

Ho 130218

การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓



นายศินภพ ภูมิภูเขียว

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

พ.ศ. ๒๕๖๓

สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม





ใบอนุญาตวิทยานิพนธ์
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ นายศินภพ ภูมิภูเขียว แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ อนุพรรณ)



กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรรณคำ)


กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นवल นนทภา)


กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รามนรี นนทภา)

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ว่าที่ร้อยโท 
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฐชัย จันทกุ่ม)
คณบดีคณะครุศาสตร์


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรรณคำ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่.....เดือน.....ปี.....

ชื่อเรื่อง : การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผู้วิจัย : นายศินภพ ภูมิภูเขียว

ปริญญา : ครุศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา)
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รามนรี นนทภา

ปีการศึกษา : 2563

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวนทั้งหมด 163 คน โดยวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน วิเคราะห์ข้อมูลโดย การวิเคราะห์งานเขียน (Task analysis) และ การบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic description)

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเพศชาย ส่วนใหญ่มีความรู้อยู่ในระดับปานกลาง ยกเว้นความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำ ด้านที่มีค่าสูงสุดคือ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 55.56 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.33 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.53 รองลงมาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 54.63 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.28 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.34 และความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 40.43 มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดเท่ากับ 2.43 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.54 ส่วนนักเรียนเพศหญิง มีความรู้ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง ด้านที่มีค่าสูงสุดคือ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 59.33 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.56 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.98 รองลงมาคือความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 55.17 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.55 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.52 และความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 52.75 มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดเท่ากับ 3.17 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.42 เนื่องจากความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ จนบางครั้งกลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ ทำให้ไม่สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผล

ของคำตอบได้ และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ เนื่องจากไม่เข้าใจปัญหาดีพอ จึงไม่สามารถเชื่อมโยง
ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการไปใช้ได้ ทำให้ไม่แน่ใจว่าจะต้องเลือกใช้การดำเนินการใด

คำสำคัญ : ความรู้เชิงมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์
ความคล้าย



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Title : A Study of Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics on Similarity of Mathayomsuksa Three Students.

Author : Mr. Sinapob Phumphukhieo

Degree : Master of Education (Mathematics Education)
Rajabhat Maha Sarakham University

Advisors : Assistant Professor Dr. Ramnaree Nontapa

Year : 2020

ABSTRACT

The purpose of this research was to study conceptual and procedural knowledge of Mathematics on similarity of mathayomsuksa three students. Population of this research was 163 people from mathayomsuksa three students at Srikrananwittayakom School, during the second semester of academic year 2019, obtained by cluster random sampling. The research instruments were frequency, percentage, mean, standard deviation, task analysis and analytic description

The result found that, most of male students have knowledge at a middle-level except conceptual and procedural knowledge of mathematics at a low level. The procedural knowledge of mathematics is the highest. Accounting for 55.56 percent with an average value of 3.33, The standard deviation equal to 1.53. Then, the conceptual knowledge of mathematics. Accounting for 54.63 percent with an average value of 3.28, The standard deviation equal to 1.34. And The conceptual and the procedural knowledge of mathematics is the lowest. Accounting for 40.43 percent with an average value of 2.43, The standard deviation equal to 1.54. For the most female students have knowledge at a middle-level. The procedural knowledge of mathematics is the highest. Accounting for 59.33 percent with an average value of 3.56, The standard deviation equal to 1.98. Then, the conceptual and the procedural knowledge of mathematics. Accounting for 55.17 percent with an average value of 3.55, The standard deviation equal to 1.52. And the conceptual knowledge of mathematics. Accounting for 52.75 percent with an average value of 3.17, The standard deviation equal to 1.42. Due to the procedural knowledge of mathematics was found in Math classes. Sometimes, it became

the knowledge about procedural work or the work that they did not understand what they have done. Cause of unable to verify the reasonable of the answer and cannot apply the knowledge because they did not understand the problem enough and cannot link knowledge about operation that made, they were not certain about how to choose operation.

Keywords : Conceptual knowledge of Mathematics, Procedural knowledge of Mathematics, Similarity



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความรู้ ความกรุณา และความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รามนรี นนทภา ประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ ฤนาพรรณ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นवल นนทภา กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนสำเร็จ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.อัศรพงศ์ วงศ์พัฒน์ อาจารย์ ดร.บรรชา นันจรัส และ อาจารย์ ดร.นิตยา จันตะคุณ ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย และนายสุรเชษฐ รูปต่ำ ผู้อำนวยการและคุณครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลให้แก่ผู้วิจัย ขอขอบพระคุณทุกท่าน มา ณ โอกาสนี้

คุณค่าทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ผู้วิจัยขอน้อมรำลึกและบูชาพระคุณแก่บุพการี ของผู้วิจัย และครอบครัวที่ให้การสนับสนุน รวมทั้งบูรพาจารย์ทุกท่านที่อยู่เบื้องหลังในการวางรากฐานการศึกษาให้กับผู้วิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY
นายศิณภพ ภูมิภูเขียว

สารบัญ

หัวเรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	ก
ABSTRACT	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญภาพ	ช
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย	3
1.3 ขอบเขตการวิจัย	4
1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ	4
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม	6
2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	6
2.2 การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์	12
2.3 แนวคิดและหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์	18
2.4 ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์	26
2.5 ความคล้าย	37
2.6 คะแนนมาตรฐาน T ปกติ	42
2.7 การหาคุณภาพเครื่องมือ	48
2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	59
2.9 กรอบแนวคิดการวิจัย	65
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	66
3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	66

หัวข้อ	หน้า
3.2 เครื่องมือวิจัย	67
3.3 การสร้างเครื่องมือในการวิจัย	67
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล	69
3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล	73
3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย	73
บทที่ 4 ผลการวิจัย	76
4.1 ลำดับที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	76
4.2 ผลการวิจัย	76
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	93
5.1 สรุป	93
5.2 อภิปรายผล	93
5.3 ข้อเสนอแนะ	95
บรรณานุกรม	97
ภาคผนวก	101
ภาคผนวก ก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	102
ภาคผนวก ข การหาคุณภาพเครื่องมือ	108
ภาคผนวก ค รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือวิจัย	115
ภาคผนวก ง หนังสือขอความอนุเคราะห์	117
ประวัติผู้วิจัย	121

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1	การแปลงคะแนนดิบให้เป็นคะแนน T ปกติ..... 43
2.2	การเทียบตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ไปสู่คะแนน T ปกติ..... 44
2.3	ตัวอย่างการแปลงคะแนนดิบเป็นคะแนน T ปกติ 46
2.4	เกณฑ์ในการแปลความหมายของค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก 52
3.1	เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย (ข้อ 1-2)..... 70
3.2	เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย (ข้อ 3-4)..... 70
3.3	เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย (ข้อ 5)..... 70
3.4	เกณฑ์ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน มีจำนวน 2 ข้อ รวมทั้งหมด 6 คะแนน..... 71
3.5	เกณฑ์ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์คะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน มีจำนวน 2 ข้อ รวมทั้งหมด 6 คะแนน..... 71
3.6	เกณฑ์ความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คะแนนเต็ม 6 คะแนน มีจำนวน 1 ข้อ รวมทั้งหมด 6 คะแนน 72
3.7	เกณฑ์ในการแปลผลความสามารถทางการเรียน ในรูปของคะแนน T ปกติ (Normalized T- Score) 72
4.1	คะแนนการทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (n = 163) 77
4.2	คะแนนรายด้านของนักเรียนในการทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทาง คณิตศาสตร์เป็นค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (n = 163) 79
4.3	ผลการศึกษาคำความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถทางการเรียน 80
4.4	การเปรียบเทียบระดับความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และระดับ ความสามารถทางการเรียนของนักเรียน เป็นร้อยละ (n = 163) 81

ตารางที่	หน้า
ข.1 ผลรวมและค่า IOC ของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย	113
ข.2 ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก รายข้อของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย	114



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1	เส้นโค้งปกติมาตรฐานของการตัด 3 เกรด 47
2.2	เส้นโค้งปกติมาตรฐานของการตัด 4 เกรด 48
4.1	แผนภูมิเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รายด้าน ระหว่างเพศชายและเพศหญิง 78
4.2	ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง 83
4.3	ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง 84
4.4	ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน อ่อน มีความรู้เชิงมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง 85
4.5	ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง 86
4.6	ตัวอย่างงานเขียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน ปานกลาง มีความรู้เชิงกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง 87
4.7	ตัวอย่างงานเขียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนอ่อน มีความรู้เชิงกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง 88
4.8	ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนเก่ง ความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง 89
4.9	ตัวอย่างงานเขียนระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง และความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง 90
4.10	ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนอ่อน มีความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง 91

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

พระราชบัญญัติ การศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 และ (ฉบับที่ 3) พ.ศ. 2551 หมวด 4 แนวการจัดการศึกษา มาตรา 22 กล่าวว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ และ มาตรา 24 ได้กล่าวถึง การจัดกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรียนรู้ ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจ ความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์และการประยุกต์ความรู้มาใช้ เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา และจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่าน และเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2554, น. 1)

วิสัยทัศน์การจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 มุ่งเน้นผู้เรียนทุกคนซึ่งเป็นกำลังของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตย อันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติที่จำเป็นต่อการศึกษาคือ การประกอบอาชีพและการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดสมรรถนะที่สำคัญ 5 ประการ ได้แก่ ความสามารถในการสื่อสาร ความสามารถในการคิด ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต และความสามารถในการใช้เทคโนโลยี (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. ก) การจัดการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ และการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สอดคล้องกับหลักการของการพัฒนาประเทศในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 (พ.ศ. 2560-2564) ที่ยึด “คนเป็นศูนย์กลางการพัฒนา” มุ่งสร้างคุณภาพชีวิตและสุขภาวะที่ดีสำหรับคนไทย พัฒนาคอนให้มีความเป็นคนที่สมบูรณ์มีวินัย ใฝ่รู้ มีความรู้ มีทักษะ มีความคิดสร้างสรรค์ มีทัศนคติที่ดี รับผิดชอบต่อสังคม มีจริยธรรมและคุณธรรม พัฒนาคอนทุกช่วงวัยและเตรียมความพร้อมเข้าสู่สังคมผู้สูงอายุ อย่างมีคุณภาพ รวมถึงการสร้างคนให้ใช้ประโยชน์และอยู่กับสิ่งแวดล้อมอย่างเกื้อกูล อนุรักษ์ฟื้นฟูใช้ประโยชน์ ทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อมอย่างเหมาะสม และยึด “หลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง” เพื่อให้เกิดบูรณาการการพัฒนาในทุกมิติอย่างสมเหตุสมผล มีความพอประมาณ มีระบบภูมิคุ้มกันและ การบริหารจัดการความเสี่ยงที่ดี ซึ่งเป็นเงื่อนไขจำเป็นสำหรับการพัฒนาที่ยั่งยืน โดยมุ่งเน้นการพัฒนาคนให้มี ความเป็นคนที่สมบูรณ์ สังคมไทยเป็นสังคมคุณภาพ สร้างโอกาส และมี

ที่ยืนให้กับทุกคนในสังคมได้ดำเนินชีวิตที่ดีมีความสุข และอยู่ร่วมกันอย่างสมานฉันท์ ในขณะที่ระบบเศรษฐกิจของประเทศก็เจริญเติบโตอย่างต่อเนื่อง มีคุณภาพ และมีเสถียรภาพ การกระจายความมั่งคั่งอย่างทั่วถึงและเป็นธรรม เป็นการเติบโตที่เป็นมิตรกับ สิ่งแวดล้อม รักษาความหลากหลายทางชีวภาพ ชุมชนวิถีชีวิต ค่านิยม ประเพณีและวัฒนธรรม (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี, 2559, น. 21-23) การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ และความเจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ และคิดอย่างเป็นระบบ มีระเบียบแบบแผน ลักษณะการคิดดังกล่าว ทำให้มนุษย์สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 1) การเรียนคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่มีผลต่อการดำเนินชีวิตในยุคปัจจุบัน เพราะคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนากระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดที่เป็นระบบและมีเหตุ มีผลที่จะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผล ได้กำหนดให้มีการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำรงชีวิต สามารถใช้ชีวิตร่วมกับผู้คนในสังคมได้อย่างมีความสุข นอกจากนี้พระราชบัญญัติการศึกษา พ.ศ.2542 ยังได้กำหนดให้ความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์เป็นความรู้พื้นฐานที่ผู้เรียนต้องศึกษา ดังนั้นความรู้ด้านคณิตศาสตร์จึงเป็นเครื่องมือสำคัญในการขับเคลื่อนและพัฒนาสาขา วิชาชีพทุกแขนงไม่ว่าจะด้านวิทยาศาสตร์หรือสังคมศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2542, น. 4)

ความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนควรได้รับการฝึกฝนความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์แต่ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป มักเน้นการสอนความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การสอนความรู้เชิงมโนทัศน์มีเพียงเล็กน้อย นักการศึกษาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่เห็นตรงกันว่า การที่ผู้เรียนได้รับความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการเรียนการสอนในโรงเรียนมากกว่าความรู้เชิงมโนทัศน์นั้น เนื่องจากความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่ผู้สอน สอนได้ง่ายและผู้เรียนมักเรียนรู้ได้เร็ว เพราะเพียงผู้เรียนจดจำขั้นตอนการทำงานตามตัวอย่างที่ผู้สอนให้ และฝึกทำเช่นนั้นอยู่เสมอ จะสามารถทำได้ด้วยตนเอง ต่างจากความรู้เชิงมโนทัศน์ที่ต้องเข้าใจถึงความหมายหรือที่มาของความรู้ นั้น ซึ่งบางครั้งต้องใช้การคิดระดับสูงเข้ามาเกี่ยวข้อง ด้วยเหตุนี้ ทำให้นักศึกษามองว่า การสอนความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มากเกินไปทำให้นักเรียนขาดมโนทัศน์และความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผลทำให้ขาดความสามารถในการใช้เหตุผล และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้ ดังนั้นความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไม่เพียงแต่มีความสำคัญต่อการนำไปใช้งานในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ แต่ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับเนื้อหาของศาสตร์อื่นหรือใช้ในชีวิตประจำวันได้อีกด้วย ผู้เรียนจึงควรได้รับและฝึกฝนความรู้ทั้งสองประเภท

นี้ เพื่อนำไปแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง (อัมพร ม้าคนอง. 2553, น. 6) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดและการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ยิ่งกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 1)

จากการศึกษาสภาพปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในกลุ่มสาระเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 25 (ขอนแก่น) ตามรายงานผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าในปีการศึกษา 2561 วิชาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนได้คะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าเกณฑ์ โดยเฉพาะโรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 29.25 เมื่อพิจารณาแยกตามสาระการเรียนรู้ พบว่า ปีการศึกษา 2561 สาระที่ได้คะแนนเฉลี่ยต่ำ 3 ลำดับ เรียงจากต่ำสุด ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 22.65 รองลงมาได้แก่ พิชคณิต ได้คะแนนเฉลี่ย ร้อยละ 26.33 และเรขาคณิต ได้คะแนนเฉลี่ย ร้อยละ 41.66 จากผลการทดสอบ ไม่มีสาระใดที่ ผ่านเกณฑ์ที่โรงเรียนกำหนด จากปัญหาผลการทดสอบระดับชาติ (O-NET) ที่กล่าวมาข้างต้นทางสถานศึกษาได้ตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาที่ส่งผลกระทบต่อผลการทดสอบทางการเรียนดังกล่าว จึงมีนโยบายให้ครูผู้สอนหาแนวทางปรับปรุงแก้ไข และส่งเสริมให้นักเรียนมีผลการทดสอบทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น (ฝ่ายวิชาการโรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม, 2561, น. 1) จากเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัย เห็นความสำคัญความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และได้ศึกษาเกี่ยวกับความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อให้ทราบว่านักเรียนมีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับใดและเป็นข้อเสนอแนะในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูผู้สอนสามารถนำข้อมูลดังกล่าวมาพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนมีความรู้ในระดับที่สูงขึ้นในการเรียนและการใช้ชีวิตให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ ดังนี้

เพื่อศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1.3.1 ขอบเขตด้านประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.3.1.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ตำบลหนองโก อำเภอกะนวน จังหวัดขอนแก่น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 7 ห้อง มีนักเรียนทั้งหมด 275 คน

1.3.1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ตำบลหนองโก อำเภอกะนวน จังหวัดขอนแก่น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 4 ห้องเรียน ได้แก่ ม.3/3, ม.3/5, ม.3/7 และ ม.3/8 รวมทั้งหมด 163 คน ที่ได้จากการคำนวณหาขนาดกลุ่มตัวอย่างของ Taro Yamane (1967, p. 727) ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถในการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนในห้องเดียวกัน โดยวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

1.3.2 ขอบเขตด้านตัวแปร

ตัวแปรที่ได้ทำการศึกษาในครั้งนี้ คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.3.3 ขอบเขตด้านเนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เนื้อหาในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.3.4 ขอบเขตด้านระยะเวลา

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

“ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์” หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและการให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

“ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์” หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นลำดับขั้นตอนอย่างถูกต้อง ชัดเจน

“ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Knowledge)” หมายถึง ความรู้ที่ประกอบด้วย มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้เกี่ยวกับความหมาย ความสัมพันธ์ และโครงสร้างของคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็น ความรู้สึกเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ ทฤษฎี กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

“แบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์” หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ วัดความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีลักษณะเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

“นักเรียน” หมายถึง ผู้เรียนที่ศึกษาอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียน ศรีกระนวนวิทยาคม อำเภอกระนวน จังหวัดขอนแก่น สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่ การศึกษามัธยมศึกษา เขต 25

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เพื่อให้ทราบว่านักเรียนมีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับใด และเป็นข้อเสนอแนะในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พัฒนาความรู้เชิง มโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีคุณภาพ และเป็นแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่น ๆ

บทที่ 2

การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์
3. แนวคิดและหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Knowledge)
4. ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์
5. ความคล้าย
6. คะแนนมาตรฐาน T ปกติ
7. การหาคุณภาพของเครื่องมือ
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
9. กรอบแนวคิดการวิจัย



2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สำนักวิชาการและมาตรฐาน, 2551, น. 1-7) ได้กล่าวถึง รายละเอียดของหลักสูตรตามหัวข้อต่อไปนี้

2.1.1 ทำไมเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบมีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผนตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ

2.1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพโดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นต่อการพัฒนาผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวนระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงการดำเนินการของจำนวนอัตราส่วนร้อยละการแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด: ความยาวระยะทางน้ำหนักพื้นที่ปริมาตรและความจุเงินและเวลาหน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดอัตราส่วนตรีโกณมิติการแก้ปัญหเกี่ยวกับ การวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต: รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติการนึกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิตทฤษฎีบททางเรขาคณิตการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต: แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชันเซตและการดำเนินการของเซตการให้เหตุผลนิพจน์สมการระบบสมการอสมการกราฟลำดับเลขคณิตลำดับเรขาคณิตอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็นการเขียนข้อคำถามการกำหนดวิธีการศึกษาการเก็บรวบรวมข้อมูลการจัดระบบข้อมูลการนำเสนอข้อมูลค่ากลางและการกระจายของข้อมูลการวิเคราะห์และการแปลความข้อมูลการสำรวจความคิดเห็นความน่าจะเป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายการให้เหตุผลการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สรุปได้ว่า การเรียนรู้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพโดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นต่อการพัฒนาผู้เรียน ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการการวัดเรขาคณิตพีชคณิตการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นและทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเกณฑ์ในการกำหนดคุณภาพของผู้เรียนอันเป็นพื้นฐานในการดำเนินชีวิต ซึ่งสาระมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ กำหนดไว้มี 5 สาระดังนี้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operations)

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด (Measurement)

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 : เรขาคณิต (Geometry)

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต (Algebra)

มาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์สมการอสมการกราฟและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปล ความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)

มาตรฐาน ค 5. 1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5. 2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้สมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5. 3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills and Processes)

มาตรฐาน ค 6. 1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผลการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สรุปได้ว่า สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ซึ่งกลุ่มสาระคณิตศาสตร์กำหนดไว้ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operations) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 4 ตัวการวัด

(Measurement) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 2 ตัวเรขาคณิต (Geometry) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 2 ตัวพีชคณิต (Algebra) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 2 ตัวการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 3 ตัวทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills and Processes) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 1 ตัว

2.1.4 คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ยังได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีความรู้ความสามารถ ดังต่อไปนี้

1. ผู้เรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงมีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วนสัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงสามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็มเศษส่วนทศนิยมเลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหาและนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้
2. ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมทรงกระบอกและปริมาตรของปริซึมทรงกระบอกพีระมิดกรวยและทรงกลมเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาวพื้นที่และปริมาตรได้อย่างเหมาะสมพร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้
3. ผู้เรียนสามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและเส้นตรงอธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ปริซึมพีระมิดทรงกระบอกกรวยและทรงกลมได้
4. ผู้เรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมเส้นขนานทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับและสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้
5. ผู้เรียนสามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
6. ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปสถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟในการแก้ปัญหาได้
7. ผู้เรียนสามารถกำหนดประเด็นเขียนข้อความเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์กำหนดวิธีการศึกษาเก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลมหรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้
8. ผู้เรียนเข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่อง ค่าเฉลี่ย เลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติราชภัฏมหาสารคาม

9. ผู้เรียนเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มเหตุการณ์และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ผู้เรียนใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสมให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสมใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารการสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจนเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สรุปได้ว่า คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นเป้าหมายความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่คาดหวังให้ได้ตามมาตรฐานของหลักสูตรเพื่อให้ครูสอนคณิตศาสตร์นำไปเป็นแนวทางในการวางแผนและจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับต่อไป

2.1.5 คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

2.1.5.1 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 5 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียน ที่ 1 เวลา 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต ศึกษาและฝึกทักษะการคิดคำนวณการแก้ปัญหาในสาระต่อไปนี้

1) ปริมาตรและพื้นที่ผิว ลักษณะ สมบัติ การหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมทรงกระบอกการหาปริมาตรของพีระมิด กรวยและทรงกลม การเปรียบเทียบหน่วยความจุหรือปริมาตรในระบบเดียวกันและต่างระบบการเลือกใช้หน่วยความจุหรือปริมาตรการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร

2) กราฟ กราฟเส้นตรง กราฟเส้นตรงกับการนำไปใช้กราฟอื่น ๆ ระบบสมการเชิงเส้น สมการ เชิงเส้นสองตัวแปร กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3) ความคล้าย รูปที่คล้ายกัน รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน การนำไปใช้โดยใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน สามารถเชื่อมโยงความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ ความรอบคอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

2.1.5.2 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียน ที่ 2 เวลา 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต ศึกษาและฝึกทักษะการคิดคำนวณการแก้ปัญหาในสาระต่อไปนี้

1) อสมการ คำตอบและกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2) ความน่าจะเป็น การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์การนำไปใช้

3) สถิติ การกำหนดประเด็น การเขียนข้อความ การกำหนดวิธีการศึกษา และการเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การหาค่ากลางของข้อมูล การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล การอ่านการแปลความหมาย และการวิเคราะห์ข้อมูล การใช้ข้อมูลสารสนเทศ

4) การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการยกกำลัง อัตราส่วนร้อยละ ปริมาตร และพื้นที่ผิว สถิติ ความน่าจะเป็น โดยใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน สามารถเชื่อมโยงความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

สรุปได้ว่า หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ซึ่งสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระคณิตศาสตร์กำหนดไว้ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operations) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 4 ตัว การวัด (Measurement) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 2 ตัว เรขาคณิต (Geometry) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 2 ตัว พีชคณิต (Algebra) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 2 ตัว การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 3 ตัว ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills and Processes) มีมาตรฐานการเรียนรู้ 1 ตัว ซึ่งจะประกอบและทิศทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนั้นคุณภาพผู้เรียนเมื่อเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จึงเป็นเป้าหมายความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่คาดหวังให้

ได้ตามมาตรฐานของหลักสูตรเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีคุณภาพด้านความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคมต่อไป

2.2 การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

2.2.1 ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์ มีบทบาทและความสำคัญต่อผู้เรียนเป็นอย่างยิ่ง ผู้วิจัยจึงได้มีการศึกษาความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, น. 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังคากล่าว ของ คาร์ล ฟรีดริค เกาส์ ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันที่มีชื่อเสียงในคริสต์ศตวรรษที่ 19 ว่าคณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์ และเลขคณิตเป็นราชินีของคณิตศาสตร์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างควมมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ (2545, น. 20-21) ได้สรุปถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่มีต่อมนุษยชาติโดยทั่วไป 4 ลักษณะ คือ

1. ประโยชน์ในการนำไปใช้ได้จริง (Practical Value)

1.1 คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เช่น การซื้อ-ขายสินค้าต่าง ๆ การคำนวณหากำไรขาดทุน การคิดดอกเบี้ย การคำนวณภาษีเงินได้ การประมาณค่าสิ่งของไม่ว่าจะเป็นน้ำหนัก ความสูงหรือระยะทาง การอ่านและการตีความหมายจากตาราง กราฟ แผนภูมิแบบต่าง ๆ สิ่งเหล่านี้ต้องใช้คณิตศาสตร์พื้นฐานซึ่งนักเรียนทุกคนจำเป็นต้องเรียน

1.2 คณิตศาสตร์ในงานอาชีพ โลกปัจจุบันเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วด้วยความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งเป็นผลสืบเนื่องมาจากความเจริญทางคณิตศาสตร์นับตั้งแต่สมัยโบราณ ไม่ว่าจะเป็นกฎแรงโน้มถ่วงของโลก ไปจนถึงการทดลองระเบิดนิวเคลียร์ จำเป็นต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งในแขนงใดแขนงหนึ่ง เช่น วิศวกรต้องเรียนแคลคูลัส สมการดิฟเฟอเรนเชียล การวิเคราะห์เชิงตัวเลข นักการธนาคาร ผู้ลงทุนการค้าควรเรียนรู้เรื่องกำหนดการเชิงเส้น การควบคุมคุณภาพ ผู้บริหารงานต้องอ่านและแปลความหมายของข้อมูลทางสถิติได้ และควรมีความรู้พื้นฐานทางคอมพิวเตอร์ด้วย นอกจากนี้อาชีพเกือบทุกแขนงไม่ว่าจะเป็นทาง

วิทยาศาสตร์ หรือ สังคมศาสตร์ต้องเกี่ยวข้องกับงานวิจัย ซึ่งจำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. ประโยชน์ในการฝึกวินัย (Disciplinary Values)

วิชาคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งที่จะฝึกให้คนมีวินัยในตนเอง จากการเสริมสร้างลักษณะนิสัยและเจตคติบางอย่างให้แก่ผู้เรียน เช่น ความมีระเบียบในการทำงาน ความมีเหตุผลในการแก้ปัญหา การเคารพในกฎกติกาของสังคม และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนความพอใจและเข้าใจในสิ่งที่ตนกำลังจะ ซึ่งเป็นคุณธรรมสูงสุดข้อหนึ่งของมนุษย์ ด้วยเหตุที่คณิตศาสตร์ใช้ภาษาง่าย ๆ สัญลักษณ์ที่รัดกุม ใช้เหตุผลที่ถูกต้อง ส่งเสริมให้มีความคิดริเริ่ม และรู้จักประเมินค่าข้อมูลต่าง ๆ นั้นเอง

3. ประโยชน์ทางวัฒนธรรม (Cultural Values)

ในบรรดาความรู้เบื้องต้นที่มนุษย์ควรเรียนรู้ตั้งแต่สมัยโบราณ นอกจากการอ่าน และการเขียนแล้วยังรวมถึงเลขคณิต ซึ่งเป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ด้วย เพราะความเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือพิเศษที่สอนให้คนมีเหตุผล คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่สืบทอดมาจากชนรุ่นก่อน จนถึงปัจจุบันอย่างต่อเนื่อง ไม่ขาดตกบกพร่อง เช่น เรขาคณิตของ Euclid แม้จะมีเรขาคณิตแบบไม่ใช่ Euclid เกิดขึ้น ก็ยังคงมีคนเรียนตลอดเวลามากกว่า 2,500 ปีแล้ว เช่นเดียวกับพีชคณิต และตรีโกณมิติ วิชาเหล่านี้ได้แสดงถึงรากเหง้า และวัฒนธรรมความเป็นอยู่ของมนุษย์ ทำให้สามารถสืบสาวเรื่องราวประวัติศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และเห็นคุณค่าในวิชาที่เป็นความจำเป็นแก่โลก รวมทั้งความเข้าใจความเจริญของทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งเป็นผลมาจากความเจริญและวิวัฒนาการทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่โบราณกาล

ปิยรัตน์ จาตุรัตน์บุตร (2547, น. 3) ได้กล่าวถึง ประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ ไว้ว่า

1. ประโยชน์และคุณค่าในแง่ของการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันและในงานอาชีพ ข้อนี้เห็นได้ชัดจากการบรรจุเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในชีวิตประจำวันในหลักสูตรประถมศึกษา มัธยมศึกษา และอาชีวศึกษา ตลอดจนวิชาชีพในระดับอุดมศึกษา

