัญ: ความสัมพันธ์, การคิดเชิงความสัมพันธ์, การคิดเชิงพีชคณิต

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

_____อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Title : A Study Relationship Between Relational Thinking And Algebraic Thinking Of Ninth Grade Students
Author : Mr.Saran Phuphadsri
Degree : Master of Education (Mathematics Education) Rajabhat Maha Sarakham University
Advisors : Assistant Professor Dr.Yuthapong Thipchart
Year : 2022

ABSTRACT

The purposes of this study were to 1) study the relational thinking of the ninth grade students, 2) study the algebraic thinking of the ninth grade students, 3) study the relation between the relational thinking and algebraic thinking for the ninth grade students. With a purposive sampling, purposive sampling were 40 students from the ninth grade class, Kalasinpittasan School, Kalasin, Kalasin province, in the second semester of 2021. The study was divided into 3 phases. The first was to study the level of relational thinking of the ninth grade students. The second phase study the algebraic thinking of the ninth grade students. The third phase was to study the relation between the level of relational thinking and algebraic thinking for the ninth grade students. Each group was randomized by a simple random sampling to select 3 students per each (totally 9 students) to be a case study, to algebraic thinking, and to be interviewed additionally regarding algebraic thinking. Research tools were a relational thinking test, a algebraic thinking test, and an interview form of algebraic thinking. Statistics for research were percentage, average, standard deviation and a case study method. Data were presented through descriptive analysis.

The results of the study revealed that: 1) grade ninth students at Kalasinpittasan School Most of the students had relational thinking the middle group 2) Most of the students had algebraic thinking the middle group 3) The relational thinking correlated positively with their algebraic thinking in high level at the .05 level of statistical significance. From the interviews, it was found that students in the high relational thinking group Able to analyze problems well Equations can be calculated using symbols. Moving sideways to find answers that are completely correct and then bring

the value of the answers obtained to graph the answers that are completely correct. and can explain in the process of finding answers But there are still some people who can compute equations using symbols. Moving sideways to find answers that are completely correct and then bring the value of the answers obtained to graph the answers that are completely correct. but unable to explain or communicate to others to understand The students in the middle relationship thinking group Able to analyze problems quite well Most will find some correct answers. But there are still errors that can be found. mathematical symbols are used Some inaccuracies, such as moving to the wrong side, representing incorrect values, resulting in the children in the moderate relational thinking group partially graphing correctly. and the students in this group were unable to explain the findings. The students in the low relational thinking group were unable to analyze the problem. As a result, finding the equation using symbols to move sides cannot find the answer. and unable to explain how to do it in the problem

Keywords: Relationship, Relational thinking, Algebraic Thinking

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

_____ Major Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ต. ดร.ณัฏฐชัย จันทชุม ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทัศน์ศิรินทร์ สว่างบุญ และอาจารย์ ดร.นวพล นนทภา กรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว ผู้เชี่ยวชาญด้านความถูกต้องด้านเนื้อหาภาษาวิจัย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ร้อยตรี ดร.อรัญ ซุยกระเดื่อง ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา และดร.เสน่ห์ หมายจากกลาง ผู้เชี่ยวชาญด้านความถูกต้องด้านเนื้อหาภาษา สถิติ การวัดและการประเมินผล ที่ช่วยตรวจสอบให้คะแนนและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการสร้างเครื่องมือและการหาคุณภาพเครื่องมือ ผู้อำนวยการโรงเรียน และคณะครู โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมืองกาฬสินธุ์จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่ให้การสนับสนุนในการศึกษาหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเอง และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ผู้มีพระคุณ ตลอดจนบูรพาจารย์และผู้มีอุปการะทุกท่านมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

นายศรัณย์ ภูผาดศรี

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญ

หัวเรื่อง หน้า

บทคัดย่อ ..... ก
ABSTRACT ..... ค
กิตติกรรมประกาศ ..... จ
สารบัญ ..... ฉ
สารบัญตาราง ..... ซ
สารบัญภาพ ..... ฌ
บทที่ 1 บทนำ 1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา 1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย 5
1.3 ขอบเขตการวิจัย 5
1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ 6
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 7
บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม 8
2.1 การคิดเชิงความสัมพันธ์ 8
2.2 การคิดเชิงพีชคณิต 16
2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 43
2.4 กรอบแนวคิดการวิจัย 54
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 55
3.1 กลุ่มเป้าหมาย 55
3.2 เครื่องมือวิจัย 57
3.3 การสร้างคุณภาพและการหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย 57
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล 60
3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล 62
3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย 67
บทที่ 4 ผลการวิจัย 71
4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 71
4.2 ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล 71
4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 72

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หัวเรื่อง หน้า

บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 79
5.1 สรุป 79
5.2 อภิปรายผล 80
5.3 ข้อเสนอแนะ 83
บรรณานุกรม 84
ภาคผนวก 90
ภาคผนวก ก เครื่องมือที่ใช้ในวิจัย 91
ภาคผนวก ข การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 100
ภาคผนวก ค รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย 123
ภาคผนวก ง หนังสือขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญ 125
การเผยแพร่ผลงานวิจัย 130
ประวัติผู้วิจัย 131

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

2.1 สรุปแนวคิดของการคิดเชิงความสัมพันธ์ 13
2.2 ระดับการให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ 14
2.3 เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ 15
2.4 ลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตทั่วไป 36
2.5 กรอบลักษณะการคิดของตัวบ่งชี้ “การเข้าใจรูปแบบ” 36
2.6 กรอบลักษณะการคิดของตัวบ่งชี้ “การนำเสนอ” 37
2.7 กรอบลักษณะการคิดของตัวบ่งชี้ “การเข้าใจตัวแปร” 38
2.8 การวัดความสามารถการคิด 39
2.9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต 39
2.10 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต 42
3.1 เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ พิจารณาเป็นรายข้อ 63
3.2 ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์ 64
3.3 เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงพีชคณิต พิจารณาเป็นรายข้อ 65
4.1 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ 72
4.2 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์ 72
4.3 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามกลุ่มการคิดเชิงพีชคณิต 73
4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต 74
4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต 74
4.6 ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา 75
4.7 คะแนนการทำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา ตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ กลุ่มสูง กลุ่มกลาง กลุ่มต่ำ 76
ข.1 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ 102
ข.2 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบวัดระดับการคิดเชิงพีชคณิต 113

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

2.1 แบบจำลองพฤติกรรมตามแนวคิดของมาร์ซาโน 20
2.2 กระบวนการภายในสมอง 6 ระดับของ New Taxonomy 21
2.3 แบบจำลองการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของ George Booker 34
2.4 กรอบแนวคิดการวิจัย 54
3.1 จำนวนและกลุ่มเป้าหมาย 56
3.2 การจำแนกระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking) 61
3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล 62

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ และเป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (ยุพิน พิพิธกุล และคณะ, 2554, น. 45) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองที่ดีเพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิดช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่อกิจการงานที่ได้รับมอบหมายตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม (สิริพร ทิพย์คง, 2545, น. 32) นอกจากนี้วิชาคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญและมีบทบาทต่อการพัฒนามนุษย์ช่วยฝึกให้คนมีความรอบคอบ มีเหตุผล รู้จักหาความจริง คิดเป็นและแก้ปัญหาเป็น NIVERSITY ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ หรือแก้ปัญหาสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 5 ประการ ประกอบด้วย 1) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3) การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ 4) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และ 5) การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (สมทรง สุวพานิช, 2541, น. 57) เช่นเดียวกันกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 44) ได้กล่าวถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถ หรือความชำนาญในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นองค์ประกอบสำคัญของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนทุกคนเนื่องจากเป็นสิ่งที่ทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมาย การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์จึงมุ่งให้ผู้เรียนมีทั้งความรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ดี ควบคู่กันไป โดยประกอบด้วย 5 ทักษะหลักคือ 1) การแก้ปัญหา (Problem Solving) 2) การให้เหตุผล (Reasoning) 3) การสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอ (Communications and Presentations) 4) การเชื่อมโยง (Connections) และ 5) การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity) และทักษะสำคัญที่ทุกคนต้องเรียนรู้และพึงมีในศตวรรษที่ 21 ได้แก่ ทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills)

การแก้ปัญหาเป็นลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมนุษย์ที่ต้องใช้อยู่เสมอในการปรับตัวอยู่ในสังคม โดยเฉพาะสังคมในศตวรรษที่ 21 การคิดแก้ปัญหา ทำให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ทั้งด้านเนื้อหา และวิธีการ ดังนั้นจึงเป็นทักษะสำคัญที่จะต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน ให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาและนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริงได้ และจากการจำแนกคณิตศาสตร์ตามแขนงวิชา (Strand) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 28) ได้แก่พีชคณิต (Algebra) วิยุตคณิต (Discrete Mathematics) ฟังก์ชัน (Functions) เรขาคณิต (Geometry) จำนวน (Number) ความน่าจะเป็น (Probability) และสถิติ (Statistics) ผลการประเมินชี้ว่า พีชคณิตเป็นเรื่องยากที่สุดสำหรับนักเรียนอายุ 15 ปี ในทุกประเทศโดยเฉพาะอย่างยิ่งพบว่านักเรียนไทยมีความอ่อนด้อยในด้านพีชคณิตมากที่สุดเมื่อเทียบกับแขนงวิชาอื่น ๆ นอกจากนี้Stephens (2006, pp. 249-278) ได้เสนอแนะว่าปัญหาดังกล่าวเกิดจากการที่นักเรียนขาดความเข้าใจหลักสำคัญที่จะส่งเสริมการเรียนพีชคณิตสองประการคือการเท่ากัน (Equivalence) และแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ (Relational Thinking Approach) ซึ่งสอดคล้องกับ Hunter (2007, pp. 421-429) ที่กล่าวว่าในการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนจำเป็นต้องเอาใจใส่ต่อการพัฒนารูปแบบของแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยผู้เรียนยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 3) สอดคล้องกับแนวคิดของ Charles and Lester (1982, pp. 75-77) ที่กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรืองานคณิตศาสตร์ (Mathematics Tasks) ที่ผู้เรียนเผชิญและต้องการค้นหาคำตอบโดยในขณะนั้นยังไม่เห็นแนวทางในการหาคำตอบ และต้องใช้ความพยายามในการหาคำตอบ สรุปว่า สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ใดจะเป็นปัญหาของผู้เรียนคนหนึ่งเมื่อผู้เรียนคนนั้นมีความต้องการแก้ปัญหา มีความสงสัย และ มีความพยายามที่จะกระทำเพื่อแก้ปัญหานั้นให้ได้ ทำให้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนคนหนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของผู้เรียนคนอื่น นอกจากนี้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องไม่ใช่โจทย์ที่เป็นตัวเลขหรือโจทย์ข้อความแบบธรรมดา (Word Problem หรือ Routine Problem) ที่เน้นการทำตามขั้นตอนหรือวิธีการที่ตายตัวและมีคำตอบถูกต้องแน่นอนเพียงคำตอบเดียว

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอนวิธีและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กระบวนการคิดแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่ผู้เรียนมีอยู่แล้วไปใช้ค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 5) การให้ความหมายคำว่า "การแก้ปัญหา" ในลักษณะกระบวนการเป็นที่ยอมรับและใช้กันอย่างแพร่หลาย บุคคลที่เป็นผู้วางรากฐานแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาก็คือ โพลยา (Ploya) ซึ่งท่านได้เขียนหนังสือ “How to Solve It” และมีชื่อเสียงมาก หนังสือเล่มนี้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นคือ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจในปัญหา ระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ส่วนที่โจทย์กำหนดให้ และส่วนที่โจทย์ต้องการทราบ ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้ผู้เรียนค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างส่วนที่โจทย์กำหนดให้กับส่วนที่โจทย์ต้องการทราบที่จะนำไปสู่การหาคำตอบ ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้ผู้เรียนลงมือทำตามแนวทาง

หรือแผนในการแก้ปัญหา และขั้นที่ 4 ตรวจสอบกลับ เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้ผู้เรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งขยายผลไปสู่องค์ความรู้ที่กว้างขึ้นดังที่ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554, น. 61) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาไว้ดังนี้ 1) การแก้ปัญหาเป็นความสามารถพื้นฐานของมนุษย์ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์เรานั้นต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมเปลี่ยนแปลงไปมนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้น จำเป็นต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างชาญฉลาด ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ 2) การแก้ปัญหาทำให้เกิดการค้นพบองค์ความรู้ใหม่ จากการศึกษาประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาพบว่า การคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระความรู้ใหม่ ๆ ทำให้วิชาคณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามของนักคณิตศาสตร์หลายท่านในการพิสูจน์สัจพจน์การขนานในเรขาคณิตของยูคลิด มีอิทธิพลต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ ๆ มากเช่น เรขาคณิตนอกยูคลิด เมื่อพบปัญหา ความพยายามที่จะแก้ปัญหาจะก่อให้เกิดการพัฒนากระบวนการทางความคิดเป็นประสบการณ์ใหม่ ซึ่งเมื่อผสมผสานกับประสบการณ์เดิมจะก่อให้เกิดสาระความรู้ใหม่ทั้งในเชิงเนื้อหาและวิธีการ 3) การแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เมื่อพิจารณาจุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษามัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย ความสอดคล้องกันประการหนึ่งของจุดประสงค์คือการมุ่งให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถแสดงความคิดออกมาอย่างชัดเจน มีระเบียบ และรัดกุม การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่สำคัญเนื้อหาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะกระบวนการที่เป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะการแก้ไปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ การแก้ปัญหาช่วยให้ผู้เรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะของผู้เรียนที่ต้องการ (Lester, 1977, p. 1) นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 6-7) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียน ควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนาติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่สำคัญต่อการพัฒนาความคิดและการดำเนินชีวิตของนักเรียน ซึ่งเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ที่ส่วนมากเป็นนามธรรมสูง เข้าใจยาก ทำให้มีผลกระทบต่อความสุขในการเรียนวิชานี้ และทำให้การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในปีการศึกษา 2561 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่พบว่านักเรียนทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์เพียง 30.04 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ซึ่งเนื้อหาการประเมิน แบ่งออกเป็น 5 สาระ คือ

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 25) พบว่า ผลการประเมินชี้ว่าพีชคณิตเป็นเรื่องที่ยากที่สุดสำหรับนักเรียนอายุ 15 ปี ในทุกประเทศโดยเฉพาะอย่างยิ่งพบว่านักเรียนไทยมีความอ่อนด้อยในด้านพีชคณิตมากที่สุด เมื่อเทียบกับแขนงวิชาอื่นๆ Stephens (2006, PP. 249-278) ได้เสนอแนะว่าปัญหาดังกล่าวเกิดจากการที่นักเรียนขาดความเข้าใจหลักสำคัญที่จะส่งเสริมต่อการเรียนพีชคณิต คือ การคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking)

การคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking) เป็นกระบวนการคิดรูปแบบหนึ่งที่นักวิจัยทางคณิตศาสตร์ศึกษาให้ความสำคัญ เนื่องจากเป็นองค์ประกอบที่สำคัญสำหรับการคิดและการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น โดยเฉพาะการคิดเชิงความสัมพันธ์บนประโยคจำนวน ซึ่งในประเด็นนี้นักวิจัยหลาย ๆ ท่าน (Carpenter, Levi, Frank and Zeringue, 2005, pp. 53-59) ต่างยืนยันว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์สามารถนำไปใช้เป็นยุทธวิธีในการหาคำตอบบน ประโยคจำนวน เช่น 5 + 11 = 6 + □ ปี จะเห็นว่า 6 ทางขวามากกว่า 5 ทางซ้ายอยู่ 1 ดังนั้น โดยหลักการเท่ากัน จำนวนที่จะเติมลงในช่องว่างทางขวาคือ 10 ซึ่งน้อยกว่า 11 ทางซ้ายอยู่ 1 นอกจากนี้ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ เช่น 34 + 28 = □ + 30 จะเห็นว่า 28 ทางซ้ายต้องบวกเพิ่มอีก 2 ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 30 ที่อยู่ทางขวา ดังนั้นจะต้องลบ 34 ด้วย 2 เพื่อให้ผลลัพธ์ทั้งสองข้างของประโยคจำนวนเท่ากัน ซึ่งจะได้คำตอบ และ Jacobs (2007, pp. 260-261) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์นั้นจะเป็นการมองหาความสัมพันธ์และภาพรวมของจำนวนที่อยู่ในสมการเพื่อใช้หาจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งสอดคล้องกับ Stephens and Inprasitha (2007, pp. 319-326) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการมองหาความสัมพันธ์ของประโยคสัญลักษณ์ที่ต้องการหาคำตอบ โดยมีการอธิบายด้วยถ้อยคำ การใช้ลูกศรหรือแผนภาพอย่างมีเหตุผล ใช้ความสามารถของนักเรียน ในการมองเห็นและใช้ความเป็นไปได้อย่างหลากหลายของจำนวนในประโยคสัญลักษณ์ ไม่คำนวณ เป็นขั้นตอน ใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนที่อยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับในการหาคำตอบ และการคิดเชิงสัมพันธ์ยังรวมถึงความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการใน การหาคำตอบ ทั้งนี้การคิดเชิงสัมพันธ์บนประโยคสัญลักษณ์มีความสำคัญสำหรับการเรียนพีชคณิต คือ เป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนพีชคณิตและการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทำให้การเรียนพีชคณิตง่ายขึ้นในระดับชั้นต่อไป (Jacobs, 2007, p. 261)

จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของโรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ วิชาคณิตศาสตร์ของมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2559 ปีการศึกษา 2560 และปีการศึกษา 2561 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 33.54, 29.65 และ 32.45 คะแนนตามลำดับ จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับต่ำและไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) (2558, น. 2) กล่าวว่า เมื่อพิจารณาเนื้อหาที่ประเมิน ปรากฏว่านักเรียนมีคะแนนในสาระพีชคณิตมีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่องในปีการศึกษา 2559 ปีการศึกษา 2560 และปีการศึกษา 2561 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 44.13, 33.16 และ 28.70 คะแนนตามลำดับ ดังนั้น ในการศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ จะทำให้ทราบวิธีการคิดและระดับความสามารถ

ของนักเรียนในการคิดเชิงความสัมพันธ์และการคิดเชิงพีชคณิต เพื่อเป็นแนวทางพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ และพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต ให้ประสิทธิภาพมากขึ้น

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อทำให้ทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต จะเป็นข้อสนเทศให้นักการศึกษาทั่วไปตระหนักถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน อีกทั้งเป็นข้อสนเทศให้ครูผู้สอนและผู้ที่เกี่ยวข้องทางการศึกษาได้ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2.2 เพื่อศึกษาการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2.3 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1.3.1 กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถภายในแต่ละห้องจะมีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.3.2 ตัวแปรในการวิจัย

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ การคิดเชิงความสัมพันธ์ และการคิดเชิงพีชคณิต

1.3.3 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ เนื้อหาในสาระที่ 4 พีชคณิต เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)

1.3.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

การคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง เป็นการคิดหาความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ มองภาพรวมทั้งหมดบนประโยคสัญลักษณ์ สังเกตและเป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวมใช้ถ้อยคำและลูกศรและสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ เพื่อเป็นแนวทางสู่การหาตัวไม่ทราบค่าบนประโยคสัญลักษณ์ โดยไม่ใช้วิธีการคำนวณเป็นขั้นในการหาคำตอบ และเป็นการเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานทางเลขคณิต และเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์ แบ่งเป็น 5 ระดับ คือ

ระดับ 0 นักเรียนหาคำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณ หรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ

ระดับ 1 นักเรียนหาคำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ

ระดับ 2 นักเรียนหาคำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ

ระดับ 3 นักเรียนหาคำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ มีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ

ระดับ 4 นักเรียนหาคำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ

โดยวัดได้จากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ เป็นโจทย์การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ซับซ้อนต้องใช้การวิเคราะห์มากกว่าในเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียน ลักษณะการคิดเชิงสัมพันธ์เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสามารถสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศรถ้อยคำ และสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการที่ไม่คำนวณตามขั้นตอนเพื่อหาคำตอบ โดยนักเรียนกลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูงจะมีคะแนนในช่วง 9-12 คะแนน กลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลางจะมีคะแนนในช่วง 5-8 คะแนน และกลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำจะมีคะแนนในช่วง 1-4 คะแนน

การคิดเชิงพีชคณิต หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการใช้ทักษะการคิดเพื่อทำความเข้าใจในเนื้อหาที่เกี่ยวกับพีชคณิต วิธีคิดของบุคคลในการเรียนรู้พีชคณิต เป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในขอบเขตเนื้อหาพีชคณิต ซึ่งต้องอาศัยทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผลการแก้ปัญหา เพื่ออธิบายและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมมากขึ้น ซึ่งลักษณะของการคิดเชิงพีชคณิต แบ่งเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. การวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และการสร้างกรณีทั่วไป เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ หมายถึง ใช้ทักษะการคิด การวิเคราะห์ และอธิบายลักษณะของแบบรูปความสัมพันธ์ (ลำดับทางเลขคณิต, เรขาคณิต) เพื่อขยายแบบรูป ความสัมพันธ์ และสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปโดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้ และใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (ตาราง กราฟ นิพจน์สมการ) ช่วยในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้

2. การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต หมายถึง การใช้ทักษะ การคิด วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ แล้วนำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้

3. การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย หมายถึง การใช้ทักษะการคิดวิเคราะห์ข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อตอบคำถามและอธิบายการเปลี่ยนแปลงหรือความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นเพื่อ สนับสนุนคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

โดยวัดได้จากแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ เป็นโจทย์การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยนักเรียนกลุ่มที่มีการคิดเชิงพีชคณิตกลุ่มสูงจะมีคะแนนในช่วง 5-6 คะแนน กลุ่มที่มีการคิดเชิงพีชคณิตกลุ่มปานกลางจะมีคะแนนในช่วง 3-4 คะแนน และกลุ่มที่มีการคิดเชิงพีชคณิตกลุ่มต่ำจะมีคะแนนในช่วง 1-2 คะแนน

ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต หมายถึง ความเกี่ยวข้องระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต เมื่อผลการคำนวณค่าความสัมพันธ์เป็นไปในทิศทางเดียวกัน นั่นคือการคิดเชิงความสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตหากค่าความสัมพันธ์เป็นไปในทิศทางตรงกันข้าม นั่นคือการคิดเชิงความสัมพันธ์ไม่มีความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

การวิจัยศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทำให้ทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต จะเป็นข้อสนเทศให้นักการศึกษาทั่วไปตระหนักถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์และการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนแต่ละคน อีกทั้งเป็นข้อสนเทศให้ครูผู้สอนและผู้ที่เกี่ยวข้องทางการศึกษาได้ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนต่อไป อีกทั้งจะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน โดยเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตต่อไป

บทที่ 2
การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ทำการค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. การคิดเชิงความสัมพันธ์
2. การคิดเชิงพีชคณิต
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
4. กรอบแนวคิดของการวิจัย

2.1 การคิดเชิงความสัมพันธ์

การคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking) เป็นการสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับมากกว่าวิธีการคิดคำนวณเป็นขั้นตอน และได้มีนักการศึกษากล่าวถึง ความหมาย แนวคิด และการประเมินการคิดเชิงความสัมพันธ์ ดังนี้

2.1.1 ความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์

การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่ง ซึ่งมีความสำคัญในการแก้ปัญหาบนประโยคสัญลักษณ์ และได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ไว้ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Carpenter, et al. (2005, p. 54) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์และได้ให้ความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ ว่าเป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวมมากกว่าการใช้กระบวนการคิดคำนวณทีละขั้นตอน (step-by-step) ซึ่งจะรวมถึงความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อแปลง (Transform) นิพจน์เชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้สามารถคิดคำนวณหาคำตอบได้ง่ายขึ้นกว่าการดำเนินการตามลำดับของกระบวนการ

Jacobs, et al. (2007, pp. 260-261) ได้ให้ความหมายทำนองเดียวกันว่าการคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นการมองนิพจน์และสมการโดยภาพรวม การสังเกตความสัมพันธ์ของจำนวนที่อยู่ในนิพจน์และสมการ การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นวิธีดำเนินการจัดการกับจำนวนด้วยวิธีการที่แตกต่างจากกระบวนการในการคำนวณทีละขั้นตอน เช่น ในการคำนวณ 25+58+75 = □ นักเรียนส่วนมากหาคำตอบจากสมการที่กำหนดให้โดยใช้วิธีการคำนวณจากซ้ายไปขวา อย่างไรก็ตาม การหาคำตอบของประโยคจำนวนดังกล่าวสามารถทำให้ง่ายขึ้นโดยรวมจำนวน 25 กับ 75 ก่อน ซึ่งวิธีการคิดดังกล่าวนี้ นักเรียนต้องสามารถมองประโยคจำนวนที่กำหนดให้โดยภาพรวมและ ใช้สมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนหมู่มาช่วย เพื่อให้คำนวณได้ง่ายขึ้นเห็นได้ว่าการคิด เชิงความสัมพันธ์เป็นการนำเสนอวิธีการคิดที่ยืดหยุ่นในการคำนวณโดยใช้สมบัติพื้นฐาน ของการดำเนินการเชิงจำนวน

Stephens (2006, pp. 479-486) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการมองหาความสัมพันธ์ของประโยคสัญลักษณ์ที่ต้องการหาคำตอบ โดยอาจมีการอธิบายด้วยถ้อยคำ การใช้ลูกศรหรือแผนภาพอย่างมีเหตุผลบน พื้นฐานของการไม่คำนวณ เพื่อเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่อยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ หรือเป็นความสามารถของนักเรียนในการมองเห็นและใช้ความเป็นไปได้อย่างหลากหลายของ จำนวนในประโยคสัญลักษณ์ เช่น การหาค่าของ 34+29 นักเรียนที่มีความสามารถทางด้านการคิด เชิงสัมพันธ์จะไม่ใช้วิธีการคำนวณ โดยทันทีเมื่อพบปัญหาในข้อดังกล่าว แต่จะอาศัยการมอง ประโยคและเปลี่ยนนิพจน์ของจำนวนในประโยคจาก 34+29 เป็น 33+30 และหาคำตอบได้โดยง่าย โดยนำ 33 บวกกับ 30

Van de Walle (2007, P. 262) ได้กล่าวถึงลักษณะการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่า เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของ เครื่องหมายเท่ากับมากกว่าการที่นักเรียนมุ่งใช้วิธีการคำนวณตามความเป็นจริง

Stephens, Isoda and Inprashita (2007, p. 4) ได้กล่าวถึงความหมายการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่าเป็นการมองประโยคจำนวนโดยภาพรวม ใช้การเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่ ทราบค่าซึ่งอยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับเพื่อหาจำนวนที่ไม่ทราบค่า เช่น 7+6 = □+5 นักเรียนที่มีความสามารถทางการคิดเชิงความสัมพันธ์จะมองความสัมพันธ์จำนวนคู่หนึ่งที่ทราบค่า คือ 6 และ 5 นั่นคือ 5 มีค่าน้อยกว่า 6 อยู่ 1 ดังนั้นจำนวนที่นำมาบวกกับ 5 แล้วมีค่าเท่ากับ 7 บวก 6 จะต้องมีค่ามากกว่า 7 อยู่ 1 ดังนั้นจำนวนที่ไม่ทราบค่าคือ 8 ซึ่งจะขึ้นอยู่กับเครื่องหมาย การดำเนินการที่เกี่ยวข้อง การคิดเชิงความสัมพันธ์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินการอื่นๆ อกจากในเรื่องของการบวก และการลบ ได้แก่ การคูณ และการหาร และในสาระอื่นๆ ได้แก่ เศษส่วน และทศนิยมเป็นต้น

Carpenter (2005, p. 54) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต เป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวมมากกว่าการใช้กระบวนการคิดคำนวณทีละขั้นตอนซึ่งจะรวมถึงความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อแปลง (Transform) นิพจน์เชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้สามารถคิดคำนวณหาคำตอบได้ง่ายขึ้นกว่าการดำเนินการตามลำดับของกระบวนการ

Molina, Castro and Ambrose (2006, p. 5) แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ไม่มีนิยามที่ชัดเจนแต่เป็นที่เข้าใจกันโดยทั่วไปว่า นักเรียนมีแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ เมื่อเขามองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างน้อยสองแนวคิด วิเคราะห์และใช้ความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงที่ได้ในการแก้ปัญหา หรือตัดสินใจในการเรียนรู้เกี่ยวกับสถานการณ์หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

Jacobs (2007, pp. 260-261) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการมองนิพจน์และสมการโดยภาพรวม การสังเกตความสัมพันธ์ของจำนวนที่อยู่ในนิพจน์และสมการ และคิดเชิง สัมพันธ์เป็นวิธีดำเนินการจัดการกับจำนวนด้วยวิธีการที่แตกต่างจากกระบวนการในการคำนวณที่ละขั้นตอน ซึ่งการคิดดังกล่าวนี้นักเรียนต้องสามารถมองประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้โดยภาพรวมและใช้สมบัติการสลับที่และเปลี่ยนหมู่มาช่วย เพื่อให้คำนวณง่ายขึ้น เห็นได้จากการคิดเชิงความสัมพันธ์ในการนำเสนอวิธีการคิดที่ยืดหยุ่นในการคำนวณโดยใช้สมบัติพื้นฐานของการดำเนินการ เชิงจำนวน

Van de Walle (2007, p. 262) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ โดยอาจมีการอธิบายด้วยถ้อยคำการใช้ลูกศรหรือแผนภาพอย่างมีเหตุผลบน พื้นฐานของการไม่คำนวณเพื่อเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่อยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ หรือเป็นความสามารถของนักเรียนในการมองเห็นและใช้ความเป็นไปได้อย่างหลากหลายของ จำนวนในประโยคสัญลักษณ์ เช่น การหาค่าของ 34+29 นักเรียนที่มีความสามารถทางด้านการคิด เชิงสัมพันธ์จะไม่ใช้วิธีการคำนวณโดยทันทีเมื่อพบปัญหาในข้อดังกล่าวแต่จะอาศัยการมอง ประโยคและเปลี่ยนพจน์ของจำนวนในประโยคจาก 34+29 เป็น 33+30 และหาคำตอบได้โดยง่าย โดยนำ 33 บวกกับ 30

Molina and Alibrose (2008, pp. 61-80) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นประเด็นหลักในการพิจารณาสำหรับการแก้ปัญหาบนประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นถึง ความคิดของนักเรียนในการหาคำตอบบนประโยคสัญลักษณ์

โศจิวัจน์ เสริฐศรี (2553, น. 22) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์ เป็นการคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาการ โดยการพิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ แล้วมองความสัมพันธ์เชื่อมโยงที่มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงโดยขึ้นอยู่กับการดำเนินการของจำนวนที่เกี่ยวข้องระหว่างจำนวน แล้วใช้ความสัมพันธ์ที่สังเกตเห็นได้นั้นคิดพิจารณาหาคำตอบ

สุกัญญา หะยีสาและ (2554, น. 15) กล่าวว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่งที่ใช้ในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ในด้านต่อไปนี้ 1) ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ 2) ความสามารถในการมองในความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยค และ 3) ความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

สรุปได้ว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นการคิดหาความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ มองภาพรวมทั้งหมดบนประโยคสัญลักษณ์ สังเกตและเป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวม ใช้ถ้อยคำและลูกศร และสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ เพื่อเป็นแนวทางสู่การหาตัวไม่ทราบค่าบนประโยคสัญลักษณ์ โดยไม่ใช้วิธีการคำนวณในการหาคำตอบ และเป็นการเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานทางเลขคณิต และเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น

2.1.2 แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์

การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการคิดหาความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ และใช้ความสัมพันธ์ใช้ถ้อยคำและลูกศร และสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อเป็นแนวทางสู่การหาตัวไม่ทราบค่า ซึ่งได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวคิดของการคิดเชิงสัมพันธ์ ไว้ดังนี้

Sfard (1991, pp.1-36), Carpenter, Franke and Levi (2003, pp. 10-37) ได้ให้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่ามีความหมายกว้างกว่าความเข้าใจในการโยงความสัมพันธ์ของเครื่องหมายเท่ากับ แต่หมายถึงความสามารถในการบรรยายถึงการคิดของนักเรียนที่ได้จากการสังเกตความสัมพันธ์ ของจำนวนที่อยู่ในนิพจน์และสมการ แล้วใช้ความสัมพันธ์ที่สังเกตเห็นได้นั้น พิจารณาหาคำตอบ ซึ่งแตกต่างจากกระบวนการคิดคำนวณที่เป็นไปตามลำดับทีละขั้นตอน ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ 25+58+75 = ☐ ได้โดยคิดคำนวณหาผลบวกของทุกจำนวนจากซ้ายไปขวา แต่นักเรียนจะสามารถหาคำตอบได้ง่ายยิ่งขึ้น ถ้าใช้วิธีการจัดกลุ่ม

ของจำนวน (25+75) การคิดแบบนี้นักเรียนต้องพิจารณาสมการในภาพรวมเสียก่อน เพื่อมองหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่กำหนดให้บางจำนวนก่อนที่จะเริ่มคิดคำนวณ

Carpenter, et al. (2003, pp. 10-37) จัดให้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์เป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต

Carpenter, et al. (2005, pp. 87-115) กล่าวว่า แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการของจำนวน เพื่อเปลี่ยนรูปการแสดงของจำนวนทางคณิตศาสตร์มากกว่าการคำนวณหาคำตอบตามวิธีการขั้นตอนต่าง ๆ

