

Ms 127068

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

นางสาวพรพิมล แก้วละมุล

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

พ.ศ. 2562

สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม



ใบอนุญาตวิทยานิพนธ์
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

เรื่อง : การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้วิจัย : นางสาวพรพิมล แก้วละมุล

ได้รับอนุมัติเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ท.ดร.ณัฐชัย จันทชุม)

คณบดีคณะครุศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรรคำ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ต.ดร.อรัญ ชูกระเดื่อง)

ประธานกรรมการ

(อาจารย์ ดร.ทัศนศิริรินทร์ สว่างบุญ)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พูนศักดิ์ ศิริโสม)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ)

กรรมการ

ชื่อเรื่อง : การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้วิจัย : นางสาวพรพิมล แก้วละมุล

ปริญญา : ครุศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา)
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ

ปีการศึกษา : 2562

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 80 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random sampling) การวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ระยะคือ ระยะที่ 1 ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และระยะที่ 2 ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยจำแนกนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่กลุ่มที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสูง และกลุ่มที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนต่ำ แล้วเลือกมากลุ่มละ 3 คน รวม 6 คน (กรณีศึกษา) จากนั้นสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์แนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ การแจกแจงความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี (Case Study Method) โดยนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis)

การวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยภาพรวมอยู่ในระดับสูง เมื่อจำแนกรายด้าน พบว่าความสามารถด้านที่ 2 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน และด้านที่ 4 การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน อยู่ในระดับสูง และความสามารถด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และด้านที่ 3 การเปรียบเทียบอัตราส่วน อยู่ในระดับปานกลาง 2) ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์โดยภาพรวมมีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 และความสามารถ ด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดในระดับสูง จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง จะมีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล สามารถใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้อง และแก้โจทย์ปัญหาได้ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ ไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถให้เหตุผลได้บางส่วน และยังมีความ เข้าใจผิดในวิธีการหาคำตอบ เมื่อนำไปแก้โจทย์ปัญหาจึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

คำสำคัญ : การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Title : The Study Relation between Ability on Proportional Reasoning
with Mathematical Problem Solving of Seventh Grade Students

Author : Miss. Ponpimon Kaewlamun

Degree : Master of Education (Mathematic Education)
Rajabhat Maha Sarakham University

Advisors : Assistant Professor Dr.Yuthapong Tipchat

Year : 2019

ABSTRACT

The purposes of this study were to 1) study of Ability on Proportional Reasoning of seventh grade students and to 2) study the relationship of Proportional reasoning ability and mathematics problem solving of seventh grade students. The research sample was seventh grade students of Sarakhampittayakom School, Mueang Mahasarakham, Mahasarakham province, in the second semester of 2018. Was 80 people by method Cluster random sampling. The study was divided into 2 phase. The first was to study seventh grade students' ability on Proportional Reasoning. The second phase was to study the way which student solved mathematical problems. Students were categorized into 2 groups: the lowest of ability on Proportional Reasoning and the highest of ability on Proportional Reasoning Each group was randomized by a simple random sampling to select 3 students per each (totally 6 students) to be a case study, to be interviewed additionally regarding solving mathematical problems. Research tools were a ability on Proportional Reasoning test, a mathematical problems- solving test, and an interview form of solving mathematical problems. Statistics for research were frequency percentage, average, standard deviation and a case study method. Data were presented through descriptive analysis.

Results of this research were the following ; 1) seventh grade student's overall Proportional Reasoning Ability was found at high level of Proportional Reasoning Ability can be divided into 4 section: High level which is Explanation of the proportions of the change together of the two volumes, but still the same ratio and

Finding values that are missing from the proportional situation, Moderate level which Discrimination Proportional Situations and Non-Proportional Situations and Proportion comparison. 2) The relationship between Proportional Reasoning Ability and solving mathematical problems correlated positively with High level Mathematical in .01 The most interrelated is first ability And from interviewing, Students with High Level Proportional Reasoning Ability can calculate, give reasons and solve the problems correctly. Students with low Level Proportional Reasoning Ability have lots of misconceptions in how to find the answers. When solving the problems, then answers are mostly not correct.

Keywords: Proportional Reasoning, Mathematical Problem Solving.



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ ประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ว่าที่ ร.ต. ดร.อรรณู ชูยกระเดื่อง ประธานกรรมการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พูนศักดิ์ ศิริโสม กรรมการสอบ และอาจารย์ ดร.ทัศนศิริรินทร์ สว่างบุญ กรรมการสอบ

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและประเมินผลการศึกษา ดร.ทนงเกียรติ พลไชยา ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ดร.เสน่ห์ หมายจากกลาง ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา ที่ช่วยตรวจสอบคะแนนและให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการสร้างเครื่องมือและการหาคุณภาพเครื่องมือ

ขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการโรงเรียนและคณะครูโรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ที่ให้การสนับสนุนการศึกษาหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเอง และขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้

คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดาผู้มีพระคุณ ตลอดจนบูรพาจารย์และผู้มีอุปการะทุกท่าน

นางสาวพรพิมล แก้วละมุล

สารบัญ

หัวเรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	ค
ABSTRACT	จ
กิตติกรรมประกาศ	ช
สารบัญตาราง	ซ
สารบัญภาพ	ฌ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย.....	5
1.3 ขอบเขตการวิจัย.....	6
1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย	7
บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม	8
2.1 การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	8
2.2 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	15
2.3 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	31
2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	66
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	76
3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	76
3.2 เครื่องมือวิจัย	78
3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย.....	78
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	83
3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล	83
3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	87
บทที่ 4 ผลการวิจัย	92
4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	92
4.2 ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล	92
4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	93

หัวเรื่อง	หน้า
บทที่ 5 สรุปอภิปรายผลและข้อเสนอแนะ	117
5.1 สรุป.....	117
5.2 อภิปรายผล	118
5.3 ข้อเสนอแนะ	123
บรรณานุกรม	125
ภาคผนวก.....	132
ภาคผนวก ก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	133
ภาคผนวก ข การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	143
ภาคผนวก ค รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือวิจัย.....	178
ภาคผนวก ง หนังสือขอความอนุเคราะห์.....	180
การเผยแพร่ผลงานวิจัย.....	184
ประวัติผู้วิจัย.....	185

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 ปัญหาน้ำส้มผสมของโนเอลติงโดยใช้ภาพของเหยือกน้ำและแก้ว	16
2.2 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามคู่มือครู	48
2.3 กระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวม.....	49
2.4 กรอบแนวคิดการวิจัย	75
3.1 ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	79



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า	
2.1	ลักษณะค่าของอัตราส่วน ที่เปลี่ยนแปลงไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ	13
2.2	ตัวอย่างของปัญหาประเภทต่างๆ.....	20
2.3	ประเภทของปัญหา	25
2.4	เกณฑ์การให้คะแนนแบบบูรบริค.....	30
2.5	เกณฑ์การให้คะแนนกระบวนการแก้ปัญหา.....	61
2.6	เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	64
2.7	เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	66
3.1	เกณฑ์ในการให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ของนักเรียน	84
3.2	เกณฑ์ในการให้คะแนนแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	86
4.1	ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	94
4.2	จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน	95
4.3	การวิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	96
4.4	ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ในแต่ละด้านกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	97
4.5	ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	98
4.6	ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	99
4.7	คะแนนการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาในกลุ่มสูง และกลุ่มต่ำ.....	100
ข.1	รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	146
ข.2	ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	167
ข.3	ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	168

ตารางที่	หน้า
ข.4 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	146
ข.5 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) ของ แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	177
ข.6 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	177



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ อันเป็นรากฐาน ในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560, น. 1)

วรรณิสรา เมืองโคตร (2560, น. 2) กล่าวว่า จากประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนจำนวนมากไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ โดยนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของเงื่อนไขที่กำหนดให้ในสถานการณ์ปัญหาได้ และนักเรียนไม่สามารถแสดงแนวคิด หรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง จากการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เน้นการบรรยายหลักการ การยกตัวอย่างการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ แล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจำนวนมาก โดยแบบฝึกหัดส่วนใหญ่เป็นการเน้นให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ซึ่งไม่ได้เน้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด หรือขั้นตอนการแก้ปัญหา และไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ส่งผลให้นักเรียนเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการจดจำขั้นตอนวิธีการตามที่ครูสอนในชั้นเรียนเท่านั้น ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองอย่างแท้จริง และนักเรียนไม่ได้ถูกกระตุ้นให้แสดงแนวคิด วิธีการ

แก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งเป็นเพียงการแก้ปัญหาตามขั้นตอนที่ได้จดจำมาจากตัวอย่าง ดังนั้นความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ถือเป็นทักษะกระบวนการที่สำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากการที่นักเรียนจะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีนั้น นักเรียนจะต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจ หลักการ ทฤษฎีบทและสูตรต่าง ๆ เพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา (สิริพร ทิพย์คง, 2544) สอดคล้องกับ Bell (1978) ที่ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะสมที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ปัญหาและช่วยส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักการคิดอย่างมีเหตุผล มีขั้นตอน รู้จักการตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง ดังนั้น การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรมุ่งพัฒนากระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้ ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ ซึ่ง การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน ควรมีการออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Task) (Watson, 2003) ถือเป็นจัดการเรียนรู้อีกแนวทางหนึ่งที่สามารถนำไปใช้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนได้เช่นเดียวกัน

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving) เป็นหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะความคิดรวบยอดและหลักการ ต่าง ๆ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิดการพัฒนาคูณลักษณะของนักเรียนที่ต้องการ (Charles and Lester, 1977, p. 12) นอกจากนี้การแก้ปัญหายังเป็นทักษะพื้นฐานสำหรับการดำรงชีวิต ในแต่ละวัน ทักษะการแก้ปัญหาจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาทักษะอื่นๆ ได้แก่ การสังเกต การออกแบบ การตัดสินใจ การทำงานเป็นกลุ่ม การระดมสมอง และการแก้ปัญหายังเป็น กิจกรรมที่สำคัญในการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Fisher, 1987, pp. 2 - 3) การแก้ปัญหาก็เป็นทักษะสำคัญที่จะต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นกับตัวผู้เรียน ให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ และนำความสามารถนี้ไปประยุกต์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริงได้

ความคิดและความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นแนวความคิดที่สำคัญของเรื่องการสอนให้ คิด เป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็นที่ปรากฏอยู่ในความมุ่งหมายของหลักสูตรการศึกษาหลาย ฉบับและหลายระดับ นับตั้งแต่การศึกษาขั้นพื้นฐานจนถึงระดับอุดมศึกษาเรื่อยมา ซึ่งสอดคล้อง กับแผนพัฒนา

เศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 11 (พ.ศ. 2555-2559) ได้ชี้ให้เห็นถึงยุทธศาสตร์ การพัฒนาคนสู่สังคมแห่งการเรียนรู้ตลอดชีวิตอย่างยั่งยืน โดยมีเป้าหมายการพัฒนาให้คนไทยทุก คนได้รับการพัฒนาทั้งร่างกายและจิตใจ มีอนามัยการเจริญพันธุ์ที่เหมาะสมในทุกช่วงวัย มีความรู้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ มีนิสัยใฝ่เรียนรู้ตลอดชีวิต มีความคิดสร้างสรรค์ มีวินัย มีคุณธรรม จริยธรรม มีค่านิยมความเป็นไทย รู้จักหน้าที่ของตนเองและของผู้อื่น มีจิตสำนึกรับผิดชอบต่อสังคม ซึ่งแนวทางดังกล่าวก็สอดคล้องกับนโยบายของ กระทรวงศึกษาธิการ ในการพัฒนาเยาวชนของชาติ เข้าสู่โลกยุคศตวรรษที่ 21 โดยมุ่งส่งเสริมให้ ผู้เรียนมีคุณธรรม รักความเป็นไทย มีทักษะการคิดวิเคราะห์ คิดสร้างสรรค์ มีทักษะด้าน เทคโนโลยี สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมโลกได้อย่างสันติ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 58)ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ความคิด เหตุผล ตรรกะ ประกอบกับประสบการณ์การแก้ปัญหา จนเกิดเป็นทักษะทางปัญญาในการ เลือกความรู้ กระบวนการ และยุทธวิธีที่เหมาะสม มาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ซึ่งมีความสำคัญและมีคุณค่าอย่างมากในการแก้ปัญหา (Day et al. 1977, p. 1)

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป และการเปรียบเทียบอัตราส่วน หรือสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่ที่เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใดๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน และยังหมายถึงความสามารถในการเข้าใจความสัมพันธ์แบบทวิคูณที่มีอยู่ในสถานการณ์การเปรียบเทียบ ความเข้าใจการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณ หรือความเข้าใจถึงความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นในสถานการณ์เชิงสัดส่วน การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสามารถนำไปประยุกต์กับศาสตร์หลายๆ สาขา เช่น ศิลปะ ดนตรี วิทยาศาสตร์ เกษษกรรมวิศวกรรมศาสตร์ หรือสถาปัตยกรรม รวมทั้งเกี่ยวข้องกับการใช้ชีวิตประจำวันของคนเราด้วย เช่น การคิดอัตราค่าโทรศัพท์ อัตราการแลกเปลี่ยนเงิน อัตราดอกเบี้ย การอ่านแผนที่ การซื้อสินค้า การปรุงอาหาร หรือเกษตรกรรม เป็นต้น การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจึงเป็นหัวข้อหนึ่งที่น่าสนใจและท้าทายสำหรับนักคณิตศาสตร์ศึกษา เนื่องจากแนวคิดเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญในคณิตศาสตร์หลายๆ แขนง เช่น เรขาคณิต ตรรกศาสตร์ พีชคณิต แคลคูลัส สถิติและความน่าจะเป็น (Lanius and Williams, 2003, pp. 392–396) สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (1989, p. 82) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กฎเกณฑ์จำนวนมากทำให้เกิดระเบียบวิธีการของสัดส่วนตามมา ในการเรียนวิทยาศาสตร์ใช้สัดส่วน

ในด้านการสำรวจความหนาแน่น ใช้เรื่องความสมดุลของคาน เปรียบเทียบความสมดุลของสองอัตรา ในการเรียนคณิตศาสตร์ใช้สัดส่วนในการตรวจสอบความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม ใช้แก้ปัญหาในเรื่อง การวัด ใช้ในการนิยามฟังก์ชันตรีโกณมิติ ความสำคัญของการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังอยู่ในหลักสูตร และเป็นมาตรฐานในการวัดผลสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา การใช้เหตุผลเป็น องค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้การดำเนินชีวิตของคนเรามีความแตกต่างจากสัตว์โลก ในขณะที่นัก การศึกษาบางคน (Krulik and Rudnick, 1993, pp. 3-5) จัดให้การให้เหตุผลเป็นการคิดชนิดหนึ่ง ที่ คนเราได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยการตั้งข้อคาดการณ์ สร้างสมบัติที่เป็น นามธรรมจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา จากนั้นจึงตรวจสอบเหตุผลเพื่ออธิบาย และยืนยัน ข้อสรุป ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดใหม่ที่ได้จากข้อมูลเก่า โดยการคิดที่เริ่มจากสมมติฐาน (premises) กลุ่มหนึ่งไปยังอีกกลุ่มหนึ่ง อาจเริ่มจากสมมติฐานหลายๆข้อก็ได้ อาจเริ่มจากสมมติฐานที่เป็นภาษา สิ่งที่พบเห็นหรือคิดขึ้นมา ผลสรุปที่ได้อาจอยู่ในรูปของภาษาหรือการกระทำที่เป็นผลโดยตรงจาก ข้อสรุปนั้น ในยุคคณิตศาสตร์ใหม่การใช้ภาษามีความจำเป็นต่อการเข้าใจสมบัติทางคณิตศาสตร์เป็น อย่างมาก (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545, น. 10) และทักษะการอ่านมี ความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ความเข้าใจความหมายของคำศัพท์ โดยทั่วไป และ คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เป็นการนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการอ่าน ยังมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแง่วินิจฉัยปัญหาและสาเหตุในการ แก้ปัญหา (Cramer, 1966, pp. 18-22)

เมื่อกล่าวถึงเรื่องสัดส่วน ผู้ที่เคยเรียนมาแล้วมักจะนึกถึงสมการที่อยู่ในรูป ซึ่งก็เป็นโจทย์ปัญหา ประเภทหนึ่งที่เราเรียกกันว่า โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป ซึ่งสามารถพบ ได้ในหนังสือ แบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และถ้าจะหาคำตอบของ สมการนี้ส่วน ใหญ่จะใช้วิธีการที่เรียกกันว่าการคูณไขว้ ซึ่งถือว่าเป็นวิธีการที่เป็นมาตรฐานของการแก้โจทย์ปัญหา ประเภทดังกล่าวนี้ ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์หลายๆ ท่านโดยเฉพาะอย่างยิ่งครูที่สอนเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละต่างมีความเห็นว่านักเรียนผู้ที่สามารถหาคำตอบจาก สมการดังกล่าวโดยใช้การ คูณไขว้ถือว่าเป็นผู้ที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เสมือน หนึ่งว่าเป็นเรื่องง่ายๆ ซึ่งผู้ที่ เคยเรียนมาควรจะทำได้อย่างอัตโนมัติอยู่แล้ว (Lamon, 1999, p. 1) ในประเด็นดังกล่าวนี้ Cramer and Post (1993, p. 342) เชื่อว่าการแก้ปัญหโดยใช้การคูณไขว้เพื่อเป็นตัวบ่งชี้ถึงความสามารถใน การให้ เหตุผลเชิงสัดส่วนยังมีข้อจำกัดอยู่มากเพราะว่าคำตอบที่นักเรียนได้จากการแก้ปัญหานั้น

นักเรียน ได้มาจากขั้นตอนวิธีการล้วนๆ และเป็นไปได้ที่นักเรียนอาจจะใช้วิธีการท่องจำขั้นตอนในการหาคำตอบ และสมาธิคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (2000, pp. 217 – 221) กล่าวเช่นเดียวกันว่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนควรเป็นมากกว่าการสร้างสมการที่เท่ากันของสองอัตราส่วน แล้วใช้การคูณไขว้หาคำตอบของสมการ ส่วน Thompson and Bush (2003, p. 400) กล่าวว่า การใช้การคูณไขว้ในการแก้ปัญหจะทำให้ผู้เรียนขาดการพัฒนาความสามารถ ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และยังเป็นการไปยับยั้งวิธีการคิดอย่างเป็นธรรมชาติของผู้เรียน รวมทั้งทำให้ผู้เรียนขาดความเชื่อถือนิยทวิธีอื่นๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน สอดคล้องกับ ผลการวิจัยของ Lesh, Post and Behr (1988, p. 93) ที่สรุปเกี่ยวกับผลเสียที่เกิดจากการใช้การคูณไขว้ไว้ 3 ข้อ คือ 1) ทำให้ผู้เรียนขาดความเข้าใจแนวคิดพื้นฐานเรื่องของสัดส่วน 2) ทำให้ผู้เรียนขาดการสร้างวิธีการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นธรรมชาติ และ 3) ทำให้ผู้เรียนหลีกเลี่ยงการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ผู้วิจัยเห็นว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และยังเป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ หลายๆ แขนง เช่น เรขาคณิต ตรีโกณมิติ พีชคณิต แคลคูลัส สถิติและความน่าจะเป็น และยังนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์หลายๆ สาขา รวมทั้งเกี่ยวข้องกับการใช้ชีวิตประจำวันของเรา อีกทั้งการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเชิงสัดส่วน การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะเป็นแนวทางนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน และผู้วิจัยคาดหวังว่าผลการวิจัยเป็นประโยชน์สำหรับครู ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.2.2 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1.3.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 10 ห้อง จำนวนนักเรียน 398 คน

1.3.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ห้องเรียนปกติ) โรงเรียนสารคามพิทยาคม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้อง จำนวนนักเรียน 80 คน โดยวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

1.3.3 ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.3.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาในการดำเนินงานครั้งนี้ ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561

1.3.5 เนื้อหาที่ใช้ในงานวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ อัตราส่วนและสัดส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง 2560)

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

“การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน” หมายถึง การให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนในการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการย่อส่วนหรือขยายส่วนในสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่ที่เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใดๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน และเป็นแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

“ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน” หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกัน สามารถอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน ความสามารถในการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน การเข้าใจเรื่องสัดส่วนและการนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วน

“การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” หมายถึง การแก้สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาจจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ที่บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ซึ่งจะต้องใช้ความรู้ วิธีการ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

ผลการวิจัยจะเป็นข้อเสนอแนะให้หน่วยงานหรือผู้ที่เกี่ยวข้องทางการศึกษาและผู้สนใจได้ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้สูงขึ้น เป็นการเตรียมความพร้อมในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นและการทดสอบระดับชาติต่อไป

บทที่ 2

การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
2. การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
5. กรอบแนวคิดการวิจัย

2.1. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของปริมาณสองปริมาณที่มีความสัมพันธ์กัน หรือการแก้สถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่ เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใดๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้นเป็นหัวข้อหนึ่งที่น่าสนใจและท้าทายสำหรับนักคณิตศาสตร์ศึกษา เนื่องจากแนวคิดเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญในคณิตศาสตร์หลายๆ แขนง การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังนำไปประยุกต์กับศาสตร์หลายๆ สาขา

2.1.1 ความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในลักษณะต่างๆ กันดังนี้

Behr et al. (1988) ได้มองการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนในฐานะที่เป็นรูปแบบหนึ่งของการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวข้องกับตัวแปรร่วมและการเปรียบเทียบเชิงการคูณและยังหมายถึงความสามารถในการเก็บรวบรวมและการแยกย่อยความรู้

Cramer, Post and Currier (1993) กล่าวว่า การให้เหตุผล เชิงสัดส่วนเกี่ยวข้องกับความสามารถในการเปรียบเทียบอัตราส่วนและความสามารถในการหาค่าที่หายไป รวมถึงความสามารถในการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

National Research Council (2000, p. 241) กล่าวว่า สัดส่วน คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วน 2 อัตราส่วน และความเข้าใจถึง ความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นในสถานการณ์เชิงสัดส่วนและการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ที่ เกิดขึ้นนี้เรียกว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Lanius and Wilianms (2003, p. 392) กล่าวว่า คำว่าสัดส่วน และการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นคำที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างใกล้ชิด คำว่าสัดส่วนกล่าวถึงใน ลักษณะเฉพาะของความสัมพันธ์ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปของการเท่ากันของสองอัตราส่วน ส่วนคำว่าให้การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนตระหนักถึงสถานการณ์ที่ เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และความสามารถในการแก้ สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปและการเปรียบเทียบอัตราส่วน

Lamon (2005, p. 3) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการย่อส่วนหรือขยายส่วนในสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่ เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใดๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน

de la Cruz (2008, p. 7) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเกี่ยวข้องกับ การตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และเกี่ยวข้องกับ ความสามารถในการให้เหตุผลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพกับสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

อัมพร ม้าคนอง (2554, น. 51-54) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับ สัดส่วนในการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการย่อส่วนหรือขยายส่วนในสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็น ความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่ที่เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใดๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน และเป็น แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่ เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

2.1.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Behr et al. (1988) ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจความสัมพันธ์แบบตรีคูณที่มีอยู่ในสถานการณ์การเปรียบเทียบ

Cramer, Post and Currier (1993) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิง สัดส่วนเกี่ยวข้องกับความสามารถในการเปรียบเทียบอัตราส่วนและความสามารถในการหาค่าที่หายไป รวมถึงความสามารถในการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

ขวัญ เพ็ญชัย (2553, น. 20-21) ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนในสองด้านต่อไปนี้

1. การแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ดังนี้

1.1 อธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณ แต่ยังคงเป็น อัตราส่วนเดียวกัน

1.2 เปรียบเทียบอัตราส่วน

1.3 แยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

2. การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

ชญญารัตน์ อินทร์อนันต์ (2552, น.9) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิง สัดส่วน หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเข้าใจเรื่องสัดส่วนและการนำความรู้เรื่องสัดส่วน ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วน

สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการ แยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน สามารถอธิบายถึงสัดส่วนใน ลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน ความสามารถในการ หาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน การเข้าใจเรื่องสัดส่วนและการนำความรู้เรื่อง สัดส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วน

2.1.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญในคณิตศาสตร์หลายๆ แขนงและสามารถไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์หลายๆ สาขา รวมทั้งเกี่ยวข้องกับการใช้ชีวิตประจำวันของเราด้วย มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้แตกต่างกัน ดังนี้

Hoffer (1988, p. 285) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ว่า โดยทั่วไปแล้วการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนถือว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอันหนึ่งของการคิดอย่างเป็นแบบแผนในเด็กวัยรุ่น นอกจากนี้ความล้มเหลวในการพัฒนาเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องนี้ในระยะแรกๆ ของเกรด 6 – 8 จะไปทำให้เกิดการยับยั้งการเรียนรู้ ในหลายๆ สาขาวิชาที่ต้องมีการคิดในเชิงปริมาณเข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์ หรือสถิติ รวมทั้งพีชคณิตและเรขาคณิตด้วยการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญซึ่งถูกนำไป ประยุกต์ใช้กับวิทยาศาสตร์ ศิลปะ สถาปัตยกรรม แพทยศาสตร์วิศวกรรมศาสตร์ หรือธุรกิจต่างๆ และเป็นรากฐานสำคัญสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น เช่น พีชคณิต แคลคูลัส ตรีโกณมิติ เรขาคณิต ความน่าจะเป็นและสถิติ เป็นต้น

Lesh, Post and Behr (1988, p. 95) เชื่อว่าการ ให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นขั้นสูงสุดของการเรียนเลขคณิตในระดับประถมศึกษาและเป็นพื้นฐานที่สำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่อในระดับสูง

Harel and Confrey (1994, p. 15) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

Berenson, and Greenspon (2004, p. 17) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังเป็นตัวบ่งชี้ที่ดีของผลสัมฤทธิ์ทางเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูงด้วย

National Council of Teachers of Mathematics (2000, pp. 212 – 213) ได้ออกหนังสือหลักการและมาตรฐานคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) โดยได้เสนอให้การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นสาระสำคัญในการบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ของเกรด 6 – 8 ซึ่งมีหลายๆ เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ได้แก่ อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ ความคล้าย มาตราส่วน สมการเชิงเส้น ความชัน ความถี่สัมพัทธ์ ฮิสโทแกรม และความน่าจะเป็น นอกจากนี้ยังเชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ และศิลปะ

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นองค์ประกอบสำคัญอันหนึ่งของการคิดอย่างเป็นแบบแผนในเด็กวัยรุ่น เป็นหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และเป็นสาระสำคัญในการบูรณาการเรื่องต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 – มัธยมศึกษาปีที่ 2 เนื่องจากการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นขั้นสูงสุดของการเรียนเลขคณิตในระดับประถมศึกษา และยังเป็นตัวบ่งชี้ที่ดีของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูง

2.1.4 องค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Heller et al. (1989, pp. 205-220) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งผล กระทบต่อความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งจำแนกได้ 2 ประเภท คือ การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) และ การใช้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การใช้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) การใช้เหตุผลเชิงตัวเลขเป็น องค์ประกอบหนึ่งที่ส่งผลต่อความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนด้านการแก้ปัญหาสัดส่วน ซึ่ง การใช้เหตุผลเชิงตัวเลขในที่นี้ คือ ความสามารถในการใช้ทักษะเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ เนื่องจากเศษส่วนเป็นจำนวนตรรกยะ และอัตราส่วนเขียนในรูปเศษส่วนได้ จึงนำเศษส่วนนั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาสัดส่วน เพราะการเท่ากันของเศษส่วนสองจำนวนนั้น เหมือนโครงสร้างของโจทย์ปัญหาสัดส่วน

2. การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ นั้นเป็นการตัดสินใจว่า ค่าของอัตราส่วนจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร ซึ่งอาจจะเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อเศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม

Heller et al. (1990, p. 390) ได้แบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วน ที่เปลี่ยนแปลงไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ ดังนี้คือ

1. เศษเพิ่มขึ้นและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้
2. เศษเพิ่มขึ้นและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
3. เศษเพิ่มขึ้นและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
4. เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง

5. เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม
6. เศษเท่าเดิมและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
7. เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง
8. เศษลดลงและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนลดลง
9. เศษลดลงและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลง

ได้ซึ่งพอจะสรุปได้เป็นแผนภูมิได้ดังนี้

ตารางที่ 2.1

ลักษณะค่าของอัตราส่วน ที่เปลี่ยนแปลงไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ

ส่วน \ เศษ	เพิ่มขึ้น	เท่าเดิม	ลดลง
เพิ่มขึ้น	บอกไม่ได้	ลดลง	ลดลง
เท่าเดิม	เพิ่มขึ้น	เพิ่มขึ้น	ลดลง
ลดลง	เพิ่มขึ้น	เท่าเดิม	บอกไม่ได้

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Qualitative and Numerical Reasoning About Fractions and Rates by Seventh and Eighth Grade Students* (pp. 388 – 402), by Heller, Post, Behr, and Lesh, 1990.

การศึกษาการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ นอกจะศึกษาในลักษณะการเปลี่ยนแปลงของ ค่าอัตราส่วนแล้ว ยังศึกษาการเปรียบเทียบอัตราส่วนสองอัตราส่วน ซึ่งการศึกษาในสองลักษณะนี้ จะมีความสำคัญต่อความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน และยังเป็นทักษะพื้นฐานสำคัญในการทำ โจทย์เกี่ยวกับสัดส่วนที่เป็นตัวเลข

สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. การใช้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) เป็นความสามารถในการใช้ทักษะเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ และอัตราส่วน ซึ่งเขียนในรูปเศษส่วนได้ จึงนำเศษส่วนนั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาสัดส่วน เพราะการเท่ากันของเศษส่วนสองจำนวนนั้น เหมือนโครงสร้างของโจทย์ปัญหาสัดส่วน

2. การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ เป็นการตัดสินใจว่า ค่าของอัตราส่วนจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร มีการเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อเศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม

2.1.5 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

สำหรับพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Carpenter et al. (1999, p. 23) ได้กำหนดพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็น 4 ระดับดังต่อไปนี้

ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่ นักเรียนใช้แก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนเลย ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ ใช้การคำนวณอย่างสุ่ม หรือมุ่งพิจารณาที่ผลต่างของจำนวนนักเรียนระดับนี้ขาดการตระหนักถึงความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างปริมาณ

ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ที่อัตราส่วนไม่สามารถทดแทนโดยใช้การหารได้ เพราะฉะนั้นการแก้ปัญหาของนักเรียนจึงใช้วิธีการบวกซ้ำหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็ม บวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การทดแทน อัตราส่วนโดยใช้การหารได้

ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ที่อัตราส่วนสามารถทดแทนโดยใช้การหารได้ ด้วยมุมมองดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้กว้างกว่านักเรียนในระดับ 1

ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ หรือ ใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน หรือใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์ เป็นต้น

Karplus Adi and Lawson (1980, pp. 673 – 683) ได้กำหนดพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็น 4 ระดับ ดังนี้ ระดับ 1 ขั้นการคิดขึ้นเองในใจ (Intuitive) ระดับ 2 ขั้นการให้เหตุผลเชิงการบวก (Additive Reasoning) ระดับ 3 ขั้น เปลี่ยนผ่านจากการให้เหตุผลเชิงการบวกไปสู่การคูณ (Transitional) และระดับ 4 ขั้นการใช้ อัตราส่วน (Ratio)

สรุปได้ว่า พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน คือการที่นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน เช่นการใช้การคูณไขว้ การใช้ความรู้เรื่องการกัน หรือการเทียบบัญญัติไตรยางค์ในการดำเนินการแก้ปัญหา

2.2 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนนั้นส่วนใหญ่จะมีลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ตายตัว ดังนั้นการประเมินเพียงแค่ว่านักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนจนนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง แล้วผู้ประเมินสรุปว่านักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วนนั้น การประเมินดังกล่าวนี้มีมุมมองที่ค่อนข้างจำกัด ความสามารถของผู้เรียนดังที่กล่าวนี้ เป็นเงื่อนไขที่จำเป็นแต่ไม่เพียงพอต่อการไปตัดสินว่านักเรียนมีเข้าใจหรือไม่ ดังนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเปิดมุมมองให้กว้างเกี่ยวกับการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

2.2.1 แนวคิดในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Lesh, Post and Behr (1988, p. 98) มีโจทย์ปัญหาอยู่ 3 ประเภทใหญ่ๆ ที่ถูกนำมาใช้ในการประเมินความสามารถในการให้ เหตุผลเชิงสัดส่วนได้แก่ โจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงปริมาณ โจทย์ปัญหาการหาค่าที่หายไป และโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ

Cramer and Post (1993, pp. 342 – 346) กล่าวถึงโจทย์ปัญหาประเภทโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงปริมาณ นักเรียนจะต้องเปรียบเทียบอัตรา 2 อัตราที่ให้มา ว่าค่าของอัตราใดมีค่ามากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากัน ตัวอย่างปัญหาเช่น “ ริชาร์ดซื้อหมากฝรั่ง 6 ชิ้น ราคา 12 เซนต์ ณร้านเดียวกันนี้ ชูซานซื้อหมากฝรั่ง 8 ชิ้น ราคา 15 เซนต์ ใครซื้อหมากฝรั่ง ได้ถูกกว่ากัน ”

Lamon (1999) กล่าวว่า การแก้ปัญหาดังกล่าวนี้เป็นปัญหาที่ยากกว่าปัญหาการหาค่าตัวแปรที่หายไปเนื่องจากการใช้วิธีการคูณไขว้ อาจจะไม่นำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอื่นแทน เช่น วิธีการเพิ่มขนาดสัดส่วน (Scaling Up) จากที่ริชาร์ดซื้อหมากฝรั่งในอัตราส่วน 6 ชิ้นต่อเงิน 12 เซนต์ โดยการคูณด้วยตัว ประกอบ 4 กับอัตราส่วนการซื้อหมากของริชาร์ดอาจกล่าวได้ว่า ริชาร์ดซื้อหมากฝรั่งในอัตราส่วน 24 ชิ้นต่อเงิน 48 เซนต์ จากที่ชูซานซื้อในหมากฝรั่งในอัตราส่วน 8 ชิ้นต่อเงิน 15 เซนต์ โดยการ คูณด้วยตัวประกอบ 3 กับอัตราส่วนการซื้อหมากชูซาน

อาจกล่าวได้ว่า ชูชานซื้อหมากฝรั่งใน อัตราส่วน 24 ชิ้นต่อเงิน 45 เซนต์ นั้นแสดงว่าชูชานซื้อหมากฝรั่งได้ถูกกว่าริชาร์ด หรืออีกปัญหา หนึ่ง ปัญหา น้ำส้มผสมของโนเอลติง

Noelting (1980, pp. 217–253) ซึ่งแสดงวิธีการอธิบายด้วยภาพประกอบซึ่งมีเหยือกน้ำสองเหยือก (เหยือก A และเหยือก B) และชุดของแก้วน้ำ 2 ชุด โดยรูปแก้วน้ำที่ไม่ได้ แรเงาให้แทนแก้วน้ำที่ใส่น้ำเปล่า ส่วนรูปแก้วน้ำที่แรเงาแทนแก้วน้ำที่ใส่น้ำส้ม ตัวอย่างการ ทดสอบ ตัวอย่างหนึ่ง เช่น ให้ชุดแก้วน้ำอันแรกมาซึ่งประกอบด้วยแก้วน้ำแรเงา 2 แก้ว และแก้วน้ำที่ไม่ได้แรเงา 3 แก้ว ส่วนชุดแก้วน้ำอันที่สองประกอบด้วยแก้วน้ำแรเงา 3 แก้ว และแก้วน้ำที่ไม่ได้ แรเงา 4 แก้ว (ดังภาพที่ 2.1)



ภาพที่ 2.1 ปัญหา น้ำส้มผสมของโนเอลติงโดยใช้ภาพของเหยือกน้ำและแก้ว. ปรับปรุงจาก *The development of proportional reasoning and the ratio concept : Part1 Differentiation of stages.* (pp.217–253). by Noelting 1980.

ตัวอย่างประกอบ การทดลองนี้นักเรียนจะต้องลองจินตนาการถึงการทำน้ำส้มผสมที่มา จากชุดของแก้วน้ำแต่ละชุดโดย การผสมระหว่างหัวน้ำส้มกับน้ำเปล่าลงไปเหยือกของแต่ละชุด เพื่อจะตัดสินใจว่าเหยือกน้ำอัน ไหนที่มีรสชาติของน้ำส้มผสมเข้มข้นกว่ากัน หรือมีความเข้มข้นเท่ากัน การทดสอบนี้โนเอลติงได้ เปลี่ยนจำนวนแก้วน้ำที่แรเงาและไม่แรเงาไปเรื่อยๆ ซึ่งมีทั้งความสัมพันธ์ที่เป็นจำนวนเต็มและไม่ใช่นับจำนวนเต็มข้อสังเกตจากการสอบพบว่านักเรียนจะสับสนปัญหาหรือมีความยุ่งยากในการตัดสินใจ เกี่ยวกับความเข้มข้นเมื่อพบกับความสัมพันธ์ที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม

โจทย์ปัญหาการหาค่าที่หายไปเกี่ยวข้องกับการให้จำนวนมา 3 จำนวนแล้วให้หาจำนวน อีกจำนวนหนึ่ง ปัญหาหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าที่หายไปที่มักอ้างถึงกันอยู่เสมอ คือ ปัญหาชายสูง และ

ชายเตี้ย (Tall – Man - Short – Main Problem) ของ Krampus, Krampus and Wollman (1974) ในสถานการณ์ปัญหาจะคำนวณเกี่ยวกับความสูงของชาย เตี้ยและชายสูง โดยมีคำถามว่า ชายเตี้ยมีความสูงเท่ากับกระดุม 4 เม็ด ชายสูงมีความสูงเท่ากับ กระดุม 6 เม็ด ถ้าใช้ลวดเสียบกระดุมวัดความสูงของชายเตี้ยได้เท่ากับลวด 6 ตัว แล้วชายสูงจะสูง เท่าไหร่ ถ้าใช้ลวดเสียบกระดุมตัวเดียวกัน วัด จากข้อมูลข้างต้นเราได้อัตราส่วนของจำนวนลวด เสียบกระดุมต่อกระดุม คือ 6 ต่อ 4 ซึ่งเป็นอัตราส่วนที่ให้จำนวนมาครบและอัตราส่วนของจำนวน ลวดเสียบกระดุมต่อกระดุมอีกอัตราหนึ่ง คือ X ต่อ 6 ซึ่งเป็นอัตราส่วนที่ให้จำนวนมาไม่ครบ ปัญหานี้สามารถอธิบายให้เห็นด้วยการใช้ระบบการเขียนสัญลักษณ์ตามแบบของ Vergnaud's Notation ดังต่อไปนี้

	ความสูงของกระดุม	ความสูงของลวดเสียบกระดุม
ชายเตี้ย	4	6
ชายสูง	6	X

นอกจากนี้แล้วยังมีวิธีการอื่นๆ อีกในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข และ ปัญหาการหาค่าตัวแปรที่หายไป เช่น การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย การใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของ เศษส่วน การเปลี่ยนตัวประกอบ การบวกเพิ่ม การคูณไขว้ เป็นต้น ซึ่งรายละเอียดในแต่ละวิธีนั้นได้ กล่าวไว้ในหัวข้อเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Craner, Post and Currier (1993, p. 166) กล่าวว่าโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพเป็นปัญหาหนึ่งซึ่งถูกนำมาใช้ในการประเมิน ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ปัญหาประเภทนี้ต้องการให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบ ที่ซึ่งไม่เกี่ยวกับค่าของตัวเลข ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับ การเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เช่น วันนี้เดวิดวิ่งรอบสนามฟุตบอลได้ระยะทางน้อยกว่าเดิม แต่ใช้ เวลามากกว่าวันก่อน อยากทราบว่าความเร็วในการวิ่งของเดวิดเป็นอย่างไรเมื่อเทียบกับวันก่อน ก) เร็วขึ้น ข) ช้าลง ค) ความเร็วเท่าเดิม และ ง) ข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอในการตัดสินใจ

Steinhorst and Sriraman (2007, p. 15) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผล เชิงคุณภาพ ว่าควรอยู่บนพื้นฐานของความรู้ที่มาจากการหยั่งรู้ด้วยตนเองหรือยังไม่เป็นทางการ (Intuitive or Informal Knowledge) โดยปราศจากตัวเลขเข้ามาเกี่ยวข้อง

de la Cruz (2008, p. 7) กล่าวว่านอกจากจะประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนโดยพิจารณาจากการทำโจทย์ปัญหา 3 ประเภทดังที่กล่าวไว้แล้ว เพื่อเป็นการขยายความ

เข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนดังนั้นประเด็นหนึ่งที่จะนำมาพิจารณาเพิ่มเติมอีกในการประเมิน คือ ความสามารถในการแยกแยะหรือตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับ สัดส่วน

Van de Walle (2004 , p. 314) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้ เหตุผลเชิงสัดส่วนว่า ครูควรคำนึงถึงประเด็นต่อไปนี้

1. ผู้เรียนสามารถแยกความแตกต่างระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้หรือไม่
2. ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในเชิงวิธีการในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนหรือไม่ ซึ่งความ ยืดหยุ่นดังกล่าวนี้จะเป็นตัวบ่งชี้หนึ่งซึ่งแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ของผู้เรียน
3. ผู้เรียนมีวิธีการคิดแก้ปัญหาที่หลากหลายหรือไม่ในสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับ สัดส่วน
4. ผู้เรียนมีวิธีการแสดงแนวคิดอย่างไรที่สะท้อนให้เห็นถึงพัฒนาการเกี่ยวกับการคิดเชิงสัดส่วน

สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการให้ เหตุผลเชิงสัดส่วนว่า ครูควรคำนึงถึง ประเด็นต่อไปนี้ 1) การแยกแยะความแตกต่างระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้หรือไม่ 2) มีความยืดหยุ่นในเชิงวิธีการในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ สัดส่วนหรือไม่ และ 3) มีวิธีการแสดงแนวคิดอย่างไรในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

2.2.2 ลักษณะของปัญหาและประเภทของโจทย์ปัญหาที่ใช้ศึกษาความสามารถในการ ใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ลักษณะของปัญหาและประเภทของโจทย์ปัญหาที่ใช้ในการศึกษาความสามารถในการใช้ เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้น

Lamon (1998) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาออกเป็น 4 ประเภทด้วยกันดังนี้

1. ปัญหาประเภท Part - Part - Whole เซตย่อยของจำนวนทั้งหมด จะถูก เปรียบเทียบ ด้วยคอมพลิเมนต์ (ส่วนกลับ)ของมัน เช่น เด็กผู้ชาย กับเด็กผู้หญิง หรือคำตอบที่ถูกกับ คำตอบที่ผิด หรือเป็นการเทียบกับจำนวนทั้งหมด เช่น เด็กผู้ชาย 12 คน จากเด็กทั้งหมด 20 คน หรือ คำตอบที่ ถูกต้อง 80 ข้อ จากคำถาม100 ข้อ ตัวอย่างโจทย์ปัญหาประเภท Part - Part -

Whole เช่น คุณครูโจนส์ แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน แต่ละกลุ่มมีนักเรียนหญิง 3 คน ถ้าคุณครูโจนส์มีนักเรียน ทั้งหมด 25 คน อยากทราบว่าในชั้นเรียนของเธอมีนักเรียนหญิงกี่คน และนักเรียนชายกี่คน

2. ปัญหาประเภท Associated Sets ซึ่งเกี่ยวข้องกับสองเซตที่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งโดยปกติแล้วปริมาณสองปริมาณไม่ได้มีความสัมพันธ์กัน เช่น ลูกโป่งกับเงิน คนกับพิซซ่า คุณก็กับ กล่อง เป็นต้น ตัวอย่างโจทย์ปัญหาประเภทนี้ เช่น เอลเลน จิม และ สตีฟ ซื้อลูกโป่งสวรรค์ 3 ลูก ในราคา 2 ดอลลาร์ พวกเขาตัดสินใจจะกลับไปร้านอีกครั้งและซื้อลูกโป่งให้กับนักเรียนทั้งชั้น พวกเขาจะต้องจ่ายเงินเท่าไรเพื่อซื้อลูกโป่ง 24 ลูก

3. ปัญหาประเภท Well-Known Measures เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการวัดทั่วไป ใน ชีวิตประจำวัน ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของสิ่งที่มีตัวตน สามารถวัดได้ หรืออัตราที่คนทั่วไปรู้จักดี เช่น ความเร็ว ซึ่งเป็นอัตราส่วนของระยะทาง (ไมล์) และเวลา (ชั่วโมง) หรือราคาต่อหน่วย ซึ่งเป็นอัตราส่วนของสิ่งของและเงิน เช่น ดร.เดย์ ขับรถเป็นระยะทาง 156 ไมล์ ใช้น้ำมันไปทั้งหมด 6 แกลลอน ถ้ารถของดร.เดย์ กินน้ำมันในอัตรานี้ เขาจะสามารถขับรถ 561 ไมล์ โดยใช้ น้ำมัน 21 แกลลอนได้หรือไม่

4. ปัญหาประเภท Stretching and Shrinking Situations ซึ่งเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้อง กับการเปลี่ยนแปลงขนาด แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่อเนื่องสองจำนวน เช่น ความสูงความยาว ความกว้าง หรือเส้นรอบวง เกี่ยวพันกับทั้งการเทียบมาตราส่วน การเพิ่มขนาดที่ซึ่งขยาย หรือยืดออก หรือการเทียบมาตราส่วนที่ซึ่งลดหรือหดลง ตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงขนาด เช่น รูปขนาด 6×8 นิ้วใบหนึ่งถูกอัดขยายใหญ่จนมีความยาวเพิ่มขึ้นจาก 8 เป็น 12 นิ้ว อยากทราบว่าด้านกว้างของรูปที่ขยายใหม่ใบนี้เป็นเท่าไร

Lamon (1993, p. 44) ได้ยกตัวอย่างของปัญหาประเภทต่างๆไว้ดังนี้

ตารางที่ 2.2

ตัวอย่างของปัญหาประเภทต่าง

ชนิดของปัญหา	ตัวอย่าง
Well-Chunked Measures	นักเรียนได้ดูหน้าหนึ่งของหนังสือคู่มือนักขับและทำการบันทึกระยะทางในช่วงหยุดพักหลายครั้งในการเดินทาง ที่เป็นระยะ ทางไกลๆ หลังจากที่เกิดทางได้ 2, 5, 7 และ 8 ชั่วโมงตามลำดับ ระยะทางก็วัดได้ 130, 325, 445 และ 510 ไมล์ตามลำดับ อยากทราบว่าคนขับรถได้ขับรถด้วยความเร็วคงที่
Part-Part-Whole	นักเรียนได้ดูรูปภาพที่ครูนำมาให้ดูในภาพนั้นมีลังไข่ 2 ลัง ลังหนึ่งมีไข่ 1 โหล (สีขา 8 ฟองและสีน้ำตาล 4 ฟอง) และอีกลังหนึ่งมีไข่ 1 โหล (สีขา 8 ฟองและสีน้ำตาล 8 ฟอง) ลังใดมีไข่น้ำตาลมากกว่ากันเมื่อเปรียบเทียบกับไข่สีขา
Associated sets	นักเรียนดูรูปภาพ มีเด็กผู้หญิง 7 คน พร้อมกับพิซซ่า 3 ชิ้น และมีเด็กผู้ชาย 3 คนพร้อมกับพิซซ่าอีก 1 ชิ้น อยากทราบว่าใครมีพิซซ่ามากกว่ากันผู้ชายหรือผู้หญิง
Stretching / Shrinkers	นักเรียนดูรูปต้นไม้ 2 ต้น ต้น A สูง 8 ฟุต ต้น B สูง 10 ฟุต รูปถ่ายนี้ถ่ายเมื่อ 5 ปีที่ผ่านมา ปัจจุบันนี้ ต้น A สูง 14 ฟุต ต้น B สูง 16 ฟุต ตลอด 5 ปีที่ผ่านมาต้นไม้ต้นใดที่เพิ่มความสูงได้มากที่สุด

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Ratio and Proportion : Connecting Content and Children's Thinking*. (pp. 41-46). by Lamon, 1993.

Heller et al. (1989, pp. 209-211) ได้แบ่งชนิดของอัตราส่วนและทิศทางของปัญหาที่ใช้ในการศึกษา ออกเป็น 3 ชนิด ได้แก่ ความเร็ว ความเร่ง การแลกเปลี่ยน การซื้อขายและการบริโภค และได้เสนอลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการศึกษาความสามารถในการใช้เหตุผลเชิง สัดส่วนไว้ 2 ลักษณะ คือ ปัญหาการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional

Reasoning Problems) และปัญหาการใช้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Proportional Reasoning Problems) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ปัญหาการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะของคำถามเชิงคุณภาพแบบใหม่ ซึ่งอาจจะมีค่าสำคัญในการทำความเข้าใจพัฒนาการของทักษะการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน ปัญหาการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพนี้ เรียกว่า คำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) คำถามจะถามนักเรียนเกี่ยวกับ ค่าของอัตราส่วนว่ามีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร อาจจะมีเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อกำหนดให้ เศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม แม้ว่าคำถามประเภทนี้เป็นคำถามชนิดใหม่ จะไม่ปรากฏในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์เลย แต่การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทางนี้มีความสำคัญ และเป็นทักษะที่นักเรียนจะต้องมีพื้นฐานมาก่อน เพื่อนักเรียนจะแก้ปัญหาสัดส่วนได้ดียิ่งขึ้น ปัญหาการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

1.1 ปัญหาการบอกทิศทางของอัตราส่วน (Qualitative Ratio Change Problems) เป็นปัญหาที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของค่าอัตราส่วนเมื่อกำหนดให้ค่าของเศษและส่วนของอัตราส่วนเปลี่ยนแปลงไป ส่วนใหญ่แล้วปัญหาในลักษณะนี้เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ในชีวิตประจำวัน เหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่ต่างกัน เช่น วันนี้จักร์ว่ายน้ำได้ระยะทางน้อยกว่าเดิม แต่ใช้เวลามากกว่าวันก่อน อยากทราบว่าความสามารถในการว่ายน้ำของจักร์เปลี่ยนแปลงไปอย่างไร เมื่อเทียบกับวันก่อนนักเรียนอาจจะหาคำตอบของปัญหานี้ได้โดยใช้วิธีการต่อไปนี้คือ สมมติให้ วันนี้จักร์ว่ายน้ำได้ 20 เมตร ในเวลา 3 นาที เมื่อก่อนจักร์ว่ายน้ำได้ 30 เมตร ในเวลา 2 นาที - นำอัตราส่วนของระยะทางต่อเวลาในการว่ายน้ำของจักร์เมื่อก่อนและวันนี้มาเปรียบเทียบกัน โดยการคูณไขว้

	อัตราการว่ายน้ำวันนี้		อัตราการว่ายน้ำเมื่อก่อน
	$\frac{20}{3}$		$\frac{30}{2}$
	20×2		30×3
	40	<	90
ดังนั้น	$\frac{20}{3}$	<	$\frac{30}{2}$
	3		2

นั่นคือ วันนี้ความสามารถในการว่ายน้ำของจักรลดลงเมื่อเทียบกับเมื่อวาน

1.12 ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ (Qualitative - Comparison Problems) เป็นปัญหาที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของค่าอัตราส่วน ซึ่งปัญหาในลักษณะนี้จะเกี่ยวข้องกับวัตถุ หรือบุคคลที่แตกต่างกัน เช่น สู้พัฒนวิ้งได้จำนวนรอบเท่ากับสุธรรมแต่สู้พัฒนใช้เวลาในการวิ่งมากกว่าสุธรรม อยากทราบว่าใครวิ่งเร็วกว่ากัน นักเรียนอาจหาคำตอบของปัญหานี้ได้โดยใช้วิธีการต่อไปนี้คือ

สมมติให้ สู้พัฒนวิ้งได้ จำนวน 5 รอบ ใช้เวลา 10 นาที

สุธรรมวิ้งได้ จำนวน 5 รอบ ใช้เวลา 8 นาที

จากอัตราการวิ่งทำให้เราทราบในจำนวนรอบที่เท่ากัน คนที่ใช้เวลาน้อยกว่าจะวิ่งได้ เร็วกว่า นั่นคือ สุธรรมวิ้งได้เร็วกว่าสู้พัฒน

2. ปัญหาการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนเชิงตัวเลข (Numerical Proportional Reasoning Problems) ซึ่งปัญหาลักษณะนี้แบ่งออกเป็น 2 แบบคือ

2.1 ปัญหาการหาค่าตัวแปร (Missing Value Problems) เป็นลักษณะ ของปัญหาที่กำหนดจำนวนในสัดส่วนมาให้ 3 จำนวน แล้วให้นักเรียนหาจำนวนที่ 4 เช่น ดำและ แดงวิ่งรอบสนามด้วยความเร็วเท่ากัน ถ้าดำวิ่งได้ 4 รอบ ใช้เวลา 20 นาที อยากทราบว่าถ้าแดงวิ่งได้ระยะทาง 12 รอบ จะใช้เวลากี่นาที

การแก้ปัญหาลักษณะนี้ นักเรียนสามารถทำได้โดยเขียนในรูปสัดส่วนได้ดังนี้

สมมติให้แดงใช้เวลา x นาที

จะได้สัดส่วน

$$\begin{aligned}\frac{4}{20} &= \frac{12}{x} \\ x &= \frac{12 \times 20}{4} \\ x &= 60\end{aligned}$$

ดังนั้น แดงใช้เวลาในการวิ่ง 60 นาที

2.2 ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข (Numerical-Comparison Problems) เป็นลักษณะของปัญหาที่กำหนดอัตราส่วนมาให้สองอัตราส่วน แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบว่า อัตราส่วนใดมีค่ามากกว่า เช่น สมพรและสุเทพวิ่งรอบสนามทุกเย็น ถ้าสมพรวิ่งได้ 8 รอบ ใช้เวลา 32 นาที และสุเทพวิ่งได้ 2 รอบ ใช้เวลา 10 นาที อยากราบว่าใครวิ่งเร็วกว่ากัน การแก้ปัญหาในลักษณะนี้ นักเรียนสามารถทำได้โดยเขียนอัตราส่วน 2 อัตราส่วน แล้วใช้การคูณไขว้ดังนี้

อัตราส่วนของระยะทาง	อัตราส่วนของระยะทาง
ต่อเวลาของสมพร	ต่อเวลาของสุเทพ
$\frac{8}{32}$	$\frac{2}{10}$
8×10	32×2
80	64
>	
ดังนั้น $\frac{8}{32}$	> $\frac{2}{10}$

นั่นคือ สมพรวิ่งเร็วกว่าสุเทพ

Lesh et al (1988 , p. 93) ได้ศึกษางานวิจัยในอดีต และแบ่งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนเป็น 7 ประเภท ที่เกิดขึ้นโดยธรรมชาติและสัมพันธ์กับปัญหา แต่ประเภทที่ 3 -7 ไม่ได้ ได้รับความสนใจในแวดวงการสอน ดังนี้

1. โจทย์การหาค่าตัวแปร : $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ โดยให้ค่า 3 ค่ามา (รวมทั้งคู่อัตราที่

สมบูรณ์ อันที่ 1) เป้าหมายคือให้หาส่วนที่หายไปของอัตราคู่ที่ 2 (ที่เท่ากับคู่แรก)

2. ปัญหาการเปรียบเทียบ : $\frac{A}{B} \leftarrow ? \rightarrow \frac{C}{D}$ อาจให้ค่ามา 4 ค่า คือ

A, B, C และ D) และให้ตัดสินใจว่าประโยคใดเป็นจริง ได้แก่ $\frac{A}{B} < \frac{C}{D}$ หรือ $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ หรือ $\frac{A}{B} > \frac{C}{D}$

3. โจทย์ปัญหาการเปลี่ยนรูป

3.1 ตัดสินทิศทางการเปลี่ยนแปลง ให้สองอัตราส่วนที่เท่ากันอยู่ในรูป

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ ต่อจากนั้น หนึ่งหรือสองใน 4 ค่านี้คือ คือ A, B, C และ D ถูกเพิ่มขึ้นหรือลดลง ค่าที่แน่นอน

จำนวนหนึ่งและจุดประสงค์ของโจทย์ ก็คือให้ตัดสินใจว่า ความสัมพันธ์ใดต่อไปนี้ $>$, $<$ หรือ $=$ เป็นจริง สำหรับค่าที่มีการเปลี่ยนแปลงไป

3.2 การเปลี่ยนแปลงเพื่อสร้างความเท่ากัน อสมการที่อยู่ในรูป

$\frac{A}{B} < \frac{C}{D}$ ต่อจากนั้นให้หาค่า x เพื่อสัมพันธ์กับตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งใน 4 ตัว (A, B, C และ D) เพื่อ

สร้างสมการขึ้น ตัวอย่างเช่น $\frac{(A+x)}{B} = \frac{C}{D}$

4. โจทย์ปัญหาค่าเฉลี่ย ให้ค่า 2 ค่ามา ให้หาค่าที่ 3

4.1 ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต : $\frac{A}{x} = \frac{x}{D}$

4.12 ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก : $\frac{A}{B} = \frac{(A-x)}{(x-B)}$

5. สัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนจากอัตราส่วนไปเป็นอัตรา หรือเศษส่วน เช่น อัตราส่วนของผู้ชายต่อผู้หญิงในห้องเรียนคือ 15 ต่อ 12 ดังนั้นเศษส่วนของผู้ชายต่อผู้หญิงเป็นเท่าไร

6. สัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับชื่อหน่วย เช่นเดียวกับตัวเลข 3 ฟุต/2วินาที = X ไมล์ / ชั่วโมง หรือ 5 ฟุต / วินาที

7. โจทย์ที่ต้องตีความ โดยจะให้อัตราส่วนเศษส่วน, อัตรา, หรือ Quotient) มาในระบบใดระบบหนึ่ง เพื่อบรรยายความสัมพันธ์เดียวกันนี้ โดยใช้ระบบอื่นด้วย

Karplus (1983, pp. 219) กล่าวว่าการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้นให้ความสำคัญในเรื่องความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเชิงเส้นระหว่าง 2 ตัวแปร และตามหลักการพบว่ากระบวนการของการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้นสามารถสร้างขึ้นมาได้โดยอาศัย การเทียบเคียงตัวแปรภายนอก 2 ตัวแปรที่นำมาใช้ประโยชน์คล้ายกัน การยอมรับอัตราของตัวแปรภายในที่คงที่และอยู่บนความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเชิงเส้น การประยุกต์ใช้ข้อมูลและความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ กระบวนการดังกล่าวนี้นำไปสู่ประเภทของปัญหา 2 ประเภท ได้แก่ ปัญหาการหาค่าตัวแปร (Missing Value) และปัญหาด้านการเปรียบเทียบ (Comparison) ตัวอย่างเช่น

ตารางที่ 2.3

ประเภทของปัญหา

ชนิดของปัญหา	ตัวอย่าง
Missing Value	ขับรถด้วยความเร็ว 175 กิโลเมตร/ 3 ชั่วโมง จะเดินทางได้กี่กิโลเมตร เมื่อเดินทางเป็นเวลา 12 ชั่วโมง ด้วยความเร็วคงที่
Comparison	รถยนต์ A แล่นด้วยความเร็ว 180 กิโลเมตร/ 3 ชั่วโมง รถยนต์ B แล่น ด้วยความเร็ว 400 กิโลเมตร / 17 ชั่วโมง รถคันใดวิ่งได้เร็วกว่ากัน

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Intellectual development beyond elementary school VIII: proportional, probabilistic, and correlational reasoning*, (pp. 673 – 683), By Kaplus, Adi and Lawson, 1980.

Kilpatrick et al (2001 , pp. 241-243) ได้แบ่งปัญหาเชิงสัดส่วน ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ปัญหาการหาค่าตัวแปร (Missing Value Problems) เช่น เงิน 2 ดอลลาร์ ซื้อ ลูกบอลได้ 3 ลูก ถ้าซื้อลูกบอล 24 ลูกจะต้องใช้เงินกี่ดอลลาร์
2. ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข (Numerical Comparison Problems) คือให้นักเรียนตัดสินสองอัตราส่วนที่น่าเสนอว่าอันไหนน้อยกว่าหรือมากกว่ากัน เช่น เงิน 2 ดอลลาร์ ซื้อลูกบอล ได้ 3 ลูก หรือเงิน 12 ดอลลาร์ ซื้อลูกบอลได้ 24 ลูก อันไหนดีที่สุด
3. ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ (Qualitative Comparison Problems) เช่น ถ้ามักเรียนเพื่อประเมินผลที่มีต่ออัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงเชิงปริมาณ ในหนึ่งหรือสองปริมาณ ที่เกี่ยวข้องกัน (เช่นจะเกิดอะไรขึ้นเกี่ยวกับราคาของลูกบอล ถ้าคุณต้องการลูกบอลมากขึ้นแต่ราคา ยังคงเดิม)

สรุปได้ว่า ประเภทโจทย์ปัญหาที่ใช้ในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสามารถจำแนกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Problems)

- 1.1 ปัญหาการบอกทิศทางของอัตราส่วน (Qualitative Ratio Change Problems)
- 1.2 ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ (Qualitative Comparison Problems)
2. ปัญหาการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนเชิงตัวเลข (Numerical Proportional Reasoning Problems) ซึ่งปัญหาลักษณะนี้แบ่งออกเป็น 2 แบบคือ
 - 2.1 ปัญหาการหาค่าตัวแปร (Missing Value Problems)
 - 2.2 ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข (Numerical Comparison Problems)

2.2.3 วิธีการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

Bright, Joyner and Wallis (2003, pp. 392-396) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนควรมีวิธีการประเมินที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ได้ข้อมูลที่หลากหลายซึ่งเป็นผลมาจากกระบวนการคิดของผู้เรียน และในการประเมินนั้นครูหรือผู้วิจัยควรตระหนักว่าในบางสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับสัดส่วนอย่างง่าย เป็นไปได้ที่นักเรียน อาจจะทำให้เหตุผลในลักษณะที่ซับซ้อนได้ (Sophisticate Way) หรือในกรณีที่นักเรียนพบกับ สถานการณ์ปัญหาที่มีความยากขึ้น เป็นไปได้ที่นักเรียนอาจจะย้อนกลับมาสู่การให้เหตุผลใน ลักษณะที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน เช่น การให้เหตุผลเชิงการบวก (Additive Reasoning) เป็นต้น

Van de Walle (2004, pp. 72 - 77) กล่าวถึงวิธีการหรือเทคนิคที่หลากหลายที่ใช้ในการประเมินผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย การใช้การทดสอบ การใช้การสังเกต การสัมภาษณ์ และการเขียนบันทึก ดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การทดสอบ มักเป็นส่วนหนึ่งในการนำมาใช้ประเมินผลทางคณิตศาสตร์เสมอ การใช้การทดสอบควรจะสะท้อนให้เห็นถึงเป้าหมายในการสอนของครู และแบบทดสอบควรจะถูกออกแบบมาเพื่อค้นหาสิ่งที่เป็นแนวคิดของเด็กและดูว่าเด็กได้นำแนวคิดเหล่านั้นมาเชื่อมโยงกันอย่างไร นอกจากนี้แบบทดสอบที่สร้างขึ้นนอกจากจะวัดทักษะหรือขั้นตอนวิธีทางด้านการคำนวณแล้ว ยิ่งกว่านั้นควรจะวัดด้านความรู้ความเข้าใจของเด็กด้วย แบบทดสอบที่นำมาใช้อาจจะมีลักษณะหรือรูปแบบแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายของครูที่ต้องการจะวัดหรือประเมินอะไรจากเด็ก ลักษณะหรือรูปแบบของแบบทดสอบที่ส่วนใหญ่นำมาใช้กัน เช่น แบบทดสอบแบบมีตัวเลือก

แบบทดสอบแบบให้เขียนตอบสั้นๆ แบบทดสอบที่เป็นแบบคำถามปลายเปิดเพื่อต้องการให้เด็ก เขียนบรรยายแสดงความคิดเห็น หรืออาจจะเป็นแบบทดสอบที่ต้องการให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรม หรือให้อธิบายทางวาจาออกมา เป็นต้น Van de Walle ยังกล่าวถึงข้อควรคำนึงในการทำการทดสอบทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.1 เปิดโอกาสให้เด็กสามารถนำเครื่องคำนวณมาใช้ในการทำแบบทดสอบได้ ยกเว้นเสียแต่ว่าการทดสอบดังกล่าวนี้จะวัดทักษะด้านการคำนวณ การที่ครูอนุญาตให้เด็กใช้เครื่องคำนวณได้นั้นจะทำให้เด็กมีทัศนคติที่ดีต่อเครื่องคำนวณ และเครื่องคำนวณจะทำให้เด็กได้มุ่ง ไปสู่สิ่งที่ครูต้องการจะวัดจริงๆ

1.2 ส่งเสริมให้มีการใช้อุปกรณ์และวาดภาพประกอบการอธิบายในการทำแบบทดสอบ เนื่องจากโมเดลที่เป็นอุปกรณ์มักจะถูกนำมาใช้ในการพัฒนาแนวคิด ดังนั้นในการทดสอบนักเรียน ควรมีโอกาสได้ใช้โมเดลที่เป็นอุปกรณ์เพื่อแสดงให้เห็นถึงแนวคิดในการแก้ปัญหา นอกจากนี้การ วาดภาพประกอบอย่างง่าย ๆ ที่แสดงเกี่ยวกับการนับหรือการคำนวณตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มหรือ เศษส่วน ก็จะทำให้ครูได้เห็นแนวคิดหรือมุมมองของเด็กเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอีกทางหนึ่งด้วย

1.3 เปิดโอกาสให้เด็กได้การอธิบายแนวคิดของตนเองในการแก้ปัญหา

1.4 หลีกเลี่ยงการใช้แบบทดสอบที่มีลักษณะเป็นแบบมีตัวเลือก (Multiple Choice) หรือเป็นแบบมีช่องว่างให้เติมเฉพาะคำตอบ เนื่องจากการทำแบบทดสอบที่มีลักษณะดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนขาดการบูรณาการในสิ่งที่พวกเขาได้เรียนรู้มาและไม่สามารถสะท้อนสิ่งที่ตนเป็นแนวคิดหรือ ความเข้าใจของนักเรียนออกมาได้ทั้งหมด นอกจากนี้ยังเป็นการปิดบังในสิ่งที่พวกเขาารู้ ซึ่ง แบบทดสอบที่ดีควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงในสิ่งที่พวกเขาารู้และในสิ่งที่พวกเขาเข้าใจ

2. การสังเกต เป็นวิธีการที่ดีมากวิธีหนึ่งในการเก็บข้อมูลพฤติกรรมด้านการใช้ความคิด การปฏิบัติงาน และโดยเฉพาะด้านอารมณ์ ความรู้สึก และลักษณะนิสัยสามารถทำได้ทุกเวลา ทุก สถานที่ทั้งในห้องเรียน นอกห้องเรียน หรือในสถานการณ์อื่นนอกโรงเรียน วิธีการสังเกตทำได้โดย ตั้งใจและไม่ตั้งใจ การสังเกตโดยตั้งใจหรือแบบมีโครงสร้าง หมายถึง ครูกำหนดพฤติกรรมที่ต้อง สังเกต ช่วงเวลาสังเกตและวิธีการสังเกต (เช่น สังเกตคนละ 3 – 5 นาทีเวียนไปเรื่อยๆ) อีกวิธีหนึ่ง คือ การสังเกตแบบไม่ตั้งใจหรือแบบไม่มีโครงสร้าง หมายถึง ไม่มีการกำหนดรายการสังเกตไว้ล่วงหน้า ครูอาจมีกระดาษแผ่นเล็กๆ ติดตัวไว้ตลอดเวลาเพื่อบันทึกเมื่อพบพฤติกรรมการแสดงออก ที่

มีความหมาย หรือสะกดความสนใจของครู การบันทึกอาจทำได้โดยย่อก่อนแล้วขยายความ สมบูรณ์ ภายหลัง วิธีการสังเกตที่ดีควรใช้ทั้งสองวิธี ข้อเตือนใจสำหรับการใช้วิธีสังเกต คือ ต้อง สังเกตหลายๆ ครั้งในหลายสถานการณ์ เมื่อมีเวลาผ่านไประยะหนึ่งๆ (2 – 3 สัปดาห์) จึงนำข้อมูล เหล่านี้มาเพื่อ พิจารณาสักครั้งหนึ่ง เครื่องมืออื่นที่ใช้ประกอบการสังเกต ได้แก่ แบบตรวจสอบ รายการ แบบมาตรา ส่วนประมาณค่า แบบบันทึกระเบียบสะสม เป็นต้น

3. การสัมภาษณ์ เป็นการสอบถามด้วยวาจาหรือจากการสนทนาได้ต่อกันเพื่อหา ข้อมูล บางอย่าง มีเหตุผลที่สำคัญสองประการว่าทำไมจำเป็นต้องมีการสัมภาษณ์ ประการแรกเพื่อ ต้องการ ได้ข้อมูลจากตัวเด็กว่าเด็กมีการสร้างแนวคิดอย่างไรและใช้วิธีการอะไรในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ ยังทำให้ครูทราบถึงทัศนคติและความเชื่อต่อการกระบวนกรแก้ปัญหาของเด็ก ประการที่ สองข้อมูล ที่ครูได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนจะเป็นประโยชน์แก่ตัวครูผู้สอนในแง่ที่ว่าครูสามารถนำ ข้อมูล เหล่านี้มาเป็นตัวกำหนด เป็นแนวทางในการวางแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ สอดคล้องกับ ศักยภาพหรือระดับความสามารถของผู้เรียนต่อไป การสัมภาษณ์แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ การ สัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างที่แน่นอน เป็นการสัมภาษณ์ที่ได้กำหนดตัวคำถามและคำตอบไว้ เรียบร้อยแล้ว จะสัมภาษณ์ผู้ใดก็ใช้คำถามแบบเดียวกัน คำตอบมักเป็นแบบให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ เลือกตอบอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือเป็นแบบให้ผู้ถูกสัมภาษณ์จัดอันดับความสำคัญของคำตอบ ส่วน การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างที่แน่นอน เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่มีการกำหนดคำตอบไว้ตายตัว คำถามที่ใช้และลำดับคำถามมีการเปลี่ยนแปลงหรือยืดหยุ่นได้ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการตัดแปลง คำถามให้เหมาะสม แต่ก็ให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้และผู้ตอบมีอิสระในการตอบ

มีข้อเสนอแนะบางประการเกี่ยวกับการสัมภาษณ์

1. ก่อนสัมภาษณ์ควรหาข้อมูลเกี่ยวกับภูมิหลังของนักเรียนก่อนเพื่อทำให้ การ สัมภาษณ์เจาะตรงประเด็นและได้ข้อมูลที่มีรายละเอียดมากยิ่งขึ้น
2. เตรียมชุดคำถามล่วงหน้าและจัดลำดับคำถามช่วยให้การตอบไม่วกวน
3. ขณะสัมภาษณ์ครูควรใช้วาจา ท่าทาง น้ำเสียงที่อบอุ่นเป็นกันเอง ทำให้ นักเรียน เกิดความรู้สึกปลอดภัย และโน้มน้าวให้นักเรียนอยากพูดอยากเล่าให้ฟัง
4. ใช้คำถามที่นักเรียนเข้าใจง่ายทบทวนความคิดของตนเองและรู้จักนำ แนวคิดหลายๆ แนวคิดมาเชื่อมโยงสัมพันธ์กัน ซึ่งในการ เขียนดังกล่าวนี้ควรเป็นการเขียนแสดง ความคิดออกมาอย่างอิสระ ในแบบฉบับที่เป็นภาษาของ ตนเอง โดยไม่เน้นถึงรูปแบบการเขียน การ

สะกดคำ หรือการเว้นวรรคตอน นอกจากผู้เรียนจะเขียน เพื่อแสดงถึงความเข้าใจแล้ว ผู้เรียนอาจจะเขียนสิ่งที่ เป็นข้อสงสัยหรือสับสนที่ต้องการคำอธิบาย หรือเขียนคำถามที่ต้องการหาคำตอบ รูปแบบ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ไม่มีรูปแบบการเขียนที่ตายตัว ผู้เรียนอาจเขียนตามความถนัดหรือตาม ความชอบของผู้เขียนเอง ซึ่งอาจจะมีรูปภาพ แผนภูมิ หรือไดอะแกรมประกอบ

Berenson and Carter (1995, pp. 182 – 186) มีข้อเสนอแนะบางประการ สำหรับครูในการเริ่มต้นการเขียนการบันทึกการเรียนรู้

1. เริ่มต้นให้นักเรียนเขียนอย่างอิสระ โดยไม่มีการตัดสินว่าถูกหรือผิด
2. ให้นักเรียนเขียนเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเรียนแล้วสับสน ไม่เข้าใจขณะเรียน หรือ เป็นสิ่งที่นักเรียนอยากรู้
3. กระตุ้นให้นักเรียนเขียนบ่อย ๆ โดยแสดงให้เห็นถึงความคาดหวังของครู หรือแสดง งานเขียนของเพื่อนร่วมห้อง
4. มีการจัดบันทึกผลการสัมภาษณ์ ต้องทำอย่างรอบคอบระวังอย่าให้ คลาดเคลื่อน อาจมีเครื่องมืออื่นช่วย เช่น เทปบันทึก โดยต้องขออนุญาตผู้ถูกสัมภาษณ์ก่อน และอย่า ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้สึกว่าคำตอบของเขาไม่ได้รับความสนใจจากผู้สัมภาษณ์
4. การเขียนบันทึกการเรียนรู้ เป็นวิธีการหนึ่งที่ประหยัดใช้เวลาน้อยแต่มีประโยชน์ ใน การใช้เวลาในห้องเรียน เป็นการบันทึกที่ช่วยให้ค้นพบแบบแผนการคิด ซึ่งก่อให้เกิดความก้าวหน้า ในการเรียนรู้ การเขียนบันทึกการเรียนรู้เป็นโอกาสหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนได้เขียนแสดงถึงความเข้าใจใน ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เขียนสะท้อนให้เห็นในสิ่งที่ตัวเองได้เรียนรู้ ทำให้ผู้เรียนได้

จากที่กล่าวมาในการวิจัยในครั้งนี้จะใช้วิธีการในการประเมินความสามารถในการให้ เหตุผลเชิงสัจส่วนและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการทดสอบ และการสัมภาษณ์

2.2.4 การประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก

การประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubrics) เป็นวิธีการประเมินงาน ของ ผู้เรียนโดยการกำหนดคะแนนและรายละเอียดในการให้คะแนนอย่างชัดเจน ซึ่งจะทำให้ครูเห็น พัฒนาการของผู้เรียนว่ามีความก้าวหน้าอย่างไร

รุ่งศิริจันทร์ จันท์หอม (2545, น. 25 - 26) การให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 แบบ คือ การ ให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Score) และ การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Score) การ ให้คะแนนแบบภาพรวมเป็นการพิจารณา กระบวนการหรือผลงานของผู้เรียนโดยดูภาพรวม รูบริก

แบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มี คำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการ รายงานคะแนนที่ใช้รูปรีคแบบภาพรวมคือคุณภาพโดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจ เกี่ยวกับเนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะ ข้อเสียการให้คะแนน แบบ แยกส่วนอาจทำให้กระบวนการให้คะแนนช้า เนื่องจากเป็นการประเมินหลายทักษะหรือหลาย คุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครูต้องใช้เวลาตรวจผลงานหลายครั้งหลายหน การสร้างและการให้ คะแนนแบบแยกส่วนจึงใช้เวลามาก ซึ่งมีกฎที่ว่า ไปว่า ผลงานของแต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ ละ ด้านในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนั้นจึงทำให้การให้คะแนนแบบแยกส่วนจึงได้ผลสะท้อน กลับที่มีต่อนักเรียนและครูจึงมีความหมายมาก นักเรียนจะรับทราบผล สะท้อนกลับของการปฏิบัติ ของตนตามเกณฑ์การให้คะแนน

Hillen (2005, p. 79) ได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคสำหรับแบบทดสอบแบบ อัตนัยที่เกี่ยวข้องกับ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยจึงการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคโดย อาศัยแนวทางการ สร้างเกณฑ์ของนักการศึกษาทั้งสามท่านดังกล่าว

ตารางที่ 2.4

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีค

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน ใช้ยุทธวิธีที่ เหมาะสม ในการแก้ปัญหา เขียนอธิบายได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ ได้ คำตอบถูกต้อง
2	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหาเป็นส่วนใหญ่ ใช้ยุทธวิธีที่ เหมาะสมหรือยุทธวิธีที่เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ แต่อาจจะมี การเขียน อธิบายที่ไม่ค่อยสมบูรณ์หรือชัดเจนในบางส่วน หรือมีความ ผิดพลาดในการ คำนวณทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง
1	มีความพยายามในการเขียนการอธิบายที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจบ้าง ส่วน มี ความผิดพลาดในยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหาอยู่ หรือได้คำตอบที่ไม่ สมบูรณ์ หรือ คำตอบที่ถูกต้องอาจจะได้มาจากการเดา

(ต่อ)

ตารางที่ 2.4 (ต่อ)

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
0	ไม่มีความพยายามในการแก้ปัญหา ไม่รู้จะอธิบายอย่างไร หรือแสดง แนวคิดในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับข้อคำถามเลย

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning*, By Hillen, Amy and Fleeger, 2005.

2.3 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ประชาชนทุกวันนี้ต้องเผชิญกับกิจกรรมประจำวันที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นคล้ายกันดังนี้

Cruikshank and Sheffield (1992, p. 37) กล่าวว่า ปัญหาเป็น คำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้งุนงง ปัญหาควรเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที หรือรู้วิธีหาคำตอบได้ในทันที ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่า ปัญหานั้นจะเกี่ยวข้องกับจำนวน ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเกี่ยวข้องกับความรู้สึกรหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์แต่ไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณซึ่ง

ปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งคือการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

Reys, Suydam and Montgomery (2001, p. 70) กล่าวว่า ปัญหาคือสถานการณ์ซึ่งบุคคลต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่รู้ว่าจะแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ถ้าปัญหานั้นทราบว่าจะแก้อย่างไรหรือทราบคำตอบโดยทันที สิ่งนั้นไม่เป็นปัญหา

ชมพูนุท วนสันเทียะ (2552, น. 61) ได้ให้ความหมาย ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นประโยคภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว หรือปัญหาที่เป็น คำพูดก็ได้ และอาจจะเกี่ยวข้องกับปริมาณสมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที แต่ต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท ที่ได้ เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม

สัญญา ภัทรากร (2552, น. 48) ให้ความหมายว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึงสถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีที่ต้องใช้ทักษะความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการหาคำตอบของสถานการณ์หรือคำถามนั้นโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, น. 6) กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบ ซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์ เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, น. 109) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาจจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ที่บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ซึ่งจะต้องใช้ความรู้ วิธีการ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม

2.3.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

มีผู้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายแนวคิดด้วยกันแต่โดยภาพรวมมีความคล้ายกันจะต่างกันเพียงรายละเอียดเท่านั้น ผู้วิจัยขอนำเสนอรายละเอียดที่มีนักการศึกษาให้ความหมายไว้ดังนี้

Polya (1985, pp. 123-128) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นพบ (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุ-สมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

Reys, Suydam and Montgomery (1992, p. 20) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการหรือในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้น การฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีได้มากกว่า 1 คำตอบ

Baroody (1993, pp. 2 – 36) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) หรือปัญหาอย่างง่าย หรือปัญหาขั้นเดียว (Simple (One – Step) Translation Problem) ปัญหาที่ใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว และสามารถแก้ได้อย่างตรงไปตรงมา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการ ในโครงสร้างของปัญหา

เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีใดข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่งปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามองเห็นต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ไม่ทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ โดยปัญหาประเภทนี้แบ่งออกเป็น 7 ลักษณะ ได้แก่

2.1 ปัญหาซับซ้อนหรือปัญหาหลายชั้น (Complex Translation Problem) ปัญหาที่แก้ไขโดยใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ 2 การกระทำทางคณิตศาสตร์ หรือมากกว่า 2 การกระทำทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน

2.2 ปัญหาที่แก้ไขสิ่งอื่นของปัญหา (Other Modification of Translation Problem) นอกจากจะรวมการแก้ปัญหามากหลายชั้นและชั้นเดียวแล้ว ปัญหานี้ยังต้องการวิเคราะห์ทางความคิด เช่น ปัญหาที่ต้องการองค์ประกอบที่ผิด หรือสิ่งที่ผิดของโจทย์ปัญหาที่มากกว่า 1 คำตอบ เป็นต้น

2.3 ปัญหาที่ให้แสดงถึงวิธีการปฏิบัติ (Process Problem) ปัญหาที่ให้แสดงถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.4 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) ปัญหาเกี่ยวกับกลอุบาย ปัญหาลักษณะนี้ทำให้เกิดความสนุกสนานและท้าทายในการทำงาน

2.5 ปัญหาเฉพาะไม่ระบุจุดหมาย (Nongoal – Specific Problem) ปัญหาลักษณะนี้เป็นชนิดพิเศษของปัญหาแปลกใหม่ ปัญหาลักษณะนี้เป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งไม่ต้องการหาคำตอบหรือเงื่อนไขของคำตอบ ปัญหานี้สนับสนุนให้นักเรียนรู้จักพิจารณาส่วนคำถาม ซึ่งควรจะไม่ต้องคาดเดาคำตอบไว้ก่อน

2.6 ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) ปัญหาลักษณะนี้ขยายจากสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน

2.7 ปัญหาที่แก้โดยกลยุทธ์ (Strategy Problem) ปัญหาที่กำหนดด้วยความมุ่งหมายที่นักเรียนจะต้องแก้ระบุถึงกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาคือ นักเรียนแก้ปัญหาเหล่านี้ได้อย่างไร

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 71) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหาสรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในนิยามทางคณิตศาสตร์ และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหามักไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหามักใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่างๆในการหาคำตอบ

รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์ (2554, น. 8-20) ได้กล่าวว่า นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่าง ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

1. พิจารณาจากผู้แก้ปัญหา

1.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นเป็นกิจวัตรในโรงเรียนและเมื่อเผชิญปัญหาก็สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ทันที ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน

1.1 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-Routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบบ่อยในโรงเรียน ซึ่งเมื่อต้องเผชิญปัญหาเหล่านั้นทำให้ต้องประมวลความรู้ความสามารถเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน

2. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (Problems to Find an Answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบหรือตัวไม่ทราบค่าซึ่งคำตอบมักอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายเหตุผล

2.2 ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่เป็นเท็จ

3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียวหรือปัญหาข้อความอย่างง่าย (One-Step Problems or Simple Translation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นปัญหาที่มีขั้นตอนเดียวและนักเรียนเคยพบมาก่อนในการเรียนการสอนปกติ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Operation)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอนหรือปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Multiple-Step Problems or Complex Translation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เช่นกัน แต่เป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอนหรือมากกว่าสองขั้นตอน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3.3 ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนสร้างคำถามขึ้นมาเอง ปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบ หรือมีวิธีการและแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาประเภทนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบซึ่งทำให้นักเรียนต้องหาคำตอบของปัญหา และต้องอธิบายและแสดงวิธีการที่ได้มาของคำตอบด้วย

3.4 ปัญหาเป็นกระบวนการ (Process Problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที นักเรียนต้องค้นหาขั้นตอนและกลยุทธ์ในการหาคำตอบก่อน เช่น การวาดรูป การสร้างตารางหรือการแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ และหารูปแบบของปัญหาทั่วไป

3.5 ปัญหาการประยุกต์หรือปัญหาสถานการณ์ (Applied Problems or Situation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริง ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญหา ส่วนใหญ่มักเป็นปัญหาในชีวิตจริง (Real Life Problems) ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการ/วิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยหาคำตอบ เช่น

การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูล ประมวลผล / แปลผลข้อมูลและการตัดสินใจ

3.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problems) เป็นปัญหาที่*เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ เซาว์นปัญญา และความเฉียบคมมาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งก็ต้องใช้เทคนิคเฉพาะ ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุมและมักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ซึ่งผู้มีทักษะการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาประเภทนี้ได้ดี

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกได้หลายประเภท โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

1. แบ่งประเภทของปัญหาโดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหา

1.1 Routine Problems ปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น

1.2 Non-Routine Problems ปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น

2. แบ่งประเภทของปัญหาโดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 Problem to Find an Answer เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบ

2.2 Problem to Prove เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

3. แบ่งประเภทของปัญหาโดยพิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problems) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบ

3.2 ปัญหาเป็นกระบวนการ (Process Problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที

3.3 ปัญหาสถานการณ์ (Situation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญหาที่คล้ายปัญหาในชีวิตจริง

2.3.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

National Council of Teacher of Mathematics (2000, p. 52) ได้ ระบุ ถึง ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือการทำงานที่ยังไม่ รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันทีซึ่ง การหาคำตอบของนักเรียน ต้องนำความรู้ที่มีอยู่เข้าไปสู่ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ๆ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการที่จะได้มาซึ่งคำตอบ

Farayola and Salaudeen (2009, p. 126-131) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ คือ กระบวนการทางจิตใจที่ซับซ้อนในการแสดงผลการจินตนาการ การจัดการวิเคราะห์ และการสรุปความคิด โดยเริ่มจากปัญหาและสิ้นสุดเมื่อได้ตรวจสอบข้อมูลที่ได้รับมา

ยุพิน พิพิธกุล (2542, น. 5) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะไม่ขึ้นกับปัญหาเฉพาะ กระบวนการหรือวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทาง คณิตศาสตร์เท่านั้น แต่การพิจารณาที่สำคัญคือ จะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร การแก้โจทย์ ปัญหาที่เป็นข้อความ (Word Problem) จะแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์แนวคิด (Analytic Thinking) และกลวิธีการคิด (Thinking Strategy) ซึ่งผู้สอนจะต้องฝึกให้มากพอเพื่อผู้เรียนจะได้คิด เป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหาการ แก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบ ของปัญหา และกระบวนการซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผนโดยมี การใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, น. 109) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้อง ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและ ประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 7) ได้ให้ความหมายของ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและ

กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, น. 7) ได้สรุปว่า การแก้ปัญหาเป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแก้สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาจจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ที่บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ซึ่งจะต้องใช้ความรู้ วิธีการ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหอย่างเหมาะสม เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

2.3.4 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Hogan and Alejandre (2010) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งที่ทำท่ายากที่สุดในการสอนให้นักเรียน แต่เมื่อนักเรียนเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาก็จะช่วยให้เขามีความมั่นใจมากขึ้นในปัญหาที่จะเกิดขึ้นต่อไป โดยนักเรียนใช้คำถามในการเพิ่มเติมความเข้าใจของปัญหาที่ทำท่ายาก ซึ่งนักเรียนอาจต้องใช้เวลาในการแก้ปัญหาแต่ละครั้งเพื่อที่จะหารือกับเพื่อนในการเลือกกลยุทธ์ที่จะแก้ปัญห และเชื่อมโยงกับงานที่พวกเขากำลังเรียนรู้และใช้เวลาในการให้ข้อเสนอแนะการทำงานของนักเรียนแต่ละคน

สมเดช บุญประจักษ์ (2543, น. 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาไว้ว่า การดำเนินชีวิตประจำวันของคนเรา ประสบกับปัญหาต่าง ๆ มากมาย ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญต่อการดำเนินชีวิต ซึ่งบางปัญหาก็สามารถแก้ปัญหได้ง่าย โดยใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิม แต่บางปัญหาที่มีความยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ทันที อาจจะต้องใช้ความรู้ทักษะ และเทคนิควิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา และสิ่งสำคัญประการหนึ่งสำหรับการแก้ปัญหาคือ ประสบการณ์ เพราะนอกจากจะมีความรู้และเทคนิคที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่งและมักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดี มักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, น. 26) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญที่นักเรียนจะต้องฝึกฝน พัฒนาให้เกิดขึ้นรวมทั้ง กลยุทธ์/ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีหลายวิธีซึ่งการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคควรเลือกให้เหมาะสมกับปัญหา

ศศิธร แม้นสงวน (2555, น. 169) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานสำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอเพื่อจะช่วยให้ นักเรียนเผชิญกับสถานการณ์ของปัญหาที่แตกต่างกันออกไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 6) เสนอว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะได้เรียนรู้และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ นักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2557, น. 1) กล่าวว่า โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ได้ให้ความสำคัญกับปัญหาในชีวิตจริงเพราะว่าประชาชนทุกวันนี้ต้องเผชิญกับกิจวัตรประจำวันที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เป็นต้นว่า ปริมาณ รูปทรง มิติ ความน่าจะเป็น และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อีกมากมาย จึงต้องการให้นักเรียนเผชิญหน้ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ใน แวดวงของการดำเนินชีวิต โดยให้นักเรียนระบุสถานการณ์ที่สำคัญของปัญหา กระตุ้นให้หาข้อมูล สำนวตรตรวจสอบและหา ไปสู่การแก้ปัญหา ในกระบวนการนี้ต้องใช้ทักษะหลายอย่าง เป็นต้นว่า การคิดและการใช้เหตุผล การโต้แย้ง การสื่อสาร การสร้างตัวแบบ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา การนำเสนอ การใช้สัญลักษณ์และการดำเนินการ การที่นักเรียนต้องใช้ทักษะต่าง ๆ ที่หลากหลายมา รวมกัน หรือใช้ความคิดและสมรรถนะสูง ซึ่งจะส่งผลต่องานที่ทำในหน้าที่ และสำหรับทุก ๆ คนไม่ว่า จะทำงานระดับใดจะถูกคาดหวังว่าต้องไม่ใช้เฉพาะร่างกายทำงานซ้ำ ๆ อย่างเดิมเท่านั้น แต่จะต้องพบกับความเปลี่ยนแปลงทางเทคโนโลยีและต้องสามารถปรับเปลี่ยนตัวเองให้สามารถจัดการกับ

เทคโนโลยี เครื่องจักรกล และข้อมูลข่าวสารที่เข้ามาตลอดเวลา แนวโน้มของทุก ๆ อาชีพบ่งชี้ว่า “บุคคลต้องมีความสามารถที่จะเข้าใจ สื่อสาร ใช้ และอธิบายแนวคิด และวิธีการที่ยืดถือการคิดแบบ คณิตศาสตร์เป็นหลัก”

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญต่อการดำเนินชีวิต เนื่องจาก ประชาชนทุกวันนี้ต้องเผชิญกับกิจวัตรประจำวันที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญที่ช่วยให้นักเรียนเผชิญกับปัญหาที่แตกต่างกันออกไป ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่

2.3.5 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

Gagne (1970, pp. 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ ปัญหา คณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด และ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้อง กับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่ กำหนดให้ได้ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ

Suydam (1990, p. 36) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถใน การ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอดและข้อความทาง คณิตศาสตร์ ความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการ เลือกรูปแบบข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง ความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการ วิเคราะห์ข้อมูลและประมาณค่า ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของ ข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ

ชมพูนุท วนสันเทียะ (2552, น. 64) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการคิดแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยการนำเสนอความคิดรวบ ยอด กฎ สูตร ทฤษฎีบท นิยามต่างๆ ความสามารถในการให้เหตุผล การแยกแยะความคล้าย คลึง หรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล การตีความหมาย มาช่วยเชื่อมโยง

ความสัมพันธ์กับปัญหา ตลอดจนความสามารถตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาได้

อัมพร ม้าคอง (2553, น. 39) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนรวมถึงความสามารถต่อไปนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางการแก้ปัญหา
2. ประเมินการแก้ปัญหาที่เชื่อว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาเดิม
4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบ และกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, p. 77) เสนอว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้ความคิดที่หลากหลาย เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา คือ ความสามารถในการเข้าใจ ความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูล ความสามารถในการแยกแยะข้อมูล ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ และการตีความหมาย ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการประยุกต์ความรู้หรือการเลือกยุทธวิธีมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3.6 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

นักวิชาการได้กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

Clyde (1967, p. 108) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา มากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราว หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหา หรือมักจะเกิดกับบุคคลทั่ว ๆ ไป หรือมีลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหานั้น ควรใช้ภาษา หรือการบรรยายในลักษณะที่ ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์มาก่อน และไม่ควรเป็นปัญหาทั่วไป

Krulik and Reys (1980, p. 280) ได้กล่าวไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจมี ลักษณะดังนี้

1. ปัญหาที่นักเรียนพบไม่บ่อยในห้องเรียน
2. ปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องการใช้ในการ แก้ปัญหาและความสามารถทางภาษาของผู้แก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, น. 78-79) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ควรมี ลักษณะดังต่อไปนี้

1. ทำทลายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ได้สำเร็จ

2. สภาพการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของนักเรียน สภาพการณ์ของปัญหาควรเป็น เรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็น สถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย

3. แปลกใหม่ ควรเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการ แก้ปัญหานั้น

4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทาง เลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับรัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับ ภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 90) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี ควรมีดังต่อไปนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย

2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิดท้าทายความสามารถของนักเรียน

3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป

4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้นๆ

5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

6. ให้ข้อมูลเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้

7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์

สุรัช อินทสังข์ (2545, น. 35-37) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีคือต้องกระตุ้น ให้นักเรียนกระหายที่จะคิด ต้องท้าทายให้นักเรียนเกิดความพยายามที่จะแก้เพื่อหาคำตอบ

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน ควรใช้ภาษาหรือการบรรยายที่ชัดเจน กระชับ รัดกุม ถูกต้อง ไม่สั้นหรือยาวเกินไป เหมาะสมกับวัยของนักเรียน ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง มีวิธีการในการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี และเป็นปัญหาที่ท้าทายความสามารถของนักเรียน ซึ่งจะต้องไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป

2.3.7 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอกระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1957, pp. 16 – 17) ซึ่งเป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป มีขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) อ่านสถานการณ์ให้เข้าใจเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นปัญหานั้นแล้วจำแนกเป็น 3 ข้อ ดังนี้

1.1 สิ่งที่สถานการณ์ให้มา

1.2 สิ่งที่ต้องการหา

1.3 สถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ไว้หรือไม่

2. **ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan)** เป็นการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ตามความเหมาะสม

3. **ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)** เป็นการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้

4. **ขั้นตรวจสอบผล (Looking Back)** ตรวจสอบโดยมองย้อนกลับ หรือตรวจสอบแต่ละขั้นตอน หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้วิธีอื่น ๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ว่าตรงกันหรือไม่

Guildford (1971, p. 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหามี 5 ขั้นตอน คือ

1. เตรียมการ คือ ค้นหาว่าปัญหาคืออะไร
2. วิเคราะห์ คือ พิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา
3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการเหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข
4. ตรวจสอบผล คือ พิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่ จะต้องหาวิธีอื่นจนกว่าจะได้ผลที่ตามที่ต้องการ

5. **นำไปประยุกต์ใช้** คือ นำวิธีแก้ปัญหานั้นที่ได้ผลไปใช้กับปัญหาที่คล้ายกันใน โอกาสต่อไป

Krulik & Rudnick (1993, pp. 39-57) กล่าวถึง ลำดับขั้นตอน ของการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและทำความเข้าใจ (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหา ตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนด และสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explorer and Plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาวินิจฉัย และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลายๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีการในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัยการประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาใน สถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นหาทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, น. 75) กล่าวว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง จำแนกสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกันกับปัญหาให้แยกแยะออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา จะสมมุติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลเกี่ยวกับ สัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยมีกฎเกณฑ์หลักการทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่ แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคิดคำนวณ คิดหาคำตอบที่ถูกต้องที่สุดของปัญหา โดยวิธีการหาคำตอบตามแผนที่วางไว้ รู้จักวิธีการคิดคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนการตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542, น. 15-16) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุถึงที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนด และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด

2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสม คือ สังเกตกระสวนหรือรูปแบบคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ เดาและทดสอบ ทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง ลดความซับซ้อนของปัญหา แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ ใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และรายงาน แจกแจงสมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้เป็นการดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือก คำนวณ หาคำตอบ และให้เหตุผล

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบขั้นตอนนี้เป็น การระบุว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ หาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สันนิษฐานว่าดัดแปลงเพิ่มเติม เจือปนหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ และวางนัยทั่วไป

กระทรวงศึกษาธิการ (2547, น. 95) กล่าวถึงกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ทักษะคิดคำนวณ คือ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่วิเคราะห์การดำเนินการเป็นขั้นตอนได้เพียง 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 การดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 การตรวจสอบ

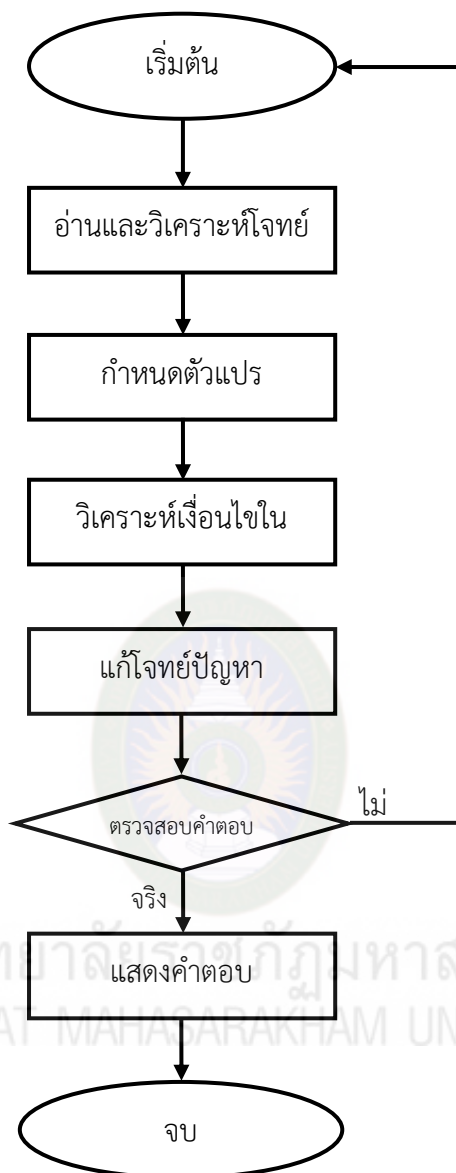
2. กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการวิจัยพัฒนางานของ Deming มี 4 ขั้นตอน PDCA ประกอบด้วย

P : Plan คือ การวางแผนงานจากวัตถุประสงค์ และเป้าหมายที่ได้กำหนดขึ้น

D : Do คือ การปฏิบัติตามขั้นตอนในแผนงานที่ได้เขียนไว้อย่างเป็นระบบและมีความต่อเนื่อง

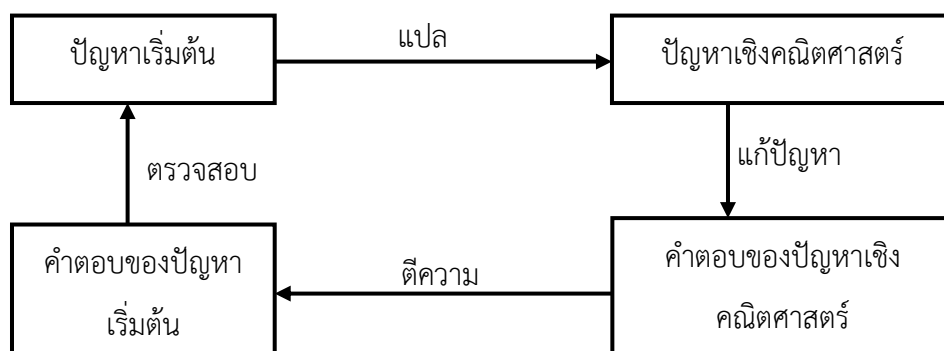
C : Check คือ การตรวจสอบผลการดำเนินงานในแต่ละขั้น ตอนของแผนงานว่ามีปัญหาอะไรเกิดขึ้นจำเป็นต้องเปลี่ยนแปลงแก้ไขแผนงานในขั้นตอนใด

A : Action คือ การปรับปรุงแก้ไขส่วนที่มีปัญหา หรือถ้าไม่มีปัญหาใด ๆ ก็ยอมรับแนวทางการปฏิบัติตามแผนงานที่ได้ผลสำเร็จ เพื่อนำไปใช้ในการทำงานครั้งต่อไป และพัฒนาให้อยู่ในรูปของ Flow Chart ในภาพที่ 2.2



ภาพที่ 2.2 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามคู่มือครู. ปรับปรุงจาก หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2(น. 95), โดยกระทรวงศึกษาธิการ, 2547, กรุงเทพฯ.

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, น. 14) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่ว ๆ ไปปัญหา มักจะกำหนดในรูปถ้อยคำจากการพูดหรือการเขียน ในการแก้ปัญหาจะเริ่มต้นจากการแปลถ้อยคำ เหล่านี้ให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สมมูลกัน โดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แล้ว ดำเนินการแก้ปัญหาหาคำตอบของปัญหาจากปัญหาคณิตศาสตร์ที่สมมูลกันนี้หลังจากนั้น จะต้องแปล ความหมาย นำกลับไปอธิบายคำตอบของปัญหาเริ่มต้น ดังภาพที่ 2.3



ภาพที่ 2.3 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวม. ปรับปรุงจาก การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์(น. 14), โดยปรีชา เนาว์เย็นผล, 2556 ,นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาที่มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา โดยนักเรียนจะต้องเข้าใจดังต่อไปนี้

1. สิ่งที่สถานการณ์ให้มา
2. สิ่งที่ต้องการหา
3. สถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขไว้หรือไม่

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นการวางแผนและกำหนดเป้าหมาย

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นการตรวจสอบโดยการมองย้อนกลับหรือการตรวจสอบโดยใช้วิธีอื่นๆ

ขั้นที่ 5 ขั้นปรับปรุงแก้ไขส่วนที่มีปัญหา

2.3.8 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านได้เสนอกกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Hatfield, Edwards and Bitter (1993, pp. 50-60) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 11 วิธี ดังนี้

1. การประมาณค่าและการตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นวิธีในการนำเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินใจว่าแนวทางแก้ปัญหานั้นจะเป็นวิธีใดซึ่งคำตอบที่ได้อาจไม่ถูกต้อง

ก็ได้ คำตอบที่ประมาณขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณ คำตอบสามารถทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

2. การหาแบบรูป (Looking for Pattern) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้น คือ การหาแบบรูปจากข้อมูลที่ให้มา และทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา

3. การตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอ มีบางส่วนขาดหายไป

4. การเขียนภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Picture, Graphs and Table) วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม โดยการวาดภาพ กราฟ และตารางเป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น ช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างข้อมูลที่ปรากฏโดยทันที

5. การตัดข้อมูลที่ไมเกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบาง ปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อจะให้ข้อมูล นั้นแคบลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

7. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้ นักเรียนเข้าใจแนวคิดการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

8. การทำงานแบบย้อนกลับ (Working Backwards) การพิสูจน์ทางเรขาคณิตมัก ใช้วิธีนี้นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้ เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้อง ดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหาที่ทันที (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือกระทำ การแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

11. การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวน น้อยๆ ที่ สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะ แก้ไข ปัญหาที่มีอยู่ นักเรียนจำต้องใช้ความรู้ในการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

Kennedy and Tipps (1994, pp. 139-156) เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการ แก้ปัญหาไว้ 10 วิธี ดังนี้

1. การค้นหาแบบแผน (Look for Pattern) เป็นวิธีที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการ แก้ปัญหา เด็กเล็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบแผนของสิ่งต่าง ๆ ได้ เช่น แบบรูปของจำนวน ดังต่อไปนี้ 0, 2, 4, 6, , 15, 20, 25, . เป็นต้น ส่วนเด็กโตจะคิดพร้อมกับแบบแผนที่เป็น นามธรรม และการใช้เหตุผลประกอบมากขึ้น

2. การใช้แบบจำลอง (Use a Model) ใช้สำหรับแก้ปัญหาที่ธรรมดาและไม่ธรรมดา นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้วิธีนี้ อุปกรณ์ที่เหมือนจริงจะสำหรับเด็กเล็กในขณะที่ ตัวอย่าง ด้านนามธรรมสามารถใช้กับเด็กโตได้ดีกว่า การใช้แบบจำลองจะดีกว่าการวาดภาพสำหรับ ปัญหา บางปัญหา เนื่องจากสามารถเคลื่อนย้ายได้

3. การใช้ภาพหรือแผนภาพ (Use a Drawing or Diagram) เป็นประโยชน์มาก สำหรับเด็กเล็ก โดยที่เด็กจะเรียนรู้ที่จะใช้ภาษาภาพเพื่อบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปัญหา ในขณะที่เขามี ความพร้อม การนำเสนอรูปภาพและแผนภาพก็จะเปลี่ยนมาเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างส่วน ต่าง ๆ ของปัญหาตลอดจนกระบวนการสำหรับแก้ปัญหาด้วย

4. การลงมือแก้ปัญหาทันที (Act it Out) วิธีนี้เป็นการแก้ปัญหาโดยทันทีและไม่ค่อยประณีต เป็นการทำอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้เห็นภาพรวมและขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น

5. การสร้างตารางและ/หรือสร้างกราฟ (Construct a Table and/or Graph) วิธี นี้ ช่วยให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่อยู่อย่างกระจัดกระจายมาเป็นรูปแบบที่มีความซับซ้อน น้อยลงสามารถใช้ประโยชน์ได้ดีกว่า

6. การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) วิธีนี้ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ เหตุผลในการตัดสินใจที่จะทำการเดา ไม่เดาโดยขาดการไตร่ตรองหรือเดาแบบยุ่งเหยิงจนไม่ สามารถ ยอมรับได้ เมื่อเดาครั้งแรกควรจะตรวจสอบว่าถูกต้องหรือไม่ เป็นไปตามความจริงหรือไม่ ถ้ายัง เป็นไปไม่ได้ต้องเดาซ้ำอีกจนกว่าจะได้คำตอบที่ใกล้เคียงที่สุด

7. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ (Account for Possibilities) วิธีนี้ใช้แสดงความเป็นไปได้ ของคำตอบก่อนที่จะทราบคำตอบ โดยอาจเขียนเป็นรายการหรือสร้างตารางเพื่อให้ง่ายต่อการ แก้ปัญหา เหมาะสำหรับความเป็นไปได้ที่มีไม่มากนัก

8. การทำปัญหาให้ง่ายหรือแยกปัญหาเป็นส่วน ๆ (Simplify or Break into Parts) ใช้กับปัญหาที่ยากหรือปัญหาที่มีตัวเลขหรือจำนวนที่มีความซับซ้อนมาก ๆ ทำให้ปัญหานั้นมีความซับซ้อนน้อยลงเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. การทำย้อนกลับ (Work Backward) วิธีนี้มีความพิเศษที่สุดในบรรดาวิธีที่กล่าวมาทั้งหมด เป็นวิธีที่ช่วยให้เด็กได้พัฒนาทักษะความมีเหตุผลและเป็นสิ่งที่ท้าทายที่จะหาคำตอบ

10. การเปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View) ปัญหาบางปัญหามี ความยุ่งยากซับซ้อน ไม่สามารถลงมือแก้ปัญหาได้โดยตรง บางครั้งจึงต้องเปลี่ยนมุมมองจาก จุดมุ่งหมายของปัญหาโดยตรงเป็นสถานการณ์อื่นที่มีอยู่ในปัญหา เพื่อวิเคราะห์แล้วลงมือแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 , น. 19-23) กล่าวถึง ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด และจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของ จำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. การสร้างรูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่มาจัดรูปแบบได้

4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่น ๆ ด้วย

5. การเดาและการตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดา และตรวจสอบอีกครั้งจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและการตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่นๆ

6. แจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน มักใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ มีเป้าหมาย 2 ประการคือ เป็นการเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้เห็น

ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้าย แล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

9. ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

10. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามทีละขั้นตอน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, pp. 13-14) กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่ลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดง ความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือ แผนภาพนั้น

4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ข้อออกก่อน แล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็ จะ

ไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้ง เราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความ ถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จาก ความไม่ถูกต้องของการคาดเดาครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการ มากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาใน รูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้น กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการ หรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของ การเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติ การคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไข ของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้ มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่ เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอน เริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญห ด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อน หลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลด จำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหา ที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาบางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีในวิธีนี้มีมักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มีมักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, น. 20 – 69) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีที่มุ่งเน้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ค้นหา มีดังนี้

1. การเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดแล้วคาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผลจากการคาดเดาครั้งแรก ๆ

2. การเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงสภาพการณ์ของปัญหาช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ สามารถกำหนดแนวทางและแก้ปัญหาได้

3. การสร้างตาราง เป็นการแจกแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสภาพการณ์ที่ปัญหากำหนด โดยนำมาเขียนรูปของตาราง เป็นการจัดระบบของข้อมูลทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

4. การใช้ตัวแปร ปัญหาบางปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนหรือปริมาณสามารถใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่แล้วศึกษาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น

5. การค้นหารูปแบบ เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย โดยศึกษาจากตัวอย่างที่มีอยู่ แล้วกำหนดเป็นรูปแบบทั่วไป ซึ่งก่อนที่จะนำไปใช้จะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยก่อน

6. การแบ่งเป็นกรณี ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาสามารถแบ่งเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี แล้วแก้ปัญหา หาคำตอบในแต่ละกรณี เมื่อพิจารณาหาคำตอบจากทุกกรณีรวมกัน จะได้คำตอบของปัญหาเริ่มต้น

7. การใช้การให้เหตุผลทางตรง เป็นการใช้อินพุตต่างๆ ที่ปัญหากำหนดให้เป็นเหตุบังคับให้เกิดผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา การใช้การให้เหตุผลทางตรงเป็นยุทธวิธีที่มักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

8. การใช้การให้เหตุผลทางอ้อม ปัญหาบางปัญหาไม่เหมาะสมที่จะใช้ยุทธวิธีการใช้การให้เหตุผลทางตรง จึงจำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทางอ้อม ซึ่งเมื่อต้องการแสดงว่าเงื่อนไข “A” เป็นจริง จะสมมติว่าเงื่อนไข “not A” เป็นจริง หลังจากนั้นหาเหตุผลมาแสดงว่าเป็นไปไม่ได้ที่ “not A” เป็นจริงจึงสรุปว่า “A” เป็นจริง

9. การทำย้อนกลับ ปัญหาบางปัญหาสามารถแก้ได้ โดยใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์พิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุผล

10. การสร้างปัญหาขึ้นใหม่ การนึกถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่ต้องการหาคำตอบ การสร้างปัญหาขึ้นใหม่ที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิม แต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ตลอดจนการแบ่งปัญหาเดิมออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม นับเป็นอีกยุทธวิธีหนึ่งที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเดิม

สรุปได้ว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การประมาณค่าและการตรวจสอบ (Estimation and Check)
2. การหาแบบรูป (Look for Pattern)
3. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations)
4. การทำงานแบบย้อนกลับ (Working Backwards)
5. การใช้ภาพหรือแผนภาพ (Use a Drawing or Diagram)
6. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ (Account for Possibilities)
7. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย (Break into Parts)

2.3.9 ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

Hedden and Speer (1992, pp. 34-35) กล่าวถึง ความสามารถของบุคคลในการแก้ปัญหาว่า ขึ้นอยู่กับหลายองค์ประกอบ ดังนี้

1. รูปแบบของการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

Baroody (1993, pp. 2-8) กล่าวถึง องค์ประกอบของการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ด้านความรู้ความเข้าใจ (Cognitive Factors) ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับมโนคติและยุทธวิธีสำหรับการประยุกต์ความรู้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ (ยุทธวิธีการแก้ปัญหา)

2. ด้านความรู้สึกรู้สึก (Affective Factors) เป็นแรงขับเคลื่อนในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อมั่นของนักเรียน

3. ด้านการสังเคราะห์ความคิด (MetaCognitive Factors) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่า ทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านี้ได้อย่างไร

Adanas and Beeson (1977, pp. 174-175) กล่าวถึง ปัจจัยที่ส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. สติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้ความคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา องค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา คือ องค์ประกอบทางปริมาณ (quantitative factors) ดังนั้น นักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบด้านภาษา (verbal factors) แต่อาจด้อยในความสามารถที่ไม่ใช่ภาษาหรือทางด้านปริมาณ

2. การอ่าน (Reading) การอ่านเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพราะการแก้ปัญหามองอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์ อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรทำอะไร และอย่างไร มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic Skill) หลังจากวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าทำอะไรแล้ว ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือนักเรียนจะต้องรู้การดำเนินการต่างๆ ที่จำเป็น ซึ่งนั่นก็คือทักษะพื้นฐานนั่นเอง

ชัยศักดิ์ สีสัจรัสกุล (2542, น. 35-36) กล่าวถึง การฝึกกิจกรรมกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ก่อนที่นักเรียนจะลองแก้ปัญหา นักเรียนควรอ่านโจทย์ให้เข้าใจถ้อยความ คำถาม และคำศัพท์ที่อาจมีอยู่ในโจทย์ เช่น เลขโดด ตัวประกอบ เส้นทแยงมุม เป็นต้น โจทย์ให้รายละเอียดข้อเท็จจริงน้อยเกินไป หรือพอดี หรือมากเกินไปหรือไม่ และสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้ได้หรือไม่

2. นักเรียนมีแผนในการแก้ปัญหาหรือไม่ แผนดังกล่าวนี้เรียกว่า “ยุทธวิธี” ยุทธวิธีที่ใช้กันมากได้แก่ ค้นหารูปแบบ เขียนรูปหรือแผนภาพ แจกกรณีอย่างมีระบบ ทำตาราง ทำ ย้อนกลับ และใช้หลักเหตุผล

3. นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม อาจใช้ยุทธวิธีหลายอันประกอบกัน หลังจากนั้นจึงลองแก้ปัญหา ถ้าไม่สามารถหาคำตอบได้ในเวลาที่กำหนด ให้ทำต่อไปจนกว่าจะได้คำตอบ ใน ระยะเริ่มต้น ความรวดเร็วไม่ใช่สิ่งสำคัญ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ มากขึ้น มีความคิดทางด้านคณิตศาสตร์และมีทักษะมากขึ้นเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาลดลงตามธรรมชาติ ถ้านักเรียนประสบความยุ่งยากในการคำนวณ อาจขอให้ครูช่วย หรือพี่เลี้ยงช่วย ถ้ายุทธวิธีดูเหมือน จะไม่สามารถหาคำตอบได้ให้ลองเลือกยุทธวิธีใหม่ ถ้ายังคิดหายุทธวิธีที่เหมาะสมไม่ได้ ให้ทำ โจทย์ ข้ออื่นก่อน หลังจากนั้นอาจต้องการลองแก้ปัญหาข้ออื่นอีก บางทีนักเรียนอาจจะคิดวิธีแก้ปัญหาคือ นั้นได้ภายหลัง

4. เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว ควรเปรียบเทียบกับคำตอบที่นักเรียนคาดคะเนไว้ คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ อ่านโจทย์และคำถามซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เขียนคำตอบในรูปแบบของ ประโยค ที่สมบูรณ์เปรียบเทียบคำตอบของนักเรียนกับคำตอบที่ให้ไว้ ถ้าคำตอบที่นักเรียนหาได้ ถูกต้องแล้วให้ คิดดูว่ามียุทธวิธีอื่นอีกหรือไม่ ที่ใช้แก้ปัญหาได้เช่นกัน ปัญหาข้อนี้สัมพันธ์หรือ คล้ายคลึงกับปัญหาที่

เคยพบมาก่อนหรือไม่ ถ้ายุทธวิธีในการแก้ปัญหาของนักเรียนแตกต่างจาก ยุทธวิธีที่ให้ไว้ให้ เปรียบเทียบยุทธวิธีใดดีกว่า (หรือดีที่สุด) สำหรับนักเรียนเอง ถ้าแก้ปัญหาได้แต่ ประสบปัญหายุ่งยาก บางประการ ให้ลองแก้ปัญหาข้อนั้นอีกในภายหลัง เพื่อดูว่านักเรียนจำวิธีเอาชนะความยุ่งยากนั้นได้ หรือไม่

สุวรร กาญจนมยุร (2542, น. 3-4) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับภาษา ได้แก่ คำและความหมายของคำต่าง ๆ ที่อยู่ใน โจทย์ปัญหาแต่ละข้อมีความหมายอย่างไร
2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับความเข้าใจ เป็นขั้นตีความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบ
3. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนจะต้องมีทักษะในการ บวก ลบ คูณและหารได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ
4. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการแสดงวิธีทำ ครูผู้สอนต้องให้นักเรียนฝึกการอ่าน ย่อ ความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้น ๆ รัดกุมและมีความชัดเจน
5. องค์ประกอบในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนจะต้องเริ่มฝึกทักษะการ แก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกคนจากง่ายไปยาก กล่าวคือเริ่มฝึกทักษะตามตัวอย่างหรือเลียนแบบ ตัวอย่างที่ครูผู้สอนทำ ให้ดูก่อน แล้วจึงไปฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

สรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 4 ด้าน ดังนี้

1. ด้านสติปัญญา เป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับยุทธวิธีสำหรับการประยุกต์ความรู้ กับสถานการณ์ใหม่ๆ ซึ่งเป็นความสามารถภายในตัวบุคคล
2. ด้านการอ่าน ก่อนที่นักเรียนจะแก้ปัญหา นักเรียนต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจ อ่าน อย่างรอบคอบ อย่างอย่างวิเคราะห์ แล้วจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรทำอะไร และควรทำอย่างไร
3. ด้านทักษะพื้นฐาน การที่นักเรียนมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์และตัดสินใจได้ว่าควรทำอะไร และควรทำอย่างไร

4. ด้านประสบการณ์ การที่นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิต - ศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีความคุ้นเคยกับการแก้ปัญหาและการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2.3.10 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Kulm (1994, pp. 19 - 37) ได้เสนอแนวทางการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเขาได้มีส่วนร่วมแสดงผลงานวิชาการที่ได้จากประสบการณ์ในการสอนของเขา โดยใช้กิจกรรมการตั้งปัญหาในโรงเรียนมัธยม ซึ่งสังเกตเห็นนักเรียนจำนวนมาก ขาดโอกาสในการกำหนดปัญหา แต่เขาเชื่อว่านักเรียนสามารถตั้งปัญหาขึ้นมาได้ หากพวกเขาทำความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง ในแต่ละสัปดาห์นักเรียนในชั้นเรียนของเขาได้รับคำสั่งให้ตั้งปัญหาสำหรับคู่หูของพวกเขาและแก้ปัญหาของตนเอง ตามเกณฑ์การให้คะแนนกระบวนการ ตามตารางที่ 4 ถูกลำมาใช้เพื่อตรวจสอบปัญหาที่ตั้งขึ้น ซึ่งอยู่บนพื้นฐานความเข้าใจแนวคิดการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์และวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละคู่ นักเรียนที่ได้คะแนน 1, 2 หรือ 4 คะแนน สำหรับแต่ละเกณฑ์การประเมิน แม้ว่าเกณฑ์การให้คะแนนในการประเมิน องค์ประกอบพื้นฐานของการเรียนรู้ของนักเรียนยังคงมีอีกจำนวนมาก สำหรับการปรับปรุง เพื่อขยายเป็นเกณฑ์การให้คะแนนที่ครอบคลุมมากขึ้นและเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมที่มีประสิทธิภาพสามารถวัดช่วงความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

ตารางที่ 2.5

เกณฑ์การให้คะแนนกระบวนการแก้ปัญหา

กระบวนการ	คะแนน	แปลความหมาย
ทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิด	3	ทำความเข้าใจถูกต้องสมบูรณ์
	2	ทำความเข้าใจถูกต้องบางส่วน
	1	ไม่เข้าใจ
วิธีการแก้ปัญหา	3	ถูกต้องทั้งหมด
	2	ถูกต้องบางส่วน
	1	ไม่พยายามแก้ปัญหา
ความคิดสร้างสรรค์ของปัญหา	3	ประเด็นสมบูรณ์ที่แตกต่างจากข้อความ
	2	ค่อนข้างที่แตกต่างจากข้อความ
	1	เปรียบได้กับประเภทในข้อความ
การแก้ปัญหาของคู่มือ	3	ถูกต้องทั้งหมด
	2	ถูกต้องบางส่วน
	1	ไม่พยายามแก้ปัญหา

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Mathematics assessment : What works in the classroom.*
by Kulm G, 1994. San Francisco.

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, น. 50) ได้กล่าวไว้ว่า เมื่อการแก้ปัญหาได้รับการเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การประเมินการแก้ปัญหาก็ควรจะได้รับ การเน้นไปด้วย ในขณะเดียวกัน การประเมินควรแสดงถึงความสามารถของนักเรียนในการแสดงสาระสำคัญทั้งหมดของการแก้ปัญหา หลักฐานร่องรอยเกี่ยวกับความสามารถในการถามคำถาม การใช้ข้อสนเทศที่กำหนดให้และการสร้างข้อคาดการณ์ การประเมินจะใช้หลักฐานของการใช้ยุทธวิธีและเทคนิคการแก้ปัญหารวมทั้งความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายความหมายของผลลัพธ์ที่ได้ตลอดจนความสามารถในการขยายสู่กรณีทั่วไป ในมาตรฐานการประเมินของ NCTM มาตรฐานที่ 5 การแก้ปัญหา ระบุว่า การประเมินความสามารถของนักเรียนในการใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเป็นการจัดหาหลักฐานร่องรอยที่นักเรียนสามารถ

1. สร้างปัญหา
2. ประยุกต์ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา
3. แก้ปัญหา
4. ตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายตีความหมายของผลลัพธ์
5. สร้างรูปทั่วไปของคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2544 , น. 113 – 114) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหา สำหรับประเมินความสามารถในการปัญหา ควรมีดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา
 - 2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
 - 1 คะแนน สำหรับความเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง
 - 0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย
2. เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา
 - 2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยค

คณิตศาสตร์ถูก

1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

- 0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา
 - 2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
 - 1 คะแนน สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
 - 0 คะแนน สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
4. การตอบ
 - 2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์
 - 1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
 - 0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, น. 104-106) เสนอแนวคิด ว่าครูและนักเรียนอาจร่วมกันประเมินผลการแก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ

1. การทำความเข้าใจปัญหา
2. การวางแผน
3. การดำเนินการแก้ปัญหา
4. การตรวจสอบความถูกต้อง

ผลที่ได้จากการแก้ปัญหาคือเป็นข้อมูลที่ครูหรือผู้ที่เกี่ยวข้อง ใช้ประเมินความรู้ความสามารถของนักเรียนได้โดยตรง และนักเรียนยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองพร้อมทั้งจัดเก็บผลงานไว้ในแฟ้มสะสมงานได้อีกด้วย การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีรายการประเมินที่แสดงถึง ความเข้าใจปัญหา การวางแผนในการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ ในการประเมินผลตามรายการประเมินดังกล่าวข้างต้น ครูจะต้องกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่มีรายละเอียดไม่มากจนเป็นการสร้างแรงกดดันให้กับนักเรียน แต่ครูควรมีบันทึกเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนมีหลักฐานแสดงความสามารถในการมองปัญหาย้อนกลับไปยังขั้นตอนการแก้ปัญหาต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบถึงคำตอบหรือวิธีการแบบอื่น มีการปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้ชัดเจนและเหมาะสมกว่าเดิม ตลอดจนสามารถขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไปได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้เสนอเกณฑ์การประเมินผล การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่า การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พิจารณาได้จาก รายการประเมิน 4 องค์ประกอบ คือ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบ ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินแบบวิเคราะห์ที่แบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 นอกจากนี้ครูอาจกำหนดน้ำหนักคะแนนของแต่ละปัญหาให้แตกต่างกันตามน้ำหนักของเนื้อหาหรือความเหมาะสมได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ตารางที่ 2.6

เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3	ดี	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1	ปรับปรุง	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	1	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1	ปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6. โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554. กรุงเทพฯ.

อุษาวดี จันทรสนธิ (2556, น. 43 – 44) ได้กล่าวว่า การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มุ่งประเมินความสามารถของผู้เรียนในการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอด ทักษะและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การใช้เหตุผลและยุทธวิธีคิดต่าง ๆ ในการหาหนทาง เพื่อนำไปสู่ผลที่ต้องการของปัญหาหรืองานคณิตศาสตร์การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงมุ่งรวบรวมข้อมูลและหลักฐานที่แสดงว่าผู้เรียนสามารถ

1. เสนอคำถาม ข้อเสนอหรือข้อความคาดการณ์จากข้อมูล หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้
2. ประยุกต์ยุทธวิธีคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ มาใช้หาหนทางไปสู่ผลที่ต้องการ
3. แสดงการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบและได้ผลที่ถูกต้อง
4. ติความและตรวจสอบผลที่ได้จากการแก้ปัญหา
5. คิดต่อยอด หรือสรุปผลที่ได้จากการแก้ปัญหาไปสู่กรณีทั่วไป

ในการประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเผชิญและปฏิบัติการแก้ปัญหาให้ครอบคลุมลักษณะปัญหาแบบต่าง ๆ เพื่อสะท้อนเป้าหมายความสามารถด้านการแก้ปัญหาของผู้เรียนข้างต้น วิธีการรวบรวมข้อมูลและหลักฐานเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนใช้วิธีการหลากหลาย เช่น การสังเกตผู้เรียนระหว่างการแก้ปัญหา โดยการสังเกตเป็นรายบุคคล สังเกตในกลุ่มย่อย หรือสังเกตโดยรวมทั้ง ชั้น การฟังผู้เรียนอภิปรายถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่พวกเขาใช้ กระทำได้ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การเขียนข้อเสนอแนะให้ผู้เรียนทราบ การวิจารณ์งานของผู้เรียนด้วยการพูดให้ฟัง หรือการให้คะแนนผลงานที่มีลักษณะเฉพาะ เช่น แฟ้มสะสมงาน และโครงการ เป็นต้น คะแนนที่ให้ควรมี 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นกระบวนการคิดแก้ปัญหา และส่วนที่เป็นผลลัพธ์หรือคำตอบของปัญหา

สรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาควรมีเกณฑ์ ดังนี้

ตารางที่ 2.7

เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	2	ดี	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้างและต้องการหาอะไร
	1	พอใช้	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
	0	ปรับปรุง	ไม่สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	2	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	2	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
	1	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องเป็นบางครั้ง
	0	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่อย่างถูกต้อง
4. ขั้นตรวจสอบคำตอบ	2	ดี	ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	พอใช้	ตรวจสอบคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	ไม่มีการตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบ

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.4.1 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ธัญญารัตน์ อินทร์อนันต์ (2552) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 ที่มีเพศและระดับความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชายและนักเรียนหญิงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการใช้ เหตุผลเชิงสัดส่วนเชิงตัวเลข และความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทางอยู่ใน ระดับปานกลาง 2)

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความสามารถทางภาษาสูงมี ความสามารถในการใช้เหตุผลเชิง สัดส่วนเชิงตัวเลข และมีความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ แบบบอกทิศทางอยู่ในระดับสูง นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางภาษาปานกลางจะมี ความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนเชิง ตัวเลขและความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพ แบบบอกทิศทางอยู่ในระดับปานกลาง ส่วน นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางภาษาต่ำ ก็จะมี ความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงตัวเลขและ ความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอก ทิศทางอยู่ในระดับต่ำ

ขวัญ เพี้ยซ้าย (2553) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรมที่แสดง ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่ เหตุผลอาจเนื่องมาจาก 1) สถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน ส่วนใหญ่เป็นสถานการณ์ปัญหา เกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป ซึ่งวิธีการที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาส่วนใหญ่ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์และ การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย รองลงมาเป็นการคูณไขว้ ซึ่งเป็นวิธีการของพฤติกรรมระดับ 3 2) การแก้ สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การลดทอนอัตราส่วนโดย ใช้การหารซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 2 อาจเป็นเพราะวิธีการดังกล่าว ง่ายและสะดวกต่อการคิด แก้ปัญหา 3) การแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การคูณไขว้หรือการเทียบบัญญัติไตรยางค์ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 อาจเป็น เพราะว่าการใช้การคูณไขว้หรือการเทียบบัญญัติไตรยางค์มีประสิทธิภาพในการตรวจสอบว่า สถานการณ์ปัญหาใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนมากกว่าวิธีการอื่นๆ

2.4.2 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ใน ด้าน ต่างๆ ดังนี้

Jane Watson, Rosemary Callingham and Julie Donne (2008) ได้ศึกษา ความรู้ ของนักเรียนและการบูรณาการสอนของครูเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน จากการศึกษาแสดงให้เห็นถึงนัยสำหรับครูและการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน รวมถึงความ ยากลำบากในการเปรียบเทียบการที่ครูไม่เลือกปฏิบัติต่อนักเรียนทั้งสี่คนที่ได้รับการพิจารณาและ คำแนะนำในการปรับปรุงการโต้ตอบของครูกับการตอบสนองของนักเรียน แม้ว่าวรรณกรรมเห็นพ้อง

กันว่าทำให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผลลัพธ์ของการศึกษานี้ชี้ให้เห็นว่าอัตราส่วนที่เป็นทวิคูณของสิบเป็นเรื่องง่ายที่จะรับรู้ ในปัญหา SMOKE รวมทั้งการแสดงให้เห็นผลรวมของแถวและคอลัมน์ในตาราง SMOKE จะเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของจำนวนข้อมูลที่ต้องใช้ในการมีส่วนร่วมกับคำถาม ทำให้นักเรียนใช้ความคิดมากขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่จะมีความคล้ายกันในการนำเสนอ การที่ครูรู้ว่าคำถามที่ถามนักเรียนหรือความขัดแย้งด้านความรู้ความเข้าใจใด ที่จะสร้างขึ้นได้อย่างไรโดยไม่บอกคำตอบโดยตรงทำให้ดูเหมือนว่าเป็นปัญหาสำหรับครู ครูจะนำเสนอการตอบแบบทั่วไปประเภทเดียวกันโดยไม่คำนึงถึงระดับการตอบสนองของนักเรียนและไม่ทราบถึงเขตการพัฒนาที่เหมาะสมซึ่งจะทำทายนักเรียน นอกจากนี้ยังอาจได้รับอิทธิพลจากการขาดความชื่นชมต่อระดับการตอบสนองที่ต้องการในเครื่องมือการจัดรูปแบบ หวังว่าการเรียนรู้อย่างมืออาชีพในโครงการ Stat Smart จะช่วยเพิ่มความคุ้นเคยของครูเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนและวิธีการจับคู่เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม การวิเคราะห์ระดับการตอบสนองของนักเรียนในรูปแบบโครงสร้างที่เฉพาะเจาะจงควรมีส่วนช่วยในการเพิ่ม PCK ของครู

Reynolds, Watanabe and Lo (1905, p. 200) ได้ศึกษา ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจเรื่องเศษส่วนและความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับ นักเรียนหญิงคนหนึ่งชื่อเคที (Katie) ซึ่งศึกษาอยู่เกรด 5 จากการศึกษาพบว่าความเข้าใจเรื่อง เศษส่วนของเคทีมีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน อย่างไรก็ตาม เคทีก็ยัง สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนโดยปราศจากการใช้เศษส่วนได้ ผลลัพธ์ดังกล่าวนี้ก่อให้เกิดข้อ สงสัยหรือข้อคำถามว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ใช้กันอยู่จะต้องมีการปรับปรุงใหม่หรือไม่

Ben - Chain, Fey, Fitzgerald, Benedetto and Miller (1998, pp. 247 – 270) ได้ทำวิจัยเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน เกรด 7 ที่ศึกษาอยู่ในหลักสูตรที่แตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรเก่ามีจำนวน 91 คน กับกลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรใหม่มีจำนวน 124 คน โดยในหลักสูตรเก่าครูจะสอนนักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไปตามหนังสือแบบเรียน ด้วยวิธีการ ที่ครูแสดงการแก้ปัญหาให้นักเรียนดู แล้วนักเรียนก็ทำการแก้ปัญหตามที่ครูสอน ส่วนหลักสูตรใหม่ ครูจะต้องนำโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง ครูเน้นให้นักเรียนสร้าง ความรู้และคิดหากระบวนการในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ส่งเสริมให้มีการช่วยกันระดมความคิดกับ เพื่อนในการแก้ปัญหา และมีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรใหม่มี

ความสามารถในการพัฒนาตนเองในด้านการคิดแก้ปัญหา อย่างสร้างสรรค์ ด้านการสื่อสารโดยการพูด และด้านการเขียนอธิบายได้ดีกว่ากลุ่มนักเรียนที่ศึกษา ในหลักสูตรเก่า

Kishimoto (2000, p. 143) ได้ศึกษาผลของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและ เมตาคอกนิกชัน (Metacognition) ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณโดยใช้ เศษส่วนทศนิยม (Decimal Fractions) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4 เกรด 5 และเกรด 6 จำนวน 344 ในประเทศญี่ปุ่น การศึกษาครั้งนี้กลุ่มตัวอย่างจะถูกทดสอบด้วยโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการคูณและการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หลังจากนั้นก็ให้กลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามเกี่ยวกับเมตาคอกนิกชัน การศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและเมตาคอกนิกชันมีผลต่อ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับนักเรียนเกรด 4 การให้ เหตุผลเชิงสัดส่วนและเมตาคอกนิกชันจะมีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ มากกว่านักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 ส่วนนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 พบว่าการให้เหตุผลเชิง สัดส่วนจะมีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณมากกว่าเมตาคอกนิกชัน

Koeliner – Clark and Lesh (2003, p. 92) ได้ศึกษาการให้เหตุผล เชิงสัดส่วนผ่าน ปัญหาการอย่เท้าซึ่งเป็นนิยายในนวนิยายสืบ ในการนี้คณะผู้วิจัยได้ศึกษากับนักเรียน เกรด 7 กลุ่มเล็กๆ กลุ่มหนึ่ง โดยคณะผู้วิจัยได้ให้นักเรียนกลุ่มดังกล่าวอ่านปัญหาการอย่เท้า จากนั้น ให้นักเรียนได้อภิปราย และสนทนาเกี่ยวกับปัญหาการอย่เท้า โดยให้ทุกคนในกลุ่มมีส่วนร่วมในการ แสดงความคิดเห็น หลังจากนั้นคณะผู้วิจัยได้นำบทสนทนาของนักเรียนมาวิเคราะห์และแปล ความหมาย ผลการวิเคราะห์และแปลความหมายแสดงให้เห็นถึงพัฒนาการของการให้เหตุผล เชิงสัดส่วนของนักเรียนจากการให้เหตุผลในเชิงการบวกไปสู่การให้เหตุผลในเชิงการคูณ

Pittalis, Christou and Papageorgion (2003, pp. 1 - 10) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนของนักเรียนเกรด 6 โดย ในการวิจัยเรื่องดังกล่าวนี้คณะผู้วิจัยได้นักเบาตัวแบบเพื่อใช้ในการประเมินการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในการวิจัยเรื่องดังกล่าวนี้กลุ่มผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเพื่อใช้ในการประเมินการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และการพัฒนาในการแก้โจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน เพื่อให้เกิดความน่าเชื่อถือ เบื้องต้นกลุ่มผู้วิจัยได้ใช้ตัวแบบของ โซโล (SOLO Model) โดยการนำตัวแบบดังกล่าวมาแบ่งเป็น ระดับย่อยลงไปอีกเพื่อที่จะได้ครอบคลุมยุทธวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหา ผลจากการวิจัยในครั้งนี้แสดงให้เห็นว่าตัวแบบที่ใช้ประเมิน การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ถูกพัฒนามีประสิทธิภาพต่อโปรแกรมการ สอนในการแก้ปัญหเกี่ยวกับ

อัตราส่วนและสัดส่วนและตัวแบบดังกล่าวยังเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ต่อครูสอนคณิตศาสตร์ 2 ประการ คือ 1) ตัวแบบดังกล่าวจะทำให้ครูทราบรายละเอียดใน ด้านความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่อง อัตราส่วนและสัดส่วนของนักเรียน 2) ตัวแบบดังกล่าวสามารถที่จะแสดงให้เห็นได้ว่าระดับความรู้ของนักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรโดยใช้ข้อมูลปัจจุบัน เปรียบเทียบกับข้อมูลที่มีมาก่อนหน้านี้

Pantziara and Pitta – Pantaza (2005, pp. 1 - 10) ได้ทำ วิจัยเรื่องพัฒนาการในการคิดเชิงสัดส่วนอย่างไม่เป็นทางการกับนักเรียนระดับประถมศึกษา อายุ 10 - 11 ปี จำนวน 112 คน จากการสัมภาษณ์และการทดสอบเผยให้เห็นถึงยุทธวิธีอย่างไม่เป็น ทางการที่หลากหลายที่นักเรียนนำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และผลที่ได้จากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ยังไม่ได้รับการสอน การแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ โดย แนวคิดการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนจะแสดงให้เห็นเป็น 3 ระยะ ได้แก่ 1) ระยะการปรับเปลี่ยน ความคิด (Interiorization) 2) ระยะก่อตัวทางความคิด (Condensation) และ 3) ระยะการเกิด รูปธรรมทางความคิด (Reification)

Dooley (2006) ได้สำรวจการคิดเชิงสัดส่วน ของนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนปลาย วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้เพื่อที่จะ 1) ตรวจสอบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนที่อยู่ในโรงเรียนชนบทซึ่งขาดงบประมาณสนับสนุนทางการเรียน การสอน 2) สำรวจเข้าใจในแนวคิดของนักเรียนในการใช้วิธีการคูณไขว้ในการแก้ปัญหา 3) ประเมินผลจากการใช้สื่อสัมผัส (Manipulative) ที่มีต่อการคิด ในการวิจัยครั้งนี้มีนักเรียนเข้าร่วม จำนวน 107 คน ซึ่งเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในการนี้นักเรียนจำนวน 21 คนถูก นำมาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเพื่อค้นหาข้อมูลในเชิงลึก ผลการวิจัยพบว่า 1) การสัมภาษณ์ใน เชิงลึกมีนักเรียน 2 คน เท่านั้น จากนักเรียน 21 คน ซึ่งคิดเป็น 9.5% ของนักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์ที่มี ทักษะความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับสูง 2) มีนักเรียน 19 คนจากนักเรียน 21 คน ซึ่งคิดเป็น 90.5 % ของนักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์ ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนมา ประยุกต์ใช้แก้ปัญหาได้ และส่วนใหญ่จะนำวิธีการคูณไขว้มาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน 3) การใช้ สื่อสัมผัสดังกล่าวช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ดีขึ้น

Steinthorsdottir (2006, pp. 169 – 176) ได้ศึกษาปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อ ระดับความยากของโจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วนและยุทธวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนเกรด 8 แบ่งเป็นนักเรียนหญิงจำนวน 27 คน และนักเรียนชายจำนวน 26 คน จากโรงเรียนแห่งหนึ่งในเมือง

เรกจาวิก (Reykjavik) ประเทศไอซ์แลนด์ ผู้วิจัยได้ให้กลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าตัวแปรที่หายไป จากนั้นก็ทำการสัมภาษณ์กลุ่มตัวอย่างเป็นรายบุคคล ผลการศึกษาพบว่าจำนวนที่ปรากฏในโจทย์ปัญหามีผลต่อการเลือกยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา มากกว่าบริบทของปัญหา นอกจากนี้ยังพบว่าจำนวนที่ปรากฏในโจทย์ปัญหามีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

Jeong, Levine and Huttenlocher (2007, pp. 237 – 256) ได้ศึกษาพัฒนาการของความสามารถของเด็กในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่เกี่ยวกับปริมาณที่ ต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอายุ 8 – 10 ปี ในประเทศเกาหลี ในการนี้ นักเรียน กลุ่มตัวอย่างได้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในบริบทที่เป็นเกมส์ซึ่งเกี่ยวกับเรื่อง ความน่าจะเป็นผลจากการศึกษาพบว่าเด็กที่มีอายุอยู่ในช่วงดังกล่าวนี้ส่วนใหญ่ยังล้มเหลวในการ แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่ปรากฏเป็นปริมาณที่ไม่ต่อเนื่อง แต่พวกเขาก็ได้แสดงให้เห็นว่าพวกเขา มีความสามารถพอที่จะแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่ปรากฏเป็นปริมาณที่ต่อเนื่องได้ จากการศึกษา นี้ แสดงให้เห็นว่ารูปแบบของจำนวนหรือปริมาณมีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ สัดส่วน

Heller et al. (1989, p. 205) ได้ทำการวิจัยเรื่องการให้เหตุผลเชิง สัดส่วนเกี่ยวกับผลของตัวแปรบริบทสองตัวแปรคือ ประเภทของอัตราส่วนและสถานการณ์ปัญหา วัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของตัวแปรบริบทสองตัวแปรคือ ประเภทของอัตราส่วนและสถานการณ์ ปัญหาที่มีต่อความสามารถของนักเรียน เกรด 7 จากการทำทดสอบการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนแบบตัวเลข และแบบคุณภาพ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 254 คน ในเมืองมินเนโซตา เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน แบบตัวเลขและแบบคุณภาพ จำนวน 6 แบบ ซึ่งแต่ละแบบใช้สถานการณ์ปัญหาเดียวกัน

Alain (2000) ได้ศึกษาพัฒนาเครื่องมือการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน ของนักเรียนในโรงเรียนขนาดกลางที่มีความพร้อมในการพัฒนา โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาพัฒนา เครื่องมือสำหรับวัดความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่มีความเที่ยงตรง และเชื่อถือได้ กลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาเป็นนักเรียนหญิงที่กำลังเรียนอยู่ระดับเกรด 6-8 จำนวน 70 คน ซึ่งเรียนโปรแกรม เร่งรัดที่โรงเรียนเมริตในรัฐโคโรไลนาเหนือ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาวิจัยเป็นเครื่องมือสำหรับการประเมินการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนได้สร้างขึ้นโดยอาศัยพื้นฐานของปัญหาประเภทต่างๆ โดย แบบทดสอบครั้งนี้ประกอบด้วยข้อคำถามที่เกี่ยวกับปัญหาการหาค่าตัวแปร ปัญหาการเปรียบเทียบ ปัญหาของผสม

(Mixture) ปัญหาที่เกี่ยวข้องกันระหว่างเซตสองเซต ปัญหาประเภท Part-Part-Whole และปัญหาการเปลี่ยนแปลงระหว่างจำนวนสองจำนวนที่สัมพันธ์กันและการวัดจำนวนทั้งสิ้น10ข้อ

จากข้างต้นจะพบว่ามีในการทำวิจัยเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนออกมาในหลายๆ ลักษณะซึ่งมีทั้งในแง่ของการสำรวจการคิด ศึกษาพัฒนาการ ศึกษาความสัมพันธ์ ศึกษาการใช้ กิจกรรม หรือแบบเรียน หรือศึกษาสิ่งที่เป็นปัจจัยหรือผลกระทบ ซึ่งในส่วนของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องการใช้กิจกรรมหรือแบบเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถ ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยจะทำในลักษณะเป็นการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2.4.3 งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สุขจิตร ตั้งเจริญ (2543, น. 37) ได้ทำการศึกษาเรื่องการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหามาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหานั้นสูงกว่านักเรียนกลุ่ม ควบคุม

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2544, น. 125) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนสามารถตีความทำความเข้าใจปัญหา จำแนกแยกแยะ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับ ปัญหาออกจากกัน จะมองปัญหาให้ชัดเจนว่า อะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรคือสิ่งที่เราคาดหวังว่า จะพบและเรามีข้อมูลอะไรอยู่บ้าง การเขียนภาพจะช่วยให้เราเข้าใจปัญหานั้นๆ ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้แก้ต้องค้นพบว่าข้อมูลต่างๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ยังไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร แล้วหาวิธีการ แก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎี มาใช้ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่ แล้วเสนอออกมาในรูปแบบวิธีการ

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ หมายถึง ความสามารถในการหาคำตอบ ที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสมด้วย

ปรีชา เนาว์เป็นผล (2545, น. 35) ได้ทำการศึกษาแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 โดยใช้กิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด พบว่าก่อนการทดลองนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ของนักเรียนค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหาที่ต้องใช้การถกเถียงกระตุ้นแนะแนวทางแก้ไขปัญหาอย่างละเอียดไปเป็นการแก้ปัญหาที่ใช้การถกเถียงกระตุ้นให้คิดน้อยลง ในระยะสุดท้ายของการทดลองนักเรียนสามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาเองได้อย่างอิสระ และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังการทดลองนักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่มีโครงสร้าง คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อนได้ดีกว่าปัญหาที่แปลกใหม่

ปาริชาติ เทียงทุกษ์. (2554) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยใช้วิธีการตั้งปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มที่ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนแม่เจดีย์วิทยาคม อำเภอเวียงป่าเป้า จังหวัดเชียงราย จำนวน 39 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้ 3 หน่วย แบบสังเกตพฤติกรรม และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดำเนินการสอน 5 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป ขั้นมอบหมายงาน และขั้นประเมินผล การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ครูตั้งตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล แล้วนักเรียนตั้งปัญหาและแก้ปัญหาด้วยตนเอง วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบฝึกหัดและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามขั้นตอนการแก้ปัญหา ข้อมูลเชิงปริมาณใช้การค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ส่วนข้อมูลเชิงคุณภาพใช้วิธีพรรณนาวิเคราะห์ผลการวิจัย พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาที่ครูตั้งและจากแบบทดสอบ มีความสอดคล้องกัน กล่าวคือ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา และขั้นดำเนินการตามแผน อยู่ในระดับดี แต่ในขั้นตรวจสอบผล อยู่ในระดับพอใช้ และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาจากปัญหาที่นักเรียนตั้งปัญหา ทุกขั้นตอนการแก้ปัญหา อยู่ในระดับดี

2.4.4 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

Fiksdal (1996, p. 1064) ศึกษาการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและการ ดำเนินการแก้ปัญหา โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหา 5 ยุทธวิธีคือ การสร้างแผนภาพ การแจกแจงรายการ การแก้ปัญหาย่อยกว่า การใช้ตัวแปร และการหาแบบรูป ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองมีความชำนาญในการ แก้ปัญหาและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม

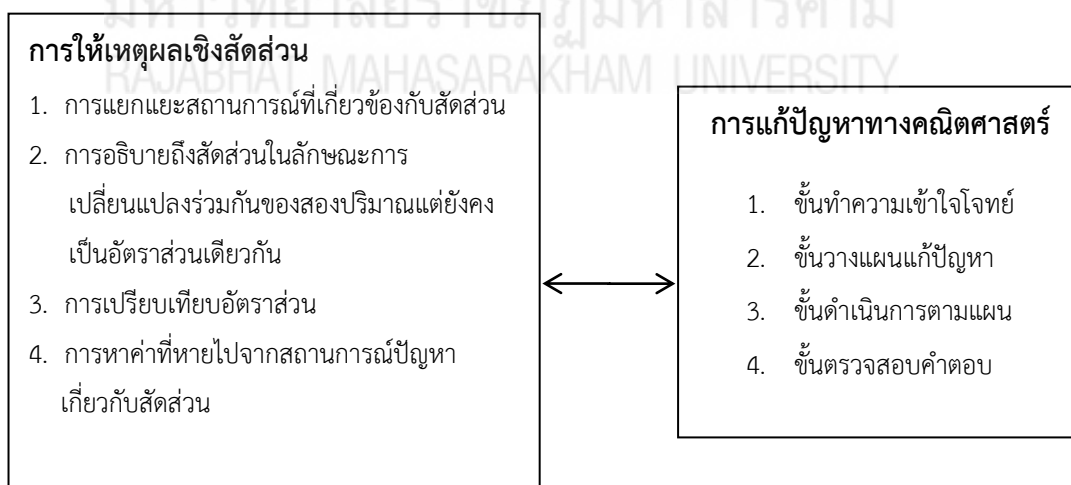
Marolia (1998, pp. 1227-A) ได้ทำการตรวจสอบความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิงเกรด 7 ที่เรียนในชั้นเรียนหญิงล้วน จำนวน 14 คน และเรียนในชั้นเรียนแบบผสม จำนวน 17 คน โดยการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์แบบปลายเปิด และแบบทดสอบในการแก้ปัญหา ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทั้งสองไม่แตกต่างกัน (ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง) กลุ่มทั้งสอง ได้รับการสอนที่คล้ายคลึงกันในช่วงเวลา 7 เดือน ซึ่งประกอบด้วย การสอนแบบแก้ปัญหาซึ่ง ปฏิบัติเป็นประจำในแต่ละสัปดาห์ (POW) โดยมีขั้นตอนการแก้ปัญหาขั้นต่อขั้น และมีการใช้ รูปแบบคำถามสำหรับการฝึกแก้ปัญหา (OEM) จำนวน 25 ข้อ จากการทดสอบค่าความแตกต่างหลังเรียน

Dickerson (1999) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการแก้ปัญหาของนักเรียนเกรด 7 พบว่า การสอนโดยใช้การตั้งปัญหาทำให้ผลสัมฤทธิ์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Stover (1982) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนปรับเปลี่ยนรูปแบบของปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนได้เพิ่มสูงขึ้น และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Stoyanova (1998) ที่ได้ศึกษาถึงผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์การตั้งปัญหากับนักเรียน ที่มีต่อการแสดงออกในด้านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหา มีการแสดงออกทางด้านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหา มากกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหาเพียงอย่างเดียว

จากการศึกษางานวิจัยต่างๆ เผยให้เห็นถึงยุทธวิธีอย่างไม่เป็นทางการที่หลากหลายที่นักเรียนนำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และ นักเรียนที่ยังไม่ได้รับการสอนการแก้ปัญหอย่งเป็นทางการสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ โดยแนวคิดการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนจะแสดงให้เห็นเป็น 3 ระยะได้แก่ 1) ระยะการปรับเปลี่ยนความคิด (Interiorization) 2) ระยะก่อตัวทางความคิด (Condensation) และ 3) ระยะการเกิดรูปธรรมทางความคิด (Reification) ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.5 กรอบแนวคิดการวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจากที่ผู้วิจัยศึกษาการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและได้สังเคราะห์เนื้อหาในการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ครอบคลุมเนื้อหาการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนแต่ละคนมาเรียงจากน้อยไปมาก แล้วเลือกนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำสุด 3 และนักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุด 3 คน รวม 6 คน (กรณีศึกษา) มาทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นสัมภาษณ์นักเรียน(กรณีศึกษา)แต่ละคนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นำข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มที่ได้คะแนนสูง และกลุ่มที่ได้คะแนนต่ำ เพื่อเป็นข้อสังเกตในการนำไปเป็นแนวทางในการพัฒนานักเรียนกลุ่มที่ได้คะแนนต่ำ จากแนวคิดการวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยจึงกำหนดกรอบแนวคิด ดังนี้



ภาพที่ 2.4 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือวิจัย
3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

3.1.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 10 ห้อง จำนวนนักเรียน 398 คน

3.3.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ห้องเรียนปกติ) โรงเรียนสารคามพิทยาคม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้อง จำนวนนักเรียน 80 คน โดยวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

3.3.3 วิธีการสุ่มตัวอย่าง

ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างตามความน่าจะเป็น (Probability Sampling) โดยใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบ Cluster Random sampling ซึ่งเป็นการแบ่งประชากรที่ศึกษาออกเป็นกลุ่มโดยที่กลุ่มประชากรแต่ละกลุ่มหมายถึง กลุ่มนักเรียนในแต่ละห้องโดยอธิบายเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. กำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง เนื่องจากทราบประชากรทั้งหมด จะทำการคำนวณหาขนาดของกลุ่มตัวอย่างโดยใช้สูตร Taro Yamane (1973, p. 727) ดังนี้

$$\text{สูตร } n = \frac{N}{1 + Ne^2} \quad (3-1)$$

เมื่อ n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

N แทน จำนวนประชากร (398 คน)

e แทน ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับให้เกิดขึ้น (0.1)

$$\text{แทนค่าในสูตร } n = \frac{398}{1 + 398(0.1)^2} \approx 79.92 \quad (3-2)$$

จากการคำนวณสูตรได้กลุ่มตัวอย่าง $n = 80$ คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ ได้เป็นร้อยละของกลุ่มตัวอย่าง $= \frac{80}{398} \times 100 = 20.1\%$ นั่นคือ ผู้วิจัยต้องการกลุ่มตัวอย่าง 20.1 % จากประชากร

ทั้งหมด แล้วใช้การสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster sampling) สุ่มกลุ่มตัวอย่าง 20.1 % จากประชากร

2. แบ่งประชากรที่ศึกษาออกเป็นกลุ่ม เนื่องจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถูกแบ่งเป็นห้องๆ อยู่แล้ว ห้องละ 40 คน และแต่ละห้องมีกลุ่มประชากรที่ความสามารถ โดยถือว่าแต่ละห้องเป็นตัวแทนประชากรได้

3. ใช้การสุ่มตัวอย่างแบบง่าย จากการคำนวณหาขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ได้กลุ่มตัวอย่าง 80 คน จากนั้นใช้การสุ่มตัวอย่างแบบง่ายในการสุ่มนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมา 2 ห้องจากประชากรแต่ละกลุ่ม

3.2 เครื่องมือวิจัย

- 3.2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
- 3.3.2 แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย
- 3.3.3 แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถ แบบทดสอบ และแบบสัมภาษณ์ การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดของการสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือ ดังต่อไปนี้

3.3.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งเป็นแบบเขียนตอบ และแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายเหตุผล ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

3.3.1.1 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ปรับปรุง 2560) สารการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับบทความรายงานการวิจัย และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.3.1.2 ศึกษาหลักเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบจากหนังสือคู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 30) วิเคราะห์เนื้อหาและวัตถุประสงค์ในการวิจัยกำหนดรูปแบบของแบบทดสอบ และจุดประสงค์ของการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

3.3.1.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ครอบคลุมความรู้ในเนื้อหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย

ชื่อ-สกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

คำชี้แจง : แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 1 ชั่วโมง คะแนนเต็ม 30 คะแนน

1. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 1

“ยายสมัยขายส้มโอราคาผลละ 30 บาท นำส้มโอไปซื้อส้มโอที่ร้านยายสมัย ตามจำนวน (ผล) ดังตาราง”

จำนวน (ผล)	1	2	3	4
ราคา (บาท)	30	60	90	120

จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 1 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....

เพราะว่า.....

.....

.....

ภาพที่ 3.1 ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

3.3.1.4 นำแบบทดสอบที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้องเหมาะสมของประเด็นคำถาม และภาษาที่ใช้ จากนั้นนำคำแนะนำมาปรับปรุงแก้ไขแล้วนำเสนอผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งได้แก่

1) ดร.เสนห์ หมายถึงจากกลาง ค.ต. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ตำแหน่งศึกษานิเทศก์ วิทยาลัยนานาชาติการพิเศษ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา เขต 31 ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา

2) ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ กศ.ต. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา) อาจารย์ประจำคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและประเมินผลการศึกษา

3) ดร.ทงเกียรติ พลไชยา ค.ต. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

3.3.1.5 ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item – Objective Congruence Index : IOC) (ไพศาล วรคำ, น. 262-263) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ	จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น -1

3.3.1.6 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องมาคำนวณค่า IOC โดยใช้สูตรดังนี้ ความสอดคล้อง IOC (ไพศาล วรคำ, น. 262-263) เลือกข้อคำถามที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.66 ขึ้นไปเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่า แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนทั้ง 20 ข้อ มีค่า IOC มากกว่า 0.66 อยู่ในเกณฑ์ที่ใช้ได้ จากนั้นนำข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

3.3.1.7 คัดเลือกข้อคำถามที่มีความเหมาะสมจำนวน 10 ข้อ จากนั้นนำแบบทดสอบที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองใช้ (Try - Out) กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนสารคามพิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 26 เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

3.3.1.8 นำผลที่ได้จากการทดลองใช้ (Try - Out) มาวิเคราะห์ความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถเป็นรายข้อตามสูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ส แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ถึง 1.00 จึงจะถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลจากการวิเคราะห์พบว่า แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีทั้งสิ้น 10 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.32 ถึง 0.73 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23 ถึง 0.58

3.3.1.9 นำแบบวัดความสามารถ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดความสามารถทั้งฉบับ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไปจึงถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่า แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.76

3.3.1.10 นำแบบวัดความสามารถที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้ว ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

2. แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบเขียนตอบ และแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

2.1 ผู้วิจัยศึกษาเอกสาร ตำรา ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2 สร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบจะมีลักษณะของปัญหาเป็นการแก้ปัญหारेื่องอัตรา และสัดส่วน ตามเนื้อหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 6 ข้อ

2.3 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อสอบ และความเหมาะสมของข้อสอบ

2.4 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบ และปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมทั้ง 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้องเหมาะสม ความชัดเจนของข้อความ และภาษาที่ใช้ในการเขียน

2.5 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่านมาหาดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) โดยเลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปจึงเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC อยู่ที่ 1.00 ทั้งหมดจำนวน 6 ข้อ

2.6 คัดเลือกข้อคำถามที่เหมาะสมจำนวน 3 ข้อ แล้วนำแบบทดสอบที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองใช้ (Try - Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โรงเรียนสารคามพิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 26 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 40 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

2.7 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นรายข้อแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 จึงจะถือว่าข้อสอบใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ ปรากฏว่าข้อสอบรายข้อมีค่าความยาก ตั้งแต่ 0.53 ถึง 0.63 และมีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.25 ถึง 0.51

2.8 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient)

ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไปจึงถือว่าเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.73

2.9 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้ว ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

3. แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การสร้างแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.1 ศึกษาการสร้างแบบสัมภาษณ์ จากหนังสือการวิจัยทางการศึกษาของ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 249-250)

3.2 กำหนดประเด็นข้อคำถามสำหรับการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับหลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งคำถาม คลอบคลุมเนื้อหา จุดมุ่งหมายและประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา

3.3 สร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน

3.4 นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นเสร็จแล้ว เสนอคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของภาษาและความสอดคล้อง ระหว่างแบบสัมภาษณ์ กับวัตถุประสงค์ของการวิจัย

3.5 นำเสนอแนะทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขแบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์เพื่อใช้ในการเก็บข้อมูล

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. ขอนหนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัย ส่งไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนสารคามพิทยาคม เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลและกำหนดวัดในการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561

2. ติดต่อประสานงานกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และครูประจำชั้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย บทบาทหน้าที่ของกลุ่มตัวอย่าง ในการทำวิจัย กำหนดวันเวลาที่จะทำการเก็บรวบรวมข้อมูล

3. ดำเนินการเก็บข้อมูล โดยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบเขียน ตอบ จากนั้นทำการแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสูง กลุ่มที่มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนต่ำ แล้วเลือกนักเรียนในแต่ละกลุ่มมาจำนวนกลุ่มละ 3 คน โดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) รวมทั้ง 6 คน (กรณีศึกษา) นำมาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเพื่อศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกลุ่ม

2.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้ วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน และวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตที่แตกต่างกันจากการสัมภาษณ์ โดยการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน

ศึกษาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน แล้ววิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำเสนอ ด้วยการวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive Analysis))

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อ ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1

เกณฑ์ในการให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา เขียนอธิบายได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ ได้คำตอบถูกต้อง
2	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหาเป็นส่วนใหญ่ ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมหรือยุทธวิธีที่เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ แต่อาจจะมี การเขียนอธิบายที่ไม่ค่อยสมบูรณ์หรือชัดเจนในบางส่วน หรือมีความ ผิดพลาดในการคำนวณทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง
1	มีความพยายามในการเขียนการอธิบายที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจบ้าง ส่วน มีความผิดพลาดในยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหาย่อย หรือได้คำตอบที่ไม่ สมบูรณ์ หรือคำตอบที่ถูกต้องอาจจะได้มาจากการเดา
0	ไม่มีความพยายามในการแก้ปัญหา ไม่รู้จะอธิบายอย่างไร หรือแสดง แนวคิดในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับข้อคำถามเลย

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning*. By Hillen, Amy Fleeger. (2005).

2. เกณฑ์ในการแปลความหมายการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545 น. 103)

2.1 กรณี คะแนนเต็มรายด้าน 6 คะแนน

$$\begin{aligned} \text{ความกว้างของชั้น} &= \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนชั้น}} && (3-3) \\ &= \frac{6-0}{3} \\ &= 2 \end{aligned}$$

0 - 2 คะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนต่ำ

3 - 4 คะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนปาน

กลาง

5 - 6 คะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน

2.2กรณี คะแนนเต็มรายด้าน 9 คะแนน

$$\begin{aligned} \text{ความกว้างของชั้น} &= \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนชั้น}} && (3-4) \\ &= \frac{9-0}{3} \\ &= 3 \end{aligned}$$

0 - 3 คะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนต่ำ

4 - 6 คะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนปาน

กลาง

7 - 9 คะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน

ตอนที่ 2 วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ศึกษาหาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้การหาสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Correlation) ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2

เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	2	ดี	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้างและต้องการหาอะไร
	1	พอใช้	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	0	ปรับปรุง	ไม่สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
	2	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	2	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
	1	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องเป็นบางครั้ง
	0	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ได้ไม่ถูกต้อง
4. ขั้นตรวจสอบ	2	ดี	ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	พอใช้	ตรวจสอบคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	ไม่มีการตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6. โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค.

และเกณฑ์ในการพิจารณาความสัมพันธ์ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ ดังนี้ (กัลยา วาณิชย์บัญชา, 2545, น. 83)

± 0.81 ถึง ± 1.00 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับสูงมาก

± 0.61 ถึง ± 0.80 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับสูง

± 0.41 ถึง ± 0.60 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับปานกลาง

± 0.21 ถึง ± 0.40 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับต่ำ

± 0.00 ถึง ± 0.20 หมายถึง มีความสัมพันธ์ระดับต่ำมาก

2. ศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียน โดยผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนสูง และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนต่ำ กลุ่มละ 3 คน รวมทั้งหมด 6 คน (กรณีศึกษา) มาทำการสัมภาษณ์ แล้วผู้วิจัยสรุป ประเด็นสำคัญโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เกณฑ์ในการแปลความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 103)

$$\begin{aligned} \text{ความกว้างของชั้น} &= \frac{\text{คะแนนสูงสุด} - \text{คะแนนต่ำสุด}}{\text{จำนวนชั้น}} && (3-5) \\ &= \frac{24-0}{3} \\ &= 8 \end{aligned}$$

0 – 8 คะแนน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ

17– 16 คะแนน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

17 – 24 คะแนน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง

2.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

2.6.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่

2.6.1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} \quad (3-6)$$

เมื่อ \bar{x} แทน คะแนนเฉลี่ย
 $\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัว
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2.6.1.2 ความถี่และร้อยละ (Percentage) คำนวณจากสูตร ดังนี้

$$P = \frac{f}{N} \times 100 \quad (3-7)$$

เมื่อ P แทน ร้อยละ
 f แทน ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ
 N แทน ความถี่ทั้งหมด

2.6.1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S.D. = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}} \quad (3-8)$$

เมื่อ $S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 $\sum x^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
 $(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2.6.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์หาคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

2.6.2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC

พิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index : IOC) (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263)

โดยแปลงระดับความสอดคล้องเป็นคะแนนดังนี้

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1

ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0

ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น -1

และหาดัชนีความสอดคล้องได้จาก

$$IOC = \frac{\sum R}{N} \quad (3-9)$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่าง แบบทดสอบกับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

R แทน เป็นคะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละ
ประเมินในแต่ละข้อ

N แทน เป็นจำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้อง
ในข้อนั้น

2.6.2.2 ค่าความยาก ของแบบทดสอบอัตรานี้สามารถหาได้จากสูตรของ วิทนี และ
ซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 292-293) ดังนี้

$$P = \frac{S_H + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})} \quad (3-10)$$

เมื่อ P แทน ดัชนีความยาก

S_H แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง

S_L แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

X_{\max} แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น

X_{\min} แทน คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

2.6.2.3 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัยสามารถหาได้จากสูตรวิทนีและซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263) ดังนี้

$$D = \frac{S_H - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})} \quad (3-11)$$

เมื่อ D แทน อำนาจจำแนกของข้อสอบ

S_H แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง

S_L แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

X_{\max} แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น

X_{\min} แทน คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

2.6.2.4 ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบอัตนัยสามารถหาได้จากสูตร โดยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach 's Alpha Coefficient Method) (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 282-283) โดยใช้

$$\alpha = \left[\frac{k}{k-1} \right] \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right] \quad (3-12)$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนข้อที่ i

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวม t

2.6.3 สถิติที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ได้แก่ ใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation Coefficient) (อรรถชุกระเดื่อง, 2557, น. 75) มีสูตรดังนี้

$$r_{xy} = \frac{N\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(N\sum x^2 - (\sum x)^2)(N\sum y^2 - (\sum y)^2)}} \quad (3-13)$$

เมื่อ N แทน จำนวนคู่ของข้อมูล



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน ดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ระบุสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อง่ายต่อการศึกษา ดังนี้

n แทน แทนจำนวนนักเรียน

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน (Mean)

S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน (Standard Deviation)

r_{xy} แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

4.2 ลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ตามลำดับขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์กับวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

ตอนที่ 1 ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตอนที่ 2 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียน ที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนแตกต่างกัน

4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์แนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนจากการสัมภาษณ์ ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

พิจารณาตามความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน ซึ่งแสดงดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ความสามารถในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คะแนน เต็ม	ค่าเฉลี่ยของ	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	คิดเป็นร้อย ละ	แปล ความหมาย
		คะแนน นักเรียน (\bar{X})			
ด้านที่ 1 การแยกแยะ					
สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับ สัดส่วน	9	5.54	2.2	61.53	ปานกลาง
ด้านที่ 2 การอธิบายถึง สัดส่วนในลักษณะการ					
เปลี่ยนแปลงร่วมกันของ สองปริมาณแต่ยังคงเป็น อัตราส่วนเดียวกัน	6	4.23	1.18	70.42	สูง
ด้านที่ 3 การเปรียบเทียบ อัตราส่วน					
การหาค่าที่หายไป	6	3.9	1.11	65	ปานกลาง
ด้านที่ 4 การหาค่าที่หายไป จากสถานการณ์ปัญหา เกี่ยวกับสัดส่วน					
จากสถานการณ์ปัญหา	9	6.65	2.32	73.89	สูง
รวมทั้งหมด	30	20.31	5.41	67.71	สูง

จากตาราง 4.1 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยรวมอยู่ในระดับสูงคิดเป็นร้อยละ 67.71 ($\bar{X} = 20.31$, S.D. = 5.41) เมื่อจำแนกรายด้าน พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนระดับสูงมีอยู่ 2 ด้าน คือ ด้านที่ 2 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน คิดเป็นร้อยละ 70.42 ($\bar{X} = 4.23$, S.D. = 1.18) และด้านที่ 4 การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน คิดเป็นร้อยละ 73.89 ($\bar{X} = 6.65$, S.D. = 2.32) คะแนนระดับปานกลางมีอยู่ 2 ด้าน คือ ด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน คิดเป็นร้อยละ 61.53 ($\bar{X} =$

5.54 , S.D. = 2.2) และด้านที่ 3 การเปรียบเทียบอัตราส่วน คิดเป็นร้อยละ 65 ($\bar{X} = 3.9$, S.D. = 1.11)

2. ผลการจำแนกนักเรียนตามความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่แตกต่างกัน

จากการวิเคราะห์คะแนนรวมของนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน โดยจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มจากการแบ่งระดับแบบอิงเกณฑ์ สามารถจำแนกนักเรียนได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2

จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่แตกต่างกัน

เกณฑ์	ช่วงคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละของจำนวนนักเรียน
ระดับสูง	21-30	44	55
ระดับปานกลาง	11-20	32	40
ระดับต่ำ	0-10	4	5
รวม		80	100

จากตาราง 4.2 จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับสูงมีจำนวน 44 คน นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับปานกลางมีจำนวน 32 คน นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับต่ำมีจำนวน 4 คน

สรุปตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยรวมอยู่ในระดับสูง เมื่อจำแนกตามความสามารถรายด้าน ในระดับสูงมี 2 ด้านคือ ด้านที่ 2 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน และด้านที่ 4 การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ในระดับปานกลางมี 2 ด้านคือ ด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และด้านที่ 3 การเปรียบเทียบอัตราส่วน

ตอนที่ 2 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การหาสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
พิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นำเสนอผลในตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3

การวิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

การแก้โจทย์ปัญหา	คะแนนเต็ม	กลุ่มต่ำ		กลุ่มปานกลาง		กลุ่มสูง	
		\bar{X}	S.D.	\bar{X}	S.D.	\bar{X}	S.D.
ขั้นทำความเข้าใจ	6	2.75	2.36	5.37	0.98	5.70	0.7
ขั้นวางแผน	6	2.25	1.50	4.47	1.05	5.43	0.7
ขั้นดำเนินการตามแผน	6	2.75	1.50	4.27	0.78	5.15	0.75
ขั้นตรวจสอบคำตอบ	6	1.25	0.50	3.36	1.42	5.07	0.95
รวม	24	9	1.41	17.73	2.71	21.35	1.99
คะแนนเฉลี่ยรวม		37.5		73.89		88.95	
แปลความหมาย			ต่ำ		สูง		สูง

จากตารางที่ 4.3 พบว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยรวมอยู่ในระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 80.73 ($\bar{X} = 19.38$, S.D. = 3.71) เมื่อจำแนกตามกลุ่มตามความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนของนักเรียน พบว่า นักเรียนกลุ่มต่ำ มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำ คิดเป็นร้อยละ 37.5 ($\bar{X} = 9$, S.D. = 1.41) นักเรียนกลุ่มปานกลาง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง คิดเป็นร้อยละ 73.89 ($\bar{X} = 17.73$, S.D. = 2.73) และนักเรียนกลุ่มสูง มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูง คิดเป็นร้อยละ 88.95 ($\bar{X} = 21.35$, S.D. = 1.98)

2. ผลการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในแต่ละด้านกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงผลในตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4

ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในแต่ละด้านกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนการ	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์	ระดับ
	ด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน	.727**	สูง
	ด้านที่ 2 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน	.556**	ปานกลาง
	ด้านที่ 3 การเปรียบเทียบอัตราส่วน	.529**	ปานกลาง
	ด้านที่ 4 การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน	.628**	สูง

หมายเหตุ. มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 4.4 พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดในระดับสูง โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .727** และเมื่อพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างความสัมพันธ์ด้านที่ 2 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน ด้านที่ 3 การเปรียบเทียบ

อัตราส่วน และด้านที่ 4 การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .556^{**}, .529^{**} และ .628^{**} ตามลำดับ โดยมีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทุกค่า

3. ผลการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงผลในตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5

ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ระดับ
ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	.744 ^{**}	สูง

หมายเหตุ. มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 4.5 พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดในระดับสูง โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .744^{**} และมีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ผลการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน

ในการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน โดยผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์แทนนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 6 คน ดังนี้

H₁ หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มสูง

H₂ หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มสูง

H₃ หมายถึง นักเรียนคนที่ 3 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มสูง

L₁ หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มต่ำ

L₂ หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มต่ำ

L₃ หมายถึง นักเรียนคนที่ 3 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มต่ำ

ซึ่งผู้วิจัยนำเสนอผลการศึกษา ดังนี้

1. ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา ซึ่งแสดงในตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6

ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา

นักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	แปลความหมาย
H ₁	29	สูง
H ₂	30	สูง
H ₃	30	สูง
L ₁	4	ต่ำ
L ₂	5	ต่ำ
L ₃	9	ต่ำ

จากตาราง 4.6 พบว่า ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา โดย นักเรียนคนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มสูง ได้แก่ H₁ ($\bar{X} = 0.97$, S.D. = 0.32) คนที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มสูง ได้แก่ H₂ ($\bar{X} = 1$, S.D. = 0) นักเรียนคนที่ 3 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มสูง ได้แก่ H₃ ($\bar{X} = 1$, S.D. = 0) นักเรียนคนที่ 4 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มต่ำ ได้แก่ L₁ ($\bar{X} = 0.31$, S.D. = 0.51) นักเรียนคนที่ 5 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มต่ำ ได้แก่ L₂ ($\bar{X} = 0.17$, S.D. = 0.7) นักเรียนคนที่ 6 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในกลุ่มต่ำ ได้แก่ L₃ ($\bar{X} = 0.3$, S.D. = 1.28)

2. คะแนนการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่อยู่ในกลุ่มสูง และกลุ่มต่ำ

คะแนนการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่อยู่ในกลุ่มสูง และกลุ่มต่ำ ซึ่งแสดงในตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7

คะแนนการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาตามระดับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่อยู่ในกลุ่มสูง และกลุ่มต่ำ

ความสามารถในการให้ เหตุผลเชิงสัดส่วน	นักเรียนที่เป็น กรณีศึกษา	คะแนนการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	แปล ความหมาย
กลุ่มสูง	H ₁	23	สูง
	H ₂	24	สูง
	H ₃	24	สูง
กลุ่มต่ำ	L ₁	7	ต่ำ
	L ₂	9	ปานกลาง
	L ₃	10	ปานกลาง

จากตาราง 4.7 พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง คือ H₁, H₂ และ H₃ ได้คะแนน 23, 24 และ 24 ตามลำดับ มีคะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ คือ L₂ และ L₃ ได้คะแนน 9 และ 10 ตามลำดับ มีคะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง และนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ คือ L₁ ได้คะแนน 7 มีคะแนนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ

1. ผลการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา

เพื่อศึกษาแนวคิดและผลของความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่มีต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีข้อความดังนี้

- เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร
- นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร
- นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อย

6. นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

7. นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

ซึ่งนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ มีผลการสัมภาษณ์ดังนี้

การสัมภาษณ์ H₁ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง คนที่ 1

ข้อ 1 แปลงปลุกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านยาวยาว 240 เมตร ถ้าอัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2 แปลงปลุกดอกไม้นี้มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : ด้านยาวยาว 240 เมตรค่ะ

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : โจทย์ต้องการหาว่า ถ้าอัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านกว้างเป็น 3 : 2 แปลงปลุกดอกไม้นี้จะมีด้านกว้างเท่าไร

ครู : นักเรียนวางแผนแก้ปัญหานี้อย่างไรคะ

นักเรียน : หนูทำด้านยาว ให้มีค่าเป็น 3 ตามอัตราส่วน 3 : 2 โดยเอา 240 หารด้วย 3 และนำผลลัพธ์มาคูณกับ 3 : 2

ครู : นักเรียนลองอธิบายวิธีการคิดการแก้ปัญหานี้ให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : อัตราส่วนด้านยาวต่อด้านกว้างเป็น 240 : x ซึ่งเท่ากับอัตราส่วน 3 : 2 แล้วทำ 3 ให้เท่ากับ 240

ครู : ทำอย่างไรคะ

นักเรียน : เอา 3 ไปหาร 240 ได้ 80 แล้วเอามาคูณกับ 3 : 2 ได้ด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 240 : 160

ครู : แล้วนักเรียนตรวจคำตอบด้วยวิธีไหนคะ

นักเรียน : เอา 80 ไปหาร 240 กับ 160 ได้ 3 กับ 2 เท่ากับอัตราส่วนที่เขาให้มาค่ะ

ครู : สรุปข้อนี้ นักเรียนตอบเท่าไรคะ

นักเรียน : ตอบ 240 : 160 ค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เพราะจะได้อัตราส่วนด้านยาวต่อด้านกว้างเป็น $240 : 160$ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากับ $3 : 2$ เพราะถ้าคูณ 80 ในอัตราส่วน $3 : 2$ จะได้ $240 : 160$ พอดีค่ะ

ข้อ 2 รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : จากโจทย์ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มีอะไรบ้างคะ

นักเรียน : รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตรค่ะ

ครู : ข้อนี้โจทย์ให้หาอะไรคะ

นักเรียน : ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : ข้อนี้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาอย่างไรคะ

นักเรียน : ตอนแรกต้องหาว่า 1 ลิตรจะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร แล้วนำผลลัพธ์ไปคูณ 4 ก็จะได้คำตอบ

ครู : นักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร อธิบายให้ครูฟังหน่อยได้ไหม

นักเรียน : เอา 15 มาหาร 135 ได้ผลลัพธ์ 9 ค่ะ แปลว่าทุกๆ 1 ลิตร รถวิ่งได้ 9 กิโลเมตรค่ะ แล้วนำ 9 คูณ 4 ได้เท่ากับ 36 ค่ะ แปลว่าถ้ามีน้ำมัน 4 ลิตร จะสามารถวิ่งได้ 36 กิโลเมตรค่ะ

ครู : แล้วนักเรียนตรวจคำตอบด้วยวิธีไหนคะ

นักเรียน : 36 หาร 9 เท่ากับ 4 ค่ะ ตอบใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกล 36 กิโลเมตรค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เพราะ 1 ลิตร รถจะวิ่งได้ 9 กิโลเมตร ดังนั้น 4 ลิตร จะวิ่งได้ 36 กิโลเมตรค่ะ

ข้อ 3 พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมง หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ครู : โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

นักเรียน : พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมงค่ะ

ครู : สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาคืออะไรคะ

นักเรียน : หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมงคะ

ครู : ข้อนี้ให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : เขียนเป็นอัตราส่วนคะ ก็คือ จำนวนคนทั้งหมด ต่อ จำนวนคนที่เหลือคะ เท่ากับ เวลาการทำงานของคนที่เหลือ ต่อ เวลาการทำงานของคนทั้งหมดคะ แล้วก็แทนค่าคะ

ครู : แทนค่าอย่างไรคะ อธิบายให้ครูฟังหน่อยคะ

นักเรียน : จำนวนคนทั้งหมดเป็น 8 คนคะ จำนวนคนที่เหลือมี 6 คนคะ ก็แทนค่าลงไป เป็น 8 ส่วน 6 แล้วก็เวลาทำงานของคนที่เหลือเรายังไม่รู้ หนูแทนด้วย x ส่วนเวลาทำงานของคนทั้งหมดคือ 4 ชั่วโมง ก็แทนค่าลงไป ได้ตามนี้คะ(แบบทดสอบการแก้ปัญหา) เสร็จแล้วก็แก้สมการหา x ได้ x เท่ากับ 5.3 คะ แปลว่าหากพนักงานเหลือ 6 คน จะทำงานเสร็จภายในเวลาประมาณ 5 ชั่วโมง

ครู : ข้อนี้ให้นักเรียนตรวจคำตอบแบบไหนคะ

นักเรียน : เอา 5.3 คูณ 6 ได้ 32 แค่นี้คะ

ครู : สรุปข้อนี้ตอบเท่าไรคะ

นักเรียน : พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลาประมาณ 5 ชั่วโมงคะ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

นักเรียน : สมเหตุสมผลคะ เพราะคนลดลงก็จะใช้เวลาในการทำงานเพิ่มมากขึ้น จะทำงานเสร็จช้ากว่าเดิม

การสัมภาษณ์ H₂ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง คนที่ 2

ข้อ 1 แปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านยาวยาว 240 เมตร ถ้าอัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2 แปลงปลูกดอกไม้ไม่มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : ด้านยาวยาว 240 เมตร และอัตราส่วน ด้านยาวต่อด้านกว้างเป็น 3 : 2

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : แปลงปลูกดอกไม้ไม่มีด้านกว้างเท่าไรคะ

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : ให้ 240 เมตร มีค่าเป็น 3 เหมือนอัตราส่วน 3 : 2 โดยเอา 240หารด้วย 3 แล้วนำผลหารมาคูณกับ 3 : 2 จะก็ได้คำตอบค่ะ

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : ด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 240 : x เท่ากับ ด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2 นำ 240หารด้วย 3 ใช้วิธีหารยาว ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 80 นำ 80 ไปคูณในอัตราส่วน 3 : 2 ได้ ด้านยาวต่อด้านกว้างเป็น $3 \times 80 : 2 \times 80 = 240 : 160$ ดังนั้นคำตอบข้อนี้คือ 240 : 160

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เพราะ นำ 240หารด้วย 80 และ 160หารด้วย 80 เท่ากับ 3 : 2 พอดีค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : มีค่ะ ใช้การคูณไขว้ก็ได้ค่ะ

ข้อ 2 รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : โจทย์กำหนดจักรยานยนต์ใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกล 135 กิโลเมตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : โจทย์ให้หาว่าถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้วิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหายังไร

นักเรียน : หาว่า 1 ลิตร วิ่งได้กี่กิโลเมตร และนำคำตอบมาคูณ 4

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : นำ 135หารด้วย 15 โดยใช้การหารยาวคะ ได้ผลลัพธ์เป็น 9 ค่ะ แปลว่าทุกๆ 1 ลิตรจะวิ่งได้ 9 กิโลเมตร นำ 9 มาคูณ 4 ได้ 36 ดังนั้นถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตรจะวิ่งได้ไกล 36 กิโลเมตร

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เพราะ น้ำมัน 1 ลิตร รถจะวิ่งได้ 9 กิโลเมตร ดังนั้น น้ำมัน 4 ลิตร รถก็จะวิ่งได้ 36 กิโลเมตร

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหาอีกหรือไม่

นักเรียน : มีค่ะ เทียบบัญญัติไตรยางศ์ก็ได้ค่ะ

ข้อ 3 พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมง หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลาที่ชั่วโมง

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จภายใน 4 ชั่วโมงค่ะ

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ค่ะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : ถ้าพนักงานลาป่วย 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหายังไง

นักเรียน : เขียนอัตราส่วนผกผัน เวลา₁ ส่วนด้วย เวลา₂ เท่ากับ จำนวนคน₁ ส่วนด้วย จำนวนคน₂

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : แทนค่าในอัตราส่วนที่เขียนไว้

$$x \left(\frac{240}{x} \right) = \left(\frac{6}{8} \right) x$$

$$8(24) = \left(\frac{6x}{8} \right) 8$$

$$\left(\frac{1}{6} \right) (1920) = 6x \left(\frac{1}{6} \right)$$

$$\frac{320}{6} = x$$

$$x \approx 5.33$$

$$x \approx 5.18 \text{ ชั่วโมง}$$

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เพราะ 8 คนใช้เวลาทำงาน 240 นาที 6 คนใช้เวลาทำงาน 320 นาทีหรือประมาณ 5 ชั่วโมง 18 นาที

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ได้ค่ะ

การสัมภาษณ์ H₃ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง คนที่ 3

ข้อ 1 แปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านยาวยาว 240 เมตร ถ้าอัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2 แปลงปลูกดอกไม้ที่มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : โจทย์กำหนดความยาวและความกว้างของแปลงดอกไม้เป็น 3 : 2 และ ยาว 240 เมตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : โจทย์ต้องการหาว่าแปลงปลูกดอกไม้ที่มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหายังไง

นักเรียน : ความยาว : ต่อความกว้าง เป็น 3 : 2 ต้องนำ 3 : 2 ไปคูณกับ 80 ก็จะได้ความกว้างและความยาวของแปลงปลูกดอกไม้

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาคอนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : ความยาวต่อความกว้างเป็น 3 : 2 จะได้ ความยาวต่อความกว้าง ของแปลงปลูกดอกไม้ เป็น $3 \times 80 : 2 \times 80 = 240 : 160$

ครู : ทำไมนักเรียนจึงนำ 80 มาคูณในอัตราส่วนคะ เป็นจำนวนอื่นได้ไหมคะ

นักเรียน : อ้อ เราต้องการให้ 3 เป็น 240 เลยต้องคูณด้วย 80 ในอัตราส่วนค่ะ เพราะ 240 หารด้วย 3 เท่ากับ 80 ค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เมื่อนำอัตราส่วน 240 : 160 หารด้วย 80 ก็จะได้เท่ากับ 3 :

2 ค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : ใช้การคูณไขว้ก็น่าจะได้ค่ะ

ข้อ 2 รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ระยะทาง 135 กิโลเมตรค่ะ

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร จะวิ่งได้กี่กิโลเมตร

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหายังไง

นักเรียน : หา 1 ลิตร ว่าวิ่งได้กี่กิโลเมตร แล้วนำมาคูณ 4 ค่ะ

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : นำ 135 หารด้วย 15 โดยใช้วิธีหารยาวค่ะ จะได้ว่าทุกๆ 1 ลิตรวิ่งได้ 9 กิโลเมตร ดังนั้นน้ำมัน 4 ลิตร วิ่งได้ 9 คูณ 4 เท่ากับ 36 กิโลเมตร

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เพราะ 9 กิโลเมตรใช้น้ำมัน 1 ลิตร ดังนั้น 36 กิโลเมตรใช้น้ำมัน 4 ลิตร

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : ใช้วิธีเทียบบัญญัติไตรยางค์ก็น่าจะได้ค่ะ

ข้อ 3 พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมง หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : พนักงาน 8 คนทำงานเสร็จ 4 ชั่วโมงค่ะ

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : ถ้าพนักงานลา 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : เขียนอัตราส่วนผกผัน จำนวนคน₁ ส่วนด้วย จำนวนคน₂ เท่ากับ เวลา₁ ส่วนด้วย เวลา₂

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : แทนค่าในอัตราส่วนที่เขียนไว้

$$4\left(\frac{8}{6}\right) = \left(\frac{x}{4}\right)$$

$$\left(\frac{32}{6}\right) = x$$

$$5.3 = x$$

ได้ 5.3 แปลว่า ถ้ามีพนักงาน 6 คน ทำงานเสร็จประมาณ 5 ชั่วโมง

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เพราะ 8 คนใช้เวลาทำงาน 4 นาที ถ้าเหลือ 6 คนใช้เวลาทำงานประมาณ 5 ชั่วโมง

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : ใช้วิธีการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ก็น่าจะได้ค่ะ

จากผลการวิเคราะห์นักเรียนกลุ่มสูง พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง จะมีความมั่นใจในการตอบคำถาม เมื่อวิเคราะห์ในแต่ละขั้นของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเห็นว่าขั้นทำความเข้าใจโจทย์ นักเรียนทั้ง 3 คน มีความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ สามารถตอบถามได้ถูกต้อง ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนทั้ง 3 คน สามารถวางแผนในการแก้ปัญหาได้ โดยนักเรียนบางคนใช้ความรู้ในเรื่องสัดส่วนมาใช้ในการแก้ปัญหา บางคนใช้วิธีการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ในการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนทั้งสามคนสามารถ

ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้อย่างถูกต้อง และนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง ชั้น
ตรวจสอบคำตอบ นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ ซึ่งนักเรียนบางคนใช้การตรวจสอบโดยการ
คิดย้อนกลับ และบางคนใช้การแทนค่าในตัวแปรแล้วคูณไขว้เพื่อตรวจสอบว่าเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน
หรือไม่

การสัมภาษณ์ L₁ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ คนที่ 1

ข้อ 1 แปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านยาวยาว 240 เมตร ถ้าอัตราส่วนของด้าน
ยาวต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2 แปลงปลูกดอกไม้นี้มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมา
ให้บ้าง

นักเรียน : โจทย์กำหนดแปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : โจทย์ต้องการหาว่าแปลงปลูกดอกไม้มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหายังไง

นักเรียน : ใช้อัตราส่วน $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ ค่ะ

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะ
เริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : ยาว 3 กว้าง 2 เท่ากับ 3 : 2 และ ยาว 240 กว้าง x เท่ากับ 240 : x

ให้ a = 3 , b = 2 , c = 240 และ d = x

จากอัตราส่วน $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ จะได้ $\frac{3}{2} \times \frac{240}{x}$ ได้ x = 360

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : ไม่แน่ใจค่ะ หนูตรวจคำตอบไม่เป็นค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : ไม่ทราบค่ะ

ข้อ 2 รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : รถจักรยานยนต์คันนี้วิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : เขียนสัดส่วน $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ ค่ะ

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : น้ำมัน 15 ลิตร ระยะ 135 กิโลเมตร เท่ากับ 15 : 135

น้ำมัน 4 ลิตร ระยะ x กิโลเมตร เท่ากับ 4 : x

แล้วก็กำหนดให้ $a = 15$, $b = 135$, $c = 4$ และ $d = x$ แล้วก็เอาไปแทนในสัดส่วนก็จะได้คำตอบเป็น 36 ค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : ไม่แน่ใจค่ะ หนูทำมั่วๆ มาค่ะ หนูจำไม่ได้

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : ไม่รู้ค่ะ อาจจะมีหรือไม่ก็ได้

ข้อ 3 พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมง หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมงค่ะ

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : หากพนักงานลา 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : เขียนสัดส่วน $a : c = d : b$ ได้เป็น $8 : 4 = 6 : x$ ค่ะ

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : สัดส่วน $a : c = d : b$ จะได้ สัดส่วน $a : c = d : b$ แล้วก็มาเขียนเป็นเศษส่วนค่ะ แล้วก็หาค่า x แล้วได้คำตอบเป็น 3 ค่ะ พนักงานที่เหลือทำงานเสร็จใน 3 ชั่วโมงค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : หนูคิดว่าน่าจะสมเหตุสมผลค่ะ เพราะอันนี้หนูก็ทำมาแล้ว

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้อีกหรือไม่

นักเรียน : ไม่ทราบค่ะ

การสัมภาษณ์ L₂ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ คนที่ 2

ข้อ 1 แปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านยาวยาว 240 เมตร ถ้าอัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2 แปลงปลูกดอกไม้นี้มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : แปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ด้านยาว 240 เมตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : แปลงดอกไม้มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : หาดูจาก 3 : 2 โดยหาจากสัดส่วนครับ

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : เป็น 240 : 160 เท่ากับ 3 : 2 เป็นด้านกว้าง : ยาวครับ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : สมเหตุสมผลครับเพราะ $240 : 160 = 3 : 2$

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้อีกหรือไม่

นักเรียน : ไม่มีครับ เพราะมันเป็นเรื่องสัดส่วน ต้องหาโดยสัดส่วน

ข้อ 2 รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ 135 กิโลเมตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้วิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : หาน้ำมัน ต่อ ระยะทาง

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : เขียนสัดส่วน 15 : 135 เท่ากับ $x : 4$ แล้วก็จะได้ 15 คูณ 4 เท่ากับ 135 คูณ x แล้ว เอา 15 คูณกับ 4 ได้ 60 เท่ากับ 135 คูณ x แล้วก็ได้ $x = 2250$

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : ไม่แน่ใจครับ ผมคิดว่าผมน่าจะคิดเลขผิด

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : น่าจะมีครับ

ข้อ 3 พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมง หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : พนักงาน 8 คน ทำเสร็จใน 4 ชั่วโมง ลาป่วย 2 คน

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : หาพนักงาน ต่อ เวลา

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : หาพนักงาน : เวลา ได้ 8 : 4 กับ 6 : 3 พนักงานที่เหลือทำงานเสร็จ 3 ชั่วโมงครับ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : ไม่รู้ครับ ทำมั่วครับ

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : ไม่รู้ครับ

การสัมภาษณ์ L₃ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ คนที่ 3

ข้อ 1 แปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านยาวยาว 240 เมตร ถ้าอัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2 แปลงปลูกดอกไม้นี้มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : แปลงปลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านยาว 240 เมตร ถ้าอัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : แปลงปลูกดอกไม้มีด้านกว้างเท่าไร

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหายังไง

นักเรียน : เขียนสัดส่วน $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ ค่ะ

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : ยาว 3 กว้าง 2 เท่ากับ 3 : 2 แล้วก็ยาว 240 กว้าง x เท่ากับ 240 : x

a เป็น 3

b เป็น 2

c เป็น 240

d เป็น x

แทนค่า แล้วก็หาค่า x จะได้ x เป็น 360 ค่ะ แปลงปลูกลงดอกไม้มีด้านกว้าง 360 เมตร
ค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เพราะ $\frac{3}{2}$ คูณ 240 เท่ากับ 360 ค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : ไม่รู้เหมือนกันค่ะ

ข้อ 2 รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : ข้อนี้ไม่ได้วางแผนค่ะ ทำเลย

ครู : ถ้าอย่างนั้นนักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : น้ำมัน 15 ลิตร ระยะ 135 กิโลเมตร เท่ากับ 15 : 135 แล้วก็ น้ำมัน 4 ลิตร ระยะ x กิโลเมตร ให้ $a = 15$, $b = 135$, $c = 4$, $d = x$ แล้วก็หาค่า x ได้ 36 ดังนั้นรถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกล 36 กิโลเมตร

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : น่าสมเหตุสมผลค่ะ เพราะว่า น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ 135 กิโลเมตร 4 ลิตรก็ต้องวิ่งได้ 36 กิโลเมตรค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : น่าจะมีค่ะ

ข้อ 3 พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมง หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมง หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน

ครู : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่คะว่าโจทย์ให้ค้นหาอะไร

นักเรียน : พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จเวลากี่ชั่วโมง

ครู : นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไร

นักเรียน : เขียนสัดส่วน $a : c = d : b$ เป็น $8 : 4 = 6 : x$

ครู : นักเรียนลองเล่าให้ครูฟังหน่อยว่า ถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะเริ่มทำอะไรก่อน แล้วจะทำอะไรต่อไปอีกบ้าง อธิบายขั้นตอนที่จะทำให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : จากสัดส่วน $a : c = d : b$ แทนค่าได้ $8 : 4 = 6 : x$ แล้วก็เขียนเป็นเศษส่วนจะได้คำตอบได้ แล้วก็ย้ายข้างค่ะ ได้ $x = 3$ ชั่วโมงค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : สมเหตุสมผลค่ะ เพราะ $8 : 6 = 4 : 3$ ค่ะ

ครู : นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

นักเรียน : ไม่รู้ค่ะ น่าจะมีวิธีอื่นด้วยมั้งค่ะ

จากผลการวิเคราะห์นักเรียนกลุ่มต่ำ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ จะไม่มีความมั่นใจในการตอบคำถาม เมื่อวิเคราะห์ในแต่ละขั้นของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเห็นว่าขั้นทำความเข้าใจโจทย์ นักเรียนทั้ง 3 คน มีความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ สามารถตอบถามได้ถูกต้อง ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนทั้ง 3 คน สามารถวางแผนในการแก้ปัญหได้บางส่วน โดยนักเรียนบางคนใช้ความรู้ในเรื่องสัดส่วนมาใช้ในการแก้ปัญหา แต่เขียนสัดส่วนไม่ถูกต้อง นักเรียนบางคนแสดงไม่แสดงการวางแผน ขั้นตอนการแก้ปัญหา นักเรียนบางคน ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วาง แต่เนื่องจากเขียนอัตราส่วนผิด นักเรียนบางคนก็คำนวณผิดพลาด จึงนำไปสู่คำตอบที่ผิด ขั้นตรวจสอบคำตอบ นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบไม่ได้

สรุปตอนที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมมีความสัมพันธ์กันมากในระดับสูง เมื่อจำแนกรายด้านพบว่ามีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทุกค่า และด้านที่มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดได้แก่ ด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .727** และผลการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง จะมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ ในระดับสูง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ ส่วนใหญ่จะมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ ในระดับปานกลาง และจากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง จะมีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล สามารถใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้อง และแก้โจทย์ปัญหาได้ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ ไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถให้เหตุผลได้บางส่วน และยังมีความ เข้าใจผิดในวิธีการหาคำตอบ เมื่อนำไปแก้โจทย์ปัญหาจึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

บทที่ 5

สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้สรุปผลของการวิจัยหลังจากที่ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูล ตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. สรุปผลการวิจัย
2. อภิปรายผลการวิจัย
3. ข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สรุปผลการวิจัยดังนี้

5.1.1 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยรวมอยู่ในระดับสูง เมื่อจำแนกตามความสามารถรายด้าน ในระดับสูงมี 2 ด้านคือ ด้านที่ 2 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน และด้านที่ 4 การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ในระดับปานกลางมี 2 ด้าน คือ ด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และด้านที่ 3 การเปรียบเทียบอัตราส่วน

5.1.2 ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยรวมอยู่ในระดับสูง และความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โดยรวมมีความสัมพันธ์กันมากในระดับสูง เมื่อจำแนกรายด้านพบว่ามีความสัมพันธ์กันเชิงบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทุกค่า และด้านที่มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดได้แก่ ด้านที่ 1 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .727** และผลการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง จะมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ ในระดับสูง นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ ส่วนใหญ่จะมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ ในระดับปานกลาง และจากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มสูง จะมีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล สามารถใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้อง และแก้โจทย์ปัญหาได้ นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกลุ่มต่ำ ไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถให้เหตุผลได้บางส่วน และยังไม่มีความเข้าใจผิดในวิธีการหาคำตอบ เมื่อนำไปแก้โจทย์ปัญหาจึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

5.2 อภิปรายผลการวิจัย

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

5.2.1 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนโดยรวมอยู่ในระดับสูง ที่เป็นเช่นนี้เพราะ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ซึ่งเป็นเนื้อหาหนึ่งในสาระการเรียนรู้พื้นฐานของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างเคยเรียนมาแล้ว จึงทำให้นักเรียนมีพื้นฐานเรื่องนี้อยู่บ้าง และเนื่องจากเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ เป็นเนื้อหาเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนเช่น สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการซื้อขายสินค้า การปรุงอาหาร

หรือทำขนม การทำการเกษตร การแข่งขันกีฬา อัตราการใช้น้ำมันของรถ อัตราเร็วของรถ หรือการผสมสี เป็นต้น อีกทั้งสถานการณ์ปัญหาในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีความเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จึงทำให้นักเรียนมีความสนใจ และรู้สึกอยากทำแบบวัดความสามารถ สอดคล้องกับแนวคิดของ Thiessen et al. (1989) เกี่ยวกับการเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหา รู้สึกว่ามีความน่าสนใจ มีความหลากหลาย รู้สึกสนุกกับการหาคำตอบ อยู่ในความสนใจของผู้แก้ปัญหา และจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน พบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่ใช้การคูณไขว้ในการแก้ปัญหาเรื่องสัดส่วน ซึ่งการคูณไขว้ถือว่าเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วนที่มีประสิทธิภาพ หมายความว่าวิธีการดังกล่าวสามารถแก้ปัญหาเรื่องสัดส่วนได้รวดเร็วและได้คำตอบถูกต้องแม่นยำภายในเวลาที่จำกัด สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Bezuk (1988) ที่พบว่าเมื่อนักศึกษาคครูและครูประจำการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วน ส่วนใหญ่ใช้การคูณไขว้ เพราะสามารถหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและถูกต้องนอกจากใช้การคูณไขว้แล้ว นักเรียนกลุ่มตัวอย่างยังใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ในการแก้ปัญหาเรื่องสัดส่วน ซึ่งถือว่าเป็นวิธีการหนึ่งที่สามารถหาคำตอบได้รวดเร็วและถูกต้องเช่นเดียวกัน จากข้างต้นแม้ว่าโดยภาพรวมนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจะมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับสูง เมื่อพิจารณารายด้าน พบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีคะแนนเฉลี่ยสูง (เมื่อเทียบกับคะแนนเต็ม) เฉพาะด้านการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกันและการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ส่วนด้านการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและด้านการเปรียบเทียบอัตราส่วนอยู่ในระดับปานกลาง เนื่องจากปัญหาด้านการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างบางคนแก้ปัญหาดังกล่าวไม่ค่อยได้ อาจเนื่องจากนักเรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาแล้วคิดว่าเป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน นักเรียนจึงแก้โจทย์ปัญหานี้โดยใช้โดยความรู้เรื่องสัดส่วนจึงทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง นักเรียนขาดความตระหนักหรือขาดการวิเคราะห์อย่างลึกซึ้งว่า สถานการณ์ใดเกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือสถานการณ์ใดไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ Cramer and Post (1993) ที่ให้นักศึกษาคครูแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วนพบว่า นักศึกษาคครูรู้ขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วน แต่ขาดความตระหนักว่าสถานการณ์ใดเกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ใดไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ส่วนสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ

สัดส่วน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่ใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหาร อาจเป็นเพราะวิธีการดังกล่าวง่ายและสะดวกต่อการคิดแก้ปัญหา เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้จำนวนในอัตราส่วนลดทอนโดยใช้การหารแล้วได้จำนวนเต็ม นักเรียนจะเปรียบเทียบอัตราส่วนได้อย่างรวดเร็ว เมื่อใช้วิธีการดังกล่าว สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Karplus, Pulos and Stage (1983) ที่สำรวจวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ถูกสำรวจใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยการหาร

5.2.2 ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยพบว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยรวมอยู่ในระดับสูง ที่เป็นเช่นนี้เพราะ โจทย์ปัญหาที่ใช้ในแบบทดสอบการแก้ปัญหา มีความใกล้เคียงกับโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วทั้งตอนอยู่ชั้นประถมศึกษา และได้เรียนอีกครั้งในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จึงทำให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความคุ้นเคยกับสถานการณ์ปัญหา สามารถนำความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Saunders and Jesunathadas. (1988, pp. 59-67) ที่พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนจะสูงขึ้นเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้ว ทำนองเดียวกับผลการวิจัยของ Newton, Capie and Tobin (1981, pp. 1-7) ที่พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนขึ้นอยู่กับความคุ้นเคยเนื้อหาหรือคำถามที่นักเรียนได้รับประสบการณ์จากโรงเรียนเมื่อศึกษาในแต่ละทักษะ พบว่าทักษะการแปรโจทย์เป็นทักษะที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยมากที่สุด ที่เป็นเช่นนี้เพราะ ทักษะการแปรโจทย์คณิตศาสตร์ เป็นการทำความเข้าใจโจทย์คณิตศาสตร์จากสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ นักเรียนสามารถตอบได้จากการนำสิ่งที่โจทย์กำหนดมาแยกเขียนว่าโจทย์ให้อะไรมาบ้าง และโจทย์ต้องการสิ่งใด และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถที่จะแยกแยะและตีความจากสิ่งที่โจทย์ให้มาได้เป็นอย่างดี จึงทำให้นักเรียนสามารถทำทักษะนี้ได้ดี ซึ่งสอดคล้องกับ Ballew and Cunningham (1982, p.56) พบว่าทักษะการแปรความโจทย์ปัญหาเป็นทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับอภิขญา ลือชัย (2555, น. 161-162) ที่กล่าวว่า ทักษะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อจำแนกตามกลุ่มนักเรียน สูง กลาง ต่ำ โดยนักเรียนกลุ่มกลาง และกลุ่มต่ำใช้ทักษะการแปรโจทย์คณิตศาสตร์ที่มากที่สุดเช่นเดียวกัน สอดคล้องกับสุนันทา แสงสุข

(2556, น. 134) พบว่า นักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) ชั้นทำความเข้าใจปัญหามีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 92.19 2) ชั้นวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 78.82 3) ชั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 79.51 4) ชั้นตรวจสอบ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 76.56 และคะแนนเฉลี่ยทั้งชั้นร้อยละ 81.25 และความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง ที่เป็นเช่นนี้เพราะการที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างสามารถแก้โจทย์ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนได้ นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เพื่อนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว ดังนั้นนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจึงสามารถแก้ปัญหาในเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วนได้ เพราะการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นการให้เหตุผลรูปแบบหนึ่งทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ NCTM (2006, p.19) ได้ให้รายละเอียดเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ในหนังสือจุดเน้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับก่อนชั้นอนุบาลจนถึงเกรด 8 (Curriculum Focal Point for Prekindergarten Through Grade 8 Mathematics) โดยในส่วนของเกรด 7 (มัธยมศึกษาปีที่ 1) ได้กล่าวถึงเรื่องของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ว่า นักเรียนจะต้องรู้จักนำความรู้เรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนมาประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับร้อยละ เช่น ปัญหาดอกเบี้ย ปัญหาภาษี ปัญหาการเพิ่มราคาสินค้าปัญหาการลดราคาสินค้า และการนำความรู้ดังกล่าวมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิต เช่น ความคล้ายของรูปเรขาคณิตนอกจากนี้ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการเขียนกราฟซึ่งแสดงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน รวมทั้งสามารถระบุได้ว่าความสัมพันธ์ใดเป็นความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและความสัมพันธ์ใดที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และสอดคล้องกับ NCTM (1989, p. 12) ได้กล่าวว่าการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กฎเกณฑ์จำนวนมากทำให้เกิดระเบียบวิธีการของสัดส่วนตามมา ในการเรียนวิทยาศาสตร์ใช้สัดส่วนในด้านการสำรวจความหนาแน่น ใช้เรื่องความสมดุลของคาน เปรียบเทียบความสมมูลของสองอัตรา ในการเรียนคณิตศาสตร์ใช้สัดส่วนในการตรวจสอบความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม ใช้แก้ปัญหาในเรื่องการวัด ใช้ในการนิยามฟังก์ชันตรีโกณมิติ และใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนสามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายมาใช้ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนหรือการใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนมาใช้ในการแก้ปัญหา จะยิ่งทำให้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น ซึ่ง Lamon (1999, p. 15) กล่าวว่า ผู้เรียนที่รู้จักการสื่อสารกับเพื่อนให้เข้าใจ เกี่ยวกับเรื่องสัดส่วนได้ รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลาย

ไม่ใช้วิธีการใดวิธีการหนึ่งในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน หรือมีวิธีการคิดที่แปลกๆ ใหม่ๆ ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ถือว่าผู้นั้นเป็นผู้ที่มีลักษณะการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ดี นอกจากนี้ผลการวิจัยของ Koch (1987, p. 71 - A) พบว่า นักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แสดงว่า นักเรียนมีความเข้าใจวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น อีกทั้งในการแก้ปัญหาเรื่องสัดส่วนผกผัน นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจะสามารถคาดการณ์ความเป็นไปได้ของคำตอบ เมื่อนักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ นักเรียนจะสามารถตรวจสอบคำตอบได้ว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ สอดคล้องกับ Krulik and Rudnick (1993, pp. 3-5) ที่จัดให้การให้เหตุผลเป็นการคิดชนิดหนึ่งที่เราได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยการตั้งข้อคาดการณ์สร้างสมบัติที่เป็นนามธรรมจากความสัมพันธ์บนสถานการณ์ปัญหา จากนั้นจึงตรวจสอบเหตุผลเพื่ออธิบายและยืนยันข้อสรุป ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดใหม่ที่ได้จากข้อมูลเก่าโดยการคิดที่เริ่มจากสมมติฐานที่เป็นภาษา สิ่งที่พบเห็นหรือคิดขึ้นมา ผลสรุปที่ได้อาจอยู่ในรูปของภาษาหรือการกระทำที่เป็นผลโดยตรงจากข้อสรุปนั้น จากผลการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียน ที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแตกต่างกัน พบว่านักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับสูง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในระดับสูง และนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระดับต่ำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในระดับปานกลาง และจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสูงจะมีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถคิดได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน มีการใช้เหตุผลเชิงสัดส่วนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คำนวณได้อย่างถูกต้อง และแก้โจทย์ปัญหาได้ ที่เป็นเช่นนั้นเพราะนักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา มีการดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นทักษะที่จะต้องดำเนินการต่อจากทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งทั้งสองทักษะนี้มีการใช้ที่ใกล้เคียงกัน โดยทักษะการดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เพื่อคิดคำนวณหาคำตอบของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องเหมาะสม มีหลักการชัดเจน มีความสมเหตุสมผล นักเรียนที่มีทักษะนี้จะต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เพียงพอ ซึ่งสอดคล้องกับ Ballew and Cunningham (1982, p. 56) ที่กล่าวว่า การแก้โจทย์ปัญหาให้ประสบความสำเร็จจะต้องใช้ทักษะที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทุกทักษะมากระทำร่วมกันในการแก้ปัญหา และยังต้องใช้ความรู้ทั้งหมดมาผนวกเข้าด้วยกันในการหาคำตอบ ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนต่ำ มีความมั่นใจในการหาคำตอบ แต่ยังไม่สามารถบอกลำดับการแก้โจทย์ปัญหาได้ บางส่วนนำความรู้ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้บ้าง

บางข้อที่คุ้นเคย แต่ยังมีการคำนวณผิดพลาดอยู่บ้าง ที่เป็นเช่นนี้เพราะ ทักษะการคำนวณ การให้เหตุผล และการแก้โจทย์ปัญหา ต้องใช้ความสามารถในการคิด การให้เหตุผล และประสบการณ์ ซึ่งสอดคล้องกับ Day, H. C. et al. (1977 , p. 1) ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ความคิด เหตุผล ตรรกะ ประกอบกับประสบการณ์การแก้ปัญหา จนเกิดเป็นทักษะทางปัญญาในการเลือกความรู้ กระบวนการ และยุทธวิธีที่เหมาะสม มาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ซึ่งมีความสำคัญและมีคุณค่าอย่างมากในการแก้ปัญหา ทำนองเดียวกัน Heinz and Sterba – Boatwright (2008, p. 532) กล่าวว่ามึนักเรียนหลายคนที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลายเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนได้ แต่ขาดความเข้าใจในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน และมีนักเรียนอีกหลายคนรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับสัดส่วน แต่ไม่รู้ว่าจะสร้างเป็นสัดส่วนได้อย่างไร หรืออาจจะไม่รู้ว่สัดส่วนที่นำมาสามารถสรุปได้เป็นสมการ $y = mx$ เมื่อ x เป็นตัวแปรต้น y เป็นตัวแปรตามและ m เป็นค่าคงที่

5.3 ข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีข้อเสนอแนะดังนี้

5.3.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

5.3.1.1 ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จะต้องตระหนักถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมหรือพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5.3.1.2 ข้อมูลจากการวิจัยครั้งนี้ ผู้สนใจหรือหน่วยงานที่สนใจ จะนำไปเป็นข้อสนเทศในการศึกษาและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

5.3.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

5.3.2.1 ควรมีการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาอื่นๆ

5.3.2.2 ควรศึกษาตัวแปรอื่นๆที่มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน เช่น ระดับของพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน เป็นต้น



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2547). *หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2*. กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ .
- ขวัญ เพี้ยซ้าย. (2553). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิง ลัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาคุชฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ขมนาท เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทร-วิโรฒ .
- ชมพูนุท วนสันเทียะ. (2552). *การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขนโดยใช้ วิธีการสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2542). *ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์*. (พิมพ์ครั้งที่ 1) กรุงเทพฯ : เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์ .
- ธัญญารัตน์ อินทร์อนันต์. (2552). *การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิง ลัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 ที่มีเพศและระดับความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2556). *การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์*. (พิมพ์ครั้งที่ 2) นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช .
- ยุพิน พิพิธกุล. (2542). *การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์*. *วารสารคณิตศาสตร์*, (485-487), 5-12.
- รุ่งฟ้า จันทจากรุณ. (2554). *หน่วยที่ 9 กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์*. ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- รุ่งศิริินทร์ จันท์หอม. (2545). *การสร้างเกณฑ์การประเมินผลงานทางคหกรรมศาสตร์ด้วยรูบรีค*

(Rubric Assessment), วารสารศึกษาศาสตร์, 14 (1), 25 - 26.

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์*.

กรุงเทพฯ : จรัสสินิทวงศ์การพิมพ์ .

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรม*

ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6.

กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสศ .

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่*

ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ : บริษัท 3-คิว มีเดีย จำกัด .

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้*

แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑. (พิมพ์ครั้งที่ 1)

กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด .

สมเดช บุญประจักษ์. (2550). *การแก้ปัญหา (Problem Solving), วารสารคณิตศาสตร์ 51,*

กุมภาพันธ์-เมษายน 2550 (562-564), 71 – 73.

สัญญา ภัทรากร. (2552). *ผลการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการ*

แก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.

(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว .

สุนีย์ เงินยวง. (2546). *การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้*

โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพะเยาพิทยาคม จังหวัดพะเยา.

(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). เชียงใหม่ : มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

สุรัช อินทสังข์. (2545). *ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ

สุวรรณ กาญจนมยุร. (2542). *พัฒนากระบวนการคิดคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ไทย

วัฒนาพานิช.

ศศิธร แม่นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2. (พิมพ์ครั้งที่ 2) กรุงเทพฯ :*

มหาวิทยาลัยรามคำแหง .

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ :

(การพัฒนาเพื่อพัฒนาการศูนยตำราและเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย)

- Berenson, S. B. and Carter, G. S. (1995). Changing assessment practices in science and mathematics. *School Science and Mathematics*, 95 (4), 181–186 .
- Behr, M., Lesh, R. & Post, T. (1988). Proportional reasoning, *M. Behr and J. Hiebert (Eds.)*, Number concepts and operations in the middle grade, Lawrence Erlbaum Associates, Reston, VA.
- Bezuk, N. (1988). Type of numeric ratio on strategies used by preservice and inservice elementary teachers on proportional reasoning word problems, *In Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 22 (8), 72–78 .
- Bright, G.W., Joyner, J.M. and Charles Wallis. (2003). Assessing Proportional Thinking, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9 (3) , 392 – 396.
- Charles, R. and Lester, F.K. (1977). Teaching problem solving , *What Why and How*. CA : Dale Seymour Publications.
- Clyde, C. G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York : Ronald Press.
- Cramer, K. A., and Post, T. R. (1993). Making connection: A case of Proportionality, *Arithmetic Teacher*, 60 (6), 342 – 346.
- Cramer, K. A., Post, T. R. and Currier, S. (1993). Learning and Teaching Ratio and Proportion: Research Implications. *In Research Ideas for the Classroom : Middle Grades Mathematics*, edited by Douglas Owens. Reston, Va. : National Council of Teachers of Mathematics and Macmillan. In press.
- Cruikshank, Douglas E & Sheffield, Linda Jensen. (1992). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics*. New York : Macmillan .

- de la Cruz, J.A. (2008). *A look at middle school mathematics teachers' instruction related to proportional reasoning: A cognitively guided perspective*. Doctoral Dissertation. University of Virginia. Virginia:
- Farayola, P. L, & Salaudeen. K. A. (2009). Problem solving difficulties of pre – Service, *NCE teachers in mathematics in Oyo state*, Nigeria. *Abacus*, 34 (1), 126 – 131 .
- Fisher W. R. (1987). *Human communication as narration: Toward a philosophy of reason, value, and action*. SC: University of South Carolina Press. Columbia,
- Gagne', Robert M. (1970). *The Condition of Learning*. 2nd ed. New York : Holt, Rinehart and Winston .
- Guildford, J.P. (1971). *The Analysis of Intelligence*. New York : McGraw – Hill.
- Harel, G. and Confrey, J. (Eds.). (1994). *The development of multiplicative reasoning*. University of New York Press.
- Heller, P. M. et al., (1989). Proportional reasoning : the effect of two content variables, rate type, and problem setting. *Journal of Research in Science Teaching*. 26 (3), 205 – 220 .
- Heller, P.M., Post, T., Behr, M. and Lesh, R. (1990). *Qualitative and Numerical Reasoning About Fractions and Rates by Seventh and Eighth Grade Students*. *Journal for Research in Mathematics Education*. 21 (5), 388 – 402.
- Hillen, Amy Fleeger. (2005). *Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice- based mathematics methods course focused on proportional reasoning*. Doctoral Dissertation, University of Pittsburgh . Pittsburgh.
- Hoffer, A.R. (1988). Ratios and Proportional Thinking, *In Teaching Mathematics in GradesK-8: Research Based Methods*, Boston : Allyn and Bacon .
- Hogan, M., & Alejandre, S. (2010). *Problem solving-it has to begin with noticing and wondering*. Retrieved form <http://mathforum.org/articles> .

- Kaplan, R.; Adi, H.; Lawson, A. (1980). Intellectual development beyond elementary school VII: proportional, probabilistic, and correlational Reasoning, *School Science and Mathematics*, Indiana, Pennsylvania, 80 (8), 673 – 683 .
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, D.C. : National Academy Press.
- Krulik, S., & Reys, P. (1980). *Problem solving in school mathematics*. National council of teachers of mathematics year book. Reston. VA : Allyn and Bacon National Council of Teachers of Mathematics.
- Krulik, Stephen & Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook Elementary School Teachers*. Massachusetts : Allyn and Bacon.
- Lamon, S.J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. New Jersey : Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamon, S.J. (2005). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding : Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- Lanius, C.S. and Williams, S.E. (2003). *Proportionality : A Unifying Theme for the Middle Grades*. Mathematics Teaching in the Middle School. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics. 392–396 .
- Lesh, R., Post, T. R. and Behr, M. (1988). *Proportional reasoning, Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Reston, V.A. : National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teacher of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, V.A. : National Council of Teachers of Mathematics.
- National Research Council. (2000). *Adding it up : Helping children learn mathematics*. Washington, D.C. : National Academies Press.

- Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part1 Differentiation of stages, *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217–253.
- OECD. (2014). PISA 2012 results, *creative problem solving : students' skills in tackling real- life problems*. (Volume 5). PISA, OECD Publishing. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208070-en>.
- Polya, George. (1957). *How to solve It*. New York : Doubleday & Company.
- Polya, George. (1985). *How to Solve it : A New Aspect of Mathematical Method*. New York : Doubleday and Company.
- Reys, Robert E ; Suydum, Marilyn N & Montgomery, Marry L. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. (3rd ed). Boston : Allyn and Bacon.
- Reys, Robert E ; Suydum, Marilyn N & Montgomery, Marry L. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. (6 th ed). New York : John Wiley and Sons.
- Suydam, H.L. (1990). Untangling Clues from Research on Problem Solving, *Problem Solving in School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Thiessen, D., Magaret, W., Donald, D., and Baum, D. L.(1989). *Elementary Mathematical Method*. New York : Macmillan.
- Thompson, C.S. and Bush, W.S. (2003). Improving middle school teachers' reasoning about proportional reasoning, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8 (8), 398 – 403.
- Van de Walle, J.A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston : Allyn & Bacon



ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ก

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

คำชี้แจง : แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 1 ชั่วโมง คะแนนเต็ม 30 คะแนน

1. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 1

“ยายสมัยขายส้มโอราคาผลละ 30 บาท นัทซาไปซื้อส้มโอที่ร้านยายสมัย ตามจำนวน (ผล) ดังตาราง”

จำนวน (ผล)	1	2	3	4
ราคา (บาท)	30	60	90	120

จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 1 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....

เพราะว่า.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 2

“การชงกาแฟดำให้อร่อย ถ้าใส่กาแฟต 3 ช้อนชา จะต้องใส่น้ำตาล 2 ช้อนโต๊ะ จะได้อัตราส่วนในการชงกาแฟดังตาราง”

กาแฟต (ช้อนชา)	3	6	10	13
น้ำตาล (ช้อนโต๊ะ)	2	4	7	9

จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 2 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....

เพราะว่า.....

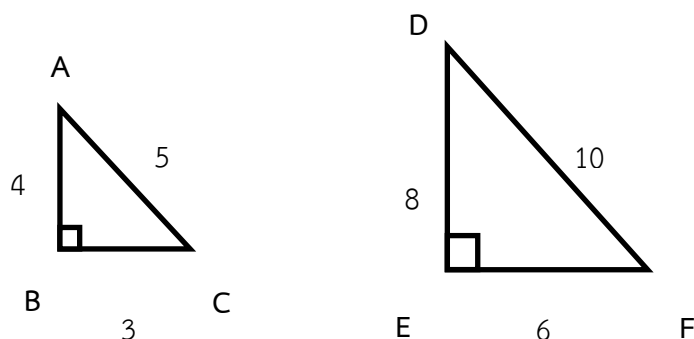
.....

.....

3. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 3

“รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม B และมุม E เป็นมุมฉาก และมีความยาวแต่ละด้านดังนี้ ”



จากข้อมูลข้างต้น สถานการณ์ที่ 3 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....

เพราะว่า.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. พิจารณาตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหนังสือเป็นเล่ม และราคาเป็นบาท ดังนี้

จำนวนหนังสือ (เล่ม)	ราคา (บาท)
1	15
2	30
3	45
4	60
5	75
6	90

a. ถ้าจำนวนหนังสือเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แล้วราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ

b. ถ้าจำนวนหนังสือลดลงเป็นครึ่งหนึ่ง แล้วราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ

5. พิจารณาตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคนที่สร้างบ้านต่อระยะเวลาในการสร้างบ้าน ดังนี้

จำนวนคน(คน)	ระยะเวลา(วัน)
2	180
3	120
4	90
5	72
6	60

c. ถ้าจำนวนคนเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แล้วเวลาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ

d. ถ้าจำนวนคนลดลงเป็นครึ่งหนึ่ง แล้วเวลาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตอบ

6. จงพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 4

“มีกล่องอยู่สองใบ กล่องใบแรกมีลูกบอลสีฟ้าอยู่ 6 ลูก ลูกบอลสีแดงอยู่ 4 ลูก กล่องใบที่สองมีลูกบอลสีฟ้าอยู่ 60 ลูก มีลูกบอลสีแดงอยู่ 40 ลูก ถ้าต้องการหยิบลูกบอลเพียงหนึ่งครั้งและให้ได้ลูกบอลสีแดง 1 ลูก ” นักเรียนจะหยิบลูกบอลจากกล่องใด

ตอบ

เพราะว่า

.....

.....

.....

.....

.....

7. จงพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 9

“เครื่องปริ้นเตอร์ยี่ห้อหนึ่ง มีอัตราเร็วในการพิมพ์ 60 แผ่น ต่อ 2 นาที”

อยากทราบว่าที่อัตราเร็วดังกล่าวนี้เป็นไปได้หรือไม่ ถ้าต้องการพิมพ์งาน 90 แผ่น ให้เสร็จภายใน 3 นาที

ตอบ

เพราะว่า

.....

.....

.....

.....

.....

8. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

“สุทัศน์ใช้สีกระป๋อง 16 กระป๋อง ทาโต๊ะได้ 36 ตัว”

สีกระป๋อง (กระป๋อง)	x	16	8	4
จำนวนโต๊ะ (ตัว)	y	36	18	9

เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตาราง x = และ y =

เพราะว่า.....

9. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

“เรือลำหนึ่งใช้น้ำมัน 16 ลิตร แล่นไปได้ไกลระยะทาง 80 กิโลเมตร ”

ปริมาณน้ำมัน (ลิตร)	16	8	4	x
ระยะทาง (กิโลเมตร)	80	40	20	y

เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตาราง x = และ y =

เพราะว่า.....

10. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

“กล่องใบหนึ่งมีอัตราส่วนด้านกว้างต่อด้านยาวดังนี้”

ด้านกว้าง (เซนติเมตร)	5	10	15	x
ด้านยาว (เซนติเมตร)	7	14	y	21

เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตาราง x = และ y =

เพราะว่า.....

แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง : แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 1 ชั่วโมง คะแนนเต็ม 24 คะแนน

1. แปลงปลูกลูกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านยาวยาว 240 เมตร ถ้าอัตราส่วน ของด้านยาว

ต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2 แปลงปลูกลูกดอกไม้ที่มีด้านกว้างเท่าไร

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้

.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบคำตอบดังนี้

.....

.....

ตอบ

.....

2. รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตร

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้

.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบคำตอบดังนี้

.....

.....

ตอบ

.....

3. พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา 4 ชั่วโมง หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน

พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้

.....

.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

.....

ขั้นตรวจสอบคำตอบดังนี้

.....

.....

.....

ตอบ

.....

ตารางที่ ก.1

เกณฑ์การประเมินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	2	ดี	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้างและต้องการหาอะไร
	1	พอใช้	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
	0	ปรับปรุง	ไม่สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	2	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	2	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
	1	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องเป็นบางครั้ง
	0	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่อย่างถูกต้อง
4. ขั้นตรวจสอบคำตอบ	2	ดี	ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	พอใช้	ตรวจสอบคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	ไม่มีการตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6. โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค.

ภาคผนวก ข

การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบตรวจสอบความสอดคล้องเครื่องมือการวิจัย

ชื่อเรื่อง การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.2.2 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

นิยามศัพท์

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนในการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการย่อส่วนหรือขยายส่วนในสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใดๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน และเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน การเข้าใจเรื่องสัดส่วนและการนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วน

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแก้สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาจจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ที่บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ซึ่งจะต้องใช้ความรู้ วิธีการ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหอย่างเหมาะสม

**แบบประเมินความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าตรงตามกรอบเนื้อหา เรื่อง สัดส่วน ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง 2560) และการวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในแต่ละด้าน
หรือไม่ โดยใช้เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนน ตามความคิดเห็นของท่าน

ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง

ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง

ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้อง



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข. 1

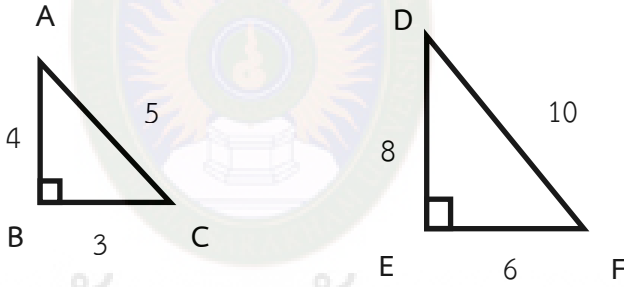
รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน



ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมจากผู้เชี่ยวชาญ							
			+1	0	-1								
1. การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน	สถานการณ์ที่แสดงถึงการเท่ากันของอัตราส่วน เรียกว่าสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และ สถานการณ์ที่ไม่แสดงถึงการเท่ากันของอัตราส่วน เรียกว่าสถานการณ์ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน	1. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้ สถานการณ์ที่ 1 “ยายสมัยขายส้มโอราคาผลละ 30 บาท นัทชาไปซื้อส้มโอที่ร้านยายสมัย ตามจำนวน (ผล) ดังตาราง”											
		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">จำนวน (ผล)</td> <td style="width: 15%;">1</td> <td style="width: 15%;">2</td> <td style="width: 15%;">3</td> <td style="width: 15%;">4</td> </tr> <tr> <td>ราคา (บาท)</td> <td>30</td> <td>60</td> <td>90</td> <td>120</td> </tr> </table> <p>จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 1 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่</p> <p>ตอบ.....</p> <p>เพราะว่า.....</p> <p>.....</p>	จำนวน (ผล)	1	2		3	4	ราคา (บาท)	30	60	90	120
จำนวน (ผล)	1	2	3	4									
ราคา (บาท)	30	60	90	120									

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ										
			+1	0	-1											
		<p>2. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้</p> <p>สถานการณ์ที่ 2</p> <p>“กมลกับณรงค์กำลังวิ่งรอบสนามด้วยอัตราเร็วที่เท่ากันไปตามลู่วิ่ง การวิ่งของทั้งสองคนพบว่า เมื่อกมลวิ่งได้ 4 รอบ ณรงค์จะวิ่งได้ 2 รอบ ให้ระยะทางการวิ่งของกมลและณรงค์เป็นไปตามจำนวนดังตาราง”</p> <table border="1" data-bbox="719 743 1597 871"> <tr> <td>ระยะทางที่กมลวิ่งได้ (รอบ)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>ระยะทางที่ณรงค์วิ่งได้ (รอบ)</td> <td>30</td> <td>60</td> <td>90</td> <td>120</td> </tr> </table> <p>จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 2 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่</p> <p>ตอบ.....</p> <p>เพราะว่า.....</p> <p>.....</p>	ระยะทางที่กมลวิ่งได้ (รอบ)	1	2	3	4	ระยะทางที่ณรงค์วิ่งได้ (รอบ)	30	60	90	120				
ระยะทางที่กมลวิ่งได้ (รอบ)	1	2	3	4												
ระยะทางที่ณรงค์วิ่งได้ (รอบ)	30	60	90	120												

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ										
			+1	0	-1											
		<p>3. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้</p> <p>สถานการณ์ที่ 3</p> <p>“การชงกาแฟดำให้ร่อย ถ้าใส่กาแฟ 3 ช้อนชา จะต้องใส่น้ำตาล 2 ช้อนโต๊ะ จะได้อัตราส่วนในการชงกาแฟดังตาราง”</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 25%;">กาแฟ (ช้อนชา)</td> <td style="width: 12.5%;">3</td> <td style="width: 12.5%;">6</td> <td style="width: 12.5%;">10</td> <td style="width: 12.5%;">13</td> </tr> <tr> <td>น้ำตาล (ช้อนโต๊ะ)</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>9</td> </tr> </table> <p>จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 3 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่ ตอบ..... เพราะ..... </p>	กาแฟ (ช้อนชา)	3	6	10	13	น้ำตาล (ช้อนโต๊ะ)	2	4	7	9				
กาแฟ (ช้อนชา)	3	6	10	13												
น้ำตาล (ช้อนโต๊ะ)	2	4	7	9												

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสถิติส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ										
			+1	0	-1											
		<p>4. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้</p> <p>สถานการณ์ที่ 4</p> <p>“โรงงานผลิตหลอดไฟแห่งหนึ่ง พบว่าหลอดไฟที่ผลิตออกมาทุกๆ 48 หลอด จะมีหลอดไฟชำรุดอยู่ 3 หลอด และการผลิตหลอดไฟต่อๆมา จำนวนหลอดไฟชำรุดมีข้อมูลดังตาราง”</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>จำนวนหลอดไฟชำรุด (หลอด)</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>จำนวนหลอดไฟที่ผลิตได้ (หลอด)</td> <td>48</td> <td>96</td> <td>144</td> <td>160</td> </tr> </tbody> </table> <p>จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 4 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับ สัดส่วนหรือไม่ ตอบ..... เพราะว่า.....</p>	จำนวนหลอดไฟชำรุด (หลอด)	3	6	9	10	จำนวนหลอดไฟที่ผลิตได้ (หลอด)	48	96	144	160				
จำนวนหลอดไฟชำรุด (หลอด)	3	6	9	10												
จำนวนหลอดไฟที่ผลิตได้ (หลอด)	48	96	144	160												

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
		<p>5. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้</p> <p>สถานการณ์ที่ 5</p> <p>“รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม B และมุม E เป็นมุมฉาก และมีความยาวแต่ละด้านดังนี้ ”</p>  <p>จากข้อมูลข้างต้น สถานการณ์ที่ 5 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่</p> <p>ตอบ.....</p> <p>เพราะว่า.....</p> <p>.....</p>				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
		<p>6. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้</p> <p>สถานการณ์ที่ 6</p> <p>“รูปสี่เหลี่ยม ABCD และรูปสี่เหลี่ยม XYZW เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวแต่ละด้านดังนี้ ”</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A 8 B</p>  <p>D 8 C</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>X 12 Y</p>  <p>W 12 Z</p> </div> </div> <p>จากข้อมูลข้างต้น สถานการณ์ที่ 6 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่</p> <p>ตอบ.....</p> <p>เพราะว่า.....</p>				

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมจากผู้เชี่ยวชาญ														
			+1	0	-1															
2. การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน	1. อธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแบบสัดส่วนตรงหมายถึง สัดส่วนที่แสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนสองอัตราส่วนที่มีความสัมพันธ์ไปในทางเดียวกัน โดยที่อัตราส่วนหนึ่งเพิ่มขึ้น อีกอัตราส่วนหนึ่งก็จะเพิ่มตาม	7. พิจารณาตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหนังสือเป็นเล่ม และราคาเป็นบาทดังนี้ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>จำนวนหนังสือ (เล่ม)</th> <th>ราคา (บาท)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>75</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>90</td> </tr> </tbody> </table> <p>7.1 ถ้าจำนวนหนังสือเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แล้วราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ตอบ</p> <p>7.2 ถ้าจำนวนหนังสือลดลงเป็นครึ่งหนึ่ง แล้วราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ตอบ</p>	จำนวนหนังสือ (เล่ม)	ราคา (บาท)	1	15	2	30	3	45	4	60	5	75	6	90				
จำนวนหนังสือ (เล่ม)	ราคา (บาท)																			
1	15																			
2	30																			
3	45																			
4	60																			
5	75																			
6	90																			

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสถิติส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ												
			+1	0	-1													
		<p>8. พิจารณาตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณข้าวสารเป็นกิโลกรัมและราคาเป็นบาท ดังนี้</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>ข้าวสาร (กิโลกรัม)</th> <th>ราคา (บาท)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>23</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>46</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>69</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>92</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>115</td> </tr> </tbody> </table> <p>8.1 ถ้าปริมาณข้าวสารเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แล้วราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ตอบ</p> <p>8.2 ถ้าปริมาณข้าวสารลดลงเป็นครึ่งหนึ่ง แล้วราคาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ตอบ</p>	ข้าวสาร (กิโลกรัม)	ราคา (บาท)	1	23	2	46	3	69	4	92	5	115				
ข้าวสาร (กิโลกรัม)	ราคา (บาท)																	
1	23																	
2	46																	
3	69																	
4	92																	
5	115																	

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ														
			+1	0	-1															
	<p>2. อธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแบบสัดส่วนผกผัน หมายถึง สัดส่วนที่แสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนสองอัตราส่วน ที่มีความสัมพันธ์ไปในทางตรงกันข้าม โดยที่อัตราส่วนหนึ่งเพิ่มขึ้น อีกอัตราส่วนหนึ่งจะลดลง หรืออัตราส่วนหนึ่งลดลง อีกอัตราส่วนหนึ่งจะเพิ่มขึ้น</p>	<p>9. พิจารณาตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคนที่ตักน้ำใส่ถังที่มีความจุ 250 ลิตร และเวลาที่ใช้ในการตักน้ำจนเต็มถัง ดังนี้</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>จำนวนคนตักน้ำ (คน)</th> <th>เวลา (นาที)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table> <p>9.1 ถ้าจำนวนคนเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แล้วเวลาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ตอบ</p> <p>9.2 ถ้าจำนวนคนลดลงเป็นครึ่งหนึ่ง แล้วเวลาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ตอบ</p>	จำนวนคนตักน้ำ (คน)	เวลา (นาที)	1	120	2	60	3	40	4	30	5	24	6	20				
จำนวนคนตักน้ำ (คน)	เวลา (นาที)																			
1	120																			
2	60																			
3	40																			
4	30																			
5	24																			
6	20																			

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสถิติส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ												
			+1	0	-1													
		<p>10. พิจารณาทารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคนที่สร้างบ้านต่อ ระยะเวลาในการสร้างบ้าน ดังนี้</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>จำนวนคน(คน)</th> <th>ระยะเวลา(วัน)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>180</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>72</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>60</td> </tr> </tbody> </table> <p>10.1 ถ้าจำนวนคนเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แล้วเวลาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ตอบ</p> <p>10.2 ถ้าจำนวนคนลดลงเป็นครึ่งหนึ่ง แล้วเวลาจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร ตอบ</p>	จำนวนคน(คน)	ระยะเวลา(วัน)	2	180	3	120	4	90	5	72	6	60				
จำนวนคน(คน)	ระยะเวลา(วัน)																	
2	180																	
3	120																	
4	90																	
5	72																	
6	60																	

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
3. การ เปรียบเทียบ อัตราส่วน	การเปรียบเทียบเชิงปริมาณ นักเรียนจะต้องเปรียบเทียบ อัตรา 2 อัตราที่ให้มี ว่าค่า ของอัตราใดมีค่ามากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากัน	11. จงพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้ สถานการณ์ที่ 7 “มีกล่องอยู่สองใบ กล่องใบแรกมีลูกบอลสีฟ้าอยู่ 6 ลูก ลูกบอลสีแดงอยู่ 4 ลูก กล่องใบที่สองมีลูกบอลสีฟ้าอยู่ 60 ลูก มีลูกบอลสีแดงอยู่ 40 ลูก ถ้าต้องการ หยิบลูกบอลเพียงหนึ่งครั้งและให้ได้ลูกบอลสีแดง 1 ลูก ” นักเรียนจะหยิบลูก บอลจากกล่องใด ตอบ เพราะว่า 				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสถิติส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
		<p>12. จงพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้</p> <p>สถานการณ์ที่ 8</p> <p>“มีเด็กผู้หญิง 7 คน พร้อมกับพิชซ่า 3 ชิ้น และมีเด็กผู้ชาย 3 คนพร้อมกับพิชซ่าอีก 1 ชิ้น”</p> <p>อยากทราบว่า ใครมีพิชซ่ามากกว่ากันผู้ชายหรือผู้หญิง</p> <p>ตอบ</p> <p>เพราะว่า</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
		<p>13. จงพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้</p> <p>สถานการณ์ที่ 9</p> <p>“เครื่องปริ้นเตอร์ยี่ห้อหนึ่ง มีอัตราเร็วในการพิมพ์ 60 แผ่น ต่อ 2 นาที”</p> <p>อยากทราบว่าที่อัตราเร็วดังกล่าวนี้เป็นไปได้หรือไม่ ถ้าต้องการพิมพ์งาน 90 แผ่น ให้เสร็จภายใน 3 นาที</p> <p>ตอบ</p> <p>เพราะว่า</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงลึกส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
		<p>14. จงพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้</p> <p>สถานการณ์ที่ 10</p> <p>“ปัญญาขับรถยนต์ไปทำงานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ส่วนนารี ขับรถยนต์ไปทำงานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 60 กิโลเมตรต่อ 40 นาที ”</p> <p>อยากทราบว่า ใครขับรถยนต์เร็วกว่ากัน หรือทั้งสองคนขับด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย เท่ากัน</p> <p>ตอบ</p> <p>เพราะว่า</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ										
			+1	0	-1											
4. การหาค่าที่ หายไปจาก สถานการณ์ ปัญหาเกี่ยวกับ สัดส่วน	หาค่าของตัวแปร x และ y จากสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง กับสัดส่วนที่กำหนดให้	<p>15. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ “สมชายซื้อขนมปัง 3 ชิ้น ราคา 15 บาท”</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>ขนมปัง (ชิ้น)</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>ราคาขนมปัง (บาท)</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>25</td> <td>y</td> </tr> </tbody> </table> <p>เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก จากตาราง $x = \dots\dots\dots$ และ $y = \dots\dots\dots$ เพราะว่า</p>	ขนมปัง (ชิ้น)	3	4	5	x	ราคาขนมปัง (บาท)	15	20	25	y				
ขนมปัง (ชิ้น)	3	4	5	x												
ราคาขนมปัง (บาท)	15	20	25	y												

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ										
			+1	0	-1											
		<p>16. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้</p> <p>“สุทัศน์ใช้สีกระป๋อง 16 กระป๋อง ทาโต๊ะได้ 36 ตัว”</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>สีกระป๋อง (กระป๋อง)</td> <td>x</td> <td>16</td> <td>8</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>จำนวนโต๊ะ (ตัว)</td> <td>y</td> <td>36</td> <td>18</td> <td>9</td> </tr> </tbody> </table> <p>เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก</p> <p>จากตาราง x = และ y =</p> <p>เพราะว่า</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	สีกระป๋อง (กระป๋อง)	x	16	8	4	จำนวนโต๊ะ (ตัว)	y	36	18	9				
สีกระป๋อง (กระป๋อง)	x	16	8	4												
จำนวนโต๊ะ (ตัว)	y	36	18	9												

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสถิติส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ										
			+1	0	-1											
		<p>17. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ “อัตราค่าโดยสารรถประจำทางคันหนึ่ง 9 ต่อคน”</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>จำนวนคน (คน)</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>x</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>ค่าโดยสาร (บาท)</td> <td>9</td> <td>27</td> <td>y</td> <td>81</td> </tr> </tbody> </table> <p>เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก จากตาราง x = และ y =</p> <p>เพราะว่า</p>	จำนวนคน (คน)	1	3	x	9	ค่าโดยสาร (บาท)	9	27	y	81				
จำนวนคน (คน)	1	3	x	9												
ค่าโดยสาร (บาท)	9	27	y	81												

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสถิติส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ										
			+1	0	-1											
		<p>18. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้</p> <p>“เรือลำหนึ่งใช้น้ำมัน 16 ลิตร แล่นไปได้ไกลระยะทาง 80 กิโลเมตร ”</p> <table border="1" data-bbox="748 635 1626 762"> <tr> <td>ปริมาณน้ำมัน (ลิตร)</td> <td>16</td> <td>8</td> <td>4</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>ระยะทาง (กิโลเมตร)</td> <td>80</td> <td>40</td> <td>20</td> <td>y</td> </tr> </table> <p>เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก</p> <p>จากตาราง x = และ y =</p> <p>เพราะว่า</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	ปริมาณน้ำมัน (ลิตร)	16	8	4	x	ระยะทาง (กิโลเมตร)	80	40	20	y				
ปริมาณน้ำมัน (ลิตร)	16	8	4	x												
ระยะทาง (กิโลเมตร)	80	40	20	y												

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ										
			+1	0	-1											
		<p>19. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ “ไข่ไก่ราคาโหลละ 24 บาท”</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>จำนวนไข่ไก่ (ฟอง)</td> <td>36</td> <td>24</td> <td>12</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>ราคา (บาท)</td> <td>72</td> <td>y</td> <td>24</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table> <p>เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก จากตาราง x = และ y =</p> <p>เพราะว่า</p>	จำนวนไข่ไก่ (ฟอง)	36	24	12	x	ราคา (บาท)	72	y	24	12				
จำนวนไข่ไก่ (ฟอง)	36	24	12	x												
ราคา (บาท)	72	y	24	12												

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสถิติส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ										
			+1	0	-1											
		<p>20. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้</p> <p>“กล่องใบหนึ่งมีอัตราส่วนด้านกว้างต่อด้านยาวดังนี้”</p> <table border="1" data-bbox="748 667 1617 794"> <tbody> <tr> <td>ด้านกว้าง (เซนติเมตร)</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>ด้านยาว (เซนติเมตร)</td> <td>7</td> <td>14</td> <td>y</td> <td>21</td> </tr> </tbody> </table> <p>เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก</p> <p>จากตาราง x = และ y =</p> <p>เพราะว่า</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	ด้านกว้าง (เซนติเมตร)	5	10	15	x	ด้านยาว (เซนติเมตร)	7	14	y	21				
ด้านกว้าง (เซนติเมตร)	5	10	15	x												
ด้านยาว (เซนติเมตร)	7	14	y	21												

ลงชื่อผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

วันที่/...../.....



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข. 2

ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

แบบวัดข้อ ที่	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	0	2	0.67	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
10	+1	+1	0	2	0.67	สอดคล้อง
11	+1	+1	0	2	0.67	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
14	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
17	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
18	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
19	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
20	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

ตารางที่ ข.3

ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

แบบวัดข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.55	0.38
2	0.45	0.28
3	0.32	0.33
4	0.67	0.26
5	0.58	0.23
6	0.40	0.23
7	0.73	0.38
8	0.65	0.39
9	0.58	0.59
10	0.44	0.36

การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
ซึ่งใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์อัลฟา (Coefficient) ของ Cronbach และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.7

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าตรงตามกรอบเนื้อหา เรื่อง สัดส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง 2560) หรือไม่ โดยใช้เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนน ตามความคิดเห็นของท่าน

- ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
- ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
- ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.4

รายการตรวจสอบความสอดคล้องของแบบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
<p>ค1.1 ม. 1/3</p> <p>เข้าใจและ ประยุกต์ใช้ อัตราส่วน สัดส่วน และ ร้อยละ ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหาใน ชีวิตจริง</p>	อัตราส่วน	<p>1. แปลงปลุกดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านยาวยาว 240 เมตร ถ้าอัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านกว้าง เป็น 3 : 2 แปลงปลุกดอกไม้นี้มีด้านกว้างเท่าไร</p> <p>ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบ ดังนี้..... ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ ขั้นตรวจสอบคำตอบ ดังนี้..... ตอบ</p>				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
		<p>2. ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียน 40 คน นักเรียนชายเป็น 3 : 5 ของนักเรียนทั้งหมด จะมีนักเรียนหญิงกี่คน</p> <p>ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ</p> <p>สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ</p> <p>ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบ ดังนี้.....</p> <p>ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ</p> <p>ขั้นตรวจสอบคำตอบ ดังนี้.....</p> <p>ตอบ</p>				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
	สัดส่วนตรง	<p>3. รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร วิ่งได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันนี้จะวิ่งได้ไกลกี่กิโลเมตรชั้นทำความเข้าใจปัญหา</p> <p>สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ</p> <p>.....</p> <p>สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ</p> <p>.....</p> <p>ชั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้.....</p> <p>ชั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบวิธีทำ</p> <p>.....</p> <p>ชั้นตรวจสอบคำตอบดังนี้.....</p> <p>ตอบ</p>				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
		<p>4. พ่อซื้อเชือกเส้นหนึ่งยาว 6 เมตร ราคา 30 บาท แต่ไม่พอใช้ พ่อจึงไปซื้อเชือก มาเพิ่มจากร้านเดิม พ่อจ่ายเงินไป 45 บาท พ่อจะได้เชือกยาวกี่เมตร</p> <p>ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ</p> <p>สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ</p> <p>ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบ ดังนี้.....</p> <p>ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ</p> <p>ขั้นตรวจสอบคำตอบ ดังนี้.....</p> <p>ตอบ</p>				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
	สัดส่วนผกผัน	<p>5. พนักงาน 8 คน ช่วยกันทำงาน เสร็จในเวลา 4 ชั่วโมง หากมีพนักงานลาป่วย 2 คน พนักงานที่เหลือจะทำงานเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง</p> <p>ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ</p> <p>สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ</p> <p>ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบ ดังนี้.....</p> <p>ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ</p> <p>ขั้นตรวจสอบคำตอบ ดังนี้.....</p> <p>ตอบ</p>				

ความสามารถ ในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วน	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ข้อคิดเห็น เพิ่มเติมจาก ผู้เชี่ยวชาญ
			+1	0	-1	
		<p>6. ความถี่ของคลื่นวิทยุแปรผกผันกับความยาวคลื่น ถ้าความถี่เป็น 450 กิโลเฮิร์ตซ์ ความยาวคลื่นเป็น 980 เมตร ต้องการลดความยาวคลื่นลง 80 เมตร จะใช้ความถี่กี่กิโลเฮิร์ตซ์</p> <p>ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ</p> <p>.....</p> <p>สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ</p> <p>.....</p> <p>ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบ ดังนี้.....</p> <p>ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ</p> <p>.....</p> <p>ขั้นตรวจสอบคำตอบ ดังนี้.....</p> <p>ตอบ</p>				

ลงชื่อผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

วันที่/...../.....



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.5

ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) ของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดข้อ ที่	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

ตารางที่ ข.6

ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.63	0.44
2	0.62	0.51
3	0.53	0.25

การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์อัลฟา (Coefficient) ของ Cronbach และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.73



ภาคผนวก ค

รายงานผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือการวิจัย

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

- 1) ดร.เสนห์ หมายจากกลาง วุฒิทางการศึกษา ค.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)
ตำแหน่งปัจจุบัน ศึกษานิเทศก์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา
ประถมศึกษาเขต 31
วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ
ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา
- 2) ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ วุฒิทางการศึกษา กศ.ด. (วิจัยและประเมินผล
การศึกษา)
ตำแหน่งปัจจุบัน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและประเมินผลการศึกษา
- 3) ดร.ทนงเกียรติ พลไชยา วุฒิทางการศึกษา ค.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)
ตำแหน่งปัจจุบัน ครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนจุฬาภรณ์ราชวิทยาลัย
ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

ภาคผนวก ง

หนังสือขอความอนุเคราะห์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
ที่ คศ.คณศ.ว.๐๐๖๐/๒๕๖๒ วันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒
เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ

ด้วย นางสาวพรพิมล แก้วละมุล รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๑๐ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านวิจัยทางคณิตศาสตร์
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล
 อื่นๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิชิต บุญทองเถิง)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการและประกันคุณภาพ
รักษาราชการแทน อธิการบดี

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒

โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒

edu@rmu.ac.th

พรพิมล รุ่ง
พรพิมล จิมพ์
ทาน
15 ก.พ. 62 วันที่



สำเนาคู่ฉบับ

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๒/ว.๑๔๗๐

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย
เรียน ดร.เสน่ห์ หมายจากกลาง

ด้วย นางสาวพรพิมล แก้วละมุล รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๑๐ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านวิจัยทางคณิตศาสตร์
- ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล
- อื่นๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูษิต บุญทองเถิง)

รองคณบดี รักษาการแทน คณบดีคณะครุศาสตร์

ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒

โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒

edu@rmu.ac.th

พรพิมล รุ่ง
พรพิมล พิมพ์
..... แทน
15 ก.พ. 62 วันที่

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๒/ว.๑๔๗๐



สำเนาฉบับ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสารคามพิทยาคม

ด้วย นางสาวพรพิมล แก้วละมุล รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๑๐ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ ๑ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูษิต บุญทองเถิง)

รองคณบดี รักษาการแทน คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
edu@rmu.ac.th

พรพิมล.....ร่าง
พรพิมล.....พิมพ์
.....ทาน
15 ก.พ. 62.....วันที่

การเผยแพร่ผลงาน

ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ และพรพิมล แก้วละมุล. (2562). การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิง
สัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ใน การประชุมวิชาการระดับชาติ วิถีนวัตกรรม
เพื่อการพัฒนางานวิจัยสู่เศรษฐกิจชุมชนไทยให้ยั่งยืนประจำปี 2562. ปทุมธานี :
มหาวิทยาลัยเวสเทิร์น



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