2. ประโยชน์และคุณค่าในแง่ที่เป็นเครื่องปลูกฝังหรือปลูกจิตคณิตศาสตร์สามารถฝึกฝนอบรมให้ผู้เรียนเป็นผู้ที่มีนิสัย ทัศนคติ และความสามารถทางสมองบางประการ เช่น ความเป็นคนช่างสังเกต การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีระเบียบ ง่าย สั้น และชัดเจน ตลอดจนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา

3. ประโยชน์และคุณค่าในแง่วัฒนธรรม คณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรมส่วนหนึ่งที่คนรุ่นก่อนได้คิดค้นสร้างสรรค์ไว้ และถ่ายทอดมาให้คนรุ่นหลัง ทั้งยังมีเรื่องให้ศึกษาค้นคว้าอีกมาก โดยไม่ต้องคำนึงถึงผลที่จะนำไปใช้ ดังนั้นในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ควรจะเป็นการศึกษาเพื่อชื่นชม

ในผลงานของคณิตศาสตร์ที่มีต่อวัฒนธรรม อารยธรรม และความก้าวหน้าของมนุษย์ และยังเป็น การศึกษาคณิตศาสตร์เพื่อคณิตศาสตร์เองอีกแห่งหนึ่งด้วย

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 10-11) ได้กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ประโยชน์ในแง่ที่เป็นเครื่องมือหรือเป็นความรู้ที่นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน การดำรงชีวิตประจำวันของมนุษย์ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นความรู้เกี่ยวกับ จำนวน หรือตัวเลข การชั่ง ตวง วัด ความรู้ทางเรขาคณิต พีชคณิต สถิติ เวลา และเงิน

2. ประโยชน์ต่อการพัฒนาวิชาชีพ ทุกอาชีพล้วนต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น วิศวกรรมศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ สถิติ เป็นต้น เพราะคณิตศาสตร์จะเป็นเครื่องมือ ในการพัฒนาวิชาชีพเหล่านั้นให้เจริญก้าวหน้ายิ่งขึ้น

3. ประโยชน์ในแง่ของการปลูกฝังคุณลักษณะที่ดีงาม คณิตศาสตร์สามารถนำมาฝึก และ พัฒนาให้ผู้เรียนเป็นผู้ที่มีนิสัย ทัศนคติ หรือความสามารถทางสมองหลายประการ เช่น การเป็นคน ช่างสังเกต การคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ การคิดอย่างมีเหตุผล การนำเสนอแนวคิดอย่างเป็นระบบ ชัดเจน ตรวจสอบได้ และนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไปใช้

4. ประโยชน์ในแง่การเป็นมรดกทางวัฒนธรรม ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ค้นพบจากคนรุ่น หนึ่งสืบทอดไปสู่คนรุ่นหลัง ๆ บางเรื่องอาจศึกษาโดยไม่คำนึงถึงผลที่จะนำไปใช้ แต่ศึกษาเพื่อให้รู้ ระบบการคิด หรือเพื่อชื่นชม และสร้างความภูมิใจในผลงานของคณิตศาสตร์ที่มีต่อวัฒนธรรม และ ความก้าวหน้าของมนุษย์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 1) ได้กล่าวถึง ความสำคัญ ของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ และความ เจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และ ศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิด วิเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณญาณ และคิดอย่างเป็นระบบ และมีระเบียบแบบ แแผน ลักษณะการคิดดังกล่าว ทำให้มนุษย์สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 4-5) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความคิดของมนุษย์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนรู้ คณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์ต้องใช้แนวคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิด อย่างมีวิจารณญาณ การคิดวางแผนอย่างรอบคอบ การคิดเชิงระบบ ลักษณะการคิดเหล่านี้ นอกจาก จะทำให้เกิดความคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดของมนุษย์ให้ดีขึ้น ตามไปด้วย

2. คณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์มีเหตุมีผล การเรียนรู้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ทำให้เห็นการพัฒนาความรู้ที่มีหลักการและเป็นเหตุเป็นผล ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย นอกจากนี้เนื้อหาบางอย่างของคณิตศาสตร์ ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลโดยตรง เช่น ตรรกศาสตร์ และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3. คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และการดำเนินงานเป็นขั้นตอน รวมทั้งมีการตรวจสอบความถูกต้องหรือประสิทธิภาพของการทำงานอย่างสมเหตุสมผล กระบวนการทางคณิตศาสตร์ทำงานทางคณิตศาสตร์ที่มีขั้นตอนชัดเจน เช่น กระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาประสิทธิภาพการทำงานที่มีระเบียบแบบแผนให้กับผู้เรียน

4. คณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในสังคม โดยมีการศึกษาเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่น ปัญหาน้ำท่วมและการจัดการน้ำ ปัญหาการจราจร ปัญหาการจัดระบบขนส่งมวลชน

5. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนอธิบายสิ่งต่าง ๆ ทั้งที่มองเห็น และมองไม่เห็น และช่วยให้คาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นได้ เนื่องจากความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เป็จริงและเป็นเครื่องมือในการพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ เช่น การอธิบายเกี่ยวกับความเร็วของแสงและเสียงการทำนายเศรษฐกิจโลก

6. คณิตศาสตร์ช่วยให้เกิดความเจริญในโลก ช่วยให้นักเรียนคิดค้นสิ่งใหม่ ๆ สร้างสรรค์งานหรือนวัตกรรม ทำให้นักเรียนได้รับความสะดวกสบายและความปลอดภัยมากขึ้น ในขณะที่ทำงานหนัก และใช้เวลาในการทำงานลดลง เช่น การสร้างโปรแกรมประมวลผลข้อมูลแทนการคำนวณด้วยมือ การผลิตหุ่นยนต์กู้ระเบิด

7. คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการพัฒนาศาสตร์สาขาอื่น ในฐานะเป็นเครื่องมือ ในการคิดการทำงาน และการสร้างองค์ความรู้ เช่น วิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ แพทยศาสตร์ สถิติศาสตร์ สังคมศาสตร์

8. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายอย่างเป็นส่วนหนึ่งของทักษะชีวิต เช่น ทักษะการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์จึงช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะชีวิตควบคู่ไปด้วย

สรุปได้ว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญยิ่งต่อความเจริญก้าวหน้าของโลก เพราะมนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลายของมนุษย์ ทั้งการคิดวิเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ คิดอย่างเป็นระบบ และมีระเบียบแบบแผน การคิดดังกล่าว ส่งผลให้

มนุษย์สามารถวิเคราะห์ปัญหา คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหา ต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ ไม่ว่าจะเป็นการซื้อขาย การคำนวณ หากำไร ขาดทุน การประมาณค่าสิ่งของต่าง ๆ การชั่ง การตวง การวัด การดูเวลา การอ่าน และการตีความหมายของข้อมูลต่าง ๆ เป็นต้น

2.2.2 ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นนามธรรม ที่เกี่ยวข้องกับความคิด การใช้กระบวนการคิดที่ต้องอาศัยหลักเหตุผล ผู้วิจัยได้มีการศึกษาธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, น. 1-3) ได้กล่าวถึง ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยความคิด การใช้กระบวนการคิดต้องอาศัยเหตุผล และการเรียนคณิตศาสตร์เป็นการฝึกแก้ปัญหาต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง สัญลักษณ์ที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์เกิดขึ้นจากการคิด และตกลงยอมรับที่จะนำไปใช้มากขึ้น เช่น ตัวเลขฮินดูอารบิก ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ซึ่งชาวฮินดูได้คิดขึ้นเมื่อประมาณ ปี ค.ศ. 500 และในปัจจุบันก็ยังคงใช้ตัวเลขฮินดูอารบิก

3. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามของคณิตศาสตร์เป็นความมีระเบียบและความผสมผสานกลมกลืนกัน นักคณิตศาสตร์ได้แสดงความคิดสร้างสรรค์ และจินตนาการเชื่อมโยงสิ่งที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติกับคณิตศาสตร์

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างความมีระเบียบแบบแผน มีลำดับขั้นตอนในการคิด และต้องอาศัยการคิดอย่างมีเหตุผล สิ่งที่เรียนก่อนจะเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องต่อไป หรือในการเรียนคณิตศาสตร์ในขั้นสูงต่อไป เช่น การเรียนเรื่องการบวกก่อนการเรียนเรื่องการคูณ การเรียนเรื่องลำดับและอนุกรมก่อนเรียนเรื่องแคลคูลัส

ปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร (2547, น. 3) ได้กล่าวถึง ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นวิชาที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์ที่เกิดจากการสรุปความคิดที่เหมือนๆ กัน อันเกิดจากประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น มโนทัศน์เกี่ยวกับปริมาณ จำนวน การเท่ากัน การเท่ากันทุกประการ เป็นต้น

2. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากล คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดของมนุษย์ และมนุษย์ก็สร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้น แล้วสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์นั้นมาใช้ เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่ทุกชาติ ทุกภาษาที่เรียนคณิตศาสตร์เข้าใจตรงกัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 7-8) ได้กล่าวถึง ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดที่เกิดจากการสรุปความคิดที่เหมือนๆ กัน ซึ่งเป็นความคิดที่ได้จากประสบการณ์ หรือจากปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น ความคิดเช่นนี้ เรียกว่า ความคิดรวบยอด ความคิดทางคณิตศาสตร์มีแบบแผนหรือกฎเกณฑ์ที่แน่นอน สามารถตรวจสอบได้ว่า สิ่งที่คิดนั้นเป็นจริง หรือถูกต้องหรือไม่ เช่น จำนวนคี่บวกกับจำนวนคี่จะเป็นจำนวนคู่เสมอ หรือด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรวมกันย่อมยาวกว่าด้านที่สาม เป็นต้น

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่แสดงความเป็นเหตุเป็นผล คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างหรือข้อตกลงชัดเจน การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ทุกขั้นตอนต้องเป็นไปตามโครงสร้างหรือข้อตกลงหรือตามแบบแผนที่วางไว้ และการสรุปแต่ละขั้นตอนต้องมีเหตุผลอ้างอิงอย่างสมเหตุสมผลด้วยความมีเหตุผลของคณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์คิดค้นสิ่งใหม่ๆ หรือค้นพบความรู้ใหม่ๆ ได้เสมอ

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด จึงมีการสร้างสัญลักษณ์แทนความคิดและใช้สัญลักษณ์ภายใต้เหตุการณ์ที่ตกลงกัน สื่อความหมายเช่นเดียวกับภาษา หรืออาจกล่าวได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษา ภาษาหนึ่งที่ใช้สัญลักษณ์แทนความคิด ภาษาคณิตศาสตร์ที่ใช้สัญลักษณ์แทนจึงเป็นภาษาที่รัดกุม มีความหมายเฉพาะและเข้าใจตรงกัน

4. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ศิลปะเป็นสัญลักษณ์แสดงถึงความสวยงามและความคิดสร้างสรรค์ คณิตศาสตร์ก็เช่นเดียวกับศิลปะ ความงามของคณิตศาสตร์อยู่ที่ความมีระบบ มีระเบียบที่ชัดเจน อธิบายเหตุผลได้ทุกขั้นตอน และความสวยงามอีกลักษณะหนึ่งของคณิตศาสตร์ ก็คือการค้นพบสิ่งใหม่ๆ หรือความรู้ใหม่ๆ ซึ่งเป็นความงามเชิงสร้างสรรค์ที่ต้องการให้เกิดขึ้นอย่างมาก

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 2) ได้กล่าวว่า เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มีลักษณะเป็นนามธรรมที่มีโครงสร้างประกอบด้วยข้อตกลงเบื้องต้นในรูปของนิยาม อนิยาม และสัจพจน์ การใช้เหตุผลเพื่อสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่นำไปใช้ได้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์จึงมีความถูกต้อง เทียงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและการนำไปใช้ประโยชน์ เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่สามารถใช้เพื่อการสื่อสาร การสื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ ได้

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 2) ได้กล่าวถึง ธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย เช่น การใช้จำนวนในการสื่อปริมาณว่ามากน้อยเพียงใด การใช้เครื่องหมายบวก (+) แทนการรวมกันของสิ่งของ

2. คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญและสามารถพิสูจน์ได้ เช่น การพิสูจน์ว่า จำนวนคู่หารลงตัวด้วยสอง การพิสูจน์ว่า ในเรขาคณิตแบบยูคลิด ผลรวมของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเป็น 180

3. คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งความรู้ที่เป็นระบบ มีโครงสร้าง และแบบแผนที่ชัดเจน เช่น ระบบจำนวนเป็นระบบที่ประกอบด้วยจำนวนประเภทต่างๆ โดยมีโครงสร้างแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประเภทของจำนวนชัดเจน

4. คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ การคิด และการแก้ปัญหา เช่น การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา

5. คณิตศาสตร์มีความเป็นสากล สามารถใช้งานได้อย่างกว้างขวาง เช่น คำอธิบายเกี่ยวกับจุด เป็นที่เข้าใจตรงกันทั่วโลก วิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้กันเป็นสากลทั่วโลก

สรุปได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีความเป็นสากล สามารถใช้งานได้อย่างกว้างขวาง เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด การคำนวณ และการแก้ปัญหา เป็นวิชาที่สร้างความเป็นระบบ มีระเบียบแบบแผน และลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ สามารถพิสูจน์ได้ และยังเป็นวิชาที่มีความเป็นศิลปะ มีความงดงามในตัวเอง

2.3 แนวคิดและหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.3.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Knowledge)

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่มีความสำคัญ และมีคุณค่าต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นอย่างมาก นักเรียนจะใช้ความรู้ี้มาเป็นพื้นฐานในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การวิจัยครั้งนี้ จึงได้ศึกษาทฤษฎีและหลักการของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

2.3.1.1 ความหมายของความรู้

ความรู้มีบทบาทสำคัญต่อผู้เรียนเป็นอย่างยิ่ง ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้ Meredith (1961, p. 10) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง ความเข้าใจ(Understand) และการคงอยู่ (Retaining) เนื่องจากความรู้เป็นสิ่งที่เราสามารถจำได้ในบางสิ่งอย่างที่เราเข้าใจ

Good (1973, p. 325) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง ข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์และรายละเอียดต่าง ๆ ที่มนุษย์ได้รับและเก็บรวบรวมไว้

Bloom (1975, p. 27) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง สิ่งที่เกี่ยวข้องกับการระลึกถึงสิ่งเฉพาะเรื่อง หรือเรื่องทั่ว ๆ ไป ระลึกถึงวิธีการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ โดยเน้นความจำ

Davenport and Prusak (1998, p. 5) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง ส่วนผสมของกรอบประสบการณ์คุณค่าสารสนเทศที่เป็นสภาพแวดล้อมและกรอบการทำงานสำหรับการประเมินและรวมกันของประสบการณ์และสารสนเทศใหม่

Nonaka (1998, pp. 26-27) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง สิ่งที่เกิดขึ้นใหม่ จากการเรียนรู้ของบุคคลที่ได้ปะทะกับสิ่งแวดล้อม ผู้ที่มีสติปัญญาและมีการเรียนรู้อยู่เสมอ จะสร้างความรู้ได้ดี การทำให้ความรู้จากบุคคลหนึ่งสู่บุคคลหนึ่ง และสามารถแลกเปลี่ยนความรู้อันและกันได้ ก็จะทำให้เกิดคุณค่าต่อประชาคม

Little, Quintes and Ray (2002, p. 42) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง ความรู้เป็นพลวัต (Dynamic) ซึ่งเกิดขึ้นจากการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างบุคคล หรือบุคคลกับองค์กร หรือองค์กรกับองค์กร โดยการแลกเปลี่ยนความรู้ฝังลึกในคน และความรู้เปิดเผยในรูปแบบต่าง ๆ ภายใต้เทคโนโลยีที่เหมาะสมและเพียงพอกับการพัฒนาองค์การทั้งในมิติของการสร้างความรู้ การแลกเปลี่ยนความรู้และการนำความรู้ไปใช้

ไพศาล หวังพานิช (2526, น. 96) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง บรรดาข้อเท็จจริง หรือรายละเอียดของเรื่องราว การกระทำอันเป็นประสบการณ์ของบุคคล ซึ่งสะสมและสืบทอดต่อกันไป

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2530, น. 130) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง พฤติกรรมเบื้องต้นที่ผู้เรียนสามารถจำได้หรือระลึกได้โดยการมองเห็น ได้ยิน ความรู้ขั้นนี้คือ ข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ คำจำกัดความ เมื่อบุคคลได้รับความรู้มาแล้ว ก็เกิดกระบวนการทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมทางด้านความรู้ สติปัญญาตามลำดับขั้นตอน ดังนี้คือ เริ่มจากผู้เรียนได้รับความรู้หรือประสบการณ์ขึ้นมาใหม่ แล้วผู้เรียนก็จะรู้จักใช้การสังเกต ใช้ความคิดในประสบการณ์ หรือความรู้ใหม่ที่ได้รับเพิ่มเติมมานั้น สรุปความรู้และประสบการณ์ใหม่นั้นให้เป็น ความรู้ความเข้าใจของตนเอง จากนั้นผู้เรียนก็จะทดสอบความรู้ ความเข้าใจของตนเองว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าตรวจสอบแล้วพบว่ามีความรู้ ความเข้าใจถูกต้องกับผู้สอนหรือผู้ให้ความรู้ ก็จะคงความเข้าใจนั้นไว้ในสมอง และสามารถนำไปใช้ได้เมื่อมีความจำเป็น แต่ถ้าตรวจสอบความรู้แล้วพบว่า ยังไม่ถูกต้องก็จะกลับไปเริ่มต้นในขั้นต่าง ๆ ของการเรียนรู้ที่ยังไม่เข้าใจต่อไป

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2542, น. 54) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง สิ่งที่สั่งสมมาจากการศึกษาเล่าเรียน การค้นคว้าหรือประสบการณ์ รวมทั้งความสามารถเชิงปฏิบัติและทักษะ ความเข้าใจหรือสารสนเทศที่ได้รับมาจากประสบการณ์ สิ่งที่ได้รับมาจากการได้ยิน ได้ฟัง การคิดหรือการปฏิบัติ องค์กรวิชาในแต่ละสาขา

ชวาล แพร์ตกุล (2543, น. 11) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง บรรดาข้อเท็จจริงและรายละเอียด ของเรื่องราวการกระทำใด ๆ ที่มนุษย์ได้สะสมและถ่ายทอดต่อกันมาในอดีตและสามารถรับทราบสิ่งเหล่านั้นได้

น้ำทิพย์ วิภาวิน (2546, น. 86) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึงผลที่ได้จากการเรียนรู้เกิดจากความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ เป็นความสามารถในการระลึกรู้จักในสิ่งที่ได้เรียนรู้มาแล้ว ความรู้ที่แต่ละบุคคลมี คือ ความรู้รอบตัวความรู้ในแต่ละสาขาวิชาชีพ ความรู้ที่องค์การสร้างขึ้นหรือต้องการใช้ในการพัฒนาองค์การให้ดียิ่งขึ้น คือ ความรู้ใหม่ ซึ่งจำเป็นต้องมีวัฒนธรรมองค์การที่ส่งเสริมการเรียนรู้ของคนให้เพิ่มพูนอยู่เสมอโดยเฉพาะอย่างยิ่งการแสวงหาความรู้โดยการอ่านและการคิด

วิจารณ์ พานิช (2548, น. 5 - 6) ได้ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง ความรู้มีหลายนัยและหลายมิติคือ - ความรู้ คือ สิ่งที่น่าไปใช้จะไม่หมดหรือสึกหรอแต่จะยิ่งงอกเงยหรืองอกงามขึ้น - ความรู้ คือ สารสนเทศที่นำไปสู่การปฏิบัติ - ความรู้เกิดขึ้น ณ จุดที่ต้องการใช้ ความรู้นั้น - ความรู้เป็นสิ่งที่ขึ้นกับบริบทและกระตุ้นให้เกิดขึ้นโดยความต้องการ

สรุปได้ว่า ความรู้ หมายถึง ประสบการณ์ที่ผู้เรียนได้สั่งสมมาจากการอ่าน ได้ยิน มองเห็น และเกิดเป็นความเข้าใจของตนเอง หรือเป็นผลที่ได้จากการเรียนรู้เกิดจากความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ เป็นความสามารถในการระลึกรู้จักในสิ่งที่ได้เรียนรู้มาแล้ว ความรู้จะประกอบด้วย ความรู้รอบตัว ความรู้ในแต่ละสาขาวิชาชีพ และความรู้ที่องค์การสร้างขึ้นหรือต้องการเมื่อต้องการที่จะใช้ความรู้เหล่านั้นก็จะสามารถดึงความรู้ออกมาใช้ได้เลย และเมื่อพบเจอกับประสบการณ์ใหม่ ๆ ก็จะสามารถเชื่อมโยงความรู้เก่าที่มีอยู่เดิมมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นอย่างดี

2.3.1.2 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ ที่มีลักษณะและธรรมชาติเฉพาะตัว ทำให้คณิตศาสตร์มีความแตกต่างจากศาสตร์อื่น คนส่วนใหญ่มักมองว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่วัดด้วยตัวเลขและการคำนวณ และมักคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชา ที่ยาก เนื่องจากมีทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม มากมาย และไม่มีสื่อรูปธรรมที่ใช้แทนได้อย่างชัดเจน ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นความรู้ที่ดูเหมือนจะอยู่ห่างไกลมนุษย์ แต่แท้จริงแล้ว ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่อยู่คู่กับชีวิตมนุษย์ตั้งแต่ต้นจนถึงก่อนเข้าอนามนุษย์ได้ใช้คณิตศาสตร์ทั้งโดยตั้งใจและไม่ตั้งใจ ทั้งโดยรู้ตัวและไม่รู้ตัว เช่น เรื่องของการกำหนดเวลาในการทำงานหลายๆ งานในแต่ละวันก็เป็นเรื่องของการวัดเวลา เรื่องของการใช้จ่ายก็เป็นเรื่องของการประมาณค่า ซึ่งต่างก็เป็นเรื่องที่จะต้องใช้ความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) หรือแม้กระทั่งการเดินทางที่สั้นที่สุดหรือการหาเส้นทางที่ไประยะหลายๆ แห่ง แล้วใช้เวลาและค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด หรือโดยไม่ต้องย้อนมาย้อนไป ตัวอย่างเหล่านี้แสดงให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวและมีประโยชน์อย่างมากต่อชีวิตมนุษย์ อย่างไรก็ตาม ในความรู้สึกของคนทั่วไป คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่วัด

ด้วยสิ่งที่เป็นนามธรรมและจับต้องไม่ได้ น้อยคนนักที่จะมองเห็นลักษณะที่เป็นจริงของคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นลักษณะของประโยชน์และการก่อให้เกิดความเจริญในโลก ลักษณะเหล่านั้น มีดังนี้

- 1) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีระบบ และแบบแผนที่ชัดเจน
- 2) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคิดและการใช้สติปัญญาของมนุษย์
- 3) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย
- 4) คณิตศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับการคำนวณ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา
- 5) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่
- 6) คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือให้มนุษย์สร้างสรรค์งานหรือนวัตกรรม
- 7) คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ถูกนำไปใช้ในหลากหลายรูปแบบ
- 8) คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ของแบบรูป (Pattern) ที่ใช้อธิบายสิ่งต่างๆ
- 9) คณิตศาสตร์ช่วยให้คำตอบที่ถูกต้องสำหรับการแก้ปัญหาใดๆ
- 10) คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์จัดการกับสิ่งที่มองไม่เห็น เช่น คำนวณความเร็ว

ของเสียง

- 11) คณิตศาสตร์ช่วยในการคาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่เกิดขึ้น

ลักษณะดังกล่าวของคณิตศาสตร์ ทำให้คณิตศาสตร์ถูกใช้เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความเจริญ และการสื่อความหมายระหว่างมนุษย์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากต่อการเรียนคณิตศาสตร์ จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ ดังนี้

Hieber and Lefeure (1986, p. 4) ได้อธิบายความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความสัมพันธ์พื้นฐานของความรู้เกี่ยวกับบทนิยามและความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน/วิธีการ ซึ่งทั้งสองส่วนนี้จะขาดกันไม่ได้และแต่ละส่วนก็มีเอกลักษณ์ที่ชัดเจน สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989) อธิบายว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์คือการทำความเข้าใจ ซึ่งการทำความเข้าใจเป็นความสัมพันธ์ของความรู้เกี่ยวกับบทนิยามและความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน/วิธีการ

Kieren (1993, p. 2) ได้อธิบายการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยเริ่มจาก Ethno mathematical Knowledge คือ ความรู้ที่เกิดจากการแลกเปลี่ยนของบุคคลในสังคม Intuitive Knowledge คือ ความรู้ที่เป็นเครื่องมือพื้นฐานในการคิด ความนึกคิด และมีการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อย่างไม่เป็นทางการ Technical Symbiotic Knowledge คือ ความรู้ที่เกิดจากการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และ Axiomatic Deductive Knowledge คือ ความรู้ที่ได้มาจากการสถานการณ์ที่เป็นตรรกะผ่านโครงสร้างที่เป็นสัจพจน์ทางคณิตศาสตร์

Piaget (1971, p. 208) ได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความรู้ทางกายภาพ (Physical Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับสิ่งของรูปธรรมที่

ปรากฏอยู่รอบตัว เช่น ความรู้เกี่ยวกับสีและรูปร่างของสิ่งของ ความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม (Social - Conventional Knowledge) เป็นความรู้ที่เกิดจากการอยู่ร่วมกันของมนุษย์ในสังคม เช่น ความรู้เกี่ยวกับภาษา หรือความรู้ที่ต้องใช้มือขวาในการจับมือผู้อื่น และความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ (Logic - Mathematical Knowledge) เป็นความรู้ที่ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่าง สิ่งต่าง ๆ

Reys, et al. (2004, p. 22) ได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Rittle and Albali (1999, p. 175) ได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการทั่วไป ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ในเรื่องต่าง ๆ ทั้งที่ชัดเจนและไม่ชัดเจน และความรู้เชิงการดำเนินการ คือ การปฏิบัติเป็นขั้นตอน เพื่อแก้ปัญหาต่าง ๆ

น้อมศรี เคท (2545, น. 24) ได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึงความรู้ที่ประกอบไปด้วยความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับหลักการ ความสัมพันธ์และแบบรูป และความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับการจดจำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สามารถหาหลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 3-5) ได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้สึเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความรู้ประเภทนี้มีความสำคัญมากทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา แต่มักไม่ได้ถูกเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Procedural Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กติกา และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณพื้นที่โดยใช้สูตร การหารยาว การหารากที่สองของจำนวน ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ จนบางครั้งกลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำ ๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ เช่น การหารากที่สองของจำนวนที่กำหนดให้ โดยไม่ทราบว่าถ้าหากนำจำนวนที่หาได้นั้นมายกกำลังสอง จะได้จำนวนที่กำหนดให้ ทำให้ไม่สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ ในทำนองเดียวกัน

ผู้เรียนอาจหาผลลัพธ์ของ $358 - 169$ ได้ แต่ไม่สามารถแก้ปัญหา “ก้อยมีเงิน 358 บาท ก้อยมีเงินน้อยกว่าก้อย 169 บาท ก้อยมีเงินเท่าไร” ได้ เนื่องจากไม่เข้าใจปัญหาดีพอจึงไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการไปใช้ได้ ทำให้ไม่แน่ใจว่าจะต้องเลือกใช้การดำเนินการใด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, น. 111-113) ได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างกระตือรือร้น (Active Thinking) เกี่ยวกับความสัมพันธ์และสร้างความเชื่อมโยงไปพร้อม ๆ กับการปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้มีความสอดคล้องกัน มักได้มาจากการสร้างเครือข่ายเชื่อมโยงประสานความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่ไม่ประติดประต่อให้ประมวลเข้าไว้ด้วยกัน และวิธีการทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะทางวิธีการเกิดจากการกระทำต่าง ๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งบางครั้งมักจะเกี่ยวข้องกับกฎ วิธีลำดับ ขั้นตอนหรือวิธีการคำนวณ สามารถกระทำได้ด้วยการปฏิบัติตามลำดับขั้นตอน ซึ่งวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวอาจได้มาจากการท่องจำหรือความเข้าใจ เช่น การคำนวณหาผลลัพธ์ $15 + 29$ บางคนอาจคำนวณได้โดยตั้งบวกระดมตามขั้นตอนวิธีการบวก บางคนอาจคิดในใจโดยรวม 15 กับ 30 เข้าด้วยกันเป็น 45 ก่อนแล้วจึงหัก 1 ออก จะได้คำตอบ 44 เช่นกัน จะเห็นได้ว่าวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวนี้เป็นทักษะทางวิชาการ ซึ่งแนวคิดวิธีหลังนี้ผู้เรียนสามารถคิดในใจอย่างมีความหมาย

ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ (2558, น. 45-49) ได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างกระตือรือร้นเกี่ยวกับความสัมพันธ์ และสร้างความเชื่อมโยงไปพร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้มีความสอดคล้องกันมักได้มาจากการสร้างเครือข่ายเชื่อมโยงประสานความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่ไม่ประติดประต่อให้ประมวลเข้าไว้ด้วยกัน ความรู้ประเภทนี้มีความสำคัญเป็นอย่างมากทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา และขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะทางวิธีการเกิดจากกระบวนการทางคณิตศาสตร์กระทำต่าง ๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งบางครั้งมักจะเกี่ยวข้องกับกฎ วิธี ลำดับ ขั้นตอนหรือวิธีการคำนวณ สามารถกระทำได้ด้วยการปฏิบัติตามลำดับขั้นตอน ซึ่งวิธีการคำนวณดังกล่าวอาจได้มาจากการท่องจำหรือความเข้าใจ ความรู้ทั้งสองประเภทมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน อีกทั้งมีความสัมพันธ์กัน ดังนั้นครูควรจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนได้รับความรู้ทั้งสองประเภทโดยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควบคู่กับขั้นตอนหรือวิธีการทาง

คณิตศาสตร์ เพื่อที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้ที่ประกอบด้วย มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และ ขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้เกี่ยวกับ ความหมาย ความสัมพันธ์ และโครงสร้างของคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้สึกเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎทฤษฎี กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2.3.1.3 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจะใช้ความรู้ด้านนี้มาเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ ดังต่อไปนี้

Bolzano (1976, p. 2) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ สิ่งที่สั่งสมมาจากการศึกษาเล่าเรียน การค้นคว้า หรือประสบการณ์รวมทั้งความสามารถเชิงปฏิบัติและทักษะความเข้าใจหรือสารสนเทศที่ได้รับมาจากประสบการณ์องค์วิชาในคณิตศาสตร์

Hartry (1984, p. 1) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ ความเข้าใจในพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจจะรวมถึงความรู้ในเนื้อหาต่างๆ ที่มีความสัมพันธ์กับคณิตศาสตร์

Philip (1985, p. 1) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ สารสนเทศที่ผ่านกระบวนการทางคณิตศาสตร์คิดเปรียบเทียบ เชื่อมโยงกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ และศาสตร์อื่น ๆ จนเกิดเป็นความเข้าใจและนำไปใช้ประโยชน์ในการสรุป และตัดสินใจแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยไม่จำกัดช่วงเวลา

Diezmann and Lowrie (2009, p. 132) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วย

1. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่จำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งนักเรียนจะต้องใช้ความรู้นี้ในการทำความเข้าใจเรื่องที่เรียนหรือเรื่องที่สนใจ เช่น ความรู้เกี่ยวกับตัวเลข ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น
2. ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่เรียนหรือเรื่องที่สนใจ โดยความรู้นี้จะมีความสำคัญอย่างมากต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

Gullie (2011, p. 135) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ ความรู้ที่ประกอบด้วยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นนั้น ๆ โดยความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบไปด้วย ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่การวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเฉพาะความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพราะมีความสำคัญมากต่อการเรียนคณิตศาสตร์

2.3.1.4 ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์

ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่สำคัญมากต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายเกี่ยวกับความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

Fennema and Franke (1992, p. 162) ได้กล่าวถึงความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) ไว้ว่า เป็นความรู้ที่ประกอบด้วยความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Procedural Knowledge) ตลอดจนเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอนความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา

Ball, et al. (2008, pp. 400 - 403) ได้กล่าวถึงความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1. ความรู้ในเนื้อหาพร้อม (Common Content Knowledge : CCK) เป็นความรู้ที่ผนวกกับเนื้อหา ตัวอย่างเช่น ความรู้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา หรือการเรียงลำดับของจำนวนในรูปแบบต่าง ๆ หรือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีแนวโน้มว่าจะเกิดมากถ้านักเรียนได้รับความรู้ที่ผิด

2. ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon) เป็นขอบข่ายความรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กันแบบเชื่อมโยงตามลำดับ

3. ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge: SCK) เป็นความรู้ที่จำเป็นเพื่อใช้ในการสอนเฉพาะในบางเรื่อง เช่น ความเข้าใจถึงการกลับเศษและส่วนเมื่อหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2551, น. 80) ได้กล่าวถึงความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ไว้ว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่เรียน ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ อย่างลึกซึ้งเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่าง ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 214-216) ได้กล่าวถึงความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ไว้ว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่นักเรียนจำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำให้ซึ่งครูจะต้องรู้งานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ใน 2 ประเด็นได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้งานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะต้องรู้งานนี้เกี่ยวกับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

2. ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของนักเรียน เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานด้วยตนเอง เช่น นักเรียนรู้จักจุดอ่อนจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

สรุปได้ว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจำเป็นต้องรู้ในเรื่องที่เรียน โดยนักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ อย่างลึกซึ้งนั่นเอง

2.4 ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.4.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.4.1.1 ความหมายของมโนทัศน์

มโนทัศน์ ตรงกับภาษาอังกฤษว่า Concept ซึ่งมีคำในภาษาไทยคำอื่น ๆ ที่ใช้ในความหมายเดียวกัน เช่น ความคิดรวบยอด มโนคติ มโนภาพ หรือสังกัป เป็นต้น ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า มโนทัศน์ (Concept) ซึ่งมีนักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ กัน ดังนี้

De Cecco (1968, p. 388) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า “เป็นกลุ่มของเหตุการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่มีลักษณะบางประการหรือหลายประการร่วมกันอยู่ สิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ ได้แก่ วัตถุ สิ่งของ สิ่งมีชีวิตตลอดจนสภาพดินฟ้าอากาศและอื่นๆ ตัวอย่างมโนทัศน์ ได้แก่ มนุษย์ สุนัข สงคราม เป็นต้น”

Good (1973, p. 124) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ใน Dictionary of Education คือ

1. ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบ หรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้

2. สัญลักษณ์เชิงความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์กิจกรรมหรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิดเห็นหรือภาพความคิด

Klausmeiern (1985, p. 275, อ้างถึงใน วิชัย วงษ์ใหญ่, 2537, น.175) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง สิ่งที่ทำให้เราทราบคุณลักษณะของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะ เป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้แยกสิ่งต่าง ๆ ออกจากสิ่งอื่นได้ในขณะเดียวกันก็สามารถ โยงเข้ากับกลุ่มของประเภทเดียวกันได้”

Martorella and Cooper (1986, p. 186) ได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ไว้ สอนความหมายในเวลาเดียวกันว่า

1. มโนทัศน์เป็นการจัดลำดับชั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ
2. มโนทัศน์เป็นข่ายงานของความเกี่ยวพันทางปัญญา ที่นำมาจัดลำดับชั้นหรือ ประเภท ซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุ เหตุการณ์ที่ประสบ ถึงแม้เราจะเผชิญกับสิ่งใหม่ ๆ หรือ ประสบการณ์เก่า ๆ เราจะนำมโนทัศน์ทั้งเก่าและใหม่มาประสานสัมพันธ์ในการแก้ปัญหา

Arends (1994, p. 299) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่าง ของสิ่งนั้นๆ”

กมลรัตน์ หล้าสูงษ์ (2528, น. 234-235), นวลจิตต์ เขาวงกิตพงศ์ (2537, น. 55-56), บุญชม ศรีสะอาด (2537, น. 28), สุวิทย์ มูลคำ (2547, น. 10) และพรณี ชูทัย (2538, น. 423) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการแยกแยะ การเข้าใจประเภทของ สิ่งต่าง ๆ ได้ถูกต้องตามกฎเกณฑ์ที่กำหนดไว้ จัดหมวดหมู่ของวัตถุหรือ เหตุการณ์ต่างๆ เข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน และแบ่งแยกสิ่งเร้าที่ไม่มีลักษณะร่วมนี้ออกไว้ในประเภทอื่นๆ ซึ่งทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น เช่น การเข้าใจ คำว่า มโนทัศน์ของปากกา หมายถึงสิ่งที่ใช้เขียนมีสีต่างๆ ได้แก่ สีดำ สีแดง ฯลฯ แตกต่างจากคำว่าหนังสือ ซึ่งหมายถึง สิ่งที่ใช้บันทึกข้อความต่าง ๆ เป็นรูปเล่มมีไว้สำหรับอ่าน เป็นต้น”

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2537, น. 175) ได้ให้ความหมายไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ลักษณะร่วมของวัตถุหรือเหตุการณ์ประเภทเดียวกันหรืออีกนัยหนึ่งคือ ลักษณะร่วม ลักษณะนิยมของคุณสมบัติ และธรรมชาติ

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆ รอบตัวไว้ ถูกต้องตามกฎเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และความสามารถของบุคคลในการแยกประเภทหรือจัดระบบของ สิ่งเร้าต่างๆ โดยอาศัย คุณลักษณะเฉพาะที่มีร่วมกันหรือมีความสัมพันธ์กัน

2.4.1.2 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ในทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์เชิงคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Good (1959, p. 118) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในด้านการคำนวณความสัมพันธ์กับจำนวน การให้เหตุผลอย่างมีระบบและคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Bell (1981, p. 124) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ 3 แบบ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทของจำนวนความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น ทก แดต IV เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่นการทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ว่าตัวเลขแต่ละตัวหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200, 7 หมายถึง 70 และ 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง $200 + 70 + 5$
3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร

Schwarz and Hershkowitz (1999, p. 363) ได้ให้ความหมายสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ โดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้นเช่น การมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

เมธี ลิ้มอักษร (2524, น. 4) ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราพบเห็นแล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น “รูปสามเหลี่ยม” หมายถึง รูปปิดที่ประกอบด้วยด้านสามด้านเขียนสัญลักษณ์แทนด้วย “ Δ ” เป็นต้น

อัมพร ม้าคอง (2547, น. 5) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่นมโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความรู้ ความเข้าใจ ความคิด เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการที่นักเรียนได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้แล้วสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยามทฤษฎีบทหรือคำจำกัดความทางคณิตศาสตร์ สามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้และนำไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ ได้ถูกต้อง

2.4.1.3 ความสำคัญของมโนทัศน์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละครั้ง ผู้สอนคาดหวังให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนดังนั้นการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์มีความสำคัญและจำเป็นต่อนักเรียนมาก ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

De Cecco (1968, pp. 402-416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมายการที่ตอบสนองสิ่งเร้าที่ละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้น มนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่างๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น
2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน แล้วใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป
3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่งๆ สามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่นรู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อพบสัตว์ประเภทเดียวกันแยกแยะได้
4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้รู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใดแล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้น การมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับการรู้จักการแก้ปัญหา
5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารกันในการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

Ausubel (1968, p. 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น”

สิริวรรณ ศรีพหล (2536, น. 183) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์พอสรุปได้ว่าการให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์เป็นเรื่องสำคัญเพราะความรู้ต่างๆ ในโลกนี้มีอยู่มากมาย ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริง โดยให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูลทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจและเป็นการเรียนที่ไม่มีที่สิ้นสุด ถ้าเป็นการเรียนรู้ในลักษณะมโนทัศน์จะให้นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้

ความรู้ที่ได้รับเบื้องต้นหรือมโนทัศน์นั้นๆ ไปสู่ความรู้ใหม่ได้เรื่อยๆ เพราะมโนทัศน์เป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการ การเรียนรู้การแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ จัดเป็นการเรียนรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์เกือบทั้งหมด

สุรางค์ ไคว์ตระกูล (2543, น. 302) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์คิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์ช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และสามารถแก้ปัญหาที่จะเผชิญได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการสื่อความหมายที่ทำให้มีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน”

นวลจิตต์ เขาวงกตพิงศ์ (2537, น. 57-60) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า “การเรียนรู้มโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ นอกจากนั้นยังช่วยให้เรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่สามารถจำแนกจัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์เก่าที่มีอยู่ได้ง่าย”

สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ เพราะมโนทัศน์ช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุด มโนทัศน์เป็นรากฐานความคิดในการเรียนรู้เรื่องต่างๆ ช่วยให้เรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องกันได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น

2.4.1.4 ประเภทของมโนทัศน์

นักการศึกษา ได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันดังต่อไปนี้

Bruner and Grossnickle (1957, pp. 41-43) ได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์ออกเป็น 3 ลักษณะดังนี้

1. มโนทัศน์ร่วมลักษณะ (Conjunctive Concepts) เป็นการมีลักษณะเฉพาะ (Attributes) ร่วมกันตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง หรือสิ่งเร้าที่พบเห็นโดยทั่วไปและคุ้นเคยในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะร่วมกัน ตามขนาด รูปร่าง และสี เป็นต้น

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunctive Concepts) เป็นการเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างร่วมกัน เช่น สัญลักษณ์ “0” อาจหมายถึง จำนวนเต็มศูนย์ (Zero) วงกลมตัวอักษรในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่ง

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relational Concepts) เป็นความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะ หรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างหรือมากกว่า เช่น ภาษีเงินได้สัมพันธ์กับระดับของรายได้

Russell (1965, pp. 124-125) ได้แบ่งมโนทัศน์เป็น 8 ประเภท ดังนี้ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathetical Concepts) คือ มโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์เรื่องเวลา (Concept of Time) เช่น เข้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่าง ๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับ เวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนักและปรากฏการณ์ อื่นๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concept of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่า ตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชนประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ ที่เกี่ยวข้องกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ใน ขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความ ตาย เพศ และสงคราม เป็นต้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523, น. 9-11) ได้แยกประเภทของมโนทัศน์เป็น 3 ประเภท ในลักษณะที่คล้ายกันดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นมโนทัศน์ที่มีอยู่แล้วเป็นส่วนใหญ่มีลักษณะ หลาย ๆ อย่างร่วมกัน ทำให้ง่ายในการเรียนรู้

2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือส่วนของกลุ่ม มาพิจารณาคูณลักษณะหรือคุณค่าที่แตกต่างกัน แต่มีความสัมพันธ์กันในบางลักษณะ

3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นมโนทัศน์ที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่ สังเกตได้จากส่วนต่างๆของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวที่มีความซับซ้อนกว่าสองประเภทแรก

ประยูร อาษานาม (2537, น. 42-50) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concepts) เป็นการจำแนกสิ่งต่าง ๆ ตามขนาด รูปร่าง และสี เป็นต้น

2. มโนทัศน์เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concepts) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับจากการแบ่งประเภทของมโนทัศน์ดังกล่าว สรุปได้ว่ามโนทัศน์แบ่งออกเป็น ประเภทต่างๆ ได้ตามเกณฑ์การจำแนกของแนวคิดของแต่ละบุคคลหรือตามลักษณะทั่วไป เป็นมโน ทัศน์ที่สามารถสังเกตและสัมผัสได้และมโนทัศน์ที่ไม่สามารถสังเกตและสัมผัสได้ต้องอาศัยการ วิเคราะห์ โดยพิจารณาว่ามีลักษณะร่วมกันหรือแตกต่างกัน

สรุปได้ว่า ประเภทของมโนทัศน์มีความหลากหลาย และมีความจำเป็น ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และจดจำมโนทัศน์ได้ง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น

2.4.1.5 การวัดมโนทัศน์

เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว การตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนมากน้อยเพียงใดเป็นเรื่องที่สำคัญ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการวัด มโนทัศน์ไว้ ดังนี้

Wilson (1971, pp. 645-670) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจและความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of Concepts) หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่เรียนรู้มาสัมพันธ์กัน โดยการนำมาสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้งหนึ่ง

Freyer, Fredrick and Klausmeier (1972, pp. 218-224) ได้ศึกษาการพัฒนา มโนทัศน์ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 โดยใช้สื่อการสอนและได้พัฒนารูปแบบการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่าในการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะต้องทำการวิเคราะห์หามโนทัศน์เนื้อหานั้นก่อน แล้วค่อยออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้นๆ แบบทดสอบที่ใช้วัด มโนทัศน์ควรประกอบด้วย

1. คุณลักษณะของตัวอย่างมโนทัศน์
2. สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของมโนทัศน์
3. คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กัน
4. คำจำกัดความของมโนทัศน์
5. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ

ชวาล แพรัตกุล (2520, น. 15) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ว่า เป็นการวัดที่อยู่ในระดับสูงของการวัดความรู้ ความจำ ยังไม่ถึงขั้นที่ใช้ความคิด ซึ่งวัดได้ 2 ลักษณะ คือ 1) การวัดความรู้เกี่ยวกับหลักวิชา และการขยายหลักวิชาของเรื่องราวต่าง ๆ และ 2) การวัดความรู้เกี่ยวกับทฤษฎี และโครงสร้างของหลักวิชานั้นๆ ดังนี้

ลักษณะที่ 1 การวัดความรู้เกี่ยวกับหลักวิชา และการขยายหลักวิชาของเรื่องราวต่างๆ คือ หลักวิชา (Principle) หมายถึง คติ หลักการ หรือหัวใจของเรื่องที่เกิดขึ้นหลายๆ มโนทัศน์มารวมกัน ซึ่งมีที่มาและลักษณะ ดังนี้

1. เป็นเรื่องราว เหตุการณ์ หรือวัตถุสิ่งของที่เคยปรากฏมาแล้วอย่างน้อย 2 ครั้ง จึงสามารถมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นได้ สิ่งใดมีเพียงขึ้นเดียว หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเพียงครั้งเดียว ไม่ถือว่าเป็นมโนทัศน์ เช่น ในอวกาศมีดวงอาทิตย์ของจักรวาลเพียงดวงเดียว และไม่มีจักรวาลอื่นใด

อีกอย่างนี้เป็นความจริงเพียงหนึ่งเดียว จึงไม่สามารถเขียนคำถามวัดมโนทัศน์ได้ เพราะไม่สามารถสรุปได้ว่าอย่างไร

2. เป็นเรื่องราว เหตุการณ์หรือวัตถุสิ่งของที่ปรากฏขึ้นแต่ละครั้ง ต้องเกิดกับคนละที่แต่มีลักษณะบางอย่างคล้ายกัน เช่น ดาวเคราะห์ ซึ่งมี 9 ดวง โคจรรอบดวงอาทิตย์อยู่คนละที่และไม่เหมือนกันแต่ทุกดวงมีลักษณะร่วมกัน คือไม่มีแสงสว่างในตัวเองมีสัณฐานกลมและหมุนรอบดวงอาทิตย์ เป็นต้น ลักษณะร่วมเหล่านี้ถือว่าเป็นมโนทัศน์ของดาวเคราะห์

การขยาย (Generalized) หมายถึง การนำหลักการหรือคติของเรื่องใด ๆ ไปใช้ในสถานการณ์อื่นให้ไกลออกไปจากเดิมหรือเป็นการสรุปออกนอกเรื่องนั้น ๆ ซึ่งบุคคลนั้นจะต้องสามารถสร้างมโนทัศน์หรือคัดเลือกใจความสำคัญของเรื่องให้ได้เสียก่อน เช่น บทสรุปตอนท้ายของนิทานอีสป

ลักษณะที่ 2 การวัดความรู้เกี่ยวกับทฤษฎี และโครงสร้างของหลักวิชานั้นๆ

สมนึก ภัททิยธานี (2547, น. 23) ได้เสนอการวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

ลักษณะที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย

หลักวิชา (Principle) หมายถึง หลักการหรือหัวใจของเรื่องที่เกิดขึ้นหลาย ๆ ความคิดรวบยอดรวมกัน

การขยาย (Generalized) หมายถึง การนำหลักการหรือคติของเรื่องใดๆ ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ให้ไกลออกไปจากเดิมหรือเป็นการสรุปออกนอกเรื่องนั้น ๆ (เช่น บทสรุปตอนท้ายของนิทานอีสป)

ลักษณะที่ 2 ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎี และโครงสร้าง คำถามลักษณะนี้ต่างจากลักษณะที่ 1: ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย คือ

สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์เป็นการวัดด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจและความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of Concepts) นั้น หมายถึง ความสามารถในการนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนรู้มาสัมพันธ์กันและนำมาใช้ในการคิดคำนวณหรือหาคำตอบของปัญหาได้ ซึ่งผู้สอนต้องทำการวิเคราะห์หามโนทัศน์ในเนื้อหานั้นก่อนแล้วค่อยออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้น

2.4.2 ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณพื้นที่โดยใช้สูตร การหารยาว การหารากที่สองของจำนวน ความรู้เชิงกระบวนการเป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ จนบางครั้งกลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ เช่น การหารากที่สองของจำนวนที่กำหนดให้ได้ โดยไม่ทราบว่าหากนำจำนวนที่หาได้นั้นมายกกำลังสอง จะได้จำนวนที่กำหนดให้ ทำให้ไม่สามารถ

ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ ในทำนองเดียวกัน ผู้เรียนอาจหาผลลัพธ์ของ 358-169 ได้แต่ไม่สามารถแก้ปัญหา “ก้อยมีเงิน 358 บาท ก้อยมีเงินน้อยกว่าก้อย 169 บาท ก้อยมีเงินเท่าไร” ได้ เนื่องจากไม่เข้าใจปัญหาดีพอ จึงไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการไปใช้ได้ ทำให้ไม่แน่ใจว่าจะต้องเลือกใช้การดำเนินการใด ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการใช้ความรู้เชิงกระบวนการ

ตัวอย่างที่ 1 : การบวกทศนิยมต้องตั้งจุดทศนิยมของทุกจำนวนที่นำมาบวกให้ตรงกัน แล้วบวกจากหลังไปหน้า เช่น การหาผลบวกของ 3.25+18.4+122.167 ให้ทำดังนี้

$$\begin{array}{r} 3.25 \\ 18.4 \\ +122.167 \\ \hline 143.817 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 2 : การหาเศษส่วนที่เท่ากับเศษส่วนเดิมได้โดยการคูณหรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนของเศษส่วนเดิมด้วยจำนวนที่เท่ากัน เช่น การหาเศษส่วนที่เท่ากับ $\frac{2}{3}$ และ $\frac{21}{12}$ ทำได้ดังนี้

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

จะได้ $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$$\frac{21}{12} = \frac{21 \div 3}{12 \div 3} = \frac{7}{4}$$

จะได้ $\frac{7}{4} = \frac{21}{12}$

ตัวอย่างที่ 3 : การแก้สมการ $x^2 = 4$ โดยใช้การแยกตัวประกอบ ทำได้ดังนี้

$$x^2 = 4$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

$$x = 2 \text{ หรือ } -2$$

ตัวอย่างของการใช้ความรู้เชิงกระบวนการของตัวอย่างข้างต้น แสดงถึงการใช่วิธีหรือขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่จดจำมาจากชั้นเรียนหรือที่คุ้นเคยจากการทำแบบฝึกหัดซ้ำๆ ซึ่งแท้จริงแล้วในแต่ละตัวอย่างสามารถใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ในการอธิบายที่มาของวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานและยังช่วยแก้ปัญหาให้รวดเร็วได้ ดังนี้

การหาผลบวกของ $3.25+18.4+122.167$ ที่ต้องตั้งจุดทศนิยมให้ตรงกัน ก็เพื่อให้ตัวเลขที่มีค่าประจำหลักเดียวกันอยู่ตรงกัน จึงจะนำมาบวกกันได้ เช่น 2, 4 และ 1 ที่มีค่าประจำหลักเป็น $\frac{1}{10}$ เหมือนกันจึงนำมารวมกันได้ และดำเนินการเช่นเดียวกันนี้กับตัวเลขประจำหลักอื่นๆ

การหารเศษส่วนใหม่ที่เท่ากับเศษส่วนเดิม เป็นการหาเศษส่วนใหม่ที่ตัวเศษและตัวส่วนเปลี่ยนแปลงไป แต่ยังคงเศษส่วนหรือจำนวนที่มีค่าเท่าเดิม จึงทำให้ต้องคูณหรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนของเศษส่วนเดิมด้วยจำนวนที่เท่ากัน เช่น การหาเศษส่วนที่เท่ากับ $\frac{2}{3}$ อาจคูณทั้งตัวเศษและตัว

ส่วนของ $\frac{2}{3}$ ด้วย 2 เป็น $\frac{4}{6}$ หรือคูณด้วย 3 เป็น $\frac{6}{9}$

การแก้สมการ $x^2 = 4$ เป็นการหาค่า x ที่เมื่อนำมายกกำลังสองแล้วได้ 4 หรือเป็นการหารากที่สองของ 4 นั่นเอง ซึ่งจะได้ว่ามีสองราก ได้แก่ รากที่เป็นบวกคือ 2 และรากที่เป็นลบคือ -2

การใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ในการอธิบายปัญหาหรือประกอบการใช้ขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหา จะช่วยให้ผู้เรียนทำงานทางคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ และสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ เมื่อปัญหามีเงื่อนไขเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม

ความรู้ทั้งสองประเภท คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการมีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ผู้เรียนจึงควรได้รับความรู้ทั้งสองประเภท แต่ในชั้นเรียนทั่วไป มักเน้นการสอนความรู้เชิงกระบวนการ การสอนความรู้เชิงมโนทัศน์มีน้อยมาก นักการศึกษาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่เห็นตรงกันว่า การที่ผู้เรียนได้รับความรู้เชิงกระบวนการจากการเรียนการสอนในโรงเรียนมากกว่าความรู้เชิงมโนทัศน์นั้น เนื่องจากความรู้เชิงกระบวนการเป็นสิ่งที่สอนได้ง่ายและผู้เรียนมักเรียนรู้ได้เร็ว เพราะเพียงแค่จดจำขั้นตอนการทำงานตามตัวอย่างที่ผู้สอนให้ และฝึกทำเช่นนั้นอยู่บ่อยๆ ก็สามารถทำได้ด้วยตนเอง ต่างจากความรู้เชิงมโนทัศน์ที่ต้องเข้าใจถึงความหมายหรือที่มาของความรู้ นั้น ซึ่งบางครั้งต้องใช้การคิดระดับสูงเข้ามาเกี่ยวข้อง ผู้เรียนจึงได้รับความรู้ประเภทนี้น้อยจากห้องเรียน ด้วยเหตุนี้ ทำให้นักศึกษามองว่าการสอนความรู้เชิงกระบวนการมากเกินไปทำให้ผู้เรียนขาดความสนใจและไม่สามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้

Piaget (1971, p.120) เห็นด้วยกับแนวคิดนี้และได้แสดงให้เห็นว่า เพราะเหตุใดการสอนขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว จึงไม่ได้ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ Piaget อธิบายแนวคิดนี้โดยใช้ความรู้ 3 ประเภทตามแหล่งการเกิดความรู้ดังนี้

1. ความรู้ทางกายภาพ (Physical Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับสิ่งของรูปธรรมที่ปรากฏอยู่รอบตัว เช่น ความรู้เกี่ยวกับสีและรูปร่างของสิ่งของ

2. ความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม (Social-Conventional Knowledge) เป็นความรู้ที่เกิดจากการอยู่ร่วมกันของมนุษย์ในสังคม เช่น ความรู้เกี่ยวกับภาษา หรือความรู้ที่ต้องใช้มือขวาในการจับมือกับผู้อื่น

3. ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ (Logical-mathematical knowledge) เป็นความรู้ที่ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างสิ่งต่างๆ เช่น ความรู้ว่าเพราะเหตุใดจำนวนสองจำนวนบวกกันจึงเกิดเป็นจำนวนที่สาม

Piaget ได้อธิบายด้วยการยกตัวอย่างว่า การที่ผู้สอนพยายามสอนให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเป็นความพยายามให้ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ แต่กระบวนการสอนไม่ได้ทำให้เกิดความรู้ดังกล่าวเนื่องจากผู้สอนมุ่งสอนให้ผู้เรียนจดจำและทำตามขั้นตอนที่คนในสังคมปฏิบัติต่อกันมา ความรู้ที่เกิดขึ้นจึงเป็นเพียงความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม ซึ่งผู้เรียนจะทราบเพียงว่าคำตอบคืออะไร แต่จะไม่ทราบเหตุผลของการได้มาซึ่งผลลัพธ์และความหมายของสิ่งที่ได้ หรือบางครั้งการจดจำขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากความเข้าใจเชิงมีโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือจดจำอย่างผิดๆ อาจทำให้นำความรู้ไปใช้ไม่ถูกต้อง เช่น การทำเศษส่วนที่กำหนดให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ หากผู้เรียนไม่เข้าใจมีโนทัศน์ของการทำเศษส่วนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำว่าเป็นการหาเศษส่วนใหม่ที่มีค่าเท่ากับเศษส่วนเดิม โดยการทำให้ทั้งตัวเศษและตัวส่วนลดลง แต่จดจำขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาอย่างผิดๆ ว่าการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำเป็นการหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนเดียวกันโดยการ “ตัดเลข” อาจดำเนินการผิดๆ ดังกรณีต่อไปนี้

$$\text{กรณีที่ 1} \quad \frac{19}{95} = \frac{1}{5}$$

$$\text{กรณีที่ 2} \quad \frac{16}{61} = \frac{1}{4}$$

$$\text{กรณีที่ 3} \quad \frac{17}{76} = \frac{1}{6}$$

กรณีแรก ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” โดยตัด 9 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน กรณีที่ 2 ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” โดนตัด 6 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน ซึ่งในทั้งสองกรณีเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้อง แต่ได้ผลลัพธ์ถูกต้อง สำหรับในกรณีที่ 3 ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” เช่นเดิม โดยตัด 7 ทั้งในตัวเศษและในตัว

ส่วน แต่ครั้งนี้ไม่ถูกต้องทั้งวิธีการและผลลัพธ์ ทั้งสามกรณีแสดงให้เห็นถึงผลเสียของการจดจำวิธีการ โดยปราศจากความเข้าใจ ทำให้มีการนำไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง และหากวิธีการผิดแต่ได้คำตอบถูกต้องด้วยแล้ว ยิ่งเป็นสิ่งที่อันตรายว่าการได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้อง เพราะการได้คำตอบถูกต้องแต่วิธีการผิดนั้น ผู้เรียนจะไม่ทบทวนวิธีการของตนเนื่องจากบรรลุเป้าหมายของการทำงานแล้ว จึงไม่มีโอกาสทราบว่าตนทำผิดในขั้นตอนใดและผิดอย่างไร แต่จะเข้าใจว่าสิ่งที่ทำนั้นถูกต้องแล้ว และจะจดจำเพื่อนำไปใช้ต่อไป ในทางตรงข้าม การได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้องนั้น ผู้เรียนมักจะทบทวนหรือตรวจสอบว่าตนทำผิดขั้นตอนใดและผิดอย่างไร จึงไม่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้องและจะนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อไป

สรุปได้ว่า การสอนความรู้เชิงมโนทัศน์จึงมีความสำคัญ เนื่องจากจะเป็นพื้นฐานในการนำไปคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา อันจะทำให้เกิดความชำนาญในการใช้คณิตศาสตร์ ผู้สอนจึงควรสอนความรู้เชิงมโนทัศน์ควบคู่กับความรู้เชิงกระบวนการ เพื่อให้ผู้เรียนจะสามารถเชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองคุ้นเคยนั้น มีที่มาหรือความหมายอย่างไร และจะนำไปใช้ได้อย่างไร

2.5 ความคล้าย

บทนิยาม รูปเหลี่ยม n เหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อมีสมบัติทั้งสองต่อไปนี้ (กนกวลี และคณะ, 2547, น. 174)

1. ขนาดของมุมของรูปทั้งสองเท่ากันเป็นคู่ๆ n คู่
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันเท่ากันทุกอัตราส่วน

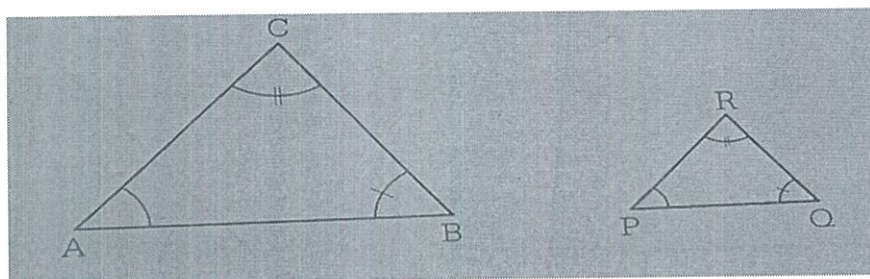
บทนิยาม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดและมุมเท่ากันสามคู่ โดยมุมต่อมุมเรียกว่ารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน (วินิจ, 2548, น. 194)

2.5.1 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน หรือกล่าวได้ว่า อัตราส่วนของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้าม กับมุมที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน (กนกวลี และคณะ, 2547, น. 180-182)

รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เมื่อเป็นจริงตามเงื่อนไขข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

1. เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมเท่ากันสามคู่



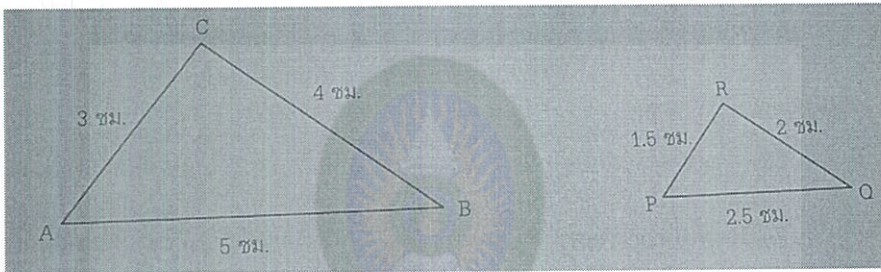
เนื่องจาก $\hat{A} = \hat{P}$

$$\hat{B} = \hat{Q}$$

$$\hat{C} = \hat{R}$$

ดังนั้นรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

2. เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีอัตราส่วนความยาวของด้านเท่ากัน 3 คู่

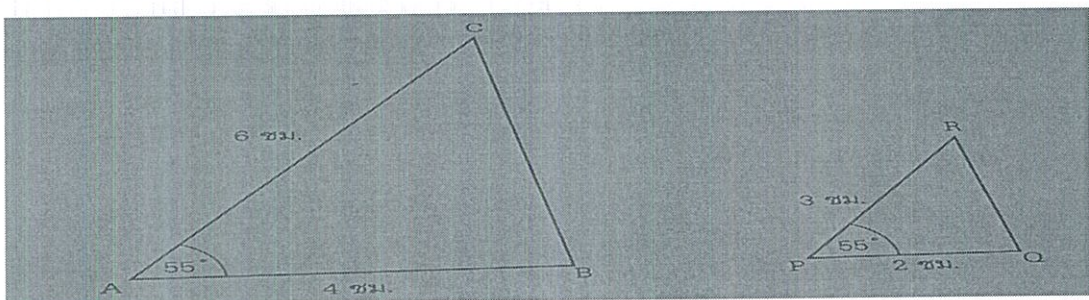


เนื่องจาก $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} = 2$

ดังนั้นรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

3. เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีอัตราส่วนความยาวของด้านเท่ากันสองคู่และมีมุม

ระหว่างอัตราส่วนของความยาวด้านเท่ากันมีขนาดเท่ากัน



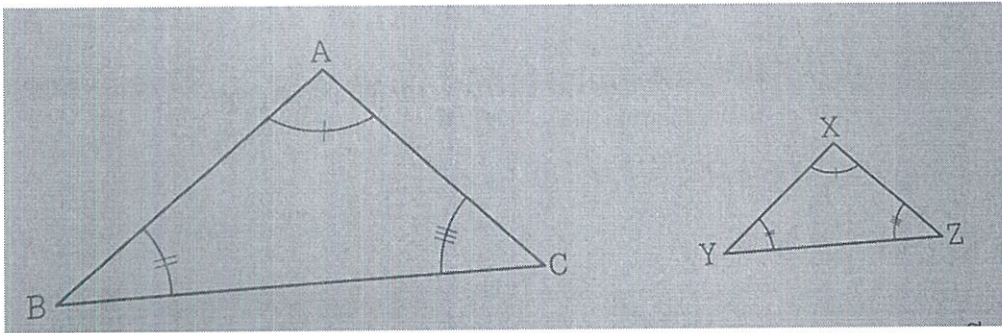
เนื่องจาก $\frac{AB}{PQ} = \frac{4}{2} = 2$ $\frac{AC}{PR} = \frac{6}{3} = 2$

และ $\hat{A} = \hat{P}$

ดังนั้นรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

2.5.2 สัญลักษณ์แสดงความคล้าย

พิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้

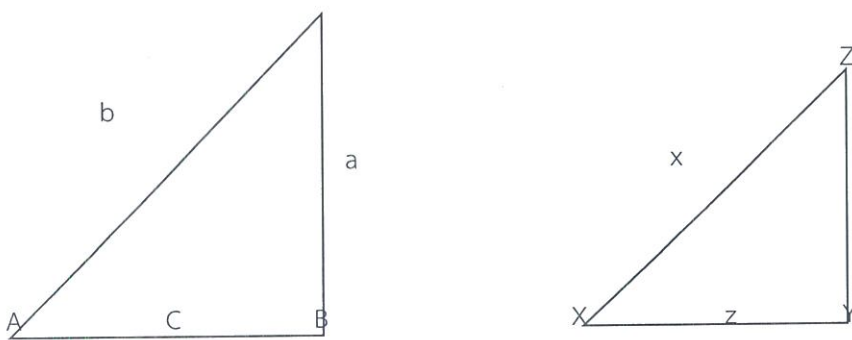


จากรูป จะเห็นว่า รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม XYZ มีขนาดของมุมเท่ากัน
สามคู่ คือ $\hat{A} = \hat{X}$, $\hat{B} = \hat{Y}$ และ $\hat{C} = \hat{Z}$

นั่นคือ รูปสามเหลี่ยม ABC คล้ายกับรูปสามเหลี่ยม XYZ

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

ตัวอย่างที่ 1



จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

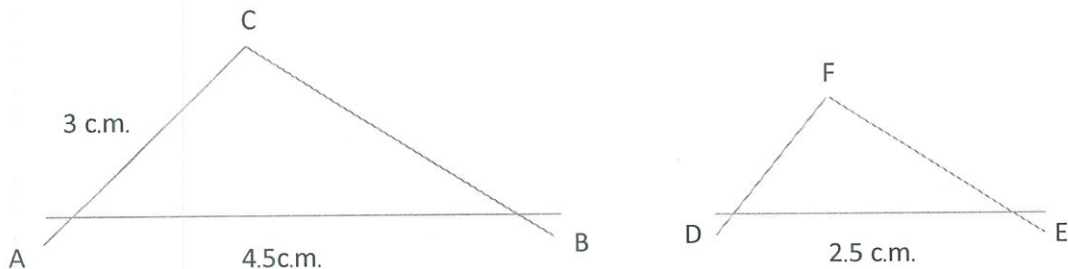
และ $\hat{A} = \hat{X}$, $\hat{B} = \hat{Y}$ และ $\hat{C} = \hat{Z}$

$$\text{ดังนั้น } \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

พิจารณา $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$

ใช้กฎการคูณไขว้ จะได้ $ay = bx$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ โดยที่ \overline{AC} ยาว 3 เซนติเมตร \overline{AB} ยาว 4.5 เซนติเมตร \overline{DE} ยาว 2.5 เซนติเมตร จงหาความยาวของ \overline{DF}



จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายจะได้ $\frac{\square\square}{\square\square} = \frac{\square\square}{\square\square}$

แทนค่าจะได้ $\frac{3}{\square\square} = \frac{4.5}{2.5}$

$$\square\square = \frac{3 \times 2.5}{4.5} = 1.67 \cong 1.7$$

ดังนั้น ความยาวของ $\overline{DF} = 1.7$ โดยประมาณ ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ \overline{AB} ขนานกับ \overline{CD} ตัดกับ และ \overline{AD} ตัดกับ \overline{BC} ที่จุด O ถ้า \overline{AB} ยาว 8 เซนติเมตร \overline{CD} ยาว 3 เซนติเมตร และ \overline{CO} ยาว 1 เซนติเมตร จงหาความยาวของ \overline{BO}

วิธีทำ เนื่องจาก $\widehat{OAB} = \widehat{ODC}$ มุมแย้ง

$$\widehat{ABO} = \widehat{DCO} \quad \text{มุมแย้ง}$$

$$\widehat{AOB} = \widehat{COD} \quad \text{มุมตรงข้าม}$$

ดังนั้น $\triangle AOB \sim \triangle DOC$

จะได้ $\frac{BO}{CO} = \frac{AB}{CD}$

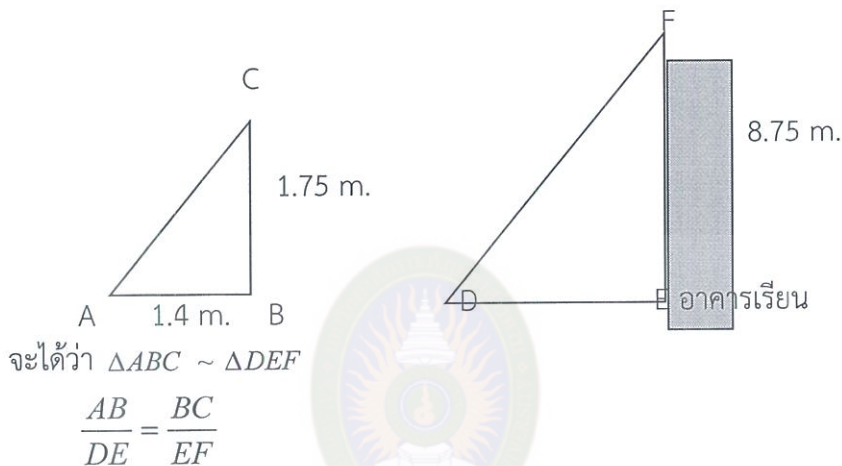
ดังนั้น $BO = \frac{8}{3} \times 1 = \frac{8}{3} \cong 2.7$ เซนติเมตร

ดังนั้นความยาวของ $\overline{BO} = 2.7$ เซนติเมตร โดยประมาณ ตอบ

2.5.3 การนำไปใช้

ประโยชน์ของรูปสามเหลี่ยมคล้าย สามารถนำไปช่วยแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งระยะทางซึ่งไม่สามารถวัดโดยตรง หรือระยะทางที่มีความยาวมากๆ ยากต่อการวัด เช่น ความสูงของตึก ความกว้างของแม่น้ำ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 4 มานัสสูง 1.75 เมตร เขาวัดความยาวของเงาของเขาที่ทอดตามพื้นได้ 1.4 เมตร ในขณะที่ความสูงของอาคารเรียนเป็น 8.75 เมตร จงหาว่าเงาของอาคารหลังนี้ยาวเท่าไร



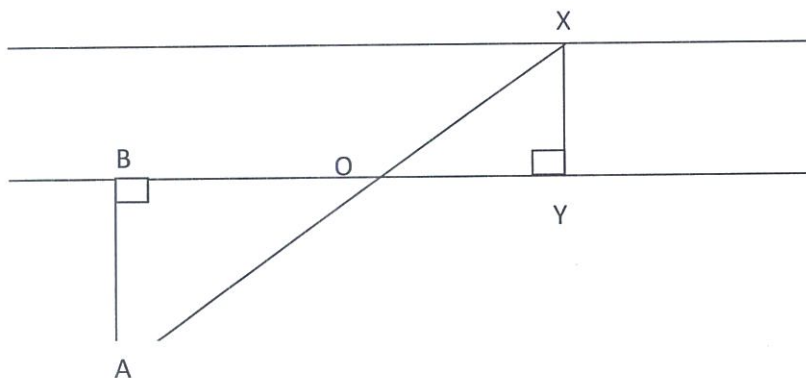
จะได้ว่า $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

ดังนั้น $DE = \frac{1.4 \times 8.75}{1.75} = 7$ เมตร

ดังนั้นเงาอาคารหลังนี้ยาวเป็น 7 เมตร ตอบ

ตัวอย่างที่ 5 จากรูป จงหาความกว้างของถนนสายหนึ่ง ซึ่งกำหนดให้ \overline{XY} ยาว 10 เมตร \overline{BY} ยาว 30 เมตร และ \overline{YO} ยาว 12 เมตร



พิจารณาจาก $\triangle ABO$ และ $\triangle XYO$

จะได้ว่า $\hat{A}BO = \hat{X}YO$ เป็นมุมฉากทั้งคู่

$$\widehat{A\hat{O}B} = \widehat{X\hat{O}Y} \quad \text{มุมตรงข้าม}$$

$$\widehat{B\hat{A}O} = \widehat{Y\hat{X}O} \quad \text{มุมแย้ง}$$

ดังนั้น $\Delta ABO \sim \Delta XYO$

จากสมบัติความคล้ายจะได้ว่า $\frac{AB}{XY} = \frac{BO}{YO}$,

$$BO = BY - YO = 30 - 1 = 18$$

ดังนั้น $AB = \frac{BO \times XY}{YO} = \frac{18 \times 10}{12} = 15$ เมตร

ดังนั้นความกว้างของถนนสายนี้เป็น 15 เมตร **ตอบ**

2.6 คะแนนมาตรฐาน T ปกติ

การแปลงคะแนนดิบให้เป็นคะแนนมาตรฐาน T เรียกว่าการแปลงเชิงเส้นตรง (Linear Transformation) ซึ่งลักษณะการแจกแจงข้อมูลยังคงเหมือนคะแนนดิบ ดังนั้นปกติจะไม่แปลงคะแนนดิบโดยวิธีนี้ (เพราะการเปรียบเทียบคะแนนยังไม่ถูกต้องแน่นอนหรือสมบูรณ์) วิธีแปลงคะแนนดิบให้เป็นคะแนนมาตรฐานที่สะดวกถูกต้องชัดเจนก็คือ วิธีแปลงคะแนนโดยยึดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ (Area Transformation) คะแนนมาตรฐานที่ได้จากการแปลงแบบนี้ เรียกว่า คะแนนมาตรฐาน T ปกติ (Normalized T - Score) หรือ คะแนน T ปกติ (สมนึก ภัททิยธนี, 2553, น. 224-228)

การแปลงคะแนนดิบให้เป็นคะแนน T ปกตินี้ ไม่ต้องคำนวณค่าเฉลี่ย (\bar{x}) และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของกลุ่ม แต่จะคำนวณโดยอาศัยพื้นที่ใต้โค้งปกติเป็นหลัก (Normal Curve) โดยถือว่าพื้นที่ใต้โค้งปกติดังกล่าวจะใช้แทนจำนวนคนในกลุ่มที่เข้าสอบ

2.6.1 คุณสมบัติของโค้งปกติ

2.6.1.1 เป็นรูปโค้งแบบระฆังคว่ำ โดยส่วนสูงของโค้งจะขึ้นอยู่กับความแปรปรวน ถ้าข้อมูลมีความแปรปรวนน้อย โค้งจะสูงและฐานจะแคบ ถ้ามีความแปรปรวนมากโค้งจะต่ำและฐานจะกว้างขึ้น

2.6.1.2 โค้งมีลักษณะสมมาตร ถ้าแบ่งครึ่งโค้งตามแนวตั้ง ส่วนโค้งครึ่งซ้ายกับครึ่งขวาจะซ้อนทับกันสนิท

2.6.1.3 ค่าเฉลี่ย มัชฌิม และฐานนิยม จะมีค่าเท่ากัน

2.6.1.4 จุดสูงสุดของโค้งจะมีเพียงจุดเดียว คือ จุดที่อยู่ตรงกลางโค้ง หรือยอดโค้ง

2.6.1.5 ปลายโค้งทั้งสองจะค่อยลดต่ำลง แต่ไม่จรดแกนนอน ไม่ว่าหางของโค้งจะยาว

เท่าใดก็ตาม

2.6.1.6 พื้นที่ใต้โค้งที่อยู่ระหว่างความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ± 1 จากค่าเฉลี่ยเท่ากับ 68.26 เปอร์เซ็นต์ ระหว่างความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ± 2 จากค่าเฉลี่ย มีพื้นที่เท่ากับ 95.44 เปอร์เซ็นต์ และระหว่างความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ± 3 จากค่าเฉลี่ย มีพื้นที่เท่ากับ 99.74 เปอร์เซ็นต์

2.6.1.7 โค้งปกติที่ใช้กันอยู่ทั่วไป มีชื่อเรียกว่า Standard Normal Distribution ซึ่งมีคุณสมบัติที่สำคัญ คือ ค่าเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 0 และความเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 1

2.6.2 การแปลงคะแนนดิบให้เป็นคะแนน T ปกติ

สมมตินักเรียนเข้าสอบ 25 คน ได้คะแนนสูงสุด 23 คะแนน ต่ำสุด 12 คะแนน สามารถแปลงคะแนนเป็น T ปกติ ได้ดังตารางที่ 2.12

ตารางที่ 2.1 การแปลงคะแนนดิบให้เป็นคะแนน T ปกติ

คะแนน	Tally	f	cf	$cf + \frac{1}{2}f$	$\left(cf + \frac{1}{2}f \right) \frac{100}{N}$	T ปกติ
23	/	1	25	24.5	98	71
22	//	2	24	23	92	64
21	//	2	22	21	84	60
20	///	3	20	18.5	74	57
19	////	4	17	15	60	53
18	//	2	13	12	48	49
17	////	4	11	9	36	46
16	//	2	7	6	24	43
15	-	0	5	5	20	42
14	//	2	5	4	16	40
13	//	2	3	2	8	36
12	/	1	1	0.5	2	29

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดผลการศึกษา (น.224-228), โดย สมนึก ภัททิยธนี, 2553, มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ลำดับขั้นการแปลงคะแนนดิบให้เป็นคะแนน T ปกติ มีดังนี้

ขั้นที่ 1 สร้างตารางแจกแจงความถี่ โดยเรียงคะแนนจากมากไปน้อยเพื่อทำการลงรอยขีด (Tally)

ขั้นที่ 2 หาค่า f และ cf

ขั้นที่ 3 หาค่า $cf + \frac{1}{2}f$

*หมายเหตุ จะหาค่า $cf + \frac{1}{2}f$ ของชั้นใดต้องหาค่า cf ที่อยู่ก่อนถึงขั้นนั้น แต่ใช้ค่า f

ของขั้นนั้น

ขั้นที่ 4 เอาค่า $cf + \frac{1}{2}f$ ไปคูณด้วย $\frac{100}{N}$ ค่าที่ได้เรียกว่า ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์

(Percentile Rank = PR)

ขั้นที่ 5 นำค่า $\left(cf + \frac{1}{2}f \right) \frac{100}{N}$ ในขั้นที่ 4 ไปเทียบเป็นค่า T ปกติ จากตารางสำเร็จรูป

ต่อไปนี้ ดังตารางที่ 2.13

ตารางที่ 2.2 การเทียบตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ไปสู่คะแนน T ปกติ

T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.003	0.004	0.007	0.011	0.016	0.023	0.03	0.05	0.07	0.10
2	0.13	0.19	0.26	0.35	0.47	0.62	0.82	1.07	1.39	1.79
3	2.28	2.87	3.59	4.46	5.48	6.68	8.08	9.68	11.51	13.57
4	15.87	18.41	21.19	24.20	27.43	30.85	34.46	38.21	42.07	46.02
5	50.00	53.98	57.93	61.79	65.54	69.15	72.57	75.80	78.81	81.59
6	84.13	86.43	88.49	90.32	91.92	93.32	94.52	95.54	96.41	97.13
7	97.72	98.21	98.61	98.93	99.18	99.38	99.53	99.65	99.74	99.81
8	99.87	99.90	99.93	99.95	99.96	99.97	99.98	99.98	99.99	99.99

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดผลการศึกษา (น.224-228), โดย สมนึก ภัททิยธนี, 2553, มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ค่าของคะแนน T ตามแนวตั้ง (แถวซ้ายมือ) แสดง หลักสิบ และตามแนวนอน (แถวบน) แสดง หลักหน่วย

วิธีเทียบ

1. ให้นำค่าตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่คำนวณได้ มาเทียบกับค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่อยู่ในตารางนี้ซึ่งมีค่าทศนิยม 2 ตำแหน่ง

2.ให้อ่านคะแนน T หลักสิบ จากแนวตั้ง (แถวซ้ายมือ) และรวมกับ หลักหน่วย จากแนวนอน (แถวบน) เช่น ถ้าตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์มีค่า 91.92 จะได้คะแนน $T = 64$ หรือ ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์มีค่า 13.57 จะได้คะแนน $T = 39$ เป็นต้น

3. หากค่าตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่คำนวณได้ไม่ตรงกับค่าใด ๆ ในตารางนี้ ให้เลือกเอาค่าในตารางนี้ที่ ใกล้เคียงมากที่สุด ไม่ว่าจะใกล้กับค่าที่น้อยกว่าหรือมากกว่าก็ตาม เช่น ถ้า ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ มีค่า 2 จะได้คะแนน $T = 29$ (เพราะ 2 ใกล้ค่า 1.79 มากกว่า 2.28)

2.6.3 ประโยชน์ของคะแนน T ปกติ

ครูผู้สอน สามารถนำคะแนน T ปกติ ไปใช้ประโยชน์ได้ ดังนี้

2.6.3.1 กรณีที่มีการสอบ 1 วิชา แต่คะแนนแยกเป็น 2 ส่วนที่มีลักษณะต่างกัน เช่น คะแนนภาคปฏิบัติกับ คะแนนภาคทฤษฎี ก็ควรแปลงคะแนนดิบแต่ละส่วนให้เป็น คะแนน T ปกติ แล้วจึงนำมารวมกันจะได้เป็น $2T$ แม้จะกำหนดน้ำหนักคะแนนไม่เท่ากันก็สามารถทำได้ เช่น ต้องการ น้ำหนักส่งคะแนนภาคปฏิบัติเป็น 1.5 เท่าของคะแนนภาคทฤษฎี ก็จะได้คะแนนรวมเป็น $1.5 T + T = 2.5 T$

2.6.3.2 กรณีที่มีการสอบตั้งแต่ 2 วิชาขึ้นไป ถ้าครูผู้สอนต้องการรวมคะแนนของวิชา เหล่านั้นเพื่อจัดอันดับ ก็ต้องแปลงคะแนนดิบแต่ละวิชาให้เป็น คะแนน T ปกติ แล้วจึงเอา คะแนน T ปกติ ของแต่ละวิชามารวมกัน จะช่วยให้เกิดความยุติธรรมแก่ผู้เข้าสอบมากขึ้น

2.6.3.3 นำคะแนน T ปกติไปใช้ในการตัดสินผลการเรียน (ตัดเกรด) ในระบบอิงกลุ่ม ของวิชาใด ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.6.4 การตัดเกรดหรือการให้ระดับผลการเรียน

การตัดเกรดหรือการให้ระดับผลการเรียนเป็นการสรุปผลการเรียนขั้นสุดท้าย โดยกำหนด ระดับความสามารถในการเรียนของนักเรียนว่า ผ่าน - ไม่ผ่าน หรือ เก่ง - อ่อน ระดับใด การตัดจะ เกรดจึงเป็นการประเมินผลจากการสอบการวัดในวิชานั้น ๆ เพื่อสรุปออกมาเป็นระดับผลการเรียน (เกรด) ซึ่งครูผู้สอนจะต้องพิจารณาอย่างรอบคอบ เพราะการให้เกรดมีผลกระทบต่ออนาคตของ นักเรียนโดยตรง ความถูกต้องและเหมาะสมของการให้เกรดขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ 3 ประการคือ

2.6.4.1 ผลการวัด (Measurement) การวัดที่ดีจะต้องให้ผลการวัดที่ถูกต้องแม่นยำ เที่ยงตรงครอบคลุมและเชื่อถือได้

2.6.4.2 เกณฑ์การพิจารณา (Criteria) ต้องเป็นมาตรฐานที่ใช้เป็นหลักเปรียบเทียบ หรือเป็นคุณลักษณะที่ตั้งไว้เป็นเป้าหมาย หรือมุ่งหวังที่จะให้เกิดแก่ผู้เรียนและใช้เป็นเครื่องตัดสินชี้ ขาระดับความสามารถของผู้เรียน

2.6.4.3 วิจารณ์ญาณและคุณธรรมต่าง ๆ (Value Judgement) เนื่องจากผลการวัดที่ได้ เป็นเพียงข้อมูลส่วนหนึ่งเกี่ยวกับตัวนักเรียนเท่านั้น การประเมินผลที่เที่ยงตรงจำเป็นต้องอาศัยดุลย

พินิจหรือการพิจารณาอย่างรอบคอบถี่ถ้วนของครูผู้สอนประกอบด้วย โดยพยายามให้ความเป็นธรรม ขจัดความลำเอียงหรืออคติส่วนตัวออกไป และควรคำนึงถึงความเปลี่ยนแปลงของงอกงามของนักเรียนใน ด้านอื่น ๆ ประกอบด้วย

2.6.5 คะแนนมาตรฐาน T - ปกติ (Normalized T-Score)

หลักการสำคัญ คือ คะแนนกระจายอยู่ในรูปของโค้งปกติ (Normal Curve) และจำนวนเกรด ขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของผู้ประเมิน ขั้นตอนในการให้เกรดมีดังนี้ (สมนึก ภัททิยธนี, 2553, น. 241-243)

สมมติจากข้อมูลการแปลงคะแนนดิบเป็นคะแนน T ปกติจากตารางที่ 2.1 เป็นดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 ตัวอย่างการแปลงคะแนนดิบเป็นคะแนน T ปกติ

คะแนน	ความถี่	T ปกติ
23	1	71
22	2	64
21	2	60
20	3	52
19	4	53
18	2	49
17	4	46
16	2	43
15	0	42
14	2	40
13	2	36
12	1	29

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดผลการศึกษา (น.224-228), โดย สมนึก ภัททิยธนี, 2553, มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

วิธีทำ 1. หาพิสัยของคะแนน T ปกติ = $71 - 29 = 42$

2. พิจารณาจำนวนเกรดที่ต้องการ

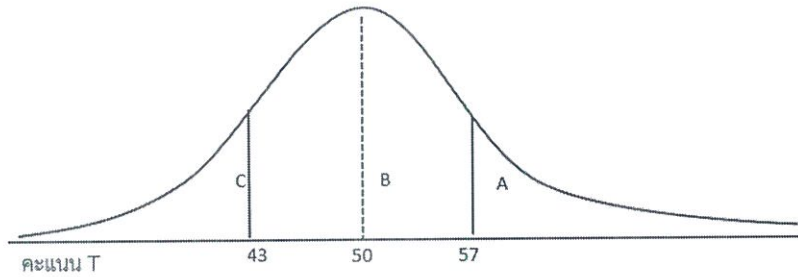
3. เอาจำนวนเกรดที่ต้องการไปหารค่าพิสัย ผลลัพธ์ที่ได้ คือ อันตร-ภาคชั้น หรือ คะแนนนอกเกรดเช่น

3.1 ถ้าต้องการตัด 2 เกรด ให้เอาคะแนน T ปกติที่ 50 เป็นหลัก คะแนน T ปกติที่สูงกว่า 50 ก็ได้เกรดหนึ่ง และคะแนน T ปกติที่ต่ำกว่า 50 ก็เป็นอีกเกรดหนึ่ง ส่วนจะเป็นเกรด

A กับ B หรือ B กับ C หรือเกรดอื่น ๆ ขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน เช่นถ้าให้เกรด A กับ B จะมีนักเรียนได้เกรด A = 12 คนและเกรด B 13 คน

3.2 ถ้าต้องการตัด 3 เกรด เช่นเป็นเกรด A B C ดังนั้นจำนวนคะแนนในแต่ละ

$$\text{เกรด} = \frac{43}{3} = 14 \text{ และ } \frac{42}{2} = 7$$



ภาพที่ 2.1 เส้นโค้งปกติมาตรฐานของการตัด 3 เกรด. ปรับปรุงจาก การวัดผลการศึกษา (น. 224-228), โดย สมนึก ภัททิยธนี, 2553, มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

เกรด A คือ คะแนน T ตั้งแต่ 58 ขึ้นไป (5 คน)

เกรด B คือ คะแนน T ตั้งแต่ 44-57 (13 คน)

เกรด C คือคะแนน T ตั้งแต่ 43 ลงมา (7 คน)

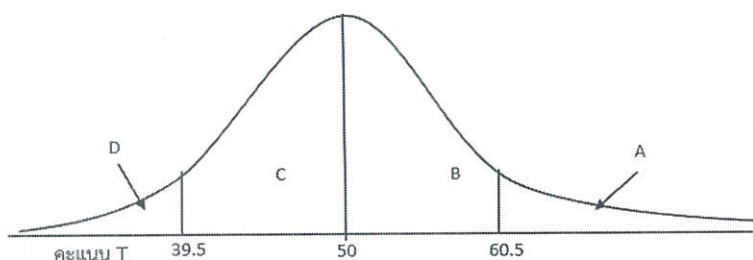
ข้อสังเกต ก. จำนวนเกรดที่ต้องการ เช่น 3 เกรด ก็ไม่จำเป็นต้องเป็นเกรด A B C อาจจะเป็น B C D หรือ C D E ก็ได้แต่ไม่ควรเป็น A^+ A และ A^- หรือ B^+ B และ B^- เว้นแต่ครูผู้สอนทำการวัดและประเมินผลโดยใช้เทคนิคอย่างดีมาตลอด จนพบว่าคะแนนของนักเรียนเบียดกันแน่นจนแยกไม่ออก

ข. ไม่ว่าจะตัดกี่เกรดต้องเริ่มต้นแบ่งเกรดจากคะแนน T ที่ 50 เสมอ (เริ่มจากจุดกึ่งกลางของโค้งปกติ)

ค. จำนวนคะแนนในแต่ละเกรดหากเป็นทศนิยมไม่จำเป็นต้องปัดให้เป็นจำนวนเต็ม (ดังที่เคยผ่านมาในการหาค่าอันตรภาคชั้น) เพราะจะช่วยตัดเกรดได้สะดวกยิ่งขึ้น

3.3 ถ้าต้องการตัด 4 เกรด เช่น เป็น A B C D ดังนั้นจำนวนคะแนนในแต่ละ

$$\text{เกรด} = \frac{42}{4} = 10.5$$



ภาพที่ 2.2 เส้นโค้งปกติมาตรฐานของการตัด 4 เกรด. ปรับปรุงจาก การวัดผลการศึกษา (น. 224-228), โดย สมนึก ภัททิยธนี, 2553, มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

เกรด A คือ คะแนน T ตั้งแต่ 61 ขึ้นไป	(3 คน)
เกรด B คือ คะแนน T ตั้งแต่ 51-61	(9 คน)
เกรด C คือคะแนน T ตั้งแต่ 40-50	(10 คน)
เกรด D คือคะแนน T ตั้งแต่ 39 ลงมา	(3 คน)

2.7 การหาคุณภาพเครื่องมือ

การหาคุณภาพเครื่องมือ เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ทำให้ได้มาซึ่งดัชนีหรือตัวบ่งชี้ถึงคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย มีดังนี้

2.7.1 ความเที่ยงตรง

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความเที่ยงตรง (Validity) หรือ ความตรง (Validity) ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551, น. 134-135) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงเป็นคุณสมบัติของ เครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการวัด ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบนั้นมี สิ่งที่ควรพิจารณาดังนี้

1. ความเที่ยงตรง เป็นเรื่องที่อ้างถึงการตีความหมายของผลที่ได้จากเครื่องมือที่ใช้ในการทดสอบหรือการประเมินผล มิใช่เป็นความเที่ยงตรงของเครื่องมือ แต่เป็นความเที่ยงตรงของการตีความหมายที่ได้จากผลของการทดสอบ

2. ความเที่ยงตรง เป็นเรื่องของระดับ (Matter of Degree) มิใช่เป็นเรื่องมีหรือไม่มี มีการบอกความเที่ยงตรงของแบบทดสอบควรเสนอในรูประดับที่เจาะจง เช่น มีความเที่ยงตรงสูง ปานกลาง หรือต่ำ

3. ความเที่ยงตรง จะเป็นความเที่ยงตรงเฉพาะเรื่องที่ต้องการวัดเสมอ (Specific to Some Particular Use) ไม่มีแบบทดสอบใดที่มีความเที่ยงตรงทุกวัตถุประสงค์ เช่น แบบทดสอบเลข

คณิตอาจมีความเที่ยงสูงในการวัดทักษะการคำนวณ แต่มีความเที่ยงตรงต่ำใน การวัดเหตุผลเชิงตัวเลข และอาจมีความเที่ยงตรงปานกลางในการคาดคะเนผลการเรียน

4. ความเที่ยงตรง เป็นมโนทัศน์เดี่ยว (Unitary Concept) หมายความว่าความเที่ยงตรงเป็นค่าตัวเลขตัวเดียวที่ได้มาจากหลักฐานหลายแหล่ง หลักพื้นฐานที่ใช้ยึดในการตีความหมายของความเที่ยงตรงก็คือ เนื้อหา เกณฑ์ที่กำหนดและโครงการ

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552, น. 99) ได้กล่าวว่า ความเที่ยงตรงเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุดของแบบทดสอบ สามารถจำแนกความตรงเป็น 3 ประเภทหลัก ๆ ได้แก่ ความเที่ยงตรงตามเนื้อเรื่อง ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ และความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี การตรวจสอบความเที่ยงตรงเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์รวบรวมและวิเคราะห์หลักฐาน เพื่อการสนับสนุนความเหมาะสมและความถูกต้องของการนำคะแนนจากเครื่องมือวัดไปสรุป ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงสามารถจำแนกตามเป้าหมายที่สำคัญได้ 3 ประเภท ได้แก่ การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อเรื่อง การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์และการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี

ไพศาล วรคำ (2561, น. 266-278) กล่าวว่า ความเที่ยงตรง หมายถึง ความถูกต้อง แม่นยำของเครื่องมือในการวัดสิ่งที่ต้องการจะวัด หรือความสอดคล้องเหมาะสมของผลการวัดกับเนื้อเรื่องหรือเกณฑ์ หรือทฤษฎีเกี่ยวกับลักษณะที่มุ่งวัด ความเที่ยงตรงจึงถือว่าเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุดของเครื่องมือวัดทุกประเภท เพราะเป็นคุณสมบัติเกี่ยวข้องกับคุณภาพ ด้านความถูกต้องของผลที่ได้จากการวัด เนื่องจากความเที่ยงตรงของค่าวัดจากเครื่องมือวัดเป็นความสัมพันธ์ หรือความสอดคล้องระหว่างค่าวัดของเครื่องมือวัดนั้นกับสิ่งที่ต้องการวัดหรือตัวเกณฑ์ ดังนั้น การแสดงหลักฐานความเที่ยงตรง จึงเป็นการหาความสัมพันธ์หรือความสอดคล้องระหว่างค่าวัดของตัวแปร วิธีการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงจึงขึ้นอยู่กับชนิดของค่าวัดที่ได้จากตัวแปร ดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) หมายถึง คุณสมบัติของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามเนื้อหาที่จะวัด หรือเป็นดัชนีที่บ่งบอกว่าเนื้อหาของเครื่องมือหรือเนื้อหาของข้อคำถามวัดได้ตรงตามเนื้อหาของเรื่องที่ต้องการวัด ดังนั้นประเด็นสำคัญของความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาจึงอยู่ที่การเลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเนื้อเรื่องที่เป็นตัวแทน (Representative Sample) ของมวลเนื้อเรื่องที่ต้องการวัด ว่าเป็นตัวแทนของเนื้อหาทั้งหมดและมีความเพียงพอ (Adequate) ต่อการวัดเนื้อเรื่องนั้นหรือไม่ การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาจึงอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตรวจสอบโดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญที่เป็นอิสระจากกัน ช่วยพิจารณาตัวอย่างเนื้อเรื่องในเครื่องมือวัดว่ามีขอบเขตที่ครอบคลุมและเป็นตัวแทนมวลเนื้อเรื่องที่ต้องการวัดเพียงใด การหาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบ พิจารณาจากความสอดคล้องระหว่างวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือตัวชี้วัดกับข้อคำถามที่สร้างขึ้น โดยคำนวณจากดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index : IOC) ซึ่งเกณฑ์ในการคัดเลือกข้อคำถามนั้น พิจารณาจาก

เสียงส่วนใหญ่ของผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าสอดคล้อง หรือดัชนีความสอดคล้อง (IOC) มากกว่า 0.5 ก็จะได้ถือว่าข้อคำถามนั้นมีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

สูตรที่ใช้ในการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบ โดยแปลงระดับความสอดคล้องเป็นคะแนนดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2561, น. 266-270)

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1

ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0

ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น -1

และหาดัชนีความสอดคล้องได้จาก

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

R_i แทน คะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินในแต่ละข้อ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

2. ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-related Validity) เป็นความสอดคล้องสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากเครื่องมือวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับเกณฑ์ภายนอก (Criterion) ที่สามารถใช้วัดคุณลักษณะที่ต้องการนั้นได้ เกณฑ์ภายนอกนี้อาจเป็นคะแนนจากการวัดอื่น หรือวิธีการอื่น ๆ ที่วัดสภาพปัจจุบันหรือสภาพในอนาคตของกลุ่มตัวอย่างได้ตรงตามคุณลักษณะที่ต้องการวัด ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ ความเที่ยงตรงเชิงสภาพ หรือความเที่ยงตรงร่วมสมัย (Concurrent Validity) และความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity)

3. ความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎีหรือความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) หมายถึง ความสามารถของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามขอบเขต หรือครบตามคุณลักษณะย่อย ๆ ของสิ่งที่ต้องการวัดที่ระบุไว้ในทฤษฎีเกี่ยวกับคุณลักษณะนั้น ๆ ซึ่งโดยทั่วไปตัวแปรที่เป็นคุณลักษณะ (trait) มักจะมีโครงสร้างขององค์ประกอบในของทฤษฎี บางทีจึงถูกเรียกว่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง การหาความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎีจึงนิยมใช้กับเครื่องมือวัด ตัวแปรคุณลักษณะ หรือตัวแปรแฝงที่มีการนิยามเชิงทฤษฎี เช่น เซวาร์ปัญญา เจตคติ ความเชื่อ ค่านิยม เซวาร์อารมณ์ เป็นต้น โดยคุณลักษณะเหล่านี้สังเกตโดยตรงไม่ได้ จะสังเกตได้เฉพาะผลที่เกิดขึ้นเท่านั้น การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎีสามารถดำเนินการได้หลากหลายวิธี เช่น วิธีตัดสินโดยผู้เชี่ยวชาญ วิธีเปรียบเทียบคะแนนระหว่างกลุ่มรู้จัก (Comparing the scores of known groups) วิธีเปรียบเทียบคะแนนจากการทดลอง (Comparing the scores from an experiment) วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis) เป็นต้น

สรุปได้ว่า ความเที่ยงตรง หมายถึง ความถูกต้อง แม่นยำของเครื่องมือในการวัดสิ่งที่ต้องการจะวัด ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงสามารถจำแนกตามเป้าหมายที่สำคัญได้ 3 ประเภท ได้แก่ ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-related Validity) และความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎีหรือความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity)

2.7.2 ความยากและอำนาจจำแนก

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความยากและอำนาจจำแนก ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551, น. 138) กล่าวว่า ความยาก (Difficulty) เป็นคุณสมบัติของ ข้อสอบ ที่บอกให้ทราบว่าข้อสอบข้อนั้นมีคนตอบถูกมากหรือน้อย ถ้ามีคนตอบถูกมาก ข้อสอบนั้นก็ง่าย ถ้ามีคนตอบถูกน้อย ข้อสอบข้อนั้นก็ยาก ถ้ามีคนตอบถูกบ้างผิดบ้างหรือมีคนตอบถูกปานกลาง ข้อสอบข้อนั้นก็มีความยากปานกลาง ข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะควรมีคนตอบถูก ไม่ต่ำกว่า 20 คน และไม่เกิน 80 คน จากผู้สอบ 100 คน ค่าความยากหาได้โดยการนำจำนวนคนที่ตอบถูกหารด้วยจำนวนคนที่ตอบทั้งหมด ส่วนอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ใครรอบรู้-ไม่รอบรู้ โดยยึดหลักการว่า คนเก่งจะต้องตอบข้อสอบข้อนั้นถูก คนไม่เก่งจะต้องตอบผิด ข้อสอบที่ดีจะต้องแยกคนเก่งกับคนไม่เก่งออกจากกันได้ อำนาจจำแนกมีความสัมพันธ์กับความเที่ยงตรงเชิงสภาพในทางบวก กล่าวคือ ถ้าเครื่องมือใดมีอำนาจจำแนกสูง เครื่องมือนั้นก็มีความเที่ยงตรงเชิงสภาพสูงด้วย

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552, น. 225) กล่าวว่า ความยากและอำนาจจำแนก หมายถึง สัดส่วนของจำนวนคนที่ตอบข้อสอบข้อนั้นถูก เช่น ข้อสอบข้อหนึ่งมีคนตอบ 100 คนปรากฏว่าตอบถูกเพียง 30 คนแสดงว่าข้อสอบข้อนั้นมีความระดับความยาก (p) เท่ากับ 0.30 หรือ 30 % ดังนั้นระดับความยากของข้อสอบจึงมีค่าตั้งแต่ 0.00-1.00 ถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกมาก p จะมีค่าสูง (เข้าใกล้ 1) แสดงว่าข้อสอบนั้นง่าย ในทางตรงกันข้ามถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกน้อย p จะมีค่าต่ำ (เข้าใกล้ 0) แสดงว่าข้อสอบนั้นยาก โดยทั่วไปข้อสอบที่มีค่า p ระหว่าง 0.20-0.80 ถือว่าเป็นข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะ และข้อสอบทั้งฉบับควรมีระดับความยากเฉลี่ย ประมาณ 0.50 ส่วนอำนาจจำแนก (Discrimination) หรืออำนาจจำแนกของข้อสอบ (Discrimination Power of The Items) หมายถึง ความสามารถของข้อสอบในการจำแนก หรือ แยกให้เห็นความแตกต่างระหว่างข้อสอบที่มีผลสัมฤทธิ์ต่างกัน เช่น จำแนกคนเก่งกับคนอ่อนออกจากกันได้ โดยถือว่าคนที่เก่งหรือมีความสามารถควรทำข้อสอบนั้นได้ ส่วนผู้ที่อ่อนหรือไม่มีความสามารถไม่ควรทำข้อสอบข้อนั้นได้ อำนาจจำแนกของข้อสอบจะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง +1 แต่อำนาจจำแนกที่ดีจะต้องมีค่าบวก ควรมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

ตารางที่ 2.4 เกณฑ์ในการแปลความหมายของค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก

ความยาก (p)	ความหมาย	อำนาจจำแนก (D)	ความหมาย
0.80 - 1.00	ง่ายมาก	0.60 - 1.00	ดีมาก
0.60 - 0.79	ค่อนข้างง่าย	0.40 - 0.59	ดี
0.40 - 0.59	ปานกลาง	0.20 - 0.39	พอใช้
0.20 - 0.39	ค่อนข้างยาก	0.10 - 0.19	ค่อนข้างต่ำ ควรปรับปรุง
0.00 - 0.19	ยากมาก	0.00 - 0.09	ต่ำมาก ต้องปรับปรุง

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวิจัยทางการศึกษา (น. 303), โดย ไพศาล วรคำ, 2560, มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

ส่วนเกณฑ์ในการคัดเลือกตัวสวมนั้นควรมีค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.05 ขึ้นไป

ไพศาล วรคำ (2561, น. 298-311) กล่าวว่า ความยากของข้อสอบ (Item Difficulty) เป็นคุณลักษณะประจำตัวของข้อสอบแต่ละข้อที่บ่งบอกถึงโอกาสที่กลุ่มตัวอย่างจะตอบข้อนั้นได้ถูกต้อง ดังนั้นความยากของข้อสอบจึงพิจารณาได้จากจำนวนผู้ตอบข้อนั้นถูก ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกมากแสดงว่าข้อสอบนั้นง่าย หรือมี ค่าดัชนีความยาก (Item Difficult Index : p) สูง ถ้ามีจำนวน ผู้ตอบถูกน้อย แสดงว่าข้อสอบนั้นยาก หรือมีค่าดัชนีความยากต่ำ

การหาค่าความยากของข้อสอบโดยทั่วไปจะนิยมหาเฉพาะในการสอบแบบอิงกลุ่ม เพื่อทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากเหมาะสมกับกลุ่มผู้สอบ ข้อสอบที่มีความยากเหมาะสม จะมีดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 เนื่องจากข้อสอบที่ยากเกินไป ($p < 0.20$) หรือง่ายเกินไป ($p > 0.80$) จะไม่สามารถจำแนกความสามารถของกลุ่มผู้สอบได้ ส่วนในการสอบแบบอิงเกณฑ์นั้น ต้องพิจารณาความรอบรู้ (ผ่านเกณฑ์) หรือไม่รอบรู้ (ไม่ผ่านเกณฑ์) จึงไม่ค่อยคำนึงถึงความยากของข้อสอบ แต่จะพิจารณาพฤติกรรมและเนื้อหาที่ต้องการวัดมากกว่า การหาดัชนีความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์จึงเป็นการหาเพื่อให้ทราบระดับความยากเท่านั้น ซึ่งถ้ามีการหาดัชนีความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์ ก็มักจะหาทั้งดัชนีความยากก่อนเรียนและดัชนีความยากหลังเรียน โดยใช้สูตรเดียวกับความยากแบบอิงกลุ่ม

สำหรับข้อสอบอัตนัยการหาดัชนีความยากจะมีวิธีการแตกต่างไปจากข้อสอบ ปรนัยบ้าง เนื่องจากคะแนนที่เป็นไปได้ของข้อสอบอัตนัยแต่ละข้อไม่ใช่ 0 หรือ 1 เหมือนกับ ข้อสอบปรนัย การหาดัชนีความยากของข้อสอบอัตนัยทำได้โดยการแบ่งผู้เข้าสอบออกเป็นสอง กลุ่มเท่า ๆ กัน คือ กลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ จากนั้นคำนวณหาดัชนีความยากจากสูตรของวิทนีเยและซาเบอร์ส (Whitney and Sabers, 1970) ดังนี้

$$p = \frac{S_H + S_L - (2nX_{\min})}{2n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p	แทน	ดัชนีความยาก
S_H	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
S_L	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
n	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ใช้ในการวิเคราะห์
X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

ส่วนการแปลผลดัชนีความยากของข้อสอบอัตนัยก็ใช้เกณฑ์เดียวกับดัชนีความยากของข้อสอบปรนัย คือ ถ้าค่าดัชนีความยากสูงหรือมีจำนวนผู้ตอบถูกมาก แสดงว่าข้อสอบนั้นง่าย ถ้าค่าดัชนีความยากต่ำหรือมีจำนวนผู้ตอบถูกน้อย แสดงว่าข้อสอบนั้นยาก

อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง คุณลักษณะของข้อสอบหรือข้อคำถามที่สามารถแยกปริมาณของคุณลักษณะที่ต้องการวัดที่มีอยู่ในแต่ละบุคคลได้ เช่น ในแบบทดสอบข้อสอบที่มีอำนาจจำแนกก็คือ ข้อสอบที่สามารถแยกคนเก่งออกจากคนอ่อนได้ นั่นก็หมายความว่าคนเก่งทำข้อสอบข้อนั้นถูกขณะที่คนอ่อนทำผิด เครื่องมือที่นิยมหาอำนาจจำแนก ได้แก่ แบบทดสอบและแบบสอบถาม เทคนิคการหาอำนาจจำแนกมีหลายวิธีจำแนกตามลักษณะของเครื่องมือดังนี้

1. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงกลุ่ม มีหลายวิธี ได้แก่ เทคนิคร้อยละ 50 เทคนิคร้อยละ 27 การหาสหพันธ์ระหว่างคะแนนรายข้อกับคะแนนรวม และการหาสหสัมพันธ์แบบ Point Biserial

2. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงเกณฑ์ หาได้ 2 แบบ คือ ดัชนีอำนาจจำแนกของแบรนแนน (Brennan's Index : B-Index) และดัชนีความไวของข้อสอบ (Sensitive Index : S)

3. การหาอำนาจจำแนกของแบบสอบอัตนัย ในกรณีของข้อสอบอัตนัย ค่าคะแนนในแต่ละข้อจะมีได้หลายค่า การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบอัตนัยสามารถหาได้จากสูตรวิทนีและซาเบอร์ส (Whitney and Sabers, 1970) ดังนี้

$$D = \frac{S_H + S_L}{n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D	แทน	อำนาจจำแนกของข้อสอบ
S_H	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
S_L	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
n	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ใช้ในการวิเคราะห์
X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

สรุปได้ว่า ความยากข้อสอบ เป็นคุณลักษณะประจำตัวของข้อสอบแต่ละข้อที่บ่งบอก ถึงโอกาสที่กลุ่มตัวอย่างจะตอบข้อนั้นได้ถูก ส่วนอำนาจจำแนก เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถ จำแนกผู้เรียนตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ซึ่งเครื่องมือที่สร้างขึ้นต้อง ตรวจสอบคุณภาพรายข้อในเรื่องค่าความยากและอำนาจจำแนก โดยทั่วไปข้อสอบ ที่มีค่าความยาก ระหว่าง 0.20 - 0.80 ถือว่าเป็นข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะ และข้อสอบที่จับคู่ควมมีระดับความ ยากเฉลี่ยประมาณ 0.50 ส่วนอำนาจจำแนกที่ดีต้องมีค่าเป็นบวก และมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

2.7.3 ความเชื่อมั่น

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความ เชื่อมั่น ดังนี้

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2552, น. 88) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น ตรงกับภาษาอังกฤษ “Reliability” ซึ่งหมายถึง “Stability and Consistency” ของคะแนนสอบ จึงเป็นที่เข้าใจของกลุ่มนักวัดผลคน ไทยว่า Reliability นั้น หมายถึง ระดับความคงที่หรือความคงเส้นคงวาของคะแนน สอบจากการ ทดสอบเรื่องเดียวกันในเวลาใดก็ตาม อย่างไรก็ตาม อย่างไรก็ดีสำหรับการใช้คำนี้ก็อาจใช้คำที่ต่างกันไป เช่น ความ เชื่อมั่น ความเที่ยง

ไพศาล วรคำ (2561, น. 278-298) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของผลที่ได้ จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้ง ดังนั้นความเชื่อมั่นของแบบวัดจึงเป็น คุณสมบัติของแบบวัดที่ให้ผลการวัดที่คงที่ในการวัดคุณลักษณะหนึ่งของบุคคลหนึ่ง เมื่อคุณลักษณะ นั้นไม่เปลี่ยนแปลงไป ไม่ว่าจะทำการวัดกี่ครั้งก็ตาม ในอีกมุมหนึ่งแบบวัดที่มีความเชื่อมั่นแสดงให้เห็น ว่าแบบวัดนั้นไม่มีความคลาดเคลื่อนในการวัด ความเชื่อมั่นจึงมีความสัมพันธ์กับความแปรปรวนของ ความคลาดเคลื่อน (Error Variance) กล่าวคือ ถ้าแบบวัดมีความเชื่อมั่นสูง ความคลาดเคลื่อนของ การวัด (Error of Measurement) จะต่ำ การหาความเชื่อมั่นของแบบวัดเริ่มพัฒนามาจากนิยาม คือ เป็นความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลาย ๆ ครั้ง แต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคล นั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอเมื่อเวลาผ่านไป จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัด

ขึ้นมาอีกหลายวิธี ภายใต้แนวคิดหลัก 3 แนวคิด คือ 1) การวัดความคงที่ ซึ่งจะเป็นการวัดความคงที่ของผลการวัดหลาย ๆ ครั้ง 2) การวัดความสมมูลกันเป็นการวัดแบบที่เป็นคู่ขนาน เพื่อหลีกเลี่ยงการวัดซ้ำ 3) การวัดความสอดคล้องภายใน ซึ่งเป็นการพิจารณาความเชื่อมั่นจากการวัดเพียงครั้งเดียว แล้วหาความสอดคล้องของผลการวัดภายในแบบวัดนั้น

การหาความเชื่อมั่นของแบบวัดเริ่มพัฒนามาจากนิยามคือเป็นความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลาย ๆ ครั้ง แต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคลนั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอเมื่อเวลาผ่านไป จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดขึ้นมาอีกหลายวิธี ภายใต้แนวคิดหลัก 3 แนวคิดคือ

1. การวัดความคงที่ ซึ่งจะเป็นการวัดความคงที่ของผลการวัดหลาย ๆ ครั้ง
2. การวัดความสมมูลกัน เป็นการวัดด้วยแบบวัดที่เป็นคู่ขนานกัน เพื่อหลีกเลี่ยงการวัดซ้ำ
3. การวัดความสอดคล้องภายใน ซึ่งเป็นการพิจารณาความเชื่อมั่นจากการวัดเพียงครั้งเดียว

แล้วหาความสอดคล้องของผลการวัดภายในแบบวัดนั้น การหาความเชื่อมั่นจากมีหลายวิธี ยกตัวอย่างเช่น วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach 's Alpha Coefficient Method) ครอนบาคได้เสนอสูตรสำหรับประมาณค่าความเชื่อมั่นตามแนวคิดแบ่งแบบสอบออกเป็น k ส่วน สำหรับใช้ในกรณีที่มีการตรวจให้คะแนนแบบทั่วไป สามารถใช้ได้ทั้งแบบสอบที่ให้คะแนนแบบ 0, 1 ให้คะแนนแบบถ่วงน้ำหนัก หรือกำหนดคะแนนแบบมาตรฐานค่า (Rating ' Cale) หรือแม้แต่ข้อสอบอัตนัย ซึ่งเป็นที่รู้จักกันในชื่อสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach' s C Coefficient) มีสูตรดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์แอลฟา

k แทน จำนวนข้อคำถามหรือข้อสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนข้อที่ i

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวม t

การหาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนน (Inter-Rater Reliability) ในกรณีที่ข้อสอบเป็นแบบอัตนัย (Essay Test) แบบตอบสั้นที่มีคำตอบมากกว่า 1 แบบสัมภาษณ์ แบบสังเกต (Observation) และการประเมินภาคปฏิบัติ (Performance Assessment) ผู้ตรวจให้คะแนน (Rater) แต่ละคนอาจให้คะแนนที่แตกต่างกัน ความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนนจึงสำคัญมากสำหรับเครื่องมือวัดลักษณะนี้ วิธีการง่าย ๆ ในการหาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนน ก็คือ ให้ผู้ตรวจให้คะแนนหรือผู้สังเกตตั้งแต่

2 คนขึ้นไป ให้คะแนนในแบบสอบเดียวกัน หรือพฤติกรรมเดียวกัน แล้วหาความสัมพันธ์ของคะแนนจากผู้ตรวจ โดยการหาสัมประสิทธิ์ความพ้องกัน (Agreement Coefficient) หรือสัมประสิทธิ์แคปปา (Kappa Coefficient)

ดัชนีที่บ่งบอกความเชื่อมั่นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนนอีกตัวหนึ่งเรียกว่า ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน (Rater Agreement Index : RAI) ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ระดับความพ้องกันหรือสอดคล้องกันของคะแนนที่ได้จากผู้ประเมินหรือผู้ตรวจให้คะแนน 2 คนหรือมากกว่า ที่เสนอโดย Judith A. Burry - Stock และคณะ (Burry-Stock and others, 1996) ดังนี้

1. กรณีหนึ่งพฤติกรรมหนึ่งตัวอย่างสองผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน 2 คนที่สังเกตหรือประเมินพฤติกรรมเพียงพฤติกรรมเดียวของกลุ่มตัวอย่างคนเดียว โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (scoring rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{|R_1 - R_2|}{I - 1}$$

เมื่อ RAI แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน
 R_1 แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 1
 R_2 แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 2
 I แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

2. กรณีหนึ่งพฤติกรรมหนึ่งตัวอย่างหลายผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมินมากกว่า 2 คนที่สังเกตหรือประเมินพฤติกรรมเพียงพฤติกรรมเดียวของตัวอย่างคนเดียว โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{m=1}^M |R_m - \bar{R}|}{(M-1)(I-1)}$$

เมื่อ RAI แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน
 R_m แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ m ($m = 1, 2, 3, \dots, M$)
 \bar{R} แทน คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากผู้ประเมินทุกคน
 I แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้
 M แทน จำนวนผู้ประเมินทั้งหมด

3. กรณีหลายพฤติกรรมหนึ่งตัวอย่างสองผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมิน 2 คนที่สังเกตหรือประเมินพฤติกรรมหลายพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างคนเดียว โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring rubrics) มีสูตรการคำนวณ

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{k=1}^K |R_{1k} - R_{2k}|}{K(I-1)}$$

เมื่อ RAI แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

R_{1k} แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 1 ในพฤติกรรม ที่ k ($k = 1, 2, 3, \dots, K$)

R_{2k} แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 2 ในพฤติกรรม ที่ k

I แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

K แทน จำนวนพฤติกรรมบ่งชี้ทั้งหมด

4. กรณีหลายพฤติกรรมหนึ่งตัวอย่างหลายผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมินมากกว่า 2 คนที่สังเกตหรือประเมินหลายพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างคนเดียว โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M |R_{mk} - \bar{R}_k|}{K(M-1)(I-1)}$$

เมื่อ RAI แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

R_{mk} แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ m ในพฤติกรรมที่ k

\bar{R}_k แทน คะแนนเฉลี่ยในพฤติกรรมที่ k

I แทน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้

K แทน จำนวนพฤติกรรมบ่งชี้ทั้งหมด

M แทน จำนวนผู้ประเมินทั้งหมด

5. กรณีหลายพฤติกรรมหลายตัวอย่างสองผู้ประเมิน เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมิน 2 คน ที่สังเกตหรือประเมินพฤติกรรมหลายพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างหลายคน โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N |R_{1nk} - R_{2nk}|}{KN(I-1)}$$

เมื่อ RAI แทน ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน

R_{1nk} แทน คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 1 ใน พฤติกรรมที่ k ของตัวอย่างคนที่ n ($n = 1, 2, 3, \dots, N$)

R_{2nk}	แทน	คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ 2 ใน พฤติกรรมที่ k ของตัวอย่างคนที่ n
I	แทน	จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้
K	แทน	จำนวนพฤติกรรมบ่งชี้ทั้งหมด
N	แทน	จำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

6. กรณีหลายพฤติกรรมหลายตัวอย่างหลายผู้ประเมิน (หรือกรณีทั่วไป) เป็นการหาดัชนีความเห็นพ้องกันระหว่างผู้ประเมินมากกว่า 2 คนที่สังเกตหรือประเมินหลายพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างหลายคน โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RAI = 1 - \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M |R_{mnk} - \bar{R}_{nk}|}{KN(M-1)(I-1)}$$

เมื่อ	RAI	แทน	ดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน
	R_{mnk}	แทน	คะแนนที่ได้จากผู้ประเมินคนที่ m ของตัวอย่างคนที่ n ในพฤติกรรมที่ k
	\bar{R}_{nk}	แทน	คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างคนที่ n ในพฤติกรรมที่ k
	I	แทน	จำนวนคะแนนทั้งหมดที่เป็นไปได้
	K	แทน	จำนวนพฤติกรรมบ่งชี้ทั้งหมด
	M	แทน	จำนวนผู้ประเมินทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

การพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือวัดจะต้องมากกว่า 0.70 ขึ้นไป แต่สำหรับกรณีของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (achievement tests) และแบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน (aptitude tests) ค่าความเชื่อมั่นไม่ควรต่ำกว่า 0.09 เพราะเป็นแบบวัดที่ต้องการความเชื่อมั่นสูง ส่วนความเชื่อมั่นของผู้ตรวจให้คะแนนที่เชื่อถือได้ควรจะมีค่าประมาณ 0.85 ขึ้นไป

สรุปได้ว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้ง ในการหาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนนก็คือให้ผู้ตรวจให้คะแนนตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป ให้คะแนนในแบบทดสอบเดียวกันหรือพฤติกรรมเดียวกันแล้วหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากผู้ตรวจโดยการหาดัชนีความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน (Rater Agreement Index : RAI)

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.8.1 งานวิจัยในประเทศ

การศึกษางานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวกับการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

อาทิตยา สำราญอินทร์ (2553, น. 26-29) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ปกติ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ระหว่างก่อนทดลองและหลังทดลอง 2) เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมาบอำมฤตวิทยา จังหวัดชุมพร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 67 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 37 คน และกลุ่มควบคุม 30 คน นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ชุด ที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.81 และ 0.82 และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ชุด ที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.61 และ 0.92 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองตามความรู้เดิมที่มีและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที (t-test) และเทคนิควิเคราะห์ความแปรปรวนรวม (ANCOVA) ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สถาปนา บุญมาก (2557, น. 40-43) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/10 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ของโรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม โดยใช้เวลาในการทำวิจัยจำนวน 17 คาบ คาบละ 55 นาที เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการ กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ จำนวน 11 แผน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน มีค่าความเชื่อมั่น 0.70 และวิเคราะห์ผลด้วยสถิติ t-test แบบ one-sample ซึ่งผลการวิจัย สรุปได้ดังนี้ 1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

แสงเดือน อาตมยันทน์ (2557, น. 70-73) ได้ทำการวิจัย 1) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา และ 3) เพื่อศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/7 จำนวน 38 คน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย อำเภอเมือง จังหวัดนครปฐม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดการเรียนรู้แบบซิปปา แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) การทดสอบค่าที่ (t-test) แบบ dependent และการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) ผลการวิจัย พบว่า 1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่จัดการเรียนรู้แบบซิปปาหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่จัดการเรียนรู้แบบซิปปา หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) ความคิดเห็นของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา อยู่ในระดับเห็นด้วยมากทั้งสามด้าน คือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านบรรยากาศการเรียนรู้ และด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการเรียนรู้

เจษฎา อินพินิจ (2558, น. 32-34) ได้ทำการการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานตามแนวคิดของสะเต็มศึกษา เปรียบเทียบกับผลการจัดกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนแบบปกติ และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้รับการจัดกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานตามแนวคิดของสะเต็มศึกษา ใช้การวิจัยแบบกึ่งทดลอง โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมซึ่งได้มาจากการเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) จำนวนกลุ่มละ 31 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเลยพิทยาคม จังหวัดเลย ประจำปีการศึกษา 2558 ดำเนินการวิจัยโดยให้ทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จากนั้นกลุ่มทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานตามแนวคิดของสะเต็มศึกษา และกลุ่มควบคุมใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนแบบปกติ แล้วให้ทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และทำการศึกษาความพึงพอใจต่อกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอน สำหรับกลุ่มทดลอง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน-หลังเรียน และแบบวัดความพึงพอใจต่อกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานตามแนวคิดของสะเต็มศึกษา ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐานและการทดสอบที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานตามแนวคิดของสะเต็มศึกษามีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 อีกทั้งนักเรียนมีความพึงพอใจต่อกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานตามแนวคิดของสะเต็มศึกษา อยู่ในระดับมาก

นาสียะห์ สาหาค (2559, น. 16-19) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอนแบบมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนบ้านเขาดิน อำเภอทุ่งยางแดง จังหวัดปัตตานี จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 19 คน ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ 13 คาบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอนแบบมโนทัศน์ 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ 3) แบบวัดความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ ดำเนินการทดลองกลุ่มเดียว ทดสอบก่อนและหลัง การจัดการเรียนรู้ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าสถิติทีแบบสองกลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอนแบบมโนทัศน์มีคะแนนเฉลี่ย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับดี 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอนแบบมโนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอนแบบมโนทัศน์มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ระดับดีเยี่ยม

พิมสุภา ชินสา และคณะ (2561, น. 60-62) ได้ศึกษาข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องพหุนามและเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 9 จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 3 โรงเรียน ได้แก่ โรงเรียนด่านช้างวิทยา โรงเรียนสามชุกรัตนโกการาม และโรงเรียนบรรหารแจ่มใส 1 รวมทั้งหมด 116 คน โดยใช้การสุ่มแบบชั้นภูมิ (Stratified sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม โดยแบบทดสอบแบ่งเป็น 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 7 ข้อ และตอนที่ 3 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ จากนั้นนำผลการทดสอบมาตรวจและวิเคราะห์เพื่อจำแนกประเภทของข้อบกพร่อง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเมื่อจัดประเภทของข้อบกพร่องที่พบแล้ว ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ มีทั้งหมด 3 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม ข้อบกพร่องด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ ส่วนข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 4 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล ข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต ข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามกฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนและลำดับของขั้นตอน

จุไรรัตน์ วัชรไทย และคณะ (2561, น. 12-14) ได้ศึกษาลักษณะข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 3 โรงเรียน ได้แก่ โรงเรียนด่านช้างวิทยา โรงเรียนสามชุก รัตนโกการาม และโรงเรียนบรรหารแจ่มใส 1 รวมทั้งหมด 95 คน โดยใช้การสุ่มแบบชั้นภูมิ (Stratified Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ซึ่งแบบทดสอบแบ่งออกเป็น 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 9 ข้อ และตอนที่ 3 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ จากนั้นนำผลการทดสอบมาตรวจและ

วิเคราะห์เพื่อจำแนกประเภทของข้อบกพร่อง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทั้งด้านความรู้ เชิงมนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเมื่อจัดประเภทของข้อบกพร่องที่พบแล้ว ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมนทัศน์ มีทั้งหมด 3 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้ กฎหรือบทนิยาม ข้อบกพร่องด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ ส่วนข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 4 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล ข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต ข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามกฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนของขั้นตอนและลำดับขั้นตอนของการแก้โจทย์

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอนแบบมนทัศน์ พบข้อบกพร่องทั้งด้านความรู้เชิงมนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมนทัศน์ มีทั้งหมด 3 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม ข้อบกพร่องด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ ส่วนข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 4 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล ข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต ข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามกฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนของขั้นตอนและลำดับขั้นตอนของการแก้โจทย์ การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอนแบบมนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยการปรับมนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ การจัดกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานตามแนวคิดมีความเข้าใจเชิงมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนแบบปกติ

2.8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวกับการศึกษาความรู้เชิงมนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Livy and Vale (2011, p. 144) ได้ทำการศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมนทัศน์เกี่ยวกับคำถาม อัตราส่วนของนักศึกษาครูชั้นปีที่ 1 ผ่านการวิเคราะห์แบบทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทักษะทางคณิตศาสตร์และความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า นักศึกษาครูไม่สามารถแปลความหมายของขั้นตอนที่ซับซ้อน คำถามอัตราส่วน รวมถึงพบความผิดพลาดในการแปลงค่าในการวัด ซึ่งสะท้อนให้เห็นการขาดการพัฒนาความรู้ในเรื่องความรู้ทางโครงสร้างของคณิตศาสตร์ และ

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และนักศึกษาครูส่วนมากยังขาดความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและวิธีในการแก้ปัญหา

Pinzka (1999, pp. 1491-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในทศน์เรื่องฟังก์ชันกับความเข้าใจและการประยุกต์ใช้มโนทัศน์ เรื่อง อนุพันธ์ในวิชาแคลคูลัสของนักศึกษาระดับอุดมศึกษา โดยทำการทดสอบความเข้าใจในทศน์เรื่องฟังก์ชันและมโนทัศน์ เรื่องอนุพันธ์นักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัสในภาคเรียนที่ 1 จำนวน 33 คน และทำการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลกับนักศึกษา จำนวน 6 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจ

มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันและมโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนมีกระบวนการทางคณิตศาสตร์และแนวคิดในแต่ละมโนทัศน์แตกต่างกัน นอกจากนี้นักเรียนมีความเข้าใจในทศน์เรื่องอนุพันธ์เกี่ยวกับเรขาคณิต สามารถบอกความหมายและอธิบายกราฟของฟังก์ชันสามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ ของฟังก์ชัน เข้าใจถึงการใช้เครื่องหมาย กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดเมนของฟังก์ชัน และสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน

Vidakovic (1993, p. 223) ทำการศึกษานักเรียนที่ทำกิจกรรมกลุ่มร่วมกันจำนวน 5 กลุ่ม และนักเรียนที่ทำกิจกรรมเป็นรายบุคคล จำนวน 5 คน โดยทำกิจกรรมเดียวกันทั้งหมด กิจกรรมที่นักเรียนทำเป็นเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชัน จุดประสงค์เพื่อศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ของฟังก์ชันและโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนแต่ละคน การศึกษาครั้งนี้ใช้กรอบทฤษฎี APOS ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีการสร้างและพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันโดยนักเรียนที่ทำงานเป็นกลุ่มจะมีความเข้าใจดีกว่านักเรียนที่ทำงานคนเดียว

Coston (1994, p. 209) ได้ทำการศึกษาถึงอิทธิพลของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเรียนรู้ (Co-operative learning) และการใช้เครื่องคิดเลขเชิงกราฟในกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรียนการสอนที่มีต่อความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของฟังก์ชัน ทักษะทางพีชคณิต และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผู้ร่วมวิจัยประกอบด้วยนักศึกษาระดับอุดมศึกษาที่เรียนในรายวิชาพีชคณิต 4 ห้องเรียน จำนวน 176 คน กลุ่มทดลองประกอบด้วย 3 ชั้นเรียน คือ ชั้นเรียนที่ใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ จำนวน 44 คน ชั้นเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก จำนวน 46 คน และชั้นเรียนที่ใช้ทั้งการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้และเครื่องคิดเลขกราฟิก จำนวน 45 คน กลุ่มควบคุม 1 ชั้นเรียนจำนวน 41 คน ใช้รูปแบบการสอนแบบบรรยายและอภิปราย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบสอบถามเจตคติ ข้อสอบวัดทักษะทางพีชคณิต แบบทดสอบเกี่ยวกับความรับผิดชอบของสมาชิกในกลุ่ม และแบบทดสอบเกี่ยวกับฟังก์ชัน ผลการวิจัยพบว่า ไม่มีความแตกต่างทางสถิติเกี่ยวกับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของฟังก์ชันระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

สรุปได้ว่า ยังขาดการพัฒนาความรู้ในเรื่องความสามารถแปลความหมายของขั้นตอนที่ซับซ้อน คำถามอัตราส่วน รวมถึงการแปลงค่าในการวัด ความรู้ทางโครงสร้างของคณิตศาสตร์ และการ

เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและวิธีในการแก้ปัญหา การสร้างและพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชัน ที่ทำงานเป็นกลุ่มจะมีความเข้าใจดีกว่าที่ทำงานคนเดียว

สรุปจากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอนแบบมโนทัศน์ พบข้อบกพร่องทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ มีทั้งหมด 3 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม ข้อบกพร่องด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ ส่วนข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 4 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล ข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต ข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามกฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนของขั้นตอนและลำดับขั้นตอนของการแก้โจทย์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์สอนแบบมโนทัศน์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การใช้ปัญหาเป็นฐานตามแนวคิดหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ แต่ยังคงขาดการพัฒนาความรู้ในเรื่องความสามารถแปลความหมายของขั้นตอนที่ซับซ้อน คำถามอัตราส่วน รวมถึงการแปลงค่าในการวัด ความรู้ทางโครงสร้างของคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและวิธีในการแก้ปัญหา การสร้างและพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชัน ที่ทำงานเป็นกลุ่มจะมีความเข้าใจดีกว่าที่ทำงานคนเดียว

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

2.9 กรอบแนวคิดการวิจัย

การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการศึกษาครั้งนี้ ใช้กรอบแนวคิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2 ประเภท ได้แก่ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ 2) ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องความคล้าย (อัมพร ม้าคนอง, 2553, น. 3)

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

3.1.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม อำเภอกระนวน จังหวัดขอนแก่น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 7 ห้อง มีนักเรียนทั้งหมด 275 คน

3.1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ตำบลหนองโก อำเภอกระนวน จังหวัดขอนแก่น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 4 ห้องเรียน ได้แก่ ม.3/3, ม.3/5, ม.3/7 และ ม.3/8 รวมทั้งหมด 163 คน ที่ได้จากการคำนวณหาขนาดกลุ่มตัวอย่างของ Taro Yamane (1967, p. 727) ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถในการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนในห้องเดียวกัน โดยวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

3.1.2.1 วิธีการคำนวณหาขนาดกลุ่มตัวอย่างของทาโร ยามาเน่ (1973, p. 727)

ตามสูตร
$$n = \frac{N}{1 + Ne^2} \quad (3-1)$$

n = ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

N = จำนวนประชากร

e = ความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้เกิดขึ้นในครั้งนี่คือ 0.05

1) คำนวณขนาดของกลุ่มตัวอย่าง จำนวนนักเรียนทั้งหมด 275 คน จากสูตรทาโร ยามาเน่ (1973, p. 727) ดังนี้

$$n = \frac{N}{1 + Ne^2}$$

$$n = \frac{275}{1 + [275 \times (0.05)^2]} = 162.96$$

ผลจากการคำนวณตามสูตร ผู้วิจัยคิดเป็น 163 คน

3.2 เครื่องมือการวิจัย

แบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย จำนวน 5 ข้อ

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.3 การสร้างเครื่องมือในการวิจัย

ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตามลำดับดังนี้

3.3.1 แบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ ที่ผ่านการสร้างและศึกษา ดังนี้

3.3.1.1 ศึกษาค้นคว้าเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุง 2560 เกี่ยวกับสาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการ

3.3.1.2 ศึกษาหลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบและการหาคุณภาพแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263)

3.3.1.3 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความคล้าย

3.3.1.4 สร้างแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ ที่สร้างเพื่อไว้ซึ่งใช้จริงเพียง 5 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้

3.3.1.5 นำแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม แล้วนำคำแนะนำที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ มีข้อเสนอแนะดังนี้

- 1) คำถามควรกระชับ เข้าใจง่าย
- 2) ความยากของแบบทดสอบควรสอดคล้องกับบริบทของนักเรียน

3.3.1.6 นำแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านเพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพตรวจสอบความเหมาะสมและปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องโดยผู้เชี่ยวชาญประกอบด้วย

1) อาจารย์ ดร.อัครพงศ์ วงศ์พัฒน์ ปร.ด. (คณิตศาสตร์ประยุกต์) อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์

2) อาจารย์ ดร.บรรชา นันจรัส ปร.ด. (คณิตศาสตร์ประยุกต์) อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา

3) อาจารย์ ดร.นิตยา จันตะคุณ ปร.ด. (สถิติ) อาจารย์ประจำสาขาวิชาสถิติศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและเครื่องมือมีข้อเสนอแนะดังนี้

3.1) ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งประเด็นคำถาม นั่นคือ ใช้ภาษาที่มีความชัดเจน เข้าใจง่ายมากขึ้น

3.2) จำนวนข้อสอบในแต่ละจุดประสงค์ต้องสอดคล้องกับเนื้อหา

3.3.1.7 ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item – Objective Congruence Index: IOC) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1

ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0

ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น -1

3.3.1.8 นำผลประเมินความสอดคล้องมาคำนวณค่า IOC โดยใช้สูตรดัชนีความสอดคล้อง (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263) เลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 ทั้งหมดจำนวน 8 ข้อ

3.3.1.9 นำแบบทดสอบความรู้เชิงมนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ได้แบบทดสอบความรู้เชิงมนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ ไปทำการทดสอบหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจการจำแนก และค่าความเชื่อมั่น โดยนำไปทดลองใช้ (Try-Out) กับนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม จำนวน 45 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำผลการ (Try Out) มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย อำนาจจำแนก และหาค่าความเชื่อมั่น

3.3.1.10 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์หาความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบความรู้เชิงมนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20-1.00 จึงถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลการวิเคราะห์พบว่าข้อสอบรายข้อมีความยากที่อยู่ในเกณฑ์มี ซึ่งอยู่ระหว่าง 0.20 ขึ้นไป และมีค่าอำนาจจำแนกที่อยู่ในเกณฑ์ อยู่ระหว่าง 0.65-0.76 ซึ่งข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ดังกล่าวมีทั้งหมด 5 ข้อ

3.3.1.11 นำแบบทดสอบความรู้เชิงมนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค (Cronbach's alpha coefficient) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.50 ขึ้นไป จะถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าความรู้เชิงมนทัศน์และกระบวนการมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.76

3.3.1.12 นำแบบทดสอบความรู้เชิงมนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปใช้กับกลุ่มเป้าหมายการพิจารณา ผู้วิจัยพิจารณการเลือกใช้กลยุทธ์ของนักเรียน โดยพิจารณางานเขียนของนักเรียนและวิธีทำของนักเรียน

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ครบถ้วนทุกด้าน ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.4.1 ผู้วิจัยขอขออนุญาตทำการวิจัยจากผู้บริหารโรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม อำเภอกระนวน จังหวัดขอนแก่น สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 25

3.4.2 ผู้วิจัยปฐมนิเทศนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อชี้แจงขั้นตอน และวิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.4.3 ดำเนินการแจกแบบทดสอบความรู้เชิงมนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้กับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม อำเภอกระนวน จังหวัดขอนแก่น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 4 ห้องเรียน รวมทั้งหมด 163 คน โดยใช้เวลาทำการทดสอบ 1 ชั่วโมง

3.4.4 ดำเนินการเก็บแบบทดสอบคืนจากกลุ่มตัวอย่าง ตรวจสอบความถูกต้องความครบถ้วนของแบบทดสอบ หลังจากที่ได้ข้อมูลมาแล้วนำมาดำเนินการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบตามเกณฑ์การให้คะแนน โดยผู้วิจัยสร้างเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

ตารางที่ 3.1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความคล้าย (ข้อ 1-2)

คะแนน	รายละเอียด
0	ไม่สามารถทำได้
1	สามารถบอกได้ว่ารูปคล้ายกันหรือไม่ได้ และคำตอบนั้นต้องถูกต้อง
2	สามารถบอกได้ว่ารูปคล้ายกันหรือไม่ได้ คำตอบนั้นต้องถูกต้อง และอธิบายว่าคล้ายกันเพราะเหตุใด
3	สามารถบอกได้ว่ารูปคล้ายกันหรือไม่ คำตอบนั้นต้องถูกต้อง อธิบายว่าคล้ายกันเพราะเหตุใดพร้อมทั้งนำทฤษฎีบทมาใช้ในการอธิบายคำตอบได้อย่างถูกต้อง

ตารางที่ 3.2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความคล้าย (ข้อ 3-4)

คะแนน	รายละเอียด
0	ไม่สามารถแสดงวิธีทำที่ถูกต้องได้ และคำตอบไม่ถูกต้อง
1	ไม่สามารถแสดงวิธีทำที่ถูกต้องได้ แต่คำตอบถูกต้อง
2	สามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้องบางส่วน แต่คำตอบถูกต้อง
3	สามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้องทั้งหมด และแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างชัดเจน

ตารางที่ 3.3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความคล้าย (ข้อ 5)

คะแนน	รายละเอียด
0	ไม่สามารถหาคำตอบได้
1	ไม่สามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง แต่มีการกำหนดตัวแปร
2	สามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการกำหนดตัวแปร ไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือที่มาของคำตอบและนำทฤษฎีบทมาใช้ในการอธิบายคำตอบได้
3	สามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง มีการกำหนดตัวแปร แต่ไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือที่มาของคำตอบและนำทฤษฎีบทมาใช้ในการอธิบายคำตอบได้
4	สามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง มีการกำหนดตัวแปร สามารถแสดงแนวคิดหรือที่มาของคำตอบได้แต่ไม่ชัดเจนและไม่สามารถนำทฤษฎีบทมาใช้ในการอธิบายคำตอบได้
5	สามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง มีการกำหนดตัวแปร สามารถแสดงแนวคิดหรือที่มาของคำตอบได้ชัดเจน แต่ไม่สามารถนำทฤษฎีบทมาใช้ในการอธิบายคำตอบได้
6	สามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง มีการกำหนดตัวแปร พร้อมทั้งแสดงแนวคิดหรือที่มาของคำตอบได้ชัดเจน และนำทฤษฎีบทมาใช้ในการอธิบายคำตอบได้อย่างถูกต้อง

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลมาวิเคราะห์ ดังนี้

3.4.5 คำนวนหาร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบ ความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย

3.4.6 นำค่าร้อยละของคะแนนจากแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย มาวิเคราะห์ โดยผู้วิจัยสร้างเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

ตารางที่ 3.4 เกณฑ์ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน มีจำนวน 2 ข้อ รวมทั้งหมด 6 คะแนน

ระดับ	คะแนน
สูง	5 - 6
ปานกลาง	3 - 4
ต่ำ	0 - 2

จากตารางที่ 3.4 นำผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความคล้าย (ข้อ 1-2) มาเทียบกับเกณฑ์ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งหมด 6 คะแนน จะสามารถแบ่งความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับสูง มีคะแนน เท่ากับ 5-6 คะแนน ระดับปานกลาง มีคะแนน เท่ากับ 3-4 คะแนน และ ระดับต่ำ มีคะแนน เท่ากับ 0-2 คะแนน

ตารางที่ 3.5 เกณฑ์ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน มีจำนวน 2 ข้อ รวมทั้งหมด 6 คะแนน

ระดับ	คะแนน
สูง	5 - 6
ปานกลาง	3 - 4
ต่ำ	0 - 2

จากตารางที่ 3.5 นำผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความคล้าย (ข้อ 3-4) มาเทียบกับเกณฑ์ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งหมด 6 คะแนน จะสามารถแบ่งความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้เป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับสูง มีคะแนน เท่ากับ 5-6 คะแนน ระดับปานกลาง มีคะแนน เท่ากับ 3-4 คะแนน และ ระดับต่ำ มีคะแนน เท่ากับ 0-2 คะแนน

ตารางที่ 3.6 เกณฑ์ความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คะแนนเต็ม 6 คะแนน มีจำนวน 1 ข้อ รวมทั้งหมด 6 คะแนน

ระดับ	คะแนน
สูง	5 - 6
ปานกลาง	3 - 4
ต่ำ	0 - 2

จากตารางที่ 3.6 นำผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความคล้าย (ข้อ 5) มาเทียบกับเกณฑ์ความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งหมด 6 คะแนน จะสามารถแบ่งความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้เป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับสูง มีคะแนน เท่ากับ 5-6 คะแนน ระดับปานกลาง มีคะแนน เท่ากับ 3-4 คะแนน และ ระดับต่ำ มีคะแนน เท่ากับ 0-2 คะแนน

ตารางที่ 3.7 เกณฑ์ในการแปลผลความสามารถทางการเรียน ในรูปของคะแนน T ปกติ (Normalized T- Score)

คะแนน T ปกติ	ความหมายของคะแนน
ตั้งแต่ T 58 ขึ้นไป	เก่ง
ตั้งแต่ T 44 - T 57	ปานกลาง
ตั้งแต่ T 43 ลงมา	อ่อน

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดผลการศึกษา (หน้า 242), โดย สมนึก ภัททิยธนี, 2553, มหาสารคาม : มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

จากตารางที่ 3.7 นำผลการเรียนของนักเรียนที่ได้จากการแปลผลความสามารถทางการเรียน ในรูปของคะแนน T ปกติ มาเทียบกับเกณฑ์ในการแปลผลความสามารถทางการเรียน ในรูปของคะแนน T ปกติ จะสามารถแบ่งความสามารถทางการเรียนได้เป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับเก่ง คะแนน T ปกติตั้งแต่ 58 ขึ้นไป ระดับปานกลาง คะแนน T ปกติอยู่ในช่วงตั้งแต่ 44-57 และระดับอ่อน คะแนน T ปกติอยู่ตั้งแต่ 43 ลงมา

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การแจกแจงความถี่ ร้อยละ การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายวิเคราะห์ (Analytic Description)

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.6.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่

3.6.1.1 ร้อยละ (Percentage) (อรัญ ชูยกระเดื่อง, 2557, น. 51-57)

$$P = \frac{f_i}{N} \quad (3-2)$$

เมื่อ P แทน ร้อยละใดๆที่ต้องการหา
 f_i แทน จำนวนใด ๆ ที่ต้องการหาร้อยละ
 N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

3.6.1.2 ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) (อรัญ ชูยกระเดื่อง, 2557, น. 51-57)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} \quad (3-3)$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มเป้าหมาย
 $\sum X$ แทน ผลรวมของข้อมูล
 n แทน จำนวนข้อมูลของกลุ่มเป้าหมาย

3.6.1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) (อรัญ ชูยกระเดื่อง, 2557, น. 51-57)

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (3-4)$$

- เมื่อ $S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มเป้าหมาย
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มเป้าหมาย
 n แทน จำนวนข้อมูลของกลุ่มเป้าหมาย

3.6.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

3.6.2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์, 2527, น. 117)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{N} \quad (3-5)$$

- เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง
 R_i แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 $\sum_{i=1}^n R_i$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

3.6.2.2 ค่าความยากของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จะต้องแบ่งกลุ่มเป้าหมายออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25 % ของกลุ่มเป้าหมายนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมดโดยคำนวณจากสูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ส (ล้วนสายยศ; และอังคณาสายยศ, 2539, น. 199 - 200)

$$\text{ดัชนีค่าความยาก } P_E = \frac{S_U + S_L - (2N)(X_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})} \quad (3-6)$$

- เมื่อ P_E แทน ดัชนีค่าความยาก
 S_U แทน ผลรวมคะแนนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ
 S_L แทน ผลรวมคะแนนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ
 N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
 X_{\max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ
 X_{\min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ

3.6.2.3 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณจากสูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ส (ล้วนสายยศและอังคณาสายยศ, 2539, น. 199 - 201)

$$\text{ดัชนีค่าอำนาจจำแนก } D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})} \quad (3-7)$$

- เมื่อ D แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
- S_U แทน ผลรวมคะแนนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ
- S_L แทน ผลรวมคะแนนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ
- N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
- X_{\max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ
- X_{\min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ

3.6.2.4 การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์อัลฟา (α Coefficient) ของ Cronbach ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 282)

$$\text{สูตร } \alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s^2} \right) \quad (3-8)$$

- เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- s_i^2 แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละข้อ
- s^2 แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ

บทที่ 4 ผลการวิจัย

การวิจัยการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัย ตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. ลำดับชั้นที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิจัย

4.1 ลำดับชั้นที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการศึกษา ดังนี้