Stephens (2006, pp. 479-486) กล่าวว่า แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการคิดของผู้เรียนเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์เชื่อมโยงที่แตกต่างหลากหลายระหว่างจำนวน นิพจน์ และการดำเนินการนักเรียนสามารถคิดเชิงสัมพันธ์ในลักษณะของการใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์หรืออาจใช้ลูกศรแสดงทิศทางของความสัมพันธ์ ซึ่งจะมีประโยชน์ต่อการหาคำตอบบนประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวไม่ทราบค่าสองตัวต่อไปซึ่งแนวคิด การคิดเชิงสัมพันธ์นี้ เป็นความสามารถในการมองเห็นความเป็นไปได้ในการคิดที่หลากหลาย ระหว่างจำนวน ซึ่งมองเห็นลักษณะของการเปลี่ยนแปลงที่ขึ้นอยู่กับการดำเนินการของจำนวนที่เกี่ยวข้อง ยกตัวอย่างการมองเห็นลักษณะในการเปลี่ยนแปลง หรือมองเห็นความเป็นไปได้ใน การคิดที่หลากหลายระหว่างจำนวนเช่น 73+49=72+□ กับ 90-59=99-□ ในข้อแรก นักเรียนบางคนคิดว่าจะต้องลบ 73 ออก 1 แล้วนำ 1 นั้นไปบวกกับ 49 เพื่อให้ได้คำตอบคงเดิมการคิดให้เหตุผลในข้อที่ 2 มีความซับซ้อนมากขึ้น ต้องคู่กับการเพิ่มขึ้นของ 9 ในจำนวนที่สอง หรือนักเรียนคนอื่นอาจคิดว่า ถ้าจำนวนแรกเพิ่มขึ้นเป็น 99 ก็ต้องให้จำนวนที่สองคือ 59 เปลี่ยน คำตอบ ดังนั้นเพื่อให้ได้คำตอบเหมือนกันจำนวนที่สองต้องเพิ่มขึ้นอีก 9 ด้วยคำตอบจึงเป็น 68 ลักษณะของการคิดในข้อที่มีการลบไม่เหมือนกับข้อที่มีการบวก เช่น ถ้า 90 เพิ่มขึ้นเป็น 99 จากนั้นทำการลดจำนวนที่สองด้วย 9 ทำให้ได้ 50 ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง เพราะว่า 90-59 ไม่เท่ากับ 99-50 ดังนั้นการทราบว่าจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าหรือน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่ง จะไม่มีประโยชน์ ถ้าไม่ทราบลักษณะของการเปลี่ยนแปลง Stephens ได้สรุปลักษณะแนวคิด การคิดเชิงสัมพันธ์ไว้ดังนี้

1. มุ่งเน้นการพิจารณาประโยคโดยรวม
2. การอธิบายเป็นถ้อยคำ
3. การใช้ลูกศรหรือแผนภาพ
4. หลีกเลี่ยงจากการคิดคำนวณ

นอกจากนี้ Stephens ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการสอนแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่าการแนะนำแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ให้กับนักเรียนไม่ใช่งานที่ง่าย ถ้ามุมมองของครูยังจำกัดความคิดเพียงแค่การคำนวณเลขคณิตในโรงเรียนประถมศึกษานั้น แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์หมายถึง การให้ความสนใจในโครงสร้างของการดำเนินการในเลขคณิต ถ้าปราศจากประสบการณ์การคิดเชิงสัมพันธ์เหล่านี้ นักเรียนส่วนมากจะล้มเหลวในการเข้าใจโครงสร้างของการดำเนินการในเลขคณิต ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นในการเปลี่ยนผ่านไปยังพีชคณิต Stephens ได้สรุป เกี่ยวกับแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ไว้ว่า เป็นวิธีการที่มีพลังในการสร้างความสนใจในโครงสร้าง พื้นฐานของเลขคณิต

ซึ่งมีสองความคิดหลักคือ การแสดงจำนวนบนเครื่องหมายเท่ากับ และการทดแทนจำนวนรวมถึงการรู้ลักษณะที่จะทดแทนตำแหน่ง ความคิดเหล่านี้ถือว่าเป็นพื้นฐาน สำหรับการคิดเชิงพีชคณิต

Stephens and Inprasitha (2007, pp. 319-326) กล่าวว่า เป็นการเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานทางเลขคณิต และเป็นพื้นฐานสาหรับการคิดเชิงพีชคณิตและการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น

Molina, Castro and Ambrose (2006, pp. 265-270) แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ไม่มีนิยามที่ชัดเจน แต่เป็นที่เข้าใจกันโดยทั่วไปว่า นักเรียนมีแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ เมื่อเขามองเห็นความเกี่ยวข้อง เชื่อโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างน้อยสองแนวคิด วิเคราะห์และใช้ความเกี่ยวข้อง เชื่อมโยงที่ได้ในการแก้ปัญหา หรือตัดสินใจในการเรียนรู้เกี่ยวกับสถานการณ์หรือมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

Jacob, et al. (2007, pp. 258-288) แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์จะช่วยให้ตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและสมบัติพื้นฐานของการดำเนินการของจำนวน นักเรียนสามารถใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์มาทำการคิดคำนวณให้ง่ายขึ้น สามารถสร้างและเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ ๆ ได้ นอกจากนั้นยังนำวิธีการคิดคำนวณที่เรียนรู้มาใช้กับวงจำนวนที่กว้างขึ้น และเข้าใจเกี่ยวกับเลขคณิตโดยทั่วไป การจะแบ่งแยกออกมาอย่างชัดเจนว่า อะไรที่จัดเป็นแนวคิด การคิดเชิงความสัมพันธ์ และอะไรที่ไม่จัดว่าเป็นแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์นั้น เป็นเรื่องยากและนักเรียน จะแสดงความสามารถของแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ในระดับแตกต่างกันไป

Van De Walle (2007, pp. 121-146) กล่าวว่า การที่นักเรียนสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนระหว่างสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับมากกว่าการคำนวณหาคำตอบนั้นเรียกว่าเป็น แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการคิดที่มากกว่าการคิดคำนวณอย่างง่ายและเน้นไปที่การ ดำเนินการของจำนวนว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของกลยุทธ์ การหาผลลัพธ์ทั้งหลาย ตัวอย่างเช่น กลยุทธ์ใกล้สองเท่า (The Near-Doubles Strategy) สำหรับ 6 + 7 หรือกลยุทธ์ครึ่งหนึ่งและสองเท่า (The Half-and-Double Strategy) สำหรับ 6 x 8 แต่ละกลยุทธ์เกี่ยวข้องกับการใช้ความสัมพันธ์ให้เป็นประโยชน์ระหว่างผลลัพธ์ที่ต้องการกับผลลัพธ์ที่รู้อยู่แล้ว เช่น 6 + 7 คือ มากกว่า 6 + 6 กลยุทธ์ในการหาผลลัพธ์นี้เป็นเพียงตัวอย่างง่าย ๆ ของประโยชน์แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ นอกจากนี้ Van De Wale ยังเสนอแนะว่าควรกำหนดให้นักเรียนมีแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์โดยการดำเนินการค้นหาคำตอบจากประโยคถูกหรือผิด และประโยคจำนวนเปิด โดยเลือกสมการที่ ออกแบบสำหรับดึงความคิดที่ดี และท้าทายออกมามากกว่าการคิดคำนวณ ควรใช้จำนวนที่ทำให้ การคิดโดยวิธีคำนวณยากขึ้น เพื่อผลักดันให้พวกเขาไปสู่แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ และควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดสร้างประโยคจริงหรือเท็จและประโยคจำนวนเปิดที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ด้วยตนเอง เพื่อก่อให้เกิดความสนใจกับความคิดในการใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์กับจำนวนที่หลากหลายขึ้น โดยทั่วไปจะเริ่มต้นเกี่ยวข้องกับการใช้ศูนย์ การบวก การลบด้วยจำนวนเดียวกัน และตามด้วยสมบัติต่าง ๆ ของจำนวน นอกจากนี้ การที่นักเรียนคิด สร้างประโยคจริงหรือเท็จ และประโยคจำนวนเปิดที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ด้วย ตนเองนั้นจะส่งผลให้เกิดประโยชน์ 2 ประการคือ

1. นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ โดยนักเรียนใช้การดำเนินการของจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ และสามารถใช้ความหมายของเครื่องหมายเท่ากับว่าเหมือนกันในการแก้ปัญหาประโยคจานวนเปิด

2. ค้นหาการแสดงออกมาของแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ นักเรียนผู้ซึ่งอาศัยความสัมพันธ์ในการค้นหาการดำเนินการของจำนวนในแต่ละข้างของเครื่องหมายเท่ากับ มากกว่าการคิดคำนวณโดยตรงจะสามารถก้าวเข้าสู่การคิดเชิงพีชคณิตได้อย่างง่ายจากการศึกษาแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์จากนักการศึกษาหลายท่านที่กล่าวมาข้างต้นสรุปแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ได้ดังตารางที่ 2.1 สรุปได้ว่า

ตารางที่ 2.1 สรุปแนวคิดของการคิดเชิงความสัมพันธ์

ชื่อนักศึกษา	แนวคิดหลักของการคิดเชิงความสัมพันธ์
Stard, Carpenter, Franke and Levi	- สังเกตความสัมพันธ์
	- การพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน
Carpenter	- การมองความสัมพันธ์ของจำนวน
	- ใช้การดำเนินการ ในการหาคำตอบ
Stephens	- มองประโยคโดยรวม ใช้ความเป็นไปได้
	- การอธิบายเป็นถ้อยคำ
	- การใช้ลูกศรหรือแผนภาพ
	- การไม่คำนวณ
Molina, Castro and Ambrose	- มองความเกี่ยวข้อง
	- การใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนในประโยค
	- เชื่อมโยง
	- วิเคราะห์
Jacob	- มองนิพจน์และสมการโดยภาพรวม
	- สังเกตความสัมพันธ์
	- ใช้สมบัติพื้นฐานของการดำเนินการทางจำนวน
Van De Walle	- สังเกตและใช้ความสัมพันธ์ทางจำนวนระหว่างสองข้าง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

โดยสรุปแล้วการคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่งเกี่ยวกับการแก้ปัญหาการ ใช้ในการหาคำตอบ โดยมีการพิจารณาหลัก ดังนี้ การมองภาพโดยรวม สังเกตและวิเคราะห์ประโยคสัญลักษณ์ ใช้ลูกษร ใช้แผนภาพต่างๆ การดำเนินการหรือใช้สมบัติพื้นฐานเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ และเป็นการเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานทางเลขคณิต และเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น

2.1.3 การประเมินการคิดเชิงความสัมพันธ์

การประเมินการคิดเชิงความสัมพันธ์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการประเมินการคิดเชิงความสัมพันธ์ไว้ ดังนี้

Popham (1997, pp. 72-75) ได้กล่าวถึงความหมายของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคว่า หมายถึง การแนะนำการให้คะแนนเพื่อใช้ประเมินคุณภาพในการตอบสนองของนักเรียน ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนจะมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญคือ เกณฑ์ การนิยามคุณภาพ กลยุทธ์การให้คะแนนซึ่งอาจเป็นวิธีการให้คะแนนแบบภาพรวมหรือแยกองค์ประกอบอย่างใดอย่างหนึ่ง Popham ได้ให้ข้อสังเกตและคำแนะนำในการพัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไว้ดังนี้

1. เกณฑ์ต่าง ๆ ควรเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสอนซึ่งเป็นองค์ประกอบที่ตรงประเด็นที่สุดของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคควรมีจำนวนเกณฑ์ประมาณ 3-5 เกณฑ์ และต้องเป็นเกณฑ์ที่มีจุดหมายแน่นอน 1

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไม่ควรมีความยาวมากเกินไป

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคแต่ละเกณฑ์ต้องสามารถแทนคุณสมบัติที่สำคัญ

Carpenter and Moser (1984, pp. 179-202) กล่าวว่า เกณฑ์การประเมินนักเรียนเกรด 1-3 ที่แก้ปัญหาในเรื่องการบวกและการลบ ซึ่งได้แบ่งการดำเนินการของนักเรียนออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 0 นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาในเรื่องการบวกและการลบได้

ระดับ 1 นักเรียนมีข้อจำกัดในด้านวิธีการที่ใช้ สามารถใช้วิธีการปฏิบัติจริงได้เท่านั้น อาจใช้นิ้วมือช่วยในการหาคำตอบ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวกจะใช้วิธีการนับ ส่วนการแก้ปัญหาเรื่องการลบอาจใช้วิธีการนับเพิ่ม การจำแนกและการจับคู่ นักเรียนที่อยู่ในระดับนี้ไม่สามารถแก้ปัญหาระคนที่มีทั้งการบวกและการลบได้

ระดับ 2 นักเรียนสามารถส่งผ่านวิธีการที่สร้างตัวแบบโดยตรงไปสู่วิธีการนับ และสามารถใช้วิธีการทั้งสองเพื่อแก้ปัญหาและใช้วิธีการนับสิ่งของและการนับเพิ่ม

ระดับ 3 นักเรียนสามารถแสดงออกถึงลักษณะที่อยู่ภายในตัวแบบโดยตรง ส่วนใหญ่ใช้การนับแบบต่อเนื่องเพื่อแก้ปัญหาที่เป็นลักษณะเฉพาะ อาจใช้การนับนิ้วมือเพื่อให้การนับดำเนินไปอย่างต่อเนื่องโดยไม่ใช้เครื่องหมายสาหรับการนับ ส่วนมากใช้วิธีนับสิ่งของ และการนับเพิ่มนับลดในการแก้ปัญหา

ระดับ 4 นักเรียนสามารถใช้การระลึกหรือการนำข้อเท็จจริงเกี่ยวกับจำนวนมาใช้ในการแก้ปัญหาการบวกและการลบ

Stephens, Isoda and Inprashita (2006, p. 259) กล่าวว่า ระดับการให้คะแนนการคิดเชิงสัมพันธ์ ดังแสดงในตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 ระดับการให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์

ระดับคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์
1	คำตอบถูกต้อง แต่ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ถูกต้อง ชัดเจน สมบูรณ์ เป็นส่วนน้อย ข้อที่เหลือยังมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบหรือพยายามใช้การคิดเชิงสัมพันธ์แต่ยังไม่ถูกต้อง

(ต่อ)

ตารางที่ 2.2 (ต่อ)

ระดับคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
2	คำตอบถูก แต่ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ถูกต้องชัดเจนสมบูรณ์เป็นส่วนปานกลาง ข้อที่เหลือยังมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบหรือพยายามใช้การคิดเชิงสัมพันธ์
3	คำตอบถูก แต่ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ถูกต้องชัดเจนสมบูรณ์เป็นปานกลาง ข้อที่เหลือยังมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบหรือพยายามใช้การคิดเชิงสัมพันธ์แต่ยังไม่ถูกต้อง
4	คำตอบถูก ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ถูกต้องชัดเจนสมบูรณ์ทั้งหมดทุกข้อ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก Describing and exploring the power of relational thinking (p. 259), โดย Stephen, 2006.

สุวิทย์ มูลคำ (2548, น. 157-160) ได้กล่าวถึง การประเมินผลกระบวนการคิดว่าสามารถจำแนกได้เป็น 2 แนวทางใหญ่ ๆ ได้แก่ (1) การประเมินผลโดยการใช้แบบทดสอบ ซึ่งอาจเป็นแบบทดสอบมาตรฐานหรือ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมาเองซึ่งเป็นแบบวัดการคิดที่เหมาะสมกับความต้องการในการวัด และ (2) ใช้การประเมินผลตามสภาพจริง ซึ่งมีแนวทางในการประเมิน 2 ลักษณะคือ

ลักษณะที่ 1 ประเมินจากพฤติกรรมการแสดงออก ได้แก่ การพูด การฟัง การอภิปราย การร่วมกิจกรรมตามที่กำหนด การเก็บข้อมูลเพื่อประเมินผลกระบวนการคิดจากพฤติกรรมการแสดงออก ควรใช้วิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ การใช้ผล การบันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง เช่น เพื่อนร่วมชั้น ผู้สอน

ลักษณะที่ 2 ประเมินจากผลงานและชิ้นงานที่เกิดขึ้น การประเมินผลกระบวนการคิดในลักษณะที่สองนี้สามารถใช้วิธีการที่หลากหลายได้ เช่น การตรวจงานหรือผลงานของนักเรียน การรายงานตนเองของผู้เรียน การใช้บันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง และการใช้แฟ้มสะสมงาน เกณฑ์การให้คะแนน หมายถึง เครื่องมือที่ใช้เป็นแนวทางสำหรับประเมินการปฏิบัติงานของนักเรียน โดยการสร้าง 18 แนวทาง ในการให้คะแนนจะต้องกำหนดมาตรวัด (Scale) และรายการของ คุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละจุดในมาตรวัดอย่างชัดเจน

ในการประเมินการคิดเชิงสัมพันธ์ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พัฒนาเกณฑ์ระดับการให้คะแนนการคิดเชิงสัมพันธ์ จากแนวคิดของ Stephens ดังแสดงในตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์

ระดับคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณ
1	คำตอบถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณคำตอบถูกต้อง
2	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร แต่ไม่มีการเขียนคำอธิบายหรือใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

ระดับคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
3	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบายเล็กน้อยในการหาคำตอบค่อนข้าง
4	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบาย ใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ในการหาคำตอบ

2.2 การคิดเชิงพีชคณิต

พีชคณิตเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีอยู่ในทุก ๆ เนื้อหาของคณิตศาสตร์ ซึ่งถือว่าเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญเนื้อหาหนึ่ง หากกล่าวถึงพีชคณิตแล้วส่วนมากจะเข้าใจว่าเป็นวิชาที่ยากมีความซับซ้อน มีเนื้อเกี่ยวข้องกับการดำเนินการเกี่ยวกับนิพจน์ การแก้สมการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับตัวแปร เป็น วิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม จึงต้องอาศัยความเข้าใจ ประสบการณ์ และกระบวนการคิดเป็นอย่างมาก การคิดเชิงพีชคณิตถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งถือว่ามีความสำคัญมาก ในการทำความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์

2.2.1 ความหมายของพีชคณิต

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของพีชคณิต ไว้ดังนี้

Herbert and Brown (1997, p. 1) มองพีชคณิตในแง่ของการใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ได้แก่การวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาและการนำเสนอข้อมูลในรูปของการอธิบายและการหาคำตอบ เช่น การหาตัวไม่ทราบค่า การทดสอบข้อคาด เดาหรือการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ เป็นต้น

Usiskin (1999, p. 5) ศาสตราจารย์ทางด้านการศึกษาแห่งมหาวิทยาลัยชิคาโก สหรัฐอเมริกา เคยเป็นหนึ่งในคณะผู้บริหารของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM) เป็นผู้ที่สนใจและมีผลงานวิจัยที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางเกี่ยวกับสาขาพีชคณิตกล่าวว่า “ไม่ใช่เรื่องง่ายที่จะให้คำนิยามของพีชคณิต” แต่อย่างไรก็ตามนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายคนก็ยังพยายามที่จะให้คำจำกัดความของพีชคณิตตามมุมมองของตนและขอบเขตที่ตนเองสนใจศึกษา

Chirstmas and Fey (1999, pp. 5-13) ให้มุมมองว่าพีชคณิตควรประกอบด้วยสองส่วนคือ ส่วนของเนื้อหา ได้แก่ เรื่องตัวแปร ฟังก์ชัน กราฟ สมการและอสมการ และส่วนของสมบัติ ได้แก่ สมบัติของจำนวนจริงและสับเซตของจำนวนจริง ทั้งสองส่วนนี้ประกอบกันจะเกิดเป็นระบบ สัญลักษณ์ที่สามารถนำไปใช้อธิบายและสรุปความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่าง ๆ ได้

Greenes and Findell (1999, p. 127) มีมุมมองว่าแนวคิดหลักทางพีชคณิตควรประกอบด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย การนำเสนอ สมการ ตัวแปร ฟังก์ชัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 37) กล่าวเกี่ยวกับพีชคณิตว่าคนส่วนใหญ่จะเข้าใจว่าพีชคณิตเป็นวิชาที่ว่าด้วยการแก้สมการที่ซับซ้อนหรือการ ดำเนินการเกี่ยวกับ นิพจน์ และจะต้องเกี่ยวข้องกับเรื่องของตัวแปร ซึ่งส่วนดังกล่าวเป็นเพียงส่วนปลายของพีชคณิตที่ต้องผ่านขั้นตอนอื่นมาก่อนไม่ใช่ทั้งหมด พีชคณิตจึงไม่ใช่เป็นเพียงวิชาที่ว่าด้วยศาสตร์แห่งการแก้สมการ และการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปรเพียงส่วนเดียวเท่านั้น

Tall (1991, pp. 251-259), Toshiakaira (2003, pp. 49-65) จากงานวิจัยหลาย ๆ งานวิจัย แสดงให้เห็นว่าด้วยลักษณะของพีชคณิตที่เป็นลักษณะของตัวแปรฟังก์ชัน หรือสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ จะเป็นอุปสรรคต่อ การเรียนของนักเรียนและการจัดการเรียนรู้ของครูเป็นอย่างมาก นั่นคือนักเรียนไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อสร้างสมการในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ยิ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างซับซ้อนด้วยแล้ว

Cai (2004, p. 1) พีชคณิตถือเป็นวิชาที่มีความสำคัญเปรียบเสมือนกระดูกสันหลังของวิชาคณิตศาสตร์ และได้รับการยอมรับว่าเป็นประตูสู่ความสำเร็จของการศึกษาคณิตศาสตร์ในทุก ๆ สาขา

Lew (2004, pp. 88-95) มีทัศนะว่าพีชคณิตคือวิชาที่เกี่ยวข้องกับนิพจน์ สัญลักษณ์และการขยายจำนวนที่นอกเหนือไปจากจำนวนนับ เพื่อหาคำตอบของสมการ เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ และเพื่อกำหนดโครงสร้างของระบบการนำเสนอซึ่งประกอบด้วยนิพจน์และความสัมพันธ์

วิษณุ นภาพันธ์ (2551, น. 22-24) สรุปเกี่ยวกับขอบเขตความหมายของวิชาพีชคณิตที่สามารถจำแนกออกได้เป็น 3 ลักษณะ ได้แก่ ประการแรก มองว่าพีชคณิตคือวิชาที่เกี่ยวข้องกับลักษณะที่เป็นนามธรรมหรือกรณีทั่วไปของเลขคณิต เช่น เรื่องสมบัติต่าง ๆ ของจำนวนจริง ประการที่สอง มองว่าพีชคณิตคือภาษาของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับเรื่องตัวแปร นิพจน์และโครงสร้างของการใช้สัญลักษณ์ ประการที่สาม มองว่าพีชคณิตคือวิชาที่ว่าด้วยเรื่องฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ และการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับการค้นหา แบบรูปของสิ่งต่าง ๆ การนำเสนอความคิดในรูปของสมการ ตาราง และกราฟและการแก้สมการเพื่อหาคำอธิบายของสถานการณ์ เป็นต้น

โศจิวัจน์ เสริฐศรี (2553, น. 53) ได้ให้ความหมายของพีชคณิตได้ว่า เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การนำเสนอข้อมูลในรูปการอธิบายและหาคำตอบ การทดสอบข้อความคาดการณ์ หรือการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เป็นการดำเนินการเกี่ยวกับนิพจน์และเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับตัวแปร และแทนภาษาทั่วไปของเลขคณิต

ณัชชา กมล (2554, น. 12-13) กล่าวถึงพีชคณิตว่า สามารถมองได้เป็น 2 แนวคิดหลัก คือ แนวคิดแรกเป็นเรื่องเกี่ยวกับตัวแปร ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน สมการและอสมการ ส่วนแนวคิดที่สองเป็นเรื่องที่เกี่ยวกับการดำเนินการต่าง ๆ ที่นำไปสู่กฎ สูตร หลักการทางพีชคณิตที่ต้องอาศัยภาษาทางพีชคณิต

นอกจากนี้มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านที่พยายามให้ความหมายของพีชคณิตในลักษณะของภาษา (Usiskin, 1999, Kriegler, 2003) โดยมีมุมมองว่าพีชคณิตคือภาษาของวิชาคณิตศาสตร์ เป็นภาษาแทนกรณีทั่วไปของเลขคณิต และเป็นภาษาที่มีลักษณะพิเศษเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับตัวไม่ทราบค่า สูตร กรณีทั่วไป การแทนค่า และความสัมพันธ์ เป็นต้น

สรุปได้ว่า พีชคณิตเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการต่าง ๆ เกี่ยวกับนิพจน์ สมการ และอสมการ การแก้สมการที่ซับซ้อน เกี่ยวข้องกับตัวแปร ฟังก์ชัน หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ถือว่าพีชคณิตเป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ และใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การค้นหาคำตอบ เช่น การหาตัวไม่ทราบค่า การทดสอบข้อคาดเดา หรือการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ

2.2.2 การคิด

การคิดเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นในสมองของมนุษย์ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษาเกี่ยวกับการคิด ดังนี้

2.2.2.1 ความหมายของการคิด

Russell (1956, pp. 3-28) กล่าวว่าการคิดเป็นกระบวนการการคิดอาจจะเริ่มจากการตั้งต้นที่บางสิ่งบางอย่างผ่านไปสู่แบบรูปของความสัมพันธ์ และไปสู่จุดมุ่งหมายหรือข้อสรุป การเรียนรู้ จึงส่งผลต่อประสิทธิภาพในการคิดแบบต่าง ๆ รัสเซล ได้จำแนกการคิดในสถานการณ์ต่าง ๆ ออกเป็น 6 ประเภท คือ การคิดแบบการหยั่งรู้ (Perceptual Thinking) การคิดแบบเชื่อมโยง (Associative Thinking) การคิดแบบอุปนัย-นิรนัย (Inductive-Deductive Thinking) ซึ่งนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ การคิดแบบสร้างสรรค์หรือจินตนาการ (Creative or Imaginative Thinking) คิดแบบวิจารณญาณ (Critical Thinking) และการคิดแก้ปัญหา (Problem Solving)

Good (1959, p. 570) ให้ความหมายของการคิดไว้ 4 นัย สรุปได้ดังนี้

1. การคิด หมายถึง กระแสของการคิดที่ยังไม่ได้รับการจัดระเบียบหรือความคิดที่ ไม่ได้ถูกกำหนดกฎเกณฑ์ ข้อบังคับต่าง ๆ หรือเป็นกระแสของการจินตนาการความรู้ความซาบซึ้ง ความประทับใจ ความทรงจำ และความหวัง

2. การคิด เป็นการคาดคะเนหรือเดาโดยไม่มีขอบเขตตั้งแต่ระดับขั้นพื้นฐานรวมไปถึงระดับที่สูงกว่า และปรากฏชัดในความพยายามที่จะลงความเห็น

3. การคิด หมายถึง การคิดพิจารณาไตร่ตรองหรือการทำสมาธิ โดยปราศจากความมุ่งมั่นที่จะควบคุมธรรมชาติหรือประสบการณ์ใด ๆ

4. การคิด คือ การมองบางสิ่งบางอย่างด้วยการคิดพิจารณาไตร่ตรองหรือมีความรอบคอบ เพื่อให้บรรลุถึงการตั้งมั่นในความเชื่อและการควบคุมการกระทำ

Piaget (1977, p. 21) ได้กล่าวถึงการคิดของบุคคลโดยสรุปได้ว่าเป็นกระบวนการใน 2 ลักษณะ คือ เป็นกระบวนการดูดซึมที่เกิดจากการพบหรือมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมแล้วดูดซึมภาพหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ เข้าไว้ในความคิดตน และเป็นกระบวนการปรับเข้าโครงสร้างโดยการจัดสิ่งเร้าใหม่ให้เข้ากับความรู้หรือความคิดเดิม บุคคลจะใช้กระบวนการนี้ทั้ง 2 ลักษณะร่วมกันหรือสลับกันเพื่อปรับการคิดของตนให้เข้ากับสิ่งเร้ามากที่สุด ผลของการปรับเปลี่ยนดังกล่าวจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของบุคคลจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า

สุภนันท์ เสถียรศรี (2536, น. 14) กล่าวถึงการคิดโดยสรุปได้ว่า ความคิดมีลักษณะเป็นทั้งกระบวนการและผลผลิต ซึ่งมีลักษณะที่ต่อเนื่องกันแยกออกจากกันไม่ได้โดยเด็ดขาดแต่อาจนำมาอธิบายต่างกัน คือในกรณีที่กล่าวถึงกระบวนการก็จะใช้วิธีการคิดหรือทักษะการคิดมาอธิบาย ส่วนในกรณีของผลผลิตก็จะกล่าวถึงคุณภาพความคิดซึ่งเป็นผลที่เกิดจากการใช้วิธีการคิดที่ดี

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เพื่อให้ได้ผลผลิตของความคิดที่มีคุณภาพสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาทั้งในเชิงวิชาการ และไม่ใช่วิชาการ ตลอดจนสร้างคุณลักษณะประจำตัวให้เป็นไปตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2548, น. 9) ให้ความหมายของความคิดสรุปได้ว่าเป็นกระบวนการทำงานของสมองที่เกิดขึ้นภายในขึ้นอยู่กับความสามารถของสมองแต่ละซีกของมนุษย์ ซึ่งเป็นความสามารถเฉพาะบุคคล

ทิศนา แขมมณี, นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ และ ศรินธร วิทยะศิรินันท์ (2547, น. 4-13) ได้กล่าวถึงทักษะการคิดว่าเป็นคำที่แสดงพฤติกรรมการคิดที่มีลักษณะเป็นรูปธรรมที่ช่วยให้มองเห็นพฤติกรรม/การกระทำที่ชัดเจนของการคิดนั้น ๆ

สรุปได้ว่า การคิด เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในสมอง โดยการคิดแบ่งออกเป็นหลายประเภท เช่น การคิดแบบสร้างสรรค์หรือจินตนาการ การสร้างมโนทัศน์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดแก้ปัญหาหรือการคิดไตร่ตรองแบบมีเป้าหมาย ซึ่งการคิดในแต่ละแบบขึ้นอยู่กับความสามารถของสมองของมนุษย์แต่ละคนที่มีไม่เท่ากัน ซึ่งการคิดของแต่ละคนนั้นสามารถพัฒนาได้

2.2.2.2 ลำดับขั้นการเรียนรู้หรือลำดับขั้นการคิด

การคิดลำดับขั้นของการคิดที่แตกต่างกัน มีนักการศึกษาได้จัดลำดับขั้นการคิดไว้ ดังนี้

บลูม ได้จัดลำดับขั้นการเรียนรู้หรือลำดับขั้นการคิด (Bloom's Taxonomy) เป็น 6 ขั้น คือ ความรู้ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า (Bloom, 1961; Armstrong, 1998, pp. 117-119; Mazano, 2001, p. 59) มาร์ซาโนได้จัดลำดับการเรียนรู้คล้ายกับของบลูม โดยให้ชื่อว่า "New Taxonomy of Educational Objectives"

New Taxonomy ได้อธิบายถึงตัวแปรเกี่ยวกับกระบวนการภายในสมอง โดยกล่าวถึงระบบภายในสมอง 3 ระบบ คือ ระบบของตนเอง ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเอง และระบบทางด้านการรู้คิด ซึ่งระบบทั้งสามจะใช้ในการเก็บสะสมความรู้ที่อยู่ในองค์ประกอบที่สี่ของแบบจำลอง พฤติกรรม (Mazano, 2001, pp. 10-12) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

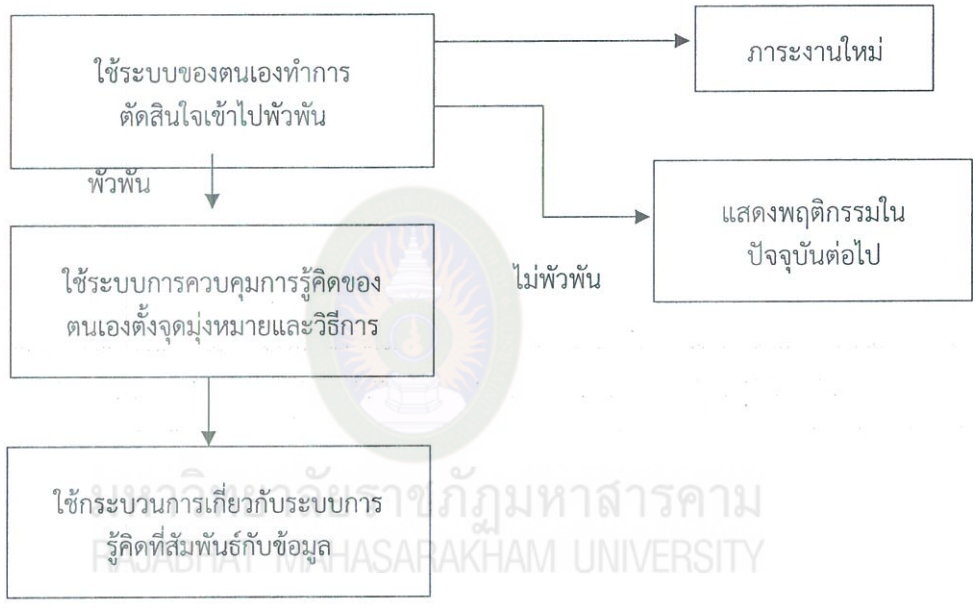
ระบบของตนเอง (The Self-System) เป็นตัวตัดสินเข้าสู่ภาระงานใหม่ถ้าภาระงานมีความสำคัญหรือมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จสูง หรือมีความรู้สึกทางบวกที่จะเข้าไปมีส่วนร่วมกับภาระงาน บุคคลนั้นก็จะเข้าไปพัวพันกับภาระงานนั้น แต่ถ้าภาระงานชิ้นใหม่ถูกประเมินในลักษณะ ตรงกันข้าม แรงกระตุ้นที่จะเข้าไปพัวพันกับภาระงานนั้นก็จะต่ำ

ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเอง (The Meta-Cognitive System) เป็นการรู้ถึงความคิดของตนเองในการกระทำอะไรอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือเป็นการประเมินการคิดของตนเองและใช้ความรู้นั้นในการควบคุมหรือปรับการกระทำของตนเอง ซึ่งการคิดในลักษณะนี้จะครอบคลุมถึงการวางแผน การควบคุมกำกับการกระทำของตนเอง การตรวจสอบความก้าวหน้าและการประเมินผล บุคคลที่ตระหนักถึงการควบคุมการรู้คิดของตนเองจะสามารถปรับปรุงกระบวนการคิดของตนให้ดีขึ้นเรื่อย ๆ จึงส่งผลต่อความสามารถทางการคิดของบุคคลนั้นในภาพรวม ถ้าภาระงานใหม่ถูกเลือก

ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเองจะถูกนำเข้าไปเกี่ยวข้อง คนที่เริ่มต้นภาระงานโดยใช้ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเองจะตั้งจุดมุ่งหมายที่สัมพันธ์กับภาระงานใหม่ ดังนั้นบุคคลนั้นจึงมีโอกาสที่จะ ประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่กำหนด ซึ่งระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเองจะมีปฏิสัมพันธ์ ต่อเนื่องกับระบบทางด้านการรู้คิด

ระบบการรู้คิด (The Cognitive System) เป็นกระบวนการคิดที่ต้องดำเนินไปเป็นลำดับ ขั้นตอน ที่จะช่วยให้การคิดนั้นประสบผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของการคิดนั้น ๆ ซึ่งในแต่ละลำดับ ขั้นตอนอาจต้องอาศัยทักษะการคิดหรือลักษณะการคิดจำนวนมาก และเกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ เช่น ทำการอ้างอิง เปรียบเทียบ จำแนกประเภท และประมาณ

สำหรับความรู้ (Knowledge) จะมีความสัมพันธ์กับภาระงานใหม่ การที่คนเราจะประสบความสำเร็จอย่างสูงขึ้นอยู่กับปริมาณความรู้ที่แต่ละคนมีเกี่ยวกับภาระงานใหม่นั้น โดยความรู้จะ ประกอบไปด้วยตัวแปร 3 ด้าน คือ ข้อมูล กระบวนการทางสมอง และกระบวนการทางกายภาพ แบบจำลองพฤติกรรมใน New Taxonomy ของมาร์ซาโน แสดงดังภาพประกอบที่ 2.1

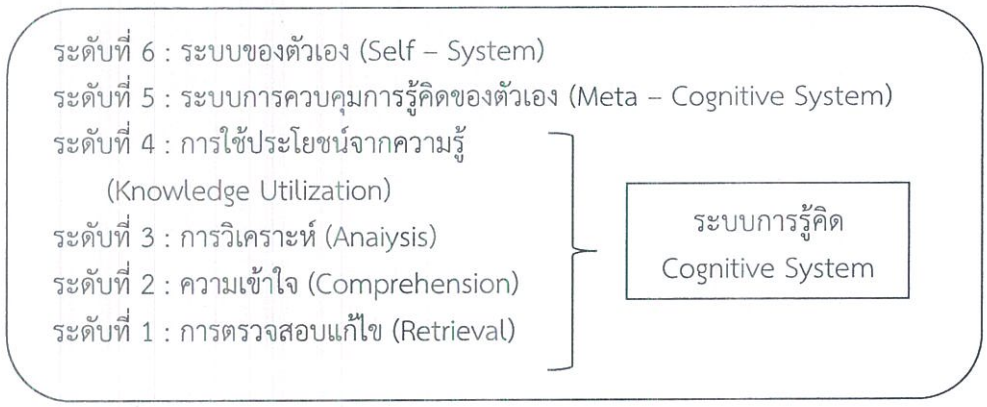


มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาพที่ 2.1 แบบจำลองพฤติกรรมตามแนวคิดของมาร์ซาโน, ปรับปรุงจาก ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 (น. 56), โดย ปริฉัตร์ จันทร์หอม, 2555, คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นอกจากนี้มาร์ซาโนยังได้จัดแบ่งระบบภายในสมองทั้ง 3 ระบบ ตามกระบวนการภายในสมองออกเป็น 6 ระดับ ดังภาพประกอบที่ 2.2

สำนักวิทยบริการและเทคโนโลยีสารสนเทศ
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
วิทยานิพนธ์ งานวิจัย



ภาพที่ 2.2 กระบวนการภายในสมอง 6 ระดับของ New Taxonomy, ปรับปรุงจาก ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 1 (น. 57), โดยปริฉัตร์ จันทร์หอม, 2555, กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สองระดับแรก คือ ระดับที่ 6 และระดับที่ 5 เป็นการจัดการและการกระทำทั่วไปของเด็กที่อยู่ภายนอกระบบการรู้คิด ส่วนระดับที่ 4 ลงมาถึงระดับที่ 1 จะอยู่ภายในระบบการรู้คิด ซึ่งเป็นการอธิบายถึงระดับของความคิดที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ระดับที่ 6: ระบบของตนเอง เป็นตัวบงการแรงจูงใจและความสนใจของคน ประกอบด้วย ระบบที่มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันของเจตคติ ความเชื่อ และอารมณ์ ซึ่งปฏิสัมพันธ์ขององค์ประกอบเหล่านี้เป็นตัวกำหนดแรงจูงใจและความสนใจ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ระบบของตนเองจะเป็นตัวกำหนดว่าคนเราจะเข้าไปพัวพันกับภาระงานหรือไม่เข้าไปพัวพันกับภาระงานนั้น ถ้าเรามีความสนใจในภาระงานใด ตัวแปรที่เกี่ยวกับความคิด (ได้แก่ ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเอง ระบบ การรู้คิด และตัวแปรด้านความรู้) จะถูกนำมาใช้ระบบของตนเองประกอบด้วย 1) กาตรวจสอบความสำคัญ (Examining Importance) 2) การตรวจสอบประสิทธิภาพ (Examining Efficacy) 3) การตรวจสอบการตอบสนองทางอารมณ์ (Examining Emotional Response) และ 4) การตรวจสอบแรงจูงใจทั้งหมด (Examining Overal Motivation)

ระดับที่ 5: ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเอง เป็นการรับรู้เกี่ยวกับจุดมุ่งหมายในการเรียนรู้ของเด็ก เป็นความคิดในการรวบรวมกระบวนการคิดของเด็กเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย สามารถ สะท้อนและปรับความคิดของตัวเอง ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเองจำแนกออกเป็น 4 ประเภท คือ 1) การกำหนดเป้าหมายเฉพาะ (Goal Specification) 2) การควบคุมกระบวนการ (Process Monitoring) 3) การควบคุมความชัดเจน (Monitoring Clarity) และ 4) การควบคุมความถูกต้อง (Monitoring Accuracy)

ระดับที่ 4: การใช้ประโยชน์จากความรู้ เป็นกระบวนการที่แต่ละคนจะใช้เพื่อทำให้งานของตนประสบผลสำเร็จ ในระดับนี้จะจำแนกการใช้ประโยชน์จากความรู้ออกเป็น 4 ประเภท คือ 1) การตัดสินใจ (Decision Making) 2) การแก้ปัญหา (Problem Solving) 3) การค้นพบที่ได้มาจากการทดลอง (Experimental Inquiry) และ 4) การสืบเสาะหาความรู้ (Investigation)

ระดับที่ 3: การวิเคราะห์ ในกระบวนการวิเคราะห์จะประกอบด้วยการดำเนินการทางการคิด 5 ประเภทคือ 1) การจับคู่ (Matching) เป็นการจำแนกความเหมือนและความแตกต่างของสิ่งต่าง ๆ 2) การจัดหมวดหมู่ (Classification) เป็นการจัดกลุ่มของข้อมูลตามความเหมาะสม 3) การวิเคราะห์ ความคลาดเคลื่อน (Error Analysis) 4) การสร้างกรณีทั่วไป (Generalization) เป็นการอนุมานสิ่งที่เคยเรียนแล้วไปสู่สถานการณ์และสิ่งแวดล้อมใหม่และ 5) รายละเอียด (Specification) เป็นการสร้าง ข้อมูลที่อาศัยการทำนาย ซึ่งการดำเนินการทางการคิดเหล่านี้จะผุดขึ้นมาอย่างเป็นธรรมชาติโดยปราศจากการคิดอย่างมีจิตสำนึก (Conscious Thought)

ระดับที่ 2: ความเข้าใจประกอบด้วยกระบวนการที่สัมพันธ์กันสองกระบวนการคือการสังเคราะห์และการนำเสนอตัวแทนความคิด การสังเคราะห์เป็นกระบวนการเกี่ยวกับการกลั่นความรู้ ที่ประกอบด้วย การนำออก (Deletion) การสร้างกรณีทั่วไป และการสร้างองค์ความรู้ใหม่ (Construction) ส่วนการนำเสนอตัวแทนความคิดเป็นกระบวนการแห่งความเข้าใจของกาสร้างสรรค์สัญลักษณ์ที่มีความต่อเนื่องกันในความรู้ซึ่งให้กำเนิดเส้นทางที่เป็นกระบวนการของการสังเคราะห์ การนำเสนอตัวแทนความคิดเป็นการแปลงความรู้ไปสู่สัญลักษณ์ มโนภาพ (ที่ไม่ใช่ภาษา) บางอย่าง การนำเสนอตัวแทนความคิดทางสัญลักษณ์ที่เป็นที่รู้จักกันดีในชั้นเรียนตั้งแต่ระดับอนุบาลจนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คือ ผังความคิด (Graphic Organizers) ซึ่งเป็นการเชื่อมโยงภาษาและสัญลักษณ์ เข้าด้วยกัน

ระดับที่ 1: การตรวจสอบแก้ไข เป็นการกระตุ้นและถ่ายโอนความรู้จากความจำถาวร (Permanent Memory) ไปสู่ความจำในการลงมือทำ (Working Memory) การตรวจสอบแก้ไขเป็นกระบวนการที่อยู่ในระบบการรู้คิดและเป็นกระบวนการซึ่งมีมาแต่กำเนิด กระบวนการตามสภาพจริงที่จัดอยู่ในการตรวจสอบแก้ไขนี้ค่อนข้างจะแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับชนิดของความรู้ที่ได้รับการตรวจสอบแก้ไข ถ้ากล่าวตามนัยของความรู้ที่เป็นข้อมูล การตรวจสอบแก้ไขจะรวมถึงการถ่ายโอนอย่างง่ายเกี่ยวกับรายละเอียดหรือแนวคิดที่รวบรวมมาจากความจำถาวรไปสู่ความจำในการลงมือทำ ซึ่งตาม New Taxonomy การตรวจสอบแก้ไขเทียบได้กับการระลึก (Recall) เช่นเมื่อนักเรียนแก้ไขข้อมูลที่ขัดแย้งกันจากความจำถาวรและสะสมมันไว้ในความจำในการลงมือทำ ข้อมูลนี้จะรวมถึงการระลึกถึงรายละเอียดจากตัวแปรข้อมูลด้วย นั่นคือ เมื่อข้อมูลได้รับการแก้ไขจากความจำถาวรมันจะบรรจุองค์ประกอบที่ไม่ชัดเจนในประสบการณ์เริ่มต้นของนักเรียนเกี่ยวกับข้อมูล เพราะว่าโดยธรรมชาติคนเราจะวางแผนอย่างละเอียดกับข้อมูลเริ่มต้นที่นำไปสู่ความจำในการลงมือทำ

สรุปได้ว่า ระดับการคิด แบ่งเป็น 3 ระดับ คือ ระบบของตนเอง ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเอง และระบบทางด้านการรู้คิด ซึ่งระบบของตนเอง คือ ขั้นความรู้ ความจำ ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเอง คือ ขั้นความเข้าใจ และระบบทางด้านการรู้คิด คือ ขั้นการนำไปใช้ ขั้นการวิเคราะห์ ขั้นการสังเคราะห์ และขั้นการประเมินค่า

2.2.2.3 แบบการรู้คิด

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษาเกี่ยวกับแบบการรู้คิด ไว้ดังนี้

Kagan and Moss, Sigel and Hooper (1962, 1968, p. 172) ได้แบ่งแบบการรู้คิดออกเป็น 3 แบบ คือ

1. การคิดแบบวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive-Analytical Styles) คือการคิดที่จัดสิ่งของเข้าเป็นพวกเดียวกัน โดยพิจารณาความคล้ายคลึงของส่วนต่าง ๆ ดังตัวอย่าง การให้เหตุผล ในการจับคู่ภาพ 2 ภาพ จากภาพ 3 ภาพที่กำหนดให้ ซึ่งมีภาพคน ไม้บรรทัด นาฬิกา จะเลือกจับคู่นาฬิกากับไม้บรรทัด ด้วยเหตุผลที่ว่าเพราะต่างมีตัวเลขเหมือนกัน

2. การคิดแบบใช้การอนุมานเพื่อแยกประเภท (Categorical-Inferential Styles) คือการคิดที่จัดสิ่งของเข้าเป็นพวกเดียวกันโดยอาศัยการอนุมานถึงความรู้ที่ตนได้รับ ดังตัวอย่างการให้เหตุผลในการจับคู่ภาพ คือ เมื่อกำหนดภาพคน ไม้บรรทัด นาฬิกา จะเลือกจับคู่นาฬิกากับไม้บรรทัด ด้วยเหตุผลที่ว่าเพราะต่างก็เป็นสิ่งไม่มีชีวิตเหมือนกัน

3. การคิดแบบโยงความสัมพันธ์ (Relational Styles) คือ การคิดที่จัดสิ่งของเข้าเป็นพวกเดียวกัน โดยอาศัยประสบการณ์ยึดถือหน้าที่ที่สัมพันธ์กันของสิ่งของในสถานการณ์อันใดอันหนึ่ง ดังตัวอย่าง การให้เหตุผลในการจับคู่ภาพ คือเมื่อกำหนดภาพคน ไม้บรรทัด นาฬิกา จะเลือกจับคู่คนกับนาฬิกา ด้วยเหตุผลที่ว่าเพราะคนต้องใช้นาฬิกา

การคิดแบบวิเคราะห์จะเป็นลักษณะของการคิดที่ยึดถือสิ่งเร้าเป็นศูนย์กลาง ส่วนการคิดอีกสองแบบเป็นลักษณะการคิดที่ยึดถือตนเองเป็นศูนย์กลาง เพราะต้องอาศัยความรู้และประสบการณ์ของ ตนเองเป็นส่วนประกอบด้วย

สรุปได้ว่า การคิดเป็นเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นในสมอง ซึ่งแบ่งแบบการรู้คิดเป็น 3 แบบ คือ การคิดแบบพรรณนา เป็นการคิดแบบการจัดสิ่งของเข้าเป็นพวกเดียวกัน การคิดแบบอนุมาน เป็นการคิดแยกประเภทสิ่งของจัดหาข้อแตกต่างที่มีความเหมือนกัน และการคิดเชื่อมโยงเป็นการคิด จัดสิ่งของเข้าด้วยกัน โดยการหาความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงกัน

2.2.2.4 มิติของการคิด

มีนักการศึกษาให้ความหมายของมิติของการคิดไว้ดังนี้

ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544 น. 68) ได้กล่าวถึงสาระที่เกี่ยวข้องกับการคิดหรือมิติของการคิดไว้ 6 ด้าน ดังนี้ คือ

1. มิติด้านข้อมูล หรือเนื้อหาที่ใช้ในการคิด

ในการคิดบุคคลไม่สามารถคิดโดยไม่มีเนื้อหาของการคิดได้ การคิดเป็นกระบวนการ ในการคิดจึงต้องมีการคิดอะไรควบคู่ไปกับการคิดอย่างไร ข้อมูลที่มนุษย์ใช้ในการคิดพิจารณาแก้ปัญหา แบ่งออกเป็น 3 ด้านด้วยกันคือ ข้อมูลเกี่ยวกับตนเอง ข้อมูลเกี่ยวกับสังคม สิ่งแวดล้อม และข้อมูลทาง วิชาการ บุคคลต้องพิจารณาข้อมูลทั้งสามส่วนควบคู่กันอย่างผสมกลมกลืน จนกระทั่งพบทางออกในการ แก้ปัญหาอย่างเหมาะสม

2. มิติด้านคุณสมบัติที่เอื้ออำนวยต่อการคิด

ในการคิดพิจารณาเรื่องใด ๆ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ นั้น คุณสมบัติส่วนตัวบางประการมีผลต่อการคิด และคุณภาพของการคิด เช่น คนที่ใจกว้างย่อมยินดีที่จะรับฟังข้อมูลจากหลายฝ่าย จนอาจจะได้ข้อมูลมากกว่าคนที่ไม่รับฟัง ซึ่งข้อมูลเหล่านี้จะมีผลต่อการคิดช่วยให้คิดพิจารณาเรื่องต่าง ๆ รอบครอบขึ้น คุณสมบัติส่วนตัวจึงมักจะส่งเสริมการคิดให้มีคุณภาพมากขึ้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. มิติด้านทักษะการคิด

ในการคิดบุคคลจำเป็นต้องมีทักษะพื้นฐานหลายประการในการดำเนินการคิด เช่น ความสามารถในการจำแนกความเหมือนและความต่างของสิ่งสองสิ่ง หรือมากกว่า และความ สามารถในการจัดกลุ่มของที่มีลักษณะเหมือนกันเป็นทักษะพื้นฐานในการสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งนั้น ความสามารถในการสังเกต รวบรวมข้อมูล และการตั้ง สมมติฐานเป็นทักษะพื้นฐานในกระบวนการคิดแก้ปัญหา เป็นต้น ทักษะที่นับเป็นทักษะการคิดขั้นพื้นฐานจะมีลักษณะเป็นทักษะย่อยซึ่งมีกระบวนการหรือขั้นตอนในการคิดไม่มากนัก ทักษะที่มีกระบวนการ หรือขั้นตอนมาก และซับซ้อนส่วนใหญ่ต้องใช้ ทักษะพื้นฐานหลายทักษะผสมผสานกันซึ่งเรียกว่า ทักษะการคิดขั้นสูง

4. มิติด้านลักษณะการคิด

คำจำนวนมากเหล่านี้มีใช้กันอยู่ทั้งในชีวิตประจำวัน และในวงวิชาการนับเป็นหลักฐานที่แสดงให้เห็นว่า คนเรามีลักษณะการคิดหลายแบบ ลักษณะการคิดที่มีผู้ศึกษาไว้มาก ได้แก่ การคิดแก้ปัญหา การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ที่กล่าวมาแล้วเป็นการคิดที่ใช้ทักษะการคิดจำนวนมากและการคิดจำเป็นต้องเป็นไปตามลำดับขั้นตอน มีกระบวนการที่ชัดเจนลักษณะที่เป็นหัวใจของการคิดก็คือ เป้าหมายของการคิด ไม่ว่าจะคิดสิ่งใด การตั้งเป้าหมายของการคิดให้ถูกทางเป็นสิ่งที่สำคัญมาก เพราะการคิดนั้น หากเป็นไปในทางที่ผิด แม้การคิดจะมีคุณภาพ เพียงใดก็จะก่อให้เกิดความเสียหายและความเดือดร้อนแก่ส่วนรวมได้ ยิ่งความคิดมีคุณภาพสูงความเดือดร้อน เสียหายก็จะยิ่งสูงตามไปด้วย ดังนั้นหากไม่มีทิศทางที่ถูกต้องคอยกำกับควบคุมแล้ว การคิดนั้นก็ไร้ประโยชน์ การคิดถูกทางจึงเป็นการคิดที่คำนึงถึงประโยชน์ส่วนรวม และประโยชน์ระยะยาว

5. มิติด้านกระบวนการคิด

กระบวนการคิด เป็นการคิดที่ต้องดำเนินการไปเป็นลำดับขั้นตอนที่จะช่วยให้การคิดนั้นประสบผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของการคิดนั้น ๆ ซึ่งในแต่ละลำดับขั้นตอนต้องอาศัยทักษะการคิดหรือลักษณะการคิดจำนวนมาก กระบวนการที่สำคัญมีหลายกระบวนการ ได้แก่

5.1 กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณได้แก่ ลำดับขั้นตอนของการคิดที่จะช่วยให้ได้ความคิดที่ผ่านการกลั่นกรอง และประเมินมาอย่างรอบคอบแล้วว่าเป็นความคิดที่มีเหตุผลเชื่อถือได้

5.2 กระบวนการคิดแก้ปัญหา ได้แก่ ลำดับขั้นตอนของการคิด และการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5.3 กระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ ลำดับขั้นตอนของการคิดเพื่อให้ได้สิ่งใหม่ที่ยังไม่เคยมีมาก่อน ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในทางสร้างสรรค์

5.4 กระบวนการตัดสินใจ ได้แก่ ลำดับขั้นตอนของการคิดเพื่อให้สามารถตัดสินใจได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

6. มิติด้านการควบคุม และประเมินการคิดของตนเอง

การควบคุมการรู้คิดของตนเอง หมายถึง การรู้ตัวถึงความคิดของตนเองในการกระทำอะไรอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือการประเมินการคิดตนเอง และใช้ความรู้นั้นในการควบคุมหรือปรับการกระทำของตนเอง มีผู้เรียกการคิดในลักษณะนี้ว่า การคิดอย่างมียุทธศาสตร์ซึ่งครอบคลุมการวางแผน การควบคุมกำกับการกระทำของตนเอง การตรวจสอบความก้าวหน้า และการประเมินผล

สรุปได้ว่ามิติของการคิดมี 6 ด้าน คือ มิติด้านข้อมูล เป็นการคิดที่ควบคู่กับข้อมูล ซึ่งข้อมูลที่มนุษย์ใช้ในการคิดพิจารณาแก้ปัญหาแบ่งออกเป็น 3 ด้านด้วยกันคือ ข้อมูลเกี่ยวกับตนเอง ข้อมูลเกี่ยวกับสังคม สิ่งแวดล้อม และข้อมูลทางวิชาการ มิติด้านคุณสมบัติที่เอื้ออำนวยต่อการคิด มิติด้านทักษะการคิด มิติด้านลักษณะการคิด มิติด้านกระบวนการคิด มิติด้านการควบคุมและประเมิน การคิดของตนเอง จะปรากฏอยู่ในกระบวนการคิด ซึ่งหากเกิดขึ้นอย่างครบถ้วนและมีคุณภาพก็จะส่งผลให้การคิดนั้นมีคุณภาพไปด้วย บุคคลทั่วไปทุก ๆ คนมักมีทักษะการคิดพื้นฐานและคุณสมบัติที่ เอื้ออำนวยต่อการคิดเป็นทุนอยู่แล้วแต่จะแตกต่างกัน เมื่อบุคคลรับข้อมูลที่มีอยู่หลากหลายเข้ามา และต้องการคิดอย่างมีจุดมุ่งหมาย บุคคลนั้นก็จะสามารถใช้ทักษะที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการคิด ปฏิบัติการกับข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายของการคิดนั้นได้

2.2.3 ความหมายของการคิดเชิงพีชคณิต

การคิดเชิงพีชคณิตเป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งถือว่ามีความสำคัญเป็นอย่างมาก และมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ดังต่อไปนี้

Kriegler (2003, p. 3) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิตเป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งในขอบเขตของเนื้อหาพีชคณิตนั้นจำเป็นต้องใช้ทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผล การใช้ตัวแทนความคิด และการแก้ปัญหา เป็นต้น เพื่อทำความเข้าใจในแนวคิดของเนื้อหาที่เป็นพีชคณิต

Kieran and Chalouh (1993, p. 4) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิต เกี่ยวกับการพัฒนาของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ภายใต้กรอบเนื้อหาที่เป็นพีชคณิตโดยการสร้างความหมายสำหรับสัญลักษณ์ และการดำเนินการของพีชคณิตในแง่ของเลขคณิต

Kaput (1993, p. 3) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิตเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการสร้างและนำเสนอตัวแทนความคิดของแบบรูป การสร้างกฎเกณฑ์ทั่วไป และสิ่งที่สำคัญที่สุดคือความคล่องของการสำรวจและการคาดการณ์

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Kieran (1996, p. 4) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิตเป็นการใช้ความหลากหลายของตัวแทนความคิดในจัดการกับข้อมูลเชิงปริมาณในสถานการณ์ปัญหาในวิธีเชิงสัมพันธ์

Herbert and Brown (1997, p. 1) ให้ความหมายว่า การคิดเชิงพีชคณิตคือการใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์และเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ที่หลากหลาย ดังนี้

1. การแยกแยะข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา
2. การใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และสมการ
3. การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหาสำหรับตัวไม่ทราบค่า การทดสอบ การคาดการ และการระบุหน้าที่ความสัมพันธ์

Driscoll (1997, p. 9) กล่าวว่า เครื่องมือในการคิดเชิงพีชคณิตประกอบด้วยความสามารถ ในการคิดเกี่ยวกับหน้าที่และการทำงาน และการคำนวณโครงสร้างของระบบ

Greenes and Findell (1998, p. 8) กล่าวว่า แนวคิดหลักของการคิดเชิง พีชคณิต เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิด การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ความสมดุล ความหมายของตัวแปรแบบรูปและฟังก์ชัน การให้เหตุผลแบบนิรนัย และการให้เหตุผลแบบอุปนัย

สมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989) ให้ความหมายของการคิดเชิงพีชคณิตที่พิจารณาตามเนื้อหาสองลักษณะคือ อิงเนื้อหาพีชคณิต และอิงเนื้อหาที่เป็นแบบรูปฟังก์ชัน

Driscoli (1999, p. 9) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิต คือการพิจารณาเกี่ยวกับความสามารถในด้านการใช้ตัวแทนความคิดแทนข้อมูลเชิงปริมาณของสถานการณ์ เพื่อสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรให้มีความชัดเจน หรือเป็นรูปธรรมมากขึ้น

Swafford and Langrall (2000, p. 2) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิต คือ ความสามารถของการดำเนินการเพื่อค้นหาจำนวนไม่ทราบค่า ซึ่งข้อมูลเชิงปริมาณหรือจำนวน สามารถที่จะหาค่าได้ซึ่งแตกต่างการคำนวณเพราะจะเกี่ยวกับการดำเนินการกับจำนวนที่ทราบค่า

ณัชชา กมล (2554, น. 18) ให้ความหมายการคิดเชิงพีชคณิตว่า เป็นวิธีการคิดของบุคคลในการเรียนรู้พีชคณิต ผ่านการใช้กระบวนการคิด เพื่ออธิบายหรือแสดงหลักฐานในการทำความเข้าใจสถานการณ์ทางพีชคณิตต่าง ๆ เช่น แบบรูป ความสัมพันธ์ การแก้ปัญหาสำหรับตัวไม่ทราบค่า ฟังก์ชัน เป็นต้น

สรุปได้ว่า การคิดเชิงพีชคณิต หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการใช้ทักษะการคิดเพื่อทำความเข้าใจในเนื้อหาที่เกี่ยวกับพีชคณิต วิธีคิดของบุคคลในการเรียนรู้พีชคณิตเป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในขอบเขตเนื้อหาพีชคณิต ซึ่งต้องอาศัยทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผล การแก้ปัญหา เพื่ออธิบายและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมมากขึ้น

2.2.4 ลักษณะของการคิดเชิงพีชคณิต

มีนักการศึกษาได้ให้ลักษณะของการคิดเชิงพีชคณิตไว้ดังนี้

สมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989, p. 23) ได้ให้ลักษณะของการคิด เชิงพีชคณิตไว้ 2 ลักษณะคือ

1. ลักษณะของการคิดที่อิงเนื้อหาพีชคณิต ไว้ดังนี้

1.1 เป็นการเข้าใจในมโนทัศน์ของตัวแปร นิพจน์ และ สมการ

1.2 การนำเสนอตัวแทนความคิดของสถานการณ์ และจำนวนแบบรูปด้วยตาราง กราฟ การอธิบายกฎเกณฑ์ สมการ และ ค้นหาความสัมพันธ์ของการนำเสนอตัวแทนความคิด

1.3 การวิเคราะห์ตาราง และ กราฟ เพื่ออธิบายคุณสมบัติและความสัมพันธ์

1.4 การพัฒนาความเชื่อมั่นในการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นโดยใช้รูปภาพวิธีที่เป็นทางการ และไม่เป็นทางการ

1.5 การสำรวจตรวจสอบอสมการ และ ไม่ใช่สมการเชิงเส้น

1.6 การประยุกต์วิธีการทางพีชคณิตเพื่อแก้ปัญหาที่หลากหลายของปัญหาในชีวิตจริง และปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ลักษณะการคิดที่อิงเนื้อหาที่เป็นแบบรูปและฟังก์ชันไว้ ดังนี้

2.1 การอธิบาย ขยาย วิเคราะห์ และ สร้างความหลากหลายของแบบรูป

2.2 การอธิบาย นำเสนอตัวแทนความคิดของความสัมพันธ์ด้วยตาราง กราฟ กฎ

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.3 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของหน้าที่ในการอธิบายการเปลี่ยนแปลงในผลลัพธ์ที่เป็นเชิงคุณภาพในความต่างอื่น ๆ

2.4 การใช้แบบรูปและฟังก์ชันในการนำเสนอตัวแทนความคิดและแก้ปัญหา

Herbert and Brown (1997, p. 1) ได้ให้ลักษณะของการคิดเชิงพีชคณิตไว้ ดังนี้

1. การแยกแยะข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา
2. การใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และสมการ
3. การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหาสำหรับตัวไม่ทราบค่า การทดสอบ การคาดการ และการระบุหน้าที่ความสัมพันธ์

Kaput (1999, p. 3) กล่าวว่า กฎเกณฑ์ทั่วไปในกระบวนการของการเรียนรู้เกิดจากคณิตศาสตร์ เรขาคณิต การออกแบบสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถระบุลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตได้ 5 ลักษณะ คือ

1. การสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูป
2. การจัดระบบการเปลี่ยนแปลง
3. การวิเคราะห์โครงสร้างของสัญลักษณ์ทางพีชคณิต
4. การวิเคราะห์ฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ และ ตัวแปร
5. การใช้ความหลากหลายในการตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย

Kriegler (2003, p. 2) กล่าวว่าการคิดเชิงพีชคณิต มีลักษณะดังนี้

1. พีชคณิตเป็นลักษณะโดยทั่วไปของคณิตศาสตร์
   1.1 แนวคิดภายใต้วิธีการจากการคำนวณ
   1.2 อัตราส่วน และสัดส่วน
   1.3 การตรวจสอบ ประเมิน
2. พีชคณิตในฐานะภาษาสำหรับคณิตศาสตร์
   2.1 เข้าใจในความหมายของตัวแปรและนิพจน์
   2.2 เข้าใจในความหมายของสมการ
   2.3 เข้าใจและใช้ระบบจำนวนอย่างถูกต้อง
   2.4 อ่าน เขียน จำนวนและสัญลักษณ์ตามข้อตกลงของพีชคณิตได้
   2.5 ใช้เครื่องหมายเท่ากันแสดงแทนวิธีทำ นิพจน์ สมการ และอสมการได้
3. พีชคณิตในฐานะเป็นเครื่องมือสำหรับการทำงานและเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
   3.1 การหา นิพจน์ กรณีทั่วไปของแบบรูป และกฎเกณฑ์ทั่วไปในบริบทจริง
   3.2 นำเสนอตัวแทนความคิดเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้สมการ ตาราง กราฟ หรือ นิพจน์
   3.3 ทำงานเกี่ยวกับการลดและขยายแบบรูป
   3.4 พัฒนาทักษะการสร้างกราฟ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Cai, et al. (2005, p. 37) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน โดยได้พิจารณาถึงลักษณะพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต 4 ลักษณะ ของ NCTM ปี 2000 ประกอบด้วย

1. การวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
2. การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต .
3. การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ
4. การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย เป็นเป้าหมายเพื่อบรรลุถึงการคิดเชิงพีชคณิต

WiL (2011, p. 666) การพิจารณาลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตนักเรียนต้องแสดงออกถึง

1. การให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูป (ด้วยกราฟ จำนวน แบบรูป รูปภาพ) เน้นให้เห็นถึงความเหมือนและความต่างของลำดับที่สมบูรณ์
2. สามารถหากรณีทั่วไปได้และพิจารณาความเป็นธรรมชาติหรือลักษณะเฉพาะได้
3. หาตัวไม่ทราบค่า การสับเปลี่ยนหรือเปลี่ยนแปลงของการดำเนินการ
4. สามารถคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่เป็นคณิตศาสตร์

Matos (2009, p. 27) ได้กล่าวว่า ลักษณะที่แสดงว่ามีการคิดเชิงพีชคณิต นักเรียนต้องสามารถ

1. ระบุและอธิบายแบบรูปในสถานการณ์ที่หลากหลายและสร้างกรณีทั่วไปได้
2. สามารถนำเสนอและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันผ่านตาราง กราฟ และนิพจน์ทางพีชคณิต
3. ให้ความสำคัญกับการให้เหตุผลในการนิพจน์เชิงพีชคณิต และใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางพีชคณิตให้มีวิธีการที่มีประสิทธิภาพ

สรุปได้ว่า ลักษณะของการคิดเชิงพีชคณิต แบ่งเป็น 3 ลักษณะ คือ 1) การวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์ และการสร้างกรณีทั่วไป เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ 2) การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต 3) การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย

2.2.5 ความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิต

มีนักการศึกษาได้ให้ความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิตไว้ มีดังนี้

Chambers (1994, p. 78) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิต เป็นแนวทางของการคิดเป็นวิธีการพิจารณาและแสดงออกถึงความสัมพันธ์ เป็นแนวทางในการสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปที่หลากหลาย ช่วยในเรื่องของการคิดให้เป็นรูปธรรม เป็นโครงสร้างและนำเสนอตัวแทนความคิดของแบบรูปการสร้างกรณีทั่วไป และที่สำคัญที่สุด คือช่วยในเรื่องของการสำรวจ ตรวจสอบ และการคาดการณ์ ต่าง ๆ ได้ การคิดเชิงพีชคณิตเป็นการคิดที่สอดแทรกอยู่ในทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการคิดเกี่ยวกับนามธรรมและเป็นเครื่องมือสำคัญในการให้เหตุผลในเรื่องต่าง ๆ

Lee (1996, p. 103) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดเชิงพีชคณิตเป็นสิ่งที่ถือว่าสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อทำให้นักเรียนได้เข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาในทักเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Ruopp, Cuoco, Rasala, and Kelemanik (1997, p. 72) กล่าว ว่าบุคคลใดที่สามารถพัฒนาให้เกิดความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตได้ จะสามารถประยุกต์การคิด ในการเรียนที่หลากหลาย และมีความสามารถในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ ซึ่งเป็นการทำให้ผู้เรียน กลายเป็นนักคิด เป็นคนมีเหตุผล เป็นนักคณิตศาสตร์ นักวิทยาศาสตร์ นักเศรษฐศาสตร์ นักธุรกิจ และเป็นคนที่มีประสิทธิภาพนี่เป็นการอธิบายให้เห็นว่าการคิดเชิงพีชคณิตมีความสำคัญมากใน ประวัติศาสตร์ วิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ วงการธุรกิจ งานหนังสือ ทหารกองทัพ วิศวกรรม คอมพิวเตอร์ และการดำเนินชีวิตประจำวัน

Steen (1992), Chambers (1994), and Silver (1997) กล่าวว่า การพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิต เป็นการเตรียมพร้อมให้นักเรียนประสบความสำเร็จในประสบการณ์ เนื้อหาพีชคณิตและอื่น ๆ และเป็นการเตรียมตัวต่อการเรียนในระดับมัธยมศึกษา

Herbert and Brown (1997, p. 1) กล่าวว่า พีชคณิตถือเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อประยุกต์กับวิทยาศาสตร์ ธุรกิจ เศรษฐกิจ การค้า การคำนวณ และบริบทที่เกี่ยวข้องกับจำนวนในชีวิตประจำวัน และพีชคณิตจะถูกใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ได้แก่ การวิเคราะห์ ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาและการนำเสนอข้อมูลในรูปของการอธิบาย และการหาคำตอบ เช่น การหา ตัวไม่ทราบค่า การทดสอบข้อคาดเดาหรือการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ เป็นต้น

Russell (1999, p. 1) กล่าวว่า การที่จะทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้นมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนจะต้องเข้าใจ และพัฒนารูปแบบของการคิด และการให้เหตุผลด้วยธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับนามธรรมชัดเจน นักเรียนจึงยากที่จะเข้าใจใน บริบทของวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งพีชคณิต เพราะฉะนั้นการคิดโดยเฉพาะการคิดเชิงพีชคณิตจะเป็นเครื่องมือสำหรับการทำความเข้าใจลักษณะเนื้อหาที่เป็นนามธรรมได้เป็นอย่างดี จากงานวิจัยต่าง ๆ ได้มีแนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตที่หลากหลาย

Driscoll (1999, p. 9) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิตสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดแทนจำนวนในสถานการณ์ปัญหา ซึ่งเป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรให้สามารถเห็นได้ชัดเจน เราใช้การคิดเชิงพีชคณิตเป็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

Natcha Kamol and Yeap Ban Har (2007, p. 1) การคิดเชิงพีชคณิตถือเป็นเครื่องมือในการเรียนเนื้อหาพีชคณิต เป็นสิ่งหนึ่งที่พัฒนาความเข้าใจของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์

ปริฉัตร จันทร์หอม (2555, น. 68) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิตมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จเพราะการคิดเชิงพีชคณิตเป็นเครื่องมือในการพัฒนา การคิดเชิงคณิตศาสตร์ และนำไปสู่การพัฒนาตัวผู้เรียนให้มีระบบระเบียบในการคิด สามารถประยุกต์การคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหาและพัฒนาการคิดเกี่ยวกับการใช้ชีวิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สรุปได้ว่า ในการเรียนคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จนั้น การคิดเชิงพีชคณิตถือว่ามีความสำคัญในการพัฒนาการคิด ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้น ช่วยในเรื่องของการคิดให้เป็นรูปธรรม สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในสถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจนมากขึ้น ซึ่งการคิดเชิงพีชคณิตจะสอดแทรกอยู่ในทุก ๆ เนื้อหาของคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาการคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.2.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต

การคิดเชิงพีชคณิตถือว่ามีความสำคัญในการพัฒนาการคิด ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้น ซึ่งควรที่จะต้องมีการพัฒนาเพื่อให้ดีขึ้น และได้มีนักการศึกษานำเสนอแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตไว้ดังนี้

Dianaf and Debra (2004, p. 1) ได้ใช้ทฤษฎี พัฒนาการทางสติปัญญาเป็นแนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน การพัฒนาความคิดของเพียเจต์ เป็นแนวทางในการพัฒนาระดับการคิดของนักเรียนเกรด 7 โดยเริ่มจากการให้นักเรียนได้เชื่อมโยงจากรูปธรรมไปสู่รูปแบบที่เป็นนามธรรม โดยเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ ผลปรากฏว่านักเรียนมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตที่สูงขึ้นได้

อัมพร ม้าคะนอง (2546, น. 1) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget (Piagets Theory of Intellectual Development) ว่าวิธีคิด ภาษา ปฏิกิริยาพฤติกรรมของเด็กต่างจากผู้ใหญ่ นำไปสู่ แนวคิดที่ว่า เด็กที่มีอายุน้อยจะเรียนได้ดีจากกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรม นั่นคือนักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมายใน สถานการณ์ ที่คุ้นเคยเพราะนักเรียนได้เห็นสื่อจริงซึ่งนักเรียนจะเข้าใจได้ดี โดยกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรมดังกล่าว สอดคล้องกับการสัมผัสสื่อจริง นอกจากนี้ Piaget ยังเน้นว่า การมีปฏิสัมพันธ์ ระหว่างผู้เรียนกับ ผู้เรียนมีบทบาทต่อการพัฒนาสติปัญญามากนั่นคือการให้ผู้เรียนได้คิด พูด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น สอดคล้องกับการแสดงภาษาเขียน และภาษาพูดมีบทบาทต่อการ พัฒนาสติปัญญา

รุ่งทิวา นาบำรุง (2550, น. 14-16) ได้กล่าวถึงโครงสร้างของลักษณะผลการเรียนรู้ที่ได้จากการสังเกต (The Structure of the Observed Learning Outcome) ซึ่งเรียกว่า SOLO Model ได้พัฒนามาจากโครงสร้างทั่วไปของการพัฒนาทางสติปัญญาของเพียเจต์) Piaget's Stages of Cognitive Development) SOLO Model ได้นำเสนอวิธีการวิเคราะห์และจัดระดับของการปฏิบัติโดยการพิจารณาถึงลักษณะในการสังเกตผลของการเรียนรู้จากการตอบสนอง ของเด็กต่อระดับความซับซ้อนของคำถามที่ตั้งขึ้นในหลากหลายหัวข้อวิชาใน SOLO Model จะประกอบด้วย ลักษณะเฉพาะ 2 ประการ ได้แก่ 1) ลำดับขั้นพัฒนาการ 5 ขั้น (Five Modes of Functioning) และ 2) ลักษณะของการตอบสนอง 5 ระดับ (Five Levels of Response) ลำดับขั้น พัฒนาการ 5 ขั้น ใน SOLO Mode! ของนิกส์และคอลลิส เป็นพัฒนาการจากการกระทำ เชิงรูปธรรม ไปสู่มโนทัศน์เชิงนามธรรม ซึ่งแบ่งออกเป็น (โดยใช้อายุเป็นตัวแบ่งระดับ) 5 ขั้น HAM UNIVERS! ดังต่อไปนี้

1. การใช้ประสาทสัมผัส (Sensor Motor) จากแรกเกิดทารกสามารถมีปฏิสัมพันธ์กับโลกด้วยวิถีทางตามรูปธรรมเท่านั้น การเรียนรู้พัฒนาผ่านการตอบสนองทางความรู้สึก

2. การใช้ภาพเป็นสื่อ (Iconic) จากประมาณ 2 ขวบ เด็กจะเรียนรู้ผ่านการจินตนาการภายในหรือผ่านรูปภาพ

3. รูปธรรมสัญลักษณ์ (Concrete-Symbolic) (จากประมาณ 6 ขวบ ในขั้นนี้จะรวมถึงกระบวนการที่เป็นนามธรรมมากขึ้นเกี่ยวกับการเรียนรู้และถือว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงที่สำคัญไปสู่นามธรรม จากการใช้สัญลักษณ์ในโลกจริงโดยตรงไปสู่ภาษาพูด การเขียน ซึ่งเป็นขั้นที่สองของระบบสัญลักษณ์ที่ต้องใช้ประสบการณ์ ในขั้นนี้จะตรงกับเด็กในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา

4. แบบเป็นทางการ (Formal) จากประมาณ 15 หรือ 16 ปี เป็นระบบเชิงนามธรรมที่สูงขึ้น เด็กที่ได้รับการพัฒนาจนถึงชั้นนี้จะสามารถพัฒนาสมมุติฐานต่าง ๆ ในโลกอย่างเป็นระเบียบ ในขั้นนี้จะเป็นเด็กระดับปริญญาตรี และมีหลักฐานบ่งชี้ว่าความสามารถในการคิดแบบเป็นทางการนี้ควรใช้เป็นพื้นฐานสำหรับรับเข้าศึกษาในมหาวิทยาลัย

5. หลังแบบเป็นทางการ (Post Formal) จากประมาณ 22 ปี การคิดหลังแบบเป็นทางการจะปรากฏออกมาเป็นคำถามซึ่งนำไปสู่ทฤษฎีและการสร้างทฤษฎีใหม่ เกิดเป็นนวัตกรรมระดับสูงในหลาย ๆ สาขาวิชา ในแต่ละลำดับขั้นของพัฒนาการยังจำแนกออกเป็น 5 ระดับ ได้แก่

5.1 ระดับก่อนจะมีมุมมอง (Restructure) ผู้เรียนจะแสดงความวอกแวกบ่อยครั้ง หรือเข้าใจสถานการณ์ผิด และไม่เข้าไปพัวพันกับภาระงานหรือไม่ปฏิบัติงาน

5.2 ระดับมุมมองเดียว (Unistructural เด็กจะมุ่งความสนใจไปที่ตัวแปร/จะใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องเพียงข้อมูลเดียว การสรุปจะไม่เที่ยงตรง (Invalid) ตัวอย่างเช่น ถ้ากำหนดปัญหาต่อไปนี้ให้เด็กในระดับนี้จะสามารถแก้ปัญหาได้

ก) ถ้า q = 8 + 4 แล้ว q = ?

ข) 4 + 3 = ?

ค) ถ้า 7 * 4 - 3 แล้ว = *?

ถ้ากำหนดจำนวนที่มีค่าน้อย ๆ ให้ เด็กจะกล่าวว่าข้อความดูเหมือนจะไม่ได้ยากกว่าข้อความ ก และ ข

5.3 ระดับหลายมุมมอง (Multi-Structural) เด็กในระดับนี้จะใช้ข้อมูลสองข้อมูลหรือมากกว่านั้น แต่จะไม่มีการสังเคราะห์ข้อมูลหรือไม่เข้าใจความสัมพันธ์ใด ๆ ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นไม่มีการบูรณาการ เด็กระดับนี้จะประสบความสำเร็จในกรใช้ข้อมูลที่หลากหลายจาก ความจำในการ ลงมือทำ ตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดปัญหาต่อไปนี้

ก) n = (6x8)+4 n=?

ข) (3* 6) +3=6 *=?

ค) (2* 3) *4= 9 *=?

ง) 5*3 = 402 *=?; 0=?

ที่ระดับนี้เด็กจะใช้ข้อมูลที่หลากหลายขั้น และในการแก้ปัญหาเด็กจะใช้การลองผิดลองถูก

5.4 ระดับเห็นความสัมพันธ์ (Relational) เด็กสามารถใช้ข้อมูลทั้งหมดที่หามาได้และจะผสานข้อมูลทั้งหมดตามความสัมพันธ์ ข้อมูลทั้งหมดจะกลายเป็นโครงสร้างที่เชื่อมโยงกัน และมีความสอดคล้องกันในระบบที่เป็นที่รู้จัก ที่ระดับนี้เด็กจะทำการตัดสินใจอย่างถูกต้องกับข้อมูลที่มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันภายในข้อความที่กำหนดให้ เช่น เด็กในระดับนี้จะสามารถแก้ปัญหาลักษณะต่อไปนี้ได้อย่างถูกต้อง

ก) (4x3) o1 =5 o (1 o 2) o =?

ข) (3 o 4) o 1 = 12 *(6*2) o = ?;*=?

ค) (96x 42) + 100 = (96x 21) + 50 ข้อความนี้เป็นจริงหรือเท็จ

5.5 ระดับขยายนามธรรม (Extended Abstract) เด็กสามารถขยายแนวคิดนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ มีการให้เหตุผลในระดับสูงขึ้น และสามารถสร้างกรณีทั่วไปใหม่ ๆ รวมทั้งที่เป็นนามธรรม การใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลที่กำหนดให้มาสร้างสมมุตติฐานหรือสร้างหลักการเชิงนามธรรม เด็กในระดับนี้สามารถพิจารณาความเป็นไปได้ของคำตอบ และมีโอกาสที่จะตอบปัญหาลักษณะต่อไปนี้ได้

ก) (a o 3) o 4 = 8o= ? ;a =?

ข) 7 6 = 5 4 ข้อความนี้เป็นจริงหรือเท็จ

(ให้กำหนดลักษณะเฉพาะของ * และนิยามข้อยกเว้นของการดำเนิน * เอง)

Bruner, et al. (1966, pp. 6-48) ได้ให้แนวคิดว่า มนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ได้ และแบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดของมนุษย์ออกเป็น 3 ระยะ ดังนี้

1. ระยะที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) เด็กจะแสดงออกทางความคิดด้วยการกระทำ เป็นการถ่ายทอดประสบการณ์ออกมาโดยการกระทำ ซึ่งเป็นการสัมผัสกับ สิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete Objects or Manipulative) และวิธีการเช่นนี้จะดำเนินต่อไปตลอดชีวิตโดยมหยุดอยู่เพียงช่วงอายุใดอายุหนึ่ง เช่น ในชีวิตประจำวันของคนเรา แม้แต่ผู้ใหญ่เองบางครั้งยังใช้วิธีการแก้ปัญหาหรือถ่ายทอดประสบการณ์ด้วยการกระทำ เช่น การสอนให้คนตีกอล์ฟ หรือตีเทนนิสนั้น วิธีการที่เหมาะสมวิธีหนึ่ง คือ การแสดงท่าทางให้ดูเป็นตัวอย่าง ซึ่งจะได้ผลดีกว่าการอธิบาย ด้วยคำพูดเพียงอย่างเดียว

2. ระยะของการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic Stage) พัฒนาการทางความคิดในระยะนี้ขึ้นอยู่กับการมองเห็น/การนึกภาพในใจ และการใช้ประสาทสัมผัส เช่น การใช้รูปภาพ ไดอะแกรม ฟิล์มที่เป็นสื่อทางสายตา (Visual Medium) ซึ่งเด็กจะถ่ายทอดประสบการณ์ต่าง ๆ ด้วยการมีภาพแทนในใจ และยิ่งโตขึ้นเด็กก็จะสร้างภาพในใจได้มากขึ้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความรู้ความเข้าใจของคนเราจะเพิ่มขึ้นตามอายุ และส่งผลช่วยให้เด็กที่โตรู้จักการถ่ายทอดประสบการณ์ออกมาเป็นสัญลักษณ์ได้ดียิ่งขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากพัฒนาการทางความรู้ ความเข้าใจได้เพิ่มขึ้นตามอายุ

3. ระยะของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เป็นการถ่ายทอดประสบการณ์หรือเหตุการณ์ต่าง โดยใช้สัญลักษณ์หรือภาษา ระยะนี้ถือเป็นระยะที่สูงที่สุดของพัฒนาการทางความรู้และความเข้าใจ เนื่องจากภาษาเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นถึงความคิดซึ่ง เด็กจะสามารถคิดหาเหตุผลและเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมตลอดจนสามารถคิดแก้ปัญหาได้ เพราะบรูเนอร์เชื่อว่าความรู้และภาษามีพัฒนาการขึ้นมาพร้อม ๆ กัน ประเทศสิงคโปร์ได้นำแนวคิดของบรูเนอร์มาพัฒนาเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์และพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตที่เรียกว่า "แนวคิดโมเดลเมธอด" แนวคิดโมเดลเมธอด เป็นนวัตกรรมในการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์โดย ทีม วิจัยใน ค.ศ.1980 ที่เห็นประเด็นความยากมากกับปัญหาที่ซับซ้อน ยิ่งเป็นลักษณะที่เป็นนามธรรม และสัญลักษณ์ทางพีชคณิต แนวทางนี้เป็นการให้นักเรียนในการวาด รูปภาพแบบจำลองเพื่อนำเสนอ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในเชิงปริมาณทั้งจำนวนที่ทราบค่าและไม่ทราบค่าช่วยให้นักเรียนมีมุมมองและ แก้ปัญหาได้โดยความคิดหลักของแนวทางนี้ แบบจำลองที่แบ่งข้อมูลออกเป็นส่วน ๆ และแบบจำลอง ที่ใช้ในการเปรียบเทียบข้อมูล และแบบจำลองที่แสดงความเปลี่ยนแปลง

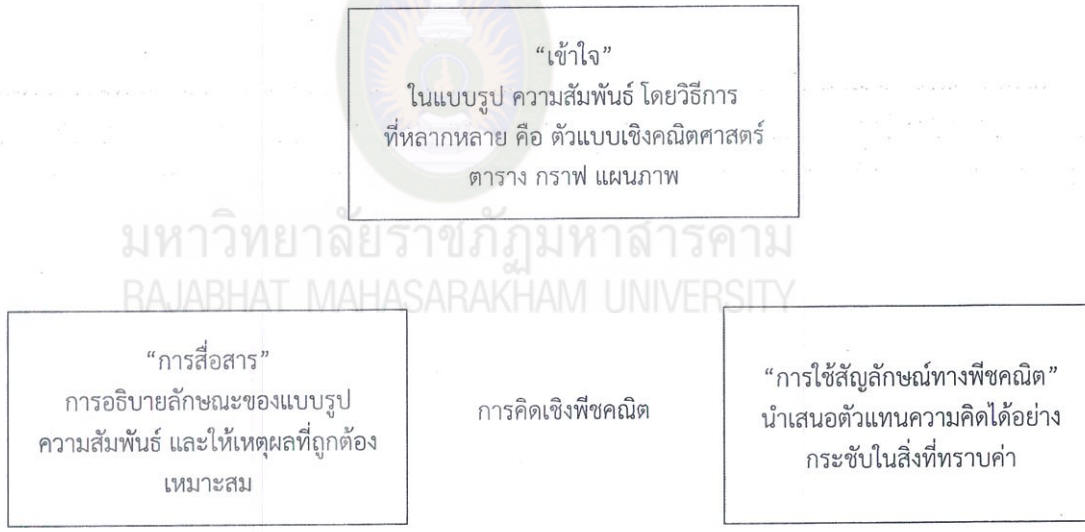
จะถูกใช้ในการแสดงตัวอย่าง ของแนวคิดสำหรับเศษส่วน สัดส่วน และเปอร์เซ็นต์ (Kho, 1987, p. 350) โมเดลเมธอดมีการประยุกต์ขึ้น เพื่อใช้กับวิธีการทางพีชคณิตในระดับมัธยมศึกษาเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำสมการเชิงพีชคณิตและแก้ปัญหานี่จะเป็นการเปิดช่องทางในการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมและมัธยม จากวิธีการในเชิงตัวเลข ไปเป็นวิธีการในเชิงพีชคณิต ซึ่งการนำเสนอตัวแทนความคิดด้วยรูปภาพ สามารถทำให้นักเรียนมีการนึกภาพหรือ มองเห็นโครงสร้างของปัญหาและสามารถเข้าใจในความสัมพันธ์เชิงปริมาณที่เกี่ยวข้องในสถานการณ์ ปัญหา ความหลากหลายในโครงสร้างของปัญหา สามารถพิจารณาระเบียบความคิดของปัญหาเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอด พวกเขามีความตระหนักในการใช้ของระเบียบความคิดของปัญหาที่มีความเหมาะสมในการสร้างแบบจำลอง การเตรียมข้อมูลที่ให้มาในสถานการณ์ปัญหา และการวางแผนสำหรับการสร้างสมการตามแนวคิดโมเดลเมธอด วิธีการดังกล่าว นักเรียนสามารถสร้างแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เอง และจะเป็นการพัฒนาความสามารถและความเชื่อมั่นในการแก้สถานการณ์ปัญหา ยิ่งไปกว่านั้นนักเรียนสามารถประยุกต์การเรียนเกี่ยวกับวิธีการคิดเชิงพีชคณิต นอกจากนี้ ยังมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการใช้แนวคิดโมเดลเมธอดในการพัฒนาการคิด เชิงพีชคณิต ดังนี้

Ng and Kerry (2005, p. 62) กล่าวว่า โมเดลเมธอด เป็นการค้นหาคำตอบเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับตัวเลข และปัญหาพีชคณิตอย่างง่าย โมเดลเมธอด เป็นสิ่งที่คล้ายกับการมองหรือพิจารณาข้อมูลที่ได้รับจากโจทย์ปัญหา จากนั้นใช้การมองดังกล่าวสร้าง โครงสร้างของโจทย์ปัญหาด้วยบาร์สี่เหลี่ยมเพื่อสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขในโจทย์ ปัญหา ทำให้สามารถช่วยให้นักเรียนเห็นภาพรวมของโจทย์ปัญหา และง่ายสำหรับการแก้ปัญหาหาตัว ไม่ทราบค่าตามที่เราต้องการ โมเดลเมธอดเป็นกลวิธีที่มีคุณภาพในการเชื่อมโยงการแก้ปัญหากับวิธีการทางพีชคณิตนอกจากนี้ยังมีนักการศึกษานำทฤษฎีอื่น ๆ มาประยุกต์ใช้ในการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิต อย่างเช่น Jean & Binghanton (2005, p. 37) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิต เขากล่าวว่า การพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตเป็นสิ่งที่สำคัญ เนื่องจากพีชคณิตมีลักษณะเป็นนามธรรม มีสัญลักษณ์ ความสัมพันธ์ถือเป็นเครื่องมือในการเรียนเนื้อหาอื่น ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ ทฤษฎีของ Vygotsky เป็นทฤษฎีที่ช่วยสนับสนุนและพัฒนาระดับการคิดของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่อง นามธรรมและความเป็นกรณีทั่วไปได้เข้าใจมากขึ้น เนื่องจากทฤษฎีนี้เน้นการทำกิจกรรมทางสังคม ให้นักเรียนทำงานร่วมกันมีความกระตือรือร้นในการเรียน ซึ่งทฤษฎีการเรียนรู้ในพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ (Vygotsky, 1978, p. 57) เป็นหนึ่งในทฤษฎี วัฒนธรรมเชิงสังคมของ Vygotsky (Vygotsky's Social Constructivism) ซึ่งเน้นในเรื่องบทบาท สำคัญ ของการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมต่อพัฒนาการเรียนรู้ Vygotsky มีความเชื่อว่าพฤติกรรมทางสังคมนำไปสู่พัฒนาการการใช้ภาษาและเป็นการเพิ่มพัฒนาการทางความคิดได้ด้วย Vygotsky อธิบายว่า ในการจัดการเรียนรู้สิ่งสำคัญที่จะต้องคำนึงถึง คือระดับพัฒนาการ 2 ระดับ อันได้แก่ ระดับพัฒนาการที่เป็นจริง (Actual Development Level) และระดับพัฒนาการที่สามารถจะ เป็นไปได้ (Potential Development Level) ระยะห่างระหว่างระดับ พัฒนาการที่เป็นจริงและระดับพัฒนาการที่สามารถ จะเป็นไปได้ นั้นเรียกว่า พื้นที่รอยต่อพัฒนาการ (Zone of Proximal Development) ตามข้อมูลที่ปรากฏใน Wink & Putney (2002, pp. 60-63) Vygotsky เปรียบเทียบการเรียนรู้ กับพัฒนาการไว้ว่า การเรียนรู้ในอดีต (Past Learning) คือ ระดับพัฒนาการ

ที่เป็นจริง ส่วนการเรียนรู้ ในปัจจุบัน (Present Learning คือ พื้นที่รอยต่อพัฒนาการสำหรับการเรียนรู้ในอนาคตนั้น (Future Learning) คือระดับพัฒนาการที่สามารถจะเป็นไปได้ แนวทางที่หลากหลายในการพัฒนาการคิด เชิงพีชคณิตได้ถูกพัฒนาขึ้นของนักการศึกษามากมายและหลากหลาย ดังนี้

Lee (2001, p. 103), Blanton and Kaput (2005, p. 414) ได้พัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน ด้วยการสนับสนุนให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับพีชคณิต ซึ่งเป็นการทำงานที่หลากหลายของวิธีการทางพีชคณิต สนับสนุนให้นักเรียนใช้ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิตบ่อย ๆ

Booker (2009, p. 15) กล่าวว่าการคิดเชิงพีชคณิตเป็นเรื่องที่เกี่ยวกับ การสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูป แนวทางของการนำเสนอตัวแทนความคิดในการสร้างความสัมพันธ์ และวิเคราะห์ความแตกต่างได้อย่างเหมาะสม ซึ่งถือเป็นหนทางในการคิดผสมผสานเชื่อมโยงกับระหว่างเนื้อหาที่หลากหลาย และเตรียมพร้อมสำหรับเนื้อหาที่เป็นกฎเกณฑ์ของพีชคณิต ซึ่งไม่สามารถพัฒนาได้ถ้าขาดกระบวนการจัดการให้นักเรียนได้พบความหลากหลายในการเรียนมาก



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาพที่ 2.3 แบบจำลองการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของ George Booker. ปรับปรุงจาก Algebraic Thinking: seneralizing number and geometry to express patterns and properties succinctly (p. 12), โดย George Booker, 2009, Griffith University.

WIL (2011, p. 667) ได้พัฒนาการคิดเชิงพีชคณิต โดยให้นักเรียนได้ผ่านประสบการณ์ในการทำโจทย์ปัญหา 3 ขั้นตอน คือ

1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะทั่วไปและความสัมพันธ์ในธรรมชาติของภาษา
2. วิเคราะห์โจทย์ไปสู่แนวคิดที่ใช้แผนภาพ และสัญลักษณ์ทางพีชคณิต
3. การใช้นิพจน์ สมการ ตาราง กราฟ

เขายังกล่าวอีกว่า การแก้ปัญหาและการคิดเชิงพีชคณิตถูกใช้ไปพร้อม ๆ กัน ในสถานการณ์ ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นองค์ประกอบร่วมกันในการเรียนและทำความเข้าในวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อ นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เนื่องจากเป็นการช่วยให้เข้าใจในมนทัศน์ของคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียน ซึ่งการแก้ปัญหาเป็น โครงสร้างในเป้าหมาย ที่หลากหลายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ รวมถึงการคิดเชิงพีชคณิตด้วย

Silver (1981, pp. 429-433) ที่พบว่า แนวทางการแก้ปัญหาและการใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในการหาวิธีการสร้างสมการ โดยแก้ปัญหาความสัมพันธ์ในปัญหา นักเรียนสามารถถ่ายโยงสิ่งที่ได้เรียนรู้จาก 1 ปัญหา เพื่อทำความเข้าใจในอีกหลายปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกัน

Confrey (1997, pp. 67-91) กล่าวว่า การใช้กระบวนการการแก้ปัญหาเป็นแนวทางในการช่วยนักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาโครงสร้างคณิตศาสตร์ และเป็นการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตในแนวทางการให้สถานการณ์ปัญหาในบริบทที่หลากหลาย ซึ่งการใช้สถานการณ์ปัญหาเป็นแนวทางของครูเพื่อช่วยให้นักเรียนจัดระบบ เชื่อมโยงระหว่างสถานการณ์ โดยทำความเข้าใจความสัมพันธ์ว่าเป็นอย่างไร เมื่อทราบจำนวนแรกก็สามารถสร้างความสัมพันธ์ เพื่อหาค่าของจำนวนอื่น ๆ และสร้างกรณีทั่วไป ซึ่งสิ่งเหล่านี้เป็นแนวคิดสำคัญของการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิต และการทำงานเป็นทีมยังทำให้ความเข้าใจแนวคิดทางพีชคณิตได้พัฒนามากขึ้นผ่านบริบทที่หลายหลาย

จากแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักการศึกษาที่ศึกษาแนวคิดโมเดลเมธอด ที่เห็นประเด็นความยากมากกับปัญหาที่ซับซ้อนยิ่งเป็นลักษณะที่เป็นนามธรรม และสัญลักษณ์ทางพีชคณิต การนำเสนอตัวแทนความคิดด้วยรูปภาพ แนวทางนี้เป็นการให้นักเรียนในการวาดรูปภาพแบบจำลองเพื่อนำเสนอเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในเชิงปริมาณทั้งจำนวนที่ทราบค่าและไม่ทราบค่า ช่วยให้นักเรียนมีมุมมอง สามารถทำให้นักเรียนมีการนึกภาพหรือมองเห็นโครงสร้างของปัญหาและสามารถเข้าใจในความสัมพันธ์เชิงปริมาณที่เกี่ยวข้องในสถานการณ์ปัญหาและแก้ปัญหาได้ โมเดลเมธอดมีการประยุกต์ขึ้น เพื่อใช้กับวิธีการทางพีชคณิตในระดับมัธยมศึกษา เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำสมการเชิงพีชคณิตและแก้ปัญหา จะเป็นการเปิดช่องทางในการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมและมัธยม จากวิธีการในเชิงตัวเลขไปเป็นวิธีการในเชิงพีชคณิต นอกจากนั้นยังมีการสนับสนุนให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับพีชคณิต ซึ่งเป็นการสนับสนุนให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิตบ่อย ๆ ล้วนเป็นแนวทางที่ครูผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์ และปรับใช้ตามบริบทจริงได้ เพื่อให้นักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตที่ดีขึ้น

2.2.7 การวัดความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต

มีนักการศึกษานำเสนอแนวทางในการวัดความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต ไว้ดังนี้

ณัชชา กมล (2548, น. 65) ได้ศึกษาและพัฒนาร่างกรอบที่แสดงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งกรอบลักษณะการคิดนี้ถือเป็นการพัฒนากรอบการวัด ความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนซึ่งพิจารณาใน 3 ตัวบ่งชี้ คือ การเข้าใจแบบรูปการนำเสนอ และตัวแปร โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 2.4 ลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตทั่วไป

ระดับ	ลักษณะทั่วไป
1	นักเรียนไม่พยายามตอบคำถาม นักเรียนไม่เข้าใจในงานที่มอบหมาย หรือทำงานไม่สำเร็จ นักเรียนจำคำถามไม่ได้ หรือไม่สามารถถามคำถามได้ ไม่สามารถเชื่อมโยงทางตรรกะ ไม่ตอบคำถาม เดาคำตอบ ให้คำตอบที่ไม่ สัมพันธ์กับคำถาม
2	ใช้เฉพาะความสัมพันธ์แบบมุมมองเดียว ในการหาคำตอบ ตั้งคำถามและพยายามถามคำถามต่อเนื่อง ในการหาคำตอบ ไม่สำเร็จในการเชื่อมโยงมุมมองในแต่ละแนวทาง
3	ตอบคำถามถูก แต่ไม่คงเส้นคงวา มีมุมมอง หรือมีแนวคิด 2 หรือมากกว่า 2 แนวทาง
4	มีการประยุกต์มากขึ้น หรือเห็นข้อมูลในทุก ๆ มุมมอง แสดงการประยุกต์ภายใต้เงื่อนไขของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก กรอบแสดงการคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (น. 65), โดยณัชชา กมล, 2548, วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ตารางที่ 2.5 กรอบลักษณะการคิดของตัวบ่งชี้ “การเข้าใจรูปแบบ”

ระดับ	ลักษณะทั่วไป
1	ไม่เข้าใจหรือสับสนเกี่ยวกับแบบรูป ไม่สามารถหาค่าของพจน์ถัดไปของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ เดาคำตอบ ไม่สามารถตอบคำถามได้ ถึงแม้ว่าเป็นคล้ายคลึงคำถามเดิม ใช้พจน์หลาย ๆ พจน์ของแบบรูปแต่ไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ได้ ใช้พจน์เดียวจากแบบรูปที่กำหนดให้เพื่อหาพจน์ที่ต้องการให้หาได้ แต่ไม่คงเส้นคงวาในการหาพจน์อื่น ๆ ใช้วิธีการไม่เหมาะสมในการหาคำตอบ ทราบว่าเป็นลักษณะของแบบรูป แต่ไม่ทราบวิธีว่าจะใช้แบบรูปที่กำหนดมาให้ นั้นหาคำตอบได้อย่างไร
2	สามารถหาพจน์ถัดไปของแบบรูปได้ แต่ไม่สามารถหาพจน์ที่สูงกว่านี้ได้ แสดงเฉพาะความสัมพันธ์ระหว่างค่าที่กำหนดในแบบรูป แต่ไม่สามารถใช้ความสัมพันธ์เพื่อหาค่าในพจน์ที่สูงขึ้นได้ ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าของแต่ละพจน์ที่กำหนดให้เพื่อหาค่าของ พจน์ที่ ต้องการได้โดยวาดภาพการนับหรือคำนวณก่อนทุกครั้งเมื่อกำหนด แบบรูปมาให้
3	แสดงเฉพาะความสัมพันธ์ระหว่างค่าของพจน์ที่กำหนดมาให้ และใช้ ความสัมพันธ์เหล่านี้ในการหาค่าของพจน์ที่สูงขึ้น ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าของพจน์ที่กำหนดให้เพื่อสร้างระเบียบวิธีการ ใน การหาค่าของพจน์ที่กำหนดให้ แม้จะเป็นพจน์ที่สูงขึ้น ไม่มีการหาพจน์ ที่อยู่ ก่อนหน้า ไม่สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์ไปเป็นจำนวน เมื่อกำหนด แบบ รูปมาให้ เช่น ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของ an = 6+ 2(n-1)

(ต่อ)

ตารางที่ 2.5 (ต่อ)

ระดับ	ลักษณะทั่วไป
4	สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าของแต่ละพจน์ และพจน์ที่เป็นลักษณะของจำนวนเมื่อกำหนดแบบรูปมาให้ และสามารถขยายความสัมพันธ์โดยการใช้คำพูดสร้างกรณีทั่วไปในลักษณะความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์แบบรูปได้ หรือหาค่าจากการกำหนดกรณีทั่วไปมาให้ได้

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก กรอบแสดงการคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (น. 65), โดยณัชชา กมล, 2548, วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ตารางที่ 2.6 กรอบลักษณะการคิดของตัวบ่งชี้ “การนำเสนอ”

ระดับ	ลักษณะทั่วไป
1	ไม่เข้าใจคำถาม หรือ สับสนเกี่ยวกับคำถาม โดยหลีกเลี่ยงการถามหรือ ตอบคำถามไม่สัมพันธ์กับข้อมูล ไม่เข้าใจเงื่อนไขของปัญหา ไม่สามารถตอบคำถาม หรือตอบคำถามไม่สัมพันธ์กับข้อมูล เดาคำตอบ ไม่สามารถอธิบายจุดบนกราฟได้เข้าใจคำถาม แต่ไม่ทราบวิธีสร้างกราฟ หรือตาราง ในการนำเสนอข้อมูลที่กำหนดให้ได้
2	เข้าใจคำถาม แต่สร้างกราฟไม่ครบสมบูรณ์ เนื่องจากใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง สร้างวิธีการนำเสนอที่ไม่ตรงกับความต้องการของโจทย์ เช่น แผนที่ หรือ เส้นแต่เรียกทั้ง สองว่ากราฟ สร้างตารางซึ่งไม่สามารถจัดระบบข้อมูลได้ เช่น ตารางค่อนข้างยากในการอ่าน อธิบายกราฟด้วยการอ่านกราฟบนแกนเดียว การเปรียบเทียบข้อมูลจากกราฟเพียงประเด็นเดียว
3	นำเสนอได้ถูกต้องและชัดเจนในบางข้อมูลของในกราฟ หรือตารางแต่บางข้อมูลไม่ตรงตามเงื่อนไข ไม่สามารถจัดระบบเงื่อนไขได้ทั้งหมดของปัญหาเมื่อกำหนดกราพมาให้อธิบายกราฟด้วยประเด็นครบถ้วนทั้งแกน x และ แกน y นำเสนอตัวแทนความคิดได้ถูกต้องและมีระบบระเบียบของข้อมูลทั้งหมดที่กำหนดให้ในรูปของกราฟหรือตาราง ภายใต้เงื่อนไขและความสัมพันธ์ของข้อมูล
4	นำเสนอข้อมูลในตารางซึ่งอย่างสมบูรณ์แบบตามข้อมูลที่กำหนดมาให้ เปรียบเทียบข้อมูลจากกราฟทั้งประเด็นของแกนกราฟทั้งสองแกน และการขยายความสัมพันธ์ของกราฟ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก กรอบแสดงการคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (น. 65), โดยณัชชา กมล, 2548, วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะ ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม
RAJABHAT CHANDRAKASEM UNIVERSITY

ตารางที่ 2.7 กรอบลักษณะการคิดของตัวบ่งชี้ “การเข้าใจตัวแปร”

ระดับ	ลักษณะทั่วไป
1	มีความลำบากในการทำความเข้าใจงานที่กำหนดให้ หรือทำงานไม่สำเร็จ ตอบคำถามไม่สัมพันธ์กับข้อมูลหรือเดาคำตอบ ไม่ทราบความหมายของตัวแปร
2	เข้าใจผิดเกี่ยวกับการดำเนินการเกี่ยวกับการแก้สมการ นิพจน์ และอสมการ ไม่เข้าใจกฎของตัวแปรว่าเหมือนกับจำนวนทั่วไป ใช้เฉพาะมุมมองเดียว ของจำนวนในการหาข้อสรุป
3	ไม่ค่อยเข้าใจในกฎของตัวแปรว่าเหมือนกับจำนวนทั่วไป ใช้จำนวนมากกว่า 2 จำนวน ในการหาข้อสรุป ไม่สามารถจัดระบบทุก ๆ เงื่อนไขของตัวแปรซึ่งนั่นไม่ชัดเจน ของสถานการณ์ที่กำหนดให้
4	เข้าใจกฎของตัวแปรสามารถให้ความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ จัดการเงื่อนไข ของตัวแปร แม้ว่าเป็นสถานการที่ซับซ้อนได้

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก กรอบแสดงการคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (น. 65), โดยณัชชา กมล, 2548, วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ซึ่งจากกรอบลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตนี้ ได้สอดคล้องกับการจัดระดับการคิดของ Bigs และ Collis ที่ระบุว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการคิดในระดับเดียวกันทั้ง 3 ตัวบ่งชี้ ซึ่งถือกรอบ ลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตนี้ สามารถนำไปปรับ และพัฒนาเพื่อนำไปใช้ในการวัดลักษณะการ คิดเชิง พีชคณิตของผู้วิจัยที่สนใจในบริบทที่หลากหลายได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ชนาธิป พรกุล (2554, น. 219-220) ได้กล่าวการวัดความสามารถในคิดไว้ว่าเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในสมอง เมื่อต้องการวัดการคิดจึงเป็นการวัดความสามารถในการคิด ซึ่งแสดงออกในลักษณะต่าง ๆ หรืออาจจะกล่าวว่า การวัดความคิดเป็นการวัดสิ่งที่แสดงร่องรอยการคิด สิ่งที่วัดแบ่งเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. ผลของการคิด แสดงให้เห็นเป็นความคิด ผลงานหรือการกระทำ เป็นต้น
2. กระบวนการของการคิด แสดงให้เห็นเป็นขั้นตอนการปฏิบัติงาน หรือแก้ปัญหาเป็นต้น
3. คุณลักษณะของบุคคล หรือเจตคติ สังเกตเห็นได้จากลักษณะการเป็นผู้ใฝ่รู้ คิดไกล คิดลึกซึ้ง คิดรอบคอบ คิดชัดเจน มีวิจารณญาณ คิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

ตารางที่ 2.8 การวัดความสามารถการคิด

สิ่งที่วัด	วิธีวัด	เครื่องมือที่ใช้
ผลของการคิด		
การคิด	ทดสอบ	แบบทดสอบการคิด
	สัมภาษณ์	แบบสัมภาษณ์
ผลงาน	ตรวจงาน	แบบตรวจงาน
การกระทำ	สังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกตพฤติกรรม
กระบวนการคิด		
ขั้นตอนการปฏิบัติงาน	สังเกตพฤติกรรมการ	แบบสังเกตพฤติกรรมการ
	ปฏิบัติงาน	ปฏิบัติงาน
ขั้นตอนการแก้ปัญหา		แบบสังเกตพฤติกรรมการ
	สังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหา	แก้ปัญหา
คุณลักษณะของบุคคล/เจตคติ		
ใฝ่รู้		
คิดไกล		
คิดลึกซึ้ง	สังเกตพฤติกรรมการคิด	แบบสังเกตพฤติกรรมการคิด
คิดรอบคอบ	สัมภาษณ์	แบบสัมภาษณ์
มีวิจารณญาณ		
คิดสร้างสรรค์		

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีการนำไปใช้. (น. 219), โดยชนาธิป พรกุล, 2554, กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

จากตารางแสดงให้เห็นว่า การวัดความคิดสามารถวัดได้จาก แบบทดสอบ แบบสังเกตพฤติกรรมการคิด แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงาน แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหา แบบสัมภาษณ์ และแบบตรวจผลงาน เป็นต้น การวัดความสามารถในการคิดสามารถวัดก่อนการจัดกิจกรรม ระหว่างการจัดกิจกรรมและหลังการจัดกิจกรรม โดยทำอย่างสม่ำเสมอและต่อเนื่อง

ปริฉัตร์ จันทร์หอม (2555, น. 156) ได้สร้างเกณฑ์การพิจารณาลักษณะที่แสดงออกถึงการคิดเชิงพีชคณิตใน 4 ลักษณะ ดังตาราง 2.9 ดังนี้

ตารางที่ 2.9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต

ลักษณะ	ระดับคะแนน	คำอธิบาย
1. ความสามารถในการวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์ และการสร้างกรณีทั่วไป	2	นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูป เพื่อขยายแบบรูป และสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปได้ถูกต้องเหมาะสม

(ต่อ)

ตารางที่ 2.9 (ต่อ)

ลักษณะ	ระดับคะแนน	คำอธิบาย
	1	นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูป เพื่อขยายแบบรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างกรณีทั่วไป ของแบบรูปได้ หรือสร้าง กรณีทั่วไปแบบรูปได้ ไม่สมบูรณ์
2. ความสามารถ ในการนำเสนอ และวิเคราะห์ สถานการณ์ ปัญหา และโครงสร้าง ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สัญลักษณ์ ทางพีชคณิต	0	นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูป เพื่อขยาย แบบรูป และไม่สามารถสร้างกรณีทั่วไป ของแบบรูปได้ หรือไม่มี ร่องรอยการดำเนินการเลย
	2	นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้าง ความสัมพันธ์ ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้าง ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน
	1	นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้างความสัมพันธ์ ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง บางส่วน
3. ความสามารถ ในการใช้ตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบาย ความสัมพันธ์ เชิงปริมาณ	0	นักเรียนไม่สามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้าง ความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้าง ทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีร่องรอย การดำเนินการเลย
	2	นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้าง ความสัมพันธ์ ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้าง ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน
	1	นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้าง ความสัมพันธ์ ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้าง ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง บางส่วน
	0	นักเรียนไม่สามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้าง ความสัมพันธ์ของ สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้าง ทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีร่องรอย การดำเนินการเลย
		นักเรียนไม่สามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (ตาราง กราฟ นิพจน์ สมการ ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และหาคำตอบได้ หรือไม่มี ร่องรอยการ ดำเนินการเลย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(ต่อ)

ตารางที่ 2.9 (ต่อ)

ลักษณะ	ระดับคะแนน	คำอธิบาย
4. ความสามารถในการวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย	2	นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องและอธิบายการเปลี่ยนแปลง ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้เพื่อยืนยันคำตอบได้ ถูกต้องสมเหตุสมผล
	1	นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องหรืออธิบายการเปลี่ยนแปลง ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้องสมเหตุสมผล อย่างใดอย่างหนึ่ง
	0	นักเรียนไม่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้องและไม่สามารถอธิบายการ เปลี่ยนแปลง ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้เพื่อยืนยัน คำตอบได้หรือไม่ร่องรอยการดำเนินการเลย

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่1 (น. 156), โดยปริฉัตร์ จันทร์หอม, 2555, กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตนี้ ได้สอดคล้องกับลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของ Cai, et al. (2005, p. 293) ที่ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนโดยได้พิจารณาถึงพฤติกรรมที่แสดงออก ที่แสดงออกถึงความสามารถใน การคิดเชิงพีชคณิต 4 ลักษณะ ของ NCTM ปี 2000 ประกอบด้วย 1) การวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน 2) การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทาง คณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต 3) การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่ออธิบาย ความสัมพันธ์เชิงปริมาณ 4) การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย เป็นเป้าหมายเพื่อบรรลุถึงการคิดเชิงพีชคณิต

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556, p. 55) ได้กล่าวว่า การวัดความสามารถในการคิดนั้น ควรเน้นที่กระบวนการการคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหามากกว่า การวัดความรู้ในเนื้อหาวิชาตามสาระของหลักสูตรและเน้นเนื้อหาทั่วไปที่สอดคล้องกับการดำเนินชีวิตประจำวันของผู้เรียน ดังนั้นเครื่องมือการวัดความสามารถในการคิดจึงหลีกเลี่ยงการวัดความรู้ความจำ เน้นการมองปัญหา การค้นหาวิธีและการตัดสินใจเลือกวิธีการเพื่อแก้ปัญหาเมื่อพบปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน ซึ่งเครื่องมือวัดความสามารถในการคิดมีอยู่หลายรูปแบบ เช่น ข้อสอบแบบสัมภาษณ์ แบบสังเกต เป็นต้น

ดังนั้น ในการวิจัยผู้วิจัยได้ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตจากแบบวัดความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตแบบสัมภาษณ์นักเรียนในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน โดยสรุปลักษณะของการคิดเชิงพีชคณิต แบ่งเป็น 3 ลักษณะ คือ 1) การวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และการสร้างกรณีทั่วไป เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ 2) การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทาง

คณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต 3) การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย และใช้เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงพีชคณิตของ ปริฉัตร์ จันทร์หอม (2555, น. 156) ดังตารางที่ 2.10

ตารางที่ 2.10 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

ลักษณะ	ระดับคะแนน	คำอธิบาย
1. ความสามารถในการวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และการสร้างกรณีทั่วไป เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ	2	นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูปเพื่อขยายแบบรูป สร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปได้ถูกต้องเหมาะสม และใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (ตาราง กราฟ นิพจน์ สมการ) ในการแก้สถานการณ์ปัญหาและหา คำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูปเพื่อขยายแบบรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปได้ หรือสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปได้ไม่สมบูรณ์ และใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (ตาราง กราฟ นิพจน์ สมการ) ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้แต่ไม่ถูกต้อง สมบูรณ์
	0	นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูปเพื่อขยายแบบรูป ไม่สามารถสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปได้ และไม่สามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (ตาราง กราฟ นิพจน์ สมการ) ในการแก้สถานการณ์ปัญหาและหา คำตอบได้ หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการเลย
2. ความสามารถในการนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต	2	นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้างความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทาง คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้างความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	นักเรียนไม่สามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้างความสัมพันธ์ของ สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการเลย

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 2.10 (ต่อ)

ลักษณะ	ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3. ความสามารถในการวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย	2	นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องและอธิบายการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ เพื่อยืนยันคำตอบได้ถูกต้องสมเหตุสมผล
	1	นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องหรืออธิบายการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ ได้ถูกต้องสมเหตุสมผลอย่างใดอย่างหนึ่ง
	0	นักเรียนไม่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้องและไม่สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลง ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา ที่กำหนดให้เพื่อยืนยันคำตอบได้หรือไม่ร่องรอยการ ดำเนินการเลย

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 (น. 156), โดยปริฉัตร์ จันทร์หอม, 2555, คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏพหลสารคาม
PAJARHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตกับการคิดเชิงพีชคณิตได้มีผู้วิจัยศึกษาค้นคว้าทั้งภายในประเทศและต่างประเทศ ดังนี้

2.3.1 งานวิจัยในประเทศ

2.3.1.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของการคิดเชิงความสัมพันธ์

ภานุชนารถ ทวีชาติ (2563, น. 78) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้คือ 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีการคิดเชิงความสัมพันธ์โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง 4) ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์ในระดับปานกลาง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 52 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .01 และจากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนทราบว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาอะไร มีการวางแผนโดยการกำหนด ตัวแปรได้ เขียนสมการได้ แต่ยังมีบางคนที่เขียนสมการไม่ครบถ้วน และนักเรียนสามารถแก้ระบบสมการได้ แต่มีผิดพลาดในเรื่องถอดวงเล็บ เครื่องหมายบวก ลบ คูณ หาร และส่วนมากจะมองข้ามขั้นตรวจสอบคำตอบเพราะไม่สำคัญ หรือมีการตรวจคำตอบแต่แทนค่าตัวแปรผิด

โศจิวัจน์ เสริฐศรี (2553, น. 45-46) ได้ทำการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษา พบว่า กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การค้นหาความสัมพันธ์ 2) ขั้นการใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ 3) ขั้นการสร้างข้อสรุป 4) ขั้นการตรวจสอบและยืนยันข้อสรุป ผลการทดลองใช้ มีดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้หลังการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียน

2. ความความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตหลังเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

3. ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ มีพัฒนาการสูงขึ้น

สุกัญญา หะยีสาและ (2554, น. 82-84) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผลที่ได้ 1 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิด เชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์ และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็มมากกว่า ร้อยละ 50 ของจำนวน นักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 05 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิด เชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถใน การคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ 3) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ นักเรียนที่มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ มีจำนวนมากขึ้น โดยด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ นักเรียนสามารถเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับ ได้อย่างหลากหลาย และสามารถหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้อง ตลอดจนสามารถใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณได้ ในขณะที่ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย นักเรียนสามารถเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายโดยใช้ทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบ แสดงร่องรอยการชิตเขียนโดยใช้เส้นเชื่อมจำนวนที่สัมพันธ์กันใช้ลูกศรหรือแผนภาพเปรียบเทียบจำนวนที่กำหนด และใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ สำหรับด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวน และการดำเนินการ นักเรียนสามารถใช้สมบัติสลับที่สมบัติการเปลี่ยนหมู่และสมบัติพื้นฐานอื่น 1 ช่วยในการหาคำตอบทำให้ลดขั้นตอนในการคิดคำนวณ

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นิตยา ละดาดาษ (2560, น. 73-74) ได้ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนบ้านปลาขา อำเภอนาเชือก จังหวัดมหาสารคาม ผลการวิจัยพบว่านักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายมีการคิดเชิงสัมพันธ์ที่ระดับ 0 และจากผลการสัมภาษณ์การคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนมุ่งเน้นการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์โดยใช้การคำนวณ เน้นการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอน และมองภาพรวมของประโยคสัญลักษณ์ จากการสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การพัฒนาควรเริ่มต้นจากความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเครื่องหมายเท่ากับ โดยการพัฒนาผ่านกระบวนการเรียนการสอนประโยคสัญลักษณ์ อีกทั้งนักเรียนควรได้รับการพัฒนาการคิดเชิงสัมพันธ์ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนพีชคณิตในระดับสูงขึ้น

ทิวานนท์ สูบผอม (2555, น. 55-58) ได้พัฒนาทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ผลของการวิจัยพบว่า โดยภาพรวมก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่สร้างข้อสรุปโดยใช้ การคำนวณ และหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ เมื่อวิเคราะห์เป็น รายบุคคลพบว่า หลังเรียนนักเรียนทุกคนมีระดับทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน และเมื่อพิจารณาเป็นรายชั้นพบว่า ก่อนเรียนทั้งสามชั้นมีทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ แตกต่างกันเล็กน้อย โดยนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีพื้นฐานของการคิดเชิงความสัมพันธ์ สูงกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ 5 แต่หลังเรียนพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ 5 พัฒนาระดับทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ใกล้เคียงกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แสดงว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นสามารถใช้ได้ กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายในการหาคำตอบ แสดงร่องรอยการชิตเขียนโดยใช้เส้นเชื่อมจำนวนที่สัมพันธ์กัน ใช้ลูกศรหรือแผนภาพเปรียบเทียบจำนวนที่กำหนดและใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ สำหรับด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ นักเรียนสามารถใช้สมบัติสลับที่สมบัติการเปลี่ยนหมู่และสมบัติพื้นฐานอื่น 1 ช่วยในการหาคำตอบทำให้ลดขั้นตอนในการคิดคำนวณ

2.3.1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของการคิดเชิงพีชคณิต

ณัชชา กมล (2554, p. 18) ได้ศึกษาการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในระดับชั้น ประถมศึกษาตอนปลาย มีวัตถุประสงค์หลัก 2 ประการคือ เพื่อพัฒนากรอบแสดงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย และเพื่อพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งตัวบ่งชี้ในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนคือ เรื่องแบบรูป และประโยคเปิดของจำนวน ซึ่งนำเสนอระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนเป็น 4 ระดับใน 2 ตัวบ่งชี้ โดยในตัวบ่งชี้แรก เรื่องแบบรูป การคิดของนักเรียนในระดับที่ 1 นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ ทำให้ไม่สามารถหาค่าของพจน์ถัดไปและพจน์ต่าง ๆ ของแบบรูปได้ หรือตอบคำถามโดยการเดา นักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตในระดับที่ 2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ แต่เป็นการวิเคราะห์เพียง 1 มิติคือการมองค่าของแต่ละพจน์ที่เปลี่ยนไป แต่ไม่สนใจตำแหน่งของพจน์ที่เปลี่ยนไป ทำให้ไม่สามารถหาค่าของพจน์ไกล ๆ ได้ ส่วนระดับที่ 3 นักเรียนสามารถวิเคราะห์ทั้งตำแหน่งของพจน์ในแบบรูปและค่าของ พจน์ในตำแหน่งนั้นได้ ทำให้ได้สูตร หลักการในการหาคำตอบในแบบรูปได้แต่ไม่สามารถอธิบายที่มาของสูตรได้ชัดเจน ส่วนระดับที่ 4 นักเรียนสามารถหาข้อสรุปโดยผ่านการวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ของ

ข้อมูลทั้งหมดในแบบรูปได้อย่างชัดเจน ในส่วนของประโยคเปิดของจำนวนนั้น ในระดับที่ 1 นักเรียนไม่เข้าใจความสัมพันธ์ของข้อมูลในประโยคเปิด ทำให้มองรูปแบบของ ประโยคเปิดใหม่ โดยนำจำนวนทั้งหมดที่กำหนดให้ในประโยคเปิดมาดำเนินการกัน แล้วนำคำตอบที่ได้เติมลงในช่องว่าง ในขณะที่ระดับที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของประโยคเปิดที่กำหนดให้ในรูปของโจทย์เท่ากับ คำตอบ ดังนั้นนักเรียนจึงดำเนินการกับจำนวนอีกข้างหนึ่งของเครื่องหมายเท่ากับ แล้วนำคำตอบที่ได้เติมลงในช่องว่างโดยไม่สนใจจำนวนที่อยู่ข้างเดียวกันกับ คำตอบ ในระดับที่ 3 นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของประโยคเปิดที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง โดยมองในรูปของผลลัพธ์ทางซ้ายมือเท่ากับผลลัพธ์ทางขวามือของประโยคเปิด แต่ในการดำเนินการ หาคำตอบใช้การคำนวณเป็นหลัก ในขณะที่ระดับที่ 4 นักเรียนมองประโยคเปิดที่กำหนดให้ โดยพิจารณาความสัมพันธ์ของแต่ละจำนวนในประโยคจึงทำให้สามารถวิเคราะห์ได้ว่าจำนวนที่จะนำมาเติมลงในช่องว่างของประโยคเปิดต้องเป็นจำนวนที่ทำให้ทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับมี ค่าเท่ากัน

ปริฉัตร์ จันทร์หอม (2555, p. 58) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่าข้อที่ 1 นักเรียนกลุ่มทดลองมี ความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ข้อที่ 2 นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ข้อที่ 3 นักเรียนกลุ่ม ทดลองมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ข้อที่ 4 นักเรียนกลุ่มทดลองนำเสนอวิธีคิดเชิงพีชคณิตที่หลากหลาย เช่น ตาราง แผนภาพ กราฟ นิพจน์ สมการและการเขียนอธิบาย และความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการที่ดีขึ้น

พัชรินทร์ อินแสน (2559, p. 75) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต เรื่อง สมการและการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เรื่องสมการและการแก้สมการ มีการพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตในด้านการแยกแยะข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา การใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ และการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนโดยการวิเคราะห์ ข้อมูลจาก แบบฝึกหัดท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 1-3 แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงพีชคณิต และแบบ สัมภาษณ์ การคิดเชิงพีชคณิต 2) นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบ ฮิวริสติกส์ มีพัฒนาการของการคิดเชิงพีชคณิตการดีขึ้นอย่างเป็นลำดับ

วลัยพรรณ ปิยพงศ์พันธ์ (2558, p. 44) ได้ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิต เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ฝ่ายมัธยมศึกษา (ศึกษาศาสตร์) อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนทั้งหมด 34 คน เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลประกอบไปด้วย แบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารพหุนาม แบบอัตนัย และการสัมภาษณ์แบบมี

โครงสร้าง การวิเคราะห์ข้อมูลตามกรอบแนวคิดของ Pierce & Stacey (2007, p. 1) ผลการวิจัยพบว่าการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนมีลักษณะ ดังนี้

1. การบวกพหุนาม สามารถแบ่งการคิดเชิงพีชคณิตออกเป็น 1) การตระหนักรู้ถึงองค์ประกอบและสมบัติพื้นฐาน: นักเรียนหาผลบวกของพหุนามโดยการนำเอกนาม คล้ายมาบวกกัน 2) การกำหนดเอกลักษณ์ของโครงสร้าง: นักเรียนมีการถอดวงเล็บของพหุนาม ก่อนที่จะทำการบวก มีการเรียงลำดับของดีกรีของพหุนามและให้ความสำคัญกับเครื่องหมายทาง คณิตศาสตร์ 3) การแสดงถึงเอกลักษณ์ของคุณสมบัติที่สำคัญ: นักเรียนสามารถใช้เอกลักษณ์หรือสมบัติต่าง ๆ ในการหาผลบวกของพหุนาม

2. การลบพหุนาม สามารถแบ่งการคิดเชิงพีชคณิต ออกเป็น 1) การตระหนักรู้ถึงองค์ประกอบและสมบัติพื้นฐาน: นักเรียนหาผลต่างของพหุนามโดย การบวกลบกันของเอกนามคล้าย 2) นักเรียนหาผลต่างของพหุนามโดยมีการถอดวงเล็บของพหุ นามก่อนที่จะทำการบวกลบพหุนาม เรียงลำดับดีกรีของพหุนาม ให้ความสำคัญกับเครื่องหมายทาง คณิตศาสตร์ 3) การแสดงถึงเอกลักษณ์ของคุณสมบัติที่สำคัญ: นักเรียนใช้เอกลักษณ์หรือสมบัติ ต่างๆ ช่วยในการหาผลต่างของพหุนามและให้ความสำคัญกับเครื่องหมายที่อยู่หน้าวงเล็บ

3. การคูณพหุนาม สามารถแบ่งการคิดเชิงพีชคณิตออกเป็น 1) การตระหนักรู้ถึงองค์ประกอบและสมบัติพื้นฐาน: นักเรียนใช้สมบัติการแจกแจงของการคูณในการหาผลคูณของพหุนาม 2) การกำหนด เอกลักษณ์ของโครงสร้าง: การคูณในแต่ละพจน์ของพหุนามนั้นจะนำค่าคงตัวคูณกันและคูณด้วยผล คูณของตัวแปร และนำผลคูณของแต่ละพจน์มาบวกกัน 3) การแสดงถึงเอกลักษณ์ของคุณสมบัติที่สำคัญ: นักเรียนใช้เอกลักษณ์หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ในการจัดรูปแบบของพหุนามให้ต่างออกไปจากเดิม และให้ความสำคัญกับเครื่องหมายในการคูณกันของพหุนามแต่ละพจน์

4. การหาร พหุนาม สามารถแบ่งการคิดเชิงพีชคณิตออกเป็น 1) การตระหนักรู้ถึงองค์ประกอบและสมบัติ พื้นฐาน: นักเรียนระบุตัวตั้งกับตัวหารและหาวิธีการในหารที่มีความเหมาะสมกับที่โจทย์กำหนดให้ 2) การกำหนดเอกลักษณ์ของโครงสร้าง: นักเรียนเข้าใจในโครงสร้าง และวิธีการในการหาผลหาร ตามวิธีการที่นักเรียนใช้ในการดำเนินการหารได้ถูกต้อง 3) การแสดงถึงเอกลักษณ์ของคุณสมบัติที่สำคัญ: นักเรียนใช้เอกลักษณ์หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ในการหาผลหารและตรวจสอบผลลัพธ์ จากการหาร

ณัฐวี บุญปลอด (2561, p. 35) ได้ศึกษาการศึกษาวิธีการคิดเชิงพีชคณิต ในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป (patterns) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ปีการศึกษา 2561 จำนวน 490 คน กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 76 คน โดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบการการคิดเชิงพีชคณิต จำนวน 4 ข้อ การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ความถี่ ร้อยละ และการ วิเคราะห์ข้อมูลตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีวิธีการคิด เชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown มากที่สุด คือ การแสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา และน้อยที่สุดคือ การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบ ทางคณิตศาสตร์มาใช้อย่างเหมาะสม ในส่วนคะแนนนักเรียนได้คะแนนการคิดวิเคราะห์เชิง พีชคณิตตามกรอบแนวคิด

ของ Herbert and Brown มากที่สุดคือ แบบรูปของจำนวน รองลงมาคือ แบบรูปเรขาคณิต และแบบรูปซ้ำตามลำดับ และจากการวิเคราะห์แบบทดสอบของนักเรียนพบว่า นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown ทั้ง 4 ลักษณะ จะสามารถหากรณีทั่วไปของแบบรูปได้ถูกต้อง

อริสา วงศ์อินตา และ หล้า ภวภูตานนท์ (2561, p. 11) การวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพมาศึกษาหาคำตอบของงานวิจัย เกี่ยวกับปรากฏการณ์หรือตัวแปรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ทางการศึกษาโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะการคิดเชิงพีชคณิต เรื่องการแยกตัว ประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 การเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 หัวข้อ ดังนี้ 1) การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว ax^2+ bx +c เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ c = 0 2) การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว ax^2+ bx +c เมื่อ a = 1 b และ c เป็นจำนวนเต็ม และ b ≠ 0, c ≠ 0 และ 3) การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว ax^2+ bx +c เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม และ a, b ≠ 0 และ C ≠ 0 จำนวน 7 ข้อ นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ตามกรอบแนวคิดของ Pierce and Stacey (2007) ผลการวิจัย พบว่าการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนมีลักษณะ ดังนี้ 1) การตระหนักรู้องค์ประกอบและสมบัติ พื้นฐาน: นักเรียนทราบถึงค่าแต่ละพจน์มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม 2) การกำหนดเอกลักษณ์ของโครงสร้าง: นักเรียน สามารถมองเห็นโครงสร้างย่อยที่มีตัวประกอบร่วมกัน และ 3) การหาเอกลักษณ์ของคุณสมบัติที่สำคัญ: นักเรียนสามารถดึงตัวประกอบร่วม โดยใช้สมบัติการแจกแจง และส่วนใหญ่พบว่า นักเรียนที่เกิดความผิดพลาดในการแยกตัวประกอบของพหุนาม เนื่องจากนักเรียนขาดลักษณะการคิดเชิงพีชคณิต

ปิยพรรณ สุโขยะชัย (2562, p. 2) การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ (2) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวนนักเรียน 90 คน ซึ่งได้มา จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) การวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1 ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ ระยะที่ 2 ศึกษา ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยจำแนก นักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีการคิดเชิงพีชคณิตสูง และกลุ่มที่มีการคิดเชิงพีชคณิตต่ำ โดย เลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) มากลุ่มละ 3 คน รวมเป็น 6 คน (กรณีศึกษา) มาแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ การ แจกแจงความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี (Case Study Method) โดยนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis)ผลการวิจัย พบว่า (1) การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยภาพรวมอยู่ใน ระดับปานกลาง และเมื่อพิจารณาตามลักษณะของการคิด

เชิงพีชคณิต ลักษณะที่ 1 การวิเคราะห์แบบ รูป ความสัมพันธ์ และการสร้างกรณีทั่วไปเพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ อยู่ในระดับสูง ลักษณะที่ 2 การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้ สัญลักษณ์ทางพีชคณิต อยู่ในระดับปานกลาง และลักษณะที่ 3 การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงใน บริบทที่หลากหลาย อยู่ในระดับปานกลาง และ (2) ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอยู่ในระดับสูง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .765 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนที่มีการคิดเชิง พีชคณิตอยู่ในกลุ่มสูง มีความมั่นใจ คิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล พยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการ ที่หลากหลาย คำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำ และนักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในกลุ่มต่ำ ไม่มีความมั่นใจ ไม่สามารถบอกลำดับขั้นตอนของแนวคิดได้ถูกต้องทั้งหมด นักเรียนกลุ่มนี้จะไม่มีความพยายามในการแก้ปัญหา ไม่มีทักษะการคำนวณ ทำให้ไม่แม่นยำให้การคำนวณหาคำตอบ จึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

2.3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

2.3.2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์

Vishnu Napaphun (2012 , pp. 99)ได้ออกแบบวิธีการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตในระดับประถมศึกษา ได้รับการออกแบบให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนต้นส่วนใหญ่เป็นไปได้สำหรับที่จะเข้าใจและได้รับประโยชน์จากการเปิดรับแนวคิด ทั้งเลขคณิตและพีชคณิตมีพื้นฐานมาจากแนวคิดพื้นฐานเดียวกันซึ่งหมายความว่าเราสามารถจัดการการเรียนรู้เลขคณิตในระดับประถมศึกษาเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้พีชคณิตในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ทักษะการคิดเชิงสัมพันธ์สามารถสนับสนุนการพัฒนาการใช้เหตุผลเชิงพีชคณิตในขณะเดียวกันก็ปรับปรุงการเรียนรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับเลขคณิต

Ayhan Kiziltoprak and Nilufer Yavuzsoy Kose (2017, pp. 143) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาทักษะการคิดเชิงสัมพันธ์ ซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญของการเปลี่ยนผ่านจากเลขคณิตเป็นพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่าทักษะการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนสามารถพัฒนาได้ตั้งแต่อายุยังน้อย ครูระดับประถมศึกษาและครูคณิตศาสตร์มีความรับผิดชอบอย่างมากในการสอนไม่เพียงแต่คุณสมบัติพื้นฐานของการดำเนินการเท่านั้น แต่ยังรวมถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขและการดำเนินการผ่านประโยคตัวเลขและการอภิปรายในชั้นเรียนด้วย โดยเฉพาะอย่างยิ่งครูโรงเรียนประถมศึกษาสามารถจัดให้มีการฝึกอบรมในการบริการเกี่ยวกับวิธีพัฒนาความคิดเชิงสัมพันธ์ จุดสำคัญที่ครูคณิตศาสตร์ควรจำไว้คือนักเรียนอาจขาดความรู้เกี่ยวกับความหมายของเครื่องหมายเท่ากับและเกี่ยวกับแนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และคุณสมบัติที่เกี่ยวข้อง ดังนั้นจึงสามารถจัดโปรแกรมการพัฒนาวิชาชีพบนเว็บและการฝึกอบรมในบริการเพื่อเน้นบทบาทของการคิดเชิงสัมพันธ์ในการจัดโครงสร้างย่อยสำหรับการคิดเชิงพีชคณิต

Carpenter, Levi, Franke, and Zeringue (2005, pp. 33-37) ศึกษาแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนมาแล้ว 8 ปีในรายงานวิจัยครั้งนี้พวกเขารายงานผลการสนับสนุนส่งเสริมแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ที่ทำกับนักเรียนโดยแสดงบทสนทนาระหว่างครูที่ได้รับการอบรมเรื่องการสอนให้คิดเชิงสัมพันธ์มาแล้วกับนักเรียนเกรด 3 จำนวนสองคนโดยเน้นไปที่สมบัติการแจกแจงสองตัวอย่างตัวอย่างแรกอธิบายประกอบถึงวิธีที่ครูต่อยอดความคิดของนักเรียนตามลำดับ

ของประโยคจำนวนเพื่อช่วยนักเรียนในการเริ่มต้นโยงความสัมพันธ์เกี่ยวกับข้อเท็จจริงของจำนวนในเรื่องการคูณโดยใช้สมบัติการแจกแจงตัวอย่างที่สองแสดงให้เห็นนักเรียนอีกคนหนึ่งที่มีความสามารถในการใช้สมบัติการแจกแจงและการขยายความรู้ของเขางานวิจัยนี้ชี้ให้เห็นว่าครูสามารถพัฒนาแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนได้โดยการใช้ลักษณะคาถามและลาดับของปัญหาที่ใช้ถามอย่างเหมาะสม

Stephens (2006, pp. 122-125) ศึกษาแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์กับกลุ่มตัวอย่างเกรด 5-7 จากสองโรงเรียนในประเทศออสเตรเลียจำนวน 301 คนโดยให้นักเรียนตอบแบบสอบถามซึ่งเป็นประโยคเปิดของจำนวน (Open or Missing Number Sentences) ในสามลักษณะที่แตกต่างกันลักษณะของประโยคเปิดในกลุ่มแรกจะง่ายต่อการแก้ปัญหาด้วยการคิดคำนวณ (Computational Thinking) ลักษณะของประโยคเปิดในกลุ่มที่สามจะคิดคำนวณยากขึ้นแต่จะง่ายหากนักเรียนแก้ปัญหาด้วยการใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ผลปรากฏว่านักเรียนส่วนใหญ่หาคำตอบโดยการคิดคำนวณและมีนักเรียนจำนวนน้อยที่ใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ผลอีกประการหนึ่งคือจำนวนของนักเรียนที่ใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ในเกรด 7 มีจำนวนมากกว่าในเกรด 6 และเกรด 5 ตามลำดับจากการศึกษาครั้งนี้ Step hens ได้วิเคราะห์ความสม่ำเสมอในการคิดโดยจำแนกนักเรียนออกเป็นสามประเภทได้แก่ประเภทที่ใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ตลอดทั้งสามลักษณะของคำถาม (SR-Stable Relational)ประเภทที่คิดคำนวณตลอดทั้งสามลักษณะของคำถาม (SA-Stable Arithmetical) และประเภทที่ไม่ได้ใช้การคิดแบบใดแบบหนึ่งเพียงแบบเดียว (NS-Not Stable) ผลในส่วนนี้พบว่าการสอนคณิตศาสตร์ของครูที่แตกต่างกันในโรงเรียนทั้งสองโรงเรียนส่งผลต่อวิธีการเลือกที่จะใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์หรือใช้การคิดคำนวณของนักเรียน

Lei Bao (2013, pp. 112-115) ได้ทำการศึกษาการใช้รูปแบบดัดแปลงของการศึกษาบทเรียนเพื่อพัฒนานักเรียนการคิดเชิงสัมพันธ์ในชั้นปี 4, 5 และ 6 พบว่าการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนในการแก้ประโยคจำนวนเปิดมีประสิทธิผลสำหรับทั้งครูและนักเรียน มันให้โอกาสอย่างชัดเจนสำหรับครูในการค้นพบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับเครื่องหมายที่เท่ากันและพวกเขาจำเป็นต้องให้ความสนใจกับประโยคโดยรวม จากการศึกษาบทเรียนนักเรียนเกือบทุกคนภายใต้กลวิธีการคิดเชิงสัมพันธ์และความเข้าใจผิดของเด็กที่ต้องได้รับการแก้ไขโดยตรง

Kindrat (2018, pp. 154-156) ได้ศึกษาการเสริมสร้างการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่เจ็ดผ่านคณิตศาสตร์จิต พบว่า 1) นักเรียนได้รับการประเมินที่จุดสามครั้งเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาความเท่ากัน และให้เหตุผลเกี่ยวกับประโยคจำนวนจริงเท็จการศึกษา 2 ตรวจสอบผลกระทบระยะยาวและรวมถึงการวัดการคำนวณทางจิตของนักเรียนการศึกษา 3 ตรวจสอบว่าผลกระทบต่อการคิดเชิงสัมพันธ์ของการแทรกแซงคณิตศาสตร์จิตสามารถเพิ่มได้มากกว่าที่สังเกตในการศึกษาที่ 1 และ 2 โดยรวมแล้วหมายถึงคณิตศาสตร์จิตความเท่ากันและการใช้เหตุผลเกี่ยวกับคะแนนประโยคที่เป็นเท็จจำนวนมากขึ้นตามการแทรกแซงแนะนำการเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างการคำนวณทางจิตและการคิดเชิงสัมพันธ์ การลดภาระการรับรู้ระหว่างการคำนวณทางจิตไม่ได้มีผลต่อการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนในการศึกษา 3 จากการศึกษางานวิจัยพบว่ายังไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นข้อสนเทศให้นักการศึกษาทั่วไปตระหนักถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนกับการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ อันจะเป็นแนวทางในการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับเด็กแต่ละคน อีกทั้งจะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

2.3.2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิต

Dianaf and Debra (2004, pp. 65-90) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ การพัฒนาความสามารถในการคิดเชิง พีชคณิตโดยผ่านกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 7 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างลักษณะของรูปแบบทั่วไปที่ นักเรียนสร้างขึ้นเอง กับแผนผังตาม แบบที่มีอยู่แล้ว โดยใช้ข้อมูลที่มีแสดงขยาย และสรุปรูปแบบทั่วไปของแบบจำลอง และสร้างความสัมพันธ์เชิงปริมาณ ผ่านการพูดและสื่อสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Lew (2004, pp. 88-106) ได้ศึกษากรณีศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ของเกาหลี เกี่ยวกับ การคิดเชิง พีชคณิต ผลการศึกษาสามารถระบุชนิดความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตได้ 6 แบบ คือ การคิดหา กรณีทั่วไป การคิดเชิงนามธรรม การคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ การคิดหาแบบจำลอง และการจัดระบบ ซึ่งการศึกษาครั้งนี้สามารถชี้ให้เห็นทิศทางใหม่ในการส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนได้

Cai, Ng, and John (2011, p. 199) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต ภายใต้การจัดการเรียนการสอนของหลักสูตรคณิตศาสตร์ประเทศจีนและประเทศสิงคโปร์ ผลการศึกษาพบว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ของจีนและสิงคโปร์มีลักษณะของหลักสูตรที่มีความ หลากหลาย ภายใต้บริบทที่แตกต่าง แต่ลักษณะแนวทางการจัดการเรียนการสอนทั้งสองประเทศมีความสอดคล้องกับแนวคิดโมเดลเมธอดซึ่งมีความเอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการคิดเชิง พีชคณิตของนักเรียน

Warren & Cooper (2008, pp. 113-126) ได้ตรวจสอบการกระทำของครูในด้านกิจกรรม คำถาม และการสนทนาที่สนับสนุนการพัฒนาความคิดเชิงพีชคณิตในช่วงต้นในห้องเรียนระดับประถมศึกษา การศึกษาดำเนินการในห้าห้องเรียนและประกอบด้วยการทดลองสอนที่เน้นการพัฒนาความเข้าใจ เรื่องความสมดุลและสมการ, ฟังก์ชั่น, แบบรูป และการคำนวณทางคณิตศาสตร์ในรูปทั่วไปในบทความนี้พวกเขารายงานเกี่ยวกับหนึ่งในการทดลองที่เกี่ยวข้องกับแบบรูปการณ์ทำซ้ำและรูปแบบ การเติบโตทางเรขาคณิต ในขณะที่ผู้เขียนเริ่มงานของพวกเขาพวกเขาตระหนักว่านักเรียนใช้เวลาอย่างมากในช่วงปีแรก ๆ มีเหตุผลสำคัญสามประการในการสำรวจแบบรูปการณ์เติบโตทางเรขาคณิต ในห้องเรียนของโรงเรียนประถมศึกษา: (1) นักเรียนสามารถสร้างแบบรูปการแสดงจำนวนได้ (2) สามารถใช้การแสดงเกี่ยวกับแนวคิดของตัวแปรได้ และ (3) สามารถใช้นิพจน์เพื่อสร้างสมการได้ วัตถุประสงค์เฉพาะของการศึกษาคือการระบุและกำหนดลักษณะกิจกรรมที่ช่วยให้นักเรียน ระดับประถมศึกษาแยกแยะแบบรูปที่ซ้ำกันออกจากแบบรูปที่การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างชุด ข้อมูลกับแบบรูปและเพื่อพัฒนาความตระหนักของแบบรูปและตารางค่า

Wi (2011, p. 665) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตโดยใช้วิธีการแก้ปัญหา ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์หรือกระบวนการโดยผ่านการสนทนาโดยผ่านการสนทนาระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิต และมุมมองเกี่ยวกับความสามารถที่จะพัฒนาพีชคณิตของคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดของพวก เขาและแบ่งปันประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน และนักเรียนสามารถวิเคราะห์วิธีแก้ปัญหาที่มีความเหมาะสมที่สุดโดยกล่าวถึง ขั้นคิดเป็นแบบแผนหรือการคิดเป็นนามธรรม อายุ 11-15 ปี เด็กวัยนี้มีพัฒนาการทางด้านความรู้ความเข้าใจถึงระดับสูงสุดและไม่จำเป็นที่คนทุกคนจะบรรลุถึงขั้นนี้ได้ จุดเด่นของเด็กวัยนี้คือ สามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผลกับปัญหาทุกชนิด สามารถแก้ปัญหาอย่างมีระบบระเบียบสามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่เข้าใจถึงสิ่งที่เป็นนามธรรมได้เข้าใจเรื่องข้อตกลงเบื้องต้นอันเป็นข้อความที่ถูกกำหนดว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องมีหลักฐานยืนยันทำให้เด็กมีความสามารถในการคิดถึงสิ่งที่เป็นอุดมคติ เด็กจะมีแบบแผนของการให้เหตุผลที่เป็น ระบบและเกี่ยวข้องกับกระบวนการที่ซับซ้อน เมื่อเผชิญกับสิ่งใด ๆ เขาต้องพยายามตรวจสอบให้แน่ใจไม่ใช่ยอมรับอย่างง่าย ๆ ตามที่ได้มีการรับรู้เหมือนกับเด็กในขั้นก่อนหน้านี้ เด็กในขั้นนี้มักจะคิดอะไรในรูปแบบของพีชคณิตโดยการกำหนดสัญลักษณ์แทนความคิดหรือปริมาณที่เกี่ยวข้อง มีการกำหนดสมมุติฐานช่วยในการหาคำตอบ สามารถใช้การให้เหตุผลที่เป็นนามธรรมตามหลักตรรกศาสตร์ที่มีแบบแผน สามารถใช้การให้เหตุผลแบบสมมุติฐาน-อนุมาน (Hypothetico Deductive) คือเมื่อเผชิญปัญหาเด็กจะตั้งสมมุติฐานขึ้นและหาข้อสรุปจากสมมุติฐานที่กำหนดไว้ สามารถใช้การให้เหตุผลแบบซิลโลจิสติก (เช่น คนทุกคนมี 2 ขา แดงเป็นคน ดังนั้นแดงมีสองขา) สามารถประเมินความสมเหตุสมผลของข้อสรุปของตนเองหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของสมมุติฐานได้ สามารถคิดในลักษณะของประพจน์ เช่น การให้เหตุผลในรูปแบบประโยค ถ้า...แล้ว สามารถคาดคะเนผลลัพธ์ที่ควรจะเป็น เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างส่วนรวมกับส่วนย่อยได้ดี สามารถใช้การคิดแบบสะท้อน (สามารถแก้ปัญหา เช่น ก ขาวกว่า ข และ ข ขาวกว่า ค ถามว่าใคร คำที่สุด) สามารถคิดคำนวณหาคำตอบของปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนและอัตราส่วนได้ สามารถจัดระบบของการรวมกลุ่มอย่างมีลำดับขั้น (เช่น การจัด ระบบหนังสือในห้องสมุด) และสามารถ สร้างแนวความคิดของตนเองได้จะเห็นว่าเด็กอายุ 1-15 ปี หรืออยู่ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จะคิดอย่างมีเหตุผลกับปัญหาทุกชนิด สามารถแก้ปัญหาอย่างมีระบบระเบียบสามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่เข้าใจถึงสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ เข้าใจเรื่องข้อตกลงเบื้องต้นอันเป็นข้อความที่ถูกกำหนดว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องมีหลักฐานยืนยัน (สัจพจน์) ซึ่งทำให้เด็กมีความสามารถในการคิดถึงสิ่งที่เป็นอุดมคติ เด็กจะมีแบบแผนของการให้เหตุผลที่เป็นระบบและเกี่ยวข้องกับกระบวนการที่ เด็กในขั้นนี้ มักจะคิดอะไรในรูปแบบของพีชคณิตโดยการกำหนดสัญลักษณ์แทนความคิดหรือปริมาณที่ เกี่ยวข้อง

Walkowiak (2014, p. 144) ได้ศึกษาการพัฒนาการการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้การเจริญเติบโตของภาพที่ทำหน้าที่แป็นบริบทเพื่อสำรวจการทำเป็นกรณีทั่วไป การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบว่านักเรียนระดับ ประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นวิเคราะห์แบบรูปของภาพโดยเน้นไปที่การใช้เหตุผลเชิงตัวเลขหรือการใช้เหตุผลเชิงรูปภาพ การสัมภาษณ์เพื่อสอบถามนักเรียนว่ากลยุทธ์ที่ใช้อธิบายการทำเป็นกรณีทั่วไปเป็นอย่างไร โดยพบว่านักเรียนที่มีอายุมากกว่าจะใช้เหตุผลเชิงตัวเลขมากกว่า

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นักเรียนที่มีอายุน้อย แต่นักเรียนทุกคน ไม่ได้ใช้เหตุผลเชิงตัวเลขหรือเชิงรูปภาพเพียงอย่างเดียว การทำเป็นกรณีทั่วไปของนักเรียนแสดงออกโดยการคำอธิบายอย่างไม่เป็นทางการและการใช้สัญกรณ์อย่างเป็นทางการ ผลการวิจัยพบว่าแบบรูปการเจริญเติบโตของภาพเป็นเครื่องมือที่มี แนวโน้มสำหรับการพัฒนาของนักเรียนเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิต

Moonpo, Inprasitha & Changsri (2018, p. 27) ได้ทำการศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต ในนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นนักเรียนที่เรียนในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการศึกษา ชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ผลการวิจัยพบว่าลักษณะของการใช้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 1 มีดังนี้ 1) การใช้พีชคณิตเชิงนิพจน์เพื่อเป็นตัวแทนของสถานการณ์การบวกและ การวางตัวสถานการณ์เพื่อเป็นตัวแทนของนิพจน์ที่กำหนด 2) การสร้างและใช้เครื่องมือเพื่อค้นหา ผลลัพธ์ของปัญหาได้ง่ายขึ้น 3) ขยายการแก้ปัญหาไปยังโดเมนอื่น ๆ จำนวน 4) ใช้การแสดงแทนที่หลากหลายเพื่อปรับวิธีการคิดของพวกเขา และ 5) การให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่าง ตัวเลข การใช้เหตุผลเชิงพีชคณิตเกิดขึ้นภายใต้เงื่อนไขที่ครูและนักเรียนมีการเชื่อมโยงระหว่าง 3 โลกตามแนวทางของ Inprasitha: โลกแห่งความจริงโลกถึงรูปธรรมและโลกคณิตศาสตร์

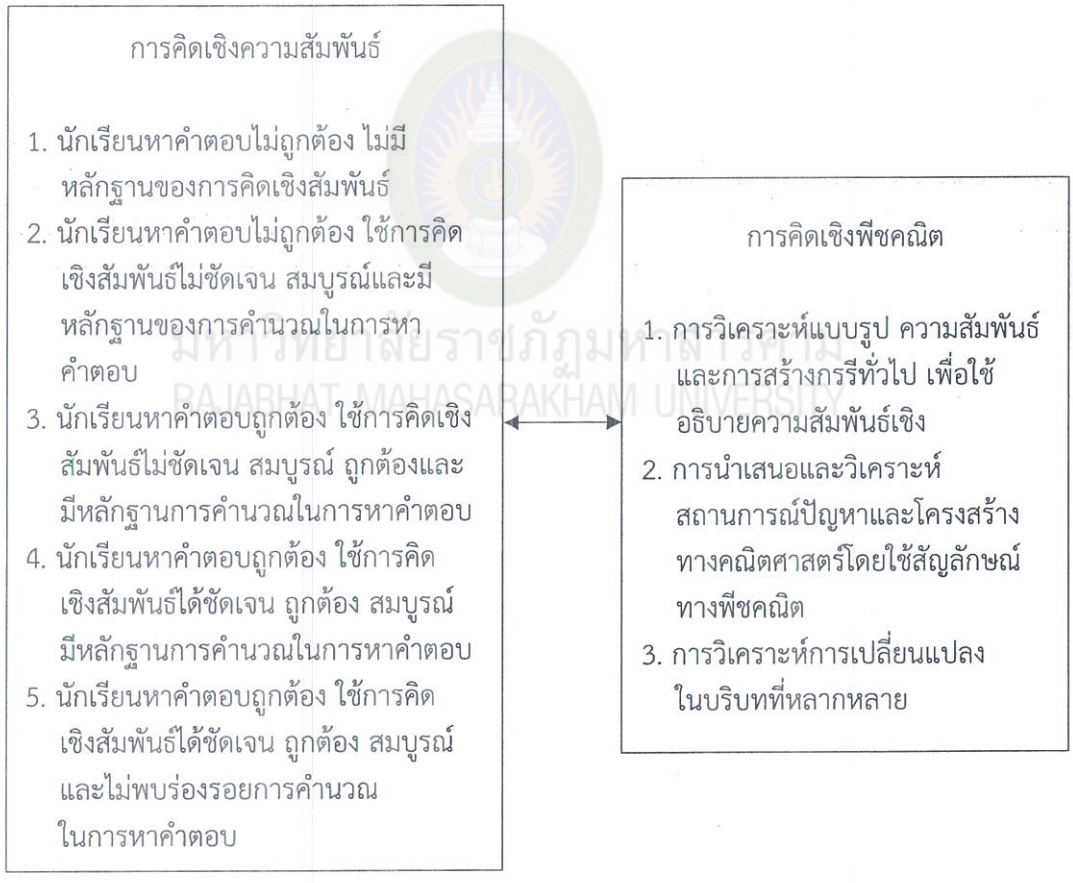
Intaros & Inprasitha (2019, p. 14) ได้วิเคราะห์การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นผ่าน ลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of Lesson) ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและ วิธีการแบบเปิด บริบทของการศึกษาคือ วิธีการเปิดเป็นวิธีการสอนและการศึกษาชั้นเรียนเป็นวิธีการปรับปรุงคุณภาพการสอน (Inprasitha, 2015a) ลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of Lesson) เช่นเดียวกันถือเป็นเครื่องมือในการเข้าถึงความคิดของนักเรียนเมื่อนักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาและการเชื่อมต่อระหว่างโลกแห่งความจริงของนักเรียน (Real World) และโลกคณิตศาสตร์ (Mathematical World) (Inprasitha, 2017b) การวิจัยเชิงชาติพันธุ์วรรณณาใช้วิธีการวิจัยในการศึกษาเชิงคุณภาพ โดยออกแบบการวิจัยแบบมีส่วนร่วมในการจัดตั้งทีมการศึกษาชั้นเรียนเพื่อการ ออกแบบ และร่วมมือเขียนแผนการสอนตามตำราเรียนคณิตศาสตร์ญี่ปุ่นฉบับภาษาไทย ผลการวิจัย พบว่าแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกิดขึ้นผ่านลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of Lesson) เมื่อ แนวคิดของนักเรียน ในการแก้ปัญหาได้ถูกทำให้เป็นแนวคิดคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) แนวคิดทาง คณิตศาสตร์ถูกขยายผ่านการเป็นตัวแทนของโลกจริง 2) แนวคิดทางคณิตศาสตร์ถูกขยายและทั่วไปผ่านสื่อถึงรูปธรรม และ 3) แนวคิดทางคณิตศาสตร์ถูกวางนัยผ่านการเป็นตัวแทนของโลกทางคณิตศาสตร์ กระบวนการของการทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Isoda & Katagiri, 2012, pp. 1-13) ประสบความสำเร็จเมื่อแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลายเป็น “วิธีการ” หรือเครื่องมือสำหรับ การเรียนรู้ในบทเรียนถัดไป

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย ทั้งงานวิจัยในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องข้างต้น แสดงให้เห็นว่าการคิดเชิงความสัมพันธ์ถือว่ามีความสำคัญในการพัฒนาการคิด ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้น ช่วยในเรื่องของการคิดหาความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ มองภาพรวมทั้งหมดบนประโยคสัญลักษณ์ สังเกตและเป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวมใช้ถ้อยคำและลูกศรและสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ เพื่อเป็นแนวทางสู่การหาตัวไม่ทราบค่าบนประโยคสัญลักษณ์ซึ่งการคิดเชิงความสัมพันธ์จะสอดแทรกอยู่ในทุก ๆ เนื้อหาของคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนา

การคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่นเดียวกันกับการคิดเชิงพีชคณิต ที่มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ช่วยในการการวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ การสร้างกรณีทั่วไปวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อช่วยพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของผู้เรียน และพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของผู้เรียน ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.4 กรอบแนวคิดการวิจัย

งานวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยใช้กรอบแนวคิดการวิจัย ดังนี้



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาพที่ 2.4 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

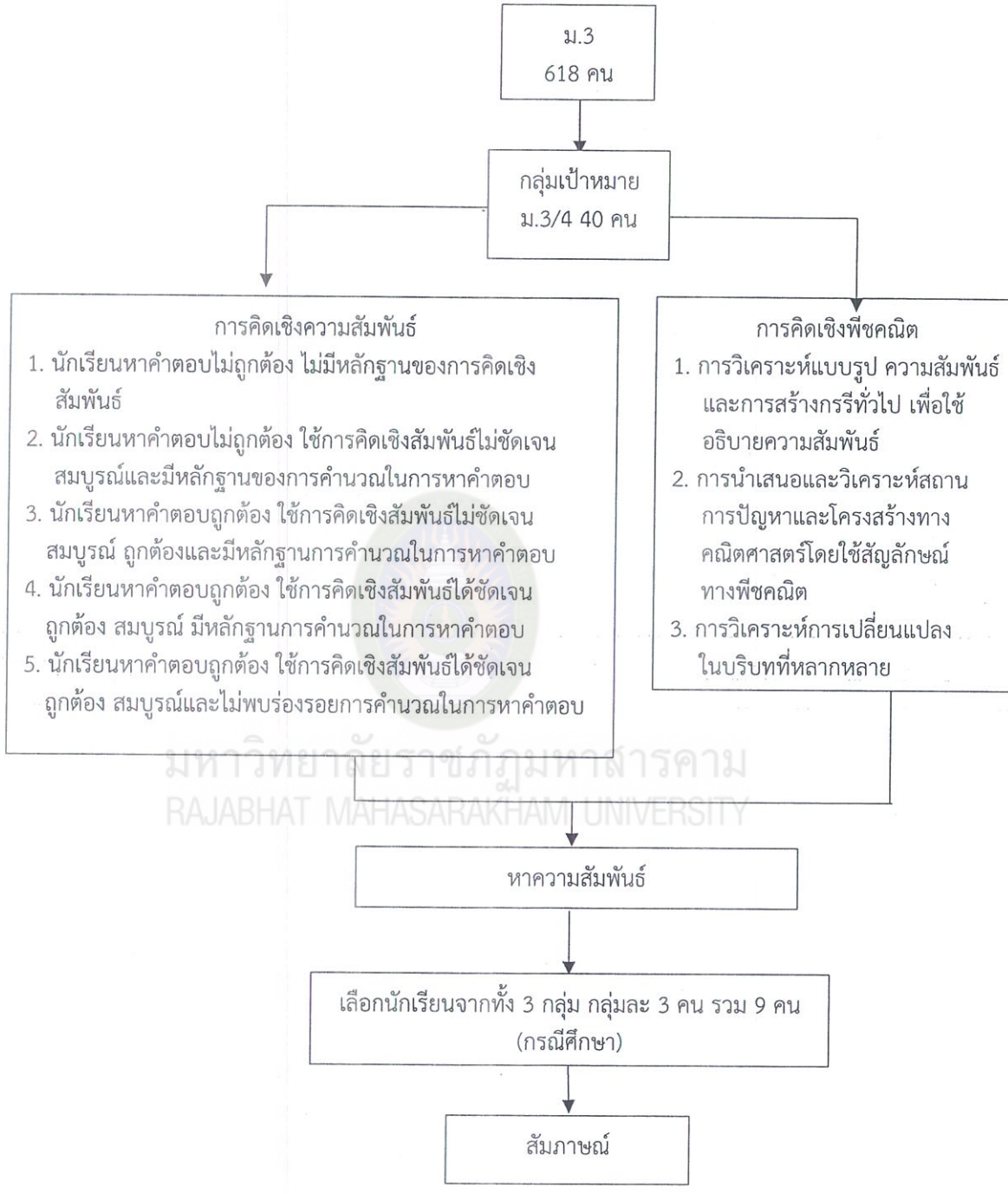
การวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

1. กลุ่มเป้าหมาย
2. เครื่องมือวิจัย
3. การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.1 กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถภายในแต่ละห้องจะมีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาพที่ 3.1 จำนวนและกลุ่มเป้าหมาย

3.2 เครื่องมือวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัยมี 3 ประเภท ดังนี้

3.2.1 แบบทดสอบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นโจทย์สถานการณ์ปัญหาเรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แบบอัตนัยเขียนแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ

3.2.2 แบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตเป็นโจทย์สถานการณ์ปัญหาเรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แบบอัตนัยเขียนแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ

3.2.3 แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต

3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย

การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.3.1 แบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์

ในการสร้างเครื่องมือและการหาคุณภาพเครื่องมือที่นำมาใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยได้พัฒนาเครื่องมือและดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

3.3.1.1 ศึกษาธรรมชาติการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ และศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับบทความรายงานการวิจัย และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.3.1.2 ศึกษาเอกสาร ตำรา ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้าง แบบทดสอบและการคิดเชิงความสัมพันธ์

3.3.1.3 ศึกษาหลักเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบจากหนังสือคู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 30)

3.3.1.4 ดำเนินการสร้างแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ ให้สอดคล้องกับหัวข้อแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ โดยปรับให้เหมาะสมกับบริบทของกลุ่มตัวอย่าง แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม โดยมีข้อเสนอแนะดังนี้ เครื่องมือต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัยครบถ้วนทุกข้อ มีความถูกต้อง เหมาะสม และมีความชัดเจนของข้อความและภาษาที่ใช้ในการเขียน

3.3.1.5 นำแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่ผ่านการตรวจสอบ และปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้อง เหมาะสม

3.3.1.6 นำผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์หาค่าความสอดคล้องของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ (Item-Objective Congruence Index: IOC) (ไพศาล วรคำ, น. 269-270) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น -1

3.3.1.7 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน มาหาดัชนีความสอดคล้อง (Item-Objective Congruence Index: IOC โดยเลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปจึงเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ซึ่งแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีค่า IOC อยู่ที่ 1.00

3.3.1.8 นำแบบวัดที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองใช้ (Try-Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง) โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 24 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 30 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

3.3.1.9 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (d) (ไพศาล วรคำ, น. 298-308) ของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นรายข้อแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีความยาก (p) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (d) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 จึงจะถือว่าข้อสอบใช้ได้ ซึ่งแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.31-0.69 มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.46-0.74

3.3.1.10 นำแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดทั้งฉบับ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (a-Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) (ไพศาล วรคำ, น. 278-289) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไปจึงถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ซึ่งแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.86

3.3.1.11 คัดเลือกข้อคำถามแบบทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์ จำนวน 3 ข้อ แล้วนำมาสร้างแบบทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์ จากนั้นนำแบบทดสอบไปปรึกษากับอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อจัดทำแบบทดสอบ

3.3.1.12 นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้ว ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

3.3.2 แบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

การสร้างแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต ซึ่งเป็นแบบเขียนตอบ ชนิดแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.2.1 ผู้วิจัยศึกษาเอกสาร ตำรา ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

3.3.2.2 สร้างแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต ซึ่งแบบทดสอบจะมีลักษณะของปัญหาเป็นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเนื้อหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 9 ข้อ

3.3.2.3 แบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต และเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อสอบ และความเหมาะสมของข้อสอบ

3.3.2.4 นำแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต ที่ผ่านการตรวจสอบ และปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้อง เหมาะสม ของข้อความและภาษาที่ใช้ในการเขียน

3.3.2.5 นำผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์หาค่าความสอดคล้องของแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต (Item-Objective Congruence Index: IOC) (ไพศาล วรคำ, น. 269-270) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น	+1
ไม่แน่ใจ	จะมีคะแนนเป็น	0
ไม่สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น	-1

3.3.2.6 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน มาหาดัชนีความสอดคล้อง (Item-Objective Congruence Index: IOC โดยเลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปจึงเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ซึ่งแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิตมีค่า IOC อยู่ที่ 1.00

3.3.2.7 นำแบบวัดที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองใช้ (Try-Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง) โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 24 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 30 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

3.3.2.8 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (d) (ไพศาล วรคำ, น. 298-308) ของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นรายข้อแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีความยาก (p) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (d) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 จึงจะถือว่าข้อสอบใช้ได้ ซึ่งแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิตมีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.45-0.6 มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.7-0.9

3.3.2.9 นำแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตมาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดทั้งฉบับ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (a-Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) (ไพศาล วรคำ, น. 278-289) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไป จึงถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ซึ่งแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิตมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.75

3.3.2.10 คัดเลือกข้อคำถามแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตจำนวน 3 ข้อแล้วนำมาสร้างแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต จากนั้นนำแบบทดสอบไปปรึกษากับอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อจัดทำแบบทดสอบ

3.3.2.11 นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้ว ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

3.3.3 แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างหลังการทำแบบทดสอบ

การสร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.3.1 ศึกษาการสร้างแบบสัมภาษณ์ จากหนังสือการวิจัยทางการศึกษาของ ไพศาล วรคำ (2554, น. 260-261)

3.3.3.2 กำหนดประเด็นและข้อความสำหรับการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตให้สอดคล้องกับหลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งข้อความ ครอบคลุมเนื้อหา จุดมุ่งหมายและแนวคิดในแต่ละข้อที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา

3.3.3.3 สร้างแบบสัมภาษณ์ที่มีลักษณะแบบกึ่งโครงสร้าง ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อสัมภาษณ์นักเรียน จำนวน 9 คน (กรณีศึกษา) เพื่อศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงความสัมพันธ์กับ การคิดเชิงพีชคณิต

3.3.3.4 นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นเสร็จแล้ว เสนอคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของภาษา และความสอดคล้อง ระหว่างแบบสัมภาษณ์กับวัตถุประสงค์ของการวิจัยและให้คำแนะนำ โดยกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ มีข้อเสนอแนะให้แก้ไขประเด็นที่สัมภาษณ์บางประเด็น และให้คำแนะนำในการสัมภาษณ์

3.3.3.5 นำแบบสัมภาษณ์ที่ผ่านการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมตรวจสอบอีกครั้งหนึ่งและให้ข้อเสนอแนะ

3.3.3.6 นำข้อเสนอแนะทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับเกี่ยวกับการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต และจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์ เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัย

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

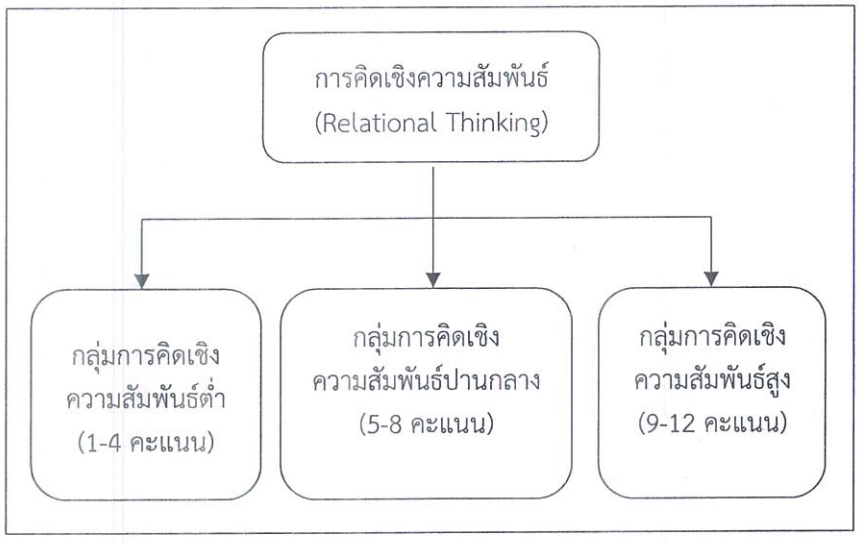
การเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.4.1 ทำหนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัย ส่งไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์เพื่อขอความอนุเคราะห์และความร่วมมือ ในการเก็บรวบรวมข้อมูลและกำหนดวัดในการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

3.4.2 ติดต่อประสานงานกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และครูประจำชั้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย บทบาทหน้าที่ของกลุ่มตัวอย่างในการทำวิจัยกำหนดวันเวลาที่จะทำการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.4.3 ดำเนินการเก็บข้อมูลการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการทดสอบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน (ใช้เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ แล้วจำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มโดยเกณฑ์แปลความหมายของบุญชม ศรีสะอาด (2545, น. 65) ได้แก่ กลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง กลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง และกลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ ดังแสดงในภาพที่ 3.1

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
SAKONNAKHON RAJABHAT UNIVERSITY



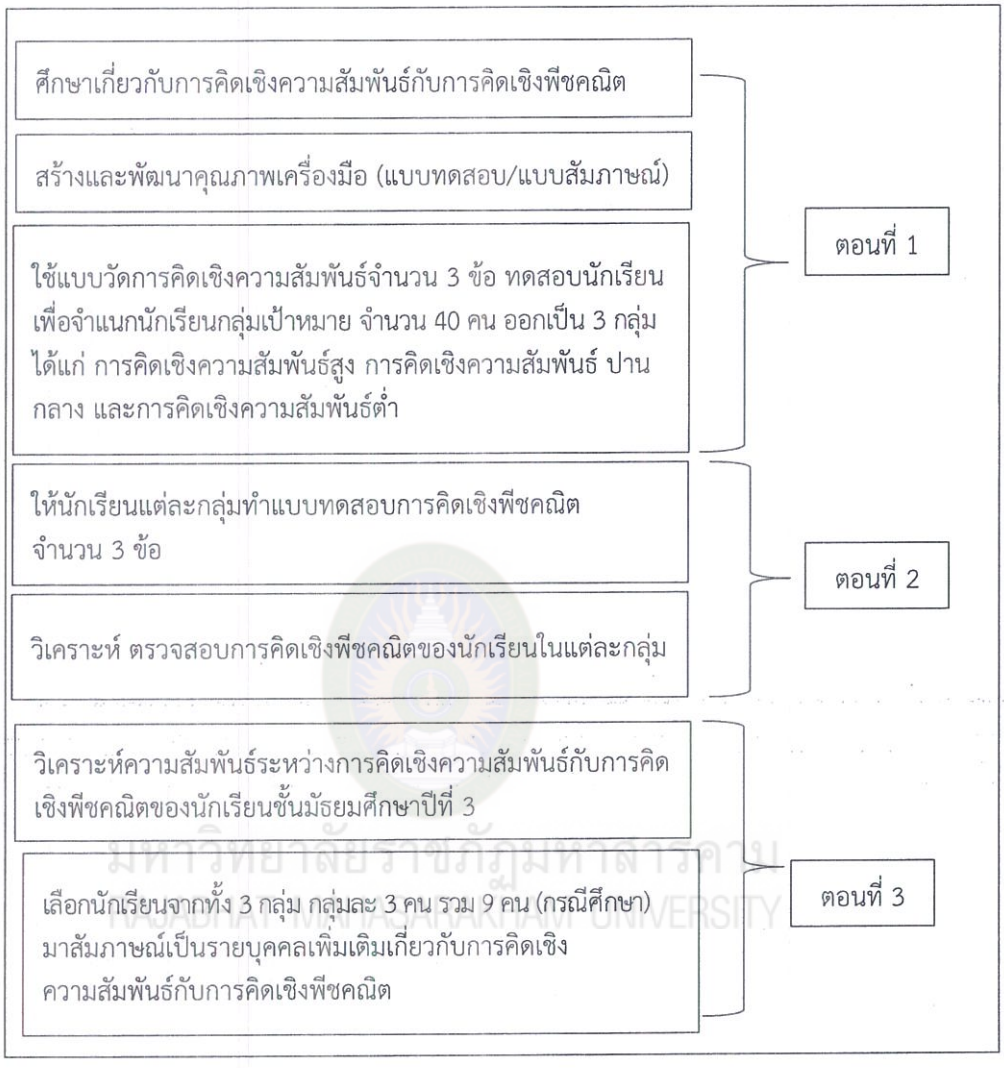
ภาพที่ 3.2 การจำแนกระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking)

3.4.4 ดำเนินการเก็บข้อมูลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยให้แต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต (ใช้เกณฑ์ในการให้คะแนนแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต) แล้วทำการจำแนกนักเรียนกลุ่มเดิมออกเป็น 3 กลุ่มรวมทั้งหมด 9 กลุ่ม ดังแสดงในภาพที่ 3.2

3.4.5 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยหลังจากเก็บคะแนนแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ และจำแนกเป็นกลุ่มสูง ปานกลาง ต่ำ และเก็บคะแนนแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต และทำการจำแนกเป็นกลุ่มสูง ปานกลาง ต่ำ แล้วจากนั้นจะหาความสัมพันธ์ของการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต โดยคำนวณหาค่าสัมประสิทธิสหสัมพันธ์เพียร์สัน (อรัญ ซุยกระเดื่อง, 2559, น. 118) จากนั้นเลือกนักเรียนมาสัมภาษณ์ เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิต ดังนี้ เลือกจากกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ในแต่ละกลุ่ม โดยใช้การเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) มาระดับละ 3 คน ซึ่งได้มาจากนักเรียนที่มีคะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์อยู่ในระดับสูงสุดของแต่ละกลุ่ม รวมเป็น 9 คน มาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิต เพื่อศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนที่ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร การเก็บรวบรวมข้อมูลสามารถสรุปเป็นขั้นตอนดังแสดงในภาพที่ 3.3

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การเก็บรวบรวมข้อมูลสามารถสรุปได้เป็นขั้นตอน ดังแสดงในภาพที่ 3.3



ภาพที่ 3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของงานวิจัยนี้ นำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล แบ่งออกเป็น 3 ตอน ดังนี้ วิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน วิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน และวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ตอนที่ 1 วิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำเสนอด้วยการวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive Analysis)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM RAJABHAT UNIVERSITY

ในการวิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ ผู้วิจัยได้นำคะแนนจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์มาตรวจเพื่อจำแนกกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยผู้วิจัยได้พัฒนาเกณฑ์ในการให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric Scoring) จากแนวคิดของ Stephens (2006, p. 259) ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ พิจารณาเป็นรายข้อจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งให้คะแนนดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ พิจารณาเป็นรายข้อ

ระดับคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณ
1	คำตอบถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณ
2	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน สองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร แต่ไม่มีการเขียนคำอธิบายหรือใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ
3	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบายเล็กน้อยในการ หาคำตอบค่อนข้าง
4	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบาย ใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ในการหาคำตอบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก Describing and exploring the power of relational thinking (p. 259), โดย Stephen, 2006.

การพิจารณาเกณฑ์ในการแปลความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ พิจารณาคะแนนโดยภาพรวมจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้งฉบับ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 65) มีเกณฑ์ดังนี้

$$\text{ช่วงคะแนน} = \frac{\text{คะแนนสูงสุด - คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนกลุ่ม}}$$

$$= \frac{12-0}{3}$$

$$= 4$$

ช่วงคะแนน	กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์
9-12 คะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์สูง
5-8 คะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง
1-4 คะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ

2. พิจารณาการคิดเชิงความสัมพันธ์โดยใช้การแบ่งระดับแบบอิงเกณฑ์ ซึ่งทำการหาค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์อยู่ระหว่าง 0-4 คะแนนและแบ่งค่าคะแนนเฉลี่ยเป็น 5 ระดับ โดยคำนวณช่วงคะแนนพิสัยจากสูตร (บุญใจ ศรีสถิตนรากูร, 2545, น. 304-305) ดังนี้

ช่วงคะแนนเฉลี่ย = (คะแนนสูงสุด – คะแนนต่ำสุด)/5

ช่วงคะแนนเฉลี่ย = (4 - 0)/5 = 0.8

ตารางที่ 3.2 ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	ช่วงคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
0	0.00-0.80	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณ หรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ
1	0.81-1.60	คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ
2	1.61-2.40	คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ
3	2.41-3.20	คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้องสมบูรณ์ มีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ
4	3.2-4.00	คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้องสมบูรณ์และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 3.2 พบว่า ระดับการคิดเชิงสัมพันธ์ ประกอบด้วย 5 ระดับ ได้แก่ ระดับ 0, 1, 2, 3และ 4 ซึ่งมีช่วงคะแนนเฉลี่ย 0.00-0.80, 0.81-1.60, 1.61-2.40, 2.41-3.20 และ 3.21-4.00 ตามลำดับ ในแต่ละ ระดับการคิดเชิงสัมพันธ์มีความสัมบูรณ์ ความถูกต้อง และความชัดเจนของการคิดเชิงสัมพันธ์แตกต่างกัน

ตอนที่ 2 วิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตโดยพิจารณาเป็นรายข้อ

1. เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงพีชคณิต พิจารณาเป็นรายข้อจากแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต ซึ่งให้คะแนนดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.3 เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงพีชคณิต พิจารณาเป็นรายข้อ

ลักษณะ	ระดับคะแนน	คำอธิบาย
1. ความสามารถในการวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์และการสร้างกรณีทั่วไปเพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ	2	นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูปเพื่อขยายแบบรูป สร้างกรณีทั่วไปของแบบรูได้ถูกต้องเหมาะสมและใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (ตาราง กราฟ นิพจน์สมการ) ในการแก้สถานการณ์ปัญหาและหาคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูปเพื่อขยายแบบรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปได้หรือสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปได้ไม่สมบูรณ์ และใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (ตาราง กราฟ นิพจน์ สมการ) ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
	0	นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูปเพื่อขยายแบบรูป ไม่สามารถสร้างกรณีทั่วไปของแบบรูปได้และไม่สามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (ตาราง กราฟ พจน์ สมการ) ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และหาคำตอบได้หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการเลย
2. ความสามารถในการนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต	2	นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้างความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วน

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

ลักษณะ	ระดับคะแนน	คำอธิบาย
	1	นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้างความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	นักเรียนไม่สามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตสร้างความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการเลย
3. ความสามารถในการวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย	2	นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องและอธิบายการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้เพื่อยืนยันคำตอบได้ถูกต้องสมเหตุสมผล
	1	นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องหรืออธิบายการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้องสมเหตุสมผลอย่างใดอย่างหนึ่ง
	0	นักเรียนไม่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้องและไม่สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้เพื่อยืนยันคำตอบได้หรือไม่ร่องรอยการดำเนินการเลย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 (น.156), โดยปริฉัตร์ จันทร์หอม, 2555, คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

การพิจารณาเกณฑ์ในการแปลความหมายของการคิดเชิงพีชคณิต พิจารณาคะแนนโดยภาพรวมจากแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 103) มีเกณฑ์ดังนี้

$$\text{ช่วงคะแนน} = \frac{\text{คะแนนสูงสุด - คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนกลุ่ม}}$$

$$= \frac{6-0}{3}$$

$$= 2$$

ช่วงคะแนน	กลุ่มการคิดเชิงพีชคณิต
5-6 คะแนน	การคิดเชิงพีชคณิตสูง
3-4 คะแนน	การคิดเชิงพีชคณิตปานกลาง
1-2 คะแนน	การคิดเชิงพีชคณิตต่ำ

ตอนที่ 3 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การหาสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Correlation) ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 130) และเกณฑ์ในการพิจารณาความสัมพันธ์ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ดังนี้ (กัลยา วาณิชย์บัญชา, 2545, น. 83)

± 0.81 ถึง ± 100 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับสูงมาก
± 0.61 ถึง ± 080 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับสูง
± 0.41 ถึง ± 060 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับปานกลาง
± 0.21 ถึง ± 0.40 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับต่ำ
± 0.00 ถึง ± 0.20 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับต่ำมาก

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้สถิติดังนี้

3.6.1 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ การแจกแจงความถี่ ร้อยละค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนี้ (อรัญ ซุยกระเดื่อง, 2557, น. 51-57)

3.6.1.1 ร้อยละ (Percentage)

$$P = \frac{f_i}{N} \times 100 \qquad (3\text{-}1)$$

เมื่อ P แทน ร้อยละใด ๆ ที่ต้องการหา
f_i แทน จำนวนใด ๆ ที่ต้องการหาร้อยละ
N แทน จำนวนทั้งหมด

3.6.1.2 ค่าเฉลี่ย ($\overline{X}$)

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \quad (3\text{-}2)$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum_{i=1}^{n} X_i$ แทน ผลรวมของข้อมูล

n แทน จำนวนข้อมูลของกลุ่มเป้าหมาย

3.6.1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$)

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}} \quad (3\text{-}3)$$

เมื่อ $S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

X_i แทน คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มเป้าหมาย

n แทน จำนวนข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.6.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ คือ แบบทดสอบ ซึ่งมีสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ตรวจสอบหาคุณภาพของเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ดังนี้

3.6.2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบ (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์, 2557, น. 117)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{N} \quad (3\text{-}4)$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง

R_i แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$\sum_{i=1}^{n} R_i$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

3.6.2.2 การหาค่าอำนาจจำแนกจากแบบทดสอบอัตนัยหาได้จากสูตรของวิทนีย์และซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 308) ดังนี้

$$D = \frac{S_H + S_L}{n\left(X_{\max} - X_{\min}\right)} \tag{3-5}$$

เมื่อ D แทน อำนาจจำแนกของข้อสอบ
S_H แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
S_L แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น
$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

3.6.2.3 การหาค่าความยากของแบบทดสอบอัตนัยหาได้จากสูตรของวิทนีย์ และซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 299) ดังนี้

$$p = \frac{S_H + S_L - \left(2nX_{\min}\right)}{2n\left(X_{\max} - X_{\min}\right)} \tag{3-6}$$

เมื่อ p แทน ดัชนีความยาก
S_H แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
S_L แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น
$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.6.2.4 การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบ โดยสูตรสัมประสิทธิ์ของแอลฟาของครอนบาค (Cronbach) สามารถคำนวณได้จากสูตร ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2553)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right) \tag{3-7}$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
k แทน จำนวนข้อความที่วัด
$\sum S_i^2$ แทน ผลรวมของความแปรปรวนของแต่ละข้อ
S_t^2 แทน ความแปรปรวนรวม

3.6.2.4 การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียรสัน (อรัญ ซุยกระเดื่อง, 2557, น. 75) มีสูตรดังนี้

$$r_{xy} = \frac{N\sum xy \sum x \sum y}{\sqrt{\left(N\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right)\left(N\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right)}} \quad (3\text{-}8)$$

เมื่อ r_{xy} แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

x แทน ข้อมูลตัวแปรที่ 1

y แทน ข้อมูลตัวแปรที่ 2

N แทน จำนวนคู่ของข้อมูล

โดยมีเกณฑ์การพิจารณาการวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์ X Y r ดังนี้

1) ค่า r_{xy} เป็นลบ แสดงว่า X และ Y มีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงข้าม คือ ถ้า X เพิ่ม Y จะลด แต่ถ้า X ลด Y จะเพิ่ม

2) ค่า r_{xy} เป็นบวก แสดงว่า X และ Y มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน คือ ถ้า X เพิ่ม Y จะเพิ่ม แต่ถ้า X ลด Y จะลด

3) ค่า r_{xy} เข้าใกล้ 1 แสดงว่า X และ Y มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน และมีความสัมพันธ์กันมาก

4) ค่า r_{xy} เข้าใกล้ -1 แสดงว่า X และ Y มีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงข้าม และมีความสัมพันธ์กันมาก

5) ค่า r_{xy} เท่ากับ 0 แสดงว่า X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การดำเนินการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ระบุสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษา ดังนี้

n แทน ขนาดของกลุ่มเป้าหมาย

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน (Mean)

$S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน (Standard Deviation)

r_{xy} แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4.2 ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ตามลำดับขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

ตอนที่ 1 ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 2 ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 3 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์และการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มี ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์แตกต่างกัน โดยใช้แบบสัมภาษณ์การคิดเชิงพีชคณิต

4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน วิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียน และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่าง ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการวิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จากการศึกษาคะแนนของนักเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 40 คน ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ดังแสดงในตารางตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์

กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)
กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง	8	20
กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง	20	50
กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ	12	30
รวม	40	100

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.1 พบว่า นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 20 นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง มีจำนวน 20 คนคิดเป็นร้อยละ 50 และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ มีจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 30

ตารางที่ 4.2 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)
0	4	10
1	8	20
2	14	35
3	10	25
4	4	10

จากตารางที่ 4.2 พบว่า นักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 4 มีจำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 10 นักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 3 มีจำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 25 นักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 2 มีจำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 35 นักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 1 มีจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 20 และนักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 0 มีจำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 10

สรุปตอนที่ 1 ผลการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามกลุ่ม พบว่า นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง เมื่อจำแนกกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่านักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีจำนวน 8 คน นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง มีจำนวน 20 คน และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ มีจำนวน 12 คน และเมื่อจำแนกตามระดับ พบว่า นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์ส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 เมื่อจำแนกระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่า นักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 4 มีจำนวน 4 คน นักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 3 มีจำนวน 10 คน นักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 2 มีจำนวน 14 คน นักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 1 มีจำนวน 8 คน และนักเรียน ที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ระดับ 0 มีจำนวน 4 คน

ตอนที่ 2 ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จากการศึกษาคะแนนของนักเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 40 คน ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตดังแสดงในตารางตารางที่ 4.1

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. ผลการจำแนกจำนวนกลุ่มของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต จากการศึกษาคะแนนของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิตทั้ง 3 ลักษณะ จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 6 คะแนน โดยจำแนกคะแนนของนักเรียนออกเป็นกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มต่ำ จากการแบ่งกลุ่มอิงเกณฑ์การจำแนกดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.3 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามกลุ่มการคิดเชิงพีชคณิต

เกณฑ์	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)
กลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตสูง	12	30
กลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตปานกลาง	16	40
กลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตต่ำ	12	30
รวม	40	100

จากตารางที่ 4.3 พบว่า นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตสูง มีจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 30 นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตปานกลาง มีจำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 40 และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตต่ำ มีจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 30

สรุปตอนที่ 2 ผลการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตโดยรวมอยู่ในกลุ่มปานกลาง เมื่อจำแนกกลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตพบว่านักเรียนกลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตสูง มีจำนวน 12 คน นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตปานกลาง มีจำนวน 16 คน และนักเรียนกลุ่มการการคิดเชิงพีชคณิตต่ำ มีจำนวน 12 คน

ตอนที่ 3 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และผลการสัมภาษณ์ (กรณีศึกษา) เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน

1. ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต แสดงดังในตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต

	การคิดเชิงความสัมพันธ์	ระดับ
การคิดเชิงพีชคณิต	.76	สูง

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.4 พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตมีความสัมพันธ์กันในระดับสูง โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .76 และมีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

	การคิดเชิงพีชคณิต	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	ระดับ
การคิดเชิงความสัมพันธ์	ลักษณะที่ 1 การวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์และการสร้างกรณีทั่วไปเพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ	0.60	สูง
	ลักษณะที่ 2 การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต	0.68	สูง
	ลักษณะที่ 3 การวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย	0.59	ปานกลาง

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.5 พบว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ลักษณะที่ 1 การวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์และการสร้างกรณีทั่วไป เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ อยู่ในระดับสูง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .60 มีความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต

ลักษณะที่ 2 การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต อยู่ในระดับสูง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .68 และมีความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตลักษณะที่ 3 การวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย อยู่ระดับปานกลาง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .59 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกค่า

สรุปผลความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต พบว่าการคิดเชิงความสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ในระดับสูง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีอยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่แตกต่างกันโดยใช้แบบ สัมภาษณ์การคิดเชิงพีชคณิต

โดยผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์แทนนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 9 คน ดังนี้

H1 หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูง
H2 หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูง
H3 หมายถึง นักเรียนคนที่ 3 ที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูง
M1 หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลาง
M2 หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลาง
M3 หมายถึง นักเรียนคนที่ 3 ที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลาง
L1 หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำ
L2 หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำ
L3 หมายถึง นักเรียนคนที่ 3 ที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำ

ซึ่งผู้วิจัยนำเสนอผลการศึกษา ดังนี้

2.1 คะแนนการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่แตกต่างกัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.2 คะแนนการทำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ กลุ่มสูง กลุ่มกลาง กลุ่มต่ำ

2.3 ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาผลการศึกษา

2.4 ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา ซึ่งแสดงในตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6 ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา

นักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	คะแนน	แปลความหมาย
H1	11	การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูง
H2	10	การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูง
H3	9	การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูง
M1	8	การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลาง
M2	7	การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลาง

(ต่อ)

ตารางที่ 4.6 (ต่อ)

นักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	คะแนน	แปลความหมาย
M3	7	การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลาง
L1	4	การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำ
L2	3	การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำ
L3	3	การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำ

จากตารางที่ 4.6 พบว่า ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา โดยนักเรียนคนที่ 1, 2 และ คนที่ 3 อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูง ได้แก่ H1, H2 และ H3 ซึ่งได้คะแนนแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ 11 คะแนน 10 คะแนน และ 9 คะแนน ตามลำดับ นักเรียนคนที่ 4, 5 และคนที่ 6 อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลาง ได้แก่ M1, M2 และ M3 ซึ่งได้คะแนนแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ 8 คะแนน 7 คะแนน และ 7 คะแนน ตามลำดับ นักเรียนคนที่ 7, 8 และคนที่ 9 อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำ ได้แก่ L1, L2 และL3 ซึ่งได้คะแนนแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ 4 คะแนน 3 คะแนน และ 3 คะแนน ตามลำดับ

2.2 คะแนนการทำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ กลุ่มสูง กลุ่มกลาง กลุ่มต่ำ ซึ่งแสดงดังตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7 คะแนนการทำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา ตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ กลุ่มสูง กลุ่มกลาง กลุ่มต่ำ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การคิดเชิงความสัมพันธ์	นักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	คะแนนการคิดเชิงพีชคณิต	แปลผล
กลุ่มสูง	H1	6	กลุ่มสูง
	H2	6	กลุ่มสูง
	H3	4	กลุ่มปานกลาง
กลุ่มปานกลาง	M1	5	กลุ่มสูง
	M2	4	กลุ่มปานกลาง
	M3	4	กลุ่มปานกลาง
กลุ่มต่ำ	L1	2	กลุ่มต่ำ
	L2	0	กลุ่มต่ำ
	L3	2	กลุ่มต่ำ

จากตารางที่ 4.7 พบว่า นักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูง ได้แก่ H1, H2 และH3 ได้คะแนนแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต 6 คะแนน 6 คะแนน และ 4 คะแนน ตามลำดับ นักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลาง ได้แก่ M1, M2 และ M3 ได้คะแนนแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต 5 คะแนน 4 คะแนน และ 4 คะแนน ตามลำดับ นักเรียนที่อยู่ในกลุ่ม

การคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานต่ำ ได้แก่ L1, L2 และ L3 ได้คะแนนแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต 2 คะแนน 0 คะแนน และ 2 คะแนน ตามลำดับ

2.3 ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาผลการศึกษาข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.3.1 กรณีของ H1 สามารถหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ การย้ายข้างเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้อง สามารถอธิบายในขั้นตอนการหาคำตอบได้และเขียนกราฟคำตอบได้ถูกต้อง

2.3.2 กรณีของ H2 สามารถหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ การย้ายข้างเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้อง สามารถอธิบายในขั้นตอนการหาคำตอบได้และเขียนกราฟคำตอบได้ถูกต้อง

2.3.3 กรณีของ H3 สามารถหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ การย้ายข้างเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้อง เขียนกราฟคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายในขั้นตอนการหาคำตอบได้

2.3.4 กรณีของ M1 สามารถหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ การย้ายข้างเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้อง เขียนกราฟคำตอบได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายในขั้นตอนการหาคำตอบได้บางส่วน

2.3.5 กรณีของ M2 ในตอนที่หาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ มีการย้ายข้างผิดบางจุด จึงทำให้คำตอบค่า x ไม่ถูก จึงใส่จุดค่า x ในกราฟไม่ถูกต้อง ส่งผลให้เขียนกราฟคำตอบผิด และสามารถอธิบายในขั้นตอนการหาคำตอบได้บางส่วน

2.3.6 กรณีของ M3 ตอนที่หาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ มีการย้ายข้างผิด บางจุดทำให้เครื่องหมายไม่ถูกต้อง จึงทำให้คำตอบค่า y ไม่ถูก จึงใส่จุดค่า y ในกราฟไม่ถูกต้อง ส่งผลให้เขียนกราฟคำตอบผิด และสามารถอธิบายในขั้นตอนการหาคำตอบได้บางส่วน

2.3.7 กรณีของ L1 ในตอนที่หาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ มีการย้ายถูกต้องและหาค่า x ได้ถูกแต่ตอนนำไปแทนค่าเพื่อหาค่า y บางจุดทำให้เครื่องหมายไม่ถูกต้อง จึงทำให้คำตอบค่า y ไม่ถูก แล้วตอนเขียนกราฟ จำวิธีเขียนไม่ได้ จึงได้เขียนตามความเข้าใจส่งผลให้เขียนกราฟไม่ถูกต้อง และสามารถอธิบายในขั้นตอนการหาคำตอบได้บางส่วน

2.3.8 กรณีของ L2 ในตอนที่หาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ มีการย้ายผิดตั้งแต่เริ่มต้นโดยย้าย 2y จากฝั่งซ้ายไปฝั่งขวาก็เป็น 2y จึงทำให้หาค่า y ผิด แล้วนำค่า y ไปแทนหาค่า x

2.3.9 กรณีของ L3 ในตอนที่หาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ มีการย้ายข้างถูกต้องจึงทำให้หาค่า x และค่า y ได้ถูกต้อง แต่วิธีทำไม่ชัดเจน ตอนเขียนกราฟ จำขั้นตอนวิธีการทำไม่ได้ จึงทำให้เขียนตามความเข้าใจ ส่งผลให้กราฟผิด

สรุปผลจากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง นักเรียนกลุ่มนี้สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ดี สามารถหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ การย้ายข้างเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์แล้วนำค่าคำตอบที่ได้มาเขียนกราฟคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ และสามารถอธิบายในขั้นตอนการหาคำตอบได้ แต่ยังมีบางคนที่สามารถหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ การย้ายข้างเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์แล้วนำค่าคำตอบที่ได้มาเขียนกราฟคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่ไม่สามารถอธิบายหรือสื่อสารให้คนอื่นเข้าใจได้ว่าหาคำตอบออกมาในแต่ละส่วนอย่างไร ส่วนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง นักเรียนกลุ่มนี้สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ค่อนข้างดี ส่วนมากจะ หาคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน แต่ยังมีข้อผิดพลาดที่พบได้ชัดเจนคือ มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่ค่อยถูกต้อง เช่น ย้ายข้างผิด แทนค่าไม่ถูก แปลงสมการให้อยู่ในรูป

ค่า x หรือ y ไม่ถูกต้อง ส่งผลให้นักเรียนในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางสร้างกราฟได้ไม่ค่อยถูกต้อง และนักเรียนในกลุ่มนี้สามารถอธิบายการหาค่าไม่ค่อยถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ นักเรียนกลุ่มนี้ไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ ส่งผลให้ตอนหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ในการย้ายข้างหาคำตอบไม่ได้ ส่งผลให้สร้างกราฟไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายวิธีทำในโจทย์ได้

สรุปตอนที่ 3 การคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .76 และมีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ดี และตอบคำถามได้ สามารถอธิบายได้ นักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ค่อนข้างดีแต่ยังมีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่ค่อยถูกต้อง และนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ ส่งผลให้ตอนหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ในการย้ายข้างหาคำตอบไม่ได้ ส่งผลให้สร้างกราฟไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายวิธีทำในโจทย์ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 5
สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การดำเนินการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้สรุปผลของการวิจัยหลังจากที่ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. สรุป
2. อภิปรายผล
3. ข้อเสนอแนะ

5.1 สรุป

การวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1.1 ผลศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการวิจัย พบว่านักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์ส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มปานกลางคิดเป็นร้อยละ 50 รองลงมาจะเป็นนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำคิดเป็นร้อยละ 30 และลำดับสุดท้าย จะเป็นนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูงคิดเป็นร้อยละ 20

5.1.2 ผลศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการวิจัย พบว่านักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มปานกลางคิดเป็นร้อยละ 40 รองลงมาจะเป็นนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในกลุ่มสูงคิดเป็นร้อยละ 30 และกลุ่มต่ำคิดเป็นร้อยละ 30

5.1.3 ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

พบว่าการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนมีความสัมพันธ์ในระดับสูง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .76 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05 และและจากสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ดี และตอบคำถามได้สามารถอธิบายได้ นักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ค่อนข้างดีแต่ยังมีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่ค่อยถูกต้อง และนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ ส่งผลให้ตอนหาค่าสมการโดยใช้สัญลักษณ์ในการย้ายข้างหาคำตอบไม่ได้ ส่งผลให้สร้างกราฟไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายวิธีทำในโจทย์ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5.2 อภิปรายผล

ในการทำวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยสรุปอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

5.2.1 ผลศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่านักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์โดยรวมอยู่ในกลุ่มปานกลาง ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ มีการเขียนถ้อยคำอธิบายการคำนวณ มีการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ แต่ไม่ได้แสดงขั้นตอนหรือวิธีการในการคำนวณตามขั้นตอนเพื่อหาคำตอบ เมื่อได้คำตอบก็ให้นำคำตอบไปสร้างเป็นกราฟ ทั้งนี้เนื้อหาเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาการแก้ระบบสมการเชิงส้นสองตัวแปร เป็นเนื้อหาที่นักเรียนคุ้นเคย แต่อยู่ในรูปแบบที่ซับซ้อนและนักเรียนต้องวิเคราะห์มากขึ้นซึ่งนักเรียนโดยภาพรวมจะมองความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ได้ แต่มีการคำนวณที่ผิดพลาด ซึ่งส่วนใหญ่จะผิดในส่วนการย้ายข้างสมการ แล้วไม่เปลี่ยนเครื่องหมายจึงทำให้หาคำตอบออกมาไม่ถูกต้อง สอดคล้องกับงานวิจัยของภานุชนารถ ทวีชาติ (2563, น. 79) พบว่านักเรียนโดยส่วนใหญ่จะมองความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ได้แต่นักเรียนบางส่วนไม่สามารถสังเกตและใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์มาดำเนินการในการคำตอบได้ มีการดำเนินการที่ผิดพลาดในเรื่องของเครื่องหมายบวก ลบ จึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ โศจิวัจน์ เสริฐศรี (2553, น. 149) ที่พบว่า การให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์นั้นไม่ใช่เรื่องง่าย เพราะนักเรียนมุ่งเน้นในการคิดคำนวณเป็นขั้นตอนเพื่อหาคำตอบจึงไม่ได้สนใจในการสังเกตความสัมพันธ์ เพื่อมาช่วยหาคำตอบโดยหลีกเลี่ยงการคิดคำนวณที่เป็นขั้นตอน ซึ่งจะมองเห็นแนวทางในการหาคำตอบได้ง่ายขึ้น และสอดคล้องกับ Stephens and Inprasitha (2007, pp. 319-326) พบว่านักเรียนของไทยมีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ค่อนข้างน้อยเมื่อเทียบกับนักเรียนในระดับชั้นเดียวกันของจีนและออสเตรเลีย ทั้งนี้ Stephens ระบุว่าสาเหตุมาจากตำราเรียนของไทย เน้นทักษะการคำนวณเป็นส่วนใหญ่ รวมทั้งแบบฝึกหัดส่วนใหญ่จะเน้นคำถามที่มีคำตอบเดียว ครูผู้สอนใช้คำถามแบบเปิดในกระบวนการเรียนการสอนน้อยมาก อีกทั้งการจัดการเรียนรู้เน้นเฉพาะความรู้ในตำราเรียนเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งสอดคล้องงานวิจัยของ สุภัค หาญพิทักษ์วงศ์ (2553, น. 125) ที่พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการมองประโยคสัญลักษณ์ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนในการหาตัวไม่ทราบค่า มีเพียงนักเรียน 1 ใน 3 ของนักเรียนที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการวิจัยเท่านั้นที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Hunter (2007, pp. 421-429) ที่ได้ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ในการหาตัวไม่ทราบค่าในประโยคเปิดจำนวนของนักเรียนระดับประถมศึกษาถึงระดับมัธยมศึกษาพบว่า นักเรียนที่ใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์คิดเป็นร้อยละ 28 ของนักเรียนทั้งหมดและสอดคล้องกับงานวิจัยของ วิษณุ นภาพันธ์ (2551, น. 7) ที่พบว่า นักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 มีการคิดเชิงความสัมพันธ์มากกว่านักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 4 อย่างเห็นได้ชัดและเมื่อพิจารณาระหว่างสังกัด พบว่านักเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสามารถใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์เกือบ 1 ใน 2 ของนักเรียนในสังกัดเดียวกันจากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่านักเรียนมีลักษณะการคิดเชิงความสัมพันธ์ในสัดส่วนที่น้อย

ดังนั้นควรสนับสนุนจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้มีการสอดแทรกการคิดเชิงความสัมพันธ์ เพราะการคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นตัวพื้นฐานทางพีชคณิตในระดับสูงขึ้นไป และช่วยส่งเสริมพัฒนาการในการแก้ปัญหาของนักเรียน ควรให้มีการสอนเลขคณิตที่เอื้อต่อการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ซึ่งประโยคจำนวนเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมในการพัฒนาให้นักเรียนสามารถคิดเชิงความสัมพันธ์ได้

5.2.2 ผลศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัย พบว่า การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง ที่เป็นเช่นนี้เพราะแบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิตมีเนื้อหาในการวัดแบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ ซึ่งบางลักษณะเป็นเนื้อหาที่นักเรียนคุ้นเคย และบางลักษณะเป็นเนื้อหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย และอยู่ในรูปแบบที่ต่างออกไป ซึ่งการคิดเชิงพีชคณิตแบ่งเป็น3 ลักษณะ คือ ลักษณะที่ 1 การวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์และการสร้างกรณีทั่วไป เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ อยู่ในระดับสูง เป็นเนื้อหาที่นักเรียนต้องวิเคราะห์แบบรูปที่เป็นรูปธรรมเพื่อหาความสัมพันธ์ และสร้างกรณีทั่วไปที่เป็นนามธรรม ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ณัชชา กมล (2554, น. 18) ได้ให้กรอบแสดงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย ซึ่งนำเสนอระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนเป็น 4 ระดับ โดยในตัวบ่งชี้แรก เรื่องแบบรูป การคิดของนักเรียนในระดับที่ 1 นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ ทำให้ไม่สามารถหาค่าของพจน์ถัดไปและพจน์ต่าง ๆ ของแบบรูปได้ หรือตอบคำถามโดยการเดา นักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตในระดับที่ 2สามารถวิเคราะห์ลักษณะของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ แต่เป็นการวิเคราะห์เพียง 1 มิติ คือ การมองค่าของแต่ละพจน์ที่เปลี่ยนไป แต่ไม่สนใจตำแหน่งของพจน์ที่เปลี่ยนไปทำให้ไม่สามารถหาค่าของพจน์ไกล ๆ ได้ ส่วนระดับที่ 3 นักเรียนสามารถวิเคราะห์ทั้งตำแหน่งของพจน์ในแบบรูปและค่าของพจน์ในตำแหน่งนั้นได้ ทำให้ได้สูตรหลักการในการหาคำตอบในแบบรูปได้ แต่ไม่สามารถอธิบายที่มาของสูตรได้ชัดเจน ส่วนระดับที่ 4 นักเรียนสามารถหาข้อสรุปโดยผ่านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลทั้งหมดในแบบรูปได้อย่าง และสอดคล้องกับกรอบแนวคิด ของ Biggs and Collis ที่เรียกว่าthe SOLO model (Biggs & Collis, 199 1, p.65) ใน 4 ระดับคือ ระดับ 1 ก่อนมองโครงสร้าง (Prestructural) ระดับ 2 มองโครงสร้างเดียว (Unistructural) ระดับ 3 มองหลายโครงสร้าง (Multistructural) และระดับ 4 มองเชื่อมโยง (Relational) ซึ่งสอดคล้องกับ Diana and Debra (2004, p. 1) ได้ใช้ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาเป็นแนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน การพัฒนาความคิดของเพียเจต์เป็นแนวทางในการพัฒนาระดับการคิดของนักเรียนเกรด 7 โดยเริ่มจากการให้นักเรียนได้เชื่อมโยงจากรูปธรรม ไปสู่รูปแบบที่เป็นนามธรรม โดยเก็บรวบรวม และวิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ ผลปรากฏว่า นักเรียนมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตที่สูงขึ้นได้ ลักษณะที่ 2 การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต เป็นการวัดโดยใช้ทักษะการคิดวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ แล้วนำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้ นักเรียนส่วนมากยังไม่สามารถนำเสนอข้อมูลหรือถ่ายทอดสิ่งที่ตัวเองคิดออกมาได้ ทำให้การคิดเชิงพีชคณิตลักษณะที่ 2 อยู่ในระดับปานกลาง และสอดคล้องกับ Blanton and Kaput (2005, pp. 412-446) ได้พัฒนาการคิดเชิงพีชคณิต

ของนักเรียนด้วยการสนับสนุนให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับพีชคณิต ซึ่งเป็นการทำงานที่หลากหลายของวิธีการทางพีชคณิต สนับสนุนให้นักเรียนใช้ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหา โดยใช้วิธีการทางพีชคณิตบ่อย ๆ ลักษณะที่ 2 การนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต เป็นการวัดโดยใช้ทักษะการคิดวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ แล้วนำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้ นักเรียนส่วนมากยังไม่สามารถนำเสนอข้อมูลหรือถ่ายทอดสิ่งที่ตัวเองคิดออกมาได้ ทำให้การคิดเชิงพีชคณิตลักษณะที่ 2 อยู่ในระดับปานกลาง ซึ่งสอดคล้องกับ Bruner, et al. (1966, pp. 6-48) ที่แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดของมนุษย์ออกเป็น 3 ระยะซึ่งสอดคล้องกับระยะที่ 3 ระยะของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เป็นการถ่ายทอดประสบการณ์หรือเหตุการณ์ต่าง (โดยใช้สัญลักษณ์หรือภาษา ระยะนี้ถือเป็นระยะ ที่สูงที่สุดของพัฒนาการทางความรู้และความเข้าใจ เนื่องจากภาษาเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นถึงความคิด ซึ่งเด็กจะสามารถคิดหาเหตุผลและเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมตลอดจนสามารถคิดแก้ปัญหาได้เพราะบรูเนอร์เชื่อว่าความรู้และภาษามีพัฒนาการขึ้นมาพร้อม ๆ กัน และลักษณะที่ 3 การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทที่หลากหลาย อยู่ในระดับปานกลาง ซึ่งลักษณะนี้รูปแบบของโจทย์จะต่างออกไป ทำให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างบางส่วนยังไม่คุ้นชินกับโจทย์ลักษณะเช่นนี้

5.2.3 ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์ กับการคิดเชิงพีชคณิต มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ตามลักษณะพบว่า การคิดเชิงพีชคณิตลักษณะที่ 1 และการคิดเชิงพีชคณิตลักษณะที่ 2 มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดคือระดับสูง เป็นเช่นนั้นเพราะว่าการคิดเชิงพีชคณิตลักษณะที่ 1 คือ ความสามารถในการวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์และการสร้างกรณีทั่วไป เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ และการคิดเชิงพีชคณิตลักษณะที่ 2 คือ ความสามารถในการนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต ซึ่งการคิดเชิงพีชคณิตทั้ง 2 ลักษณะนี้ต้องได้ใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์เข้ามาใช้ด้วยซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัย โศจิวัจน์ เสริฐศรี (2553, น. 149) พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียน การสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์กับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตเฉพาะเรื่องความสัมพันธ์ของจำนวนที่เกี่ยวกับ การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับและศูนย์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

5.3 ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 มีข้อเสนอแนะดังนี้

5.3.1 ข้อเสนอแนะในการนาผลวิจัยไปใช้หรือข้อเสนอแนะเชิงนโยบาย

5.3.1.1 ผลการวิจัยใช้เป็นข้อมูลประกอบการพิจารณาในการจัดหลักสูตรของสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เพื่อนาเสนอเนื้อหาและจัดกิจกรรมทางการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน หรือทำให้การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนสูงขึ้น

5.3.1.2 เป็นข้อสนเทศให้ผู้ที่นำผลการวิจัยไปใช้ตระหนักในการส่งเสริมกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับการคิดเชิงความสัมพันธ์และการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน และนำไปสู่การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

5.3.1.3 เป็นข้อสนเทศให้ผู้ที่นำผลการวิจัยไปใช้ตระหนักในความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตในการจัดการเรียนรู้ โดยการส่งเสริมให้เด็กมีความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์อยู่ในกลุ่มสูง และจะช่วยพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนให้อยู่ในกลุ่มสูงขึ้นเช่นกัน รวมทั้งพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับการคิดเชิงความสัมพันธ์ให้เหมาะกับนักเรียนมากยิ่งขึ้น

5.3.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยต่อไป

5.3.2.1 ควรมีการศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่มีความสัมพันธ์ตัวแปรอื่น ๆ เช่น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระดับของพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต ความสามารถในการคิดคำนวณ เป็นต้น

5.3.2.2 ควรศึกษาเปรียบเทียบการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนตามขนาดโรงเรียน หรือ ตามเพศ หรือตามระดับชั้นในแต่ละช่วงชั้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

กัลยา วานิชย์บัญชา. (2545). การวิเคราะห์สถิติ: สถิติสำหรับการบริหารและวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ: บริษัทธรรมสาร.

ณัชชา กมล. (2548). กรอบแสดงการคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ณัฐวี บุญปลอด. (2562). การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

ทิศนา แขมมณีและคณะ. (2544). *วิทยาการด้านการคิด.* กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมเนจเม้นท์.

ทิศนา แขมมณีและคณะ. (2547). *มิติของการคิด: กรอบแนวคิดเพื่อพัฒนาการคิดของเด็กและเยาวชนไทย (เอกสารประกอบการประชุมเชิงปฏิบัติการ เรื่องการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิด).* กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นิตยา ละดาดาษ. (2560). การศึกษาการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนบ้านปลาขาว อำเภอนาเชือก จังหวัดมหาสารคาม. (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

บุญชม ศรีสะอาด. (2545). การวิจัยเบื้องต้น (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

ปริฉัตร์ จันทร์หอม. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปิยพรรณ สุโขยะชัย. (2562). การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2554). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์,* 38, (434-435).

พัชรินทร์ อินแสน. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต เรื่องสมการและการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา พิษณุโลก: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร.

ไพศาล วรคำ. (2554). *การวิจัยทางการศึกษา Educational research.* มหาสารคาม: โรงพิมพ์สิลาการพิมพ์.

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภานุชนารถ ทวีชาติ. (2563). *การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

ยุพิน พิพิธกุลและคณะ. (2554). การแก้ปัญหา. *วารสารคณิตศาสตร์,* 42, (485-487).

วลัยพรรณ ปิยพงศ์พันธ์. (2558). *ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิต เรื่องการบวกการลบ การคูณ และ การหารพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

วิษณุ นภาพันธ์. (2551). *การศึกษาลักษณะการพเหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย.* (ดุษฎีนิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

โศจิวัจน์ เสริฐศรี. (2553). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษา.* (ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). *การวัดประเมินผลเพื่อคุณภาพการเรียนรู้และตัวอย่างข้อสอบจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA).* กรุงเทพฯ: เซเว่นพริ้นติ้งกรุ๊ป.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2560). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560. กรุงเทพฯ.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สุกัญญา หะยีสาและ. (2554). *กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุวิทย์ มูลคำ และคณะ. (2554). *การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิด.* กรุงเทพฯ: อี เค บุ๊คส์.

สมทรง สุวพานิช. (2541). เอกสารประกอบการสอนรายวิชา 102363 พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา. มหาสารคาม: สถาบันราชภัฏมหาสารคาม.

อรัญ ชุยกระเดื่อง. (2557). *เอกสารประกอบการเรียนรายรายวิชาการวิจัยทางการศึกษา (Educational research).* มหาสารคาม: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

อริสา วงศ์อินตา, และหล้า ภวภูตานนท์. (2561). การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการแก้ปัญหา เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว. *วารสารศึกษาศาสตร์ ฉบับวิจัยบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น,* 12(3), 1-9.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ.* กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Bloom, B.S. (1961). *Taxonomy of Education Objectives.* New York: David Mckay.

Booker, G. (2009). Algebraic Thinking: generalizing number and geometry to express patterns and properties succinctly. Griffith University, 10-21.

Cai, Jinfa. (2004). Developing Algebraic Thinking in the earlier Grades from an International Perspective. The Mathematics Educator. 8(1), 1-5.

Cai, J., Ng, S. F and John C.M, (2011). Developing Students' Algebraic Thinking in Earlier Grades: Lessons from China and Singapore. Advances in Mathematics Education.

Chambers, D.L. (1994). The Right Algebra for All. Educational Leadership 51 (March) :85.

Carpenter, T. P., Levi, L, Franke, M. L. and Zeringue, J. K. (2005). Algebra in Elementary School: Developing Relational thinking. Intemational reviews of Mathematical Education (ZDM).

Carpenter, T.P., Franke, M. L. and Levi, L. (2003). Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school. Portsmouth: Heinemann.

Carpenter, T. P, Levi, L., Frank, M. L. and Zeringue, J. K. (2005). Algebra in Elementary School: Developing relational thinking, *Zentralblatt for Didaktic der Mathematik: The International Joumnal Mathematics Education,* 37(1), 53-59.

Driscoll, D.L. (1997). "Focus Groups as a Method for Enhancing Community Consensus and Mobilization". Presented at the Society for Applied Anthropology Conference, Seattle, WA.

Greenes, C.; & Findell, C. (1999). Developing Students ' Algebraic Reasoning Abilities. In Developing Mathematical reasoning in Grades K-12. Edited by Lee V.Stiff and Frances R. Curcio. pp. 127-137. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Herbert, K. & Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for Algebraic Reasoning.In Algebraic thinking. Grades K-12: Reading from NTCM's School-Based Journals and other Publication. Edited by barbara Moses. 123-128.

Hunter, J. (2007). Relational or calculational think: students solving open number equivalence problems. In J. Watson and K. Beswick (Eds.), Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education research Group of Australasia, p. 421-429. Sydney: MERGA. Gender differences in algebraic thinking ability to solve mathematics problems. Journal of Physics: Conference Series. 1013. 012143. 10.1088/1742-6596/1013/1/012143.

Jacobs, V.R., Franke, M.L., Carpenter, T.P. and Levi, L., and battey, D. (2007). Professtional Development Focussed on Children's Algebraic Reasoning in Elementary school. Journal for research in mathematics Education, 38: 258-288.

Kagan, J., & Moss, H. A. (1962). Birth to maturity: A study in psychological A UNIVERSITY development. New York: John Wiley & Sons.

Kaput, J. (1993). Representations, Inscriptions. Descriptions and Learning: A Kaleidoscope of Windows 1. Department of Mathematics University of Massachusetts at Dartmouth.

Kieran, C. & Chalouh, L. (1993). Pre-algebra: The transition from Arithmetic to Algebra. In D. T. Owens (Ed), Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kieran, C. (1996). The Changing Face of School Algebra. Invited Lecture for ICME-8 Congress in Spain.

Kriegler, S. (2003). Just What is Algebraic Thinking. [Online]. Available from: http://www.math.ucla.edu/~kriegler/pub/algebrat.html [2012, July 4).

Lee, L. (1996). Algebraic understanding: The search for a model in the Mathematics education community. Unpublished doctoral dissertation. University du Quebec a Montreal.

Lester, Frank K. Jr. (1977). "Ideas About Problem Solving : A Look at Some Psychological research." Arithmetic Teacher. 25(November 1977) : 1-14.

Molina, M. and Ambrose, R. (2006). Fostering Relational thinking While Negotiating the Meaning of the Equal Sign, *Teaching Children Mathematics,* 13(2), 111-117.

Ng, S. F., and Kerry, L. (2005). How primary five pupils use the model method to solve word problems. The Mathematics Educator. 9, 1: 60-83.

Popham. (1997). Rubrics or Scoring Rubrics. Journal for research in mathematics Education.

Ruopp F. N., Cuoco, Al, Rasala S. M. & Kelemanik, M. G. (1997). Algebraic thinking: A professional-development theme. The Mathematics Teacher. 90, 2: 150-155.

Russell, David H. (1956). Children's Thinking. USA: Ginn and Company.

Russell, S. Jo. (1999). Mathematical reasoning in the Elementary Grades. In Developing Mathematical reasoning in Grades K - 12. Edited by Lee V. Stiff and Frances R. Curcio: 1 - 12. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. Educational Studies in Mathematics, 22, 1-36.

Steen, L. Arthur. (1992). Does Everybody Need to Study Algebra. Mathematics Teacher. 85: 4 (April 1992) 258-260. Also appeared in basic Education, 37.

Stephens, AC. (2006). Equivalence and relational thinking: Preservice Elementary Teachers' Awareness of Opportunities and Misconceptions. Journal of Mathematics Teacher Education, 9: 249-278.

Stephens, M. (2007). "Students' emerging algebraic thinking in primary and middleschool years," In Watson, J. and beswick, K. (eds.), Proceedings of the 30th annual conference of the mathematics education research group of Austratasia. (pp.678-687). Sydney, Australia. Sydney : The Mathematics Education research Group of Australasia.

Stephens, M; Isoda,M ; Inprashita. (2007). Exploring the Power of Relational Thinking : Student' Emerging Algebraic Thinking in the Elementary and Middle School. In C. S. Lim, S. Fatimah,G. Munirah,S. Hajar, M.Y. Hashimah,W.L. Gan,&T.Y.Hwa(EDs.), Meeting challenges of developing quality Mathematics education. Penang, Malaysia: University Sains Malaysia.pp 219-326.

Swafford, J.O. and Langrall, c.W. (2000). Grade 6 students' pre-instructional use of Equations to describe and represent problem situations. Journal for Research in Mathematics Education. 31: 89-112.

Usiskin..(1998). "Conception of school algebra and use of variable," In Coxford, A. F. and Shulte, A. p. (eds.), The ideas of algebra. K - 12. 1988 yearbook, (pp. 8-19). Virginia: NCTM.

Van De Walle, J.A. (2007). Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally. (6nd edition). Boston: Pearson Education.

Walkowiak, T.A. (2014). Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth patterns, Journal of Mathematical behavior, 33,56-71.

Warren, E.& Cooper, T.J. (2008). Patterns that support early algebraic thinking in the Elementary school. In C.E. Greenes & R. Rubenstein (Eds.). Algebra and algebraic thinking in school mathematics. (pp. 113-126). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics,

Will, W. (2011). Algebraic Thinking: A Problem Solving Approach. Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33'd annual conference of the Mathematics Education research Group of Australasia. Fremantle: 665-672.

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
RAJAPHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ก

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดมีจำนวนทั้งหมด 3 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 30 นาที
2. ให้นักเรียนแสดงวิธีและทำตอบคำถามพร้อมทั้งอธิบายแต่ละข้ออย่างละเอียดในช่องว่างที่กำหนดให้

คำจำกัดความ

"การคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking)" หมายถึง เป็นการคิดหาความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ มองภาพรวมทั้งหมดบนประโยคสัญลักษณ์ สังเกตและเป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวม ใช้ถ้อยคำและลูกศร และสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ เพื่อเป็นแนวทางสู่การหาตัวไม่ทราบค่าบนประโยคสัญลักษณ์ โดยไม่ใช้วิธีการคำนวณเป็นขั้นในการหาคำตอบ และเป็นการเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานทางเลขคณิต และเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ พีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น โดยวัดได้จากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ โดยเป็นโจทย์การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ซับซ้อนต้องใช้การวิเคราะห์มากกว่าในเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียน ลักษณะการคิดเชิงสัมพันธ์เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสามารถสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร ถ้อยคำ และสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ ที่ไม่คำนวณตามขั้นตอน เพื่อหาคำตอบ โดยนักเรียนกลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูงจะมีคะแนนในช่วง 9-12 คะแนน คือ มีหลักฐานการคำนวณทุกข้อ กลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลางจะมีคะแนนในช่วง 5-8 คะแนน คือ มีหลักฐานการคำนวณที่ค่อนข้างน้อยทุกข้อหรือมีหลักฐานการคำนวณบางข้อ และกลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำจะมีคะแนนในช่วง 0-4 คะแนนคือ มีหลักฐานการคำนวณบางข้อหรือไม่มีเลย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อที่ 1

จากสมการ

$$5x-4y=1$$
$$x-y=-7$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงหาค่า x และ y (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.3 จงเขียนสมการ $5x-4y=1$ ให้อยู่ในรูปค่า y

.....

.....

.....

ข้อที่2

จากสมการ

$$3x-4y=0$$
$$3x-4y=-24$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 จงหาค่า x และ y (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.3 จงเขียนสมการ $3x-4y = -24$ ให้อยู่ในรูปค่า x

.....

.....

.....

ข้อที่ 3

จากสมการ

$$\frac{4x-2}{y} = 2$$

$$5x-y = 7$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 จงหาค่า x และ y (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

.....

3.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้

3.3 จงเขียนสมการ $\frac{4x-2}{y} = 2$ ให้อยู่ในรูปค่า y

.....

.....

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดมีจำนวนทั้งหมด 3 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 30 นาที
2. ให้นักเรียนแสดงวิธีและทำตอบคำถามพร้อมทั้งอธิบายแต่ละข้ออย่างละเอียดในช่องว่างที่กำหนดให้

คำจำกัดความ

"การคิดเชิงพีชคณิต" หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการใช้ทักษะการคิดเพื่อทำความเข้าใจในเนื้อหาที่เกี่ยวกับพีชคณิต วิธีคิดของบุคคลในการเรียนรู้พีชคณิต เป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในขอบเขตเนื้อหาพีชคณิต ซึ่งต้องอาศัยทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผล การแก้ปัญหา เพื่ออธิบายและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมมากขึ้นลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน (A Framework for characterizing Students' Algebraic Thinking) หมายถึงกรอบที่ใช้อธิบายลักษณะการคิดของนักเรียนที่แสดงออกมาขณะเผชิญกับสถานการณ์ทางพีชคณิตในเรื่องแบบรูป โดยแบ่งการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่

ระดับ 1 นักเรียนสับสนหรือไม่เข้าใจในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ทั้งสถานการณ์ ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป ตัวแปร และการนำเสนอ โดยแสดงออกมาในรูปของการหลีกเลี่ยงที่จะ ตอบคำถาม หรือในบางครั้งตอบคำถาม โดยไม่ได้นำข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวมา ช่วยในการตอบ หรือตอบไม่ตรงประเด็นคำถาม โดยนักเรียนมักจะใช้การเดาในการตอบ

ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้นจากระดับที่ 1 โดยแสดงออกถึงความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ทั้งสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป ตัวแปร และการนำเสนอ โดยนักเรียนสามารถบอกได้ว่าโจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องการถามอะไร แต่นักเรียนไม่รู้จะตอบ คำถามอย่างไร หรือบางครั้งพยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียว ซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้

ระดับ 3 นักเรียนแสดงความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน ซึ่งนักเรียนแสดงออกโดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในสถานการณ์ปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็น ขึ้นไปมาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถามและ ตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละ อย่างเข้าด้วยกัน

ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ทั้งสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป ตัวแปร และการนำเสนอได้ถูกต้องชัดเจนเช่นเดียวกับนักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตในระดับที่ 3 แต่นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือ มองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกัน แล้วนำความความสัมพันธ์ที่ได้มาช่วยในการค้นหา คำตอบที่ต้องการ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อที่ 1

จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้

$$x+2y = 4$$

$$2x-3y = 1$$

1.1 จงหาค่า x และ y

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้

$$2x+y+5 = 0$$

$$2x+y = 3$$

2.1 จงหาค่า x และ y

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้

2.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ

.....

.....

3. จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้

$$y+x = -2$$

$$2y+2x = -4$$

3.1 จงหาค่า x และ y

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้

3.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ข

การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าตรงตามกรอบเนื้อหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และการวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ในแต่ละระดับหรือไม่ โดยใช้เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนนตามความ คิดเห็นของท่าน

ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 0 คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณ หรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 1 จากสมการ $3x - y = 7$ $8 + y = 2x$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ 1.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 1 คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ		1.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้				
ระดับ 2 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ						
ระดับ 3 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ		1.3 จงเขียนสมการ $3x - y = 7$ ให้อยู่ในรูปค่า x				
ระดับ 4 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ						

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 0 คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณ หรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 2 จากสมการ $\frac{6-8y}{2} = x$ $x-y=8$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ 2.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 1 คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ		2.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้				
ระดับ 2 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ						
ระดับ 3 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ		2.3 จงเขียนสมการ $\frac{6-8y}{2} = x$ ให้อยู่ในรูปค่า y				
ระดับ 4 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ						

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 0 คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณ หรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 3 จากสมการ $2x = 5y+1$ $24-7x = 3y$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ 3.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 1 คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ		3.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้				
ระดับ 2 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ						
ระดับ 3 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ		3.3 จงเขียนสมการ $2x = 5y+1$ ให้อยู่ในรูปค่า x				
ระดับ 4 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ						

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 0 คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณ หรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 4 จากสมการ $5x-4y=1$ $x-y=-7$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ 4.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 1 คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ		4.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้				
ระดับ 2 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ						
ระดับ 3 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ		4.3 จงเขียนสมการ $5x-4y=1$ ให้อยู่ในรูปค่า y				
ระดับ 4 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ						

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 0 คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณหรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 5 จากสมการ $3x-y=7$ $4x-3y-11=0$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ 5.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 1 คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ		5.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้				
ระดับ 2 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ						
ระดับ 3 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ		5.3 จงเขียนสมการ $4x-3y-11=0$ ให้อยู่ในรูปค่า y				
ระดับ 4 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ						

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 0 คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณหรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 6 จากสมการ $x+y=\frac{1}{2}$ $x-3y=\frac{1}{6}$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ 6.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 1 คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ		6.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้				
ระดับ 2 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ						
ระดับ 3 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ		6.3 จงเขียนสมการ $x+y=\frac{1}{2}$ ให้อยู่ในรูปค่า x				
ระดับ 4 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้องสมบูรณ์ และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ						

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 0 คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณหรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 7 จากสมการ $3x-4y = 0$ $3x-4y = -24$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ 7.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 1 คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ		7.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้				
ระดับ 2 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ						
ระดับ 3 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ		7.3 จงเขียนสมการ $3x-4y = -24$ ให้อยู่ในรูปค่า x				
ระดับ 4 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ						

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 0 คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณหรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 8 จากสมการ $\frac{4x-2}{y} = 2$ $5x-y = 7$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ 8.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 1 คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ		8.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้				
ระดับ 2 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ						
ระดับ 3 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ		8.3 จงเขียนสมการ $\frac{4x-2}{y} = 2$ ให้อยู่ในรูปค่า y				
ระดับ 4 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ						

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 0 คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ใช้การคำนวณหรือไม่แสดงวิธีหาคำตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 9 จากสมการ $8x+y = 12$ $7x-3 = y$ จงตอบคำถามต่อไปนี้ 9.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 1 คำตอบไม่ถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ และมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบ		9.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการนี้				
ระดับ 2 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ						
ระดับ 3 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ไม่ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องและมีหลักฐานการคำนวณในการหาคำตอบ		9.3 จงเขียนสมการ $8x+y=12$ ให้อยู่ในรูปค่า x				
ระดับ 4 คำตอบถูกต้อง ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ชัดเจน ถูกต้อง สมบูรณ์ และไม่พบร่องรอยการคำนวณในการหาคำตอบ						

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง .....

วันที่ ...../...../.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าตรงตามกรอบเนื้อหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และการการคิดเชิงพีชคณิตหรือไม่ โดยใช้เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนน ตามความ คิดเห็นของท่าน

ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบวัดระดับการคิดเชิงพีชคณิต

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 1 นักเรียนสับสน ไม่เข้าใจในปัญหา หลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม หรือตอบไม่ตรงประเด็น ใช้การเดาในการตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 1 จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้ $x+2y = 4$ $2x-3y = 1$ 1.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้น มีความเข้าใจในปัญหา พยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียวซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้						
ระดับ 3 นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็นขึ้นไป มาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถามและตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละอย่างเข้าด้วยกัน		1.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้				
ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ		1.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ				

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 1 นักเรียนสับสน ไม่เข้าใจในปัญหา หลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม หรือตอบไม่ตรงประเด็น ใช้การเดาในการตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 2 จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้ $2x-6y = 8$ $x-3y = 6$ 2.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้น มีความเข้าใจในปัญหา พยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียวซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้						
ระดับ 3 นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็นขึ้นไป มาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถามและตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละอย่างเข้าด้วยกัน		2.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้				
ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ		2.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ				

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 1 นักเรียนสับสน ไม่เข้าใจในปัญหา หลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม หรือตอบไม่ตรงประเด็น ใช้การเดาในการตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 3 จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้ $2x+y+5=0$ $2x+y=3$ 3.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้น มีความเข้าใจในปัญหา พยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียวซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้						
ระดับ 3 นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็นขึ้นไป มาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถาม และตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละอย่างเข้าด้วยกัน		3.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้				
ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ		3.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ				

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น /ข้อเสนอแนะ
ระดับ 1 นักเรียนสับสน ไม่เข้าใจในปัญหา หลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม หรือตอบไม่ตรงประเด็น ใช้การเดาในการตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 4 จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้ $x+2y = 4$ $2x+3y = 7$ 4.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้น มีความเข้าใจในปัญหา พยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียวซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้						
ระดับ 3 นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็นขึ้นไป มาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถามและตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละอย่างเข้าด้วยกัน		4.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้				
ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ		4.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ				

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 1 นักเรียนสับสน ไม่เข้าใจในปัญหา หลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม หรือตอบไม่ตรงประเด็น ใช้การเดาในการตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 5 จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้ $-x+2y = 6$ $2y-4 = x$ 5.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้น มีความเข้าใจในปัญหา พยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียวซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้						
ระดับ 3 นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็นขึ้นไป มาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถามและตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละอย่างเข้าด้วยกัน		5.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้				
ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ		5.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ				

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
ระดับ 1 นักเรียนสับสน ไม่เข้าใจในปัญหา หลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม หรือตอบไม่ตรงประเด็น ใช้การเดาในการตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 6 จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้ $2x-3y-14 = 0$ $3x+2y = 8$ 6.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้น มีความเข้าใจในปัญหา พยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียวซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้						
ระดับ 3 นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็นขึ้นไป มาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถามและตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละอย่างเข้าด้วยกัน		6.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้				
ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ		6.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ				

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 1 นักเรียนสับสน ไม่เข้าใจในปัญหา หลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม หรือตอบไม่ตรงประเด็น ใช้การเดาในการตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 7 จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้ $y+x = -2$ $2y+2x = -4$ 7.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้น มีความเข้าใจในปัญหา พยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียวซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้						
ระดับ 3 นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็นขึ้นไป มาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถามและตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละอย่างเข้าด้วยกัน		7.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้				
ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ		7.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ				

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 1 นักเรียนสับสน ไม่เข้าใจในปัญหา หลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม หรือตอบไม่ตรงประเด็น ใช้การเดาในการตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 8 จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้ $2y = 10+3x$ $2y-3x = 4$ 8.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้น มีความเข้าใจในปัญหา พยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียวซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้						
ระดับ 3 นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็นขึ้นไป มาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถามและตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละอย่างเข้าด้วยกัน		8.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้				
ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ		8.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ				

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ระดับการคิดเชิงพีชคณิต	เนื้อหา	ข้อคำถาม	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
ระดับ 1 นักเรียนสับสน ไม่เข้าใจในปัญหา หลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม หรือตอบไม่ตรงประเด็น ใช้การเดาในการตอบ	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 9 จากสมการจงตอบคำถามต่อไปนี้ $3x+6y = 15$ $x+2y = 5$ 9.1 จงหาค่า x และ y				
ระดับ 2 นักเรียนแสดงความสามารถเพิ่มขึ้น มีความเข้าใจในปัญหา พยายามที่จะตอบคำถามแต่เป็นการตอบโดยใช้ข้อมูลเพียงส่วนเดียวซึ่งไม่สามารถครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้						
ระดับ 3 นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยการสามารถใช้ข้อมูลที่ให้มาในปัญหาตั้งแต่ 2 ข้อมูลหรือ 2 ประเด็นขึ้นไป มาช่วยในการตอบคำถาม ทำให้มีแนวการตอบที่ตรงประเด็นสอดคล้องกับข้อคำถามและตอบคำถามได้ถูกต้องก็ตาม แต่นักเรียนกลุ่มนี้ยังขาดการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ละอย่างเข้าด้วยกัน		9.2 จงเขียนกราฟคำตอบของสมการในข้อนี้				
ระดับ 4 นักเรียนสามารถตอบคำถามที่กำหนดให้ได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนกลุ่มนี้มีลักษณะของการมองสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น กล่าวคือมองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ในเชิงการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำความความสัมพันธ์ที่ได้มาช่วยในการค้นหาคำตอบที่ต้องการ		9.3 คำตอบของสมการนี้ มีกี่คำตอบ				

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง .....

วันที่...../...../.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ค

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

1. ผศ.ว่าที่ ร.ต.ดร.อรัญ ซุยกระเดื่อง	กศ.ด (วิจัยและประเมินผลการศึกษา) ตำแหน่ง ดร.คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล
2. ผศ.ดร.ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว	ค.ด. (คณิตศาสตรศึกษา) ตำแหน่ง หัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์และนวัตกรรมการศึกษา มหาวิทยาลัยกาฬสินธุ์ ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและภาษาวิจัย
3. ดร.เสน่ห์ หมายจากกลาง	ค.ด. (คณิตศาสตรศึกษา) ศึกษานิเทศก์ สำนักงาน เขตพื้นที่การศึกษา นครราชสีมา ผู้เชี่ยวชาญด้านความถูกต้องด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ง

หนังสือขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์

ที่ คศ.๐๑๐๕/๒๕๖๕ ลงวันที่ ๗ เมษายน ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน ผศ.ดร. อรัญ ชุยกระเดื่อง

ด้วยนายศรัณย์ ภูผาดศรี นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๑๗ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ ☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษาวิจัย

☑ ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวัดและประเมินผล

☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล

☐ อื่น ๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)

คณบดีคณะครุศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่ อว๐๖๑๙.๐๒/๒๙๗๘ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๐

๗ เมษายน ๒๕๖๕

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

เรียน ผู้อำนายการโรงเรียนกาฬสินธ์พิทยาสรรพ์

ด้วยนายศรัณย์ ภูผาดศรี นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๑๗ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยกับประชากรและกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

คณะครุศาสตร์
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทรศัพท์นักศึกษา ๐๖๕๙๙๓๒๙๗๙

ที่ อว๐๖๑๙.๐๒/ว๒๓๗๓

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๐

๓ เมษายน ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน ผศ.ดร. ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว

ด้วยนายศรัณย์ ภูผาดศรี นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๑๗ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ ☑ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษาวิจัย
☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวัดและประเมินผล
☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล
☐ อื่น ๆ ระบุ.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

คณะครุศาสตร์
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทรศัพท์นักศึกษา ๐๖๕๙๙๓๒๙๗๙

ที่ อว๐๖๑๙.๐๒/ว๒๗๗๗ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๐

๗ เมษายน ๒๕๖๕

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน ดร. เสน่ห์ หมายจากกลาง

ด้วยนายศรัณย์ ภูผาดศรี นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๑๗ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ ☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษาวิจัย
☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวัดและประเมินผล
☑ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล
☐ อื่น ๆ ระบุ.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

คณะครุศาสตร์
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทรศัพท์นักศึกษา ๐๖๕๙๙๓๒๙๗๙

การเผยแพร่ผลงานวิจัย

ศรัณย์ ภูผาดศรี และยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ. (2565). การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ใน *การประชุมวิชาการระดับชาติ การศึกษาเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ ครั้งที่ 6.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา.

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ สกุล	นายศรัณย์ ภูผาดศรี
วันเกิด	14 มีนาคม 2540
ที่อยู่ปัจจุบัน	107 หมู่ 8 ตำบลหนองสรวง อำเภอหนองกุงศรี จังหวัดกาฬสินธุ์ 46220

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2559	วิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
พ.ศ. 2565	ครุศาสตรมหาบัณฑิต (ค.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY