

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

114 128.734

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา  
ทางคณิตศาสตร์เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

นางสาวภาณุชนารถ ทวีชาติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

พ.ศ. 2563

สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม



ใบอนุมัติวิทยานิพนธ์  
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

เรื่อง : การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผู้วิจัย : นางสาวภานุชนารถ ทวีชาติ

ได้รับอนุมัติเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

ว่าที่ร้อยโท

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฐชัย จันทชุม)

คณบดีคณะครุศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรรณคำ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รามนรี นนทภา)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปิยะธิดา ปัญญา)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ ฤณาพรณ์)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ)

ชื่อเรื่อง : การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผู้วิจัย : นางสาวภาณุชนารถ ทวีชาติ

ปริญญา : ครุศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา) มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ

ปีการศึกษา : 2563

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 2) ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 3) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 122 คน ซึ่งได้จากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิตามสัดส่วน (Proportional Stratified Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนทำแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นทำการแบ่งนักเรียนออกเป็น 6 กลุ่มแล้วเลือกนักเรียนกลุ่มละ 2 คน รวมเป็น 12 คน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี (Case Study Method) โดยการนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis)

ผลการวิจัยพบว่า 1) การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง 2) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อพิจารณาตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง และ 3) การคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์ในระดับปานกลาง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .52 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .01 และจากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนทราบว่าจะทำอย่างไรให้และต้องการให้ทำอะไร มีการวางแผนโดยการกำหนดตัวแปรได้ เขียนสมการได้ แต่ยังมีบางคนที่ไม่เขียนสมการ

ไม่ครบถ้วน และนักเรียนสามารถแก้ระบบสมการได้ แต่มีผิดพลาดในเรื่องถอดวงเล็บ เครื่องหมายบวก ลบ และส่วนมากจะมองข้ามขั้นตรวจสอบคำตอบเพราะไม่สำคัญ หรือมีการตรวจคำตอบแต่แทนค่าตัวแปรผิด

คำสำคัญ: การคิดเชิงความสัมพันธ์ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Title : A Study relationship between Relational Thinking and Mathematical Problem Solving on Solving a System of Linear Equations in Two Variables of Ninth Grade Students

Author : Miss Panutchanat Taweecat

Degree : Master of Education (Mathematics Education)  
Rajabhat Maha Sarakham University

Advisors : Assistant Professor Dr. Yuthapong Tipchat

Year : 2020

### ABSTRACT

The research aims to 1) study the relational thinking on solving system of linear equations in two variables of ninth grade students. 2) study the mathematical problem solving on solving system of linear equations in two variables of ninth grade students. and 3) study the relationship between Relational thinking and mathematical problem solving on solving system of linear equations in two variables of ninth grade students. Research samples were 122 students of ninth grade students from Kalasin Pittayasan School in the second semester of 2019. Samples were taken from a proportional stratified sampling. Research instruments were the Relational Thinking test, the Math problem solving test and interview form of mathematical problem solving. students did the Relational Thinking test, the Mathematical problem solving test, then students divided into 6 groups, 12 students were selected case study from each group (2 persons). Students were interviewed individually for more about mathematical problem solving. Research statistics were percentage, mean, standard deviation, Pearson product moment correlation and an individually studied case study. Data were presented though descriptive analysis.

The results show that 1) Relational Thinking of Ninth grade student's Overall was found at moderate level. 2) When considered Mathematical Problem Solving based on Relationship Thinking of Ninth grade student's Overall was found at moderate level. and 3) correlation between the Relational Thinking and Mathematical Problem Solving of the Ninth grade students were at a moderate level.

The correlation coefficient was .52 with statistical significance at a .01 and from interviews; students know what problems are assigned and what they want to find. Can be planned by defining variables can write the equation but there are still some people who wrote incomplete equations and students can solve the system of equations But there is a mistake in removing the parentheses Plus, minus, and many overlook the steps. Check the answer because it's not important or the answer was checked but substituted the wrong variable

**Keywords:** Relational Thinking, Mathematical Problem Solving



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ ประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รามนรี นนทภา ประธานกรรมการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ ฤณาพรรณ กรรมการสอบ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปิยะธิดา ปัญญา กรรมการสอบ

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทัศนศิริรินทร์ สว่างบุญ ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและ ประเมินผลการศึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ต. ดร.อรุณ ชุยกระเดื่อง ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและ ประเมินผลการศึกษา และคุณครูพัฒนาพร เขจรนิตย์ ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา ที่ช่วยตรวจสอบให้คะแนนและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการสร้างเครื่องมือและการหาคุณภาพ เครื่องมือ ผู้อำนวยการโรงเรียน และคณะครู โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่ให้การสนับสนุนในการศึกษาหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเอง และขอขอบใจนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้

คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ผู้มีพระคุณ ตลอดจนบูรพาจารย์และผู้มีอุปการะทุกท่าน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY นางสาวภาณุชนารถ ทวีชาติ

## สารบัญ

หัวข้อ	หน้า
บทคัดย่อ .....	ค
ABSTRACT .....	จ
กิตติกรรมประกาศ .....	ช
สารบัญ .....	ซ
สารบัญตาราง .....	ญ
สารบัญภาพ .....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ .....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา .....	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย .....	6
1.3 ขอบเขตการวิจัย .....	6
1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ .....	7
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	8
บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม .....	9
2.1 การคิดเชิงความสัมพันธ์ .....	9
2.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	18
2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	40
2.3 กรอบแนวคิดของการวิจัย .....	46
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	47
3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	47
3.2 เครื่องมือวิจัย .....	51
3.3 การสร้างและหาคคุณภาพเครื่องมือวิจัย .....	51
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	55
3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล .....	59
3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย .....	62
บทที่ 4 ผลการวิจัย .....	66
4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	66
4.2 ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	67



หัวเรื่อง	หน้า
4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	67
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	78
5.1 สรุป .....	78
5.2 อภิปรายผล.....	79
5.3 ข้อเสนอแนะ .....	83
บรรณานุกรม .....	84
ภาคผนวก .....	91
ภาคผนวก ก ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย.....	92
ภาคผนวก ข คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย.....	103
ภาคผนวก ค รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	116
ภาคผนวก ง หนังสือขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญ.....	118
ภาคผนวก จ ตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น .....	122
ประวัติผู้วิจัย .....	125

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	สรุปแนวคิดของการคิดเชิงความสัมพันธ์ .....	15
2.2	ระดับการให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ .....	17
2.3	เกณฑ์ในการให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ .....	18
2.4	รูปแบบการวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya .....	35
2.5	รูปแบบการวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Charles et al. ....	35
2.6	ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี .....	38
2.7	เกณฑ์การให้คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	39
3.1	จำนวนกลุ่มตัวอย่างของนักเรียนในแต่ละห้อง .....	49
3.2	เกณฑ์ในการให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ พิจารณาเป็นรายข้อ.....	59
3.3	เกณฑ์ในการให้คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาเป็นรายข้อ.....	60
4.1	ค่าเฉลี่ย ร้อยละของค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียน .....	67
4.2	จำนวน ร้อยละของจำนวน ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามกลุ่ม การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน .....	68
4.3	ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน .....	69
4.4	จำนวน ร้อยละของจำนวน ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจำแนกตามกลุ่ม การคิดเชิงความสัมพันธ์และระดับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกกลุ่ม .....	70
4.5	ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	72
4.6	คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาจำนวน 12 คน ....	75
ข.1	ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม (IOC) ของแบบวัดการคิดเชิง ความสัมพันธ์ จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน .....	114
ข.2	ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (d) และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดการคิด เชิงความสัมพันธ์ .....	114

ตารางที่

หน้า

ข. 3	ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม (IOC) ของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน .....	115
ข. 4	ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (d) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	115



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

## สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 กรอบแนวคิดการวิจัย .....	46
3.1 วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการสุ่มแบบแบ่งชั้นภูมิตามสัดส่วน (Propottional Stratified Random Sampling) .....	50
3.2 การจำแนกระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking) .....	56
3.3 การเลือกกรณีศึกษาในการสัมภาษณ์ .....	57
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูลการเก็บรวบรวมข้อมูล .....	58
4.1 หลักฐานการคำนวณของนักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง.....	73
4.2 หลักฐานการคำนวณของนักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง.....	74
4.3 หลักฐานการคำนวณของนักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ.....	74



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์ อื่น ๆ และเป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เพราะ การคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (ยุพิน พิพิธกุลและคณะ, 2554, น. 45) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองที่ดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิดช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบ ระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่อกิจการงานที่ได้รับมอบหมายตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม (สิริพร ทิพย์คง, 2545, น. 32) นอกจากนี้วิชาคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญและมีบทบาทต่อการพัฒนามนุษย์ ช่วยฝึกให้คนมีความรอบคอบ มีเหตุผล รู้จักหาความจริง คิดเป็นและแก้ปัญหาเป็น

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ หรือแก้ปัญหาสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 5 ประการ ประกอบด้วย 1) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3) การสื่อสารการสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ 4) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และ 5) การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์ (สมทรง สุวพานิช, 2541, น. 57) เช่นเดียวกับกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 44) ได้กล่าวถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็น ความสามารถ หรือความชำนาญในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ ทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นองค์ประกอบสำคัญของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนทุกคน เนื่องจากเป็นสิ่งที่ทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมาย การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์จึงมุ่งให้

ผู้เรียนมีทั้งความรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ดี ควบคู่กันไปโดยประกอบด้วย 5 ทักษะหลักคือ 1) การแก้ปัญหา (Problem Solving) 2) การให้เหตุผล (Reasoning) 3) การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ (Communications and Presentations) 4) การเชื่อมโยง (Connections) และ 5) การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity) และทักษะสำคัญที่ทุกคนต้องเรียนรู้ และพึงมีในศตวรรษที่ 21 ได้แก่ ทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) การแก้ปัญหาเป็น ลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมนุษย์ที่ต้องใช้อยู่เสมอในการปรับตัวอยู่ในสังคม โดยเฉพาะสังคมใน ศตวรรษที่ 21 การคิดแก้ปัญหา ทำให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ทั้งด้านเนื้อหาและวิธีการ ดังนั้นจึงเป็น ทักษะสำคัญที่จะต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน ให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาและนำไป ประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริงได้ และจากการจำแนกคณิตศาสตร์ตาม แขนงวิชา (Strand) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 28) ได้แก่ พีชคณิต (Algebra) วิทยุคณิต (Discrete Mathematics) ฟังก์ชัน (Functions) เรขาคณิต (Geometry) จำนวน (Number) ความน่าจะเป็น (Probability) และสถิติ (Statistics) ผลการ ประเมินชี้ว่า พีชคณิตเป็นเรื่องยากที่สุดสำหรับนักเรียนอายุ 15 ปี ในทุกประเทศโดยเฉพาะอย่างยิ่ง พบว่านักเรียนไทยมีความอ่อนด้อยในด้านพีชคณิตมากที่สุดเมื่อเทียบกับแขนงวิชาอื่น ๆ นอกจากนี้ Stephens (2006, pp. 249-278) ได้เสนอแนะว่าปัญหาดังกล่าวเกิดจากการที่นักเรียนขาดความ เข้าใจหลักสำคัญที่จะส่งเสริมการเรียนรู้พีชคณิตสองประการคือการเท่ากัน (Equivalence) และ แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ (Relational Thinking Approach) ซึ่งสอดคล้องกับ Hunter (2007, pp. 421-429) ที่กล่าวว่า ในการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนจำเป็นต้องเอาใจใส่ต่อ การพัฒนารูปแบบแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเผชิญอยู่และต้องการ ค้นหาคำตอบ โดยผู้เรียนยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในพื้นที่ สถาบัน ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 3) สอดคล้องกับแนวคิดของ Charles and Lester (1982, pp. 75-77) ที่กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรืองานคณิตศาสตร์ (Mathematics Tasks) ที่ผู้เรียนเผชิญและต้องการค้นหาคำตอบโดยในขณะนั้นยังไม่เห็นแนวทางใน การหาคำตอบ และต้องใช้ความพยายามในการหาคำตอบ สรุปว่า สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ใดจะ เป็นปัญหาของผู้เรียนคนหนึ่งเมื่อผู้เรียนคนนั้นมีความต้องการแก้ปัญหา มีความสงสัย และมีความ พยายามที่จะกระทำเพื่อแก้ปัญหานั้นให้ได้ ทำให้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนคนหนึ่งอาจจะ ไม่ใช่ปัญหาของผู้เรียนคนอื่น นอกจากนี้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องไม่ใช่โจทย์ที่เป็นตัวเลขหรือโจทย์ ข้อความแบบธรรมดา (Word Problem หรือ Routine Problem) ที่เน้นการทำตามขั้นตอนหรือ วิธีการที่ตายตัวและมีคำตอบถูกต้องแน่นอนเพียงคำตอบเดียว

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอนวิธีและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กระบวนการคิดแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่ผู้เรียนมีอยู่แล้วไปใช้ค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 5) การให้ความหมายคำว่า “การแก้ปัญหา” ในลักษณะกระบวนการเป็นที่ยอมรับและใช้กันอย่างแพร่หลาย บุคคลที่เป็นผู้วางรากฐานแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ก็คือ โพลยา (Ploya) ซึ่งท่านได้เขียนหนังสือ “How to Solve It” และมีชื่อเสียงมาก หนังสือเล่มนี้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอนคือ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจในปัญหา ระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ส่วนที่โจทย์กำหนดให้ และส่วนที่โจทย์ต้องการทราบ ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้ผู้เรียนค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างส่วนที่โจทย์กำหนดให้กับส่วนที่โจทย์ต้องการทราบที่จะนำไปสู่การหาคำตอบ ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้ผู้เรียนลงมือทำตามแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และขั้นที่ 4 ตรวจสอบกลับ เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้ผู้เรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งขยายผลไปสู่องค์ความรู้ที่กว้างขึ้น ดังที่ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554, น. 61) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

- 1) การแก้ปัญหาคือความสามารถพื้นฐานของมนุษย์ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์เรานั้นต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมเปลี่ยนแปลงไปมนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้น จำเป็นต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาย่างชาญฉลาด ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์
- 2) การแก้ปัญหาคือทำให้เกิดการค้นพบองค์ความรู้ใหม่ จากการศึกษาประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาพบว่า การคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระความรู้ใหม่ ๆ ทำให้วิชาคณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามของนักคณิตศาสตร์หลายท่านในการพิสูจน์สังพจน์การขนานในเรขาคณิตของยูคลิด มีอิทธิพลต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ ๆ มาก เช่น เรขาคณิตนอกยูคลิด เมื่อพบปัญหา ความพยายามที่จะแก้ปัญหาก็ทำให้เกิดการพัฒนากระบวนการทางความคิดเป็นประสบการณ์ใหม่ ซึ่งเมื่อผสมผสานกับประสบการณ์เดิมจะก่อให้เกิดสาระความรู้ใหม่ ทั้งในเชิงเนื้อหาและวิธีการ
- 3) การแก้ปัญหาคือความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เมื่อพิจารณาจุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย ความสอดคล้องกันประการหนึ่งของจุดประสงค์คือการมุ่งให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถแสดงความคิดออกมาอย่างชัดเจน มีระเบียบและรัดกุม การแก้ปัญหาคือเป็นเนื้อหาที่สำคัญเนื้อหาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาคือเป็นทักษะกระบวนการที่เป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะการ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ การแก้ปัญหาช่วยให้ผู้เรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ ความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการพัฒนาคูณลักษณะของผู้เรียนที่ต้องการ (Lester, 1977, p. 1) นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 6-7) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียน ควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่สำคัญต่อการพัฒนาความคิดและการดำเนินชีวิตของนักเรียน ซึ่งเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ที่ส่วนมากเป็นนามธรรมสูง เข้าใจยาก ทำให้มีผลกระทบต่อความสุขในการเรียนวิชานี้ และทำให้การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O - NET) ในปีการศึกษา 2561 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่พบว่านักเรียนทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์เพียง 30.04 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ซึ่งเนื้อหาการประเมิน แบ่งออกเป็น 5 สาระ คือ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 25) พบว่า ผลการประเมินชี้ว่าพีชคณิตเป็นเรื่องที่ยากที่สุดสำหรับนักเรียนอายุ 15 ปี ในทุกประเทศ โดยเฉพาะอย่างยิ่งพบว่านักเรียนไทยมีความอ่อนด้อยในด้านพีชคณิตมากที่สุดเมื่อเทียบกับแขนงวิชาอื่นๆ Stephens (2006, pp. 249-278) ได้เสนอแนะว่าปัญหาดังกล่าวเกิดจากการที่นักเรียนขาดความเข้าใจหลักสำคัญที่จะส่งเสริมต่อการเรียนพีชคณิต คือ การคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking)

การคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking) เป็นกระบวนการคิดรูปแบบหนึ่งที่ นักวิจัยทางคณิตศาสตร์ศึกษาให้มีความสำคัญ เนื่องจากเป็นองค์ประกอบที่สำคัญสำหรับการคิดและการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น โดยเฉพาะการคิดเชิงความสัมพันธ์บนประโยคจำนวน ซึ่งในประเด็นนี้นักวิจัยหลาย ๆ ท่าน (Carpenter, Levi, Frank and Zeringue, 2005, pp. 53-59) ต่างยืนยันว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์สามารถนำไปใช้เป็นยุทธวิธีในการหาคำตอบบน ประโยคจำนวน เช่น  $5 + 11 = 6 + \square$  ปี จะเห็นว่า 6 ทางขวามากกว่า 5 ทางซ้ายอยู่ 1 ดังนั้นโดยหลัก การเท่ากัน จำนวนที่จะเติมลงในช่องว่างทางขวาคือ 10 ซึ่งน้อยกว่า 11 ทางซ้ายอยู่ 1 นอกจากนี้ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ เช่น  $34 + 28 = \square + 30$  จะเห็นว่า



28 ทางซ้ายต้องบวกเพิ่มอีก 2 ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 30 ที่อยู่ทางขวา ดังนั้นจะต้องลบ 34 ด้วย 2 เพื่อให้ผลลัพธ์ทั้งสองข้างของประโยคจำนวนเท่ากัน ซึ่งจะได้คำตอบ และ Jacobs (2007, pp. 260-261) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นการมองหาความสัมพันธ์และภาพรวมของจำนวนที่อยู่ในสมการเพื่อใช้หาจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งสอดคล้องกับ Stephens and Inprasitha (2007, pp. 319-326) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการมองหาความสัมพันธ์ของประโยคสัญลักษณ์ที่ต้องการหาคำตอบ โดยมีการอธิบายด้วยถ้อยคำ การใช้ลูกศรหรือแผนภาพอย่างมีเหตุผล ใช้ความสามารถของนักเรียน ในการมองเห็นและใช้ความเป็นไปได้ของหลากหลายของจำนวน ในประโยคสัญลักษณ์ ไม่คำนวณ เป็นขั้นตอน ใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนที่อยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับในการหาคำตอบ และการคิดเชิงสัมพันธ์ยังรวมถึงความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการใน การหาคำตอบ ทั้งนี้การคิดเชิงสัมพันธ์บนประโยคสัญลักษณ์มีความสำคัญสำหรับการเรียนพีชคณิต คือ เป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนพีชคณิต และการให้เหตุผลทางพีชคณิต และทำให้การเรียนพีชคณิตง่ายขึ้นในระดับขั้นต่อไป (Jacobs, 2007, p. 261)

จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ของโรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ วิชาคณิตศาสตร์ของมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2559 ปีการศึกษา 2560 และปีการศึกษา 2561 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 33.54, 29.65 และ 32.45 คะแนนตามลำดับ จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับต่ำและไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) (2558, น. 2) กล่าวว่า เมื่อพิจารณาเนื้อหาที่ประเมิน ปรากฏว่านักเรียนมีคะแนนในสาระพีชคณิตมีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่องในปีการศึกษา 2559 ปีการศึกษา 2560 และปีการศึกษา 2561 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 44.13, 33.16 และ 28.70 คะแนนตามลำดับ ดังนั้น ในศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ จะทำให้ทราบวิธีการคิดและระดับความสามารถของนักเรียนในการคิดเชิงความสัมพันธ์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ และพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อให้ทราบถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์และวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตลอดจนเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องได้พัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

## 1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2.2 เพื่อศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2.3 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

## 1.3 ขอบเขตการวิจัย

### 1.3.1 ประชากร

#### 1.3.1.1 ประชากร

ประชากรในการทำวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 550 คน

#### 1.3.1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 122 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิ ตามสัดส่วน (Proportional Stratified Sampling) โดยทำการสุ่มสมาชิกจากทั้ง 12 ห้องเรียนตามสัดส่วน

### 1.3.2 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

### 1.3.3 ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ การคิดเชิงความสัมพันธ์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 1.3.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562

## 1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

“การคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking)” หมายถึง เป็นการคิดหาความสัมพันธ์ใน ประโยคสัญลักษณ์ มองภาพรวมทั้งหมดบนประโยคสัญลักษณ์ สังเกตและเป็นการมองนิพจน์โดย ภาพรวม ใช้ถ้อยคำและลูกศร และสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ เพื่อเป็นแนวทางสู่ การหาตัวไม่ทราบค่าบนประโยคสัญลักษณ์ โดยไม่ใช้วิธีการคำนวณเป็นขั้นในการหาคำตอบ และเป็น การเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานทางเลขคณิต และเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียน พิชคณิตในระดับที่สูงขึ้น โดยวัดได้จากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบ แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ โดยเป็นโจทย์การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ซับซ้อนต้องใช้การ วิเคราะห์มากกว่าในเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียน ลักษณะการคิดเชิงสัมพันธ์เกิดขึ้นเมื่อ นักเรียนสามารถสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของ เครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร ถ้อยคำ และสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ ที่ไม่คำนวณ ตามขั้นตอน เพื่อหาคำตอบ โดยนักเรียนกลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มสูงจะมีคะแนนในช่วง 9–12 คะแนน คือ มีหลักฐานการคำนวณทุกข้อ กลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มปานกลางจะมี คะแนนในช่วง 5–8 คะแนน คือ มีหลักฐานการคำนวณที่ค่อนข้างน้อยทุกข้อหรือมีหลักฐานการ คำนวณบางข้อ และกลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์กลุ่มต่ำจะมีคะแนนในช่วง 0–4 คะแนน คือ มีหลักฐานการคำนวณบางข้อหรือไม่มีเลย

“การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving)” หมายถึง การทำงาน เพื่อหาคำตอบในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน ซึ่งสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทันทีทันใด โดยสถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่นั้นจะขึ้นอยู่กับแต่ละบุคคลและเวลาในการแก้ปัญหา ซึ่งในการดำเนินการหาคำตอบ เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการฝึกฝน และประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ประมวลผลเข้าด้วยกันเพื่อค้นหาคำตอบ ในสถานการณ์นั้น ๆ โดยวัดได้จากแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ เป็นโจทย์สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปร มีขั้นตอนการแก้ปัญหาตามกระบวนการของโพลยา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรให้ และต้องการให้หาอะไร
2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา คือ นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร และระบบสมการจาก ปัญหาได้

3. ขั้นตอนการแก้ปัญหา คือ นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ระบบสมการจากชั้นวางแผนแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบได้ถูกต้อง

4. ขั้นตอนตรวจสอบคำตอบ คือ นักเรียนนำคำตอบที่ได้จากขั้นตอนการตามแผนมาแทนค่าในสมการแล้วสมการเป็นจริง

โดยนักเรียนกลุ่มที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กลุ่มสูงจะมีคะแนนในช่วง 17-24 คะแนน คือ มีหลักฐานการคำนวณทุกข้อ กลุ่มที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กลุ่มปานกลางจะมีคะแนนในช่วง 9-16 คะแนน คือ มีหลักฐานการคำนวณที่ค่อนข้างน้อยทุกข้อหรือมีหลักฐานการคำนวณบางข้อ และกลุ่มที่มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กลุ่มต่ำจะมีคะแนนในช่วง 0-8 คะแนน คือ มีหลักฐานการคำนวณบางข้อหรือไม่มีเลย

“ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” หมายถึง ความเกี่ยวข้องระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เมื่อผลการคำนวณค่าความสัมพันธ์เป็นไปในทิศทางเดียวกัน นั่นคือการคิดเชิงความสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หากค่าความสัมพันธ์เป็นไปในทิศทางตรงกันข้าม นั่นคือการคิดเชิงความสัมพันธ์ไม่มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

การวิจัยการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทำให้ทราบถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเป็นข้อเสนอแนะให้นักการศึกษาทั่วไปตระหนักถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนกับการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ อันจะเป็นแนวทางในการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับเด็กแต่ละคน อีกทั้งจะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

## บทที่ 2

### การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. การคิดเชิงความสัมพันธ์
2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
4. กรอบแนวคิดของการวิจัย

#### 2.1 การคิดเชิงความสัมพันธ์

การคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking) เป็นการสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับมากกว่าวิธีการคิดคำนวณเป็นขั้นตอน และได้มีนักการศึกษากล่าวถึง ความหมาย แนวคิด และการประเมินการคิดเชิงความสัมพันธ์ ดังนี้

##### 2.1.1 ความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์

การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่ง ซึ่งมีความสำคัญในการแก้ปัญหาบนประโยชน์สัญลักษณ์ และได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ ไว้ดังนี้

Carpenter, et al. (2005, p. 54) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ และได้ให้ความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ ว่าเป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวมมากกว่าการใช้กระบวนการคิดคำนวณทีละขั้นตอน (step-by-step) ซึ่งจะรวมถึงความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อแปลง (Transform) นิพจน์เชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้สามารถคิดคำนวณหาคำตอบได้ง่ายขึ้นกว่าการดำเนินการตามลำดับของกระบวนการ

Jacobs, et al. (2007, pp. 260-261) ได้ให้ความหมายทำนองเดียวกันว่าการคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นการมองนิพจน์และสมการโดยภาพรวม การสังเกตความสัมพันธ์ของจำนวนที่อยู่ในนิพจน์และสมการ การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นวิธีดำเนินการจัดการกับจำนวนด้วย วิธีการที่แตกต่างจากกระบวนการในการคำนวณทีละขั้นตอน เช่น ในการคำนวณ  $25+58+75 = \square$  นักเรียนส่วนมากหา

คำตอบจากสมการที่กำหนดให้โดยใช้วิธีการคำนวณจากซ้ายไปขวา อย่างไรก็ตาม การหาคำตอบของประโยคจำนวนดังกล่าวสามารถทำให้ง่ายขึ้นโดยรวมจำนวน 25 กับ 75 ก่อน ซึ่งวิธีการคิดดังกล่าวนี้ นักเรียนต้องสามารถมองประโยคจำนวนที่กำหนดให้โดยภาพรวมและ ใช้สมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนหมู่มาช่วย เพื่อให้คำนวณได้ง่ายขึ้นเห็นได้ว่าการคิด เชิงความสัมพันธ์เป็นการนำเสนอวิธีการคิดที่ยืดหยุ่นในการคำนวณโดยใช้สมบัติพื้นฐาน ของการดำเนินการเชิงจำนวน

Stephens (2006, pp. 479-486) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการมองหาความสัมพันธ์ของประโยคสัญลักษณ์ที่ต้องการหาคำตอบ โดยอาจมีการอธิบายด้วยถ้อยคำ การใช้ลูกศรหรือแผนภาพอย่างมีเหตุผลบน พื้นฐานของการไม่คำนวณ เพื่อเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่อยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ หรือเป็นความสามารถของนักเรียนในการมองเห็นและใช้ความเป็นไปได้ของหลากหลายของ จำนวนในประโยคสัญลักษณ์ เช่น การหาค่าของ  $34+29$  นักเรียนที่มีความสามารถทางด้านการคิด เชิงสัมพันธ์จะไม่ใช้วิธีการคำนวณ โดยทันทีเมื่อพบปัญหาในข้อดังกล่าว แต่จะอาศัยการมอง ประโยคและเปลี่ยนนิพจน์ของจำนวนในประโยคจาก  $34+29$  เป็น  $33+30$  และหาคำตอบได้โดยง่าย โดยนำ 33 บวกกับ 30

Van de Walle (2007, p. 262) ได้กล่าวถึงลักษณะการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่า เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของ เครื่องหมายเท่ากับมากกว่าการที่นักเรียนมุ่งใช้วิธีการคำนวณตามความเป็นจริง

Stephens, Isoda and Inprashita (2007, p. 4) ได้กล่าวถึงความหมายการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่าเป็นการมองประโยคจำนวนโดยภาพรวม ใช้การเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่ ทราบค่าซึ่งอยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับเพื่อหาจำนวนที่ไม่ทราบค่า เช่น  $7+6 = \square+5$  นักเรียนที่มีความสามารถทางการคิดเชิงความสัมพันธ์จะมองความสัมพันธ์จำนวนคู่หนึ่งที่ทราบค่า คือ 6 และ 5 นั่นคือ 5 มีค่าน้อยกว่า 6 อยู่ 1 ดังนั้นจำนวนที่นำมาบวกกับ 5 แล้วมีค่าเท่ากับ 7 บวก 6 จะต้องมีย่านค่ามากกว่า 7 อยู่ 1 ดังนั้นจำนวนที่ไม่ทราบค่าคือ 8 ซึ่งจะขึ้นอยู่กับการดำเนินการที่เกี่ยวข้อง การคิดเชิงความสัมพันธ์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินการอื่นๆ นอกจากในเรื่องของการบวกและการลบ ได้แก่ การคูณ และการหาร และในสาระอื่นๆ ได้แก่ เศษส่วน และทศนิยมเป็นต้น

Carpenter (2005, p. 54) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต เป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวมมากกว่าการใช้กระบวนการคิดคำนวณทีละขั้นตอน ซึ่งจะรวมถึงความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อแปลง (Transform) นิพจน์เชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้สามารถคิดคำนวณหาคำตอบได้ง่ายขึ้นกว่าการดำเนินการตามลำดับของกระบวนการ

Molina, Castro and Ambrose (2006, p. 5) แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ไม่มีนิยามที่ชัดเจน แต่เป็นที่เข้าใจกันโดยทั่วไปว่า นักเรียนมีแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ เมื่อเขามองเห็นความเกี่ยวข้อง

เชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างน้อยสองแนวคิด วิเคราะห์และใช้ความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงที่ได้ในการแก้ปัญหา หรือตัดสินใจในการเรียนรู้เกี่ยวกับสถานการณ์หรือโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

Jacobs (2007, pp. 260-261) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการมองนิพจน์และ สมการ โดยภาพรวม การสังเกตความสัมพันธ์ของจำนวนที่อยู่ในนิพจน์และสมการ และคิดเชิง สัมพันธ์เป็นวิธีดำเนินการจัดการกับจำนวนด้วยวิธีการที่แตกต่างจากกระบวนการในการคำนวณที่ละขั้นตอน ซึ่งการคิดดังกล่าวนี้ นักเรียนต้องสามารถมองประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้โดยภาพรวมและใช้สมบัติการสลับที่และเปลี่ยนหมู่มาช่วย เพื่อให้คำนวณง่ายขึ้น เห็นได้จากการคิดเชิงความสัมพันธ์ในการนำเสนอวิธีการคิดที่ยืดหยุ่นในการคำนวณโดยใช้สมบัติพื้นฐานของการดำเนินการ เชิงจำนวน

Van de Walle (2007, p. 262) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการสังเกตและใช้ ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ โดยอาจมีการอธิบายด้วยถ้อยคำ การใช้ลูกศรหรือแผนภาพอย่างมีเหตุผลบน พื้นฐานของการไม่คำนวณ เพื่อเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่อยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ หรือเป็นความสามารถของนักเรียนในการมองเห็นและใช้ความเป็นไปได้ของหลากหลายของ จำนวนในประโยคสัญลักษณ์ เช่น การหาค่าของ  $34+29$  นักเรียนที่มีความสามารถทางด้านความคิด เชิงสัมพันธ์จะไม่ใช้วิธีการคำนวณโดยทันทีเมื่อพบปัญหาในข้อดังกล่าว แต่จะอาศัยการมอง ประโยคและเปลี่ยนพจน์ของจำนวนในประโยคจาก  $34+29$  เป็น  $33+30$  และหาคำตอบได้โดยง่าย โดยนำ  $33$  บวกกับ  $30$

Molina and Alibrose (2008, pp. 61-80) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นประเด็น หลักในการพิจารณาสำหรับการแก้ปัญหาบนประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นถึง ความคิดของนักเรียนในการหาคำตอบบนประโยคสัญลักษณ์

โคจิวัจน์ เสรีรัฐศรี (2553, น. 22) กล่าวว่า การคิดเชิงสัมพันธ์ เป็นการคิดทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการพิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนทั้งสองข้าง ของเครื่องหมายเท่ากับ แล้วมองความสัมพันธ์เชื่อมโยงที่มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงโดยขึ้นอยู่กับ การดำเนินการของจำนวนที่เกี่ยวข้องระหว่างจำนวน แล้วใช้ความสัมพันธ์ที่สังเกตเห็นได้นั้น คิด พิจารณาหาคำตอบ

สุกัญญา หะยีสานและ (2554, น. 15) กล่าวว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่งที่ใช้ในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ในด้านต่อไปนี้ (1) ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ (2) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและ (3) ความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

สรุปได้ว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นการคิดหาความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ มองภาพรวมทั้งหมดบนประโยคสัญลักษณ์ สังเกตและเป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวม ใช้ถ้อยคำและลูกศร และสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ เพื่อเป็นแนวทางสู่การหาตัวไม่ทราบค่าบน

ประโยคสัญลักษณ์ โดยไม่ใช้วิธีการคำนวณในการหาคำตอบ และเป็นการเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานทางเลขคณิต และเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น

### 2.1.2 แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์

การคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการคิดหาความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ และใช้ความสัมพันธ์ ใช้ถ้อยคำและลูกศร และสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อเป็นแนวทางสู่การหาตัวไม่ทราบค่า ซึ่งได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวคิดของการคิดเชิงสัมพันธ์ ไว้ดังนี้

Sfard (1991, pp. 1-36), Carpenter, Franke and Levi (2003, pp. 10-37) ได้ให้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่ามีความหมายกว้างกว่าความเข้าใจในการโยงความสัมพันธ์ของเครื่องหมายเท่ากับ แต่หมายถึงความสามารถในการบรรยายถึงการคิดของนักเรียนที่ได้จากการสังเกตความสัมพันธ์ ของจำนวนที่อยู่ในนิพจน์และสมการ แล้วใช้ความสัมพันธ์ที่สังเกตเห็นได้นั้น พิจารณาหาคำตอบ ซึ่งแตกต่างจากกระบวนการคิดคำนวณที่เป็นไปตามลำดับทีละขั้นตอน ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์  $25+58+75 = \square$  ได้โดยคิดคำนวณหาผลบวกของทุกจำนวนจากซ้ายไปขวา แต่นักเรียนจะสามารถหาคำตอบได้ง่ายยิ่งขึ้น ถ้าใช้วิธีการจัดกลุ่มของจำนวน  $(25+75)$  การคิดแบบนี้ นักเรียนต้องพิจารณาสมการในภาพรวมเสียก่อน เพื่อมองหาคำสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่กำหนดให้บางจำนวนก่อนที่จะเริ่มคิดคำนวณ

Carpenter, et al. (2003, pp. 10-37) จัดให้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์เป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต

Blanton and Kaput (2005, pp. 412-446) ได้กล่าวว่าแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ก็หมายถึงการคิดเชิงพีชคณิต (Algebraic Thinking) นั่นเอง

Carpenter, et al. (2005, pp. 87-115) กล่าวว่า แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับ การใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการของจำนวน เพื่อเปลี่ยนรูปการแสดงของจำนวนทางคณิตศาสตร์มากกว่าการคำนวณหาคำตอบตามวิธีการขั้นตอนต่าง ๆ

Stephens (2006, pp. 479-486) กล่าวว่า แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์เป็นการคิดของผู้เรียนเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์เชื่อมโยงที่แตกต่างหลากหลายระหว่างจำนวน นิพจน์ และการดำเนินการ นักเรียนสามารถคิดเชิงสัมพันธ์ในลักษณะของการใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หรืออาจใช้ลูกศรแสดงทิศทางของความสัมพันธ์ ซึ่งจะมีประโยชน์ต่อการหาคำตอบบนประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวไม่ทราบค่าสองตัวต่อไปซึ่งแนวคิด การคิดเชิงสัมพันธ์นี้ เป็นความสามารถในการมองเห็นความเป็นไปได้ในการคิดที่หลากหลาย ระหว่างจำนวน ซึ่งมองเห็นลักษณะของการเปลี่ยนแปลงที่ขึ้นอยู่กับ การดำเนินการของจำนวนที่เกี่ยวข้อง ยกตัวอย่างการมองเห็นลักษณะในการเปลี่ยนแปลง หรือมองเห็นความเป็นไปได้ใน การคิดที่หลากหลายระหว่างจำนวนเช่น  $73+49=72+\square$  กับ  $90-59=99-\square$  ในข้อแรก นักเรียนบางคนคิดว่าจะต้องลบ 73 ออก 1 แล้วนำ 1 นั้นไปบวกกับ 49 เพื่อให้ได้คำตอบคงเดิม



การคิดให้เหตุผลในข้อที่ 2 มีความซับซ้อนมากขึ้น ต้องคู่กับการเพิ่มขึ้นของ 9 ในจำนวนที่สอง หรือนักเรียนคนอื่นอาจคิดว่า ถ้าจำนวนแรกเพิ่มขึ้นเป็น 99 ก็ต้องให้จำนวนที่สองคือ 59 เปลี่ยน คำตอบดังนั้นเพื่อให้ได้คำตอบเหมือนกันจำนวนที่สองต้องเพิ่มขึ้นอีก 9 ด้วยคำตอบจึงเป็น 68 ลักษณะของการคิดในข้อที่มีการลบไม่เหมือนกับข้อที่มีการบวก เช่น ถ้า 90 เพิ่มขึ้นเป็น 99 จากนั้นทำการลดจำนวนที่สองด้วย 9 ทำให้ได้ 50 ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง เพราะว่า  $90-59$  ไม่เท่ากับ  $99-50$  ดังนั้นการทราบว่าจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าหรือน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่ง จะไม่มีประโยชน์ ถ้าไม่ทราบลักษณะของการเปลี่ยนแปลง Stephens ได้สรุปลักษณะแนวคิด การคิดเชิงสัมพันธ์ไว้ดังนี้

1. มุ่งเน้นการพิจารณาประโยคโดยรวม
2. การอธิบายเป็นถ้อยคำ
3. การใช้ลูกศรหรือแผนภาพ
4. หลีกเลี่ยงจากการคิดคำนวณ

นอกจากนี้ Stephens ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการสอนแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่า การแนะนำแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ให้กับนักเรียนไม่ใช่งานที่ง่าย ถ้ามุมมองของครูยังจำกัดความคิดเพียงแค่การคำนวณเลขคณิตในโรงเรียนประถมศึกษานั้น แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์หมายถึง การให้ความสนใจในโครงสร้างของการดำเนินการในเลขคณิต ถ้าปราศจากประสบการณ์การคิดเชิงสัมพันธ์เหล่านี้ นักเรียนส่วนมากจะล้มเหลวในการเข้าใจโครงสร้างของ การดำเนินการในเลขคณิต ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นในการเปลี่ยนผ่านไปยังพีชคณิต Stephens ได้สรุป เกี่ยวกับแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ไว้ว่า เป็นวิธีการที่มีพลังในการสร้างความสนใจในโครงสร้าง พื้นฐานของเลขคณิต ซึ่งมีสองความคิดหลักคือ การแสดงจำนวนบนเครื่องหมายเท่ากับ และการทดแทนจำนวนรวมถึงการรู้ลักษณะที่จะทดแทนตำแหน่ง ความคิดเหล่านี้ถือว่าเป็นพื้นฐาน สำหรับการคิดเชิงพีชคณิต

Stephens and Inprasitha (2007, pp. 319 - 326) กล่าวว่า เป็นการเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานทางเลขคณิต และเป็นพื้นฐานสำหรับการคิดเชิงพีชคณิตและการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น

Molina, Castro and Ambrose (2006, pp. 265-270) แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ไม่มีนิยามที่ชัดเจน แต่เป็นที่เข้าใจกันโดยทั่วไปว่า นักเรียนมีแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ เมื่อเขามองเห็นความเกี่ยวข้อง เชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างน้อยสองแนวคิด วิเคราะห์และใช้ความเกี่ยวข้อง เชื่อมโยงที่ได้ในการแก้ปัญหา หรือตัดสินใจในการเรียนรู้เกี่ยวกับสถานการณ์หรือโมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

Jacob, et al. (2007, pp. 258-288) แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์จะช่วยให้ตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและสมบัติพื้นฐานของการดำเนินการของจำนวน นักเรียนสามารถใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์มาทำการคิดคำนวณให้ง่ายขึ้น สามารถสร้างและเรียนรู้ความคิด

รวบยอดใหม่ ๆ ได้ นอกจากนั้นยังนำวิธีการคิดคำนวณที่เรียนรู้มาใช้กับวงจำนวนที่กว้างขึ้น และเข้าใจเกี่ยวกับเลขคณิตโดยทั่วไป การจะแบ่งแยกออกมาอย่างชัดเจนว่า อะไรที่จัดเป็นแนวคิด การคิดเชิงความสัมพันธ์ และอะไรที่ไม่จัดว่าเป็นแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์นั้น เป็นเรื่องยากและนักเรียน จะแสดงความสามารถของแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ในระดับแตกต่างกันไป

Van De Walle (2007, pp. 121-146) กล่าวว่า การที่นักเรียนสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนระหว่างสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับมากกว่าการคำนวณหาคำตอบนั้น เรียกว่าเป็น แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการคิดที่มากกว่าการคิดคำนวณอย่างง่ายและเน้นไปที่การ ดำเนินการของจำนวนว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ถือว่าเป็นหัวใจ สำคัญของกลยุทธ์ การหาผลลัพธ์ทั้งหลาย ตัวอย่างเช่น กลยุทธ์ใกล้สองเท่า (The Near-Doubles Strategy) สำหรับ  $6 + 7$  หรือกลยุทธ์ครึ่งหนึ่งและสองเท่า (The Half-and-Double Strategy) สำหรับ  $6 \times 8$  แต่ละกลยุทธ์ เกี่ยวข้องกับการใช้ความสัมพันธ์ให้เป็นประโยชน์ระหว่างผลลัพธ์ที่ ต้องการกับผลลัพธ์ที่รู้อยู่แล้ว เช่น  $6 + 7$  คือ มากกว่า  $6 + 6$  กลยุทธ์ในการหาผลลัพธ์นี้เป็นเพียงตัวอย่างง่าย ๆ ของประโยชน์แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ นอกจากนี้ Van De Walle ยังเสนอแนะว่าควรกำหนดให้นักเรียนมีแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์โดยการดำเนินการค้นหาคำตอบจากประโยคถูกหรือผิด และประโยคจำนวนเปิด โดยเลือกสมการที่ ออกแบบสำหรับดึงความคิดที่ดี และท้าทายออกมามากกว่าการคิดคำนวณ ควรใช้จำนวนที่ทำให้ การคิดโดยวิธีคำนวณยากขึ้น เพื่อผลักดันให้พวกเขาไปสู่แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ และควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดสร้างประโยคจริงหรือเท็จ และประโยคจำนวนเปิดที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ด้วยตนเอง เพื่อก่อให้เกิดความสนใจกับความคิดในการใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์กับจำนวนที่หลากหลายขึ้น โดยทั่วไปจะเริ่มต้นเกี่ยวข้องกับการใช้ศูนย์ การบวก การลบ ด้วยจำนวนเดียวกัน และตามด้วยสมบัติต่าง ๆ ของจำนวน นอกจากนี้ การที่นักเรียนคิด สร้างประโยคจริงหรือเท็จ และประโยคจำนวนเปิดที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ด้วย ตนเองนั้น จะส่งผลให้เกิดประโยชน์ 2 ประการคือ

1. นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ โดยนักเรียนใช้การดำเนินการของจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ และสามารถให้ความหมายของเครื่องหมายเท่ากับว่าเหมือนกันในการแก้ปัญหาประโยคจำนวนเปิด

2. ค้นหาการแสดงออกมาของแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์ นักเรียนผู้ซึ่งอาศัย ความสัมพันธ์ในการค้นหาการดำเนินการของจำนวนในแต่ละข้างของเครื่องหมายเท่ากับ มากกว่า การคิดคำนวณโดยตรงจะสามารถก้าวเข้าสู่การคิดเชิงพีชคณิตได้อย่างง่าย

จากการศึกษาแนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์จากนักการศึกษาหลายท่านที่กล่าวมาข้างต้นสรุปแนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์ได้ดังตารางที่ 2.1 สรุปได้ว่า

## ตารางที่ 2.1

### สรุปแนวคิดของการคิดเชิงความสัมพันธ์

ชื่อนักการศึกษา	แนวคิดหลักของการคิดเชิงความสัมพันธ์
Stard ,Carpenter,	- สังเกตความสัมพันธ์
Franke and Levi	- การพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน
Carpenter	- การมองความสัมพันธ์ของจำนวน - ใช้การดำเนินการ ในการหาคำตอบ
Stephens	- มองประโยคโดยรวม ใช้ความเป็นไปได้ - การอธิบายเป็นถ้อยคำ - การใช้ลูกศรหรือแผนภาพ - การไม่คำนวณ
Molina, Castro and	- มองความเกี่ยวข้อง
Ambrose	- การใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนในประโยค - เชื่อมโยง - วิเคราะห์
Jacob	- มองนิพจน์และสมการโดยภาพรวม - สังเกตความสัมพันธ์ - ใช้สมบัติพื้นฐานของการดำเนินการทางจำนวน
Van De Walle	- สังเกตและใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนระหว่างสองข้าง

โดยสรุปแล้วการคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่งเกี่ยวกับการแก้ปัญหาการ ใช้ในการหาคำตอบ โดยมีการพิจารณาหลัก ดังนี้ การมองภาพโดยรวม สังเกตและวิเคราะห์ประโยคสัญลักษณ์ ใช้ลูกศร ใช้แผนภาพต่างๆ การดำเนินการหรือใช้สมบัติพื้นฐานเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ และเป็นการเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับโครงสร้างพื้นฐานทางเลขคณิต และเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น

### 2.1.3 การประเมินการคิดเชิงความสัมพันธ์

การประเมินการคิดเชิงความสัมพันธ์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการประเมินการคิดเชิงความสัมพันธ์ไว้ ดังนี้

Popham (1997, pp. 72-75) ได้กล่าวถึงความหมายของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีควา หมายถึง การแนะนำการให้คะแนนเพื่อใช้ประเมินคุณภาพในการตอบสนองของนักเรียน ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนจะมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญคือ เกณฑ์ การนิยามคุณภาพ กลยุทธ์การให้ คะแนน

ซึ่งอาจเป็นวิธีการให้คะแนนแบบภาพรวมหรือแยกองค์ประกอบอย่างใดอย่างหนึ่ง Popham ได้ให้ข้อสังเกตและคำแนะนำในการพัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไว้ดังนี้

1. เกณฑ์ต่างๆ ควรเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสอนซึ่งเป็นองค์ประกอบที่ตรงประเด็นที่สุดของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคควรมีจำนวนเกณฑ์ประมาณ 3-5 เกณฑ์ และต้องเป็นเกณฑ์ที่มีจุดหมายแน่นอน 1

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไม่ควรมีความยาวมากเกินไป

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคแต่ละเกณฑ์ต้องสามารถแทนคุณสมบัติที่สำคัญ

Carpenter and Moser (1984, pp. 179-202) กล่าวว่า เกณฑ์การประเมินนักเรียนเกรด 1-3 ที่แก้ปัญหาในเรื่องการบวกและการลบ ซึ่งได้แบ่งการดำเนินการของนักเรียนออกเป็น 5 ระดับดังนี้

ระดับ 0 นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาในเรื่องการบวกและการลบได้

ระดับ 1 นักเรียนมีข้อจำกัดในด้านวิธีการที่ใช้ สามารถใช้วิธีการปฏิบัติจริงได้เท่านั้นอาจใช้นิ้วมือช่วยในการหาคำตอบ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวกจะใช้วิธีการนับ ส่วนการแก้ปัญหาเรื่องการลบอาจใช้วิธีการนับเพิ่ม การจำแนกและการจับคู่ นักเรียนที่อยู่ในระดับนี้ไม่สามารถแก้ปัญหาระคนที่มีทั้งการบวกและการลบได้

ระดับ 2 นักเรียนสามารถส่งผ่านวิธีการที่สร้างตัวแบบโดยตรงไปสู่วิธีการนับ และสามารถใช้วิธีการทั้งสองเพื่อแก้ปัญหาและใช้วิธีการนับสิ่งของและการนับเพิ่ม

ระดับ 3 นักเรียนสามารถแสดงออกถึงลักษณะที่อยู่ภายในตัวแบบโดยตรง ส่วนใหญ่ใช้การนับแบบต่อเนื่องเพื่อแก้ปัญหาที่เป็นลักษณะเฉพาะ อาจใช้การนับนิ้วมือเพื่อให้การนับดำเนินไปอย่างต่อเนื่องโดยไม่ใช้เครื่องหมายสำหรับการนับ ส่วนมากใช้วิธีนับสิ่งของ และการนับเพิ่มนับลดในการแก้ปัญหา

ระดับ 4 นักเรียนสามารถใช้การระลึกหรือการนำข้อเท็จจริงเกี่ยวกับจำนวนมาใช้ในการแก้ปัญหาการบวกและการลบ

Stephens, Isoda and Inprashita (2006, p. 259) กล่าวว่า ระดับการให้คะแนนการคิดเชิงสัมพันธ์ ดังแสดงในตารางที่ 2.2

## ตารางที่ 2.2

### ระดับการให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์

ระดับคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดเชิงสัมพันธ์
1	คำตอบถูกต้อง แต่ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ถูกต้อง ชัดเจน สมบูรณ์ เป็นส่วนน้อย ข้อที่เหลือยังมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบหรือพยายามใช้การคิดเชิงสัมพันธ์แต่ยังไม่ถูกต้อง
2	คำตอบถูก แต่ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ถูกต้องชัดเจนสมบูรณ์เป็นส่วนปานกลาง ข้อที่เหลือยังมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบหรือพยายามใช้การคิดเชิงสัมพันธ์
3	คำตอบถูก แต่ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ถูกต้องชัดเจนสมบูรณ์เป็นส่วนกลาง ข้อที่เหลือยังมีหลักฐานของการคำนวณในการหาคำตอบหรือพยายามใช้การคิดเชิงสัมพันธ์แต่ยังไม่ถูกต้อง
4	คำตอบถูก ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์ได้ถูกต้องชัดเจนสมบูรณ์ทั้งหมดทุกข้อ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Describing and exploring the power of relational thinking* (p. 259), โดย Stephen, 2006.

## มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สุวิทย์ มูลคำ (2548, น. 157-160) ได้กล่าวถึง การประเมินผลกระบวนการคิดว่าสามารถจำแนกได้เป็น 2 แนวทางใหญ่ๆ ได้แก่ (1) การประเมินผลโดยการใช้แบบทดสอบ ซึ่งอาจเป็นแบบทดสอบมาตรฐานหรือ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมาเองซึ่งเป็นแบบวัดการคิดที่เหมาะสมกับความต้องการในการวัด และ (2) ใช้การประเมินผลตามสภาพจริง ซึ่งมีแนวทางในการประเมิน 2 ลักษณะคือ

ลักษณะที่ 1 ประเมินจากพฤติกรรมกรรมการแสดงออก ได้แก่ การพูด การฟัง การอภิปราย การร่วมกิจกรรมตามที่กำหนด การเก็บข้อมูลเพื่อประเมินผลกระบวนการคิดจากพฤติกรรมกรรมการแสดงออก ควรใช้วิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ การใช้ผลการบันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง เช่น เพื่อนร่วมชั้น ผู้สอน

ลักษณะที่ 2 ประเมินจากผลงานและชิ้นงานที่เกิดขึ้น การประเมินผลกระบวนการคิดในลักษณะที่สองนี้สามารถใช้วิธีการที่หลากหลายได้ เช่น การตรวจงานหรือผลงานของนักเรียน การรายงานตนเองของผู้เรียน การใช้บันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง และการใช้แฟ้มสะสมงาน เกณฑ์การให้คะแนน หมายถึง เครื่องมือที่ใช้เป็นแนวทางสำหรับประเมินการปฏิบัติงานของ นักเรียน โดยการสร้าง

แนวทางในการให้คะแนนจะต้องกำหนดมาตรวัด (Scale) และรายการของ คุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละจุดในมาตรวัดอย่างชัดเจน

ในการประเมินการคิดเชิงสัมพันธ์ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พัฒนาเกณฑ์ระดับการให้คะแนนการคิดเชิงสัมพันธ์ จากแนวคิดของ Stephens ดังแสดงในตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3

เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์

ระดับคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณ
1	คำตอบถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณ
2	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร แต่ไม่มีการเขียนคำอธิบายหรือใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ
3	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบายเล็กน้อยในการหาคำตอบค่อนข้าง
4	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบาย ใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ในการหาคำตอบ

## 2.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ถือเป็นทักษะที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ ต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ กับสถานการณ์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ซึ่งถือได้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญอย่างหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ และมีนักการศึกษากล่าวถึง ความสำคัญ ความหมาย กระบวนการ กลยุทธ์ ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

### 2.2.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ โดยการแก้ปัญหาเป็นทักษะที่สำคัญและจำเป็นอันดับแรกของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน ซึ่งได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Hogan and Alejandre (2010, pp. 114-130) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่ง ที่ทำทนายมากที่สุดในการสอนให้แก่นักเรียน แต่เมื่อนักเรียนเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียน มีความมั่นใจมากขึ้นในปัญหาที่จะเกิดขึ้นต่อไป โดยนักเรียนใช้คำถามในการเพิ่มเติมความเข้าใจของปัญหาที่ทำทนาย ซึ่งนักเรียนอาจต้องใช้เวลาในการแก้ปัญหาแต่ละครั้ง เพื่อที่จะหารือกับเพื่อนในการเลือกกลยุทธ์ที่จะแก้ปัญหาและเชื่อมโยงกับงานที่พวกเขา กำลังเรียนรู้และใช้เวลาในการให้ข้อเสนอแนะการทำงาน ของนักเรียนแต่ละคน

Krulik and Reys (1980, pp. 88-105) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายอันหนึ่งที่จะต้องคำนึงถึงว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการอันหนึ่ง ที่สำคัญคือ วิธีการ กลวิธี และวิธีการเรียนด้วยตนเองของนักเรียน ซึ่งจะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และเป็นทักษะพื้นฐานอย่างหนึ่ง โดยพิจารณาถึงเนื้อหาที่เป็นปัญหา เฉพาะรูปแบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา มุ่งเน้นไปที่การแก้ปัญหาในเนื้อหาที่นักเรียนจะต้องเรียน

Polya (1985, pp. 205-207) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสำคัญเนื่องจากเป็นวิธีการของการพัฒนาด้านความคิดเชิงตรรกะของคณิตศาสตร์

Bell (1981, p. 8) ได้กล่าวว่า ในการสอนคณิตศาสตร์นั้น เมื่อผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัดทำแบบเรียน ถ้าเป็นเรื่องง่ายและผู้เรียนสามารถทำได้ ก็จะฝึกไปจนเกิดความชำนาญ (Skill) เราจึงมักเรียกว่าให้ผู้เรียนฝึกทักษะ ในการฝึกง่ายๆ แบบนี้ก็จะใช้ข้อเท็จจริงหรือหลักการและมโนมติที่ไม่ซับซ้อน อาจจะใช้เพียงข้อเท็จจริงหรือหลักการ หรือมโนมติเดียวฝึกซ้ำๆ จนเกิดทักษะอย่างไรก็ตาม ในตัวแบบฝึกหัดนั้น เมื่อใช้หลายๆ ข้อเท็จจริง หรือหลายหลักการ หรือหลายมโนมติ นักเรียนก็ไม่สามารถจะทำได้ จึงพบ “ปัญหา” ว่าจะทำอย่างไร เมื่อผู้เรียนพบ “ปัญหา” ก็จะเกิดการแก้ปัญหา” เมื่อผู้เรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหา ก็จะแก้ปัญหานั้นได้ เมื่อได้ฝึกการแก้ปัญหาบ่อยๆ ก็จะเกิดทักษะการแก้ปัญหา (Problem solving skill)

Hogan and Alejandre (2010, pp. 114-130) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งที่ทำทนายมากที่สุดในการสอนให้แก่ นักเรียน แต่เมื่อนักเรียนเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในปัญหาที่จะเกิดขึ้นต่อไป โดยนักเรียนใช้คำถามในการเพิ่มเติมความ

เข้าใจของปัญหาที่ท้าทาย ซึ่งนักเรียนอาจต้องใช้เวลาในการแก้ปัญหาแต่ละครั้ง เพื่อที่จะหารือกับเพื่อนในการเลือกกลยุทธ์ที่จะแก้ปัญหา และเชื่อมโยงกับงานที่พวกเขา กำลังเรียนรู้ และใช้เวลาในการให้ข้อเสนอแนะการทำงานของนักเรียนแต่ละคนสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เรานั้นไม่คุ้นเคยจะต้องอาศัยความรู้ วิธีการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์สังเคราะห์ และการตัดสินใจเพื่อหาคำตอบ และการตรวจสอบข้อมูลและเป้าหมายของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แก่นักเรียน คือ เมื่อนักเรียนพบปัญหาให้นักเรียนใช้ประสบการณ์ ความคิด และความเป็นไปได้ ในการสร้างกระบวนการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 13-17) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญมากในการพัฒนาคุณภาพบุคคล เนื่องจากวิชานี้ได้ฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล การคิดสร้างสรรค์ที่เป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตและการเตรียมตัวของนักเรียน เพื่อการเป็น สมาชิกที่ดีของสังคม ส่งเสริมนักเรียนในการพัฒนาตนเอง รู้จักวิธีการแก้ปัญหาและสามารถ ตัดสินใจในการเลือกอาชีพตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของตนเองในชีวิตประจำวันทุกคนใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย นอกจากนี้อาชีพ ต่าง ๆ ก็ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการประกอบอาชีพ ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียน ได้เรียนรู้การแก้ปัญหาต่าง ๆ ตั้งแต่ปัญหาที่ง่ายและยากขึ้นตามลำดับของชั้นเรียน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจะช่วยฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน

2. การเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วย ความเข้าใจ สนุกสนาน นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนได้และสามารถนำความรู้ ที่เรียนนั้นไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งเป็นเรื่องสำคัญในการเรียนรู้อย่างมาก แต่ถ้านักเรียน เรียนด้วยการท่องจำ คิดคำนวณได้เฉพาะปัญหาที่มีสัญลักษณ์ ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ที่เรียน กับสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย ครูผู้สอนต้องสรรหากลยุทธ์วิธีสอนที่ทำให้นักเรียนเข้าใจ เรียนรู้ได้อย่างสนุกสนาน เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สนใจที่จะคิด และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถใช้ความรู้คณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และศาสตร์ต่าง ๆ ช่วยส่งเสริมการคิดค้นให้เกิดเทคโนโลยีใหม่ วิทยาการใหม่ ๆ ขึ้นในโลกได้

3. การนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ จะทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ ในการแก้ปัญหาได้

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ (2544, น. 8-9) กล่าวว่า การแก้ปัญหาที่มีความสำคัญเป็นพิเศษในการเรียนคณิตศาสตร์ เป้าหมายเบื้องต้นของการเรียนคณิตศาสตร์ คือการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนอย่างหลากหลายในวงกว้าง สิ่งที่เป็นปัญหาของคนหนึ่งอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่ง แต่ขอให้ปัญหานั้นท้าทายความอยากรู้อยากเห็นและนำไปสู่การคิดค้น



ซึ่งแต่ละคนอาจมีวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ กัน และท้ายที่สุดจะได้รับประสบการณ์และความพึงพอใจในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะ/กระบวนการ อย่างหนึ่ง ดังนั้นครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจ ถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา แม้ว่าจะมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตัวเองได้ แต่มีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่รู้ว่าควรจะเริ่มค้นแก้ปัญหาได้อย่างไร และจะดำเนินการแก้ปัญหาดังกล่าวต่อไป ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่มีความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) (โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท, 2557, น. 1) ได้ให้ความสำคัญกับปัญหาในชีวิตจริงเพราะว่าประชาชนทุกวันนี้ ต้องเผชิญกับกิจกรรมประจำวันที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เป็นต้นว่า ปริมาณ รูปทรง มิติ ความน่าจะเป็น และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อีกมากมาย จึงต้องการให้นักเรียนเผชิญหน้ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในแวดวงของการดำเนินชีวิต โดยให้นักเรียนระบุสถานการณ์ที่สำคัญของปัญหา กระตุ้นให้หาข้อมูล สืบค้น ตรวจสอบและ นำไปสู่การแก้ปัญหา ในกระบวนการนี้ต้องใช้ทักษะหลายอย่าง เป็นต้นว่า การคิดและการใช้ เหตุผล การโต้แย้ง การสื่อสาร การสร้าง ตัวแบบ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา การนำเสนอ การใช้สัญลักษณ์และการดำเนินการ การที่นักเรียนต้องใช้ทักษะต่าง ๆ ที่หลากหลายมารวมกัน หรือใช้ความคิดและสมรรถนะสูง ซึ่งจะส่งผลต่องานที่ทำในหน้าที่และสำหรับทุก ๆ คนไม่ว่าจะทำงานระดับใดจะถูกคาดหวังว่าต้องไม่ใช่เฉพาะแรงงานทำงานซ้ำ ๆ อย่างเดิมเท่านั้น แต่จะต้อง พบกับความเปลี่ยนแปลงทางเทคโนโลยี และต้องสามารถปรับเปลี่ยนตัวเองให้สามารถจัดการกับ เทคโนโลยี เครื่องจักรกล และข้อมูลข่าวสารที่เข้ามาตลอดเวลา แนวโน้มของทุก ๆ อาชีพบ่งชี้ว่า “บุคคลต้องมีความสามารถที่จะเข้าใจ สื่อสาร ใช้ และอธิบายแนวคิด และวิธีการที่ยึดถือการคิด แบบคณิตศาสตร์เป็นหลัก”

ยุพิน พิพิธกุล (2539, น. 485-486) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา ปัญหาบางเรื่องก็เป็นทฤษฎี บางเรื่องก็เกี่ยวกับการปฏิบัติ การเรียนแก้ปัญหาคือเป็นเรื่องที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ประยุกต์ความรู้ที่ได้รับมาตอนแรกหรือความรู้เดิมกับสถานการณ์ใหม่ที่ยังไม่เคย ดังนั้นการแก้ปัญหาก็เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถามผู้เรียนจะต้องตั้งคำถามอยู่เสมอ ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะต้องรู้จักวิเคราะห์สถานการณ์ การแปลผลการแสดงผล แม้แต่การเขียนแผนผัง และการลองผิดลองถูกก็จะถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหาคือสำคัญต้องรู้ว่าผู้เรียนต้องการอะไรในการแก้ปัญหานั้น ผู้เรียนต้องการมีความสามารถในการใช้กฎหรือสูตร เพื่อจะนำไปสู่ข้อสรุป

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554, น. 61) กล่าวว่าสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบบางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคนแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นอย่างมาก คือ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาคุณภาพของแต่ละบุคคล คุณลักษณะ ทักษะ การวิเคราะห์ การคิด การให้เหตุผลของนักเรียน เข้าใจถึงกระบวนการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ และเมื่อผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ และสนุกสนาน จะทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีกับวิชาคณิตศาสตร์

## 2.2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Branca (1980, pp. 3-8) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem solving as a goal) ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียน คณิตศาสตร์ ดังนั้นในการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใด ๆ หรือ วิธีการและเนื้อหาสาระใด ๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Problem solving as a process) สิ่งที่สำคัญเมื่อการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธีหรือเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จึงเป็น สาระสำคัญและเป็นเป้าหมายหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน (Problem solving as a basic skill) เมื่อการแก้ปัญหาถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา แบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่ควรใช้จุดเน้นอยู่ที่ สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องเรียนรู้ และการเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น

ประพันธ์ เจียรกุล และปรีชา เนาว์เย็นผล (2543, น. 6) ได้สรุปความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการคือ

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ อาจจะอยู่ในรูปข้อความหรือการคำนวณเชิงปริมาณหรือที่เรื่องราวประกอบก็ได้

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหา อาจจะไม่คุ้นมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีที่ต้อง  
จะใช้ความรู้ ใช้ประสบการณ์ และทักษะหลาย ๆ อย่างประกอบ จึงจะสามารถแก้ปัญหาได้

3. สถานการณ์ที่จะเป็นปัญหาขึ้นอยู่กับผู้แก้ปัญหาและเวลา ซึ่งสถานการณ์หนึ่งอาจจะ  
เป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็น  
ปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สมทรง สุวพานิช (2549, น. 5) ให้ความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง  
สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้  
เหตุผล การหาคำตอบนั้นต้องใช้ความรู้ ทักษะ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ประมวลเข้าด้วยกัน  
จึงจะหาคำตอบได้

สถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 6-7) กล่าวว่า การแก้ปัญหา  
ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทาง คณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการ  
แก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไป ใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนนั้นควรจะฝึกฝน เรียนรู้ และพัฒนาให้เกิดเป็น  
ทักษะขึ้นในตัวของนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นจะช่วยให้ผู้เรียนพบเจอแนวทางใน  
การคิดที่หลากหลาย จะทำให้ผู้เรียนมีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่  
กำลังเผชิญอยู่ทั้งภายในห้องเรียนและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ติดตัวผู้เรียน  
เพื่อใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่  
ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะซึ่งเป็น  
ความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการ  
ซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร (2555, น. 109) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหา  
ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหา  
จะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา  
และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

สรุปได้ว่า การทำงานเพื่อหาคำตอบในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ  
ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน ซึ่งสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถ  
แก้ปัญหาได้ทันทีทันใด โดยสถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่นั้นจะขึ้นอยู่กับแต่ละบุคคลและเวลา  
ในการแก้ปัญหา ซึ่งในการดำเนินการหาคำตอบ เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทาง  
คณิตศาสตร์ ทักษะ การฝึกฝน และประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ประมวลเข้าด้วยกันเพื่อค้นหา  
คำตอบในสถานการณ์นั้น ๆ

### 2.2.3 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1957, pp. 5-40) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือขั้นวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อที่จะทำความเข้าใจคำ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ประโยคย่อย ๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดและถามหาอะไร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลมาจากขั้นที่ 1 ซึ่งจะนำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ จะเกิดผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้ที่เกี่ยวข้องอะไรบ้างกับปัญหานั้น โดยการนำเอาทฤษฎี หลักการ/กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามแบบแผนวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบมา สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ในขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบ ตามวิธีทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบทั้งกระบวนการแก้ปัญหาของว่าเรียบร้อยครบถูกต้องทุกกรณีที่เป็นไปได้และตรวจสอบความ ถูกต้อง สมเหตุสมผลของคำตอบ

Guildford (1971, p. 130) ได้กำหนดลำดับการแก้ปัญหาว่า ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นเตรียมการ คือ การกำหนดปัญหาหรือค้นหาปัญหาที่แท้จริงของเหตุการณ์

2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา คือ พิจารณาว่าสิ่งใดเป็นสาเหตุที่สำคัญของปัญหาหรือ สิ่งใด ไม่ใช่สาเหตุของปัญหา

3. ขั้นเสนอแนวทางในการแก้ปัญหา คือ การหาวิธีการแก้ปัญหา คือ การหาวิธีการแก้ปัญหาซึ่งตรงกับสาเหตุของปัญหาและแสดงออกมาในรูปแบบของวิธีการแก้ปัญหาและได้ผลลัพธ์ในขั้นสุดท้าย

4. ขั้นตรวจสอบผล คือ การเสนอเกณฑ์เพื่อที่จะตรวจสอบผลลัพธ์ที่มาจากการเสนอวิธีการแก้ปัญหา ถ้าผลลัพธ์ที่ได้ยังไม่ถูกต้อง ก็ต้องเสนอวิธีการแก้ปัญหาใหม่จนกว่าจะได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

5. ขั้นประยุกต์ คือ การนำวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องไปใช้ในโอกาสอื่นเมื่อพบกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหาล้ำกับปัญหาเดิม

Krulik and Rey (1980, p. 43) เสนอกระบวนการในการปัญหาทาง คณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และโจทย์ถามหาว่าอะไร
2. วางแผนแก้ปัญหา เป็นข้อที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยามเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้
4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมดว่าได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการการครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่

Strenberg (1999, pp. 351-354) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. การระบุปัญหา (Problem Identification) เพื่อขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างถูกต้อง ควรจะระบุสาเหตุของปัญหาที่แท้จริงก่อน
2. การจำกัดความของปัญหา (Definition of Problem) เมื่อระบุปัญหาที่แท้จริงได้แล้ว จำเป็นต้องให้คำจำกัดความของปัญหา เพราะหากไม่มีการให้คำจำกัดความของปัญหานั้น อาจเกิดการคลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง โอกาสในการแก้ปัญหาได้สำเร็จจะลดน้อยลง
3. การสร้างกลยุทธ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Constructing Strategy for Problem Solving) เป็นขั้นตอนในการวางแผนกลยุทธ์ต่าง ๆ และวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหาที่ซับซ้อนให้เห็นเป็นขั้นตอน หรือสังเคราะห์องค์ประกอบหลายชนิดที่มีความสัมพันธ์กันแล้วนำมาเชื่อมโยงกันเพื่อใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา
4. การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Organizing Information about a Problem) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลที่มีอยู่เพื่อนำมาใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาให้ประสบความสำเร็จ หรือการสร้างภาพในใจ ที่ช่วยในการกำหนดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
5. การจัดสรรทรัพยากรที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Allocation of Resources) คนส่วนใหญ่จะเผชิญหน้ากับปัญหาโดยอยู่ในขอบเขตของทรัพยากรที่จำกัดในด้านต่าง ๆ การแก้ปัญหาแต่ละปัญหาต้องใช้ทรัพยากรในปริมาณที่แตกต่างกัน เช่น ปัญหาบางปัญหาต้องอาศัยระยะเวลาอันยาวนานในการ แก้ปัญหา และต้องการเครื่องมือหลายชนิด ในขณะที่บางปัญหาอาศัยทรัพยากรเพียงเล็กน้อย ทั้งนี้ ประสิทธิภาพของการจัดสรรทรัพยากรในการแก้ปัญหาจึงขึ้นอยู่กับความรู้ความชำนาญของแต่ละบุคคลด้วย

6. การตรวจสอบการแก้ปัญหา (Monitoring Problem Solving) การแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหายู่ตลอดเวลา เพื่อให้รู้แน่ชัดว่าขั้นตอนต่าง ๆ ดำเนินไปอย่างถูกต้องและนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการหรือไม่ เพราะหากพบว่ามีข้อบกพร่องเกิดขึ้นแล้ว การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาก็จะช่วยให้เราสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที

7. การประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluation Problem Solving) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นหลังจากการแก้ปัญหาสิ้นสุดลง ซึ่งเป็นการประเมินความสำเร็จ และทบทวนการทำงานในขั้นตอนต่าง ๆ บางครั้งการประเมินผลการแก้ปัญหานี้จะทำให้สามารถรู้ถึงกลยุทธ์ใหม่ที่จะนำไปปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาในครั้งต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

Dossey (2005, p. 47) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา
2. จำแนกประเด็นปัญหาและวางแผนหาคำตอบ
3. จัดรูปแบบแสดงความหมายเงื่อนไขของโจทย์
4. เลือกกลวิธีการแก้โจทย์ปัญหา
5. ดำเนินการหาคำตอบ
6. ทบทวนคำตอบ
7. สื่อสารและขยายคำตอบ

สมศักดิ์ ไสภณพิณีจ (2547, น. 17) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง
2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ พิจารณาถึงเหตุและหาหนทางที่จะแก้ปัญหา
3. วางแผนในการแก้ปัญหายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น
4. แก้ปัญหาโดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย
5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำถามถูกต้องหรือไม่ คำตอบมีความน่าเชื่อถือเพียงใด

สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา พิจารณาข้อมูลที่ว่ากำหนดอะไรมาและถามหาอะไร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะแก้ปัญหา จากการวิเคราะห์ว่าควรเลือกยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหถึงจะเหมาะสม

3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ใช้ยุทธวิธีที่เลือกไว้เพื่อหาคำตอบของปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบผล เป็นการทบทวนวิธีการแก้ปัญหว่ากระบวนการ ขั้นตอนต่าง ๆ ดำเนินไปอย่างถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ และตรวจสอบคำตอบ ว่าคำตอบที่ได้มามีความเป็นไปได้ มีความน่าเชื่อถือ หรือมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

5. ขั้นประเมินผล เป็นขั้นตอนการประเมินยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น และสามารถนำยุทธวิธีที่เราประเมินแล้วไปใช้ในปัญหาอื่น ๆ ต่อไปได้

#### 2.2.4 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยรวบรวมไว้ ดังนี้

Krutik and Rudnick (1980, p. 43) กล่าวว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีหลากหลายต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา กลวิธีหนึ่งอาจจะเหมาะสมกับปัญหาหนึ่งแต่บางปัญหา อาจไม่ใช่นอกจากนั้นบางปัญหาอาจจะจำเป็นต้องใช้หลายยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และเสนอแนะยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้ 8 ประการ ดังต่อไปนี้

1. การจำแนกแบบรูป (Pattern recognition)
2. การทำย้อนกลับ (Working backwards)
3. การเดาและตรวจสอบ (Guess and test)
4. การสร้างสถานการณ์จำลองหรือ ทดลอง (Simulation or experimentation)
5. การย่อความ (Reduction)
6. การแจกแจงรายการ (Exhaustive listing)
7. การใช้ตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน (Logical deduction)
8. การแสดงความหมายข้อมูล (Representing data) โดยใช้
  - 8.1 กราฟ (Graph)
  - 8.2 สมการ (Equation)
  - 8.3 นิพจน์เชิงพีชคณิต (Algebraic expression)
  - 8.4 ตาราง (Table)
  - 8.5 แผนภูมิ (Chart)
  - 8.6 ไดอะแกรม (Diagram)

Cruikshank and Sheffield (2000, pp. 41-44) เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การเดาหรือตรวจสอบ (Guess and Check)
2. การหาแบบรูป (Look for a Pattern)
3. เขียนรายละเอียดของโจทย์ (Make a Systematic List)
4. สร้างและวาดรูปหรือแบบจำลอง (Make and Use a Drawing or Model)
5. กำจัดสิ่งที่เป็นไปไม่ได้ (Eliminate Possibilities)

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547, น. 18-20) ได้รวบรวมยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มองภาพรวม ๆ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะของปัญหาทั้งหมด การมองภาพรวมๆ เป็นการทบทวนภาพทั้งหมดทำความเข้าใจเนื้อหา การทบทวนอาจทำได้โดยการอ่านหลาย ๆ รอบเพื่อที่จะได้ไม่หลงทาง มองภาพให้มุมกว้างจนกว่าจะเห็นหนทางแก้ไข ในกรณีที่คิดไม่ออกอาจจะเปลี่ยนมุมมองเสียใหม่

2. กำหนดหนทางไว้เลือกหลายทาง การหาทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดไว้หลาย ๆ ทาง เพื่อนำมาพิจารณาในรายละเอียดว่าทางเลือกใดที่ดีและเป็นไปได้มากที่สุด การพิจารณาเพื่อตัดสินใจเลือกนั้นต้องกระทำอย่างรอบคอบ

3. กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาทิ้งไปเหลือไว้แต่ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยเฉพาะขีดเส้นใต้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่สำคัญจากข้อมูลที่มีอยู่ พิจารณาทางเลือกที่เป็นไปได้โดยตัดหนทางที่เป็นไปไม่ได้หรือประโยคที่ไม่เกี่ยวข้องทิ้งไปเสียก่อน โดยใช้หลักตรรกศาสตร์แล้วค่อยพิจารณาตัดสินใจจากข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ประกอบกัน

4. เลือกวิธีการในการคำนวณให้เหมาะสม โดยวิเคราะห์จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลข่าวสารใด กลวิธีที่สมควรนำมาใช้จึงจะได้ผลและควรจะใช้การคำนวณ บวก ลบ คูณ หาร หาค่าราก ยกกำลัง หรือใช้ความรู้ทางสถิติ แคลคูลัส พีชคณิต กราฟ ฯลฯ อย่างไม่มาช่วยในการคำนวณ

5. ใช้การเดาแล้วทดสอบ โดยใช้เหตุผลในการพิจารณาคำตอบควรจะเป็นเช่นใดการเดาจะต้องเดาอย่างมีหลักเกณฑ์ สมเหตุสมผล ไม่ลำเอียง เมื่อเดาแล้วต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้คำตอบ การเดาจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นถ้ามีเทคนิคบางอย่างช่วย เช่น การประมาณค่า การวิเคราะห์ข้อมูล การจำลองสถานการณ์ การพิจารณากรณีแวดล้อมมาประกอบการพิจารณา

6. การสร้างรูปแบบที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นปัญหาในลักษณะหลาย ๆ มิติ รูปแบบที่สร้างขึ้น จำลองขึ้นอาจจะเป็นคน วัตถุ สิ่งก่อสร้าง โครงสร้างเครือข่าย เพื่อให้เกิดต้นแบบ และสามารถนำไปหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่มีอยู่ หรือนำไปสู่คำตอบที่ต้องการได้



7. หาแบบรูปที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ ปัญหาบางปัญหา เรื่องราวบางเรื่องราว อาจจะมีลักษณะเป็นวงจร เป็นการเรียงลำดับ เป็นอนุกรมของตัวเลข เป็นรูปเรขาคณิต เป็นค่าของสัดส่วน เป็นลักษณะของการแปลงค่า เป็นคู่ลำดับ หรือเป็นฤดูกาล เป็นต้น การหาแบบรูปได้ จะทำให้สามารถไขปัญหาได้

8. จัดระบบข้อมูลใหม่ หมายถึง การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นให้มีรูปที่ง่ายแก่การเข้าใจ เช่น ทำเป็นรายการ ทำเป็นตาราง ทำเป็นข้อสังเกต รวมข้อมูลเรื่องราวเดียวกันไว้ ตัดข้อมูลที่ฟุ่มเฟือยออกไป รวมทั้งให้บันทึกข้อมูลที่สูญหายไปซึ่งอาจจะเป็นเบาะแสให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. สร้างภาพประกอบ เพื่อให้สามารถมองเห็นลักษณะของตัวปัญหาได้อย่างชัดเจน หากข้อมูลที่มีอยู่มีลักษณะที่เป็นการบรรยายความเป็นตารางตัวเลขสามารถทำให้ชัดเจนขึ้นได้โดยการสร้างภาพประกอบ โดยการเขียนกราฟประกอบคำอธิบาย เขียนรูปเรขาคณิตสเกตช์ภาพหลายเส้น เขียนเป็นไดอะแกรม จะทำให้มองเห็นปัญหาในลักษณะที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

10. แยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ให้มีลักษณะเช่นเดียวกับปัญหาเดิม แต่อยู่ในรูปลักษณะที่ง่ายขึ้น เป็นการแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า มีตัวเลขที่ซับซ้อนน้อยกว่าแต่เป็นโจทย์ปัญหา ลักษณะเดียวกัน เมื่อสามารถแก้ปัญหาที่เล็กกว่าได้จะมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นที่เล็กกว่าได้

11. ใช้ตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาโดยใช้สามัญสำนึก ใช้หลักการและเหตุผล บ่อยครั้งที่พบว่าในการแก้ปัญหาในบางครั้งผู้ที่พยายามแก้ปัญหาอาจจะมองลึกซึ้งจนเกินไป และลืมนึกถึงความเป็นจริงตามธรรมชาติ ขาดการใช้สามัญสำนึกทำให้หาหนทางแก้ไขที่เหมาะสมไม่ได้ การถามว่า “ถ้าเป็นอย่างนี้แล้วจะเกิดอะไรขึ้นต่อไป” เป็นการโยงจากเหตุไปสู่ผลการ ใช้วิธีแบบอนุมานและอุปมาน เป็นวิธีการหนึ่งที่เป็นประโยชน์

12. คิดย้อนกลับ การแก้ไขปัญหโดยเริ่มพิจารณาเหตุในบางครั้งไม่สามารถกระทำได้ง่ายนัก การสืบสาวจากผลย้อนหลังไปหาเหตุในบางครั้งสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าตัวอย่างการ พิสูจน์เรขาคณิต ตรรกศาสตร์ รวมทั้งการสืบสวนเรื่องราวต่าง ๆ เป็นต้น ในบางครั้งจะพบว่าสามารถเริ่มต้นจากผลลัพธ์ (ปลายทาง) เพื่อไปสู่เหตุ (ต้นทาง) ได้ง่ายและรวดเร็วมากขึ้น

13. ใช้สูตรปัญหาหลายปัญหามีสูตรในการแก้ บางสูตรใช้ได้กับหลายปัญหาในการแก้ปัญหาจะต้องพิจารณาก่อนว่าสูตรใดบ้างที่มีความเกี่ยวข้อง และสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ ให้วิเคราะห์ปัญหาแล้วนำสูตรไปใช้ หลังจากนั้นจำเป็นต้องตรวจสอบความถูกต้องของสูตรและการนำสูตรไปใช้อย่างถูกต้องกับเรื่องราวนั้น ๆ

14. ตั้งคำถามที่เหมาะสมโดยตนเองหรือโดยผู้อื่น สามารถใช้แง่คิดที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ คำถามที่เป็นประโยชน์ เช่น ทำไมเป็นไปได้อย่างไร ทำไมจึงเป็นเช่นนั้นจะช่วยให้เกิด

ความกระจ่างในปัญหามากขึ้น ช่วยให้สามารถจับใจความสำคัญของปัญหาได้ การตั้งคำถามและหาคำตอบจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

15. คุยอภิปรายหรือระดมความคิด เป็นยุทธวิธีหนึ่งซึ่งทำให้ได้ความคิดหรือเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเนื่องจากการคุยหรือการอภิปราย ทำให้เกิดการมองเห็นปัญหาจากมุมมองที่ต่างกันออกไป เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาได้หลายจุด มีการเติมหรือแก้ไขในจุดบกพร่องที่มองจากบางมุมไม่เห็น นอกจากนั้นยังจะพบว่า คำพูดบางคำ ทำให้สะกิดใจหรือเป็นกุญแจให้สามารถหาหนทางแก้ปัญหาได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 73-77) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหามองจะต้องวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องจะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การพิสูจน์หรือการใช้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาก็ใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูป นิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจจะเป็นแบบรูปของจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต

2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบเป็นการเขียนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหาเพื่อช่วยให้เห็นถึงความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง เป็นกลวิธีการแก้ปัญหาคู่คล้ายกับการเขียน แผนผัง แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่น่าสนใจจัดรูปแบบได้

4. สร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตารางอาจช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้น ๆ

5. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีกรณีที่มีจำนวนกรณีที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

6. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ทางปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการคือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และเป็นการแสดงให้เห็นว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเข้าใจปัญหานั้นและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

ทิตนา แคมมณี (2552, น. 312-313) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นี้เป็นกระบวนการที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เกิดความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ โดยมีกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. สังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจปัญหา จนสามารถสรุปและตระหนักในปัญหานั้น

2. วิเคราะห์ ให้ผู้เรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะ ประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุและลำดับความสำคัญของปัญหานั้น

3. สร้างทางเลือก ให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่าง หลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลองค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรม กลุ่มและควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียนด้วย

4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึก การปฏิบัติงาน เพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. สรุป ผู้เรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำในรูปของรายงาน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 13-14) กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อย ในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วย ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นหาแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจน ช่วยให้ไม่ลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดง ความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพ หรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหา ได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูลโดยแยกเป็นกรณีๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหา ระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณี ที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วย ในการแจกกรณีด้วยก็ได้

สรุปได้ว่า ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 6 ประการ ดังต่อไปนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการค้นหาแบบรูปที่จะสามารถนำมาแก้ปัญหาได้

2. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการแก้ปัญหาที่เริ่มพิจารณาจากผลลัพธ์กลับไปสู่เหตุ

3. การเดาและตรวจคำตอบ เป็นการเดาคำตอบอย่างมีหลักเกณฑ์
4. การสร้างแบบจำลอง เป็นแก้ปัญหาโดยการสร้างแผนภาพ หรือแบบจำลอง เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้นและนำไปสู่แนวทางการหาคำตอบ
5. การแจกแจงกรณี เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา
6. การเขียนให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์ เป็นการเปลี่ยนปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์ เช่น สมการ กราฟ ตาราง นิพจน์เชิงคณิตศาสตร์

### 2.2.5 ปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัจจัยที่ทำให้การแก้ปัญหาประสบผลสำเร็จนั้น ได้มีผู้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Clyde (1967, p. 112) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยสรุปได้แก่ วุฒิภาวะ ประสบการณ์และความสามารถในการอ่านของนักเรียน

Henny (1971, pp. 223-224) ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่ามีปัจจัยต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
2. ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา
3. การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณที่ถูกต้อง

Adams, Leslie and Beeson (1977, pp. 174-175) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. สติปัญญา
2. การอ่าน
3. ทักษะพื้นฐาน

Heimer and Trueblood (1977, pp. 30-32) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ การรู้คำศัพท์ในโจทย์จะช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา
2. ทักษะการคำนวณ
3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป

8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 1991, p. 57) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถด้านนี้ คือทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากผู้เรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง ผู้เรียนต้องอ่านอย่างรอบคอบ วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์นิยาม มโนคติและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อที่จะได้ตัดสินใจว่าควรทำอะไรและอย่างไร เป็นการแสดงออกถึงศักยภาพทางสมองของผู้เรียนในการนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่เผชิญอยู่

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอยู่เสมอ ย่อมมีโอกาสที่จะพบปัญหาต่าง ๆ หลากรูปแบบ ทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึง หรือแตกต่างกัน การเผชิญกับปัญหาที่แปลกใหม่ การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมจะเป็นการส่งเสริมประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล เมื่อทำความเข้าใจกับปัญหา และวางแผนการปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก็ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งบางปัญหาต้องใช้การคิดคำนวณ บางปัญหาต้องใช้กระบวนการใช้เหตุผล ผู้เรียนต้องมีความเข้าใจในกระบวนการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในระดับของตน

4. แรงขับ ในการแก้ปัญหาผู้เรียนจะพบปัญหาที่แปลกใหม่หรือที่ไม่เคยพบเจอมา ก่อนปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบในทันทีทันใด ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อจะหาคำตอบให้ได้ จึงจำเป็นที่ผู้เรียนต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้มาจากความสนใจ เจตคติ แรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งแรงขับนี้ผู้เรียนต้องใช้เวลาในการบ่มเพาะมายาวนาน

5. ความยืดหยุ่น การจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี ผู้เรียนต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดกับรูปแบบ การแก้ปัญหาแบบใดแบบหนึ่ง หรือยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่ต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการแก้ปัญหา โดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐานปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอสามารถนำมาใช้ได้อย่างเหมาะสมสอดคล้องกับสาระของปัญหาระดับสติปัญญา การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่ง

ประการหนึ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้ที่มีสติปัญญาดีจะมี  
ความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่มีสติปัญญาที่ด้อยกว่า

7. การอบรมเลี้ยงดูผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่มีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย ให้โอกาส  
แสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจได้ด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูง  
กว่าผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย หรือเข้มงวดเกินไป

8. วิธีสอนของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด  
อย่างอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับการคิดของผู้เรียน ย่อมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการ  
แก้ปัญหาดีกว่าแบบที่บทบาทการเรียนการสอนตกอยู่ที่ผู้สอนแต่เพียงฝ่ายเดียว นอกจากนี้การจัด  
สภาพแวดล้อมก็มีผลที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน เช่นกัน

วินัย คำสุวรรณ (2529, น. 28) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ในการแก้ปัญหาของบุคคล จะสูง  
หรือต่ำขึ้นอยู่กับปัญหาที่บุคคลนั้นได้รับและตัวของผู้แก้ปัญหาเองว่ามีพื้นฐานความรู้ ประสบการณ์  
เดิมและวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมมากน้อยเพียงไร

สรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มี 7 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการอ่าน การตีความหมาย หรือความสามารถเข้าใจปัญหา
2. ความสามารถที่จะเปลี่ยนปัญหาจากประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์
3. ความสามารถในการคำนวณ
4. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา หรือประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
6. เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป

#### 2.2.6 การวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางในการวัดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Polya (1973, p. 129) ได้เสนอรูปแบบการวัดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วย  
ขั้นตอนและรายละเอียดดังนี้

## ตารางที่ 2.4

การวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya

ขั้นตอนการแก้ปัญหา	พฤติกรรมชี้วัด
ทำความเข้าใจปัญหา	หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
วางแผนแก้ปัญหา	ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ดำเนินการแก้ปัญหา	ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการ หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
ตรวจสอบคำตอบ	การพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่1 (น.129), โดยปริฉัตร จันทร์หอม, 2555, คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Charles, et al. (1985, p. 85) แบ่งสัดส่วนของการให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือ ความเข้าใจในการแก้ปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และผลลัพธ์ที่ได้ ซึ่งสามารถวิเคราะห์สัดส่วนและสร้างเป็นเกณฑ์ให้คะแนนได้ดังนี้

## ตารางที่ 2.5

รูปแบบการวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Charles et al.

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไรเลย	0
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไรเลย	0
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	แปลความหมายผิดเป็นส่วนมาก	2
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4

(ต่อ)

## ตารางที่ 2.5 (ต่อ)

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
วิธีการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไรเลย	0
	วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนน้อย	2
	แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนใหญ่	3
	วางแผนเหมาะสมมีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง	4
ผลลัพธ์ที่ได้	ไม่แสดงอะไร	0
	เขียนผิด คำนวนผิด	1
	คำตอบถูกต้อง	2

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่1 (น.129), โดยปริฉัตร จันทร์หอม, 2555, คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Reys (1992, pp. 124-130) ได้กำหนด Rubric ของการแก้ปัญหาโดยที่ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนนตั้งแต่ 0 - 2 คะแนน ตามรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา
  - 0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย
  - 1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน
  - 2 หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์
2. การวางแผนแก้ปัญหา
  - 0 หมายถึง ไม่พยายาม หรือ วางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด
  - 1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน
  - 2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด
3. คำตอบ
  - 0 หมายถึง ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม
  - 1 หมายถึง คัดลอกผิด คำนวนผิด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ
  - 2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูกต้อง



นุตริยา จิตตารมย์ (2548, น. 77-78) เสนอแนวทางในการตรวจให้คะแนนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์ 2 แบบ คือ แบบที่ 1 สำหรับนักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้กลวิธีอื่น ๆ ที่ไม่ใช้การแก้สมการ และแบบที่ 2 สำหรับนักเรียนที่ใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ แบบทดสอบมีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยแต่ละข้อจะประกอบด้วย 3 ส่วน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

#### แบบที่ 1

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในขั้นตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งจะมีวิธีการในการหาคำตอบได้หลายวิธี มีคะแนนเต็ม 6 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 3 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วนไม่ว่าจะทำวิธีใดก็ตาม

ให้ 6 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องครบถ้วนอย่างน้อย 1 วิธี หรืออาจจะทำวิธีอื่นและทำได้ถูกต้อง

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

#### แบบที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ เป็นดังนี้

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนเป็นดังนี้

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในขั้นตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ มีคะแนนเต็ม 6 คะแนน

ให้ 1 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสร้างสมการหรือประโยคที่เขียนแสดงความเท่ากันได้

ให้ 3 คะแนน ถ้าแสดงวิธีการแก้สมการถูกต้องบางส่วน

ให้ 6 คะแนน ถ้าแสดงวิธีการแก้สมการถูกต้องครบถ้วน

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 58) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่า การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พิจารณาได้จากรายการประเมิน 4 องค์ประกอบ คือ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบ ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินแบบวิเคราะห์ที่แบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 นอกจากนี้ครูอาจกำหนดน้ำหนักคะแนนของแต่ละปัญหาให้แตกต่างกันตามน้ำหนักของเนื้อหาหรือความเหมาะสมได้ ดังตารางต่อไปนี้

## ตารางที่ 2.6

ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
1. ความเข้าใจปัญหา	3	ดี	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1	ปรับปรุง	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง

(ต่อ)

## ตารางที่ 2.6 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	1	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1	ปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์ (น. 58), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

จากการศึกษาการวัดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้นผู้วิจัยได้สรุปและได้ทำการพัฒนารายละเอียดประเด็นที่จะศึกษาในงานวิจัยเกี่ยวกับเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2.8

## ตารางที่ 2.7

## เกณฑ์การให้คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	2	ดี	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ปัญหากำหนดอะไรให้มาบ้างและต้องการหาอะไร
	1	พอใช้	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
	0	ปรับปรุง	ไม่สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร

(ต่อ)

ตารางที่ 2.7 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
2. วางแผน แก้ปัญหา	2	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบ ที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยค คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. ดำเนินการ แก้ปัญหา	2	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
	1	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องเป็น บางครั้ง
	0	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่อย่างถูกต้อง
4. ตรวจสอบ	2	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

## 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้วิจัยศึกษาค้นคว้าทั้งภายในประเทศและต่างประเทศ ดังนี้

### 2.3.1 งานวิจัยในประเทศ

มณีรัตน์ พันธูตา (2556, น. 48-49) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบ SSCS ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ POLYA โดยใช้แบบทดสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า 1) นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉลี่ยเท่ากับ 36.37 คิดเป็นร้อยละ 72.74 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 33 คน คิดเป็นร้อยละ 71.74 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์เฉลี่ยเท่ากับ 22.20

คิดเป็นร้อยละ 73.99 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 35 คนคิดเป็นร้อยละ 76.09 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้

โคจิวัจน์ เสริฐศรี (2553, น. 45-46) ได้ทำการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษา พบว่า กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การค้นหาความสัมพันธ์ 2) ขั้นตอนการใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ 3) ขั้นตอนการสร้างข้อสรุป 4) ขั้นตอนตรวจสอบและยืนยันข้อสรุป ผลการทดลองใช้ มีดังนี้ 1. ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ หลังการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียน 2. ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตหลังเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม 3. ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ มีพัฒนาการสูงขึ้น

สุกัญญา หะยีสานและ (2554, น. 82-84) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผลที่ได้ 1) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิด เชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มากกว่า ร้อยละ 50 ของจำนวน นักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 05 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิด เชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ 3) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ นักเรียนที่มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ มีจำนวนมากขึ้น โดยด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ นักเรียนสามารถเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับ ได้อย่างหลากหลาย และสามารถหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้อง ตลอดจนสามารถใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณได้ ในขณะที่ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย นักเรียนสามารถเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายโดยใช้ทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วย

ในการหาคำตอบ แสดงร่องรอยการคิดเขียนโดยใช้เส้นเชื่อมจำนวนที่สัมพันธ์กัน ใช้ลูกศรหรือแผนภาพเปรียบเทียบจำนวนที่กำหนด และใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ สำหรับด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ นักเรียนสามารถใช้สมบัติสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่และสมบัติพื้นฐานอื่น ๆ ช่วยในการหาคำตอบทำให้ลดขั้นตอนในการคิดคำนวณ

นิตยา ละดาตาศ (2560, น. 73-74) ได้ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนบ้านปลาซา อำเภอนาเชือก จังหวัดมหาสารคาม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายมีการคิดเชิงสัมพันธ์ที่ระดับ 0 และจากผลการสัมภาษณ์การคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนมุ่งเน้นการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์โดยใช้การคำนวณ เน้นการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอน และมองภาพรวมของประโยคสัญลักษณ์ จากการสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญ พบว่า การพัฒนาควรเริ่มต้นจากความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเครื่องหมายเท่ากับ โดยการพัฒนาผ่านกระบวนการเรียนการสอนประโยคสัญลักษณ์ อีกทั้งนักเรียนควรได้รับการพัฒนาการคิดเชิงสัมพันธ์ตั้งแต่วัยประถมศึกษาเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนพีชคณิตในระดับสูงขึ้น

ทิวานนท์ สุขพอม (2555, น. 55-58) ได้พัฒนาทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ผลของการวิจัยพบว่า โดยภาพรวมก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่สร้างข้อสรุปโดยใช้ การคำนวณ และหลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ เมื่อวิเคราะห์เป็นรายบุคคลพบว่า หลังเรียนนักเรียนทุกคนมีระดับทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น จากก่อนเรียน และเมื่อพิจารณาเป็นรายชั้นพบว่า ก่อนเรียนทั้งสามชั้นมีทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ แตกต่างกันเล็กน้อย โดยนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีพื้นฐานของการคิดเชิงความสัมพันธ์ สูงกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ 5 แต่หลังเรียนพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ 5 พัฒนาระดับทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ใกล้เคียงกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แสดงว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นสามารถใช้ได้ กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย

ชลธิชา เครื่องน้ำคำ (2560, น. 51-53) ได้ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลของการวิจัยพบว่า ผลการวิจัยสรุปได้ว่า (1) ผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยาเรื่องการประยุกต์ใช้ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า คะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือเรื่องจำนวน รองลงมาคือเรื่องพื้นที่ และเรื่องอัตราส่วน ตามลำดับจากคะแนนเต็ม 12 คะแนนและเมื่อพิจารณาแต่ละขั้นการแก้ปัญหาของโพลยาพบว่าขั้นที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดคือขั้นที่ 4 ตรวจสอบ รองลงมาคือขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ตามลำดับจากคะแนนเต็ม 3 คะแนนและสำหรับการให้

เหตุผลทางคณิตศาสตร์แยกออกเป็นแต่ละด้านคือการทำให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยพบว่าคะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือการทำให้เหตุผลทางด้าน ร่องมาคือการทำให้เหตุผลทางด้านนิรนัยตามลำดับจากคะแนนเต็ม 15 คะแนน (2) ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์ใช้ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับรวมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ( $r = 9.56$ ) มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอยู่ในระดับสูงและมีความสัมพันธ์กันในเชิงบวกหรือทิศเดียวกัน

### 2.3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Carpenter, Levi, Franke, and Zeringue (2005, pp. 33-37) ศึกษาแนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนมาแล้ว 8 ปีในรายงานวิจัยครั้งนี้พวกเขา รายงานผลการสนับสนุนส่งเสริมแนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ที่ทำกับนักเรียนโดยแสดงบทสนทนาระหว่างครูที่ได้รับการอบรมเรื่องการสอนให้คิดเชิงสัมพันธ์มาแล้วกับนักเรียนเกรด 3 จำนวนสองคนโดยเน้นไปที่สมบัติการแจกแจงสองตัวอย่าง ตัวอย่างแรกอธิบายประกอบถึงวิธีที่ครูต่อยอดความคิดของนักเรียนตามลำดับของประโยคจำนวนเพื่อช่วยนักเรียนในการเริ่มต้นโยงความสัมพันธ์เกี่ยวกับข้อเท็จจริงของจำนวนในเรื่องการคูณโดยใช้สมบัติการแจกแจงตัวอย่างที่สองแสดงให้เห็นนักเรียนอีกคนหนึ่งที่มีความสามารถในการใช้สมบัติการแจกแจงและการขยายความรู้ของเขางานวิจัยนี้ชี้ให้เห็นว่าครูสามารถพัฒนาแนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนได้โดยการใช้ลักษณะคำถามและลำดับของปัญหาที่ใช้ถามอย่างเหมาะสม

Stephens (2006, pp. 122-125) ศึกษาแนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์กับกลุ่มตัวอย่างเกรด 5-7 จากสองโรงเรียนในประเทศออสเตรเลียจำนวน 301 คนโดยให้นักเรียนตอบแบบสอบถามซึ่งเป็นประโยคเปิดของจำนวน (Open or Missing Number Sentences) ในสามลักษณะที่แตกต่างกัน ลักษณะของประโยคเปิดในกลุ่มแรกจะง่ายต่อการแก้ปัญหาด้วยการคิดคำนวณ (Computational Thinking) ลักษณะของประโยคเปิดในกลุ่มที่สามจะคิดคำนวณยากขึ้นแต่จะง่ายหากนักเรียนแก้ปัญหาด้วยการใช้แนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ผลปรากฏว่านักเรียนส่วนใหญ่หาคำตอบโดยการคิดคำนวณและมีนักเรียนจำนวนน้อยที่ใช้แนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ผลอีกประการหนึ่งคือจำนวนของนักเรียนที่ใช้แนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ในเกรด 7 มีจำนวนมากกว่าในเกรด 6 และเกรด 5 ตามลำดับจากการศึกษาครั้งนี้ Stephens ได้วิเคราะห์ความสม่ำเสมอในการคิดโดยจำแนกนักเรียนออกเป็นสามประเภทได้แก่ประเภทที่ใช้แนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ตลอดทั้งสามลักษณะของคำถาม (SR-Stable Relational) ประเภทที่คิดคำนวณตลอดทั้งสามลักษณะของคำถาม (SA-Stable Arithmetical) และประเภทที่ไม่ได้ใช้การคิดแบบใดแบบหนึ่งเพียงแบบเดียว (NS-Not Stable) ผลในส่วนนี้พบว่าการสอนคณิตศาสตร์ของครูที่แตกต่างกันในโรงเรียนทั้งสองโรงเรียนส่งผลต่อวิธีการเลือกที่จะใช้แนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์หรือใช้การคิดคำนวณของนักเรียน

Hunter (2007, pp. 143-150) ศึกษาแนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์กับกลุ่มตัวอย่างเกรด 5-8 ในนิวซีแลนด์จำนวน 361 คนโดยปรับใช้แบบสอบถามของ Stephens (2006) นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้รับการพัฒนาให้คิดและคำนวณได้อย่างยืดหยุ่นกับครูในโครงการ New Zealand Numeracy Project ดังนั้นจึงเป็นที่คาดเดาว่านักเรียนส่วนใหญ่จะใช้แนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ได้ดี แต่ผลการวิเคราะห์ข้อมูลไม่เป็นเช่นนั้นโดยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ (46%) ใช้การคิดคำนวณอย่างเดียว 28% ใช้แนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์อย่างเดียวและอีก 26% ใช้การคิดทั้งสองแบบหรือแบบผสมผสานกัน Hunter รายงานว่าความผิดพลาดในการคิดของนักเรียนส่วนหนึ่งว่ามาจากการเข้าใจความหมายของเครื่องหมายเท่ากับอย่างคลาดเคลื่อนโดยยึดติดว่าเครื่องหมายเท่ากับเป็นสัญลักษณ์ของการดำเนินการและต้องใช้การคิดคำนวณหาคำตอบทุกครั้ง

Hunter and Anthony (2008, pp. 78-81) ศึกษาการพัฒนาแนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ในบรรยากาศด้วยคำถามกับกลุ่มตัวอย่าง 25 คนเป็นนักเรียนอายุ 9-11 ปีในโรงเรียนประถมศึกษา ประเทศนิวซีแลนด์งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองโดยจัดการเรียนการสอนเน้นกลวิธีแนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์เก็บข้อมูลโดยการสัมภาษณ์ก่อนและหลังเรียนใช้เวลาในการทดลองสอน 3 เดือน ผลการวิจัยพบว่าจำนวนนักเรียนที่สามารถให้เหตุผลเชิงพีชคณิตมีจำนวนเพิ่มมากขึ้นก่อนการทดลอง โดยการใช้กลวิธีแนวทางการคิดเชิงสัมพันธ์ร่วมกับการช่วยเหลือจากครูและมีบรรยากาศในห้องเรียน ด้วยคำถามทุกคนมีส่วนร่วมในการฟังการคิดและการโต้แย้งด้วยเหตุผล

Carpenter, et al. (2005, pp. 53-59) ได้ศึกษาโดยใช้ระเบียบวิจัยเชิงคุณภาพในเรื่องของการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ซึ่งได้แสดงตัวอย่างการสัมภาษณ์นักเรียนเกรด 3 จำนวนสองคนจากห้องเรียนซึ่งมีการสนับสนุนให้นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์ในการสัมภาษณ์นักเรียนทั้งสองคนนี้คณะผู้วิจัยได้มุ่งเน้นไปในเรื่องของสมบัติการแจกแจงโดยตัวอย่างแรกได้แสดงให้เห็นว่าครูมีการเตรียมลำดับของโครงสร้างประโยคจำนวนอย่างไรจึงสามารถที่จะช่วยให้นักเรียนเริ่มเห็นความสัมพันธ์ของข้อเท็จจริงเกี่ยวกับจำนวนในเรื่องการคูณและใช้สมบัติการแจกแจงและตัวอย่างที่สองได้แสดงให้เห็นว่านักเรียนอีกคนหนึ่งซึ่งมีความเข้าใจในการใช้สมบัติการแจกแจงแล้วจะใช้สมบัติดังกล่าวอย่างไรเพื่อให้สามารถขยายความรู้ของตนเองผลจากการศึกษาพบว่านักเรียนมีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์เมื่อครูมีการนำเสนอลำดับของโครงสร้างประโยคจำนวนอย่างเหมาะสมนักเรียนสามารถที่จะเรียนรู้ที่จะใช้สมบัติการแจกแจงได้และถ้านักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจงก็จะใช้ความรู้ดังกล่าวช่วยในการหาเหตุผลของประโยคจำนวนที่กำหนด

Jacobs, et al. (2007, pp. 93-95) ได้ศึกษาการพัฒนาครูประจำการโดยมุ่งเน้นที่การให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนในโรงเรียนประถมศึกษาโดยโครงการวิจัยดังกล่าวได้ศึกษากับโรงเรียนในเมืองรวม 19 โรงเรียนครูจำนวน 180 คนและนักเรียนจำนวนทั้งสิ้น 3,735 คนจากเขตการศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำในเขตแคลิฟอร์เนียโดยอบรมครูที่มีส่วนร่วมในโครงการวิจัยซึ่งสอน



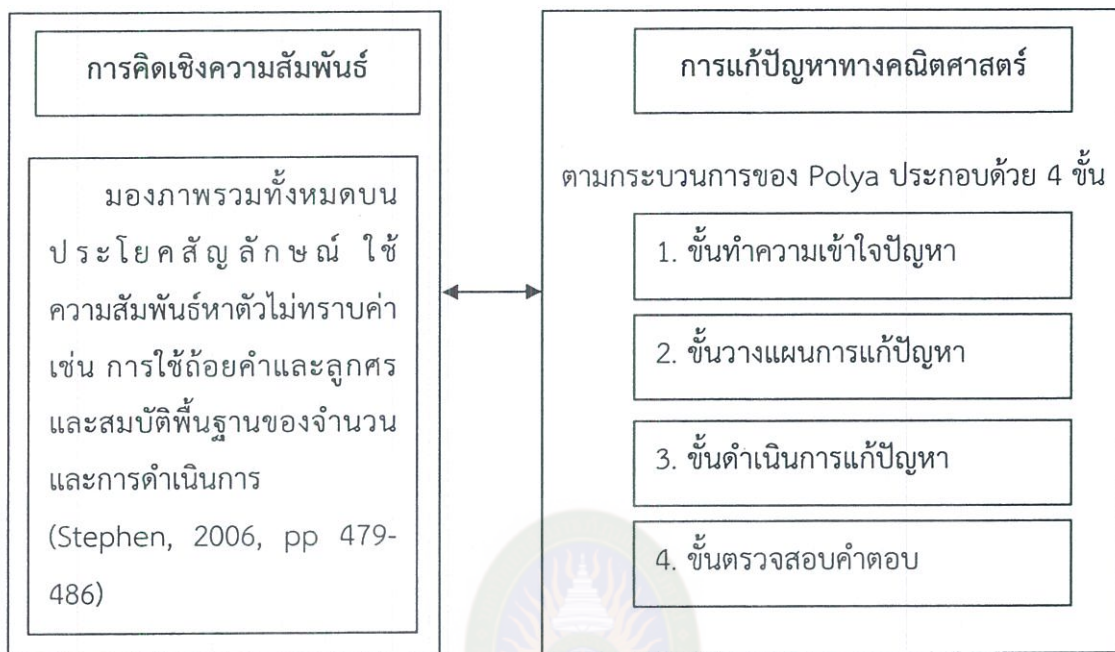
อยู่ในเกรด 1-5 ให้เข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตซึ่งเป็นลักษณะทั่วไปของเลขคณิตและศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ถูกสอนโดยครูที่มีส่วนร่วมโครงการวิจัยถูกทำให้เกิดวิธีการที่แตกต่างกันอย่างมาของนักเรียนรวมถึงวิธีการที่สะท้อนให้เห็นถึงการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์มากกว่าครูที่ไม่มีส่วนร่วมในโครงการวิจัยสำหรับนักเรียนที่ถูกสอนโดยครูที่มีส่วนร่วมในโครงการวิจัยแสดงให้เห็นอย่างมีนัยสำคัญว่ามีความเข้าใจเกี่ยวกับเครื่องหมายเท่ากับและมีการใช้วิธีการที่สะท้อนให้เห็นถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ระหว่างการสัมภาษณ์มากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยครูที่ไม่ได้มีส่วนร่วมในโครงการ

Lei Bao (2013, pp. 112-115) ได้ทำการศึกษาการใช้รูปแบบดัดแปลงของการศึกษาบทเรียนเพื่อพัฒนานักเรียนการคิดเชิงสัมพันธ์ในชั้นปี 4, 5 และ 6 พบว่าการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนในการแก้ประโยคจำนวนเปิดมีประสิทธิผลสำหรับทั้งครูและนักเรียน มันให้ออกาสอย่างชัดเจนสำหรับครูในการค้นพบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับเครื่องหมายที่เท่ากันและพวกเขาจำเป็นต้องให้ความสนใจกับประโยคโดยรวม จากการศึกษาบทเรียนนักเรียนเกือบทุกคน ภายใต้กลวิธีการคิดเชิงสัมพันธ์และความเข้าใจผิดของเด็กที่ต้องได้รับการแก้ไขโดยตรง

Kindrat (2018, pp. 154-156) ได้ศึกษาการเสริมสร้างการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่เจ็ดผ่านคณิตศาสตร์จิต พบว่า 1 นักเรียนได้รับการประเมินที่จุดสามครั้งเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาความเท่ากันและให้เหตุผลเกี่ยวกับประโยคจำนวนจริงเท็จ การศึกษา 2 ตรวจสอบผลกระทบระยะยาวและรวมถึงการวัดการคำนวณทางจิตของนักเรียน การศึกษา 3 ตรวจสอบว่าผลกระทบต่อการคิดเชิงสัมพันธ์ของการแทรกแซงคณิตศาสตร์จิตสามารถเพิ่มได้มากกว่าที่สังเกตในการศึกษาที่ 1 และ 2 โดยรวมแล้วหมายถึงคณิตศาสตร์จิตความเท่ากันและการใช้เหตุผลเกี่ยวกับคะแนนประโยคที่เป็นเท็จจำนวนมากขึ้นตามการแทรกแซงแนะนำการเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างการคำนวณทางจิตและการคิดเชิงสัมพันธ์ การลดภาระการรับรู้ระหว่างการคำนวณทางจิตไม่ได้มีผลต่อการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนในการศึกษา 3

จากการศึกษางานวิจัยพบว่า ยังไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นข้อสนเทศให้นักการศึกษาทั่วไปตระหนักถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนกับการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ อันจะเป็นแนวทางในการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับเด็กแต่ละคน อีกทั้งจะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

## 2.4 กรอบแนวคิดของการวิจัย



ภาพที่ 2.1 กรอบแนวคิดการวิจัย

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือวิจัย
3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

#### 3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### 3.1.1 ประชากร

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 550 คน

##### 3.1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ทั้งหมดจำนวน 122 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิ ตามสัดส่วน (Proportional Stratified Sampling) ชั้นภูมิ คือ ห้องเรียนทั้งหมดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากนั้นทำการสุ่มสมาชิกจากทั้ง 12 ห้องเรียน ตามสัดส่วน

##### 3.1.2.1 วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยอาศัยหลักความน่าจะเป็น (Probability Sampling) จะอธิบายเป็นขั้นตอนดังนี้

## 1) กำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจากทราบประชากรทั้งหมด ผู้วิจัยได้ทำการคำนวณขนาดของกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เกณฑ์ หรือการประมาณประชากรจากสูตรของยามาเน Yamané (1973, p. 725) ดังนี้

$$n = \frac{N}{1 + Ne^2} \quad (3-1)$$

โดยที่ n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

N แทน จำนวนประชากร (550)

e แทน ความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ (0.08)

แทนค่าในสูตร

$$\begin{aligned} n &= \frac{550}{1 + (550)(0.08)^2} \\ &= 121.68 \end{aligned} \quad (3-2)$$

จากการคำนวณได้ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง 122 คน

## 2) แบ่งประชากรที่ศึกษาออกเป็นกลุ่ม

เนื่องจากประชากรนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ประกอบไปด้วยกลุ่มย่อย (12 ห้องเรียน) ที่มีลักษณะแตกต่างกัน แต่ภายในกลุ่มย่อย (ภายในห้องเรียน) มีสมาชิกที่มีลักษณะคล้ายกัน ผู้วิจัยเลือกวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิตามสัดส่วน (Proportional Stratified Random Sampling) ที่ประชากรในกลุ่มย่อยใกล้เคียงกัน ดังนั้นจึงเลือกกลุ่มตัวอย่างตามสัดส่วนในร้อยละที่เท่ากัน

## 3) เลือกตัวแทนของประชากร

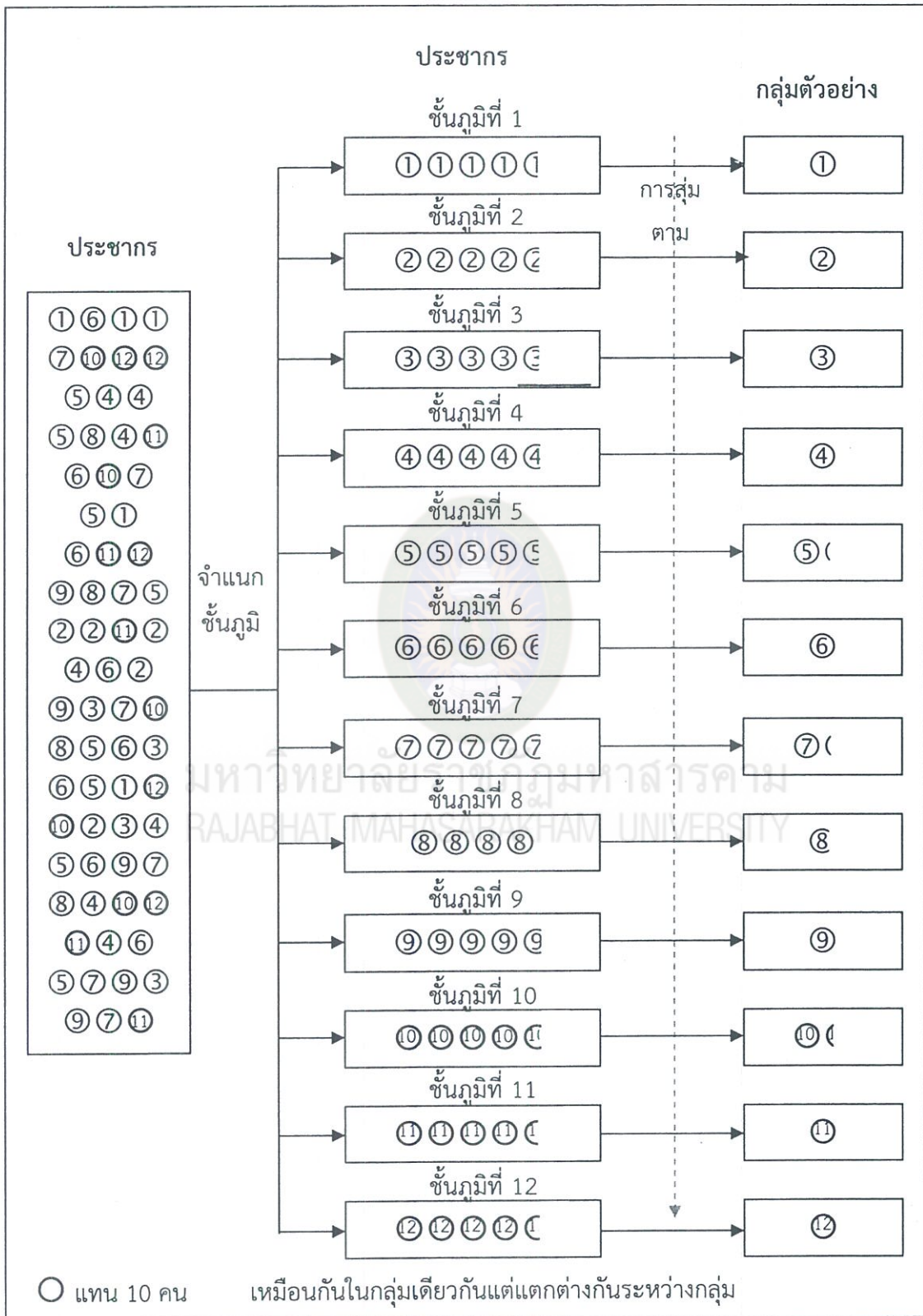
วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งชั้นภูมิตามสัดส่วน (Proportional Stratified Random Sampling) ผู้วิจัยได้ทำการคิดสัดส่วนร้อยละของกลุ่มตัวอย่าง เท่ากับ  $\frac{122}{550} = 22.22\%$  นั่นคือ ผู้วิจัยต้องการกลุ่มตัวอย่างร้อยละ 22.22 จากประชากรทั้งหมด จึงสุ่มตัวอย่างร้อยละ 22.22 จากแต่ละห้อง จะได้สัดส่วนของกลุ่มตัวอย่าง ดังแสดงในตารางที่ 3.1

## ตารางที่ 3.1

จำนวนกลุ่มตัวอย่างของนักเรียนในแต่ละห้อง

ชั้น	จำนวนนักเรียน (คน)	ขนาดของกลุ่มตัวอย่างในแต่ละห้อง (คน)
ม.3/1	46	10
ม.3/2	46	10
ม.3/3	46	10
ม.3/4	47	10
ม.3/5	48	11
ม.3/6	47	10
ม.3/7	48	11
ม.3/8	40	9
ม.3/9	46	10
ม.3/10	48	11
ม.3/11	43	10
ม.3/12	45	10
รวม	550	122

จากตารางที่ 3.1 พบว่า นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียน จำนวน 12 ห้องเรียน ได้แก่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1, 3/2, 3/3, 3/4, 3/5, 3/6, 3/7, 3/8, 3/9, 3/10, 3/11 และ 3/12 จำนวน 10, 10, 10, 10, 11, 10, 11, 9, 10, 11, 10 และ 10 คน ตามลำดับ รวมทั้งสิ้น 122 คน จากนั้นจับสลากเลือกสมาชิกในแต่ละห้องจนครบตามขนาดของกลุ่มตัวอย่างในแต่ละห้อง ดังแสดงแผนภาพที่ 3.1



ภาพที่ 3.1 วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการสุ่มแบบแบ่งชั้นภูมิตามสัดส่วน (Proportional Stratified Random Sampling)

### 3.2 เครื่องมือวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัยมี 3 ประเภท ดังนี้

#### 3.2.1 แบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์

แบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นโจทย์สถานการณ์ปัญหาเรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แบบอัตนัยเขียนแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ

#### 3.2.2 แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นโจทย์สถานการณ์ปัญหา เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แบบอัตนัยเขียนแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ

#### 3.2.3 แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง

แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างประกอบด้วย 4 ประเด็น ดังนี้

3.2.3.1 นักเรียนทราบหรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาอะไร

3.2.3.2 นักเรียนสามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

3.2.3.3 นักเรียนมีวิธีหาคำตอบหรือไม่ อย่างไร

3.2.3.4 นักเรียนมีการตรวจคำตอบหรือไม่ มีการตรวจอย่างไร (ถ้ามี)

### 3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

#### 3.3.1 แบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์

ในการสร้างเครื่องมือและการหาคุณภาพเครื่องมือที่นำมาใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยได้พัฒนาเครื่องมือและดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

3.3.1.1 ศึกษาธรรมชาติการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ และศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับบทความรายงานการวิจัย และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.3.1.2 ศึกษาเอกสาร ตำรา ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้าง แบบทดสอบ และการคิดเชิงความสัมพันธ์

3.3.1.3 ศึกษาหลักเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบจากหนังสือคู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 30)

3.3.1.4 ดำเนินการสร้างแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ ให้สอดคล้องกับหัวข้อ แบบ ทัศน์ จำนวน 6 ข้อ โดยปรับให้เหมาะสมกับบริบทของกลุ่มตัวอย่าง แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม โดยมีข้อเสนอแนะดังนี้ เครื่องมือต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัยครบถ้วนทุกข้อ มีความถูกต้อง เหมาะสม และมีความชัดเจนของข้อความและภาษาที่ใช้ในการเขียน

3.3.1.5 นำแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่ผ่านการตรวจสอบ และปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้อง เหมาะสม ความชัดเจนของข้อความและภาษาที่ใช้ในการเขียน โดยรายนามผู้เชี่ยวชาญ มีดังนี้

1) ผศ.ดร.ทัศนศิริรินทร์ สว่างบุญ ค.ต. (การวัดและประเมินผลการศึกษา) อาจารย์ภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล

2) ผศ. ว่าที่ ร.ต.ดร.อรรณู ชูกระเดื่อง กศ.ต. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา) คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล

3) คุณครูพัฒนาพร เขจรนิตย์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา ภาษาการวิจัย

โดยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้ ในการออกข้อสอบของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ สามารถออกได้ตามความต้องการและต้องที่สอดคล้องกับงานวิจัยของผู้วิจัย

3.3.1.6 นำผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์หาค่าความสอดคล้องของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ (Item-Objective Congruence Index: IOC) (ไพศาล วรคำ, น. 269-270) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ	จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น -1

3.3.1.7 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน มาหาดัชนีความสอดคล้อง (Item - Objective Congruence Index : IOC ) โดยเลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปจึงเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC อยู่ที่ 1.00 ทั้งหมดจำนวน 6 ข้อ

3.3.1.8 นำแบบวัดที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองใช้ (Try - Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง) โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่



การศึกษามัธยมศึกษาเขต 24 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 30 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

3.3.1.9 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $d$ ) (ไพศาล วรคำ, หน้า 298-308) ของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นรายชื่อแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีความยาก ( $p$ ) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก ( $d$ ) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 จึงจะถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าข้อสอบรายข้อมีค่าความยาก ( $p$ ) ตั้งแต่ 0.50-0.72 และมีค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.43-0.48

3.3.1.10 นำแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดทั้งฉบับ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) (ไพศาล วรคำ, น. 278-289) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไปจึงถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.96

3.3.1.11 คัดเลือกข้อคำถามแบบทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์ จำนวน 3 ข้อ แล้วนำมาสร้างแบบทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์ จากนั้นนำแบบทดสอบไปปรึกษากับอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อจัดทำแบบทดสอบ

3.3.1.12 นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้ว ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

### 3.3.2 แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การสร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบเขียนตอบ ชนิดแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.2.1 ผู้วิจัยศึกษาเอกสาร ตำรา ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3.2.2 สร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบจะมีลักษณะของปัญหาเป็นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเนื้อหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 6 ข้อ

3.3.2.3 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อสอบ และความเหมาะสมของข้อสอบ โดยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้ เครื่องมือต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ครบถ้วน

3.3.2.4 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบ และปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้อง เหมาะสม ของข้อความและภาษาที่ใช้ในการเขียน

3.3.2.5 ผู้วิจัยนำผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญที่ได้มาวิเคราะห์ เพื่อหาค่าความสอดคล้อง (Item-Objective Congruence Index: IOC) (ไพศาล วรคำ, น. 269-270) ของแบบทดสอบ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ดังนี้

สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ	จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น -1

3.3.2.6 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน มาหาดัชนี ความสอดคล้อง (Item - Objective Congruence Index : IOC) โดยเลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปจึงเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC อยู่ที่ 1.00 ทั้งหมดจำนวน 6 ข้อ

3.3.2.7 นำแบบทดสอบที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองใช้ (Try - Out) กับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง) โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่ การศึกษามัธยมศึกษาเขต 24 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 30 คน เพื่อตรวจสอบ ความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

3.3.2.8 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (d) (ไพศาล วรคำ, น. 298-308) ของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นรายข้อแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีความ ยาก (p) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (d) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 จึงจะถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ ปรากฏว่าข้อสอบรายข้อมีความยาก (p) ตั้งแต่ 0.51-0.65 และมีค่าอำนาจ จำแนก (r) ตั้งแต่ 0.44-0.48

3.3.2.9 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) (ไพศาล วรคำ, น. 278-289) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไป จึงถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.98

3.3.2.10 คัดเลือกข้อคำถามแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 แล้ว นำมาสร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนำแบบทดสอบไปปรึกษากับอาจารย์ที่ ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อจัดทำแบบทดสอบ

3.3.2.11 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้ว ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

### 3.3.3 แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง

การสร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.3.1 ศึกษาการสร้างแบบสัมภาษณ์ จากหนังสือการวิจัยทางการศึกษาของ ไพศาล วรคำ (2554, น. 260-261)

3.3.3.2 กำหนดประเด็นและข้อความสำหรับการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับหลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งข้อความ ครอบคลุมเนื้อหา จุดมุ่งหมาย และแนวคิดในแต่ละข้อที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา

3.3.3.3 สร้างแบบสัมภาษณ์ที่มีลักษณะแบบกึ่งโครงสร้าง ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อสัมภาษณ์นักเรียน จำนวน 12 คน เพื่อศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3.3.4 นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นเสร็จแล้ว เสนอคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของภาษา และความสอดคล้อง ระหว่างแบบสัมภาษณ์ กับวัตถุประสงค์ของการวิจัยและให้คำแนะนำ โดยกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ มีข้อเสนอแนะให้แก้ไขประเด็นที่สัมภาษณ์บางประเด็น และให้คำแนะนำในการสัมภาษณ์

3.3.3.5 นำแบบสัมภาษณ์ที่ผ่านการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมตรวจสอบอีกครั้งหนึ่งและให้ข้อเสนอแนะ

3.3.3.6 นำข้อเสนอแนะทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์ เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัย

## 3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.4.1 ทำหนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัย ส่งไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ เพื่อขอความอนุเคราะห์และความร่วมมือ ในการเก็บรวบรวมข้อมูลและกำหนดวัดในการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562

3.4.2 ติดต่อประสานงานกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และครูประจำชั้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย บทบาทหน้าที่ของกลุ่มตัวอย่าง ในการทำวิจัยกำหนดวันเวลาที่จะทำการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.4.3 ดำเนินการเก็บข้อมูลการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการทดสอบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 122 คน

(ใช้เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์) แล้วจำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มโดยเกณฑ์แปลความหมายของบุญชม ศรีสะอาด (2545, น. 65) ได้แก่ กลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง กลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง และกลุ่มที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ ดังแสดงในภาพที่ 3.2

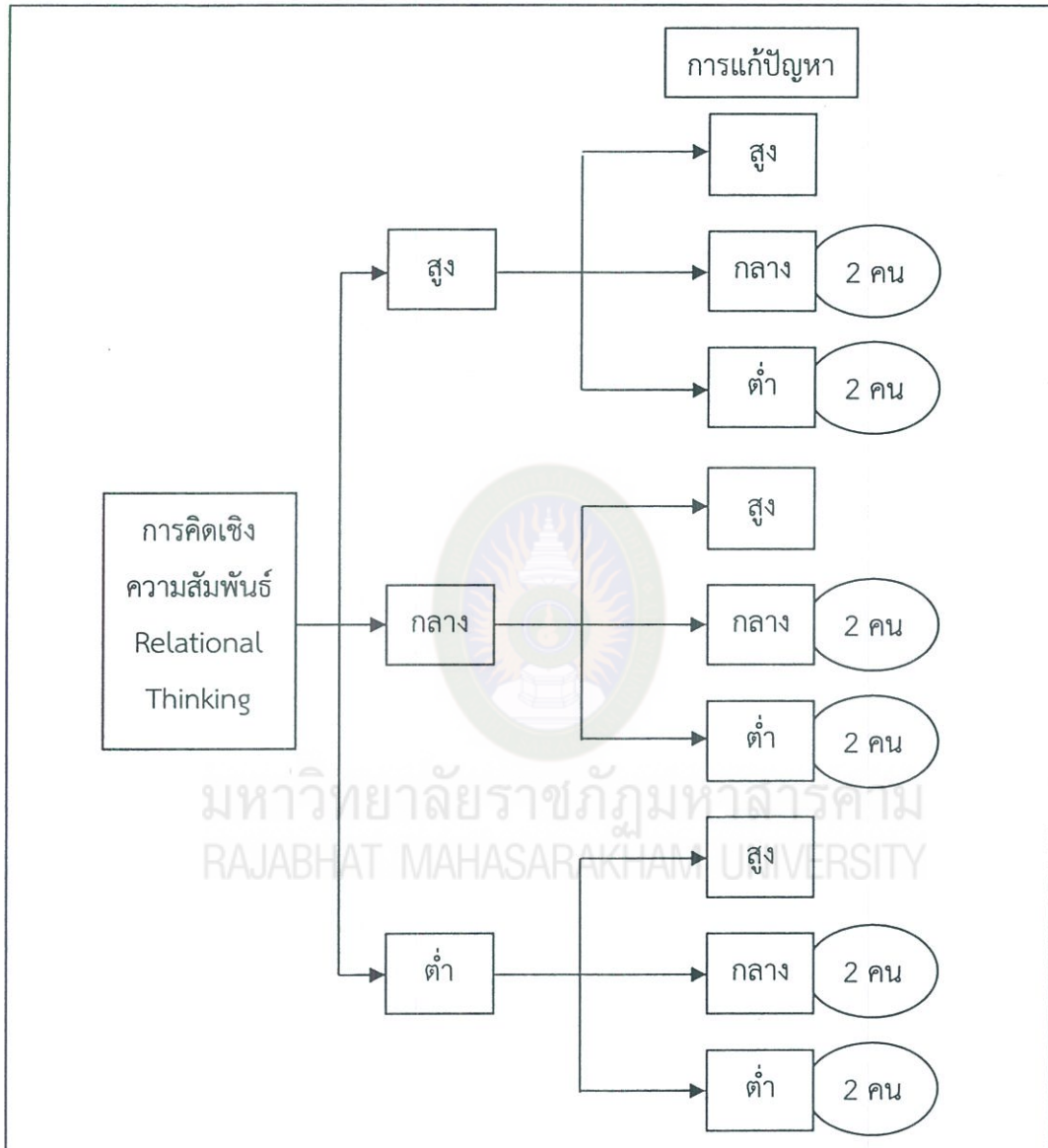


ภาพที่ 3.2 การจำแนกระดับการคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking)

3.4.4 ดำเนินการเก็บข้อมูลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยให้แต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ใช้เกณฑ์ในการให้คะแนนแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์) แล้วทำการจำแนกนักเรียนกลุ่มเดิมออกเป็น 3 กลุ่มรวมทั้งหมด 9 กลุ่ม ดังแสดงในภาพที่ 3.3

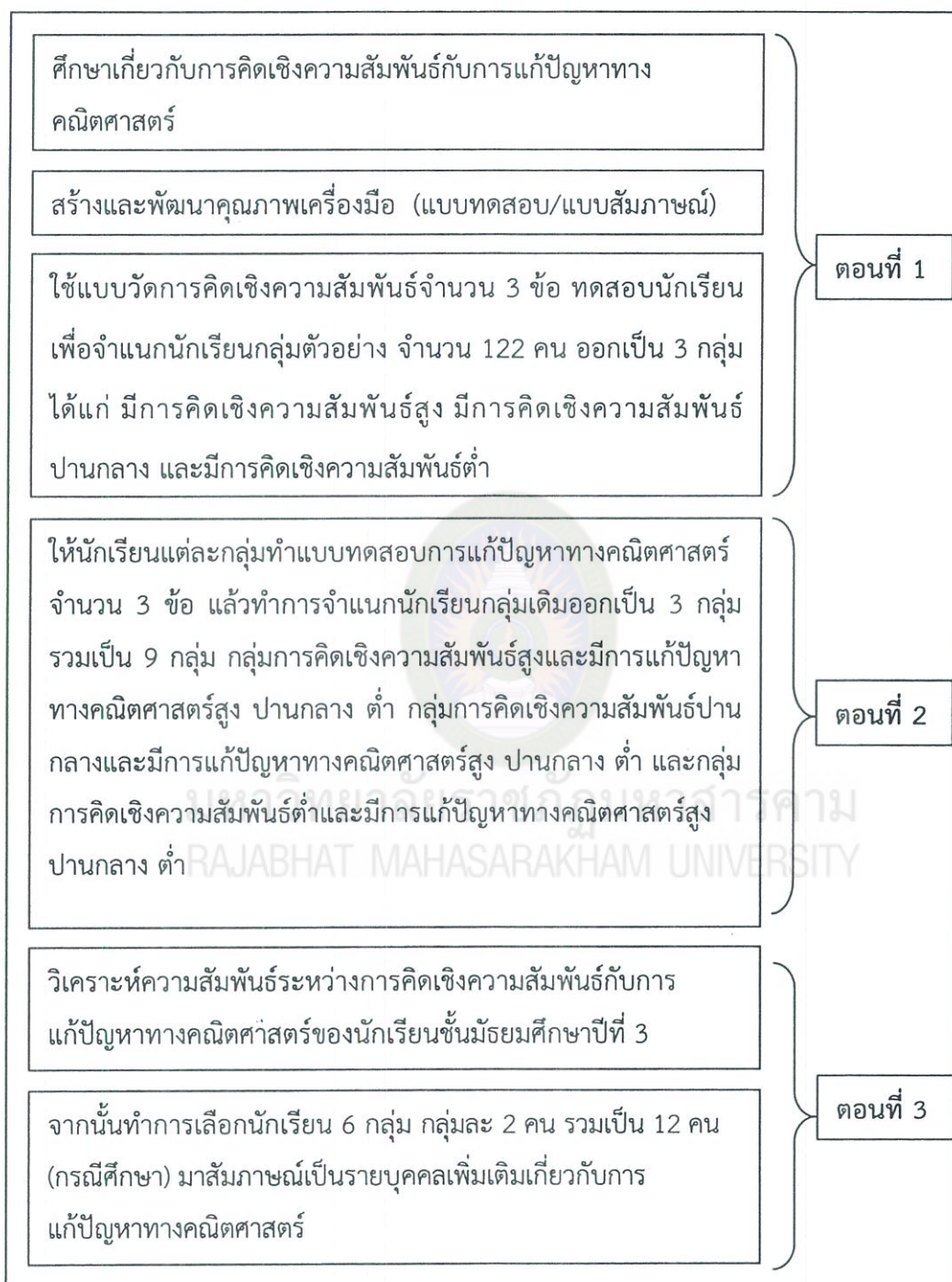
3.4.5 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยหลังจากเก็บคะแนนแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์และจำแนกเป็นกลุ่มสูง ปานกลาง ต่ำ และเก็บคะแนนแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทำการจำแนกเป็นกลุ่มสูง ปานกลาง ต่ำ แล้วจากนั้นจะหาความสัมพันธ์ของการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน (อรัญ ชูยกระเดื่อง, 2559, น. 118) จากนั้นเลือกนักเรียนมาสัมภาษณ์ เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ เลือกจากกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ จำนวนกลุ่มละ 2 คน เลือกจากกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ จำนวนกลุ่มละ 2 คน และกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ

มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงและปานกลาง จำนวนกลุ่มละ 2 คน รวม ทั้งหมด จำนวน 12 คน (กรณีศึกษา) ดังแสดงในภาพที่ 3.3



ภาพที่ 3.3 การเลือกกรณีศึกษาในการสัมภาษณ์

การเก็บรวบรวมข้อมูลสามารถสรุปเป็นขั้นตอน ดังแสดงในภาพที่ 3.3



ภาพที่ 3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูลการเก็บรวบรวมข้อมูล

### 3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของงานวิจัยนี้ นำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล แบ่งออกเป็น 3 ตอน ดังนี้ วิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน วิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ตอนที่ 1 วิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำเสนอด้วยการวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive Analysis)

ในการวิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ ผู้วิจัยได้นำคะแนนจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์มาตรวจเพื่อจำแนกกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยผู้วิจัยได้พัฒนาเกณฑ์ในการให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric Scoring) จากแนวคิดของ Stephens (2006, p. 259) ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ พิจารณาเป็นรายชื่อจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งให้คะแนนดังตารางที่ 3.2

#### ตารางที่ 3.2

เกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์ พิจารณาเป็นรายชื่อ

ระดับคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณ
1	คำตอบถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณ
2	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร แต่ไม่มีการเขียนคำอธิบายหรือใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ
3	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบายเล็กน้อยในการหาคำตอบค่อนข้าง
4	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบาย ใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ในการหาคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Describing and exploring the power of relational thinking* (p. 259), โดย Stephen, 2006.

การพิจารณาเกณฑ์ในการแปลความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ พิจารณาคะแนนโดยภาพรวมจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้งฉบับ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 65) มีเกณฑ์ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ช่วงคะแนน} &= \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนกลุ่ม}} \\ &= \frac{12 - 0}{3} \\ &= 4 \end{aligned}$$

ช่วงคะแนน	กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์
9 – 12 คะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์สูง
5 – 8 คะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง
0 – 4 คะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ

ตอนที่ 2 วิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาเป็นรายข้อ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 58) ดังแสดงในตารางที่ 3.3

### ตารางที่ 3.3

เกณฑ์ในการให้คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาเป็นรายข้อ

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	2	ดี	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้าง และต้องการหาอะไร
	1	พอใช้	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือ ต้องการหาอะไร
	0	ปรับปรุง	ไม่สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือ ต้องการหาอะไร

(ต่อ)



## ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
2. วางแผน แก้ปัญหา	2	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบ ที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยค คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. ดำเนินการ แก้ปัญหา	2	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
	1	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องเป็น บางครั้ง
	0	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้得不อย่างถูกต้อง
4. ตรวจสอบ	2	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดประเมินคณิตศาสตร์ (หน้า 58), โดยสถาบันส่งเสริมการสอน  
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

การพิจารณาเกณฑ์ในการแปลความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาคะแนน  
โดยภาพรวมจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้งฉบับ ผู้วิจัยได้พัฒนามาจาก (บุญชม  
ศรีสะอาด, 2545, หน้า 65) มีเกณฑ์ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \text{ช่วงคะแนน} &= \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนกลุ่ม}} \\
 &= \frac{24 - 0}{3} \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

ช่วงคะแนน	ระดับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
17 – 24 คะแนน	มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง
9 – 16 คะแนน	มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง
0 – 8 คะแนน	มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ

ตอนที่ 3 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเกณฑ์ในการบอกระดับความสัมพันธ์ใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน (อรัญ ชูกระเดื่อง, 2559, น. 118) ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ดังนี้

- 0.90 – 1.00 มีความสัมพันธ์กันอยู่ในระดับสูงมาก
- 0.70 – 0.89 มีความสัมพันธ์กันอยู่ในระดับสูง
- 0.50 – 0.69 มีความสัมพันธ์กันอยู่ในระดับปานกลาง
- 0.30 – 0.49 มีความสัมพันธ์กันอยู่ในระดับต่ำ
- 0.01 – 0.29 มีความสัมพันธ์กันอยู่ในระดับต่ำมาก

จากนั้นเลือกนักเรียน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้สถิติ ดังนี้

#### 3.6.1 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์คะแนนของการวิจัยนี้ มีสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ (อรัญ ชูกระเดื่อง, 2557, น. 79-87) ได้แก่

##### 3.6.1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad (3-3)$$

เมื่อ  $\bar{x}$  แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum x$  แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัว

$n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

### 3.6.1.2 ความถี่และร้อยละ (Percentage) คำนวณจากสูตร ดังนี้

$$P = \frac{f}{n} \times 100 \quad (3-4)$$

เมื่อ P แทน ร้อยละ

f แทน ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ

n แทน ความถี่ทั้งหมด

### 3.6.1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S.D. = \sqrt{\frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}} \quad (3-5)$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum x_i^2$  แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum x_i)^2$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

### 3.6.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์หาคุณภาพเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในการทาวิจัยครั้งนี้คือ แบบทดสอบ ซึ่งมีสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพ ได้แก่ ค่าดัชนี ความสอดคล้อง IOC ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ดังนี้

#### 3.6.2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC

พิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index: IOC) (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263)

โดยแปลระดับความสอดคล้องเป็นคะแนนดังนี้

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1

ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0

ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น -1

และหาดัชนีความสอดคล้องได้จาก

$$IOC = \frac{\sum R}{N} \quad (3-6)$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้

R แทน คะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญประเมินในแต่ละข้อ

N แทน เป็นจำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

3.6.2.2 ค่าความยากของแบบทดสอบอัตนัยหาได้จากสูตรของวิทนีย และซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 299) ดังนี้

$$p = \frac{S_H + S_L - (2nX_{min})}{2n(X_{max} - X_{min})} \quad (3-7)$$

เมื่อ p แทน ดัชนีความยาก

$S_H$  แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง

$S_L$  แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

$X_{max}$  แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น

$X_{min}$  แทน คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

3.6.2.3 การหาค่าอำนาจจำแนกจากแบบทดสอบอัตนัย หาได้จากสูตรของวิทนียและซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 308) ดังนี้

$$D = \frac{S_H - S_L}{n(X_{max} - X_{min})} \quad (3-8)$$

เมื่อ D แทน อำนาจจำแนกของข้อสอบ

$S_H$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มที่สูง

$S_L$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มที่ต่ำ

n แทน จำนวนของนักเรียนกลุ่มที่สูงหรือกลุ่มที่ต่ำ

$X_{max}$  แทน คะแนนที่สูงสุดของข้อนั้น

$X_{min}$  แทน คะแนนที่ต่ำสุดของข้อนั้น

3.6.2.4 หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) แบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (Coefficient) ตามวิธีครอนบาค (Cronbach) (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 282- 283) ดังนี้

$$\alpha = \left[ \frac{k}{k-1} \right] \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right] \quad (3-9)$$

เมื่อ  $\alpha$  แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$k$  แทน จำนวนของข้อสอบ

$S_i^2$  แทน ความแปรปรวนคะแนนข้อที่  $i$

$S_t^2$  แทน ความแปรปรวนคะแนนรวม  $t$

3.6.2.5 สถิติในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ได้แก่ การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation Coefficient) (อรัญ ชูยกระเดื่อง, 2557, น. 75) มีสูตรดังนี้

$$r_{xy} = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(N \sum x^2 - (\sum x)^2)(N \sum y^2 - (\sum y)^2)}} \quad (3-10)$$

เมื่อ  $r_{xy}$  แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$x$  แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$y$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

$N$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

การดำเนินการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัย ตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับชั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ระบุสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษา ดังนี้

- |           |     |                                      |
|-----------|-----|--------------------------------------|
| $n$       | แทน | ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง                 |
| $\bar{x}$ | แทน | คะแนนเฉลี่ย                          |
| S.D.      | แทน | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน                 |
| RH        | แทน | กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง       |
| RM        | แทน | กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง   |
| RL        | แทน | กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ       |
| MH        | แทน | กลุ่มการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง     |
| MM        | แทน | กลุ่มการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง |
| ML        | แทน | กลุ่มการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ     |

## 4.2 ลำดับชั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ตามลำดับชั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

ตอนที่ 1 วิเคราะห์ผลการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 2 วิเคราะห์ผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 3 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และผลการสัมภาษณ์ (กรณีศึกษา) เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

## 4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน วิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 วิเคราะห์ผลการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการวิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ และจำแนกกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

จากการศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 122 คน ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์การคิดเชิงความสัมพันธ์ดังแสดงในตารางที่ 4.1

### ตารางที่ 4.1

ค่าเฉลี่ย ร้อยละของค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน

แบบวัดการคิดเชิง ความสัมพันธ์	คะแนนเต็ม	( $\bar{x}$ )	ร้อยละของ ค่าเฉลี่ย	(S. D.)	แปลผล
ข้อที่ 1	4	3.06	76.64	1.16	
ข้อที่ 2	4	2.15	53.69	1.28	
ข้อที่ 3	4	1.90	47.54	1.31	
รวม	12	7.11	59.29	3.75	ปานกลาง

จากตารางที่ 4.1 พบว่า นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์ ข้อที่ 1 มีค่าเฉลี่ย 3.06 คิดเป็นร้อยละ 76.64 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.16 ข้อที่ 2 มีค่าเฉลี่ย 2.15 คิดเป็นร้อยละ 53.69 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.28 และข้อที่ 3 มีค่าเฉลี่ย 1.90 คิดเป็นร้อยละ 47.54 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.31 โดยรวมนักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีค่าเฉลี่ย 7.11 คิดเป็นร้อยละ 59.29 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.75 มีการคิดเชิงความสัมพันธ์อยู่ในระดับปานกลาง

จากการศึกษาคะแนนของนักเรียนจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 12 คะแนน จำแนกคะแนนของนักเรียนออกเป็นกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 4.2

#### ตารางที่ 4.2

จำนวน ร้อยละของจำนวน ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน

การคิดเชิง ความสัมพันธ์	ช่วงคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละ (%)	( $\bar{X}$ )	(S.D.)
RH	9 – 12	28	22.95	11.36	0.95
RM	5 – 8	59	48.36	7.59	1.98
RL	0 – 4	35	28.69	2.91	1.77
รวม		122	100		

จากตารางที่ 4.2 พบว่า นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีจำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 22.95 ( $\bar{X}$  = 11.36, S.D. = 0.95) นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง มีจำนวน 59 คน คิดเป็นร้อยละ 48.36 ( $\bar{X}$  = 7.59, S.D. = 1.98) และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ มีจำนวน 35 คน คิดเป็นร้อยละ 28.69 ( $\bar{X}$  = 2.91, S.D. = 1.77)

สรุปตอนที่ 1 ผลการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง เมื่อจำแนกกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่า นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีจำนวน 28 คน นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง มีจำนวน 59 คน และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ มีจำนวน 35 คน



ตอนที่ 2 วิเคราะห์ผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการวิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และจำแนกกลุ่มการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

จากการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังแสดงในตารางที่ 4.3

#### ตารางที่ 4.3

ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	คะแนน (3 ข้อ)	การคิดเชิงความสัมพันธ์							
		RH (n=28)		RM (n=59)		RL (n=35)		รวม (n=122)	
		$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	6	5.95	1.12	5.83	0.66	4.63	1.59	5.43	1.22
ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	6	5.04	1.47	4.71	2.01	4.20	2.45	4.13	2.15
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	6	4.50	1.91	2.66	2.30	2.51	1.67	2.34	2.29
ขั้นตรวจสอบคำตอบ	6	4.23	2.06	1.75	2.13	1.83	1.56	1.63	2.26
รวม	24	19.72	10.24	14.95	7.10	13.17	7.27	13.53	7.92
แปลความหมาย			สูง		ปานกลาง		ปานกลาง		ปานกลาง

จากตารางที่ 4.3 พบว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีค่าเฉลี่ย 5.95 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.12 กลุ่มปานกลาง มีค่าเฉลี่ย 5.83 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.66 กลุ่มต่ำ มีค่าเฉลี่ย 4.63 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.59 โดยรวมมีค่าเฉลี่ย 5.43 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.22 ในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีค่าเฉลี่ย 5.04 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.47 กลุ่มปานกลาง มีค่าเฉลี่ย 4.71 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.01 กลุ่มต่ำ มีค่าเฉลี่ย 4.20 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.45 โดยรวมมีค่าเฉลี่ย 4.13 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.15 ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีค่าเฉลี่ย 4.50 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.91 กลุ่มปานกลาง มีค่าเฉลี่ย 2.66 มีส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐาน เท่ากับ 2.30 กลุ่มต่ำ มีค่าเฉลี่ย 2.51 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.67 โดยรวมมีค่าเฉลี่ย 2.34 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.29 ในชั้นตรวจสอบคำตอบ นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีค่าเฉลี่ย 4.23 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.06 กลุ่มปานกลาง มีค่าเฉลี่ย 1.75 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.13 กลุ่มต่ำ มีค่าเฉลี่ย 1.83 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.56 โดยรวมมีค่าเฉลี่ย 1.63 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.26 และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูงอยู่ในระดับสูง ( $\bar{X} = 19.72$ ,  $S.D. = 10.24$ ) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางอยู่ในระดับปานกลาง ( $\bar{X} = 14.95$ ,  $S.D. = 7.10$ ) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำอยู่ในระดับปานกลาง ( $\bar{X} = 13.17$ ,  $S.D. = 7.27$ ) โดยรวมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับปานกลาง ( $\bar{X} = 13.53$ ,  $S.D. = 7.92$ )

จากการศึกษาคะแนนของนักเรียนจากแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 24 คะแนน จำแนกคะแนนของนักเรียนออกเป็นระดับสูง ปานกลาง ต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 4.4

#### ตารางที่ 4.4

จำนวน ร้อยละของจำนวน ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำแนกตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ และระดับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การคิดเชิง ความสัมพันธ์	การแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	ช่วง คะแนน	จำนวน นักเรียน (คน)	(%)	( $\bar{X}$ )	(S.D.)
RH	MH	17 – 24	17	13.93	23.29	0.92
	MM	9 – 16	8	6.56	14.63	0.92
	ML	0 – 8	3	2.46	8.00	0.00
RM	MH	17 – 24	24	19.67	20.50	2.02
	MM	9 – 16	23	18.85	13.65	2.72
	ML	0 – 8	12	9.84	7.00	1.13
RL	MH	17 – 24	4	3.28	17.75	0.96
	MM	9 – 16	16	13.11	13.69	2.21
	ML	0 – 8	15	12.30	5.87	1.25
รวม			122	100		

จากตารางที่ 4.4 พบว่า นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูงและมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง มีจำนวน 17 คน คิดเป็นร้อยละ 13.93 ( $\bar{X}=23.29$ , S.D. = 0.92) มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 6.56 ( $\bar{X}=14.63$ , S.D. = 0.92) และมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีจำนวน 3 คน คิดเป็นร้อยละ 2.46 ( $\bar{X}=8.00$ , S.D. = 0.00) นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางและมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง มีจำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 19.67 ( $\bar{X}=20.50$ , S.D. = 2.02) มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 18.85 ( $\bar{X}=13.65$ , S.D. = 2.72) และมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 9.84 ( $\bar{X}=7.00$ , S.D. = 1.13) และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำและมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง มีจำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 3.28 ( $\bar{X}=17.75$ , S.D. = 0.96) มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 13.11 ( $\bar{X}=13.69$ , S.D. = 2.21) และมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีจำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 12.30 ( $\bar{X}=5.87$ , S.D. = 1.25)

สรุปตอนที่ 2 ผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง เมื่อจำแนกระดับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่า นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูงมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง มีจำนวน 17 คน มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวน 8 คน และมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีจำนวน 3 คน นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง มีจำนวน 24 คน มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวน 23 คน และมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีจำนวน 12 คน และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง มีจำนวน 4 คน มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีจำนวน 16 คน และมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีจำนวน 15 คน

ตอนที่ 3 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และผลการสัมภาษณ์ (กรณีศึกษา) เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1. ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 4.5

## ตารางที่ 4.5

ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

		Pearson Correlation	Sig.	แปลผล
การคิดเชิง ความสัมพันธ์	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	.52**	.000	ปานกลาง
	ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	.56**	.000	ปานกลาง
	ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	.53**	.000	ปานกลาง
	ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	.64**	.000	ปานกลาง
	ขั้นตรวจสอบคำตอบ	.40**	.000	ต่ำ

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 4.5 พบว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .52 มีความสัมพันธ์กับขั้นทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .56 มีความสัมพันธ์กับขั้นวางแผนการแก้ปัญหาในอยู่ระดับปานกลาง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .53 มีความสัมพันธ์กับขั้นดำเนินการแก้ปัญหาในอยู่ระดับปานกลาง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .64 และมีความสัมพันธ์กับขั้นตรวจสอบคำตอบในระดับต่ำ มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .40 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทุกค่า

สรุป ผลความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา พบว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลการสัมภาษณ์ (กรณีศึกษา) เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์แทนนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 12 คน ดังนี้

HM<sub>1</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

HM<sub>2</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

HL<sub>1</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ

HL<sub>2</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูงมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ

MM<sub>1</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

MM<sub>2</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

ML<sub>1</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ

ML<sub>2</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ

LH<sub>1</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง

LH<sub>2</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง

LM<sub>1</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

LM<sub>2</sub> หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ของกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

ซึ่งผู้วิจัยนำเสนอผลการศึกษาดังนี้

#### 2.1 ตัวอย่างหลักฐานการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน

แก้ด้วยวิธี

$$\begin{array}{r} y-x=3 \\ y-x=3y+9 \\ \hline y-x-5=3y+4 \end{array}$$

ลบ

$$\rightarrow 0=3y+x$$

$$y=-2$$

ภาพที่ 4.1 ตัวอย่างหลักฐานการคำนวณของนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง

จากภาพที่ 4.1 เป็นหลักฐานการคำนวณของนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง นักเรียนมีการสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ มีการโยก ลูกศร และเขียนคำอธิบายเล็กน้อย พิจารณาจากสมการแรกนักเรียน ย้าย  $x$  มาฝั่งซ้าย ให้ได้สมการ  $x-y=3$  แล้วย้ายข้างเลข  $-5$  ไปยังฝั่งขวา เพื่อให้ฝั่งซ้ายมี  $y-x$  เหมือนกัน แล้วทำการลบกันเพื่อให้ได้คำตอบ แต่คำตอบยังไม่ครบถ้วน ขาดค่าของ  $x$

$$\begin{array}{l}
 y = x + 3 \\
 y - x - 5 = 3y + 4 \quad \text{ย้ายข้าง} \\
 \hline
 4y - x = -1 \\
 \hline
 4(x+3) - x = -1 \\
 3x + 12 = -1 \\
 x = \frac{-13}{3} \quad y = \frac{-13}{3} + 3
 \end{array}$$

ภาพที่ 4.2 หลักฐานการคำนวณของนักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง

จากภาพที่ 4.2 เป็นหลักฐานการคำนวณของนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง นักเรียนมีการสังเกตและใช้ความสัมพันธ์จำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ มีการโยก ลูกศร และเขียนคำอธิบายเล็กน้อย นักเรียนนำสมการ  $y = x + 3$  มาแทนในสมการที่สอง แต่มีการคำนวณที่ผิดพลาดในเรื่องของเครื่องหมายบวก ลบ จึงทำให้คำตอบนั้นไม่ถูกต้อง

$$\begin{array}{l}
 y = x + 3 \\
 y - x - 5 = 3y + 4 \\
 \hline
 2y \qquad \qquad =
 \end{array}$$

ภาพที่ 4.3 หลักฐานการคำนวณของนักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ

จากภาพที่ 4.3 เป็นหลักฐานการคำนวณของนักเรียนที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ ซึ่งนักเรียนไม่สามารถสังเกตและใช้ความสัมพันธ์จำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับได้และไม่มี การคำนวณจนได้คำตอบ

## 2.2 คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกรณีศึกษาดังแสดงในตารางที่ 4.6

## ตารางที่ 4.6

คะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 12 คน

กลุ่มการคิดเชิง ความสัมพันธ์	นักเรียน กรณีศึกษา	คะแนนการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	แปลความหมาย
สูง	HM <sub>1</sub>	14	ปานกลาง
	HM <sub>2</sub>	16	ปานกลาง
	HL <sub>1</sub>	8	ต่ำ
	HL <sub>2</sub>	8	ต่ำ
ปานกลาง	MM <sub>1</sub>	16	ปานกลาง
	MM <sub>2</sub>	16	ปานกลาง
	ML <sub>1</sub>	8	ต่ำ
	ML <sub>2</sub>	8	ต่ำ
ต่ำ	LH <sub>1</sub>	17	สูง
	LH <sub>2</sub>	18	สูง
	LM <sub>1</sub>	14	ปานกลาง
	LM <sub>2</sub>	16	ปานกลาง

จากตารางที่ 4.6 พบว่า นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปานกลาง และต่ำ ได้แก่ HM<sub>1</sub>, HM<sub>2</sub>, HL<sub>1</sub> และ HL<sub>2</sub> มีคะแนนเป็น 14, 16, 8 และ 8 ตามลำดับ นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปานกลาง และต่ำ ได้แก่ MM<sub>1</sub>, MM<sub>2</sub>, ML<sub>1</sub> และ ML<sub>2</sub> มีคะแนนเป็น 16, 16, 8 และ 8 ตามลำดับ และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูง และปานกลาง ได้แก่ LH<sub>1</sub>, LH<sub>2</sub>, LM<sub>1</sub> และ LM<sub>2</sub> มีคะแนนเป็น 14, 16, 8 และ 8 ตามลำดับ

2.3 ผลการสัมภาษณ์ (กรณีศึกษา) เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีดังนี้

2.3.1 กรณีของ HM<sub>1</sub> ทราบว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาได้ถูกต้อง กำหนดตัวแปรได้ แต่ไม่แน่ใจว่าเขียนสมการถูกหรือไม่ แล้วแก้สมการออกมาเลย ตรวจคำตอบผิดเพราะไม่รอบคอบ

2.3.2 กรณีของ  $HM_2$  นักเรียนเขียนบอกว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาได้ถูกต้อง วางแผนโดยการเขียนระบบสมการแต่มีความผิดพลาดของวงเล็บ ทำให้แก้ระบบสมการออกมาแล้วถูกต้องบางส่วน แล้วส่งผลทำให้การตรวจคำตอบนั้นผิดพลาดด้วย

2.3.3 กรณีของ  $HL_1$  นักเรียนทราบว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาได้ถูกต้อง แต่แก้ระบบสมการไม่ถูก และไม่ตรวจคำตอบเพราะทำไม่ทัน

2.3.4 กรณีของ  $HL_2$  ทราบว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ แต่ไม่ทราบว่าโจทย์ต้องการหาอะไร มีการกำหนดสมการแต่ยังไม่ครบถ้วน แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง เพราะเขียนเครื่องหมายผิด ไม่ตรวจคำตอบเพราะไม่ยอมตรวจ

2.3.5 กรณีของ  $MM_1$  นักเรียนบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาได้ถูกต้อง มีการเขียนตัวแปร และทำการแก้ระบบสมการเลย แล้วเกิดความผิดพลาดที่เครื่องหมายและการถอดวงเล็บมีการตรวจคำตอบ แต่แทนค่าตัวแปรผิด

2.3.6 กรณีของ  $MM_2$  นักเรียนทราบว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาอะไร มีการกำหนดตัวแปร แต่กำหนดสมการที่ผิดพลาด ทำให้แก้ระบบสมการยังไม่ถูกต้องรวมไปถึงทำให้ตรวจคำตอบไม่ถูกต้องด้วย

2.3.7 กรณีของ  $ML_1$  นักเรียนเขียนบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง แต่ไม่เขียนบอกว่าโจทย์ให้หาอะไร มีการเขียนสมการออกมาเท่าที่เข้าใจ ซึ่งไม่ครบถ้วนทำให้แก้ระบบสมการไม่ได้และแทนค่าตัวแปรผิดในขั้นตรวจคำตอบ

2.3.8 กรณีของ  $ML_2$  นักเรียนเขียนบอกเพียงว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และกำหนดตัวแปรและสมการที่ไม่สมบูรณ์ ไม่มีการดำเนินการ และไม่ตรวจคำตอบ

2.3.9 กรณีของ  $LH_1$  รู้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาได้ถูกต้อง เขียนสมการได้ถูกต้อง แต่พอแก้ระบบสมการแล้วเขียนเครื่องหมายผิด และไม่ตรวจคำตอบเพราะคิดว่าไม่สำคัญ

2.3.10 กรณีของ  $LH_2$  นักเรียนเขียนว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาได้ถูกต้อง กำหนดตัวแปรและสมการได้ แต่พอถึงการดำเนินการทำผิดพลาดตรงเครื่องหมายเพราะไม่ตรวจทานให้ดี และตรวจคำตอบนิดเดียวเพราะไม่ยอมทำ

2.3.11 กรณีของ  $LM_1$  รู้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาได้ถูกต้อง กำหนดสมการได้ถูกต้องแต่แก้ระบบสมการผิดพลาดที่เครื่องหมาย และการถอดวงเล็บ ตรวจคำตอบยังไม่ถูกต้อง เพราะแทนค่าตัวแปรผิด

2.3.12 กรณีของ  $LM_2$  นักเรียนทราบว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาอะไร เขียนสมการออกมาได้เกือบถูก ผิดที่เครื่องหมายบวก ลบ ทำให้แก้ระบบสมการออกมาแล้วคำตอบไม่ถูก แล้วไม่ตรวจคำตอบ



สรุป ผลการสัมภาษณ์ (กรณีศึกษา) เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูงและมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ นักเรียนกลุ่มนี้สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และ ต้องการให้หาอะไรแต่เขียนไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ มีการวางแผนทั้งกำหนดตัวแปรได้ กำหนดสมการได้ เมื่อดำเนินการหาคำตอบมีข้อผิดพลาดในการคำนวณ เช่น เครื่องหมาย ถอดวงเล็บ เป็นต้น หลังจากได้คำตอบมาไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ บางคนตรวจคำตอบผิดพลาดและบางคนทำไม่ทันตามเวลาที่กำหนด ส่วนนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางและมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ นักเรียนกลุ่มนี้สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ค่อนข้างดี ทราบว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร บางคนวางแผนแก้ปัญหาและดำเนินการได้ดี และบางคนไม่เหมาะสม มีการคำนวณที่ไม่รอบคอบ เกิดความผิดพลาดในการดำเนินการหาคำตอบในเรื่องเครื่องหมายบวก ลบ จึงทำให้วิธีการและคำตอบที่ได้จึงมีความถูกต้องเพียงบางส่วน และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำและมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงและปานกลาง นักเรียนกลุ่มนี้ทราบที่โจทย์กำหนดอะไรและโจทย์ต้องการให้หาอะไร มีการวางแผนเขียนตัวแปรเขียนสมการได้ และมีความพยายามในการแก้โจทย์ปัญหาแต่ยังขาดความรอบคอบจึงทำให้เกิดข้อผิดพลาดของเครื่องหมายและวงเล็บ ในการตรวจคำตอบมีทั้งแทนค่าผิดและไม่ตรวจคำตอบ

สรุปตอนที่ 3 การคิดเชิงความสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .52 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .01 และจากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนทราบที่โจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาอะไร มีการวางแผนโดยการกำหนดตัวแปรได้ เขียนสมการได้ แต่ยังมีบางคนที่ยังเขียนสมการไม่ครบถ้วน และนักเรียนสามารถแก้ระบบสมการได้ แต่มีผิดพลาดในเรื่องถอดวงเล็บ เครื่องหมายบวก ลบ คูณ หาร และส่วนมากจะมองข้ามขั้นตรวจสอบคำตอบเพราะไม่สำคัญ หรือมีการตรวจคำตอบแต่แทนค่าตัวแปรผิด

## บทที่ 5

### สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การดำเนินการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้สรุปผล อภิปรายผล และให้ข้อเสนอแนะของการวิจัยหลังจากที่ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. สรุป
2. อภิปรายผล
3. ข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุป

ในการทำวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยสรุปผลได้ดังนี้

5.1.1 ผลการศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง

5.1.2 ผลการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง

5.1.3 ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์ในระดับปานกลาง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .52 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .01 และจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนทราบว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้หาอะไร มีการวางแผนโดยการกำหนดตัวแปรได้ เขียนสมการได้ แต่ยังมีบางคนที่ยังเขียนสมการไม่ครบถ้วน และนักเรียนสามารถแก้ระบบสมการได้ แต่มีผิดพลาดในเรื่องถอดวงเล็บ เครื่องหมายบวก ลบ คูณ หหาร และส่วนมากจะมองข้ามขั้นตรวจสอบคำตอบเพราะไม่สำคัญ หรือมีการตรวจคำตอบแต่แทนค่าตัวแปรผิด

## 5.2 อภิปรายผล

ในการทำวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัย อภิปรายผลได้ดังนี้

5.2.1 ผลการศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์โดยรวมอยู่ในกลุ่มปานกลาง ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ มีการโยงลูกศรเพื่อให้เห็นถึงความสัมพันธ์ มีการเขียนถ้อยคำอธิบายการคำนวณ มีการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ แต่ไม่ได้แสดงขั้นตอนหรือวิธีการในการคำนวณตามขั้นตอนเพื่อหาคำตอบ ทั้งนี้เนื้อหาเกี่ยวกับโจทย์ปัญหา การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นเนื้อหาที่นักเรียนคุ้นเคย แต่อยู่ในรูปแบบที่ซับซ้อนและนักเรียนต้องวิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งนักเรียนโดยภาพรวมจะมองความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์ได้ แต่นักเรียนบางส่วนไม่สามารถสังเกตและใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์มาดำเนินการในการคำตอบได้ มีการดำเนินการที่ผิดพลาดในเรื่องของเครื่องหมายบวก ลบ จึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ โสจิวัจน์ เสริฐศรี (2553, น. 149) ที่พบว่า การให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์นั้นไม่ใช่เรื่องง่าย เพราะนักเรียนมุ่งเน้นในการคิดคำนวณเป็นขั้นตอนเพื่อหาคำตอบจึงไม่ได้สนใจในการสังเกตความสัมพันธ์ เพื่อมาช่วยหาคำตอบโดยหลีกเลี่ยงการคิดคำนวณที่เป็นขั้นตอน ซึ่งจะมองเห็นแนวทางในการหาคำตอบได้ง่ายขึ้น และสอดคล้องกับ Stephens and Inprasitha (2007, pp. 319-326) ว่านักเรียนของไทยมีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ค่อนข้างน้อยเมื่อเทียบกับนักเรียนในระดับชั้นเดียวกันของจีนและออสเตรเลียทั้งนี้ Stephens ระบุว่าสาเหตุมาจากตำราเรียนของไทย เน้นทักษะการคำนวณเป็นส่วนใหญ่ รวมทั้งแบบฝึกหัดส่วนใหญ่จะเน้นคำถามที่มีคำตอบเดียว ครูผู้สอนใช้คำถามแบบเปิดในกระบวนการเรียนการสอนน้อยมาก อีกทั้งการจัดการเรียนรู้เน้นเฉพาะความรู้ในตำราเรียนเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุภัก หาญพิทักษ์วงศ์ (2553, น. 125) ที่พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการมองประโยคสัญลักษณ์ ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนในการหาตัวไม่ทราบค่า มีเพียงนักเรียน 1 ใน 3 ของนักเรียนที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการวิจัยเท่านั้นที่มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Hunter (2007, pp. 421-429) ที่ได้ศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์ในการหาตัวไม่ทราบค่าในประโยคเปิดจำนวนของนักเรียนระดับประถมศึกษาถึงระดับมัธยมศึกษาพบว่า นักเรียนที่ใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์คิดเป็นร้อยละ 28 ของนักเรียนทั้งหมดและสอดคล้องกับงานวิจัยของ วิษณุ นภาพันธ์ (2551, น. 7)

ที่พบว่า นักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 มีการคิดเชิงความสัมพันธ์มากกว่านักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 4 อย่างเห็นได้ชัดและเมื่อพิจารณาระหว่างสังกัด พบว่า นักเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสามารถใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์เกือบ 1 ใน 2 ของนักเรียนในสังกัดเดียวกัน จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่านักเรียนมีลักษณะการคิดเชิงความสัมพันธ์ในสัดส่วนที่น้อย ดังนั้นควรสนับสนุนจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้มีการสอดแทรกการคิดเชิงความสัมพันธ์ เพราะการคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นตัวพื้นฐานทางพีชคณิตในระดับสูงขึ้นไป และช่วยส่งเสริมพัฒนาการในการแก้ปัญหาของนักเรียน ควรให้มีการสอนเลขคณิตที่เอื้อต่อการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ซึ่งประโยชน์จํานวนเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมในการพัฒนาให้นักเรียนสามารถคิดเชิงความสัมพันธ์ได้ (Molina, et al. 2009)

5.2.2 ผลการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับปานกลาง ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนส่วนใหญ่มีพื้นฐานความรู้และประสบการณ์เดิม สามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ค่อนข้างดี เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนด และต้องการหาได้ อีกทั้งสถานการณ์โจทย์ปัญหามีความคล้ายคลึงกับเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียน เมื่อพิจารณาตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีนักเรียนบางส่วนเขียนเพียงสิ่งที่โจทย์กำหนดหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการหาหรือไม่เขียนเลย ในส่วนการวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนมีการกำหนดตัวแปร และสมการได้ สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา นอกจากนี้ยังมีนักเรียนที่ไม่กำหนดตัวแปรหรือสมการ ในการวางแผนการแก้ปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ แต่ยังมีข้อผิดพลาดในการคำนวณ และมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่ตรวจสอบคำตอบ จึงทำให้ได้คำตอบที่ผิดพลาด ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคอง (2553, น. 11) ที่กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนมากสามารถทำโจทย์ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ เพราะโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาในแบบทดสอบ มีความใกล้เคียงกับโจทย์ปัญหานักเรียนกลุ่มตัวอย่างเรียนในชั้นเรียน และเป็นเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว แต่ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ นักเรียนบางส่วนก็ยังมีพื้นฐานของเนื้อหาและประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาไม่มากพอ ซึ่งสอดคล้องกับ วินัย สุวรรณ (2529, น. 28) กล่าวว่า การแก้ปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะสูงหรือต่ำขึ้นอยู่กับปัญหาที่บุคคลนั้นได้รับและตัวของ ผู้แก้ปัญหาเองว่ามีพื้นฐานความรู้ ประสบการณ์เดิมและวิธีแก้ปัญหานั้นเหมาะสมมากน้อยเพียงไร และสอดคล้องกับ Clyde (1967, p. 112) กล่าวว่า ปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยสรุป ได้แก่ วุฒิภาวะ ประสบการณ์และความสามารถในการอ่านของนักเรียน และเมื่อศึกษาในแต่ละทักษะ พบว่า ทักษะที่นักเรียนทำคะแนนเฉลี่ยได้มากที่สุดคือ ทักษะการแปลโจทย์คณิตศาสตร์ เป็นทักษะการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใด และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อภิญา ลือชัย (2555, น. 161-162) ที่พบว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มกลางและกลุ่มต่ำจะมีการทำ

ความเข้าใจปัญหามากที่สุด แต่ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนทำคะแนนเฉลี่ยได้น้อยที่สุดคือ การวางแผนแก้ปัญหา คือเป็นนักเรียนต้องวางแผนการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอน บอกวิธีการคิดแก้ปัญหา หรือกำหนดตัวแปร และเป็นทักษะที่ต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยามเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ละออ เงินมาก (2550, น. 69) พบว่า ปัญหาที่ควรเร่งแก้ไขคือ นักเรียนขาดวางแผนและการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์และดำเนินการคำนวณได้ถูกต้อง

5.2.3 ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสัมพันธ์กันอยู่ในระดับปานกลาง ที่เป็นเช่นนี้เพราะ การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นการมองนิพจน์และสมการโดยภาพรวม สังเกตความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้สมบัติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งการนำความรู้พื้นฐานและประสบการณ์มาผนวกกับสถานการณ์ปัญหานั้นๆ เพื่อให้คำนวณง่ายขึ้น จนนำไปสู่กระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ Ahmad Zakaria (2018, pp. 1) ได้พบว่า พื้นฐานอย่างหนึ่งของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นมาจากการคิดเชิงความสัมพันธ์ เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจปัญหาจะมีการนำความรู้เดิม มาอธิบายความสัมพันธ์เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ จึงทำให้การคิดเชิงความสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสัมภาษณ์ (กรณีศึกษา) เป็นรายบุคคลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่า นักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์สูง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลางและต่ำ โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้ทำอะไรแต่เขียนไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ มีการวางแผนทั้งกำหนดตัวแปรได้ กำหนดสมการได้ เมื่อดำเนินการหาคำตอบมีข้อผิดพลาดในการคำนวณ เช่น เครื่องหมาย ถอดวงเล็บ เป็นต้น หลังจากได้คำตอบมาไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ บางคนตรวจคำตอบผิดพลาดและบางคนทำไม่ทันตามเวลาที่กำหนด ส่วนนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลางและมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ นักเรียนกลุ่มนี้สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ค่อนข้างดี ทราบว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการให้ทำอะไร บางคนวางแผนการแก้ปัญหาและดำเนินการได้ดี และบางคนมีการวางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม คือ เขียนสิ่งที่ไม่ตรงกับโจทย์กำหนด มีการคำนวณที่ไม่รอบคอบเกิดความผิดพลาดในการดำเนินการหาคำตอบในเรื่องเครื่องหมายบวก ลบ จึงทำให้วิธีการและคำตอบที่ได้จึงมีความถูกต้องเพียงบางส่วน และนักเรียนกลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำและมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงและปานกลาง นักเรียนกลุ่มนี้ทราบที่โจทย์กำหนดอะไรและโจทย์ต้องการให้ทำอะไร มีการวางแผนเขียนตัวแปรเขียนสมการได้ และมีความพยายามในการแก้โจทย์

ปัญหาแต่ยังขาดความรอบคอบจึงทำให้เกิดข้อผิดพลาดของเครื่องหมายและวงเล็บ ในการตรวจคำตอบมีทั้งแทนค่าผิดและไม่ตรวจคำตอบ ที่เป็นเช่นนี้เพราะ นักเรียนอาจจะไม่เข้าใจกระบวนการและขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้เกิดข้อผิดพลาด ซึ่งมีความสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศรีัญญา ภูบาล (2553, น. 59-60) ที่พบว่า นักเรียนส่วนมากทำขั้นทำความเข้าใจปัญหาได้มากที่สุด คือสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง ซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนเลือกทำมากที่สุด รองลงมาคือขั้นดำเนินการตามแผน ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนและแก้สมการคิดออกมาได้เลย แต่ก็อาจจะมีผิดพลาด ทำให้บางคนอาจหาคำตอบผิดและทำให้สรุปคำตอบไม่ได้ รองลงมาคือขั้นวางแผนแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะมีความกังวล เพราะนักเรียนมองภาพไม่ออกว่าจะดำเนินการกับโจทย์อย่างไร และในขั้นตรวจคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่จะไม่ตรวจคำตอบ เพราะฉะนั้นนักเรียนบางคนอาจทำไม่ทันเวลาหรือแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วสมการไม่สมบูรณ์ อีกอย่างนักเรียนจะมองข้ามขั้นนี้เพราะมองว่าไม่สำคัญคิดได้ก็เขียนคำตอบออกมาเลย และสอดคล้องกับงานวิจัยของ อีรพรรณ ไชยพิชิต (2551, น. 71-73) ที่พบว่า ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ดี คือ สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง แต่นักเรียนบางคนเขียนเพียงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการเพียงอย่างเดียวและไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนแก้โจทย์ปัญหาได้ คือ สามารถกำหนดตัวแปรได้อย่างเหมาะสมและสามารถเขียนสมการได้อย่างถูกต้อง แต่ปัญหาที่พบ แต่นักเรียนส่วนใหญ่จะลืมแสดงการกำหนดตัวแปร จะเขียนสมการที่ได้เพียงอย่างเดียว ทำให้ยากต่อการเข้าใจ ความสามารถในการดำเนินการตามแผน นักเรียนสามารถแก้สมการได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ นักเรียนส่วนใหญ่มักมีข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณ เช่น การถอดวงเล็บ การบวก ลบ คูณ และหาร จำนวนเต็ม และไม่มีการสรุปคำตอบว่าค่าตัวแปรที่ได้แทนด้วยค่าของอะไร คือ เมื่อนักเรียนคำนวณจนได้ค่าของตัวแปรแล้วก็จบเพียงเท่านั้นโดยไม่ทำการสรุปอีกครั้งว่าค่าที่ได้คืออะไร ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบนักเรียนบางคนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องโดยแทนค่าคำตอบลงในสมการและคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลตรงตามเงื่อนไขของโจทย์ แต่ยังมีนักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่ตรวจสอบคำตอบสาเหตุจากการทำไม่ทันตามเวลาที่กำหนดหรือแทนค่าตัวแปรในสมการไม่สมบูรณ์ อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่มองว่าขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบไม่สำคัญเท่าใด

### 5.3 ข้อเสนอแนะ

จากผลการทำวิจัย เรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีข้อเสนอแนะดังนี้

#### 5.3.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

5.3.1.1 ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรมีการสอดแทรกการคิดเชิงความสัมพันธ์ เพราะการคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นพื้นฐานทางพีชคณิตในระดับสูงขึ้นไป ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5.3.1.2 ผลการวิจัยเป็นข้อเสนอแนะประกอบการตัดสินใจสำหรับผู้สนใจหรือหน่วยงานที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปพิจารณาประกอบการจัดหลักสูตร และจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับการคิดเชิงความสัมพันธ์ อีกทั้งเป็นแนวทางในการพัฒนาคะแนนผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐานในสาระพีชคณิตเพิ่มสูงขึ้น

#### 5.3.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

5.3.2.1 ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดการคิดเชิงความสัมพันธ์กับบริบทนักเรียนระดับชั้นอื่นๆ เช่น ระดับประถมศึกษาตอนต้น เป็นต้น

5.3.2.2 ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่มีการศึกษาความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ๆ เช่น การคิดเชิงพีชคณิต ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นต้น



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



## บรรณานุกรม

- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2549). *การคิดเชิงกลยุทธ์*. กรุงเทพฯ: ซัคเซส มีเดีย.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. (2554). *ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศรีเมืองการพิมพ์ .
- ชลธิชา เครือน้ำคำ. (2560). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ทิวานนท์ สุปหอม. (2555). *การพัฒนาทักษะการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาตอนปลาย*. (ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- ทิตนา แชมมณีและคณะ. (2544). *วิทยาการด้านการคิด*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมนเนจเม้นท์.
- ธีรวรรณ ไชยพิชิต. (2551). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยการสอดแทรกข้อมูลท้องถิ่น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเทศบาล 3. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- นิตยา ละดาดาช. (2560). *การศึกษาการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอน ปลายโรงเรียนบ้านปลาขาว อำเภอนาเชือก จังหวัดมหาสารคาม*. (ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- นุตริยา จิตตารมย์. (2548). *ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี*. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ประพันธ์ เจียรกุล และปรีชา เนาว์เป็นผล. (2543). *การเพิ่มพูนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. รายงานการวิจัย. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปรีชา เนาว์เป็นผล. (2554). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 38 (434-435).

- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์*  
หน่วยที่ 12-15. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- มณีรัตน์ พันธดา. (2556). *ทำการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์*  
*ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบ SSCS ร่วมกับกระบวนการ*  
*แก้ปัญหาของ POLYA โดยใช้แบบทดสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.* (วิทยานิพนธ์ปริญญา
- ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต). ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ยุพิน พิพิธกุลและคณะ. (2554). การแก้ปัญหา. *วารสารคณิตศาสตร์*, 42(485-487).
- ละอ อเงินมาก. (2550). *การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และการแก้โจทย์ปัญหา*  
*คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเมตา*  
*คognitionกับวิธีของ สสวท.* (วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต). นครราชสีมา: มหาวิทยาลัย
- ราชภัฏนครราชสีมา.
- วินัย คำสุวรรณ. (2529). *ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์กับความสามารถ*  
*ในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต).
- กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วิชฌุ นภาพันท์. (2551). *การศึกษาลักษณะการพบเหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษา*  
*ตอนปลาย.* (ดุษฎีนิพนธ์การศึกษาดุฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- ประสานมิตร.
- เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอน*  
*และการวิจัย.* กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- ศรีญา ภูบาล. (2553). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง "การประยุกต์ของสมการ*  
*เชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น*  
*มัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี.* มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- โคจิวัจน์ เสริฐศรี. (2553). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์และ*  
*แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของ*  
*นักเรียนประถมศึกษา.* (ปริญญาครุศาสตรดุฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2550). *คู่มือวัดและประเมินผล*  
*คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท).
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะและกระบวนการทาง*  
*คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสศ.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2560). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560*. กรุงเทพฯ.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2558). *ระบบประกาศและรายงานผลสอบโอเน็ต*. สืบค้นจาก <http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Login.aspx>. 1.
- สมทรง สุวานิช. (2541). *เอกสารประกอบการสอนรายวิชา 102363 พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา*. มหาสารคาม: สถาบันราชภัฏมหาสารคาม.
- สมศักดิ์ โสภณพินิจ. (2547). *ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน)*. วารสารคณิตศาสตร์, ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา สมเด็จพระนางเจ้าพระบรมราชินีนาถ.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). *การแก้ปัญหา (Problem Solving)*. วารสารคณิตศาสตร์.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem Solving)*. กรุงเทพฯ: ครูสภาลาดพร้าว.
- สุกัญญา หะยีสานและ. (2554). *กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1*. (ปริญาการศึกษาดุขภูบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุภัค หาญพิทักษ์วงศ์. (2553). *กรอบแนวคิดในการจำแนกลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษา : ประโยคเปิดจำนวน*. (ปริญาการศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- สุวิทย์ มูลคำ และคณะ. (2554). *การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิด*. กรุงเทพฯ: อี เค บุ๊คส์.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อภิขภา ลือชัย. (2555). *การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 (วิทยานิพนธ์ปริญาครุศาสตรมหาบัณฑิต)*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Adams, S. (1977). *Teaching Mathematics*. New York: Harper & Row.
- Ahmad Zakaria. (2018). The Relational Thinking Process of Secondary School Student with High Mathematical Ability in Solving Mathematics Problem. from <https://www.atlantis-press.com/proceedings/miseic-18/25905024>

- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in secondary schools)*. Dubuque, Iowa: Wm.C. Brown.
- Ballem, H. and Cunningham, J., W. (1982). Diagnosing strengths and weaknesses of sixth-grade students in solving word problems. *Journal for research in mathematics education*. 13, (2 – 210).
- Branca, N.A. (1980). *Problem Solving as a Goal, Process and Basic Skill*. In Krulik S., and Reys R. E. (eds.), *Problem Solving in School Mathematics*. Yearbook, 3-8. Reston, VA: NCTM.
- Blanton, M. and Kaput, J. (2005). "Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning". *Journal for Research in Mathematics Education*. 36(5), 412-446.
- Clyde, C. G. (1967). *Teaching mathematics in the elementary school*. New York: Ronald Press.
- Cruikshank, D. E., and Sheffield, L. J. (2000). *Teaching and Learning Elementary and Middle school mathematics*. United States of America: John Wiley & Sons.
- Charles, R. and Lester, F.K. (1982). *Teaching Problem Solving :What,Whyand How*. Ca : DaleSeymourPublications.
- Charles, R. L. (1985). *The role of Problem Solving*. Arithmetic Teacher 22.
- Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L. and Zeringue, J. K. (2005). Algebra in Elementary School: Developing Relational Thinking. *Intemational Reviews of Mathematical Education (ZDM)*.
- Carpenter, T.P., Franke, M. L. and Levi, L. (2003). Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school. Portsmouth: Heinemann.
- Carpenter, T. P, Levi, L., Frank, M. L. and Zeringue, J. K. (2005). "Algebra in elementary School: Developing relational thinking," *Zentralblatt for Didactic der Mathematik: The International Journal Mathematics Education*. 37(1). 53- 59.
- Dossey. J., et. (2005). *Mathematic Method and Modeling for Today's Mathematics Classroom: A Contemporary Approach to teaching Grade 7 - 12*. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole.
- National Council of Teacher of Mathematics [NCTM]. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, Va: NCTM.

- Guilford, J. P. (1971). *The analysis of intelligence*. New York: McGraw-Hill.
- Heddens, J. W. & William R. S. (1992). *Problem Solving, Decision Making, and Communicating in Mathematics*. 7th ed. New York: Macmillan.
- Heimer, R. T., and Trueblood, C. R. (1977). *Strategies for teaching children mathematics*. Reading Mass: Addison Wesley.
- Henny, M. (1971). Improving Mathematics Verbal Problem Solving ability Through Reading Instruction. *The Arithmetic Teacher*. 18 (4), 223-224.
- Hogan, M. and Alejandre, S. (2010). *Problem Solving-It Has to Begin with Noticing and Wondering*. Retrieved 20, April, 2013, form <http://mathforum.org/articles/communicator.article.dec.114-130>.
- Hunter, J. (2007). Relational or calculational think: students solving open number equivalence problems. In J. Watson and K. Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30<sup>th</sup> annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, p. 421-429. Sydney: MERGA.
- Jacobs, V.R., Franke, M.L., Carpenter, T.P. and Levi, L., and Battey, D. (2007). Profesional Development Focussed on Children's Algebraic Reasoning in Elementary school. *Journal for Research in mathematics Education*, 38: 258-288.
- Krulik, S., and Reys, R. E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics : National Council of Teacher of Mathematics 1980 Year Book*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Lester, Frank K. Jr. (1977). "Ideas About Problem Solving : A Look at Some Psychological Research." *Arithmetic Teacher*. 25(November 1977) : 1-14.
- Molina, M. and Ambrose, R. (2006). "Fostering Relational Thinking While Negotiating the Meaning of the Equal Sign," *Teaching Children Mathematics*. 13(2), 111-117.
- Polya, George. (1957). *How to solve It*. New York: Doubleday & Company.
- Polya, George. (1985). *How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. New York: Doubleday and Company Garden City.
- Popham. (1997). *Rubrics or Scoring Rubrics*. Journal for Research in mathematics Education.

- Rey, C. L. (1992). A Comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and Higher Level Questions on Student Abstract Reasoning and Critical Thinking in Two Non Directive High School Chemistry Classroom. *Dissertation Abstracts International* 6, 40 (April 1973): 124-130.
- Stephens, A.C. (2006). Equivalence and Relational Thinking: Preservice Elementary Teachers' Awareness of Opportunities and Misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9: 249-278.
- Stephens, M. (2007). "Students' emerging algebraic thinking in primary and middle school years," In Watson, J. and Beswick, K. (eds.), Proceedings of the 30th annual conference of the mathematics education research group of Australasia. (p. 678 - 687). Sydney, Australia. Sydney : The Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Stephens, M; Isoda, M ; Inprashita. (2007). *Exploring the Power of Relational Thinking : Student' Emerging Algebraic Thinking in the Elementary and Middle School*. In C. S. Lim, S. Fatimah, G. Munirah, S. Hajar, M.Y. Hashimah, W.L. Gan, & T.Y. Hwa (Eds.), *Meeting challenges of developing quality Mathematics education*. Penang, Malaysia: University Sains Malaysia. pp 219-326.
- Strenberg, R. J. (1999). *Cognitive Psychology*. 2nd ed. New York: Harcourt Brance College, 351-354.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Van De Walle, J.A. (2007). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. (6<sup>nd</sup> edition). Boston: Pearson Education.



ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ก

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



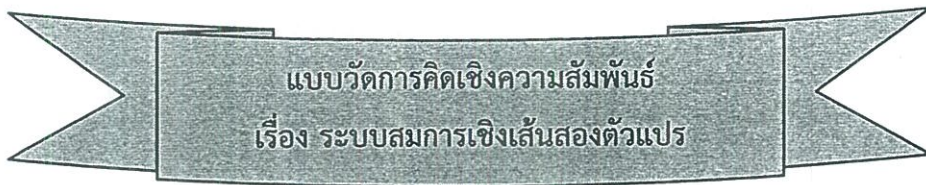
## แบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

### คำชี้แจงการทำแบบทดสอบ

1. แบบทดสอบการคิดเชิงสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับนี้เป็นแบบ  
อัตนัย ทั้งหมด 3 หน้า จำนวน 3 ข้อ
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบฉบับนี้ 30 นาที
3. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามผู้คุมสอบ
4. ขอขอบคุณในความร่วมมือของท่าน

### นิยามศัพท์

การคิดเชิงความสัมพันธ์ (Relational Thinking) หมายถึง การคิดหาความสัมพันธ์ใน  
ประโยชน์สัญลักษณ์ มองภาพรวมทั้งหมดบนประโยชน์สัญลักษณ์ สังเกตและเป็นการมองนิพจน์โดย  
ภาพรวมมากกว่าการใช้กระบวนการคิดคำนวณทีละขั้นตอน การใช้ถ้อยคำและลูกศร และสมบัติ  
พื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ เพื่อเป็นแนวทางสู่การหาตัวไม่ทราบค่าบนประโยชน์สัญลักษณ์  
โดยไม่ใช้วิธีการคำนวณในการหาคำตอบ



ชื่อ - สกุล ..... ชั้น .....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบในแต่ละข้อ และแสดงแนวคิดอย่างละเอียด

1.  $y = x + 3$

$$y - x - 5 = 3y + 4$$

ตอบ .....

แนวคิด



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.  $2(2x - 3) + y = 2 - 2x$

$$y + 8x = 2(y + 3)$$

ตอบ .....

แนวคิด

3.  $5 + \frac{y - 1}{2} = 2x$   
 $2y = 3(x + 1)$

ตอบ .....

แนวคิด



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

### เกณฑ์ในการให้คะแนนการคิดเชิงความสัมพันธ์

ระดับคะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณ
1	คำตอบถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของการคิดคำนวณ
2	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร แต่ไม่มีการเขียนคำอธิบาย หรือใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ
3	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานของการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบายเล็กน้อยในการหาคำตอบค่อนข้าง
4	คำตอบถูกต้อง มีหลักฐานการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ใช้ลูกศร เขียนคำอธิบาย ใช้สมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ในการหาคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Describing and exploring the power of relational thinking* (หน้า 259), โดย Stephen, 2006.

การพิจารณาเกณฑ์ในการแปลความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ พิจารณาคะแนนโดยภาพรวมจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้งฉบับ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 65) มีเกณฑ์ดังนี้

$$\text{ช่วงคะแนน} = \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนกลุ่ม}}$$

$$= \frac{12 - 0}{3}$$

$$= 4$$

ช่วงคะแนน	กลุ่มการคิดเชิงความสัมพันธ์
9 – 12 คะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์สูง
5 – 8 คะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์ปานกลาง
0 – 4 คะแนน	การคิดเชิงความสัมพันธ์ต่ำ

**แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร**

- คำชี้แจง 1. แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด มีจำนวนทั้งหมด 3 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 30 นาที
2. ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหอย่างละเอียด เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม

**นิยามศัพท์**

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving) หมายถึง การทำงานเพื่อหาคำตอบในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน ซึ่งสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถแก้ปัญหาค้นหาคำตอบได้ทันทีทันใด โดยสถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่นั้นจะขึ้นอยู่กับแต่ละบุคคลและเวลาในการแก้ปัญหา ซึ่งในการดำเนินการหาคำตอบ เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการฝึกฝน และประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ประมวลผลเข้าด้วยกันเพื่อค้นหาคำตอบในสถานการณ์นั้น ๆ



ข้อที่ 2 นิชาเลี้ยงวัวและเป็ดจำนวนเท่ากัน นิชานับจำนวนขาวัวและเป็ดรวมกันได้ 72 ขา นิชาเลี้ยงวัวทั้งหมดกี่ตัว

1.1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ .....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ .....

.....

1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้

.....

.....

1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

.....

.....

.....

ตอบ .....

1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้

.....

.....

.....

ข้อที่ 3 สอบแข่งขันคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่งมีข้อสอบ 30 ข้อ ถ้าข้อใดตอบถูกจะได้ 5 คะแนน ถ้าตอบผิด จะถูกหักข้อละ 2 คะแนน ถ้าเด็กชายนนท์ทำข้อสอบได้คะแนน 73 คะแนน อยากทราบว่า เด็กชายนนท์ตอบผิดไปกี่ข้อ

1.1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ .....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ .....

.....

1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้

.....

.....

1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ .....

1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้

.....

.....

.....



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



### เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์รูบริคแบบภาพรวม ใช้ในการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 3 ข้อ ตามเกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 130)

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์พิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	2	ดี	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้าง และต้องการหาอะไร
	1	พอใช้	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้าง หรือต้องการหาอะไร
	0	ปรับปรุง	ไม่สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้าง หรือต้องการหาอะไร
2. วางแผนแก้ปัญหา	2	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบได้ แต่มีบางส่วนที่ผิดโดยเขียนประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. ดำเนินการแก้ปัญหา	2	ดี	นำวิธีแก้ปัญหามาใช้ได้อย่างถูกต้อง
	1	พอใช้	นำวิธีแก้ปัญหามาใช้ได้อย่างถูกต้องบางส่วน
	0	ปรับปรุง	นำวิธีแก้ปัญหามาใช้ไม่ถูกต้อง
4. ตรวจสอบ	2	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	สรุปคำตอบไม่สมบูรณ์ หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก การวัดประเมินคณิตศาสตร์ (น. 58), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

การพิจารณาเกณฑ์ในการแปลความหมายของการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ พิจารณาคะแนนโดยภาพรวมจากแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้งฉบับ ผู้วิจัยได้พัฒนามาจาก (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 65) มีเกณฑ์ดังนี้

$$\text{ช่วงคะแนน} = \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนกลุ่ม}}$$

$$= \frac{24 - 0}{3}$$

$$= 8$$

ช่วงคะแนน	ระดับการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์
17 - 24 คะแนน	มีการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง
9 - 16 คะแนน	มีการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง
0 - 8 คะแนน	มีการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ข


คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

**แบบประเมินคุณภาพของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์**  
**เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อคำถามแต่ละข้อที่แนบมาให้ว่า วัดได้ตรงกับการคิดเชิงความสัมพันธ์หรือไม่ พร้อมทั้งแสดงความคิดเห็นและข้อเสนอแนะ

- โดย ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์
- ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์
- ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นไม่สอดคล้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์

การคิดเชิงความสัมพันธ์	ข้อคำถาม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
หาความสัมพันธ์ใน ประโยคสัญลักษณ์ มองภาพรวมทั้งหมด บนประโยคสัญลักษณ์ สังเกตและมองนิพจน์โดย ภาพรวม ใช้ถ้อยคำ ลูกศร หรือสมบัติพื้นฐานของ จำนวน และการ ดำเนินการ เพื่อเป็น แนวทางสู่การหาตัวไม่ ทราบค่าบนประโยค สัญลักษณ์	<div style="text-align: center;">  </div> ข้อ 1 $y = x + 3$ $y - x - 5 = 3y + 4$ <u>ตอบ</u> ..... <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">แนวคิด</div> ข้อ 2 $2(2x - 3) + y = 2 - 2x$ $y + 8x = 2(y + 3)$ <u>ตอบ</u> ..... <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">แนวคิด</div>	..... ..... .....	..... ..... .....	..... ..... .....	

การคิดเชิงความสัมพันธ์	ข้อความถาม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
	<p>ข้อ 3 <math>3(x - 2) + 8 + 5y = 2(x + y)</math></p> <p><math>4x = -3y + 10</math></p> <p><u>ตอบ</u></p> <p>.....</p> <p>แนวคิด</p>				
	<p>ข้อ 4 <math>5 + \frac{(y - 1)}{2} = 2x</math></p> <p><math>2y = 3(x + 1)</math></p> <p><u>ตอบ</u></p> <p>.....</p> <p>แนวคิด</p>				
	<p>ข้อ 5 <math>3x - 2y = 9</math></p> <p><math>2(2x - 1) - 2(1 - y) = 1</math></p> <p><u>ตอบ</u></p> <p>.....</p> <p>แนวคิด</p>				

การคิดเชิงความสัมพันธ์	ข้อความถาม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
		-1	0	+1	
	<p>ข้อ 6 <math>\frac{y}{x} + 1 = 2</math> <math>10x = y + 9</math></p> <p><u>ตอบ</u></p> <p>.....</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">แนวคิด</div>	.....	.....	.....	

ข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญ

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ลงชื่อ ..... ผู้เชี่ยวชาญ

( ..... )

..... /..... /.....

แบบประเมินคุณภาพของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อคำถามแต่ละข้อที่แนบมาให้ว่าตรงตามกรอบเนื้อหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือไม่ พร้อมทั้งแสดงความคิดเห็นและข้อเสนอแนะโดย ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้อง  
 ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้อง  
 ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นไม่สอดคล้อง

ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	ข้อคำถาม	ความคิดเห็นของ			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			-1	0	+1	
ค 4.2 ม.3/5 แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความ	โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	ข้อที่ 1 เมื่อสองปีที่แล้วนายมาเลอายุเป็น 6 เท่าของบุตรสาวของเขา ในอีก 14 ปี ข้างหน้ามาเลจะอายุเป็น 2 เท่าของบุตรสาวของเขา อายุกหรวบวปัจจุบันอายุของทั้งสองเป็นเท่าใด 1.1 ทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่ยากกำหนดให้ คือ ..... สิ่งที่ยากต้องการให้หา คือ .....				

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	ข้อคำถาม	ความคิดเห็นของ			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			ผู้เชี่ยวชาญ	0	+1	
สมเหตุสมผลของคำตอบ		<p>1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้</p> <p>.....</p> <p>1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบวิธีทำ .....</p> <p>1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้</p> <p>.....</p> <p><b>ข้อที่ 2</b> ผลบวกของจำนวนสองจำนวน เท่ากับ 20 และผลหารของสองจำนวนนั้น เท่ากับ 3 จงหาผลคูณของสองจำนวนนั้น</p> <p>1.1 ทำความเข้าใจปัญหา</p> <p>สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ .....</p> <p>สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ .....</p> <p>1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้</p> <p>.....</p> <p>1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ</p> <p>.....</p>				



มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	ข้อคำถาม	ความคิดเห็นของ			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ
			ผู้เชี่ยวชาญ	0	+1	
		<p>วิธีทำ .....</p> <p>1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้ .....</p> <p>ข้อที่ 3 นิชาเลี้ยงวัวและเปิดจำนวนเท่ากัน นิชานับจำนวนวัวและเป็ดรวมกันได้ 72 ขา นิชาเลี้ยงวัวทั้งหมดกี่ตัว .....</p> <p>1.1 ทำความเข้าใจปัญหา .....</p> <p>สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ .....</p> <p>สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ .....</p> <p>1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้ .....</p> <p>1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ .....</p> <p>วิธีทำ .....</p> <p>1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้ .....</p>				

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	ข้อคำถาม	ความคิดเห็นของ			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			ผู้ช่วยชาญ	0	+1	
		<p>ข้อที่ 4 อัตราค่าเข้าชมอุทยานสวนดอกไม้แห่งหนึ่งเป็นดังนี้ ผู้ใหญ่คนละ 200 บาท เด็ก 150 บาท ปรากฏว่ามีผู้เข้าชมทั้งหมด 3,000 คน และขายบัตรเข้าชมได้เงิน 549,250 บาท อยากรทราบว่ามียุติกรเข้าชมอุทยานสวนดอกไม้กี่คน</p> <p>1.1 ทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ ..... สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ..... 1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้ .....</p> <p>1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ ..... 1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้ .....</p>				

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	ข้อคำถาม	ความคิดเห็นของ			ความคิดเห็น/ ข้อเสนอแนะ
			ผู้เชี่ยวชาญ	0	+1	
		ข้อที่ 5 สอบแข่งขันคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่งมีข้อสอบ 30 ข้อ ถ้าข้อใดตอบถูกจะได้ 5 คะแนน ถ้าตอบผิดจะถูกหักข้อละ 2 คะแนน อย่างไรก็ตาม เด็กชายฉันทน์ทำข้อสอบได้คะแนน 73 คะแนน อยากทราบว่า เด็กชายฉันทน์ตอบผิดไปกี่ข้อ 1.1 ทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ ..... สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ..... 1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้ ..... 1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ ..... 1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้ ..... ข้อที่ 6 ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 26 และทำ				

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด	เนื้อหา	ข้อคำถาม	ความคิดเห็นของ			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
			ผู้เชี่ยวชาญ	0	+1	
		ข้อคำถาม	-1	0	+1	
		<p>เท่าของจำนวนมาก มากกว่าสองเท่าของจำนวนน้อยอยู่ 120 จงหาสองจำนวนนั้น</p> <p>1.1 ทำความเข้าใจปัญหา</p> <p>สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ .....</p> <p>สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ .....</p> <p>1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้ .....</p> <p>1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบวิธีทำ .....</p> <p>1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้ .....</p>				

ข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญ

.....

.....

.....

ลงชื่อ (.....) ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

..... / .....



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

### ตารางที่ ข.1

ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อความ (IOC) ของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์ จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

ข้อความ	ความเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่			รวม	IOC	สรุปผล
	1	2	3			
1	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
2	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
3	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
4	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
5	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
6	1	1	1	3	1	สอดคล้อง

### ตารางที่ ข.2

ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (d) และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดการคิดเชิงความสัมพันธ์

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (d)	แปลผล
1	0.65	0.43	ใช้ได้
2	0.58	0.48	ใช้ได้
3	0.50	0.43	ใช้ได้**
4	0.59	0.45	ใช้ได้
5	0.53	0.35	ใช้ได้**
6	0.72	0.43	ใช้ได้**

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัด (α) เท่ากับ 0.96

\*\* หมายถึง ข้อที่เลือกตัดออก

## ตารางที่ ข. 3

ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม (IOC) ของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

ข้อคำถาม	ความเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่			รวม	IOC	สรุปผล
	1	2	3			
1	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
2	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
3	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
4	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
5	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
6	1	1	1	3	1	สอดคล้อง

## ตารางที่ ข. 4

ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (d) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (d)	แปลผล
1	0.58	0.45	ใช้ได้**
2	0.65	0.48	ใช้ได้
3	0.59	0.48	ใช้ได้
4	0.64	0.44	ใช้ได้**
5	0.59	0.44	ใช้ได้
6	0.51	0.48	ใช้ได้**

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัด ( $\alpha$ ) เท่ากับ 0.98

\*\* หมายถึง ข้อที่เลือกตัดออก

ภาคผนวก ค

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



## รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- 1) ผศ.ดร.ทัศนศิริรินทร์ สว่างบุญ วุฒิทางการศึกษา ค.ด. (การวัดและประเมินผลการศึกษา)  
ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์ภาควิชาวิจัยและ  
พัฒนาการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม  
ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล
- 2) ผศ.ว่าที่ ร.ต.ดร.อรัญ ชูกระเดื่อง วุฒิทางการศึกษา กศ.ด. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา)  
ตำแหน่งปัจจุบัน ดร.คณะครุศาสตร์  
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล
- 3) คุณครูพัฒนาพร เขจรนิตย์ วุฒิทางการศึกษา กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา)  
ตำแหน่งปัจจุบัน ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์  
ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา ภาษการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ง

หนังสือขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่ ๐๖๑๖.๐๒/ว.๘๘๕๖



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม  
๔๔๐๐๐

๑๖ ธันวาคม ๒๕๖๒

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย  
เรียน คุณครูพัฒนาพร เขจรนิกย์

ด้วย นางสาวภาณุชนารัตน์ ทวีชาติ รหัสประจำตัว ๖๘๘๐๑๐๕๑๐๑๑๑ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษากการวิจัย  
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวัดและประเมินผล  
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา สติติ การวัดและประเมินผล  
 อื่นๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(นายปวิศ สารมะโน)

รองคณบดีคณะครุศาสตร์ รักษาราชการแทนคณบดี  
ปฏิบัติราชการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
โทร. ๐๘๖-๒๒๓๓๕๓๒

ที่ อว ๐๖๑๕.๐๒๖.๘๘๕๖



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม  
๔๔๐๐๐

๑๖ ธันวาคม ๒๕๖๒

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย  
เรียน อาจารย์ ดร.ทัศนศิริินทร์ สว่างบุญ

ด้วย นางสาวภาณุชนารถ ทวีชาติ รหัสประจำตัว ๖๑๘๐๑๐๕๑๐๑๑๑ นักศึกษาระดับ  
ปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏ  
มหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไป  
ด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ  
การวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษาการวิจัย
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวัดและประเมินผล
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล
- อื่นๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี  
ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(นายปวิศ สารมะโน)

รองคณบดีคณะครุศาสตร์ ศึกษาราชการแทนคณบดี  
ปฏิบัติราชการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
โทร. ๐๘๖-๒๒๓๓๕๓๒



## บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
 ที่ กศ ๐๕๐๒/๒๕๖๒ วันที่ ๑๖ ธันวาคม ๒๕๖๒  
 เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย  
 เรียน ผศ.ดร. อรุณ ชูกระเคื่อง

ด้วย นางสาวภาณุชนรต ทวีชาติ รหัสประจำตัว ๖๑๘๐๑๐๕๑๐๑๑๑ นักศึกษาระดับ  
 ปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัย  
 ราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา  
 ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓”  
 เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ  
 การวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษาการวิจัย
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวัดและประเมินผล
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล
- อื่นๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(นายปวิศ สารมะโน)

รองคณบดี วิทยาการแทน

คณบดีคณะครุศาสตร์

ภาคผนวก จ

การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

## การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติ

ข้อตกลงเบื้องต้น ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน

1. ตัวแปร 2 ตัว เป็นตัวแปรแบบต่อเนื่อง หรือเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ
2. ความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปรเป็นเส้นตรง (Linear Relationship)

การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน

1. ตัวแปร 2 ตัว เป็นตัวแปรแบบต่อเนื่อง หรือเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ

จากการศึกษาการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่ง ตัวแปรอิสระ และตัวแปรตาม มีมาตรวัดเป็น Scale และเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ

2. ความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปรเป็นเส้นตรง (Linear Relationship)

เป็นข้อตกลงในสถิติที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร เช่น การวิเคราะห์การถดถอย และการวิเคราะห์สหสัมพันธ์ ว่าตัวแปรอิสระและตัวแปรตามที่จะวิเคราะห์นั้น จะต้องมีความสัมพันธ์กับเส้นตรง (Linearity)

ตั้งสมมติฐานได้ว่า

$H_0$ : ตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นโค้ง

$H_1$ : ตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรง

ANOVA Table

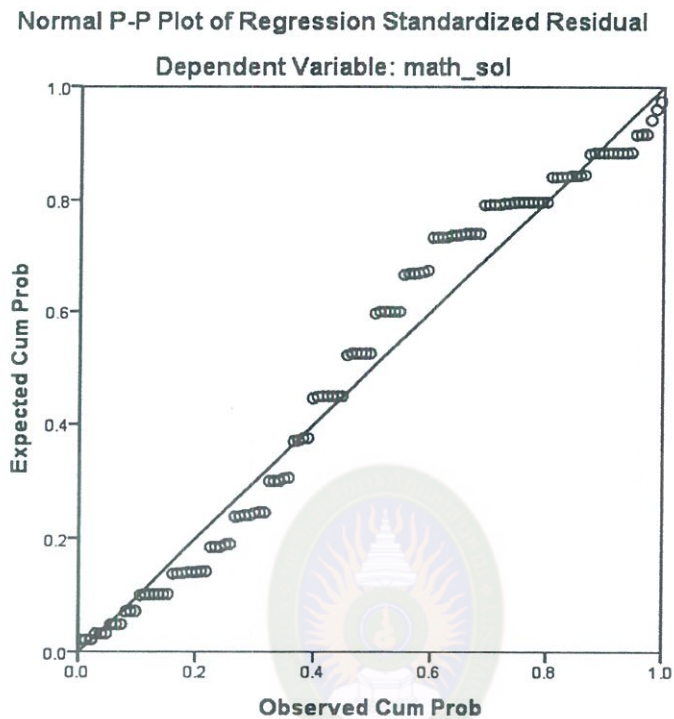
		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	
math_sol relational	*Between Groups	(Combined)	1646.554	12	137.213	5.159	.000
		Linearity	1219.491	1	1219.491	45.847	.000
		Deviation from Linearity	427.063	11	38.824	1.460	.157
	Within Groups	2899.323	109	26.599			
	Total	4545.877	121				

### Measures of Association

	R	R Squared	Eta	Eta Squared
math_sol * relational	.518	.268	.602	.362

ในการทดสอบ Linearity มีค่า F-test 45.847 มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรง และ Deviation from Linearity มีค่า F-test 1.460 ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือ ตัวแปรทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นโค้ง

ลักษณะความสัมพันธ์จากแผนภาพการกระจาย (scatter diagram)  
ของการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



จากการพิจารณาลักษณะการกระจายของข้อมูลระหว่างการคิดเชิงความสัมพันธ์กับการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ข้อมูลมีการเคลื่อนไหวในลักษณะที่การเปลี่ยนแปลงของตัวแปรหนึ่งทำให้อีกตัวแปรหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงโดยมีทิศทางเดียวกัน แสดงว่าตัวแปรทั้งสองน่าจะมี  
ความสัมพันธ์กัน นั่นคือ ถ้าตัวแปรหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะที่เพิ่มขึ้น อีกตัวแปรหนึ่งจะ  
มีการเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นเช่นกัน