4.1.1 ผลการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามเพศ

4.1.2 ผลการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถทางการเรียน

4.1.3 ผลการศึกษางานเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

4.2 ผลการวิจัย

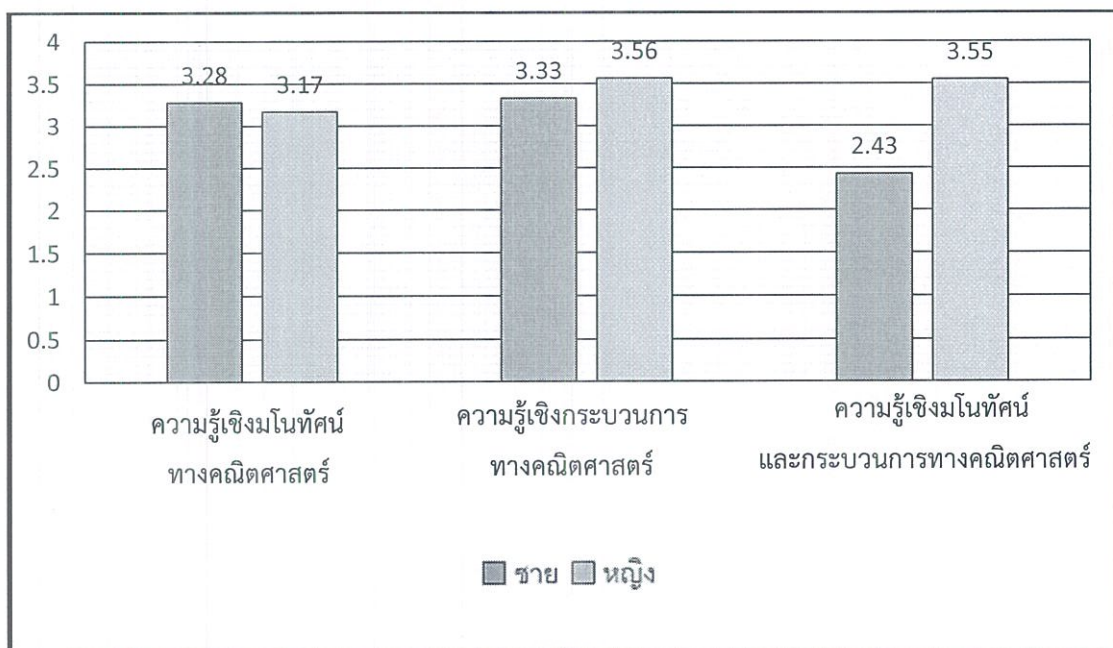
ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้

4.2.1 ผลการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามเพศ ดังตารางที่ 4.1 และตารางที่ 4.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.1 คะแนนรายด้านของนักเรียนในการทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามเพศ (n = 163)

ความรู้ด้าน	เพศ	f	\bar{X}	S.D.	ร้อยละ	ระดับ
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	ชาย	54	3.28	1.34	54.63	ปานกลาง
	หญิง	109	3.17	1.42	52.75	ปานกลาง
กระบวนการทางคณิตศาสตร์	ชาย	54	3.33	1.53	55.56	ปานกลาง
	หญิง	109	3.56	1.98	59.33	ปานกลาง
มโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์	ชาย	54	2.43	1.54	40.43	ต่ำ
	หญิง	109	3.55	1.52	59.17	ปานกลาง

จากตารางที่ 4.1 พบว่า นักเรียนเพศชาย ส่วนใหญ่มีความรู้อยู่ในระดับปานกลาง ยกเว้นความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำ ด้านที่มีค่าสูงสุดคือ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 55.56 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.33 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.53 รองลงมาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 54.63 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.28 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.34 และความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 40.43 มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดเท่ากับ 2.43 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.54 ส่วนนักเรียนเพศหญิง มีความรู้ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง ด้านที่มีค่าสูงสุดคือ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 59.33 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.56 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.98 รองลงมาคือความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 55.17 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.55 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.52 และความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 52.75 มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดเท่ากับ 3.17 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.42



ภาพที่ 4.1 แผนภูมิเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์รายด้าน ระหว่างเพศชายและเพศหญิง

จากภาพที่ 4.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า เพศชายมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 3.28 สูงกว่าเพศหญิง ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.17

ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่า เพศหญิงมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 3.56 สูงกว่าเพศชาย ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.33

ความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่า เพศหญิงมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 3.55 สูงกว่า เพศชาย ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.43

ตารางที่ 4.2 ระดับความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามเพศ (n = 163)

ความรู้ด้าน	ระดับความรู้	เพศ	f	\bar{X}	ร้อยละ	S.D.
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	สูง	ชาย	4	5.50	2.45	0.58
		หญิง	23	5.22	14.11	0.42
	ปานกลาง	ชาย	38	3.68	23.31	0.47
		หญิง	46	3.46	28.22	0.50
	ต่ำ	ชาย	12	1.25	7.36	0.97
		หญิง	40	1.65	24.54	0.53
กระบวนการทางคณิตศาสตร์	สูง	ชาย	5	6.00	3.07	0.00
		หญิง	35	5.83	21.47	0.38
	ปานกลาง	ชาย	37	3.73	22.70	0.45
		หญิง	35	3.80	21.47	0.41
	ต่ำ	ชาย	12	1.00	7.36	0.95
		หญิง	39	1.31	23.93	0.95
มโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์	สูง	ชาย	4	5.25	2.45	0.50
		หญิง	26	5.46	15.95	0.51
	ปานกลาง	ชาย	23	3.48	14.11	0.51
		หญิง	59	3.63	36.20	0.49
	ต่ำ	ชาย	27	1.11	16.56	0.75
		หญิง	24	1.29	14.72	0.69

จากตารางที่ 4.2 พบว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพศชายส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 23.31 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.68 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.47 เพศหญิงส่วนใหญ่ อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 46 คน คิดเป็นร้อยละ 28.22 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.46 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.50

ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่า เพศชายส่วนใหญ่ อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 37 คน คิดเป็นร้อยละ 22.70 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.73 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.45 เพศหญิงส่วนใหญ่ อยู่ในระดับต่ำ จำนวน 39 คน คิดเป็นร้อยละ 23.93 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.31 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.95

ความรู้เชิงมโนทัศน์ และเชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่า เพศชายส่วนใหญ่อยู่ในระดับต่ำ จำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 16.56 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.11 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.75 เพศหญิงส่วนใหญ่ อยู่ในระดับต่ำ จำนวน 59 คน คิดเป็นร้อยละ 36.20 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.63 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.49

4.2.2 ผลการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถทางการเรียน ดังตารางที่ 4.3 และตารางที่ 4.4 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.3 ผลการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถทางการเรียน

ระดับความสามารถทางการเรียน	f	\bar{X}	ร้อยละ	$S.D.$
เก่ง	35	83.06	21.47	4.95
ปานกลาง	79	68.76	48.47	3.84
อ่อน	49	55.51	30.06	3.64

จากตารางที่ 4.3 นำผลการเรียนของนักเรียนที่ได้จากการแปลผลความสามารถทางการเรียน ในรูปของคะแนน T ปกติ มาเทียบกับเกณฑ์ในการแปลผลความสามารถทางการเรียน ในรูปของคะแนน T ปกติ แบ่งตามความสามารถทางการเรียนได้เป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับเก่ง คะแนน T ปกติ ตั้งแต่ 58 ขึ้นไป ระดับปานกลาง คะแนน T ปกติ ตั้งแต่ 44-57 และระดับอ่อน คะแนน T ปกติ ตั้งแต่ 43 ลงมา พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีจำนวน 35 คน คิดเป็นร้อยละ 21.47 ค่าเฉลี่ยผลการเรียนเท่ากับ 83.06 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.95 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน ปานกลาง มีจำนวน 79 คน คิดเป็นร้อยละ 48.47 มีค่าเฉลี่ยผลการเรียนเท่ากับ 68.76 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.84 และนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน อ่อน มีจำนวน 49 คน คิดเป็นร้อยละ 30.06 ค่าเฉลี่ยผลการเรียนเท่ากับ 55.51 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.64

ตารางที่ 4.4 การเปรียบเทียบระดับความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์และระดับความสามารถทางการเรียนของนักเรียน เป็นร้อยละ (n = 163)

ระดับความสามารถทางการเรียน	ความรู้ด้าน	ระดับความรู้	f	ร้อยละ
เก่ง	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	สูง	27	16.56
		ปานกลาง	3	1.84
		ต่ำ	1	0.61
	กระบวนการทางคณิตศาสตร์	สูง	42	25.77
		ปานกลาง	23	14.11
		ต่ำ	20	12.27
	มโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์	สูง	5	3.07
		ปานกลาง	22	13.50
		ต่ำ	20	12.27
ปานกลาง	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	สูง	37	22.70
		ปานกลาง	7	4.29
		ต่ำ	-	-
	กระบวนการทางคณิตศาสตร์	สูง	33	20.25
		ปานกลาง	30	18.40
		ต่ำ	9	5.52
	มโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์	สูง	4	2.45
		ปานกลาง	11	6.75
		ต่ำ	32	19.63
อ่อน	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	สูง	30	18.40
		ปานกลาง	-	-
		ต่ำ	-	-
	กระบวนการทางคณิตศาสตร์	สูง	44	26.99
		ปานกลาง	38	23.31
		ต่ำ	15	9.20
	มโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์	สูง	-	-
		ปานกลาง	10	6.13
		ต่ำ	26	15.95

จากตารางที่ 4.4 พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง ส่วนใหญ่มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในระดับ สูง จำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 16.56 มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในระดับ สูง จำนวน 42 คน คิดเป็นร้อยละ 25.77 และมีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในระดับปานกลาง จำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 13.50

นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน ปานกลาง ส่วนใหญ่ มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในระดับ สูง จำนวน 37 คน คิดเป็นร้อยละ 22.70 มีความรู้เชิงกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์ ในระดับ สูง จำนวน 33 คน คิดเป็น ร้อยละ 20.25 และมีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในระดับ ต่ำ จำนวน 32 คน คิดเป็นร้อยละ 19.63

นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน อ่อน มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในระดับ สูง จำนวน 30 คน คิดเป็นร้อยละ 18.40 มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในระดับ สูง จำนวน 44 คน คิดเป็นร้อยละ 26.99 และมีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในระดับ ต่ำ จำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 15.95

4.2.3 ผลการศึกษางานเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการศึกษางานเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนองานเขียน ผลปรากฏ ดังนี้

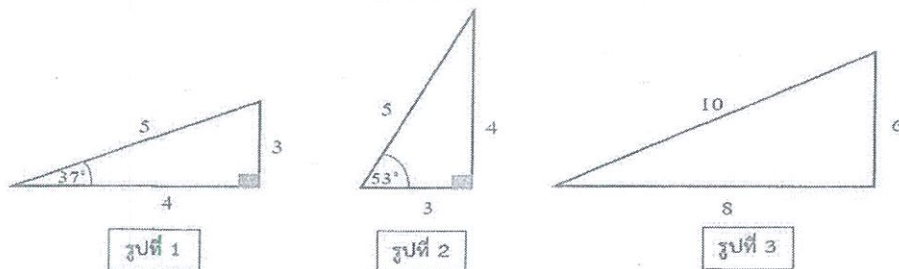
4.2.3.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1) งานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. จงพิจารณารูปสามเหลี่ยม ต่อไปนี้ว่ามีรูปที่คล้ายกันหรือไม่ ถ้ามีรูปที่คล้ายกัน คล้ายกันเพราะเหตุใด



Soln รูปที่ 1 และรูปที่ 2 มีมุมเท่ากัน ทำให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยมุม 37° , 53° และ 90° ในข้อนี้

และมีความที่สัมพันธ์กัน เท่ากันทุกด้าน หาก รูปที่ 1 = รูปที่ 2

$$\frac{4}{4} = \frac{3}{3}$$

$$1 = 1$$

\therefore รูปที่ 1 ~ รูปที่ 2

รูปที่ 2 และรูปที่ 3

อัตราส่วนของด้านสัมพันธ์เป็น $\frac{10}{5} = \frac{8}{4}$

$$2 = 2$$

\therefore รูปที่ 2 ~ รูปที่ 3

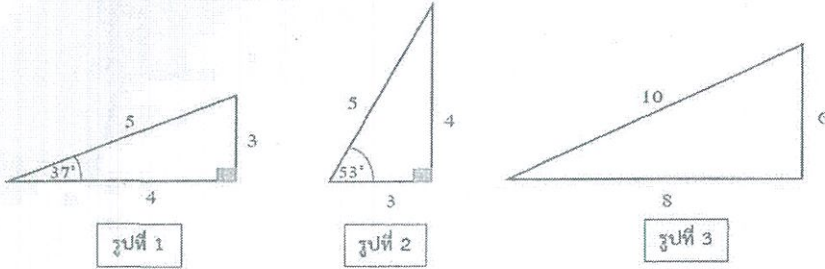
\therefore รูปสามเหลี่ยมทั้งสามรูป จึงเป็นรูปที่คล้ายกัน เพราะรูปที่ 1, 2, 3 มีมุมเท่ากัน และมีความที่สัมพันธ์กัน

ภาพที่ 4.2 ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

จากการศึกษางานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงมโนทัศน์ ระดับสูง สามารถอธิบายความหมาย บอกความสัมพันธ์เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ครอบคลุม ถูกต้อง และชัดเจน

2) งานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

2. จงพิจารณารูปสามเหลี่ยม ต่อไปนี้ว่ามีรูปที่คล้ายกันหรือไม่ ถ้ามีรูปที่คล้ายกัน คล้ายกันเพราะเหตุใด



รูป Δ รูปที่หนึ่ง \cong รูป Δ รูปที่ ๑ เนื่องจากอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกัน
เท่ากัน ดังนี้

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

รูป Δ รูปที่หนึ่ง \cong รูป Δ รูปที่สาม เนื่องจากอัตราส่วนของด้านที่สมนัย
กันเท่ากัน ดังนี้

$$\frac{3}{3} = 1 \quad \frac{5}{5} = 1 \quad \frac{4}{4} = 1$$

รูป Δ รูปที่สอง \cong รูป Δ รูปที่สาม เนื่องจากอัตราส่วนของด้านที่สมนัย
กันเท่ากัน ดังนี้

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

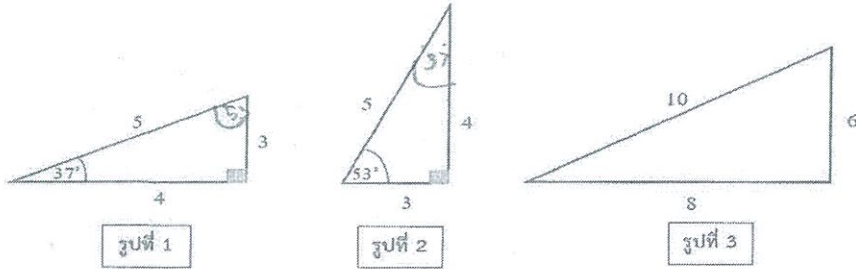
\therefore มีรูปคล้ายกัน คล้ายกันเพราะอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันเท่ากัน

ภาพที่ 4.3 ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง มีความรู้เชิง
มนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

จากการศึกษางานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการ
เรียน ปานกลาง มีความรู้เชิงมนทัศน์ ระดับสูง มีสามารถอธิบายความหมาย บอกความสัมพันธ์
เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้
ถูกต้อง และชัดเจน

3) งานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนอ่อน มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

2. จงพิจารณารูปสามเหลี่ยม ต่อไปนี้ว่ามีรูปที่คล้ายกันหรือไม่ ถ้ามีรูปที่คล้ายกัน คล้ายกันเพราะเหตุใด



∴ เนื่องด้วยรูปที่ 1 กับ 2 มีขนาดมุมเท่ากัน จึงคล้ายกัน
 ∴ อัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน ของรูปที่ 1 กับ 2

$$= \frac{5}{10} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

$$= \frac{1}{2}$$
 ตอบ คล้ายกัน ๒ รูป เพราะ รูปที่ 1 มีมุมคล้ายกับรูปที่ 2 ของรูป
 แนวรูป มี อัตราส่วน ด้านที่สมนัยกันเท่ากัน



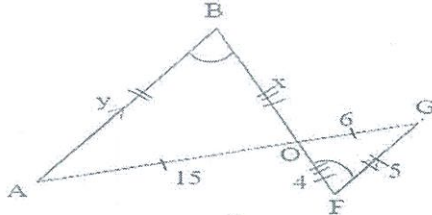
ภาพที่ 4.4 ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน อ่อน มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

จากการศึกษางานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน อ่อน มีความรู้เชิงมโนทัศน์ ระดับสูง สามารถอธิบายความหมาย บอกความสัมพันธ์เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ครอบคลุม ชัดเจน

4.2.3.2 ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1) งานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

4. จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ จงแสดงวิธีหาค่า x, y



Soln $\hat{B}OA$ เป็นมุมตรงเท่ากับ $\hat{G}OF$ จึงมีขนาดเท่ากัน
และ AO เป็นมุมฉากกับ OF จึงมีขนาดเท่ากัน
 \therefore รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป จึงมีมุมที่มีขนาดเท่ากันทุกมุม

นห x ได้จาก อัตราส่วนของด้านที่สมมูล

$$\frac{AO}{OG} = \frac{BO}{OF}$$

$$\frac{15}{6} = \frac{x}{5}$$

$$\frac{15 \times 5}{6} = x$$

$$10 = x$$

นห y ได้จาก

$$\frac{AO}{OG} = \frac{BO}{OF}$$

$$\frac{15}{6} = \frac{y}{5}$$

$$\frac{15 \times 5}{6} = y$$

$$12.5 = y$$

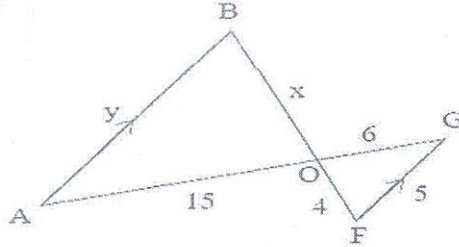
$\therefore x = 10$ และ $y = 12.5$

ภาพที่ 4.5 ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

จากการศึกษางานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนเก่ง มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง มีสามารถคิดคำนวณ การใช้กฎ หรือ ขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นลำดับขั้นตอนได้ครอบคลุม เรียบร้อย ถูกต้อง และชัดเจน

2) งานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน ปานกลาง มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

4. จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ จงแสดงวิธีหาค่า x, y



$$\frac{AB}{FG} = \frac{AO}{GO} \quad \frac{y}{5} = \frac{15}{6}$$

$$y = \frac{15 \times 5}{6}$$

$$y = 12.5 \quad \#$$

$$\frac{BO}{FO} = \frac{AO}{GO} = \frac{x}{4} = \frac{15}{6}$$

$$x = \frac{15 \times 4}{6}$$

$$x = 10 \quad \#$$

$$\therefore x = 10$$

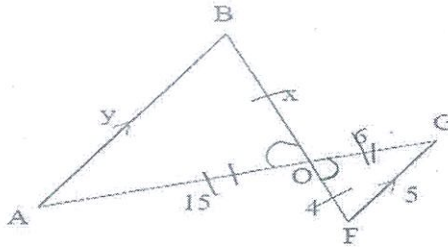
$$y = 12.5$$

ภาพที่ 4.6 ตัวอย่างงานเขียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน ปานกลาง มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

จากการศึกษางานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน ปานกลาง มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง มีสามารถคิดคำนวณ การใช้กฎ หรือขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง ชัดเจน

3) งานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน อ่อน มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

4. จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ จงแสดงวิธีหาค่า x, y



อัตราส่วนด้านที่สัมพันธ์กัน

$$\frac{FG}{AB} = \frac{GO}{AO} = \frac{4}{15} = \frac{6}{y}$$

$$y = \frac{6 \times 15}{4}$$

$$y = 12.5$$

$$\frac{OF}{BO} = \frac{GO}{AO} = \frac{4}{x} = \frac{6}{15}$$

$$x = \frac{4 \times 15}{6}$$

$$x = 10$$

ผล $x = 10, y = 12.5$

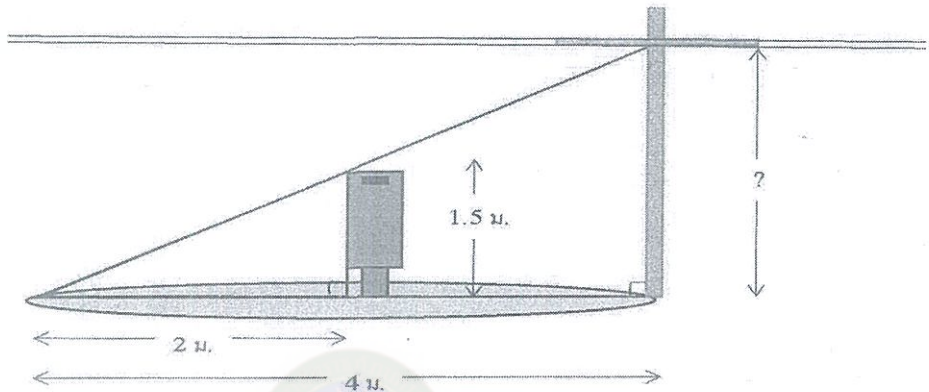
ภาพที่ 4.7 ตัวอย่างงานเขียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนอ่อน มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

จากการศึกษางานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนอ่อน มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง มีสามารถคิดคำนวณ การใช้กฎ หรือ ขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง

4.2.3.3 ความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1) งานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง ความรู้เชิง มโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

5. เสาของเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งทอดยาว 4 เมตร ขณะที่เสาของตู้ไปรษณีย์ซึ่งสูง 1.5 เมตร ทอดยาว 2 เมตร จงแสดงวิธีหาว่าเสาไฟฟ้าสูงกี่เมตร



40/๓ หักยอด จากตัวทศส่วนของด้านที่สัมพันธ์ได้

$$\frac{4}{2} = \frac{x}{1.5}$$

$$2 \times 1.5 = x$$

$$3 = x$$

และ ทั้งสองรูปมีมุมฉากเหมือนกัน และมีมุมฉาก จัดทำให้อุปมาและมุมตรงที่สัมพันธ์กัน มีขนาดเท่ากัน ทำให้ทั้งสองรูปคล้ายกัน

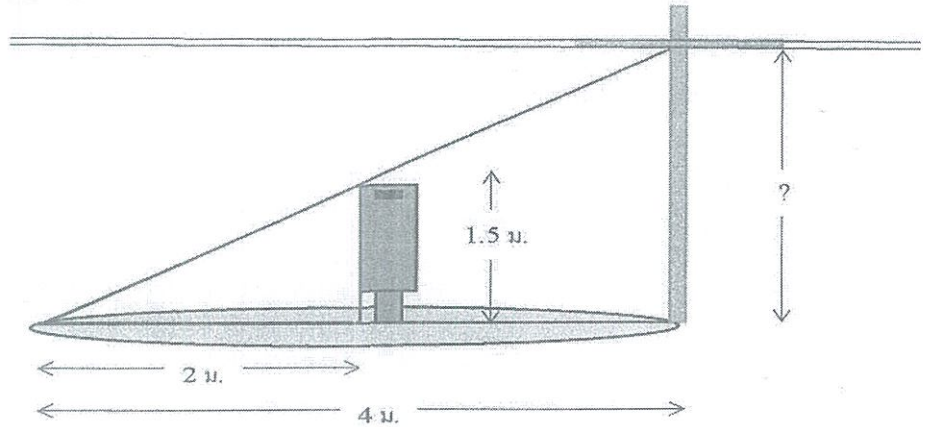
∴ ความสูงของเสาไฟฟ้า = 3 เมตร

ภาพที่ 4.8 ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนเก่ง ความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

จากการศึกษางานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนเก่ง มีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการระดับสูง สามารถอธิบายความสัมพันธ์เกี่ยวกับความคิดรวบยอด การคำนวณ การใช้กฎ หรือขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นลำดับขั้นตอนได้ครอบคลุม เรียบร้อย ถูกต้อง และชัดเจน

2) งานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน ปานกลาง และความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

5. เสาของเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งทอดยาว 4 เมตร ขณะที่เสาของตู้ไปรษณีย์ซึ่งสูง 1.5 เมตร ทอดยาว 2 เมตร จงแสดงวิธีหาว่าเสาไฟฟ้าสูงกี่เมตร



วิธีทำ

แทนเสาไฟฟ้าสูง x ม.

เงาตรงกลาง

2

ตั้ง

เงาเสาไฟฟ้า

เสาไฟฟ้า

$$\frac{1.5}{2} = \frac{x}{4}$$

$$1.5 \times 4 = 2x$$

$$6 = 2x$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

∴ เสาไฟฟ้าสูง 3 ม.

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

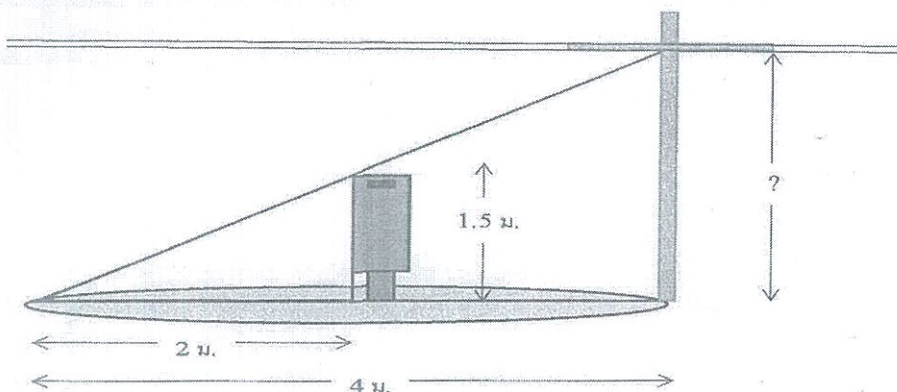
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาพที่ 4.9 ตัวอย่างงานเขียนระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง และความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง

จากการศึกษางานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง มีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง มีสามารถอธิบายความสัมพันธ์เกี่ยวกับความคิดรวบยอด หรือขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

3) งานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนอ่อน และความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง

5. เสาของเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งทอดยาว 4 เมตร ขณะที่เงาของตู้ไปรษณีย์ซึ่งสูง 1.5 เมตร ทอดยาว 2 เมตร จงแสดงวิธีหาว่าเสาไฟฟ้าสูงกี่เมตร



solⁿ

เงาของตู้ไปรษณีย์ทอดยาว 2 เมตร

เงาของเสาไฟฟ้าทอดยาว 4 เมตร

ถ้าเงาของตู้ไปรษณีย์ ทอดยาวไปข้างหน้ารวมกัน $\frac{2}{4} = \frac{1.5}{x}$

$$x = \frac{1.5 \times 4}{2}$$

$$x = 3$$

∴ เสาไฟฟ้าสูง 3 เมตร

ภาพที่ 4.10 ตัวอย่างงานเขียนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนอ่อน มีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง

จากการศึกษางานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง มีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง มีสามารถอธิบายความสัมพันธ์เกี่ยวกับความคิดรวบยอด หรือขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ มีบางส่วนยังบกพร่อง ไม่ชัดเจน

จากผลการวิจัยสรุปได้ว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง ยกเว้นความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของเพศชาย อยู่ในระดับต่ำ เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยจำแนกตามเพศ พบว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพศชายมีค่าเฉลี่ย สูงกว่าเพศหญิง ส่วนความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่า เพศหญิงมีค่าเฉลี่ยสูงกว่า เพศชาย

เมื่อพิจารณาตามความสามารถทางการเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถทางการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง ปานกลาง ต่ำ มีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับสูง ส่วนความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง อยู่ในระดับปานกลาง และนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน ปานกลาง อ่อน อยู่ในระดับ ต่ำ

นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงมโนทัศน์ระดับสูง สามารถอธิบายความหมาย บอกความสัมพันธ์เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มา หรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ครอบคลุม ถูกต้อง และชัดเจน ส่วนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง อ่อน มีความรู้เชิงมโนทัศน์ ระดับสูง สามารถอธิบายความหมาย บอกความสัมพันธ์เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ครอบคลุม ชัดเจน

นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ระดับสูง มีความสามารถคิดคำนวณ การใช้กฎ หรือขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นลำดับขั้นตอนได้ครอบคลุม เรียบร้อย ถูกต้อง และชัดเจน ส่วนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง อ่อน มีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับสูง สามารถคิดคำนวณ การใช้กฎ หรือขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง

นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียน เก่ง มีความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง สามารถอธิบายความสัมพันธ์เกี่ยวกับความคิดรวบยอด หรือขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง อ่อน ระดับต่ำ มีความสามารถอธิบายความสัมพันธ์เกี่ยวกับความคิดรวบยอด หรือขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ มีบางส่วนยังบกพร่อง ไม่ชัดเจน

จากค่ากล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญยิ่งในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ให้เกิดประสิทธิภาพ ครูผู้สอนควรให้ความสำคัญกับทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่กันไป มากกว่าเพียงการสอนด้านใดด้านหนึ่งเฉพาะ อันจะส่งผลให้การเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้นต่อไป

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. สรุป
2. อภิปรายผล
3. ข้อเสนอแนะ

5.1 สรุป

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏผลดังนี้

นักเรียนเพศชาย ส่วนใหญ่มีความรู้อยู่ในระดับปานกลาง ยกเว้นความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำ ด้านที่มีค่าสูงสุดคือ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 55.56 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.33 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.53 รองลงมา ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 54.63 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.28 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.34 และความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 40.43 มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดเท่ากับ 2.43 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.54 ส่วนนักเรียนเพศหญิง มีความรู้ส่วนใหญ่อยู่ในระดับปานกลาง ด้านที่มีค่าสูงสุดคือ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 59.33 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.56 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.98 รองลงมาคือความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 55.17 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.55 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.52 และความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 52.75 มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดเท่ากับ 3.17 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.42

5.2 อภิปรายผล

ในการวิจัยการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 การวิจัยสามารถอภิปรายผล ได้ดังนี้

ผลการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ มีความรู้อยู่ในระดับปานกลาง ด้านที่มีค่าสูงสุดคือ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพศชายคิดเป็นร้อยละ 55.56 ส่วนเพศหญิง คิดเป็นร้อยละ 59.33 ทั้งนี้เนื่องจากความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ จนบางครั้งกลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ ทำให้ไม่สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ เนื่องจากไม่เข้าใจปัญหาดีพอ จึงไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการไปใช้ได้ ทำให้ไม่แน่ใจว่าจะต้องเลือกใช้การดำเนินการใด สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวว่า ผู้เรียนได้รับความรู้เชิงกระบวนการ จากการเรียนการสอนในห้องเรียนมากกว่าความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการหรือขั้นตอนเป็นสิ่งที่ครูผู้สอน สอนได้ง่ายและนักเรียนมักเรียนรู้ได้เร็ว เพราะเพียงผู้เรียนจดจำขั้นตอนการทำงานตามตัวอย่างที่ครูผู้สอนให้ และฝึกทำเช่นนั้นอยู่บ่อยๆ ก็สามารถทำได้ด้วยตนเอง ซึ่งต่างจากความรู้เชิงมโนทัศน์ที่ต้องเข้าใจถึงความหมายหรือที่มาของความรู้ นั้น บางครั้งต้องใช้การคิดระดับสูงเข้ามาเกี่ยวข้อง ผู้เรียนจึงได้รับความรู้ประเภทนี้น้อยจากห้องเรียน ซึ่งเป็นผลทำให้ขาดความสามารถในการใช้เหตุผล และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้ หากครูผู้สอนให้ความสำคัญหรือพัฒนาความรู้เชิง มโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการเฉพาะเพียงด้านใดด้านหนึ่ง อาจส่งผลให้ผู้เรียนไม่สามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้ ซึ่งในการพัฒนาความรู้ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ จึงควรสอนความรู้เชิงมโนทัศน์ควบคู่กับความรู้เชิงกระบวนการ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองคุ้นเคยนั้น มีที่มาหรือความหมายอย่างไร และจะนำไปใช้ได้อย่างไร ตลอดจนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน ได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนด้วย สอดคล้องกับ อภิรักษ์ เคนไชวงศ์ (2553) ได้กล่าวว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถือว่าเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ถูกต้องในสิ่งที่ได้เรียนรู้ หากว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีและถูกต้องแล้ว ก็จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีด้วยเช่นกัน ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงต้องสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในความหมาย เข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล มีหลักเกณฑ์ สามารถอธิบายได้ ความรู้ลักษณะนี้เรียกว่า “ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge)” แต่ก็มีความรู้อีกประเภทหนึ่ง ที่เรียกว่า “ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural knowledge)” ซึ่งเป็นความรู้ที่เน้นการคำนวณ และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ความรู้ประเภทนี้มักสอนกันมากในชั้นเรียน จนบางครั้ง

กลายเป็นความรู้เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจ ความหมายของสิ่งที่ทำ ว่าทำไมต้องดำเนินการในลักษณะเช่นนี้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ นาสีเยห์ สาหาค (2559) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนแบบมโนทัศน์ที่มี ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ พบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนแบบมโนทัศน์มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับดี 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนแบบมโนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนแบบมโนทัศน์มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ระดับดีเยี่ยม และงานวิจัยของ สถาปนา บุญมาก (2557) ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้ 1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับงานวิจัยของ พิมสุภา ชินสา และคณะ (2561) ได้กล่าวถึง ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ พบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ โดยเมื่อจัดประเภทของ ข้อบกพร่องที่พบ ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ มีทั้งหมด 3 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม ข้อบกพร่องด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ ส่วนข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ มีทั้งหมด 4 ด้าน ประกอบด้วย ข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล ข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต ข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามกฎหรือบทนิยาม และข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนและลำดับของขั้นตอน

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

5.3.1.1 ครูผู้สอนควรให้ความสำคัญและจัดกิจกรรมการเรียนการสอนความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่กันไปมากกว่าเพียงการสอนด้านใดด้านหนึ่ง เฉพาะ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล และสามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ อันจะส่งผลให้การเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้นต่อไป

5.3.1.2 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนเก่ง ควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมที่มีความหลากหลายท้าทายความสามารถของผู้เรียน จัดกิจกรรมที่พัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอ และพัฒนาการคิดในระดับสูง เพื่อสู่ความเป็นเลิศ

5.3.1.3 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง และอ่อน ควรได้รับการซ่อมเสริมในส่วนที่ยังบกพร่องทางด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และจัดกิจกรรมฝึกทักษะความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างสม่ำเสมอ ให้ผู้เรียนเกิดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนสามารถเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ เพื่อยกระดับความสามารถทางการเรียนให้สูงขึ้น

5.3.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

5.3.2.1 ควรมีวิจัยเกี่ยวกับความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาอื่น ๆ และระดับชั้นต่างๆ เพื่อจะได้ผลวิจัยที่ชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหายิ่งขึ้น

5.3.2.2 ควรมีการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปใช้ในการพัฒนากระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่นๆ

www.rajabhat.ac.th



บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2553 (ฉบับที่ 3)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- ฉวีวรรณ เสวตมมาลย์. (2545). *การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น
- ชวาล แพร์ตกุล. (2543). *เทคนิคการวัดผล*. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช
- ชนาธิป พรกุล. (2543). *รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- นवल นนทภา. (2562). *การคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking)*. มหาสารคาม: (เอกสารอัดสำเนา), สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- น้อมศรี เคท. (2545). *การวิจัยในชั้นเรียนระดับอนุบาล*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ
- นาสียะห์ สาหาค. (2559). *ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนแบบมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาปัตตานี เขต 3*. สงขลา: วิทยานิพนธ์, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
- น้ำทิพย์ วิภาวิน. (2547). *การจัดการความรู้กับคลังความรู้*. กรุงเทพฯ: เอสอาร์ พรินต์ติ้งแมสโปรดักส์
- บุญชม ศรีสะอาด. และคณะ. (2551). *พื้นฐานการวิจัยการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. มหาสารคาม: ภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร. (2547). *หลักการคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บริษัทด้านสุทธาการพิมพ์ จำกัด
- พิมสุภา ชินสา, และคณะ. (2561). *การศึกษาข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องพหุนามและเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ภาควิชาคณิตศาสตร์)*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ไพศาล วรคำ. (2561). *การวิจัยทางการศึกษา (Education Research) (พิมพ์ครั้งที่ 9)*. มหาสารคาม : ตักศิลาการพิมพ์.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). *การวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

- โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม. (2561). ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-NET). ขอนแก่น: (เอกสารอัดสำเนา).
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2552). จากหลักสูตรแกนกลางสู่หลักสูตรสถานศึกษา: กระบวนทัศน์ใหม่ การพัฒนา (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์
- วิจารณ์ พานิช. (2548). การจัดการความรู้กับการบริหารราชการไทย. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการจัดการความรู้เพื่อสังคม
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2546). พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ: นานมีบุ๊คส์พับลิเคชันส์
- สำนักทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2562). รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2562. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน)
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ
- สถาปนา บุญมาก. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโมทัศน์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ชลบุรี : วิทยานิพนธ์, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). หลักการคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: Learn and Play MATH GROUP PHRANAKHON. MAHASARAKHAM UNIVERSITY
- สิริพร ทิพย์คง. (2556). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค.
- สุวิทย์ มูลคา. (2556). กลยุทธ์...การสอนคิดเชิงมโนทัศน์ (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- แสงเดือน อาตมยนันท์. (2557). การพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา .กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศิลปากร
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2554). ข้อเสนอการปฏิรูปการศึกษาในทศวรรษที่สอง (พ.ศ. 2552 - 2561) (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา.
- สำนักนายกรัฐมนตรี. (2559). แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 (พ.ศ. 2560-2564). กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ.
- อภิลักษณ์ เคนไชยวงศ์. (2553). ความรู้เชิงมโนทัศน์ : จุดเน้นของการสอนคณิตศาสตร์. นครพนม : มหาวิทยาลัยนครพนม.

- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*.
กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary School)*. Dubuque, Iowa: Wm.C.Brown Company Publishers.
- Bloom, B.S. (1975). *Taxonomy of Educational Objective Handbook cognitive Domain*. New York: David McKay Company Inc.
- Little, S., Quintas, P., & Ray, T. (2002). *Managing knowledge: an essential reader*.
London, England: SAGE.
- Reys, Robert E., Suydum, Marilyn N., and Montgomery,
Rittle Joheson, B. and Albali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge
of Mathematics : Does one read to the other ?. *Journal of Education
Psychology*.
- Livy, Sharyn. and Vale, Colleen. (2011). *First Year Pr-Service Teachers' Mathematical Content Knowledge: Methods of Solution for a Ratio Question*. Mathematics Teacher Education and Development
- Piaget, J. (1964). Development and learning. In T. Ripple & V. Rockcastle (Eds.),
Piaget rediscovered (pp. 7-19). *Ithaca, NY: Cornell University Press*. Rittle-
Johnson, B.,
- Yamane. (1967). *Taro Statistic : An Introductory Analysis*. New York: Harper & row.



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



ภาคผนวก ก

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

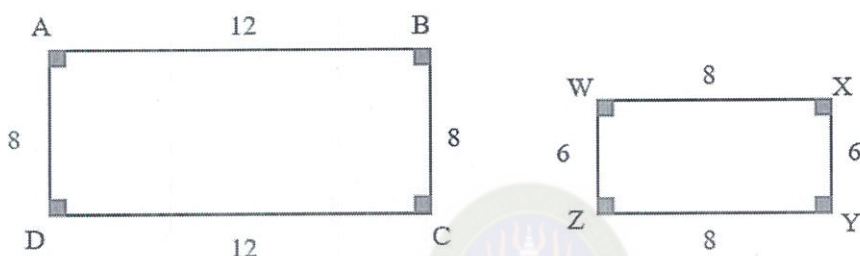
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียน เสนอเหตุผลและตอบข้อปัญหาต่อไปนี้

1. จงพิจารณารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD และสี่เหลี่ยมผืนผ้า WXYZ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด (ด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์)



- วิธีทำ 1) พิจารณาจากขนาดของมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD และสี่เหลี่ยมผืนผ้า WXYZ

$$\hat{A}=\hat{W}, \hat{B}=\hat{X}, \hat{C}=\hat{Y} \text{ และ } \hat{D}=\hat{Z} \text{ เนื่องจากเป็นมุมฉากทุกมุม}$$

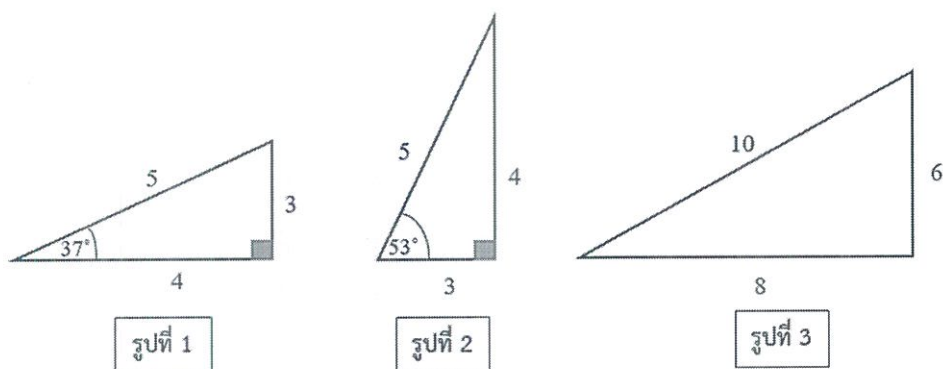
- และ 2) พิจารณาจากอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{AD}{WZ} = \frac{BC}{XY} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

ตอบ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD และสี่เหลี่ยมผืนผ้า WXYZ ไม่คล้ายกัน เพราะ แม้ว่าขนาดของมุมเท่ากัน เป็นคู่ๆ ทุกคู่ แต่มีอัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันบางคู่ไม่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

2. จงพิจารณารูปสามเหลี่ยม ต่อไปนี้มีรูปที่คล้ายกันหรือไม่ ถ้ามีรูปที่คล้ายกัน คล้ายกันเพราะเหตุใด (ด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์)

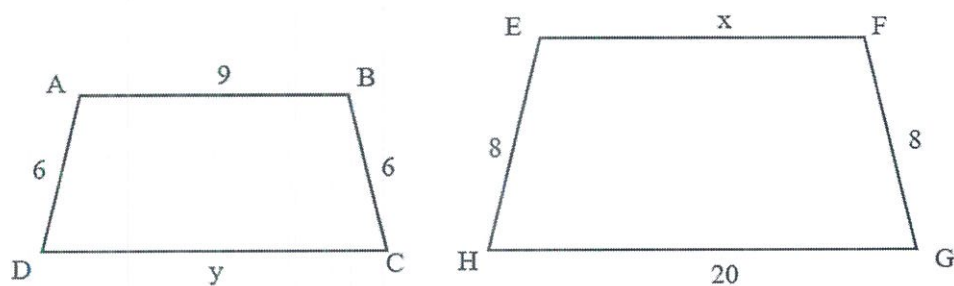


วิธีทำ 1) พิจารณารูปที่ 1 และรูปที่ 2 จากขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ เนื่องจากทราบว่ามีมุมภายในสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180° จากรูปที่ 1 และรูปที่ 2 จะได้ว่า $53^\circ + 37^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

2) พิจารณารูปที่ 1 และรูปที่ 3 จากอัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกัน จะได้ว่าทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน คือ $\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

ตอบ มีรูปที่คล้ายกันทั้งหมด 3 รูปได้แก่ รูปที่ 1 รูปที่ 2 และรูปที่ 3 เริ่มพิจารณาจากรูปที่ 1 และรูปที่ 2 จากขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ และ พิจารณารูปที่ 1 และรูปที่ 3 จากอัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกัน จะได้ว่าทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน จึงสรุปได้ว่ารูปทั้ง 3 รูปนี้คล้ายกัน

3. จากรูปกำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD คล้ายกับรูปสี่เหลี่ยม EFGH จงแสดงวิธีหาค่าของ x , y (ด้านความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์)



วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD คล้ายกับรูปสี่เหลี่ยม EFGH จะได้อัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันดังนี้

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$$

$$\frac{9}{x} = \frac{6}{8} = \frac{y}{20} = \frac{6}{8}$$

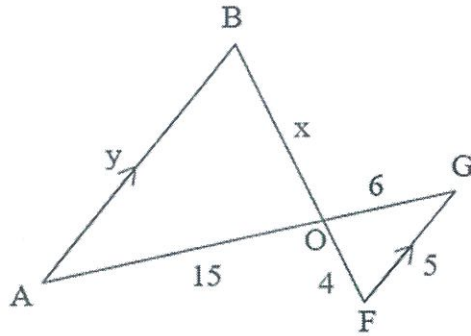
จะได้

$$\frac{9}{x} = \frac{6}{8} \quad \text{และ} \quad \frac{y}{20} = \frac{6}{8}$$

$$x = \frac{9 \times 8}{6} = 12 \quad \text{และ} \quad y = \frac{6 \times 20}{8} = 15$$

ตอบ $x = 12$ และ $y = 15$

4. จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ จงแสดงวิธีหาค่า x, y (ด้านความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์)



วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle ABO$ กับ $\triangle FGO$ มี $\widehat{BAO} = \widehat{FGO}$, $\widehat{ABO} = \widehat{GFO}$ และ $\widehat{AOB} = \widehat{GOF}$

จะได้ $\triangle ABO \sim \triangle FGO$

ดังนั้น $\frac{BO}{FO} = \frac{BA}{FG} = \frac{AO}{GO}$

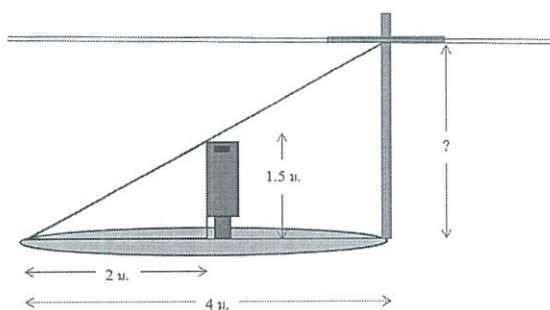
จะได้ $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{15}{6}$

จาก $\frac{x}{4} = \frac{15}{6}$ และ $\frac{y}{5} = \frac{15}{6}$

$x = \frac{15 \times 4}{6} = 10$ และ $y = \frac{5 \times 15}{6} = 12.5$

ตอบ $x = 10$ และ $y = 12.5$

5. เสาของเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งทอดยาว 4 เมตร ขณะที่เงาของตู้ไปรษณีย์ซึ่งสูง 1.5 เมตร ทอดยาว 2 เมตร จงแสดงวิธีหาว่าเสาไฟฟ้าสูงกี่เมตร (ด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์)



วิธีทำ จากข้อมูลในโจทย์ เขียนแผนภาพได้ดังนี้

กำหนดให้เสาไฟฟ้าสูง $DC = x$ เมตร

OB แทนระยะเงาของตู้ไปรษณีย์ เท่ากับ 2 เมตร

AB แทนความสูงของตู้ไปรษณีย์ เท่ากับ 1.5 เมตร

และ OD แทนระยะเงาของเสาไฟฟ้า เท่ากับ 4 เมตร

เนื่องจาก $\triangle AOB$ และ $\triangle COD$ มีมุมร่วมเดียวกัน

และเนื่องจาก $\widehat{ABO} = \widehat{CDO} = 90^\circ$

จะได้ว่า $\widehat{BAO} = \widehat{DCO}$

ดังนั้น $\triangle AOB \sim \triangle COD$

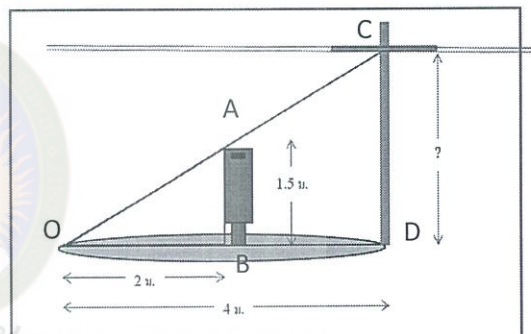
จะได้ $\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD}$

หรือ $\frac{1.5}{x} = \frac{2}{4}$

จะได้ $x = \frac{1.5 \times 4}{2} = 3$

นั่นคือ เสาไฟฟ้าสูง 3 เมตร

ตอบ 3 เมตร



ภาคผนวก ข

การหาคุณภาพเครื่องมือ



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

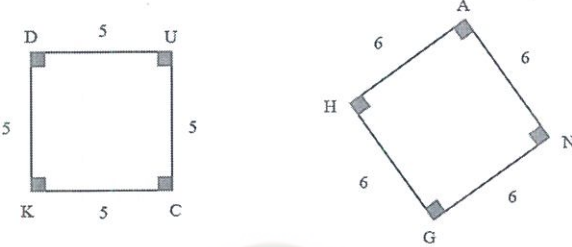
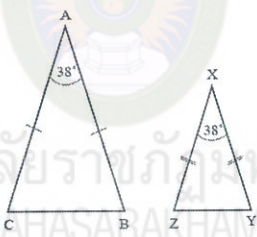
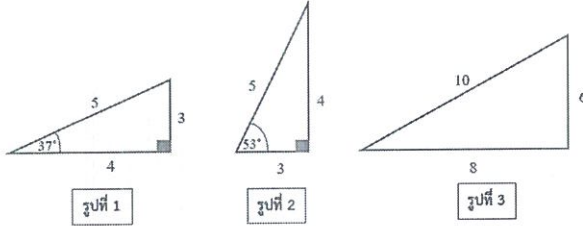
แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและข้อสอบ

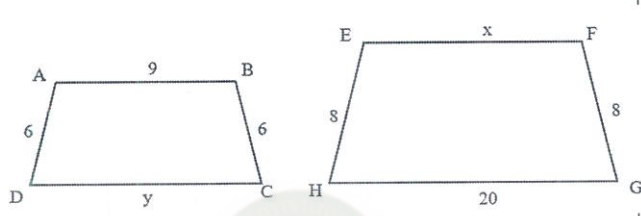
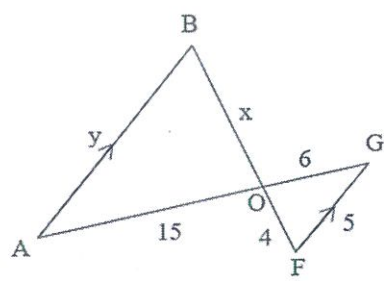
แบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการ เรื่องความคล้าย

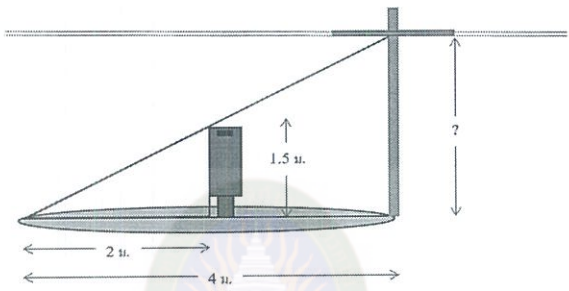
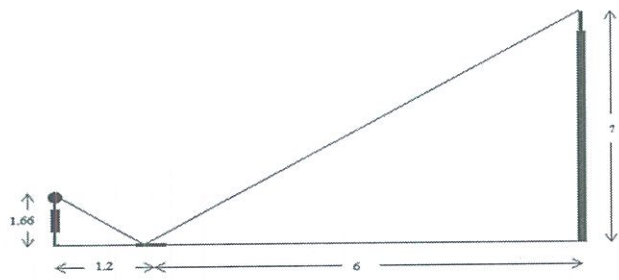
- คำชี้แจง ให้ท่านพิจารณาข้อสอบต่อไปว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดให้หรือไม่ โดยกาเครื่องหมายถูก (✓) ในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านโดยกำหนดว่า
- ให้คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
 ให้คะแนน 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
 ให้คะแนน -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	ข้อสอบ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ		
		+1	0	-1
1. นักเรียนมีความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	<p>1. จงพิจารณารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD และสี่เหลี่ยมผืนผ้า WXYZ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด</p>			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	ความคิดเห็น ของ ผู้เชี่ยวชาญ		
		+1	0	-1
	<p>2. จงพิจารณารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด</p> 			
	<p>3. จงพิจารณารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด</p> 			
	<p>4. จงพิจารณารูปสามเหลี่ยม ต่อไปนี้ว่ามีรูปที่คล้ายกันหรือไม่ ถ้ามีรูปที่คล้ายกัน คล้ายกันเพราะเหตุใด</p> 			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	ความคิดเห็น ของ ผู้เชี่ยวชาญ		
		+1	0	-1
2. นักเรียนมีความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์	<p>5. จากรูปกำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD คล้ายกับรูปสี่เหลี่ยม EFGH จงแสดงวิธีหาค่าของ x, y</p> 			
	<p>6. จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ จงแสดงวิธีหาค่า x, y</p> 			

จุดประสงค์เชิง พฤติกรรม	ข้อสอบ	ความคิดเห็น ของ ผู้เชี่ยวชาญ		
		+1	0	-1
	<p>7. เสาของเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งทอดยาว 4 เมตร ขณะที่เงาของตู้ไปรษณีย์ซึ่งสูง 1.5 เมตร ทอดยาว 2 เมตร จงแสดงวิธีหาว่าเสาไฟฟ้าสูงกี่เมตร</p> 			
	<p>8. รอนคิดวิธีการหาความสูงของเสาต้นหนึ่งโดยใช้กระจกเงา รอนวางกระจกเงาหงายในแนวราบบนสนามหญ้า แล้วเดินไปยืนที่จุดๆ หนึ่ง ซึ่งมองเห็นยอดเสาในกระจกเงา ดังรูป ถ้ารอนสูง 166 เซนติเมตร ระดับของดวงตาอยู่ต่ำกว่าศีรษะ 8 เซนติเมตร กระจกอยู่ห่างจากเสา 6 เมตร และรอนยืนห่างจากกระจกเงา 1.2 เมตร เสาต้นนี้จะสูงเท่าใด</p> 			

ลงชื่อ.....
(.....)

ผู้เชี่ยวชาญ

แบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย

แบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย เป็นแบบทดสอบแบบเขียนตอบ จำนวน 8 ข้อ ดังนี้ ซึ่งมีการหาคุณภาพดังนี้

ดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC)

ค่าดัชนีความสอดคล้องเป็นค่าที่บ่งบอกว่า ข้อสอบแต่ละข้อของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย มีความสอดคล้องกับความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงผลการวิเคราะห์ ดังแสดงในตารางที่ ข.1

ตารางที่ ข.1 ผลรวมและค่า IOC ของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย

คำถามข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

จากตารางที่ ข.1 พบว่าผลการวิเคราะห์พบว่า ดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) ของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ที่วิเคราะห์โดยผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 8 ข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 ซึ่งทุกข้อผ่านเกณฑ์ 0.5 แสดงว่า ข้อสอบทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้

ค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนก

ค่าความยากจะเป็นค่าที่บ่งบอกถึงคุณภาพของแบบทดสอบแต่ละข้อ และค่าอำนาจจำแนกจะเป็นการดูความเหมาะสมของรายข้อว่า ข้อคำถามสามารถจำแนกกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนได้จริงหรือ จำแนกผู้ที่มีคุณลักษณะสูงจากผู้มีคุณลักษณะต่ำได้หรือไม่ ซึ่งแสดงผลการวิเคราะห์ ดังแสดงในตารางที่ ข.2

ตารางที่ ข.2 ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก รายข้อของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย

แบบทดสอบข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา
1	0.70	0.76	เลือกใช้
2	0.46	0.16	ตัดทิ้ง
3	0.73	0.43	ตัดทิ้ง
4	0.70	0.76	เลือกใช้
5	0.73	0.70	เลือกใช้
6	0.54	0.65	เลือกใช้
7	0.54	0.65	เลือกใช้
8	0.32	0.11	ตัดทิ้ง

จากตารางที่ ข.2 พบว่าค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย มีค่าความยากง่ายของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.30 - 0.90 ซึ่งข้อสอบทั้ง 8 ข้อ อยู่ในช่วง 0.20 - 0.80 นั่นคือ ข้อสอบทั้งหมดสามารถนำไปใช้ได้ และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบนี้ มีค่าอำนาจจำแนกได้ดี (0.60 - 0.79) จำนวน 5 ข้อ และมีค่าอำนาจจำแนกต่ำ จำนวน 3 ข้อ

ข้อสอบที่สามารถนำไปใช้ได้ มีจำนวน 5 ข้อ คือ ข้อ 1, 4, 5, 6, และ ข้อ 7 ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบดังกล่าวมากำหนดเป็นแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องความคล้าย ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบนี้ เท่ากับ 0.76

ภาคผนวก ค

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

1. อาจารย์ ดร.อักรพงศ์ วงศ์พัฒน์
 วุฒิทางการศึกษา ปร.ด.(คณิตศาสตร์ประยุกต์)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์

2. อาจารย์ ดร.บรรชา นันจรัส
 วุฒิทางการศึกษา ปร.ด. (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา

3. อาจารย์ ดร.นิตยา จันทร์คุณ
 วุฒิทางการศึกษา ปร.ด.(สถิติ)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและเครื่องมือ

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างหนังสือขอความอนุเคราะห์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ที่ ศศ. ๖๐๐๕๗/ ๒๕๖๓

วันที่ ๑๔ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร. บรรชา นันจรัส

ด้วย นายศินภพ ภูมิภูเขียว รหัสประจำตัว ๖๑๘๐๑๐๕๑๐๑๒๓ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏ-มหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- ตรวจสอบความถูกต้องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการ
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านคณิตศาสตร์
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล
- อื่น ๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ว่าที่ร้อยโท

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ณัฐรัชย์ จันทขุม)

คณบดีคณะครุศาสตร์



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ที่ ศศ. ๖๐๐๕๘/ ๒๕๖๓

วันที่ ๑๔ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร. อัครพงศ์ วงศ์พัฒน์

ด้วย นายศินภพ ภูมิภูเขียว รหัสประจำตัว ๖๑๘๐๑๐๕๑๐๑๒๓ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏ-มหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- ตรวจสอบความถูกต้องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการ
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านคณิตศาสตร์
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล
- อื่น ๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ว่าที่ร้อยโท

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ณัฐชัย จันทขุม)

คณบดีคณะครุศาสตร์



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ที่ คศ. ว๐๐๕๙/ ๒๕๖๓

วันที่ ๑๔ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร. นิตยา จันทะคุณ

ด้วย นายศิณภพ ภูมิภูเขียว รหัสประจำตัว ๖๑๘๐๑๐๕๑๐๑๒๓ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- ตรวจสอบความถูกต้องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการ
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านคณิตศาสตร์
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล
- อื่น ๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ว่าที่ร้อยโท

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ณัฐชัย จันทชุม)

คณบดีคณะครุศาสตร์

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ สกุล	นายศินภพ ภูมิภูเขียว
วัน เดือน ปี เกิด	วันที่ 7 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2537
ที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 75 หมู่ 12 บ้านวังหูกวาง ตำบลหนองไผ่ อำเภอชุมแพ จังหวัด ขอนแก่น รหัสไปรษณีย์ 40130
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2558	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วศ.บ.) สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
พ.ศ. 2563	ครุศาสตรมหาบัณฑิต (ค.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY