

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

M.φ 126993

การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม

นายณัฐวี บุญปลอด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

พ.ศ. 2562

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม



ใบอนุญาตวิทยานิพนธ์
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

เรื่อง : การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม

ผู้วิจัย : นายณัฐวี บุญปลอด

ได้รับอนุมัติเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ท.ดร.ณัฐชัย จันทชุม)
คณบดีคณะครุศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรรณคำ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ ฤณาพรณ์)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ต.ดร.อรัญ ชูกระเตื้อง)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุษพงษ์ นิชย์ชาติ)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พูนศักดิ์ ศิริโสม)

ชื่อเรื่อง : การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม

ผู้วิจัย : นายณัฐวี บุญปลอด

ปริญญา : ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต(คณิตศาสตร์ศึกษา)
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พูนศักดิ์ ศิริโสม

ปีการศึกษา : 2562

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ปีการศึกษา 2561 จำนวน 490 คน กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 76 คน โดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบการการคิดเชิงพีชคณิต จำนวน 4 ข้อ การวิเคราะห์ข้อมูล ใช้ความถี่ ร้อยละ และการวิเคราะห์ข้อมูลตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีวิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown มากที่สุด คือ การแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา และน้อยที่สุดคือ การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์มาใช้ที่เหมาะสม ในส่วนคะแนนนักเรียนได้คะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown มากที่สุดคือ แบบรูปของจำนวน รองลงมาคือ แบบรูปเรขาคณิต และแบบรูปซ้ำ ตามลำดับ และจากการวิเคราะห์แบบทดสอบของนักเรียนพบว่า นักเรียนที่มีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown ทั้ง 4 ลักษณะ จะสามารถหากรณีทั่วไปของแบบรูปได้ถูกต้อง

คำสำคัญ : การคิดเชิงพีชคณิต แบบรูป และกรณีทั่วไป



อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Title : A study of the use of Algebraic Thinking Skills by 12th Grade High School
Students Enrolled at Srikrananwittayakom School

Author : Nuttawee Boonplod

Degree : Master of Education (Mathematic Education)
Rajabhat Maha Sarakham University

Advisors : Assistant Professor Dr. Poonsak Sirisom

Year : 2019

ABSTRACT

The purpose of this research was to study the algebraic thinking skills of 12th grade students attending the Srikrananwittayakom School. The study population consisted of 76 randomly selected students. The sample was selected using cluster sampling of the total 490 grade-12 students enrolled at the Srikrananwittayakom School during the 2019 academic year. The data was collected using 4 – item, subjective test which was administered to the study population. Data was statistically analyzed using frequency, percentage and the Herbert and Brown framework.

The study results showed that the students had algebraic thinking skills consistent with the Herbert and Brown framework. The majority of which was the revelation of information out of a problem situation and least of which was the interpretation and application of the results of mathematics discovery. The highest scores of students who had algebraic thinking as defined by the Herbert and Brown framework consisting of 4 types were about number pattern and repeating pattern respectively. From the test analysis, our study concluded that students who had algebraic thinking based on the Herbert and Brown framework, would have generalization of patterns correctively.

Keywords: Algebraic Thinking, Pattern, Generalization



Major Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พูนศักดิ์ ศิริโสม ประธานกรรมการควบคุม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ ฤนาพรรณ ประธานกรรมการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรัญ ชูยกระเตื่อง และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ กรรมการสอบ

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรรคำ อาจารย์ ดร.นิตยา จันทะคุณ และ คุณครูบัญชา คำธานี ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ผู้อำนวยการและนักเรียน โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูล วิจัย และขอบพระคุณทุกท่าน มา ณ โอกาสนี้

คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ผู้มีพระคุณ ตลอดจนบูรพาจารย์และผู้มีอุปการะทุกท่าน



นายณัฐวี บุญปลอด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญ

หัวเรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	ค
ABSTRACT	ง
กิตติกรรมประกาศ	จ
สารบัญ	ฉ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ญ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย	4
1.3 ขอบเขตการวิจัย	4
1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ	4
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย	5
บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม	6
2.1 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560)	6
2.2 การคิดเชิงคณิตศาสตร์	8
2.3 การคิดเชิงพีชคณิต	11
2.4 แบบรูป	17
2.5 การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต	19
2.6 แบบทดสอบ	21
2.7 แบบสัมภาษณ์	28
2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	32
2.9 กรอบแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย	36
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	38
3.1 กลุ่มเป้าหมาย	38
3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	38
3.3 ขั้นตอนและวิธีที่ใช้ในการวิจัย	39

หัวเรื่อง	หน้า
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล	44
3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล	45
3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย	46
บทที่ 4 ผลการวิจัย	48
4.1 ผลการวิเคราะห์การหากรณีทั่วไปของนักเรียนเพื่อหาจำนวนนักเรียน ที่สร้างกรณีทั่วไปถูกต้อง ไม่ถูกต้อง และไม่เขียนกรณีทั่วไปได้	48
4.2 ผลการวิเคราะห์คะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิต	49
4.3 ผลการวิเคราะห์วิธีการคิดเชิงพีชคณิต.....	50
4.4 ผลการวิเคราะห์รูปแบบการหากรณีทั่วไปของนักเรียน	51
4.5 ผลการวิเคราะห์วิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown จากรูปแบบการหากรณีทั่วไปของนักเรียน	55
บทที่ 5 สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ	79
5.1 วัตถุประสงค์การวิจัย	79
5.2 สรุปผลการวิจัย.....	79
5.3 อภิปรายผลการวิจัย.....	80
5.4 ข้อเสนอแนะ.....	83
บรรณานุกรม	84
ภาคผนวก.....	90
ภาคผนวก ก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	91
ภาคผนวก ข ข้อมูลผลการทดสอบกลุ่มเป้าหมาย.....	101
ภาคผนวก ค การตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือวิจัย	131
ภาคผนวก ง รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือการวิจัย.....	139
ภาคผนวก จ หนังสือขอความอนุเคราะห์	141
ประวัติผู้วิจัย.....	147

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
3.1	เกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบพีชคณิตในการหาสร้างความเป็น กรณีทั่วไปของแบบรูป	40
3.2	แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	42
3.3	การหาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม IOC	43
4.1	การวิเคราะห์จำนวนนักเรียนที่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้อง ไม่ถูกต้อง และไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้	49
4.2	คะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown	50
4.3	การวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่มีวิธีการคิดเชิงพีชคณิต	51
4.4	รูปแบบการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 1	52
4.5	รูปแบบการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 2	53
4.6	รูปแบบการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 3	54
4.7	รูปแบบการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 4	55
4.8	สรุปผลวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนตาม กรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ข้อที่ 1	62
4.9	สรุปผลวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนตาม กรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ข้อที่ 2	68
4.10	สรุปผลวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนตาม กรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ข้อที่ 3	74
4.11	สรุปผลวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนตาม กรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ข้อที่ 4	78
ข.1	วิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown และคะแนนจากแบบทดสอบของนักเรียน ข้อที่ 1	102
ข.2	วิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown และคะแนนจากแบบทดสอบของนักเรียน ข้อที่ 2	110

ตารางที่	หน้า
ข.3	วิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown และคะแนนจากแบบทดสอบของนักเรียน ข้อที่ 3 117
ข.4	วิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown และคะแนนจากแบบทดสอบของนักเรียน ข้อที่ 4 124
ค.1	ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) ของแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต 137
ค.2	ค่าความยาก (P) และการหาอำนาจจำแนก (D) รายชื่อของแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 137



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์เป็นอย่างมาก ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุมีผล เป็นระบบ มีระเบียบ และมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิต (กลุ่มส่งเสริมการเรียนการสอนและประเมินผล สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2548) ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่า เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ในปัจจุบันสิ่งต่าง ๆ ที่พัฒนาเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาเป็นพื้นฐาน ตามแนวคิดของคาร์ล ฟรีดริค เกาส์ (Carl Friedrich Gauss) ที่กล่าวว่า “คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์ และเลขคณิตเป็นราชินีของคณิตศาสตร์” (Mathematics is the queen of sciences and arithmetic is the queen of mathematics) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วย พัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดีเพราะคณิตศาสตร์เสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบแบบแผนในการคิด มีการระเบียบในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่สรุปข้อเท็จจริงได้อย่างเที่ยงตรง โดยอาศัยชุดของข้อมูลมาประกอบ ซึ่งต้องสร้างข้อคาดเดา (สมมติฐาน) ค้นหาวิธีการ ศึกษาหาความรู้ การทดลอง เพื่อแก้ปัญหาหรือเพื่อสรุปเป็นสมบัติหรือกฎเกณฑ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพื่อยืนยันการสรุป ข้อสรุปเหล่านี้จะหลอมรวมกันเป็นแนวคิดใหม่ ซึ่งการให้เหตุผลจะเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ Lutfiyya (1998) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ เกี่ยวข้องกับการใช้ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างชาญฉลาด เพื่อจะนำไปสู่ความเข้าใจในแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งอาศัยการค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดนั้น ๆ อาจเป็นภาพหรือการสนับสนุนเงื่อนไขเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์และการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งในปัจจุบันนั้น

เด็กไทยนั้นขาดการคิดอย่างมีเหตุผล จึงทำให้ไม่สามารถเชื่อมโยงไปยังแนวคิดใหม่ ๆ ได้ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการส่งเสริมให้เด็กมีการคิดทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

พีชคณิตจึงเป็นวิชาที่มีความสำคัญเปรียบเหมือนหัวใจของวิชาคณิตศาสตร์ และได้รับการยอมรับว่าเป็นหนทางไปสู่ความสำเร็จของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในทุกๆ สาขา (Cai, et al. 2004) พีชคณิตเป็นวิชาหนึ่งของคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับวิชา เรขาคณิต และอื่นๆ พีชคณิตถือเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อประยุกต์ให้เข้ากับวิทยาศาสตร์ ธุรกิจ เศรษฐกิจ การคำนวณ การค้า และจำนวนที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน และพีชคณิตเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ได้แก่ การวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา (Herbert and brown, 1997) วิธีการทางพีชคณิตจึงสามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายวิธี ทำให้พีชคณิตเป็นวิชาที่จำเป็นต้องศึกษา โดยมีเนื้อหาอยู่ในทุกวิชาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ การสอนพีชคณิตจากอดีตจนถึงปัจจุบัน เป็นการสอนที่มีลักษณะตัดตอน กล่าวคือ ผู้เรียนจะถูกสอนให้เรียนรู้เฉพาะวิธีการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบ (Solution Method) ของแต่ละสถานการณ์ปัญหา ความเข้าใจว่าผู้เรียนสามารถนำไปใช้และประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ ได้ ปัจจุบันแนวคิดดังกล่าวได้รับการพิสูจน์แล้วว่าอาจไม่ถูกต้องเพราะสภาพปัญหาในสถานการณ์จริงมีความสลับซับซ้อนกว่าปัญหาในห้องเรียนมาก ผู้เรียนส่วนใหญ่เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ที่ซับซ้อนจึงไม่สามารถเลือกวิธีในการแก้ปัญหาเองได้ หรือเลือกใช้วิธีไม่ถูกต้อง ดังนั้นแสดงให้เห็นว่าการเรียนการสอนพีชคณิตจะต้องมีการกำหนดหลักสูตรการเรียนรู้นั้นมากกว่าการเรียนการสอนวิธีเดียว ๆ โดยละเลยการปลูกฝังทักษะการคิดและการให้เหตุผลแก่ผู้เรียน ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีกรอบความคิดหรือคิดในกรอบของเนื้อหาวิชา ผู้เรียนจะขาดความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง ที่แตกต่างจากประสบการณ์ที่ได้รับในห้องเรียนได้อย่างเหมาะสมและมีเหตุผล (Sternberg, 1984)

ในประเทศไทยนั้น จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) ได้กล่าวถึงสาระสำคัญของกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็น สำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้ 1) จำนวนและพีชคณิต 2) การวัดและเรขาคณิต 3) สถิติและความน่าจะเป็น จะเห็นว่าในประเทศไทยได้ให้ความสำคัญกับการเรียนการสอนพีชคณิต ซึ่งในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) ได้กล่าวถึงคุณภาพของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตในเรื่องของลำดับและอนุกรม จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลัง ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม ไปใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งปัญหาเกี่ยวกับดอกเบี้ย และมูลค่าของเงิน จะเห็นว่าในประเทศไทยนั้น ให้ความสำคัญเกี่ยวกับพีชคณิตเป็นอย่างมาก ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนขั้นพื้นฐานจะเห็นว่าทุกระดับชั้นจะมีการเรียนการสอน ในวิชาที่เกี่ยวกับลำดับและอนุกรม ซึ่งส่วนใหญ่จะเน้นการศึกษาแบบรูปและความสัมพันธ์ จึงกล่าวได้ว่า แบบรูปนับเป็นปัจจัยพื้นฐานอย่างหนึ่ง ในการช่วยคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ดังที่ Charlesworth (2000) กล่าวว่าแบบรูป

นั้นเป็นการทำซ้ำ ๆ เช่นการได้สัมผัส การได้ยินบ่อย ๆ การเห็นบ่อย ๆ การเคลื่อนไหวบ่อย ๆ สม่่าเสมออย่างเป็นระบบ เป็นลำดับทีละลำดับอย่างมีแบบแผน โดยเราได้เคยพบเห็นและได้ผ่านการใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์ด้วยเหตุด้วยผลเกี่ยวกับแบบรูปในลักษณะต่าง ๆ กันมาแล้ว แบบรูปที่กล่าวถึงนี้เป็นแบบรูปในลักษณะต่าง ๆ เพื่อแสดงให้เห็นรูปแบบของการจัดลำดับ และการกระทำซ้ำอย่างต่อเนื่องเพื่อจะได้ใช้การสังเกต การวิเคราะห์ การให้เหตุผลในการบอกความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ที่พบเห็นได้อย่างถูกต้องจนถึงขั้นสรุปเป็นกรณีทั่วไป

การหากรณีทั่วไป เป็นเป็นส่วนที่สำคัญในวิชาคณิตศาสตร์ เพราะทุกเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ ต้องสามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไปได้ (Swafford and Langrall, 2000) สอดคล้องกับ Mason (1996) กล่าวว่า การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปมีบทบาทสำคัญต่อการส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ การหากรณีทั่วไปเป็นหัวใจและจิตวิญญาณของคณิตศาสตร์ นั้นจึงเป็นการช่วยเสริมได้ว่า พีชคณิตนั้น มีส่วนสำคัญอย่างยิ่งในการคิดทางคณิตศาสตร์

ปัจจุบันในประเทศไทยนั้น สาเหตุที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำนั้น สาเหตุส่วนหนึ่งมาจากการจัดการเรียนการสอนของครูในโรงเรียน ซึ่งโดยทั่วไปนั้นจะจัดการเรียนการสอน แบบเน้นจำสูตร ใช้การท่อง สอนใช้วิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องในรูปแบบเดียว จึงทำให้เด็กมีความคิดที่ไม่หลากหลาย มีความคิดอยู่ในกรอบที่ครูสร้างไว้ เด็กจึงไม่เกิดการคิดสร้างสรรค์ อีกทั้งในการแก้สถานการณ์ปัญหา ครูมักสอนให้ใช้สูตร ใช้วิธีตามขั้นตอนที่ครูสอนไว้ มากกว่าการฝึกให้เด็กใช้กระบวนการคิดและการแก้ปัญหา (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546) ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างมาก แต่จากรายงานผลการประเมิน การทดสอบ การศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-net) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าวิชาคณิตศาสตร์ มีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยลดลงกล่าวคือ ผลการประเมินในวิชาคณิตศาสตร์ ในปีการศึกษา 2559 ค่าร้อยละของคะแนนเฉลี่ยคือ 29.31 และปีการศึกษา 2560 ค่าร้อยละของคะแนนเฉลี่ยคือ 26.30 และ เมื่อพิจารณาแยกตามสาระพบว่าในสาระที่ 4 พีชคณิต มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 38.58 และ 30.04 และในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คะแนนเฉลี่ยใน 3 ปีย้อนหลัง ปีการศึกษา 2558 2559 และ 2560 คะแนนเฉลี่ยคือ 26.59 24.88 และ 24.53 ตามลำดับ จะเห็นได้ชัดว่ามีค่าเฉลี่ยลดลงทุกปี และเมื่อแยกพิจารณาตามสาระพีชคณิต จะเห็นว่าในปีการศึกษา 2558 2559 และ 2560 มีคะแนนเฉลี่ย 29.01 25.85 และ 25.54 ตามลำดับ จากคะแนนดังกล่าว พบว่ามีค่าเฉลี่ยลดลง

จากที่กล่าวมาเบื้องต้น จะเห็นว่าพีชคณิตนั้นเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างมากในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และจากผลการประเมินการศึกษาระดับชาติ (O-net) ในสาระพีชคณิตอยู่ในระดับที่ต่ำ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 เพื่อศึกษา

ขั้นตอน กระบวนการคิด วิธีการ ที่แสดงถึงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิต ว่านักเรียนมีวิธีคิดเชิงพีชคณิตอย่างไร ตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown (1997)

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาวิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown ในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม

1.3 ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีขอบเขตของการศึกษาดังนี้

1.3.1 กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 และ 6/13 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ตำบลหนองโก อำเภอกระนวน จังหวัดขอนแก่น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้องเรียน ประกอบด้วยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 มีจำนวนนักเรียน 40 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/13 มีจำนวนนักเรียน 36 คน รวมจำนวนนักเรียนทั้งหมด 76 คน

1.3.2 เนื้อหาการทำวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ เรื่อง พีชคณิต ประกอบด้วยแบบรูปและความสัมพันธ์ลำดับและอนุกรมเลขคณิต

1.3.3 ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยในครั้งนี้ การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1.3.4 ระยะเวลาการทำวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

“การคิดเชิงพีชคณิต” หมายถึง การแสดงการวิเคราะห์ข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา โดยสามารถตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ มาเลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหา และการใช้สัญลักษณ์หรือเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาต่าง

“กรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต” หมายถึง ลักษณะความรู้ทางพีชคณิตที่อยู่ในรูปกฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไปที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของตัวแปร หรือจำนวน ซึ่งความรู้ดังกล่าวสามารถนำไปใช้ได้ในทุกกรณี

“แบบรูป” หมายถึง การแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะสำคัญบางอย่างร่วมกันอย่างมีเงื่อนไข โดยจะพบการใช้แบบรูปในเรื่องของจำนวน รูปภาพ รูปเรขาคณิต ซึ่งสามารถอธิบายความสัมพันธ์เหล่านั้น ได้โดยการสังเกต การวิเคราะห์หาเหตุผลสนับสนุน จนได้บทสรุปอันเป็นที่ยอมรับได้

“กรณีทั่วไปของแบบรูป” หมายถึง การแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนในรูปแบบ ของตัวเลข รูปภาพ รูปทรงเรขาคณิต เป็นการขยายขอบเขตของความเป็นกรณีเฉพาะ ซึ่งสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้ในทุกกรณี

“แบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหาคำตอบทั่วไปของแบบรูป” หมายถึง ชุดของคำถาม ปัญหา สถานการณ์ ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นมาใช้ศึกษาลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน ตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown (1997) ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย ที่เน้นการวิเคราะห์ แสดงวิธีการคิด กระบวนการ ในการหาคำตอบทั่วไปของแบบรูป ทั้งหมดจำนวน 4 ข้อ

“แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง” หมายถึง เครื่องมือในการศึกษาสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ของกลุ่มตัวอย่างที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีการกำหนดประเด็นข้อคำถาม สำหรับการสัมภาษณ์เน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1.5.1 เป็นแนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน เรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์ ลำดับและอนุกรม

1.5.3 เป็นแนวทางในการปรับปรุงการสอนของครูผู้สอน ในเนื้อหาพีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบทั่วไป

1.5.2 เป็นข้อมูลสำหรับครูผู้สอนเพื่อจะให้เห็นความบกพร่องทางการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อจะนำไปพัฒนาหรือส่งเสริมให้เด็กได้มีความคิดที่หลากหลายมากยิ่งขึ้น เพื่อที่จะได้นำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือวิชาอื่น ๆ ตลอดจนแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

บทที่ 2

การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา
ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560)
2. การคิดเชิงคณิตศาสตร์
3. การคิดเชิงพีชคณิต
4. แบบรูป
5. การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต
6. แบบทดสอบ
7. การสัมภาษณ์

2.1 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560)

2.1.1 ความสำคัญของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

2.1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น

2.1.2.1 จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ย และมูลค่าของเงินลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและชนิดใดใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2.1.2.2 การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงินและเวลาหน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยาม แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

2.1.2.3 สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติการนำเสนอ และแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

2.1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้

2.1.3.1 การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2.1.3.2 การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูปภาพและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

2.1.3.3 การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

2.1.3.4 การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

2.1.3.5 การคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

ดังนั้น หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นหลักสูตรแกนกลางของประเทศ โดยกำหนดจุดหมาย และมาตรฐานการเรียนรู้ ในการพัฒนาให้ผู้เรียนเป็นคนดี มีปัญญา มีคุณภาพชีวิตที่ดี ซึ่งคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้เกิดการค้นคว้า วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง ประกอบไปด้วย สาระการเรียนรู้ที่เป็นเนื้อหา จำนวน 3 สาระ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

2.2 การคิดเชิงคณิตศาสตร์

2.2.1 ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Greenwood (1993) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป เป็นการหาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ถึงข้อผิดพลาด และการสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบ สำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการรู้แค่ผลลัพธ์หรือคำตอบเท่านั้น และกล่าวได้ว่า ถ้าสนับสนุนแนวคิดนี้ก็จะเกิดประโยชน์ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่นักเรียนก็จะเกิดความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล

Lutfiyya (1998) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการใช้ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างชาญฉลาด เพื่อจะนำไปสู่ความเข้าใจในแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งอาศัยการค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดนั้น ๆ อาจเป็นภาพหรือการสนับสนุนเงื่อนไขเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์และการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น ๆ

Manouchehri (2005) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เป็นามธรรม

เป็นสัญลักษณ์ การนำเสนอตัวแทนความคิด และการดำเนินการทางสัญลักษณ์ซึ่งเครื่องมือทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การนำเสนอตัวแทนความคิด และการให้เหตุผล

Swan and Ridgway (2005) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับองค์ประกอบที่แตกต่างกัน ได้แก่ ความรู้พื้นฐานที่สำคัญ วิธีการแก้ปัญหา การใช้แหล่งข้อมูลที่ได้ผล มีการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ และการลงมือปฏิบัติเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์

NCTM (2000) กล่าวถึงกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ว่ามีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 ส่วนคือ

1. การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์
2. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์
3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์
4. การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์
5. การนำเสนอตัวแสดงแทนเชิงคณิตศาสตร์

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการคิดในเชิงการคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล โดยใช้ความรู้ทักษะและวิธีการที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจ เพื่อหาคำตอบของปัญหา

2.2.2 ความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Jackson, et al. (1994) กล่าวว่า มนุษย์ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันอยู่ตลอดเวลา แต่ไม่ได้สนใจที่จะศึกษาปัญหาเหล่านี้ แต่มีบางส่วนที่ให้ความสนใจกับปัญหาเหล่านี้ รู้สึกสนุก มีความกระตือรือร้น และพยายามศึกษารูปแบบ โดยการให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ ซึ่งเป็นการใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์

Sternberg (1987) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์นั้น เป็นการนิยามข้อมูลให้เห็นชัด ซึ่งจะส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ของแต่ละบุคคลอย่างมีประสิทธิภาพ

Henderson (2002) กล่าวว่า การใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นการประยุกต์วิธีการที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านแนวคิดและกระบวนการ เพื่อที่จะสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

ดังนั้น ความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นการจัดการข้อมูลที่ซับซ้อน ให้กระจ่าง ซึ่งจะส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และส่งผลให้สามารถนำไปแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

2.2.3 การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านได้ให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

O'Daffer (1990) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการสร้างกรณีทั่วไป และการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000) กล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ว่า ในการจัดการศึกษาตั้งแต่ระดับปฐมวัยจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ต้องเน้นระดับปฐมวัยจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ต้องเน้นการพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถ ดังต่อไปนี้

1. เห็นคุณค่าของการให้เหตุผล ว่าเป็นลักษณะพื้นฐานของวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
3. พัฒนาและประเมินการให้เหตุผล และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
4. เลือกและใช้วิธีการและรูปแบบต่าง ๆ ของการให้เหตุผลและการพิสูจน์

Begg (1994) เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ ควรประกอบด้วย ความสามารถด้านต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. การจำแนกและการอธิบาย ประกอบด้วย การจำแนกประเภทของสิ่งต่าง ๆ การอธิบายถึงสิ่งต่าง ๆ อย่างชัดเจน
2. การให้เหตุผลประกอบด้วย การสร้างข้อสรุปที่มีเหตุผล ใช้แบบจำลอง ข้อมูล สมบัติ และความสัมพันธ์
3. การสรุปอ้างอิง ประกอบด้วย การสร้าง และประเมินข้อคาดเดาทางคณิตศาสตร์ การสร้างกรณีทั่วไป การตัดสินใจที่เหมาะสมและเชื่อถือได้
4. การพิสูจน์ ประกอบด้วย การยอมรับธรรมชาติของระบบสัจพจน์ในทางคณิตศาสตร์ การสร้างการพิสูจน์ ทั้งการพิสูจน์ทางอ้อม และการพิสูจน์โดยวิธีอุปนัย

Baroody (1993) มีความเห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกออกได้เป็น 3 ประเภทคือ การให้เหตุผลเชิงประจักษ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัย และการให้เหตุผลแบบอุปนัย

ดังนั้น การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการคิด ที่สื่อความหมายด้วยภาษา ข้อความที่ให้ความหมาย หรือคำจำกัดความไว้อย่างชัดเจน เพื่อทุกคนทราบความหมายที่ถูกต้อง เข้าใจตรงกัน

2.3 การคิดเชิงพีชคณิต

ในระยะเวลาประมาณ 200 ปีมานี้ นักคณิตศาสตร์ได้พยายามเสาะหาหลักเกณฑ์ทั่วไปของพีชคณิต หลังจากนั้นได้สร้างวัตถุทางคณิตศาสตร์ขึ้นใหม่ กำหนดให้มีสมบัติบางอย่างเหมือนจำนวน เช่น เวกเตอร์และเมตริก ทำให้เกิดพีชคณิตใหม่เรียกว่า วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ต่อมาก็สมมติวัตถุทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาลอย ๆ เป็นนามธรรมแทนวัตถุที่กล่าวถึงแต่ละตัวด้วยอักษร แต่กำหนดให้มีสมบัติบางอย่างเหมือนจำนวน สมบัติบางอย่างอาจแตกต่างกัน จึงเกิดพีชคณิตแขนงใหม่เรียกว่า วิชาพีชคณิตนามธรรม ซึ่งแตกแขนงออกไปเป็นทฤษฎีของกลุ่มวง และพีชคณิต ดังนั้นในความหมายปัจจุบัน พีชคณิตเป็นวิชาที่ศึกษาเกี่ยวกับสิ่งที่ประกอบขึ้นด้วยวัตถุทางคณิตศาสตร์บางอย่าง วัตถุเหล่านี้แทนด้วยสัญลักษณ์ทางพีชคณิต เริ่มด้วยการวางสัจพจน์ (ข้อความที่ยอมรับในวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ว่าจริง โดยไม่ต้องพิสูจน์) ให้นิยามของการดำเนินการแล้ว ใช้ตรรกศาสตร์สร้างข้อความที่พิสูจน์ได้ว่าจริง (สารานุกรมไทย)

2.3.1 ความหมายของพีชคณิต

นักวิชาการหลายท่าน ได้ให้ความหมายของพีชคณิตไว้อย่างหลากหลาย ดังนี้

สมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989) กล่าวว่า ลักษณะของพีชคณิตเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับ ตัวแปร สมการ การนำเสนอสถานการณ์ปัญหา และแสดงแบบรูปของจำนวน ผ่านตาราง กราฟ กฎเกณฑ์ต่าง ๆ และสร้างสมการ การค้นพบความสัมพันธ์ ระหว่างการแสดงแทนชนิดต่าง ๆ

Usiskin (1997) กล่าวว่า พีชคณิตคือภาษาของวิชาคณิตศาสตร์ เป็นภาษาแทนกรณีทั่วไปของเลขคณิตที่สำคัญที่เกี่ยวข้องกับ ตัวไม่ทราบค่า (Unkowns), สูตร (Formulas), แบบรูปทั่วไป (Generalized patterns), การแทนค่า (Placeholders) และ ความสัมพันธ์ (Relationships)

Chirstmas and Fey (1999) ได้ให้มุมมองเกี่ยวกับพีชคณิตว่า ควรประกอบด้วยสองส่วนหลัก ๆ คือ ส่วนของความคิดรวบยอดของเนื้อหาทางพีชคณิต ได้แก่ เรื่องตัวแปร ฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ กราฟ สมการและอสมการ และส่วนประกอบของสมบัติทางพีชคณิต ได้แก่ สมบัติของจำนวนจริงและสับเซตของจำนวนจริง ซึ่งทั้งสองส่วนนี้ประกอบกันขึ้นเป็นระบบสัญลักษณ์ที่สามารถนำไปใช้อธิบายและสรุปความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่าง ๆ ได้

Greenes and Findell (1999) มีมุมมองเกี่ยวกับพีชคณิตว่าแนวคิดหลักทางพีชคณิตควรประกอบด้วย การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย การนำเสนอ สมการ ตัวแปร ฟังก์ชัน

Herbert and Brown (1997) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับพีชคณิตว่า เป็นการใช้เครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ได้แก่การวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาและการนำเสนอ

ข้อมูลในรูปของการอธิบาย และการหาคำตอบ เช่นการหาตัวไม่ทราบค่า การทดสอบข้อาคัดเดาหรือ การอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ เป็นต้น

Cai, et al. (2004) กล่าวว่า พีชคณิตถือเป็นวิชาที่มีความสำคัญเปรียบเสมือนกระดูกสันหลังของวิชาคณิตศาสตร์ และได้รับการยอมรับว่าเป็นหนทางไปสู่ความสำเร็จของการศึกษาคณิตศาสตร์ในทุก ๆ สาขา

Kieran (1992) กล่าวว่า พีชคณิตเป็นสาขาหนึ่งทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ที่นำไปสู่รูปแบบกรณีทั่วไปของความสัมพันธ์เชิงจำนวน และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการบนโครงสร้างดังกล่าว

Lott (2000) กล่าวว่า พีชคณิตเป็นลักษณะทั่วไปของการคิดทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับตัวแปรที่ไม่ทราบค่าและสามารถพบได้ในบริบทของการแก้ปัญหา พีชคณิตยังทำหน้าที่เป็นทางผ่านและเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้สำหรับนักเรียน

Vance (1998) กล่าวว่า พีชคณิตบางครั้งถูกกำหนดให้นิยามเป็นกรณีทั่วไปของเลขคณิต หรือ เป็นภาษาที่แทนกรณีทั่วไปของเลขคณิต อย่างไรก็ตาม พีชคณิตนั้นไม่ใช่เป็นเพียงแค่เซตของกฎเกณฑ์ในการดำเนินการของสัญลักษณ์เท่านั้น แต่ยังหมายถึงวิธีการคิดด้วย

(Lew (2004) มีทัศนะว่า พีชคณิตคือวิชาที่เกี่ยวข้องกับนิพจน์ สัญลักษณ์ และการขยายจำนวนที่นอกเหนือไปจากจำนวนนับ เพื่อหาคำตอบของสมการ เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ และเพื่อกำหนดโครงสร้างของระบบการนำเสนอ ซึ่งประกอบด้วยนิพจน์และความสัมพันธ์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความหมายของพีชคณิตได้ว่า พีชคณิตเป็นส่วนหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรที่ไม่ทราบค่า สัญลักษณ์ นิพจน์ พีชคณิตใช้ตัวอักษรแทนจำนวน ที่ยังไม่กำหนดค่าที่แน่นอน เพื่อวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการแก้สมการเพื่อหาคำตอบในการอธิบายของสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ

2.3.2 ความหมายของการคิดเชิงพีชคณิต

นักวิชาการหลายท่าน ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงพีชคณิตไว้ ดังนี้

Kriegler (2003) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิตเป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งในขอบเขตของเนื้อหาพีชคณิตนั้นจำเป็นต้องใช้ทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เช่นการให้เหตุผล การแสดงแทน และการแก้ปัญหา เพื่อทำความเข้าใจในเนื้อหาที่เป็นพีชคณิต

Kieran and Chalouh (1993) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิต เป็นพัฒนาการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ภายใต้กรอบแนวคิดทางพีชคณิต โดยการสร้างคำเพื่ออธิบายความหมายสำหรับสัญลักษณ์ และการดำเนินการของพีชคณิตในรูปแบบของเลขคณิต

Kaput (1993) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิตเป็นเรื่องที่เกี่ยวกับการสร้างและนำเสนอที่ เกี่ยวข้องกับแบบรูป การสร้างกฎเกณฑ์ การทำให้อยู่ในรูปทั่วไป และสิ่งที่สำคัญที่สุดคือการค้นหา และการสร้างข้อาคาดการณ์

Herbert and brown (1997) ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงพีชคณิตว่า การคิดเชิง พีชคณิตเป็นการใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ และเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ที่แตกต่างกัน

Greenes and Findell (1998) กล่าวว่า แนวคิดหลักของการคิดเชิงพีชคณิตนั้นจะ เกี่ยวข้องกับการแสดงแทน การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ความสมดุล การให้ความหมายของตัวแปร แบบ รูปและฟังก์ชัน การให้เหตุผลแบบนิรนัย และการให้เหตุผลแบบอุปนัย

Driscoll (1997) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิตสัมพันธ์กับความสามารถในการคิดที่ เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันและการทำงานของฟังก์ชัน และการคิดคำนวณโครงสร้างของระบบ จาก ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความหมายของการคิดเชิงพีชคณิตได้ว่า การแสดงการวิเคราะห์ข้อมูล ของสถานการณ์ปัญหา โดยสามารถตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ มา เลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหา และการใช้สัญลักษณ์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ

2.3.3 ความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิต

การคิดเชิงพีชคณิตเป็นแขนงหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากจะใช้ตัวเลข ซึ่งเป็นสัญลักษณ์ แทนจำนวนเหมือนในวิชาเลขคณิตแล้ว พีชคณิตยังใช้ตัวอักษรแทนจำนวน ที่ยังไม่ได้กำหนดค่าที่ แน่นนอน มีการบวก ลบ คูณ หาร ยกกำลังตัวอักษรที่เขียนแทนจำนวน เช่นเดียวกับตัวเลข ผลที่ได้รับ เป็นนิพจน์ (สัญลักษณ์ที่แทนหลาย ๆ พจน์บวกหรือลบกัน) ทางพีชคณิต การทำเช่นนี้เป็นการง่ายที่ จะศึกษาสมบัติของจำนวนเพื่อนำไปสู่การวางกฎเกณฑ์ทั่วไปเราอาจแก้ปัญหาเลขคณิตที่ยุ่งยากได้ง่าย โดยใช้วิธีทางพีชคณิต เริ่มด้วยการให้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ยังไม่รู้ค่า ตั้งสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์ กำหนด คำนวณหาผลลัพธ์จากการแก้สมการ แล้วจึงตรวจสอบผลลัพธ์

วิชาพีชคณิตมีประโยชน์มากในการศึกษาวิชาวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์และ วิชาอื่น ๆ ที่ต้องเกี่ยวข้องกับการใช้สูตร เมื่อกำหนดค่าต่าง ๆ ตามที่สูตรต้องการมาให้การคำนวณหา ค่า ที่เหนืออาจต้องใช้การแก้สมการ เมื่อประมาณปี พ.ศ.793 ชาวกรีกผู้หนึ่งแห่งอะเล็กซานเดรียม เป็นคนแรก ที่เริ่มใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ยังไม่รู้ค่า ประมาณปี พ.ศ.1363 ชาวอาหรับผู้หนึ่งได้เขียน หนังสือวิชาว่าด้วยการแก้สมการ ต่อมาชาวยุโรปหลังสงครามครูเสด (หลังปี พ.ศ.1943) นำหนังสือนี้ ไปแปลเพื่อศึกษาเล่าเรียน

วิชานี้ในภาษาไทยใช้คำว่า พีชคณิตกันเป็นที่แพร่หลาย (พบในหลักสูตรสามัญศึกษา พ.ศ. 2454) พีชคณิต คำชื่อนี้ตรงกับชื่อที่ภาษากรีกนักคณิตศาสตร์ชาวอินเดียตั้งไว้เมื่อ 800 ปีก่อน ในปี

พ.ศ.1693 ภาสกรได้เป็นผู้อำนวยการหอดาราศาสตร์เมืองอุซเซนี ได้แต่ตำราดาราศาสตร์ชั้นชุดหนึ่ง แบ่งออกเป็นบท ๆ บทที่หนึ่งกล่าวถึงวิชาเลขคณิต บทที่สองมีชื่อว่า พีชคณิต กล่าวถึงการแก้สมการ บทที่สาม และที่สี่ กล่าวถึงวิชาดาราศาสตร์ และรูปทรงกลมนั้นคือทำให้พีชคณิต จึงมีส่วนสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง จึงมีนักวิชาการได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิต ไว้ดังนี้

Herbert and brown (1997) กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิตว่า พีชคณิตถือเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ประยุกต์ให้เข้ากับวิทยาศาสตร์ ธุรกิจ เศรษฐกิจ การคำนวณ การค้า และจำนวนที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน และพีชคณิตเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ได้แก่ การวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา เช่น การหาตัวไม่ทราบค่า การทดสอบข้อคาดเดา เป็นต้น

Driscoll (1999) กล่าวว่า การคิดเชิงพีชคณิตสามารถนำเสนอความคิดแทนจำนวนในสถานการณ์ปัญหา เป็นการสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปร เราจึงใช้การคิดเชิงพีชคณิตในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธี

Lee (1996) กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิตว่า ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น การคิดเชิงพีชคณิตถือว่าสำคัญสำหรับการเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์

วัลย์พรรณ ปิยพงศ์พันธ์ (2558) กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิตว่า พีชคณิตระดับโรงเรียนจึงมีความสำคัญเป็นอย่างมาก เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น และยังเป็นพื้นฐานของการศึกษาวิชาวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ที่ต้องเกี่ยวข้องกับการใช้สูตร

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า การคิดเชิงพีชคณิตเป็นส่วนสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การคิดเชิงพีชคณิตเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนำมาใช้ในการแก้ปัญหาให้เกิดความชัดเจน ทำให้สามารถพัฒนาผู้เรียนให้มีความคิดที่เป็นระบบ นำไปสู่การพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถแก้ไขปัญหาในชีวิตจริงได้อีกด้วย

2.3.4 การให้เหตุผลเชิงพีชคณิต

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับลักษณะองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตไว้ดังนี้

Yackel (1997) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงพีชคณิต เป็นการให้เหตุผลที่นอกเหนือไปจากการให้เหตุผลเชิงตัวเลข หรือการให้เหตุผลที่เป็นเพียงการยกตัวอย่างในกรณีเฉพาะ แต่เป็นการให้เหตุผลที่มีความเป็นกรณีทั่วไป เกี่ยวกับความสัมพันธ์และวิธีการใช้สัญลักษณ์ในการนำเสนอความคิด

Carpenter and Levi (2000) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงพีชคณิต เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากแนวคิดในเชิงของความสัมพันธ์ และการคิดในเชิงนามธรรม ซึ่งเป็นการแสดงออกมาใน

รูปแบบของนักเรียนเอง หรือ เป็นการใช้สัญลักษณ์ในการอธิบายความสัมพันธ์และความเป็นกรณีทั่วไป

ศูนย์คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์แห่งชาติอเมริกา (Nation Center for Mathematics and Science, 2005) กล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตว่ามีหลายรูปแบบ เช่น จากการหาผลบวกของ $5+7=12$, $3+7=10$, $1+11=12$ เป็นต้น แล้วสามารถตั้งข้อคาดการณ์ที่เป็นกรณีทั่วไปได้ว่า ผลบวกของจำนวนคู่สองจำนวนจะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนคู่ หรือจะกล่าวว่ามีนักเรียนมีการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตเมื่อสามารถใช้เครื่องหมายเท่ากับในความหมายของเครื่องหมายที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณแทนที่จะมองแค่ว่าเป็นเครื่องหมายที่แทนการคำนวณ เป็นต้น

ดังนั้น สรุปได้ว่าการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตเป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักมองปัญหาทางเลขคณิตในเชิงของรูปแบบความสัมพันธ์ และในเชิงกรณีทั่วไป

2.3.5 องค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิต

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับลักษณะองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตไว้ดังนี้

NCTM (2000) กล่าวว่า พีชคณิตนอกเหนือจากการจัดการสัญลักษณ์ก็ยังมีส่วนสำคัญ ดังนี้

1. การทำความเข้าใจรูปแบบ ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
2. การแสดงแทน และการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์เชิงพีชคณิต
3. การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแทน และอธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ
4. การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการคิดเชิงพีชคณิต

Driscoll (2001) ได้กล่าวถึง คุณสมบัติการคิดเชิงพีชคณิตดังนี้

1. การจัดระเบียบข้อมูล (Organizing information) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลในลักษณะที่เป็นประโยชน์สำหรับการเปิดเผยรูปแบบและกฎที่กำหนดรูปแบบ
2. การคาดการณ์แบบรูป (Predicting patterns) เป็นการสังเกตกฎหรือรูปแบบวิธีในการทำงานและพยายามคาดเดาวิธีการทำงาน
3. การจัดกลุ่มข้อมูล (Chunking the information) เป็นการมองหาการทำซ้ำของข้อมูลที่แสดงให้เห็นถึงรูปแบบการทำงาน
4. การอธิบายกฎ (Describing a rule) เป็นความสามารถในการอธิบายขั้นตอนของกระบวนการหรือกฎอย่างชัดเจน

5. การแสดงแทนที่แตกต่าง (Different Representations) สงสัยว่าจะมีข้อมูลอะไรบ้างเกี่ยวกับสถานการณ์หรือปัญหา ที่อาจจะได้รับจากตัวแสดงแทนที่แตกต่างกันแล้วลองหาตัวแสดงแทนที่แตกต่างกัน

6. การอธิบายการเปลี่ยนแปลง (Describing Change) เป็นการอธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงในกระบวนการหรือความสัมพันธ์

7. การแสดงเหตุผลของกฎอย่างสมเหตุสมผล (Justifying a Rule) การแสดงการทำงานของกฎอย่างสมเหตุสมผล ถึงการทำงานของจำนวนต่าง ๆ

Lee (2001) การวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิต ที่เน้นกลยุทธ์พื้นฐานบางอย่างที่อธิบายถึงลักษณะทางคณิตศาสตร์ ว่าวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตจะต้องพิจารณาจาก

1. การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปแบบเช่น กราฟ รูปแบบตัวเลข รูปร่าง เป็นต้น การตรวจสอบความเหมือนและความแตกต่าง

2. ลักษณะทั่วไปหรือการคิดในแง่ทั่วไป

3. การจัดการความรู้ที่ยังไม่ทราบ และการคิดย้อนกลับ

4. การคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์มากกว่าวัตถุทางคณิตศาสตร์

Will Windsor (2009) พิจารณาลักษณะการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนต้องแสดงออกถึง

1. การให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูป (ด้วยกราฟ จำนวน แบบรูป รูปภาพ) เน้นให้เห็นถึงความเหมือนและความแตกต่าง ของระดับที่สมบูรณ์

2. สามารถหากรณีทั่วไปได้และพิจารณาความเป็นธรรมชาติหรือลักษณะเฉพาะได้

3. หาดูไม่ทราบค่า การสืบเปลี่ยนหรือการเปลี่ยนแปลงของการดำเนินการ

4. สามารถคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่เป็นคณิตศาสตร์

Matos (2009) ได้กล่าวว่า ลักษณะที่แสดงว่ามีการคิดเชิงพีชคณิตนักเรียนต้องสามารถ

1. ระบุและอธิบายแบบรูปในสถานการณ์ที่หลากหลายและสร้างกรณีทั่วไปได้

2. สามารถนำเสนอและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันผ่านตาราง กราฟและนิพจน์ทางคณิตศาสตร์

3. ให้ความสำคัญกับการให้เหตุผลในนิพจน์เชิงพีชคณิต และใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางพีชคณิตให้มีวิธีการที่มีประสิทธิภาพ

Herbert and Brown (1997) ได้ให้ลักษณะของการคิดเชิงพีชคณิต ไว้ดังนี้

1. การแยกแยะหรือการแสดงข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา

2. การแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และสมการ

3. การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหสำหรับตัวไม่ทราบค่า การทดสอบ การคาดการณ์ และการระบุหน้าที่ความสัมพันธ์

4. การใช้สัญลักษณ์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่ามีนักวิชาการหลายท่านได้ศึกษาองค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิตไว้อย่างหลากหลาย ซึ่งในแนวคิดของนักวิชาการแต่ละท่านทำให้เราสามารถเห็นถึงองค์ประกอบที่สำคัญ ซึ่งทำให้ผู้วิจัยนั้นสนใจที่จะเลือกศึกษาลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของ Herbert and Brown

2.4 แบบรูป

แบบรูปเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะสำคัญบางอย่างร่วมกันอย่างมีเงื่อนไข ซึ่งสามารถอธิบายความสัมพันธ์เหล่านั้นได้โดยใช้การสังเกต การวิเคราะห์ หาเหตุผลสนับสนุนจนได้บทสรุปอันเป็นที่ยอมรับได้ โดยทั่วไปในคณิตศาสตร์จะพบเห็นการใช้แบบรูปในเรื่องของจำนวน รูปภาพ รูป เรขาคณิตจากแบบรูปของจำนวนเราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์โดยใช้ตัวแปร และสมบัติของการเท่ากันสร้างสมการเพื่อใช้แก้ปัญหาได้

2.4.1 ความหมายของแบบรูป

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบรูปไว้ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554) ได้กล่าวว่า แบบรูป คือ การแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ รูปเรขาคณิต รูปอื่น ๆ หรือจำนวน ด้วยการนำสิ่งเหล่านี้มาเรียงลำดับกันตามกฎเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อทราบกฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ที่กำหนดในแต่ละแบบรูป ก็จะสามารถบอก หรือคาดการณ์ได้ว่า สิ่งต่าง ๆ รูปเรขาคณิต หรือจำนวนในลำดับถัดไปว่าเป็นอะไร

Kennedy and Tipps (1994) ได้ให้ความหมายแบบรูปว่า เด็กจะเกิดการเรียนรู้แบบรูปในธรรมชาติ และจากสิ่งแวดล้อมรอบตัว ซึ่งเด็กจะเกิดการเชื่อมโยง การมองเห็นความสัมพันธ์สรุปอ้างอิง และพยากรณ์ได้ ดังนั้นการสอนแบบรูปในวิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นการเพิ่มความสามารถทางการคิด โดยเฉพาะอย่างยิ่งการคิดแก้ปัญหา

Charlesworth (2000) กล่าวว่า แบบรูปนั้นเป็นการทำซ้ำ ๆ เช่นการได้สัมผัส การได้ยินบ่อย ๆ การเห็นบ่อย ๆ การเคลื่อนไหวบ่อย ๆ สม่่าเสมออย่างเป็นระบบ เป็นลำดับที่ละลำดับอย่างมีแบบแผน

Golos (1981) กล่าวว่า แบบรูปเป็นการเรียนรู้เกี่ยวกับการแยกแยะ และการจัดเรียง วัตถุที่เกิดขึ้นในธรรมชาติหรือการสร้างขึ้นตามความสนใจของผู้เรียน ซึ่งแบบรูปจะช่วยฝึกนักเรียนในเรื่องของการสังเกต การคาดเดาและการอธิบาย

สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (1998) กล่าวว่า แบบรูปเป็นการเรียนรู้เกี่ยวกับการแยกแยะและจัดเรียงวัตถุที่เกิดขึ้นอยู่ในธรรมชาติหรือที่สร้างขึ้นตามความสนใจของเด็ก โดยจะช่วยฝึกเด็กในเรื่องของการสังเกต การคาดเดา และการอธิบาย

Orton and Orton (1999) กล่าวว่า แบบรูป เป็นการศึกษาแยกแยะความแตกต่างระหว่างรูปแบบต่าง ๆ รูปแบบจำนวน รูปแบบภาพ รูปแบบเรขาคณิต รูปแบบในขั้นตอนการคำนวณ รูปแบบการทำซ้ำ และอื่น ๆ ซึ่งเป็นการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับรูปแบบการทำซ้ำ และรูปแบบเชิงเส้น

Threlfall (1999) ได้กล่าวว่า แบบรูปเป็นการมุ่งเน้นไปที่รูปแบบการทำซ้ำในรูปแบบหนึ่งมิติในช่วงเด็กประถมวัย รูปแบบการทำซ้ำเป็นรูปแบบที่มีวงจรการทำซ้ำ ๆ เป็นองค์ประกอบเรียกว่า หน่วยของการทำซ้ำ

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า แบบรูปเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะสำคัญบางอย่างร่วมกันอย่างมีเงื่อนไข โดยจะพบการใช้แบบรูปในเรื่องของจำนวน รูปภาพ รูปเรขาคณิต ซึ่งสามารถอธิบายความสัมพันธ์เหล่านั้น ได้โดยการสังเกต การวิเคราะห์หาเหตุผลสนับสนุน จนได้บทสรุปอันเป็นที่ยอมรับได้

2.4.2 ประเภทของแบบรูป

มีนักการศึกษาได้ให้ลักษณะของแบบรูปไว้ดังนี้

ภีมวัจน ธรรมใจ และรัชดา ยাত্রา (ม.ป.ป.) กล่าวถึง ประเภทของแบบรูปและความสัมพันธ์ สามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. แบบรูปของจำนวน (Number Pattern) คือ ตัวเลขที่วางเรียงกัน โดยมีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของจำนวนเป็นเกณฑ์ เช่น

1, 3, 5, 7, 9 (เพิ่มขึ้นทีละ2)

64, 54, 44, 34 (ลดลงทีละ10)

2. แบบรูปเรขาคณิต (Geometric Pattern) คือ รูปเรขาคณิตที่วางเรียงกันโดยมีลักษณะต่าง ๆ เป็นเกณฑ์ดังนี้

2.1 แบบรูปที่มีความสัมพันธ์ในลักษณะของรูปร่าง คือ รูปเรขาคณิตที่วางเรียงกัน โดยใช้รูปร่างเป็นเกณฑ์ เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปวงกลม รูปสามเหลี่ยม รูปวงกลม รูปสามเหลี่ยม รูปวงกลม เป็นต้น

2.2 แบบรูปที่มีความสัมพันธ์ในลักษณะของขนาด คือ รูปเรขาคณิตที่วางเรียงกัน โดยใช้ขนาดเป็นเกณฑ์ เช่น ขนาดใหญ่ ขนาดเล็ก ขนาดใหญ่ ขนาดเล็ก ขนาดใหญ่ ขนาดเล็ก

2.3 แบบรูปที่มีความสัมพันธ์ในลักษณะของสี คือ รูปเรขาคณิตที่วางเรียงกัน โดยใช้สีเป็นเกณฑ์ เช่น สีเขียว สีชมพู สีเขียว สีชมพู สีเขียว เป็นต้น

3. แบบรูปอื่น ๆ (Picture Pattern) คือ รูปภาพของสิ่งต่าง ๆ ที่วางเรียงกันโดยมีการเรียงลำดับซ้ำ ๆ กันเป็นเกณฑ์ดังนี้

สมเกียรติ เพ็ญทอง (2549) ได้แบ่งแบบรูปออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. แบบรูปของจำนวน
2. แบบรูปของรูปเรขาคณิต
3. แบบรูปในลักษณะอื่น ๆ เช่น สี จุด รูปภาพ เป็นต้น

Bishop (2000) ได้แบ่งแบบรูปออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบรูปของจำนวน เป็นรูปแบบของจำนวน ที่มีลักษณะเรียงต่อกัน
2. แบบรูปของจำนวนที่เป็นรูปเรขาคณิต เป็นความสัมพันธ์ของจำนวนที่มีรูปแบบเป็นรูปเรขาคณิต โดยที่แต่ละรูปนั้น จะมีความสัมพันธ์กับลำดับก่อนหน้า

Warren and Cooper (2008) ได้แบ่งแบบรูปออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. แบบรูปซ้ำ (Repeat Pattern) เป็นแบบรูปที่มีความสัมพันธ์แบบซ้ำ ๆ ซึ่งสามารถหากรณีทั่วไปของแบบรูปได้จากความสัมพันธ์สั้น ๆ
2. แบบรูปเพิ่ม เป็นความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์ ซึ่งขึ้นอยู่กับพจน์ก่อนหน้าในแบบรูป
3. แบบรูปของจำนวน เป็นแบบรูปที่สร้างขึ้นจากตัวเลข แบบรูปของจำนวนนั้นจะเป็นแบบรูปที่ลักษณะเป็นแบบรูปซ้ำ หรือแบบรูปเพิ่ม ก็ได้

ดังนั้น แบบรูปนั้น มีลักษณะเป็นชุดของตัวเลข หรือรูปภาพที่มีความสัมพันธ์กันอย่างไรอย่างหนึ่งในลักษณะของจำนวน รูปร่าง สี หรือขนาด ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ได้นำประเภทของแบบรูปมาใช้ในการสร้างแบบทดสอบ เพื่อให้แบบทดสอบนั้นครอบคลุมในเนื้อหาทั้งหมดของเรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์

2.5 การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต

มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาได้ให้ความหมายของการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปดังนี้

Dörfler (1991) ได้กล่าวว่ากรณีทั่วไปเป็นทั้ง "วัตถุและวิถีคิดและการสื่อสาร" และตระหนักถึงความสำคัญของการหาข้อสรุปในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

Mason (1996) ได้กล่าวเกี่ยวกับกรณีทั่วไปว่า การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปมีบทบาทสำคัญต่อการส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ การหากรณีทั่วไปเป็นหัวใจและจิตวิญญาณของคณิตศาสตร์

Kaput (1999) ได้กล่าวเกี่ยวกับกรณีทั่วไปว่า การสร้างความเป็นกรณีทั่วไป (Generalization) ทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการขยายขอบเขตของความเป็นกรณีเฉพาะ และการค้นหาลักษณะร่วมของทุกกรณี เพื่อสร้างข้อตกลงร่วมกัน เป็นกรณีทั่ว ๆ ไปอย่างมีความหมาย เช่นแบบรูปและโครงสร้าง และการระบุและแสดงให้เห็นความสัมพันธ์เหล่านี้ และยังลักษณะของการเข้าร่วมกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งใน 3 กิจกรรมดังนี้

1. ระบุลักษณะของกรณีทั่วไปทุกกรณี
2. การขยายเหตุผลว่ากว่าของขอบเขตที่เป็นจุดเริ่มต้น
3. ได้รับผลลัพธ์ที่ขยายจากกรณีเฉพาะ

Carpenter and Frank (2001) กล่าวว่า การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเป็นกฎทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์หรือสมบัติของความรู้ทางคณิตศาสตร์

Zazkis and Liljea (2002) กล่าวว่า การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเป็นวิธีการคิดและการสื่อสาร และได้อธิบายต่อว่า การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปถูกสร้างผ่านสิ่งที่เป็นนามธรรมของสิ่งที่จำเป็น คุณสมบัติของสิ่งที่เป็นนามธรรมนั้นเป็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ มากกว่าเป็นความสัมพันธ์เฉพาะของตัวมันเอง

Tall (2002) กล่าวว่า การคิดทางคณิตศาสตร์สามารถสนับสนุนการสรุปในทางคณิตศาสตร์กรณีทั่วไปในทางคณิตศาสตร์เป็นการแสดงกระบวนการซึ่งมีบริบทที่กว้างขึ้นและเพื่อช่วยแก้ปัญหาในกระบวนการเหล่านั้น

สมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement [IEA]. 2003) ได้ให้ความหมายของการสร้างกรณีทั่วไป คือ ความสามารถในการขยายผลของความคิดทางคณิตศาสตร์ และผลการแก้ปัญหาเดิม ไปสู่การได้ผลลัพธ์ใหม่ที่มีความเป็นกรณีทั่วไป และใช้ได้กว้างขวางขึ้น

พจนานุกรมคณิตศาสตร์ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2545) ได้ให้ความหมายของกรณีทั่วไปว่าเป็นลักษณะความรู้ที่อยู่ในรูปกฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป ซึ่งความรู้ดังกล่าวสามารถนำไปใช้ได้ในทุกกรณี

ดังนั้น สรุปได้ว่ากรณีทั่วไป คือ การแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรหรือจำนวน เป็นการขยายขอบเขตของความเป็นกรณีเฉพาะ ระบุและแสดงให้เห็นความสัมพันธ์เหล่านี้ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ในทุกกรณี

2.6 แบบทดสอบ

2.6.1 ความหมายของแบบทดสอบ

นักวิชาการได้ให้ความหมายของแบบทดสอบไว้ดังนี้

เขียน ไชยศร (2526) กล่าวว่า การทดสอบทั่ว ๆ ไป จะใช้แบบทดสอบ หรือข้อสอบเป็นเครื่องมือสำคัญแบบทดสอบ คือ ชุดของคำถาม ปัญหาสถานการณ์ กลุ่มของงานหรือกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งที่ใช้เป็นสื่อ กระตุ้นยั่วหรือชักนำให้ผู้ถูกทดสอบแสดงพฤติกรรมหรือ ปฏิกริยาตอบสนอง ตามแนวทางที่ต้องการแบบทดสอบเป็นเครื่องมือวัดสมรรถภาพ ทางสมองได้ดีที่สุด

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ (2542) ให้ความหมายแบบทดสอบว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่ สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลคนเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

อุทุมพร(ทองอุไทย) จามรมาน (2545) กล่าวว่าแบบทดสอบคือ เครื่องมือตรวจสอบทางการศึกษาที่กระตุ้น สมองให้แสดงพฤติกรรมออกมาในเชิงความสามารถของบุคคลนั้นๆ ประกอบด้วยข้อสอบจำนวนหนึ่ง ซึ่ง ข้อสอบได้แก่ ข้อความหรือข้อคำถามที่เกี่ยวข้องกับจุดมุ่งหมายในการทดสอบ และเนื้อหาสาระที่ทดสอบเฉพาะอย่างและเกี่ยวข้องกับบุคคลที่ถูกทดสอบ ในการวัดความรู้จะใช้แบบทดสอบ

ไพศาล วรคำ (2555) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่าหมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าแบบทดสอบ คือ ชุดของคำถาม ปัญหา สถานการณ์โดยมีคำตอบที่แน่นอน โดยจะใช้คะแนนจากการสอบในการวัดความสามารถของผู้ทดสอบ และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

2.6.2 ประเภทของแบบทดสอบ

แบบทดสอบที่ใช้ทางการศึกษามีแตกต่างกันหลายประเภท แล้วแต่หลักเกณฑ์ที่ใช้ในการจำแนกต่างกันดังนี้

ภัทรา นิคมานนท์ (2533) ได้จำแนกตามกระบวนการในการสร้าง จำแนกได้ 2 ประเภทคือ

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher Made Test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเฉพาะคราวเพื่อใช้ทดสอบผลสัมฤทธิ์และความสามารถทางวิชาการของเด็ก มีใช้กันทั่ว ๆ ไปในโรงเรียน แบบทดสอบประเภทนี้ สอบเสร็จก็ทิ้งไปจะสอบใหม่ก็สร้างขึ้นใหม่หรือเอาของเก่ามา

เปลี่ยนแปลง ปรับปรุง ไม่มีการวิเคราะห์ว่าข้อสอบนั้นดี-เลวประการใด ดังนั้นแบบทดสอบประเภทนี้ จึงยังไม่อาจรับรองคุณภาพได้

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นด้วย กระบวนการ หรือวิธีการที่ซับซ้อนมากกว่าแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเองเมื่อสร้างขึ้น แล้วมีการนำไป ทดลองสอบ วิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ หลายครั้งเพื่อปรับปรุงให้มีคุณภาพดีมีความเป็นมาตรฐาน สามารถไปใช้วัดได้กว้างขวางกว่าแบบทดสอบที่ครูเป็นผู้สร้าง

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542) แบ่งได้แตกต่างกันตามเกณฑ์ที่ใช้ดังนี้

1. แบ่งตามลักษณะทางจิตวิทยาที่ใช้วัด แบ่งเป็น 3 ประเภทได้แก่

1.1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัด ความรู้ความเข้าใจตาม พุทธิพิสัย (Cognitive domain) ซึ่งเกิดขึ้นจากการเรียนรู้ แบบทดสอบ ประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1.1 แบบทดสอบที่ครูสร้างเอง (Teacher –Made Test) เป็นแบบทดสอบ ที่สร้างกัน โดยทั่วไป เมื่อต้องการใช้ก็สร้างขึ้น ใช้แล้วก็เลิกกัน ถ้านำไปใช้อีกก็ต้องตัดแปลง ปรับปรุง แก้ไข เพราะเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นใช้เฉพาะครั้ง อาจยังไม่มีมีการวิเคราะห์ หาคุณภาพ

1.1.2 แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) เป็นแบบทดสอบที่ได้มี การพัฒนาด้วยการ วิเคราะห์ทางสถิติมาแล้วหลายครั้งหลายหน จนมีคุณภาพสมบูรณ์ทั้งด้านความ ตรง ความเที่ยง ความยากง่าย อำนาจจำแนก ความเป็นปรนัยและมีเกณฑ์ปกติ(norm) ไว้ เปรียบเทียบด้วย รวมความแล้วต้องมีมาตรฐานทั้งด้านการดำเนินการสอบและแปลผล คะแนนที่ได้

1.2 แบบทดสอบความถนัด (Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัด สมรรถภาพทางสมองของคนว่ามีความรู้ ความสามารถมากน้อยเพียงใด และมีความสามารถทางด้าน ใดเป็นพิเศษ แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.2.1 แบบทดสอบความถนัดทางการเรียน (Scholastic Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบความ ถนัดที่วัดความสามารถทางวิชาการว่ามีความถนัดในวิชาอะไร ซึ่งจะแสดงถึง ความสามารถในการเรียนต่อแขนงวิชานั้น และจะสามารถเรียนไปได้มากน้อยเพียงใด

1.2.2 แบบ ทดสอบความถนัด พิเศษ (Specific Aptitude Test) เป็น แบบทดสอบที่ใช้วัด ความสามารถพิเศษของบุคคล เช่น ความถนัดทางดนตรี ทางการแพทย์ ทางศิลปะ เป็นต้น ใช้ สำหรับการแนะแนวการเลือกอาชีพ เช่น แบบทดสอบวัดความถนัดทางศิลป์ แบบทดสอบนั้น สามารถแบ่งได้หลายประเภท แล้วแต่ว่าจะยึดอะไรเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ซึ่งจะขอยกตัวอย่างการแบ่ง ประเภท พร้อมทั้งอธิบาย ดังนี้

1.2.2.1 แบ่งตามสิ่งที่วัด แบ่งออกได้ 3 ประเภท คือ

1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement) หมายถึง ข้อสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่ นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้วว่า มีอยู่เท่าใด แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1) แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น (Teacher Made Test) เป็นข้อสอบมุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอนเท่านั้น ไม่นำไปใช้กับกลุ่มอื่น

1.2) แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) เป็นข้อสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียน ได้มีการพัฒนาด้วยการวิเคราะห์ทางสถิติมาแล้วหลายครั้งจนมีคุณภาพสมบูรณ์อีกทั้งยังมีเกณฑ์ปกติ (norm) ไว้สำหรับเปรียบเทียบคุณภาพต่าง ๆ ของนักเรียนต่างกลุ่มกันได้อีกด้วย

2) แบบทดสอบวัดความถนัด (Aptitude) เป็นข้อสอบที่มุ่งวัดสมรรถภาพสมองของผู้เรียนว่า จะเรียนได้ไกลหรือประสบผลสำเร็จเพียงใด เพื่อใช้ในการทำนายหรือพยากรณ์อนาคตของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

2.1) แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน (Scholastic Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่ มุ่งวัดความสามารถทางวิชาการต่าง ๆ เช่น ภาษาคณิตศาสตร์

2.2) แบบทดสอบวัดความถนัดเฉพาะอย่าง (Specific Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่มุ่ง วัดความถนัดเฉพาะอย่างที่เกี่ยวข้องกับอาชีพต่าง ๆ เช่น ความสามารถทางศิลปะเครื่องดนตรี

3) แบบทดสอบวัดบุคลิกภาพ (Personality) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดบุคลิกภาพ และการปรับตัวให้ เข้ากับสังคม เช่น แบบทดสอบวัดเจตคติความสนใจ

2. แบ่งตามลักษณะการเขียนตอบ แบ่งเป็น 2 ประเภทคือ (วิเชียร เกตุสิงห์ 2515)

2.1 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective) หรือแบบทดสอบความเรียง หรือแบบทดสอบเรียงความ (Essay) หมายถึงแบบทดสอบที่กำหนดปัญหาแล้วให้ผู้ตอบเขียนตอบยาว ๆ

2.2 แบบทดสอบปรนัย (Objective) แบ่งออกเป็นส่วนย่อย ๆ ได้ 4 แบบ คือ

2.2.1 แบบถูก - ผิด (True- False)

2.2.2 แบบเติมคำ (Completion)

2.2.3 แบบจับคู่ (Matching)

2.2.4 แบบเลือกตอบ (Multiple Choice)

3. แบ่งตามวิธีการตอบ แบ่งได้ 3 ประเภท คือ

3.1 แบบให้ลงมือกระทำ (Performance Test) หมายถึงข้อสอบภาคปฏิบัติทั้งหลายเช่น พลศึกษาการ ฝีมือการปรุงอาหาร เป็นต้น

3.2 แบบให้เขียนตอบ (Paper-Pencil Test) หมายถึง ข้อสอบที่ต้องใช้การเขียนตอบทั้งหมด

3.3 แบบสอบปากเปล่า (Oral Test) หมายถึง การถามตอบแบบปากเปล่าโดยการโต้ตอบกัน ทาง คำ พูด การสอบแบบนี้จะสอบทีละคน (Individual Test) เช่น การสอบสัมภาษณ์

4. แบ่งตามเวลาที่กำหนดให้ตอบ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

4.1 แบบใช้ความเร็ว (Speed Test) ข้อสอบประเภทนี้จะมีจำนวนข้อมาก ๆ และง่ายแต่จะจำกัดเวลา เช่น ข้อสอบวิชาเลขคณิตคิดในใจข้อสอบวัดทักษะทางตา

4.2 แบบให้เวลามาก ๆ (Power Test) ข้อสอบประเภทนี้มักจะเป็นข้อสอบอัตนัย เพื่อทดสอบความรู้ ที่มีอยู่ว่า มีมากน้อยเพียงใด โดยให้เวลานาน ๆ หรือบางครั้งก็ให้นำกลับไปทำที่บ้าน เช่น รายงาน ภาคนิพนธ์ วิทยานิพนธ์

5. แบ่งตามจุดมุ่งหมายในการใช้ประโยชน์อาจแบ่งออกได้ดังนี้ (วิเชียร เกตุสิงห์, 2515)

5.1 แบบทดสอบเพื่อวินิจฉัย (Diagnostic Test) หมายถึงแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาข้อบกพร่อง หรือจุดอ่อนในการเรียนแต่ละวิชาเป็นเรื่อง ๆ ไป

5.2 แบบทดสอบเพื่อทำนาย (Prognostic Test) เป็นแบบทดสอบที่มีคุณภาพในด้านความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity) สูงเพื่อใช้ทำนายว่า จะเรียนสำเร็จหรือไม่ในอนาคต ซึ่งส่วนมากจะเป็น แบบทดสอบวัดความถนัดในการเรียน

6. แบ่งตามความถี่ในการสอบ แบ่งออกได้ 2 ประเภท คือ (บุญเชิด ภิญญอนันตพงษ์, 2526)

6.1 แบบทดสอบย่อย (Formative Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดหลังจบหน่วยการเรียนแต่ละหน่วย แล้วนำผลที่ได้มาปรับปรุงการเรียนการสอน

6.2 แบบทดสอบรวม (Summative Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดหลังจากที่ศึกษาจบรายวิชานั้น ทั้งหมดแล้ว เพื่อจะประเมินผลว่า นักเรียนสอบได้หรือ ตก ผ่านหรือไม่ผ่าน

ดังนั้น จากที่นักวิชาการหลาย ๆ ท่าน ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบ จะเห็นว่าแบบทดสอบนั้นมีหลายประเภท ซึ่งการจะเลือกแบบทดสอบให้สอดคล้องกับการวิจัยนั้น การเลือกแบบทดสอบต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการประเมิน ผู้วิจัยจึงเลือกแบบทดสอบอัตนัย หรือแบบทดสอบความเรียง ซึ่งเหมาะสมกับการทำวิจัยในครั้งนี้ ซึ่งผู้วิจัยต้องการที่จะให้ผู้ทดสอบแสดงวิธีทำ หรือแสดงแนวคิด ซึ่งช่วยให้รู้กระบวนการคิดของผู้ทดสอบได้ดี

2.6.3 ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย

ได้มีนักวิชาการให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้ดังนี้

พิชิต ฤทธิจรุญ (2551) กล่าวว่า แบบทดสอบอัตนัยมีลักษณะเป็นแบบความเรียง วิธีการตอบต้องเขียนบรรยายหรือเขียน ความเรียงตามความรู้ ความสามารถ ประสบการณ์ และข้อเท็จจริง ไม่มีการกำหนดขอบเขตของ คำตอบที่แน่นอน ลักษณะของคำถามมักจะมีคำว่า จงอธิบาย จงบรรยาย จงแสดงความคิดเห็น จง เปรียบเทียบ เป็นต้น แบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบหาคำตอบโดยการเขียนบรรยาย หรือแสดงความคิดเห็น วิพากษ์วิจารณ์เรื่องราว พฤติกรรมต่าง ๆ จากความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับมา ลักษณะของแบบทดสอบนี้อาจจะเป็นโจทย์ หรือคำถามที่กำหนดเป็นสถานการณ์ หรือ ปัญหาอย่างกว้าง ๆ หรือเฉพาะเจาะจง

กรองไธ อุณหสูต (2552) ได้ให้ความหมายของข้อสอบอัตนัยว่า ข้อสอบอัตนัยมีเฉพาะคำถามที่เดี๋ยวก่อให้ผู้สอบได้สามารถแสดงออก โดยใช้ภาษาของตนเองเขียนตอบตาม สามารถแสดงออก โดยใช้ภาษาของตนเองเขียนตอบตามเสรีภาพ ตามความรู้ และความคิดเห็นของแต่ละคน

สุทธิวรรณ พิศศักดิ์โสภณ กล่าวว่า ข้อสอบอัตนัย มีลักษณะเป็นคำถามหรือโจทย์ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบเขียนตอบ โดยใช้ภาษาและความสามารถของตนเองในการที่จะรำลึกถึงความรู้ที่มีอยู่ แล้วเรียบเรียงหรือจัด ระเบียบความรู้ที่ออกมาเป็นภาษาเขียน

วิรัช วรรณรัตน์ (2558) กล่าวว่า ลักษณะข้อคำถามมุ่งเน้นการเขียน เสนอความคิด วิพากษ์ อภิปราย วิเคราะห์ปัญหำเสนอหลักการ วิธีการ และการให้เหตุผล โดย การบรรยาย ให้รายละเอียดและสรุปประเด็นที่สำคัญ

ดังนั้น ข้อสอบอัตนัยคือ ข้อสอบที่ใช้การเขียนตอบ ตามวิธีการคิดของผู้สอบ ซึ่งมีลักษณะเป็นคำถามที่ผู้ออกข้อสอบ ต้องการสะท้อนการคิดของผู้สอบ การคิดวิเคราะห์ การนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา การให้เหตุผล ผ่านการเขียนบรรยาย

2.6.4 ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย

ได้มีนักวิชาการจำแนกประเภทของแบบทดสอบอัตนัยไว้ดังนี้

นวลทิพย์ เพิ่มเกษร และ คำยวง ศรีธวัช (2538) ได้แบ่งลักษณะของข้อสอบอัตนัยเป็น 3 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้

1. ข้อสอบที่มุ่งให้อธิบาย
2. ข้อสอบที่มุ่งให้แสดงความคิดเห็น
3. ข้อสอบที่มุ่งให้อภิปราย

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2535) ประเภทของแบบทดสอบแบบอัตนัย แบบทดสอบแบบอัตนัย ถ้าแบ่งตามลักษณะของความอิสระในการตอบ จะแบ่งอย่างกว้างๆ ได้เป็น 2 ประเภท

1. แบบจำกัดคำตอบ (Restricted-response Questions) เป็นคำถามที่จำกัดให้ตอบทั้ง เนื้อหา (Content) และรูปแบบ (Form) ของการคำตอบ โดยจำกัดขอบเขตของเนื้อหาและประเด็นให้ตอบ เช่น

1.1 ตรงเปรียบเทียบความแตกต่างที่สำคัญระหว่างข้อสอบอัตนัยและปรนัย

1.2 จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความเป็นพลเมืองดีมา 5 ข้อ

2. แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended Response Questions) เป็นแบบคำถามที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความสามารถในความคิดได้อย่างกว้างขวางไม่มีข้อจำกัดผู้ตอบมีอิสระในการที่จะเลือกใช้ ความรู้หรือข้อเท็จจริงใดๆ มาตอบก็ได้ผู้ตอบเป็นผู้ตัดสินใจในการเลือกประเด็นเอง เน้นเสรีภาพของการ แสดงออกช่วยผู้ตอบเกิดความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์เช่น

2.1 จงแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการสอนวิชาวิทยาศาสตร์

2.2 ท่านคิดว่าประชาชนได้รับประโยชน์อย่างไรบ้างจากการกักเงินจากต่างชาติมาใช้ในการแก้ไขปัญหาเศรษฐกิจ

2.6.5 การให้คะแนนแบบทดสอบโดยใช้เกณฑ์แบบรูบรีค

รูบรีค คือเครื่องมือการให้คะแนน (Scoring Tool) ซึ่งเกิดจากการรวมกันระหว่างเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring criteria) กับมาตราประมาณค่าหรือระดับคะแนน (Scoring scale) เพื่อระบุความแตกต่างของผลงานหรือประสิทธิภาพของงาน สำหรับแนวทางในการที่จะนำไปใช้ในการประเมินผลงานของนักเรียนต่อไป ซึ่งการประเมินผลของนักเรียนจะมีอยู่ 2 ลักษณะ คือผลงานที่ได้จากกระบวนการของนักเรียน และกระบวนการที่นักเรียนใช้เพื่อให้เกิดผลงาน จะประเมินในลักษณะใดขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายในการเรียนรู้ อาจจะประเมินลักษณะใดลักษณะหนึ่งหรือประเมินทั้งสองลักษณะก็ได้

เพื่อให้การตัดสินใจสอดคล้องกับผู้เรียนแต่ละคน ผู้ประเมินจะต้องใช้เกณฑ์ในการประเมินคุณภาพชิ้นงานของผู้เรียน เกณฑ์อาจจะอยู่เชิงคุณภาพหรือปริมาณ อาจจะมีลักษณะเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) หรือแบบตรวจสอบ (Checklist) โดยปกติจะใช้ Rubric ในการประเมินจะต้องประเมินจุดประสงค์การเรียนรู้เดี่ยว หรือส่วนใดส่วนหนึ่งของงานปฏิบัติ แต่การปฏิบัติงานที่ซับซ้อน ผู้ประเมินจะต้องประเมินจุดประสงค์การเรียนรู้ที่หลากหลายและประเมินหลายๆ ส่วนของ การปฏิบัติ การให้คะแนนจะอยู่ในรูปของตัวเลข โดยปกติจะเป็น 0-3 หรือ 1-4 ในแต่ละระดับของคะแนนจะขึ้นอยู่กับระดับของคุณภาพของงาน ดังนั้นตัวเลข 4 อาจจะมีหมายถึงระดับคุณภาพสูงสุด ตัวเลข 3 เป็นระดับคุณภาพรองลงมา คุณภาพของงานในแต่ละระดับจะต้องใช้การอธิบาย (Rubric) ดังนั้นในแต่ละระดับคะแนนจะต้องอธิบายเป็นภาษาที่แสดงให้เห็นถึงคุณภาพของการปฏิบัติงานในแต่ละระดับนั้น

2.6.5.1 ประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

1) การกำหนดเกณฑ์โดยภาพรวม เป็นการให้ระดับคะแนนเดียวสำหรับงานนั้น เช่น การประเมินการเขียน จะพิจารณาคุณภาพของผลงาน แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่บรรยายคุณภาพการเขียนทั้งฉบับเป็นระดับคุณภาพซึ่งกำหนดไว้ 3-5 ระดับ

2) การกำหนดเกณฑ์โดยแยกส่วน เป็นการแบ่งคะแนนเป็นด้าน ๆ ตามความสามารถที่จะต้องปฏิบัติงาน หรือนำผลผลิตนั้นแจกแจงประเด็นออกเป็นด้าน ๆ และวิเคราะห์ว่าแต่ละด้านมีคุณภาพอย่างไร

2.6.5.2 การกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนจะต้องประกอบด้วย 3 องค์ประกอบคือ

1) ประเด็นที่จะประเมิน (Criteria) คือสิ่งที่สะท้อนผลการเรียนรู้หลักๆ หรือมาตรฐานการเรียนรู้ที่เป็นเป้าหมายของแต่ละหน่วย/ภาระงาน

2) ระดับความสามารถ (Performance Levels) ส่วนใหญ่จะกำหนดเป็นเลขที่มากกว่าเลขคู่ ทั้งนี้เพื่อป้องกันการให้คะแนนที่ตกอยู่ตรงกลาง ทำให้จำแนกความสามารถได้ยาก และแต่ละระดับอาจกำหนดเป็นตัวเลขหรือคำแสดงคุณภาพต่าง ๆ ดีมาก ดี พอใช้ ยังต้องปรับปรุง เป็นต้น

3) คำอธิบายคุณภาพของแต่ละระดับความสามารถ (Quality Descriptors) ว่าคุณภาพความสามารถแต่ละระดับที่คาดหวังนั้นเป็นอย่างไร คำอธิบายเหล่านี้จะต้องมีความชัดเจนในการใช้ภาษาที่กะทัดรัด เข้าใจง่าย และเห็นความแตกต่างระหว่างระดับความชัดเจน

ดังนั้น ในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนเพื่อประเมินผลการทดสอบ ต้องคำนึงถึงแบบทดสอบต้องมีความสำคัญ มีความสอดคล้องระหว่างคะแนนกับจุดมุ่งหมายของการประเมิน ซึ่งการให้คะแนนแบบรูบริค เป็นการพิจารณาขั้นตอนการทำงาน วิธีการทำงาน โดยกำหนดระดับคะแนน และรายละเอียดของผลงาน ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยที่ต้องการวิเคราะห์ การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

2.7 การสัมภาษณ์

2.7.1 ความหมายของการสัมภาษณ์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

วัฒนา พัทธรวาณิช (2540) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริง และทำให้ทราบความต้องการของเด็กเป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคย กันมากขึ้นทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา ปฏิบัติ กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริงโดยไม่มี การปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

นิภา เมธาวีชัย (2543) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัด ความคิดเห็นของบุคคลโดยการสนทนา ชักถามโต้ตอบระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัวการสัมภาษณ์ดีกว่า การสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่ สัมภาษณ์ได้ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษา อารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการ สัมภาษณ์อย่าง ตรงไปตรงมา

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2547) ได้นิยามเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนได้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้ นักเรียน ทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด

ดังนั้น ความหมายของการสัมภาษณ์คือ การสื่อสารระหว่างบุคคลตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป เป็นการคุยอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อให้ได้ข้อมูลจากผู้ถูกสัมภาษณ์

2.7.2 ประเภทของแบบสัมภาษณ์

มีนักการศึกษาจำแนกประเภทของแบบสัมภาษณ์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

กิติพัฒน์ นนทปัทมะดุลย์ (2547) ได้กล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ ไว้ว่า โดยทั่วไป การสัมภาษณ์ในฐานะเครื่องมือหรือวิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย สามารถจำแนกได้เป็น 3 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์ แบบมีโครงสร้างหรือแบบมาตรฐาน (Structured or Standardized Interviews) เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดคำถามเฉพาะเจาะจงและชัดเจน หลักการและเหตุผล ของการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง คือ การพยายามทำให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แต่ละคนได้รับชุดคำถาม ชุดเดียวกันเพื่อว่าจะสามารถเปรียบเทียบคำตอบของแต่ละคนได้สะดวกขึ้น
2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างหรือแบบปลายเปิด (Unstructured or Open-Ended Interviews) เป็นวิธีการเก็บข้อมูลที่เหมาะสมที่สุดในการเก็บรวบรวมสาระด้าน การรับรู้โลก และ ประสบการณ์ของผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างดูยืดหยุ่นและสิ้นไหล

ไปตามสถานการณ์เพราะการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างไม่ได้ใช้ข้อคำถามที่กำหนดไว้อย่างตายตัว แต่จะมีลักษณะรวบรวมชุดของคำถามที่สำคัญ ๆ ที่มีที่มาจากข้อสันนิษฐานอันหลากหลายกว่าการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง

3. การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-Structured or Guided Interviews) หรือเรียกอีกอย่างว่าการสัมภาษณ์แบบชี้นำ โดยปกติเป็นการสัมภาษณ์ที่นักวิจัยจะกำหนดคำถามที่พอจะตัดสินใจได้ว่าจะถามอะไรบ้าง หรือใช้คำสำคัญ (Keywords) เป็นเครื่องชี้นำการสัมภาษณ์ซึ่งเน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก

รวีวรรณ ชินตระกูล (2547) ได้กล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured Form) การสัมภาษณ์วิธีนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถามเหมือนกันทุกข้อคำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดีก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Form) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ (Non-Directive Interview) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถามเป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้น สิ่งใดก่อนจนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใดผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่าง การสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึก นึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็น ในเรื่องต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้ เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพ ทางอารมณ์ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้ จำเป็นและนิยมใช้กันจากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์ จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุดเพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses Interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้วจึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้น ๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-Depth Interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่,, หรือ “ไม่ใช่,, แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำ ความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์ เหมาะสม

บุญชม ศรีสะอาด (2553) กล่าวว่า การสัมภาษณ์อาจแบ่งออกได้หลายแบบ ในที่นี้จะกล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ที่แบ่งตามเทคนิคการสัมภาษณ์ ซึ่งแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured Interview) การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะทำการสัมภาษณ์ตามคำถามที่ได้สร้างขึ้นและพิมพ์ไว้ในแบบสัมภาษณ์ผู้ให้สัมภาษณ์ทุกคนจะตอบคำถามชุดเดียวกัน อย่างเดียวกันผู้สัมภาษณ์จะจดบันทึกคำตอบของผู้ให้สัมภาษณ์ลงในแบบสัมภาษณ์นั้น ข้อดีของการสัมภาษณ์แบบนี้คือผู้วิจัยสามารถจัดหมวดหมู่ สรุปได้ง่าย และลดเวลาในการสัมภาษณ์

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน และผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการตัดแปลงสถานการณ์ให้เหมาะสมตามวัตถุประสงค์ในขณะสัมภาษณ์ได้ในการสัมภาษณ์แบบนี้ อาจมีแนวการสัมภาษณ์ (Interview Guide) ซึ่งจะมีหัวข้อของข้อมูลที่ต้องการระบุไว้เพื่อให้ผู้สัมภาษณ์จะได้ตั้งคำถามในแต่ละหัวข้อเอง ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความชำนาญในการสัมภาษณ์

ไพศาล วรคำ (2554) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นการพูดคุยเพื่อให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ ข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้สัมภาษณ์ การสัมภาษณ์มี 2 ประเภท คือ

1. แบบมีโครงสร้าง มีลักษณะคล้ายกับแบบสอบถาม คือ มีการเตรียมคำถามไว้ในแบบฟอร์ม ผลจากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับคำถามในแบบฟอร์มที่กำหนดเหมาะสำหรับผู้สัมภาษณ์ที่ไม่ค่อยมีเวลาและยังไม่มี ความชำนาญในการสัมภาษณ์

2. แบบไม่มีโครงสร้าง จะมีเฉพาะหัวข้อหรือแนวทางในการสัมภาษณ์เท่านั้น เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ้ง เปิดโอกาสให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่

2.7.3 ลักษณะของการสัมภาษณ์

นักวิชาการได้จำแนกลักษณะของการสัมภาษณ์ ไว้ดังนี้

รวีวรรณ ชินะตระกูล (2547) ได้กล่าวถึงลักษณะของการสัมภาษณ์ ไว้ว่า การสัมภาษณ์ แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล (Individual Interview) เป็นการสัมภาษณ์นิยม ใช้กันมากที่สุด โดยสัมภาษณ์ทีละคน ชักถามกันจนเป็นที่พอใจ แล้วจึงสัมภาษณ์คนอื่นต่อไป การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์กับผู้ให้สัมภาษณ์จะมีความเป็นอิสระและเป็นส่วนตัวมาก

2. การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group Interview) เป็นการสัมภาษณ์พร้อมกันใน เวลาเดียวกันครั้งละหลาย ๆ คน อาจเป็นกลุ่มใหญ่หรือกลุ่มเล็กก็ได้ ทุกคนตอบคำถามเดียวกันหมดฉะนั้น คำตอบของผู้ให้สัมภาษณ์บางคน จึงอาจถูกชักนำจากคำตอบของผู้ให้สัมภาษณ์คนอื่นได้

บุญชม ศรีสะอาด (2553) ได้กล่าวถึงลักษณะของการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์แบ่ง ออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการสัมภาษณ์แบบเผชิญหน้ากัน (Face-to-Face) ระหว่างผู้สัมภาษณ์กับผู้ให้ข้อมูลเพื่อรวบรวมข้อมูลที่ต้องการคำตอบที่เจาะลึกในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลมีข้อดี คือ ผู้สัมภาษณ์สามารถชักถามเป็นการส่วนตัว คำถามที่ใช้ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลสามารถตอบได้อย่างอิสระ อาจมีการปรับปรุงหรือ เปลี่ยนแปลงคำถามให้เหมาะสมกับผู้ให้ข้อมูลแต่ละคน เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลแต่ละคนอาจมี วัฒนธรรมที่ต่างกัน จึงจำเป็นต้องมีการสร้างบรรยากาศให้เป็นกันเอง เพื่อที่จะให้ได้ข้อมูล ตามที่ต้องการ นอกจากนี้การสัมภาษณ์แบบนี้สามารถบันทึกเทปหรือสังเกตการแสดงออกต่อการตอบสนองคำถามด้วยท่าทาง น้ำเสียง และสภาพแวดล้อมได้อีกด้วย การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเป็นการลงทุนค่อนข้างสูงและใช้เวลานาน บางครั้งคำถาม ที่ถามอาจทำให้ผู้ตอบไม่ค่อยอยากตอบ เช่น ถามเกี่ยวกับรายได้ หรือคำถามที่ก่อให้เกิด ความรู้สึกที่ขัดแย้งต่อ บุคลิกภาพของผู้ให้สัมภาษณ์ นอกจากนี้คำตอบที่ได้อาจมีความลำเอียง

2. การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group Interview) เป็นการสัมภาษณ์แบบหนึ่ง ที่ผู้สัมภาษณ์ทำการสัมภาษณ์กับผู้ร่วมสนทนาหรือเป็นกลุ่ม เพื่อสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันโดยผู้สัมภาษณ์ เป็นผู้กำหนดหัวข้อร่วมสนทนาจะไม่มีความรู้สึกว่าถูกชักถาม ปัญหา แต่คิดว่าเป็นการเสวนาในเรื่องที่ผู้สัมภาษณ์สนใจอยากรู้เรื่องต่าง ๆ การสัมภาษณ์เป็นกลุ่มช่วยให้ประหยัดเวลาลงทุนน้อย เหมาะสำหรับการระดมความคิด เพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุปแต่อาจทำให้บางคนมีความรู้สึกอึดอัดในการตอบ หรือ มีความรู้สึกไม่อยากจะตอบ เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลบางคนไม่สามารถเปิดเผยข้อมูลได้อย่างอิสระ ผู้สัมภาษณ์ทำการสัมภาษณ์กับผู้ร่วมสนทนาหรือเป็นกลุ่ม เพื่อสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ซึ่งกันและกันโดยผู้สัมภาษณ์ เป็นผู้กำหนดหัวข้อร่วมสนทนาจะไม่มี

ความรู้สึกว่าถูกซักถาม ปัญหา แต่คิดว่าเป็นการเสวนาในเรื่องที่ผู้สัมภาษณ์สนใจอยากรู้เรื่องต่าง ๆ การสัมภาษณ์เป็นกลุ่มช่วยให้ประหยัดเวลาลงทุนน้อย เหมาะสำหรับการระดมความคิด เพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุปแต่อาจทำให้บางคนมีความรู้สึกอึดอัดในการตอบ หรือ มีความรู้สึกไม่อยากตอบ เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลบางคนไม่สามารถเปิดเผยข้อมูลได้อย่างอิสระ

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.8.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิต

ณัชชา กมล (2554) การพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในระดับประถมศึกษาตอนปลาย มีวัตถุประสงค์หลัก 2 ประการคือ 1) เพื่อพัฒนารอบลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย และ 2) เพื่อพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งตัวบ่งชี้ในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน คือเรื่องแบบรูป และประโยคเปิดของจำนวน ดำเนินการวิจัย 2 ระยะ ในระยะแรกเป็นการสร้างกรอบเบื้องต้นแสดงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แบบทดสอบวัดการคิดเชิงพีชคณิต และแบบสัมภาษณ์ นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อปรับกรอบแสดงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน ส่วนระยะที่ 2 เป็นการนำกรอบแสดงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตในระยะแรกมาเป็นฐาน ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด เพื่อพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตก่อน และหลังเรียน แผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนให้รู้คิด และมีสัมภาษณ์ วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนก่อน และหลังเรียน เพื่อหาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีระดับการคิดเปลี่ยนแปลง ผลการศึกษาระยะที่ 1 ทำให้ได้กรอบแสดงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย ซึ่งนำเสนอระดับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนเป็น 4 ระดับมี 2 ตัวบ่งชี้โดยตัวบ่งชี้แรก เรื่องแบบรูป การคิดของนักเรียนในระดับที่ 1 นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ ทำให้ไม่สามารถหาค่าของพจน์ถัดไป และพจน์ต่าง ๆ ของแบบรูปได้ หรือตอบคำถามโดยการเดา นักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตในระดับที่ 2 สามารถวิเคราะห์ลักษณะของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ แต่เป็นการวิเคราะห์เพียง 1 มิติคือการมองค่าของแต่ละค่าเปลี่ยนไป แต่ไม่สนใจตำแหน่งของพจน์ที่เปลี่ยนไป ทำให้ไม่สามารถหาค่าของพจน์ถัดไป ได้ ส่วนระดับที่ 3 นักเรียนสามารถวิเคราะห์ทั้งตำแหน่งของพจน์ในแบบรูป และค่าของพจน์ในตำแหน่งนั้นได้ ทำให้ได้สูตร หลักการในการหาค่าตอบในแบบรูปได้ แต่ไม่สามารถอธิบายที่มาของสูตรได้ชัดเจน ส่วนระดับที่ 4 นักเรียนสามารถหาข้อสรุปโดยผ่านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลทั้งหมด ในแบบรูป

ได้อย่างชัดเจน ส่วนผลการศึกษาในระยะที่ 2 พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบการสอนให้รู้คิดมีระดับการคิดเชิงพีชคณิตในระดับ 4 เพิ่มขึ้นร้อยละ 85.29 ส่วนนักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับ 1 2 และ 3 ลดลงโดยระดับการคิดเชิงพีชคณิตระดับ 2 จำนวนนักเรียนลดลงมากที่สุดคิดเป็นร้อยละ 41.18 รองลงมาคือระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 32.35 และระดับ 1 มีจำนวนนักเรียนลดลงน้อยที่สุดคิดเป็นร้อยละ 11.76

วลัยพรรณ ปิยพงศ์พันธ์ (2558) ได้ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิต เรื่องการบวก ลบ คูณ หาร พหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 การวิจัยนี้เป็นการวิจัยที่ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยเชิงผสมผสานโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ ศึกษาลักษณะการคิดเชิงพีชคณิต เรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลประกอบไปด้วยและทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตเรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารพหุนาม แบบอัตนัย และแบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ค่าความถี่ ร้อยละ และวิเคราะห์ตามกรอบแนวคิดของ Pierce and Stacey (2007) ผลการวิจัยพบว่า การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนมีลักษณะ ดังนี้ เรื่องการบวกและการลบพหุนาม สามารถแบ่งลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตออกเป็น 1) รู้ถึงองค์ประกอบและสมบัติพื้นฐาน : นักเรียนหาผลบวกและผลต่างของพหุนาม โดยการนำเอชื่อนามคล้ายมาบวกกัน 2) การกำหนดเอกลักษณ์ของโครงสร้าง : นักเรียนถอดวงเล็บของพหุนามแต่ละพจน์ ก่อนที่จะทำการบวก ลบพหุนาม เรียงลำดับดีกรีของพหุนามและให้ความสำคัญกับเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ 3) การแสดงถึงเอกลักษณ์ของคุณสมบัติที่สำคัญ : นักเรียนสามารถใช้เอกลักษณ์หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในการหาผลบวก และผลต่างของพหุนาม สำหรับนักเรียนที่มีการคิดที่ผิดพลาดในการหาผลบวกของพหุนาม มีร้อยละ 32.35 และนักเรียนที่ไม่สามารถหาผลต่างของพหุนาม มีร้อยละ 38.24 ซึ่งนักเรียนที่ผิดพลาดส่วนใหญ่ไม่ได้นำเอชื่อนามคล้ายมาบวก ลบกัน และนักเรียนไม่ให้ความสำคัญกับเครื่องหมายบวกลบหน้าวงเล็บ การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในการคูณพหุนามสามารถแบ่งการคิดเชิงพีชคณิตออกเป็น 1) การตระหนักรู้ถึงองค์ประกอบและสมบัติพื้นฐาน : นักเรียนใช้สมบัติแจกแจงของการคูณในการหาผลคูณพหุนาม 2) การกำหนดเอกลักษณ์ของโครงสร้าง : นักเรียนสามารถระบุโครงสร้างของพหุนาม เพื่อนำไปสู่การหาผลคูณได้ถูกต้อง 3) การแสดงถึงเอกลักษณ์ของสมบัติที่สำคัญ : นักเรียนใช้เอกลักษณ์หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ ในการจัดรูปแบบของพหุนามให้ต่างจากเดิม ให้ความสำคัญกับเครื่องหมายในการคูณกันของพหุนามแต่ละพจน์ โดยนักเรียนที่มีการคิดที่ผิดพลาดในเรื่องการหาผลคูณ มีร้อยละ 41.18 นักเรียนไม่สามารถใช้สมบัติการแจกแจงในการหาผลคูณได้อย่างถูกต้อง และการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในเรื่องการหารพหุนามสามารถแบ่งการคิดเชิงพีชคณิตออกเป็น 1) การตระหนักรู้ถึงองค์ประกอบและสมบัติพื้นฐาน : นักเรียนระบุตัวตั้งกับตัวหารและหาวิธีการในการหารที่มีความเหมาะสมกับที่โจทย์กำหนดให้ 2) การกำหนดเอกลักษณ์ของโครงสร้าง : นักเรียนเข้าใจในโครงสร้างและวิธีการในการหา

ผลหารตามวิธีการที่นักเรียนใช้ในการดำเนินการหารได้ถูกต้อง 3) การแสดงถึงเอกลักษณ์ของคุณสมบัติที่สำคัญ : นักเรียนใช้เอกลักษณ์หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ในการหาผลหารและตรวจสอบผลลัพธ์จากการหาร และยังพบว่านักเรียนที่มีความผิดพลาดส่วนใหญ่ ยังขาดการคิดเชิงพีชคณิตชนิดทั้ง 3 ลักษณะในเรื่องของการหารพหุนามด้วยพหุนามมีร้อยละ 61.76 คือนักเรียนไม่สามารถกำหนดโครงสร้างของการหารได้และนักเรียนส่วนใหญ่ไม่ชอบคิดย้อนกลับหรือตรวจคำตอบ จึงทำให้ผลลัพธ์ที่ออกมามีความผิดพลาด

Hee-Chan Lew (2004) ได้ศึกษากรณีหลักสูตรคณิตศาสตร์ของเกาหลี เกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิต ผลการศึกษาสามารถระบุขีดความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตได้ 6 แบบ คือ การคิดหากรณีทั่วไป การคิดเชิงนามธรรม การคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ การคิดหาแบบจำลอง และการจัดระบบ ซึ่งการศึกษาครั้งนี้สามารถชี้ให้เห็นทิศทางใหม่ในการส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนได้

2.8.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปของแบบรูป

วิจิตรา ใจชื่อ (2556) ได้ศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อศึกษากลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต 2) เพื่อศึกษาความยืดหยุ่นในการใช้กลวิธีเพื่อสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต 3) เพื่อศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ 4) เพื่อศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนจำแนกตามเพศ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบสถานการณ์ปัญหาเชิงพีชคณิต วิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า 1) กลวิธีที่นักเรียนใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตเรียนจากลำดับมากไปหาน้อยได้ดังนี้ กลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์ กลวิธีเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ กลวิธีการผสมผสานของเหตุการณ์ และกลวิธีการเชื่อมโยงของเหตุการณ์ 2) ความยืดหยุ่นในการใช้กลวิธีเพื่อสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำเป็นส่วนใหญ่ 3) นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับปานกลางเป็นส่วนใหญ่ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับต่ำเป็นส่วนใหญ่ และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ มีความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตอยู่ในระดับต่ำ 4) นักเรียนชายและนักเรียนหญิง มีความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต อยู่ในระดับต่ำเป็นส่วนใหญ่

Dilek and Didem (2016) ได้ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป การศึกษาในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเหตุผลและกลวิธีของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เมื่อความคิดเกี่ยวกับพีชคณิตของนักเรียนเริ่มพัฒนาขึ้น โดยการทดสอบจะใช้แบบทดสอบ ที่เป็นลักษณะคำถามแบบปลายเปิด จำนวน 6 ข้อ กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 154 คน จากนั้นจะคัดเลือกนักเรียน ในระดับชั้นละ 2 คน มาสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบวิธีการคิด และกลวิธีในการทำแบบทดสอบ ซึ่งผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีแนวโน้มในการแสดงความคิดเชิงพีชคณิตเพิ่มขึ้น แต่แนวคิดของนักเรียนเกี่ยวกับตัวแปร อยู่ในระดับที่ต่ำ

อิชิตะ (1997) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการสอน วิธีการสร้างนิพจน์เชิงคณิตศาสตร์จากตาราง โดยเน้นการประเมิน และการพัฒนาวิธีการหาคำตอบของนักเรียน ที่มีผลต่อพฤติกรรมการแก้ปัญหา การค้นหาแบบรูป โดยนักเรียนเกรด 5 ของโรงเรียนโกตะ อำเภอนูคาตะ ประเทศญี่ปุ่นจำนวน 68 คนเป็นกลุ่มทดลอง 34 คนและกลุ่มควบคุม 34 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนที่เน้นกระบวนการประเมินและพัฒนาวิธีการหาคำตอบในแต่ละวิธี ส่วนกลุ่มควบคุมไม่มีการให้นักเรียนประเมินและพัฒนาวิธีการหาคำตอบผลการวิจัยพบว่า คะแนนจากแบบทดสอบความคงทน ซึ่งทำการสอนหลังจากการทดลอง 1 ปีของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยยะสำคัญทางสถิติ ส่วนคะแนนจากแบบทดสอบก่อน และหลังทดลองของทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

The Assessment of Performance Unit หรือ APU (1998) ได้ศึกษาถึงความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับแบบรูปของจำนวน ในช่วง ค.ศ. 1978 - 1982 พบว่า 1. นักเรียนจะรู้สึกว่ายากขึ้น ในการหาพจน์ของแบบรูปของจำนวนที่อยู่ห่างจากพจน์ที่กำหนดให้ 2. นักเรียนส่วนใหญ่ ไม่สามารถอธิบายเกี่ยวกับแบบรูปที่พบ แต่สามารถที่จะหาพจน์ถัดไปได้ 3. นักเรียนส่วนใหญ่อธิบายกฎของแบบรูปของจำนวน โดยใช้ความแตกต่างระหว่างพจน์ 4. โดยทั่วไป นักเรียนส่วนใหญ่จะอธิบายกฎของแบบรูปโดยใช้คำพูด มากกว่าการเขียนอธิบาย

Hargreaves, et al. (1998) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการสรุปกรณีทั่วไปเกี่ยวกับลำดับของจำนวน 2 ชนิด คือ ลำดับเชิงเส้น และลำดับที่ไม่ใช่เชิงเส้น รวมทั้งยุทธวิธีที่ใช้ ของนักเรียนอายุ 7-11 ปีจำนวน 487 คน โดยใช้ปัญหา 4 ลักษณะคือ 1) ปัญหาให้แก่เพื่อหาว่ากฎที่ใช้คืออะไร 2) ปัญหาให้บอกพจน์ถัดไปสองพจน์ 3) ปัญหาให้จำแนกว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นแบบรูปหรือไม่ และ 4) ปัญหาในการสร้างแบบรูป ในแต่ละปัญหานักเรียนตอบคำถาม 3 ข้อคือ 1) บอกเกี่ยวกับแบบรูปเชิงจำนวน 2) กฎของแบบรูปเชิงจำนวนคืออะไร และ 3) ให้นักเรียนบอกวิธีคิดในการหากฎของแบบรูป และผลวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มียุทธวิธีในการวิเคราะห์ลำดับเชิงเส้น และลำดับที่ไม่ใช่เชิงเส้น และสามารถใช้สิ่งที่ตัวเองค้นพบในการสร้างกรณีทั่วไป ยุทธวิธีที่นักเรียนใช้มีดังนี้ 1) การมองหาความแตกต่างระหว่างพจน์ เป็นยุทธวิธีที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ โดยการหาผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่

ถัดไป 2) การมองที่ธรรมชาติของความแตกต่าง โดยในขั้นแรกนักเรียนจะหาผลต่างระหว่างพจน์ก่อนเมื่อพบว่าผลต่างไม่เท่ากัน ในขั้นต่อไปนักเรียนก็จะมองหาแบบรูปของผลต่าง 3) การมองหาความแตกต่างระหว่างความแตกต่าง นักเรียนบางคนเมื่อพบว่าผลต่างไม่เท่ากันก็จะใช้ยุทธวิธี มองหาความแตกต่างของผลต่าง 4) การมองที่ธรรมชาติของจำนวน โดยทั่วไปจะมองว่าเป็นจำนวนคี่ หรือจำนวนคู่ 5) การมองหารูปแบบการคูณ 6) การรวมพจน์เพื่อหาพจน์อื่น

Orton and Orton (1999) ศึกษากรณีทั่วไปของแบบรูปจำนวน เพื่อศึกษาเกี่ยวกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แบบทดสอบแบบเขียนตอบ และสัมภาษณ์เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเขียนตอบในผลการวิจัยพบว่า นักเรียนครึ่งหนึ่งจากนักเรียนทั้งหมด สามารถหาพจน์ถัดไปของแบบรูปได้ และมีนักเรียนจำนวนมากเมื่อถูกกำหนดให้หาพจน์ที่ 20 และพจน์ที่ 100 จะมีข้อผิดพลาดในเรื่องของการคำนวณ มีนักเรียนบางส่วนเท่านั้นที่สามารถหาพจน์ที่ n ได้ นอกจากนี้ยังจำแนกลักษณะการตอบของนักเรียนออกเป็น 5 ระดับคือ 1) ระดับ 0 นักเรียนไม่มีการตอบสนองใด ๆ 2) นักเรียนในระดับ 1 นักเรียนสามารถสังเกตพบสมบัติบางอย่างของแบบรูป 3) ระดับ 2 นักเรียนสังเกตพบสมบัติของแบบรูป แต่ไม่สามารถใช้สมบัตินั้นในการหาพจน์ต่อไปของแบบรูปได้ใน 4) ระดับ 3 นักเรียนสามารถหาพจน์ถัดไปของแบบรูปได้ และ 5) ระดับ 4 นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของแบบรูป

2.9 กรอบแนวคิดการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

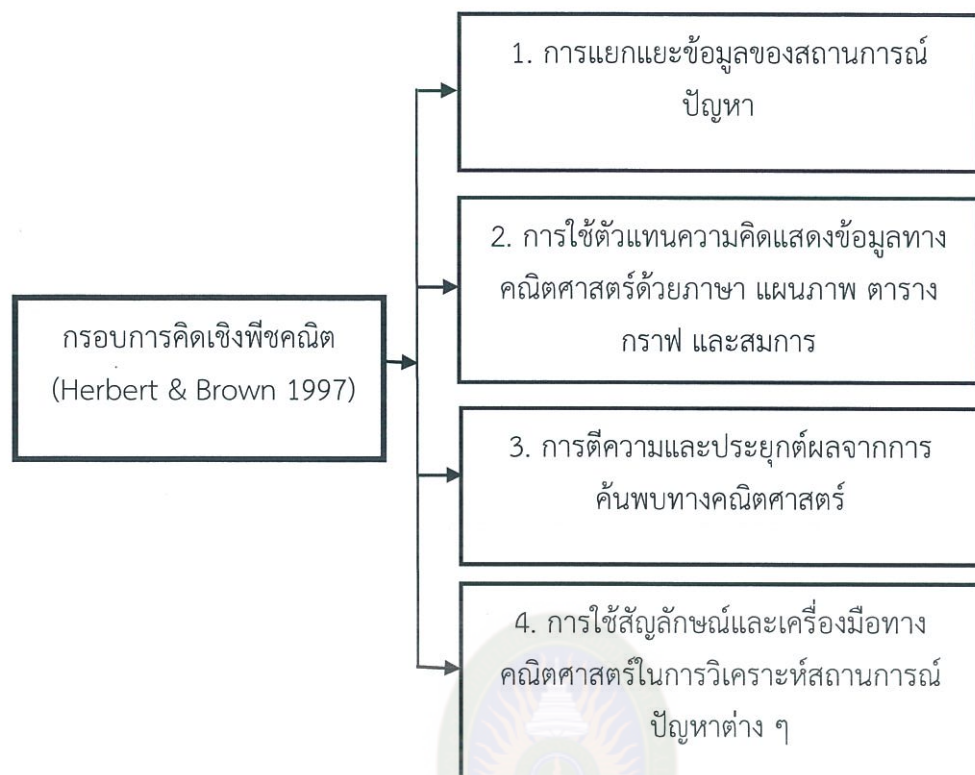
จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิต ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการวิเคราะห์เพื่อศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหารูปแบบทั่วไป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยใช้กรอบแนวคิดของ Herbert and Brown (1997) ดังนี้

2.9.1 การแยกแยะข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา

2.9.2 การใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และสมการ

2.9.3 การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหา สำหรับตัวไม่ทราบค่า การทดสอบ การคาดการณ์ และการระบุหน้าที่ความสัมพันธ์

2.9.4 การใช้สัญลักษณ์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ



ภาพที่ 2.1 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown (1997) ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. กลุ่มเป้าหมาย
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. ขั้นตอนและวิธีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย



3.1 กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 และ 6/13 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ตำบลหนองโก อำเภอกะนวน จังหวัดขอนแก่น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้อง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 มีจำนวนนักเรียน 40 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/13 มีจำนวนนักเรียน 36 คน รวมจำนวนนักเรียนทั้งหมด 76 คน

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในงานวิจัยครั้งนี้ มีเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

3.2.1 แบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แบบอัตนัย โดยแบบทดสอบมีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด จำนวน 4 ข้อ เพื่อศึกษาความสามารถทางการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3.2.2 แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ใช้ในการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายภายหลังจากที่นักเรียนทำแบบทดสอบ ซึ่งจะจดบันทึกและบันทึกเสียงระหว่างการ

สัมภาษณ์ เพื่อตรวจสอบแนวคิดของนักเรียน และตอบข้อสงสัยของผู้วิจัยในประเด็นต่าง ๆ ที่ยังไม่ชัดเจนภายหลังจากการทำแบบทดสอบ

3.2.3 แบบบันทึกผลการสัมภาษณ์ เป็นแบบบันทึกที่สร้างขึ้น เพื่อให้ผู้สัมภาษณ์ใช้จดบันทึกประเด็นสำคัญต่าง ๆ ที่ได้จากการสัมภาษณ์ เช่นบันทึกลักษณะการคิด การจัดเรียงลำดับข้อมูล ในขณะการให้สัมภาษณ์ ที่เกี่ยวข้องกับการหากรณีทั่วไปของแบบรูป รวมไปถึงการสรุปแนวคิดเบื้องต้นของผู้สัมภาษณ์ เพื่อนำข้อมูลไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

3.3 ขั้นตอนและวิธีที่ใช้ในการวิจัย

3.3.1 แบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบ โดยผู้วิจัยจะให้แบบทดสอบแบบอัตนัย โดยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

3.3.1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) วิเคราะห์หัวข้อชีวิต สารและการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ และข้อสอบ O-net ของชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เกี่ยวกับสารและการเรียนรู้ พีชคณิต เพื่อนำมาสร้างแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

3.3.1.2 สาร มาตรฐานและตัวชีวิตที่เกี่ยวข้องกับ การหากรณีทั่วไปของแบบรูป

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค.1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค.1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค.1.3 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ และเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

3.3.1.3 ศึกษาความหมาย นิยาม ลักษณะ ของพีชคณิต แบบรูป การสร้างกรณีทั่วไปจากเอกสารตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต

3.3.1.4 สร้างแบบทดสอบอัตนัยให้สอดคล้องกับการคิดเชิงพีชคณิต ในเรื่องการหากรณีทั่วไปของแบบรูป จำนวน 4 ข้อ โดยแบ่งเป็นแบบรูปจำนวน 2 ข้อ แบบรูปเรขาคณิต 1 ข้อ และ แบบรูปซ้ำ 1 ข้อ

3.3.1.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบอัตนัย ซึ่งผู้วิจัยจะตรวจสอบการ
แสดงวิธีคิด ของกลุ่มตัวอย่างทีละข้อ ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1

เกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบพีชคณิตในการหาสร้างความเป็นกรณีทั่วไปของแบบรูป

เกณฑ์การให้คะแนน	ระดับคะแนน
มีการแสดงวิธีการคิดด้วยภาษา แผนภาพหรือสมการ มี ร่องรอยในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์มีการพยายามดำเนินการกับตัว ที่ไม่ทราบค่า มีการคาดการณ์พจน์ถัดไป แต่คำตอบที่ได้ ถูกต้องสมบูรณ์ แสดงวิธีการหาคำตอบถูกต้องชัดเจน	4
มีการแสดงวิธีการคิดด้วยภาษา แผนภาพหรือสมการ มี ร่องรอยในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ มีการพยายามดำเนินการกับตัว ที่ไม่ทราบค่า มีการคาดการณ์พจน์ถัดไป มีแนวทางไปสู่การ หาคำตอบได้ถูกต้องแต่คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ แสดงวิธีการหาคำตอบพอสื่อให้เข้าใจได้เป็นบางส่วน	3
มีการแสดงวิธีการคิด มีร่องรอยในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง หรือสมการ เป็นต้น มีการพยายาม ดำเนินการกับตัวที่ไม่ทราบค่า คาดการณ์พจน์ถัดไป มีการ สร้างความเป็นกรณีทั่วไป แต่คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง	2
มีการแสดงวิธีการคิด มีร่องรอยในการวิเคราะห์ข้อมูล แต่ไม่สามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปได้	1
ไม่แสดงวิธีการคิด การแก้ปัญหา หรือร่องรอยในการ ดำเนินการ และไม่สามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปได้	0

3.3.1.6 นำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปแบบอัตนัย
ที่สร้างเสร็จแล้ว มาเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องความเหมาะสม
ในสถานการณ์ปัญหา ความสอดคล้องกับจุดประสงค์ ภาษาที่ใช้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ
ของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

3.3.1.7 นำแบบทดสอบที่ได้แก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้งเพื่อเพื่อตรวจสอบความเรียบร้อย และความสมบูรณ์ของแบบทดสอบ

3.3.1.8 นำแบบทดสอบที่สมบูรณ์แล้ว ไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านประกอบด้วย

1) ผศ. ดร.ไพศาล วรคำ วุฒิการศึกษา กศ.ต. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา) ตำแหน่งปัจจุบัน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านสถิติการวัดและประเมินผล

2) อ.ดร.นิตยา จันตะคุณ วุฒิการศึกษา ปร.ต. (สถิติประยุกต์) ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัยทางคณิตศาสตร์

3) นายบัญชา คำธานี วุฒิการศึกษา ศษ.บ (คณิตศาสตร์) ตำแหน่งปัจจุบัน ครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ผู้เชี่ยวชาญด้านพีชคณิต

เพื่อตรวจพิจารณาและปรับปรุงแก้ไขตามเกณฑ์ 3 ข้อคือ


1. ความตรงตามเนื้อหา
2. ความถูกต้องเหมาะสมของการใช้ภาษาของข้อคำถาม
3. ความสอดคล้องกับจุดประสงค์ โดยผ

ซึ่งเกณฑ์การประเมินแบบทดสอบว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม(Item-Objective Congruence Index : IOC) (สมนึก ภัททิยาธานี, 2537) ดังนี้ มีเกณฑ์การประเมินดังนี้

- +1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุไว้จริง
- 0 คือ ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุไว้
- 1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นไม่ได้วัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุ

ตารางที่ 3.2

แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

กรณีทั่วไป ของแบบรูป	คำอธิบาย ลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนน		
			พิจารณา		
			+	0	-1
			1		
1. การหากรณี ทั่วไปของ แบบรูปของ จำนวนที่มี ลักษณะเป็น จำนวนที่ เพิ่มขึ้นและ จำนวนที่ ลดลง	สถานการณ์ที่ แสดงถึงการ เพิ่มขึ้นของ จำนวนที่มี ลักษณะเป็น ลักษณะในรูป ของเศษส่วน โดยเป็นจำนวน ที่เพิ่มขึ้นทั้งตัว เศษและตัว ส่วน	<p>1. $\frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}, \frac{11}{13}, \dots$</p> <p>1.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 15,25 ตอบ.....</p> <p>1.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด ตอบ.....</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>วิธีทำ</p>  </div> <p>..... ..</p>

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.3.1.9 นำผลการประเมิน จากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน มาหาดัชนีความสอดคล้อง โดยใช้สูตรดัชนีความสอดคล้อง IOC ซึ่งหาได้จากสูตรดังนี้

$$\text{หาดัชนีความสอดคล้องได้จาก } IOC = \frac{\sum R}{N} \quad (3-1)$$

เมื่อ IOC เป็น ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์
 R เป็น คะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินในแต่ละข้อ

N เป็น จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้นโดยผลการประเมินความสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม จะต้องได้ค่า IOC อยู่ในระหว่าง 0.67-1 เป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาหรือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ตารางที่ 3.3

การหาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม IOC

ข้อที่	ความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ผลรวม	IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	1	1	1	3	1	นำไปใช้ได้
2	1	0	1	3	0.67	นำไปใช้ได้
3	1	1	1	3	1	นำไปใช้ได้
4	1	1	1	3	1	นำไปใช้ได้

เกณฑ์ในการเลือกแบบทดสอบนั้น ผู้วิจัยเลือกแบบทดสอบแต่ละข้อโดยใช้เกณฑ์ที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง ตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป ซึ่งพิจารณาจากเสียงส่วนใหญ่ของผู้เชี่ยวชาญจากตารางที่ 3.2 เห็นว่าสอดคล้องสามารถนำไปใช้ได้

3.3.1.10 นำแบบทดสอบที่ผู้เชี่ยวชาญประเมิน มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำมาปรับปรุงให้เรียบร้อย จากนั้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

3.3.1.11 นำแบบทดสอบไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม จำนวน 35 คน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ค่าความยาก (P) (D.R. Whitney and D.L. Sabers) (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2539) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อ ตามสูตร วิทนีย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitney and D.L. Sabers) (ลัวัน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2539) จากนั้นคัดเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.24 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.2 - 1 จึงถือว่าแบบทดสอบนั้นใช้ได้

ความยากง่ายของข้อสอบ (P)

0.81 - 1.00	ง่ายมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)
0.60 - 0.80	ค่อนข้างง่าย (ดี)
0.40 - 0.59	ยากพอเหมาะ (ดีมาก)
0.20 - 0.39	ค่อนข้างยาก (ดี)
0 - 0.19	ยากมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)

ค่าอำนาจจำแนก (D) ของข้อสอบ

0.60 – 1.00	ค่าอำนาจจำแนกดีมาก
0.40 – 0.59	ค่าอำนาจจำแนกดี
0.20 – 0.39	ค่าอำนาจจำแนกพอใช้
0.10 – 0.19	ค่าอำนาจจำแนกต่ำ (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)
-1.00 – 0.09	ค่าอำนาจจำแนกต่ำมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)

3.3.1.12 นำแบบทดสอบที่ได้เลือกไว้จำนวน 4 ข้อ ไปหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ การหาค่าความเชื่อมั่น(Reliability) ของแบบทดสอบ โดยการใช้สูตรของครอนบาค (ธีรศักดิ์ อุ่่นอารมณเลิศ, 2549) ซึ่งค่าความเชื่อมั่น ต้องมากกว่า 0.70 ขึ้นไป

3.3.1.13 จัดพิมพ์แบบทดสอบ ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไป

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัย ได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังนี้

3.4.1 ขออนุญาตจากบัณฑิตวิทยาลัยไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม อำเภอกระนวน จังหวัดขอนแก่น เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.4.2 วางแผนและเตรียมการเก็บข้อมูลจากกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย โดยประสานงานกับครู และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม จำนวน 76 คน แล้วบอกวันเวลาที่ จะเก็บข้อมูล

3.4.3 ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลตามแผนที่วางไว้ โดยนำแบบทดสอบการหารูปแบบทั่วไปของแบบรูป แบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั้ง 76 คน

3.4.4 นำแบบทดสอบมาตรวจให้คะแนนและวิเคราะห์แบบทดสอบของนักเรียน โดยใช้การวิเคราะห์วิธีการคิดตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown (1997) โดยแบ่งรูปแบบการคิดของนักเรียนในการหากรณีทั่วไปในแต่ละข้อ จากนั้นนำรูปแบบการคิดเชิงพีชคณิตในแต่ละแบบมาวิเคราะห์วิธีการคิดตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown

3.4.5 จากนั้น เลือกนักเรียนที่มีวิธีการคิดในแต่ละแบบ หรือวิธีการที่ผู้วิจัยสนใจมาสัมภาษณ์ เนื่องจาก ต้องการทราบรายละเอียดวิธีการคิด การอธิบาย เพื่อตรวจสอบ วิธีการให้เหตุผลของนักเรียนในกระบวนการทำให้เป็นรูปแบบทั่วไป

3.4.6 จากนั้นนำแบบสัมภาษณ์และเทปการบันทึกเสียง มาสัมภาษณ์นักเรียนเพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้ทำวิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบ จำนวน 4 ข้อ และแบบสัมภาษณ์ ดังนี้

3.5.1 นำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนนำมาตรวจและให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบ เมื่อจำแนกคะแนนเสร็จแล้ว มาสร้างตารางแสดงจำนวนนักเรียนที่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ในแต่ละข้อถูกต้อง ไม่ถูกต้องและไม่สามารถแสดงวิธีการคิดได้ จากนั้นวิเคราะห์หาค่าความถี่และร้อยละ

3.5.2 นำแบบทดสอบของนักเรียนที่ตรวจให้คะแนนแล้ว มาจำแนกเป็นรายข้อลงในตารางแล้วหาผลรวมของคะแนนทั้งหมดในแต่ละข้อ

3.5.3 จำแนกวิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown จากแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนเพื่อหาค่าความถี่

3.5.4 นำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตของในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนมาจำแนกวิธีการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิตในแต่ละข้อ

3.5.5 นำแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของนักเรียนที่ผู้วิจัยได้จำแนกในตารางการเขียนรูปแบบทั่วไปเชิงพีชคณิต ในแต่ละแบบ วิเคราะห์ข้อมูลจากการสัมภาษณ์โดยใช้แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง เพื่อศึกษาถึงวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหารูปแบบทั่วไปของนักเรียนตามกรอบการคิดของ Herbert and Brown (1997) ซึ่งแบ่งองค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิตออกเป็น

3.5.5.1 การแสดงให้เห็นถึงข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา

3.5.5.2 การใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และสมการ

3.5.5.3 การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหา สำหรับตัวไม่ทราบค่า การทดสอบ การคาดการณ์ และการระบุหน้าที่ความสัมพันธ์

3.5.5.4 การใช้สัญลักษณ์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ

3.5.6 นำผลที่ได้จากการวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตในการหารูปแบบทั่วไปของนักเรียนมาเขียนสรุปและอภิปรายผลการวิจัยในครั้งนี้

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้สถิติ ดังนี้

3.6.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้คือ แบบทดสอบ ซึ่งมีสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพได้แก่ ค่าความตรง ค่าความเชื่อมั่น ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

3.6.1.1 ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Item-Objective Congruence Index : IOC) ดังนี้

+1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุไว้จริง

0 คือ ไม่แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุไว้

-1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นไม่ได้วัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุหาดัชนี

ความสอดคล้องได้จาก

$$IOC = \frac{\sum R}{N} \quad (3-2)$$

เมื่อ IOC เป็น ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์

R เป็น คะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินในแต่ละข้อ

N เป็น จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

3.6.1.2 การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยการใช้สูตรของครอนบาค (ธีรศักดิ์ อุ่นอารมณเลิศ, 2549) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum s_j^2}{s_t^2} \right] \quad (3-3)$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

k แทน จำนวนข้อสอบ

s_j^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

3.6.1.3 หาระดับความยาก (P) ของแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต ในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป (ไพศาล วรคำ, 2554,) ดังนี้

$$P = \frac{R}{N} \quad (3-4)$$

เมื่อ P แทน ค่าความยาก
 R แทน จำนวนคนตอบถูก
 N แทน จำนวนคนสอบ

3.6.1.4 การหาค่าอำนาจจำแนกเพื่อวิเคราะห์เป็นรายข้อ โดยใช้สูตร D ของ วิทนีย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitney and D.L. Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2539)

$$D = \frac{S_U + S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})} \quad (3-5)$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก
 S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
 S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
 X_{\max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 X_{\min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
 N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

3.6.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลคะแนนของการวิจัยนี้ มีสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ

3.6.2.1 การแจกแจงความถี่ ซึ่งองค์ประกอบของตารางจะประกอบด้วยส่วนของข้อมูลและส่วนของความถี่ โดยที่ส่วนของข้อมูลจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงต่าง ๆ และส่วนของความถี่เป็นจำนวนของค่าสังเกตหรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ

3.6.2.2 ร้อยละ (Percentage) เป็นการเทียบความถี่ของข้อมูลที่ต้องการกับความถี่ของข้อมูลทั้งหมดที่เทียบเป็น 100 ซึ่งเขียนเป็นสูตรได้ดังนี้

$$P = \frac{f}{n} \times 100 \quad (3-6)$$

เมื่อ P เป็น ค่าร้อยละ
 f เป็น จำนวนข้อมูล(ความถี่) ที่ต้องการนำมาหาค่าร้อยละ
 n เป็น จำนวนข้อมูลทั้งหมด

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม โดยใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนทั้งหมด 76 คน ข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ประกอบไปด้วยแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต ในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป แบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ และแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยตามหัวข้อดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่สามารถสร้างกรณีทั่วไปได้ถูกต้อง ไม่ถูกต้อง และไม่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้
2. ผลคะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown
3. ผลการวิเคราะห์วิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown
4. ผลการวิเคราะห์รูปแบบการหากรณีทั่วไปของนักเรียน โดยแสดงเป็นรูปแบบการคิด ความถี่ และร้อยละ
5. ผลการวิเคราะห์วิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown จากรูปแบบการหากรณีทั่วไป

4.1 ผลการวิเคราะห์การหากรณีทั่วไปของนักเรียนเพื่อหาจำนวนนักเรียนที่สร้างกรณีทั่วไปถูกต้อง ไม่ถูกต้อง และไม่เขียนกรณีทั่วไปได้

ผลการวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่สามารถสร้างกรณีทั่วไปได้ถูกต้อง ไม่ถูกต้อง และไม่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1

การวิเคราะห์จำนวนนักเรียนที่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้อง ไม่ถูกต้อง และไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้

แบบรูป	ข้อที่	จำนวนนักเรียน	จำนวนนักเรียนที่หากรณีทั่วไปถูกต้อง		จำนวนนักเรียนที่หากรณีทั่วไปได้ไม่ถูกต้อง		จำนวนนักเรียนที่ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้	
			คน	ร้อยละ	คน	ร้อยละ	คน	ร้อยละ
			จำนวน	1	76	10	13.16	6
	2	76	12	15.79	5	6.58	59	77.63
เรขาคณิต	3	76	12	15.79	8	10.53	56	73.68
ซ้ำ	4	76	11	14.47	2	2.63	63	82.89
รวม		304	45	14.80	21	6.91	238	78.29

จากตารางที่ 4.1 พบว่า นักเรียนที่ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้มากที่สุด คือข้อที่ 4 แบบรูปซ้ำ จำนวน 63 คน คิดเป็นร้อยละ 82.89 รองลงมาคือ ข้อที่ 1 และข้อที่ 2 แบบรูปจำนวน จำนวน 60 คน คิดเป็นร้อยละ 78.95 และ จำนวน 59 คน คิดเป็นร้อยละ 77.63 ตามลำดับ และข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิตจำนวน 56 คน คิดเป็นร้อยละ 73.68 จะเห็นได้ว่า นักเรียนมีปัญหาในการแสดงวิธีการคิดวิเคราะห์ในการหากรณีทั่วไป ในแบบรูปซ้ำมากที่สุด รองลงมาคือแบบรูปจำนวนและแบบรูปเรขาคณิต ตามลำดับ

4.2 ผลการวิเคราะห์คะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิต

ผลคะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2

คะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown

ข้อที่	แบบรูป		ระดับคะแนน					รวม
			0	1	2	3	4	
1	จำนวน	จำนวน(คน)	14	46	3	3	10	76
		คะแนนรวม	0	46	6	9	40	101
2	จำนวน	จำนวน(คน)	19	40	5	0	12	76
		คะแนนรวม	0	40	10	0	48	98
3	เรขาคณิต	จำนวน(คน)	32	24	8	0	12	76
		คะแนนรวม	0	24	16	0	48	88
4	ซ้ำ	จำนวน(คน)	42	21	0	2	11	76
		คะแนนรวม	0	21	0	6	44	71

จากตารางที่ 4.2 พบว่า ข้อที่ 1 แบบรูปจำนวน นักเรียนมีคะแนนรวมในการทำแบบทดสอบสูงที่สุด คือ 101 คะแนน โดยระดับคะแนนของนักเรียนส่วนใหญ่ในข้อที่ 1 จะอยู่ในระดับ 1 คะแนน จำนวน 46 คน รองลงมาคือระดับ 0 คะแนน มีจำนวน 14 คน และคะแนนรวมต่ำที่สุด คือข้อที่ 4 แบบรูปซ้ำ โดยระดับคะแนนของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 0 คะแนน จำนวน 42 คนรองลงมา คือระดับ 1 คะแนนจำนวน 21 คน จะเห็นได้ว่า นักเรียนได้คะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown สูงที่สุดคือ ข้อที่ 1 แบบรูปของจำนวน รองลงมาคือ ข้อที่ 2 แบบรูปของจำนวน ข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิต และข้อที่ 4 แบบรูปซ้ำ ตามลำดับ

4.3 ผลการวิเคราะห์วิธีการคิดเชิงพีชคณิต

ผลการวิเคราะห์วิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown ดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3

การวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่มีวิธีการคิดเชิงพีชคณิต

กรอบการคิดเชิงพีชคณิตของ	จำนวนความถี่การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน					ร้อยละ
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	รวม	
Herbert and Brown	(76)	(76)	(76)	(76)	(304)	
มีการแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล	61	52	36	34	183	60.20
มีการเลือกใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์	12	15	20	13	60	19.74
มีการตีความและนำผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์	10	12	12	11	45	14.80
มีการใช้สัญลักษณ์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์	16	17	21	14	68	22.37

จากตารางที่ 4.3 พบว่า จำนวนความถี่การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown สูงที่สุดคือ การแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล ความถี่รวม 183 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 60.20 และต่ำที่สุดคือ การตีความและนำผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ ความถี่รวม 45 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 14.80 จะเห็นได้ว่า นักเรียนมีวิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown มากที่สุด คือ การแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล และน้อยที่สุดคือ การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์

4.4 ผลการศึกษารูปแบบการหากรณีทั่วไปของนักเรียน

โดยผู้วิจัยจะทำการวิเคราะห์ลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนจากการเขียนกรณีทั่วไปที่แตกต่างกันในแต่ละข้อ จากแบบทดสอบทั้งหมด 4 ข้อ โดยแบ่งเป็นการวิเคราะห์การเขียนกรณีทั่วไปของนักเรียนเป็นรายข้อดังนี้

4.4.1 แบบรูปของจำนวน

แสดงรูปแบบการหากรณีทั่วไปของนักเรียน โดยแบบรูปของจำนวนมีทั้งหมด 2 ข้อ คือ แบบทดสอบข้อที่ 1 และ ข้อที่ 2 ดังตารางที่ 4.4 และ 4.5

ตารางที่ 4.4

รูปแบบการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 1

ข้อที่	รูปแบบการคิด	ความถี่	ร้อยละ
1	แบบที่ 1 $\frac{\frac{n}{2}(n+1)}{2(n+1)+1}$	3	3.95
	แบบที่ 2 $\frac{1 + \left(\frac{n-1}{2}(1+(n-1))\right)}{1+(2(n+1))}$	3	3.95
	แบบที่ 3 $\frac{1+(n-1)}{3+2n}$	3	3.95
	แบบที่ 4 $\frac{\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 1}{2n+3}$	7	9.21
	แบบที่ 5 แสดงวิธีการคิดแต่ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้	46	60.53
	ไม่สามารถแสดงวิธีการคิด	14	18.42

จากตารางที่ 4.4 พบว่า ข้อที่ 1 แบบรูปจำนวน ในแบบที่ 5 นักเรียนแสดงวิธีการคิดแต่ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้ สูงที่สุด จำนวน 46 คน คิดเป็นร้อยละ 60.53 รองลงมาคือ ไม่สามารถแสดงวิธีการคิด จำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 18.42 และในข้อที่ 1 นักเรียนสามารถหากรณีทั่วไปได้ 4 แบบ โดยรูปแบบการคิดของนักเรียนสูงที่สุดคือ แบบที่ 4 จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 9.21 ต่ำที่สุด มี 3 รูปแบบ คือแบบที่ 1 2 และแบบที่ 3 จำนวน 3 คน คิดเป็นร้อยละ 3.95

ตารางที่ 4.5

รูปแบบการหากรณิทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 2

ข้อที่	รูปแบบการคิด	ความถี่	ร้อยละ
2	แบบที่ 1 $8n^2 - 27n + 23$	2	2.63
	แบบที่ 2 $(3n-1)(-1)^{n+1}$	12	15.79
	แบบที่ 3 $6n - 4$	2	2.53
	แบบที่ 4 $10n^2 - 23n + 15$	1	1.32
	แบบที่ 5 แสดงวิธีการคิดแต่ไม่สามารถหากรณิทั่วไปได้	40	52.63
	ไม่แสดงวิธีการคิด	19	25.00

จากตารางที่ 4.5 พบว่าในข้อที่ 2 แบบรูปจำนวน ในแบบที่ 5 นักเรียนแสดงวิธีการคิดแต่ไม่สามารถหากรณิทั่วไปได้ สูงที่สุดจำนวน 40 คน คิดเป็นร้อยละ 52.63 รองลงมาคือ ไม่สามารถแสดงวิธีการคิด จำนวน 19 คน คิดเป็นร้อยละ 25.00 และในข้อที่ 2 นักเรียนสามารถหากรณิทั่วไปได้ 4 แบบ โดยรูปแบบการคิดของนักเรียนสูงที่สุดคือ แบบที่ 2 จำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 15.79 ต่ำที่สุด คือแบบที่ 4 จำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 1.32

4.4.2 แบบรูปเรขาคณิต

แสดงรูปแบบการหากรณิทั่วไปของนักเรียน โดยแบบรูปเรขาคณิตมีทั้งหมด 1 ข้อ คือแบบทดสอบข้อที่ 3 ดังตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6

รูปแบบการหากรณิทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 3

ข้อที่	รูปแบบการคิด	ความถี่	ร้อยละ
3	แบบที่ 1 $\frac{n(n+1)}{2}$	8	10.53
	แบบที่ 2 $2n-1$	8	10.53
	แบบที่ 3 $\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n+1$	4	5.26
	แบบที่ 3 $\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n+1$	4	5.26
	แบบที่ 4 แสดงวิธีการคิดแต่ไม่สามารถหากรณิทั่วไปได้	24	31.58
	ไม่แสดงวิธีการคิด	32	42.11

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.6 พบว่าในข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิต นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการคิดสูงที่สุดจำนวน 32 คน คิดเป็นร้อยละ 42.11 รองลงมาคือ แบบที่ 4 นักเรียนแสดงวิธีการคิดแต่ไม่สามารถหากรณิทั่วไปได้ จำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 31.58 และในข้อที่ 3 นักเรียนสามารถหากรณิทั่วไปได้ 3 แบบ โดยแบบที่ 1 และแบบที่ 2 เท่ากันที่ 8 คน คิดเป็นร้อยละ 10.53 รองลงมาคือแบบที่ 3 จำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 5.26

4.4.3 แบบรูปซ้ำ

แสดงรูปแบบการหากรณิทั่วไปของนักเรียน โดยแบบรูปซ้ำมีทั้งหมด 1 ข้อ คือแบบทดสอบข้อที่ 4 ดังตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7

รูปแบบการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 4

ข้อที่	รูปแบบการคิด	ความถี่	ร้อยละ
4	แบบที่ 1 $4n - 2$	11	14.47
	แบบที่ 2 $3n - 2$	2	2.63
	แบบที่ 3 แสดงวิธีการคิดแต่ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้	21	27.63
	ไม่แสดงวิธีการคิด	42	55.26

จากตารางที่ 4.7 พบว่าในข้อที่ 4 แบบรูปซ้ำ นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการคิดสูงที่สุดจำนวน 42 คน คิดเป็นร้อยละ 55.26 รองลงมาคือ แบบที่ 3 นักเรียนแสดงวิธีการคิดแต่ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้ จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 27.63 และในข้อที่ 4 นักเรียนสามารถหากรณีทั่วไปได้ 2 แบบ โดยแบบที่ 1 จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 14.47 รองลงมาคือแบบที่ 2 จำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 2.63

4.5 ผลการวิเคราะห์วิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown จากรูปแบบการหากรณีทั่วไปของนักเรียน

4.5.1 แบบรูปของจำนวน

4.5.1.1 ผลการวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 1 มีนักเรียนที่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้องจำนวน 10 คน นักเรียนที่ไม่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้องจำนวน 66 คน ซึ่งสามารถจำแนกจำแนกรูปแบบการหากรณีทั่วไปได้ 4 แบบ ดังนี้

$$\text{แบบที่ 1 } \frac{\frac{n}{2}(n+1)}{2(n+1)+1}$$

$$1. \frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{4}{9} + \frac{7}{11} + \frac{11}{13} \dots$$

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 15, 25

ตอบ $\frac{16}{15}, \frac{22}{17}, \frac{29}{19}$ พจน์ที่ 15 = $\frac{106}{33}$ พจน์ที่ 25 = $\frac{301}{53}$

1.2 จงหากรณิทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด

ตอบ $\frac{n}{2} \frac{(1+n)}{2(n+1)+1}$

วิธีการคิด

$$\text{พจน์ที่ } 1 = \frac{1}{5} = \frac{1}{2 \times 2 + 1} =$$

$$\text{" } 2 = \frac{2}{7} = \frac{1+(1)}{2 \times 3 + 1} =$$

$$\text{" } 3 = \frac{4}{9} = \frac{1+(1+2)}{2 \times 4 + 1} =$$

$$\text{" } 4 = \frac{7}{11} = \frac{1+(1+2+3)}{2 \times 5 + 1} =$$

$$\text{" } 5 = \frac{11}{13} = \frac{1+(1+2+3+4)}{2 \times 6 + 1} =$$

$$\frac{\frac{n}{2} (1+n)}{2(n+1)+1}$$

เพิ่มเป็นค่าตั้งของอนุกรม

$$a_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$= \frac{n}{2} (1+n)$$

พจน์ที่ 15

$$= \frac{15}{2} (1+15)$$

$$\frac{120}{33}$$

พจน์ที่ 25

$$= \frac{25}{2} (1+25)$$

$$\frac{325}{53}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาพที่ 4.1 รูปแบบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณิทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 1 แบบที่ 1

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไป ของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน สังเกตที่เศษกับส่วนจะเพิ่มลดไม่เท่ากันครับ ตัวเศษแต่ละพจน์เพิ่มทีละ 1 2 3 ไป

เรื่อย ๆ แต่ตัวส่วนจะเพิ่มทีละ 2 เท่ากันทุกพจน์ เลยหา 3 พจน์ถัดไปได้

ผู้วิจัย ทำยังไงถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ถ้าใช้วิธีการบวกเพิ่มจะเสียเวลา เพราะต้องหากรณิทั่วไปอยู่แล้ว เลยหากรณิทั่วไปก่อน แล้วค่อยมาหา พจน์ที่ 15 , 25 จากกรณิทั่วไปที่ได้โดยการแทนค่าลงในสมการที่หามาได้ครับ

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณิทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน ก็ใช้การแจกแจงตัวเลขในแต่ละพจน์ทั้งเศษและส่วนครีบ เพื่อหาความสัมพันธ์ของตัวเลขที่แจกแจงในแต่ละพจน์ จากนั้นสังเกตตัวเลขว่าตัวเลขที่แจกแจงในวงเล็บว่าจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งเพิ่มขึ้นเป็นลำดับอนุกรม เลยใช้สูตรลำดับอนุกรมมาช่วยครีบ

$$\text{แบบที่ 2} \quad \frac{1 + \left(\frac{n-1}{2} (1 + (n-1)) \right)}{1 + (2(n+1))}$$

แบบทดสอบการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

1. $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{11}{13} \dots$

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 15,25
 ตอบ $\frac{12}{15}, \frac{22}{17}, \frac{29}{19}$

1.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด
 ตอบ $1 + \left(\frac{n-1}{2} (1 + (n-1)) \right)$

วิธีการคิด

จากแบบรูป $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{11}{13}$

พจน์ 1 = $\frac{1}{5} = \frac{1(0)}{1+2(1)}$

" 2 = $\frac{2}{7} = \frac{1+(1)}{1+2+2} = \frac{1+(1)}{1+2(n+1)}$

" 3 = $\frac{4}{9} = \frac{1+(1+2)}{1+2+2+2} = \frac{1+(1+2)}{1+2(n+1)}$

" 4 = $\frac{7}{11} = \frac{1+(1+2+3)}{1+2+2+2+2} = \frac{1+(1+2+3)}{1+2(n+1)}$

" 5 = $\frac{11}{13} = \frac{1+(1+2+3+4)}{1+2+2+2+2+2} = \frac{1+(1+2+3+4)}{1+2(n+1)}$

สูตรอนุกรม $\frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{n-1}{2} (1 + (n-1))$

กรณีทั่วไปคือ $\frac{1 + \left(\frac{n-1}{2} (1 + (n-1)) \right)}{1 + 2(n+1)}$

พจน์ที่ 25 คือ $\frac{1 + \left(\frac{25-1}{2} (1 + (25-1)) \right)}{1 + 2(25+1)} = \frac{1 + (12(25))}{1 \times 52} = \frac{301}{52} *$

ภาพที่ 4.2 รูปแบบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 1 แบบที่ 2

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน สังเกตที่ตัวเลข เพิ่มขึ้นทีละ 1 2 3 ไปเรื่อย ๆ ครีบ และตัวส่วนก็เพิ่มทีละ 2 ทุก

พจน์ เลยใช้การบวกเพิ่มจากความสัมพันธ์ของโจทย์ ก็จะได้ 3 พจน์ถัดไป

ผู้วิจัย ทำยังไงถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ใช้วิธีการบวกเพิ่มเอา สำหรับพจน์ที่ 15 แต่พจน์ที่ 25 จะหากรณีทั่วไปก่อน เพราะจะเสียเวลาถ้าบวกเพิ่มเอา

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน ใช้การแจกแจงจำนวนในแต่ละพจน์ แล้วหาความสัมพันธ์ของจำนวนที่แจกแจง ในแต่ละพจน์ จากนั้นสังเกตที่ตัวเลขก่อน ในวงเล็บตัวเลขจะเพิ่มขึ้นอย่างสัมพันธ์กันทุกพจน์คือ (0), (1), (1 + 2), (1 + 2 + 3), (1 + 2 + 3 + 4) ทำให้เห็นว่าเป็นลำดับอนุกรม ก็เลยใช้สูตรลำดับอนุกรม มาช่วยในการแก้ปัญหาจากนั้นก็บวกกับ 1 เข้าไป ที่อยู่นอกวงเล็บและตัวส่วนจะใช้การแจกแจง จำนวนเช่นกันโดยไม่ได้ใช้สูตรอะไร แต่ดูความสัมพันธ์ของตัวเลขที่แจกแจงกับพจน์นั้นก็สามารหหา กรณีทั่วไปได้ครับ

$$\text{แบบที่ 3 } \frac{1+(n-1)}{3+2n}$$

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จึงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 15, 25
 ตอบ 3 พจน์ถัดไป $\frac{16}{15}, \frac{21}{17}, \frac{29}{19}$

1.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด
 ตอบ $\frac{1+(n-1)}{3+2n}$

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">วิธีการคิด</div> <p>สังเกตว่าจำนวนที่เพิ่มเท่าๆกัน คือ เพิ่ม 2 สามารถใช้สูตร สหสัมพันธ์เลขคณิตได้</p> $a_n = a_1 + (n-1)d$	<p>ตัวหาค่าวงเล็บ</p> $1 = 1 = 1 + (0)$ $2 = 1 + 1 = 1 + (1)$ $4 = 1 + 3 = 1 + (1 + 2)$ $7 = 1 + 6 = 1 + (1 + 2 + 3)$
--	---

(ต่อ)

$= 5 + (n-1)2$ $= 5 + 2n - 2$ $= 3 + 2n$ <p>ทำให้กรณีทั่วไปของควมคือ $3+2n$</p>	$14 = 1 + 10 = 1 + (1+2+3+4) \cdot 2$ <p>เพิ่มขึ้นทีละเท่าๆกัน ใช้สูตรลำดับเลขคณิต</p> $a_n = a_1 + (n-1)d$ $= 0 + (n-1) \cdot 1$ $= n-1$ <p>ทำให้กรณีทั่วไปของควมคือ $1+(n-1)$</p> <p>กรณีทั่วไปของแบบรูปนี้คือ</p> $\frac{1+(n-1)}{3+2n}$
--	--

ภาพที่ 4.3 รูปแบบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 1 แบบที่ 3

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ตัวเลขข้างบนจะเพิ่มทีละ 1 2 3 4 ค่ะทำให้สามพจน์ถัดไปก็จะเพิ่มขึ้นทีละ 5 6 7 ก็จะเป็น 16 21 28 ด้านล่างเพิ่มทีละ 2 เท่ากันค่ะ ทำให้ 3 พจน์ถัดไปก็จะเป็น 15 17 และ 19

ผู้วิจัย ทำอย่างไรถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 นักเรียนมีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน หากกรณีทั่วไปของแบบจากความสัมพันธ์ของสมการก่อนค่ะ แล้วก็นำ 15 และ 25 ไปแทนลงในสมการ

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน จากตัวส่วน แต่ละพจน์ห่างกันเท่ากับ 2 พจน์ทำให้ใช้สูตรลำดับเลขคณิตช่วยหา แต่ตัวเศษนั้นใช้วิธีการแยกจำนวนซึ่งจากที่แยกจำนวนในแต่ละพจน์จะมี บวก 1 เข้าไปด้วยทุกพจน์ และในวงเล็บตัวเลขจะเพิ่มขึ้นเท่า ๆ กันเลยใช้สูตรลำดับเลขคณิตช่วยในการหา

แบบที่ 4	$\frac{\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 1}{2n + 3}$
----------	--

แบบทดสอบการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

1. $\frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}, \frac{11}{13}, \dots, \frac{16}{15}, \frac{22}{17}, \frac{29}{19}$

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 15, 25

ตอบ $\frac{16}{15}, \frac{22}{17}, \frac{29}{19}$ พจน์ที่ 15 = $\frac{1}{2}(15)^2 - \frac{1}{2}(15) + 1 = \frac{106}{2}$ พจน์ที่ 25 = $\frac{1}{2}(25)^2 - \frac{1}{2}(25) + 1 = \frac{301}{2}$

1.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด

ตอบ $\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 1$

การคิด

ให้ $a_n = an^2 + bn + c$

$a_1 = a + b + c = 1$ — ①

$a_2 = 4a + 2b + c = 2$ — ②

$a_3 = 9a + 3b + c = 4$ — ③

② - ① = $3a + b = 1$ — ④

③ - ② = $5a + 2b = 2$ — ⑤

⑤ - ④ = $2a = 1$

$a = \frac{1}{2}$

จาก $a = \frac{1}{2}$ แทนใน ④ = $\frac{3}{2} + b = 1$

$b = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$

หาค่า a, b แทนใน ①

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + c = 1$

$c = 1$

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาพที่ 4.4 การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 1 แบบที่ 4

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ดูจากตัวเลข ซึ่งแต่ละพจน์จะต่างกันอยู่ 1, 2, 3 และ 4 ไปเรื่อยๆทำให้ 3 พจน์ถัดไปคือพจน์ที่ 6, 7 และ 8 ก็จะต่างกัน 5, 6 และ 7 ตามลำดับ และตัวส่วนจะห่างกันทีละ 2 เท่ากันทุกพจน์ทำให้สามพจน์ถัดไปคือ 15, 17 และ 19

ผู้วิจัย ทำอย่างไรถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 มีวิธีการคิดอย่างไร

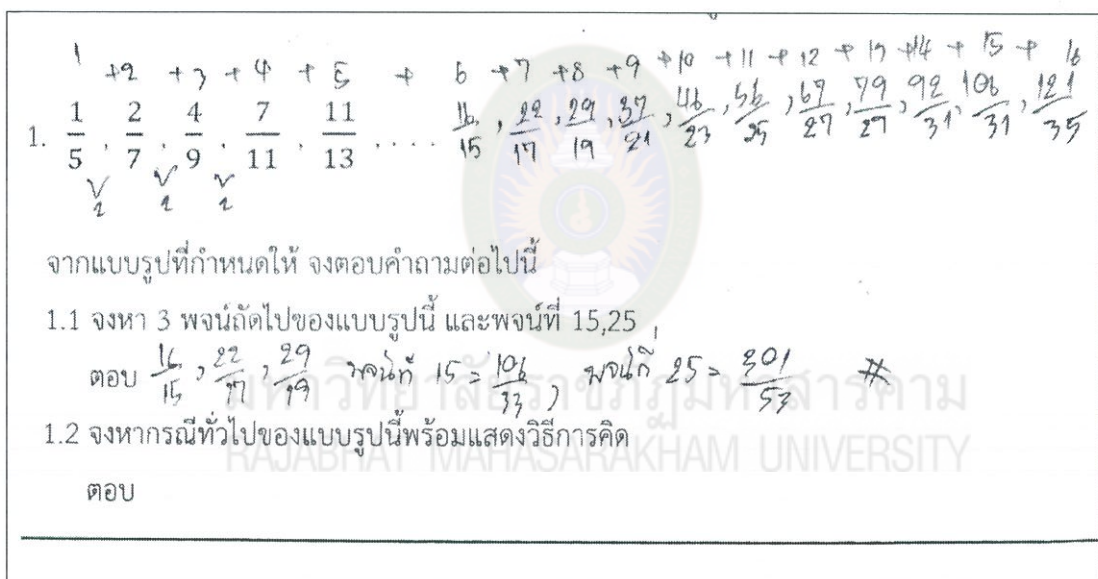
นักเรียน หากกรณีทั่วไปก่อนแล้วค่อยแทนค่าตอบ

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน ใช้พหุนามดีกรีสองคือ $a_n = an^2 + bn + c$ กับ พหุนามดีกรีหนึ่ง คือ

$a_n = an + b$ ช่วยหาคำตอบ ซึ่งตัวเศษจะใช้พหุนามดีกรีสองเพราะผลต่างระหว่างพจน์ในชั้นแรกคือ 1, 2, 3, 4 ระยะห่างชั้นที่ 2 คือ 1, 1, 1, 1 จะเห็นว่าในชั้นที่ 2 นั้นระยะห่างจะเท่ากันคือ 1 ทุกพจน์จึงใช้พหุนามดีกรีสอง และตัวส่วนสังเกตว่าผลต่างระหว่างพจน์คือ 2 เท่ากันทุกพจน์ในชั้นแรก เลยใช้พหุนามดีกรี 1 ในการหาคำตอบ

แบบที่ 5 ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้



จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 15, 25
 ตอบ $\frac{16}{15}, \frac{22}{17}, \frac{29}{19}$ พจน์ที่ 15 = $\frac{106}{31}$ พจน์ที่ 25 = $\frac{301}{53}$ ✗

1.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด
 ตอบ

ภาพที่ 4.5 รูปแบบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 1 แบบที่ 5

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน สังเกตตัวเลขก่อนครับ จะเห็นว่าในแต่ละพจน์จะเพิ่มขึ้นทีละ 1, 2, 3, 4 ไปเรื่อย ๆ

ครับ และสังเกตว่า จะเพิ่มขึ้นพจน์ละ 2 เท่า ๆ กันทุกพจน์ไปเรื่อยๆ

ผู้วิจัย ทำอย่างไรถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ผมใช้วิธีการบวกเพิ่มเอาครับไปเรื่อยๆ จนถึงพจน์ที่ 15 กับ พจน์ที่ 25

ผู้วิจัย มีวิธีการคิดในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปอย่างไร

นักเรียน ไม่มีครับ โจทย์เป็นเศษส่วนผมมองไม่ออกไม่รู้จะเริ่มยังไง

ตารางที่ 4.8

สรุปผลวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ข้อที่ 1

แบบรูป	ลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown				ผลลัพธ์	
	มีการแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล	มีการเลือกใช้ตัวแทน	มีการตีความและประยุกต์	มีการใช้สัญลักษณ์	ถูก	ผิด
		ความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์	ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์	และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์		
1	✓	✓	-	✓		✓
2	✓	✓	✓	✓	✓	
1 3	✓	-	-	✓		✓
4	✓	✓	✓	✓	✓	
5	✓	-	-	-		✓

จากตารางที่ 4.8 พบว่า วิธีการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ในข้อที่ 1 แบบรูปจำนวน สามารถแบ่งรูปแบบวิธีการคิดของนักเรียนได้ 5 รูปแบบ นักเรียนที่มีวิธีการคิดเชิงพีชคณิตครบทั้ง 4 ลักษณะนั้น สามารถหากรณีทั่วไปได้ถูกต้อง และจากตาราง จะเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดจะขาดการการคิดเชิงพีชคณิต ในด้านการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์

4.5.1.2 ผลการวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 2 มีนักเรียนที่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้อง 13 คน นักเรียนที่ไม่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้องจำนวน 63 คน ซึ่งสามารถจำแนกจำแนกรูปแบบการสร้างกรณีทั่วไปได้ 4 แบบ ดังนี้

$$\text{แบบที่ 1 } 8n^2 - 27n + 23$$

<p>2. $2, -5, 8, -11, 14, -17, \dots, 20, -23, 26$</p> <p>จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้</p> <p>2.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 14, 55</p> <p>ตอบ 3 พจน์ถัดไปคือ $20, -23, 26$</p> <p>2.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด</p> <p>ตอบ</p>	
<p>วิธีการคิด</p> <p>ใช้สูตรพหุนามดีกรีสอง</p> $a_n = an^2 + bn + c$ $a_1 = a + b + c = 2 \quad \text{--- (1)}$ $a_2 = 4a + 2b + c = -5 \quad \text{--- (2)}$ $a_3 = 9a + 3b + c = 8 \quad \text{--- (3)}$ $\text{(2) - (1)} \quad 3a + b = -7 \quad \text{--- (4)}$ $\text{(3) - (2)} \quad 5a + b = 13 \quad \text{--- (5)}$ $\text{(5) - (4)} \quad 2a = 20$ $a = 10$ $a = 10 \text{ แทนใน (4)}$ $24 + b = -7$ $b = -31$	<p>$a = 8, b = -27$</p> <p>แทนใน (1)</p> $8 + (-27) + c = 2$ $-21 + c = 2$ $c = 23$ <p>จะได้พจน์ทั่วไปคือ</p> $a_n = 8n^2 - 27n + 23$

ภาพที่ 4.6 รูปแบบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 2 แบบที่ 1

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ก็สังเกตจากโจทย์ค่ะ 2 ไป -5 ระยะห่างระหว่างพจน์คือ 7 จาก -5 ไป 8 ระยะห่างระหว่างพจน์คือ 13 จาก 8 ไป -11 ระยะห่างระหว่างพจน์คือ 19 จาก -11 ไป 14 ระหว่างพจน์คือ 25 ไปเรื่อย ๆ จากนั้นหาความสัมพันธ์รับจะเห็นว่าระยะห่างระหว่างพจน์ในครั้งที่สองคือ 6 เท่ากันทุกพจน์ แล้วก็จะหาพจน์ถัดไปได้คือ 20, -23, 26

ผู้วิจัย ทำยังไงถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน หากรณีทั่วไปก่อนค่ะ

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน ใช้พหุนามดีกรีสองในการหาค่ะ ดูจากความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ ที่ผลต่างเท่ากันในครั้งที่ 2 เลยใช้สูตรพหุนามดีกรีสองมาใช้ในการหากรณีทั่วไปค่ะ

$$\text{แบบที่ 2 } (3n-1)(-1)^{n+1}$$

2. 2, -5, 8, -11, 14, -17, 20, -23, 26, -29, 32, -35, 38, -41, 44,

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้ -47, 50

2.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 14, 55

ตอบ พจน์ที่ 14: -47, พจน์ที่ 55: 50

2.2 จงหากรณ์ทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด

ตอบ $(3n-1)(-1)^{n+1}$

วิธีการคิด

นิจจธณาพจน์ถัดไปให้เขียน +

2 5 8 11 14 17 ...

พจน์ที่ 1 $1 \times 2 = 1+1 = 3n-1$

II 2 $2 = 5 = 1+1+3 = 2n-1$

III 3 $3 = 8 = 1+1+3+3 = 4n-1$

IV 4 $4 = 11 = 1+1+3+3+3 = 6n-1$

V 5 $5 = 14 = 1+1+3+3+3+3 = 8n-1$

VI 6 $6 = 17 = 1+1+3+3+3+3+3 = 10n-1$

พิจารณา พจน์บวกเขียน +

พจน์ลบเขียน - สลับไปมาให้ได้พจน์ที่ 3 ช่วง

$(-1)^{n+1}$

พจน์ทั่วไปคือ $(3n-1)(-1)^{n+1}$

ภาพที่ 4.7 รูปแบบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณ์ทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 2 แบบที่ 2

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ก็สังเกตจากโจทย์พจน์ที่เป็นค่าบวก พจน์คู่จะเป็นค่าติดลบค้ะ ผลต่างระหว่างพจน์ค้ะจะต่างกัน 6 ส่วนผลต่างระหว่างพจน์คู่เป็น - 6 ก็เลยใช้วิธีการบวกข้ามพจน์เอาค้ะ ก็จะมีสามพจน์ถัดไปได้คือ 20, -23, 26

ผู้วิจัย ทำยังไงถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน พจน์ที่ 14 ใช้การบวกเพิ่มเอาโดยที่พจน์ 14 คือพจน์คู่ค้ะ ก็จะบวกเพิ่มข้ามพจน์ ที่ละ - 6 ก็จะได้เท่ากับ -41

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณ์ทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน ก็ขั้นแรกทำให้ทุกพจน์เป็นบวกก่อนคะ จะทำให้สังเกตได้ง่ายจะเห็นว่าแต่ละพจน์มีผลต่างเป็น 3 เท่ากันเลย แล้วใช้วิธีการแจกแจงทีละพจน์เพื่อหาความสัมพันธ์โดยการแจกแจงจำนวนในแต่ละพจน์ แล้วหาความสัมพันธ์ของตัวเลขทุกพจน์ก็จะได้ความสัมพันธ์คือ $3n-1$ แล้วจากนั้นก็สังเกตจากโจทย์พจน์แรกเป็นบวก พจน์ที่สองเป็นลบสลับไปมา ก็เลยใช้เลขยกกำลังช่วย เลยได้ $(-1)^{n+1}$ ไปคูณกับ $3n-1$

แบบที่ 3 $6n-4$

2. $2, -5, 8, -11, 14, -17, \dots, 20, 52, 26$

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 14, 55
 ตอบ $20, -23, 26$ พจน์ที่ 14 = -48 พจน์ที่ 55 = 322

2.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด
 ตอบ

ก

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 2 + (n-1) \cdot 6$$

$$a_n = 2 + 6n - 6$$

$$a_n = 6n - 4$$

$$a_n = (6 \times 55) - 4$$

$$= 330 - 4$$

$$= 326$$

$a_n = 2 + (-6n) + 6$
 $= (-6 \times 55) + 8$
 $= -330 + 8$
 $= -322$

50 + 20 + 20 + 64 = 96

ภาพที่ 4.8 การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 2 แบบที่ 3

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร
 ข้อสังเกตข้ามพจน์ครบพจน์ที่ 1 มาพจน์ที่ 3 เพิ่มขึ้น 6 พจน์ที่ 3 ไปพจน์ที่ 5 ก็เพิ่มขึ้น 6 เช่นกัน
 จากนั้นเมื่อสังเกตพจน์คู่บ้างพจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 4 ลดลง -6 พจน์ที่ 4 มาพจน์ที่ 6 ก็ลดลง -6
 เช่นกัน แสดงว่า 3 พจน์ถัดไปก็คือ พจน์ที่ 7 พจน์ที่ 8 และพจน์ที่ 9 โดยพจน์ที่ 7 จะเพิ่มขึ้นจากพจน์
 ที่ 5 มา 6 เท่ากับ 20 พจน์ที่ 8 จะลดลงจากพจน์ที่ 6 มา -6 เท่ากับ -23 และพจน์ที่ 9 จะเพิ่มขึ้นจาก
 พจน์ที่ 7 มาอีก 6 เท่ากับ 23 ครับ

ผู้วิจัย ทำอย่างไรถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน จะใช้สูตรลำดับเลขคณิตในการหาครับ

ผู้วิจัย ทำไมถึงใช้สูตรลำดับเลขคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้ครับ

นักเรียน จากสูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$ จะเห็นได้ว่า a_1 คือพจน์ที่ 1 ซึ่งเท่ากับ 2 และค่า d คือระยะห่างระหว่างพจน์ที่ 1 กับพจน์ที่ 3 ซึ่งเท่ากับ 6 จากนั้นจะครบบก็แทนค่าจะได้เท่ากับ $a_n = 2 + (n-1)6$ โทกจากนั้นก็แก้สมการจะได้ $a_n = 6n - 4$

แบบที่ 4 $10n^2 - 23n + 15$

$$\begin{array}{cccccccc}
 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & \\
 & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\
 -3 & 3 & -3 & 3 & -3 & 3 & -3 & 3 \\
 2, & -5, & 8, & -11, & 14, & -17, & 20, & -23, & 26
 \end{array}$$

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 14, 55

ตอบ 20, -23, 26 และ 1653, 29000 จกมลรัตน์

2.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด

ตอบ $10n^2 - 23n + 15$

วิธีการคิด

พจน์ทั่วๆไปคือ $a_n = an^2 + bn + c$

$$a_1 = a + b + c = 2 \quad \text{--- ①}$$

$$a_2 = 4a + 2b + c = -5 \quad \text{--- ②}$$

$$a_3 = 9a + 3b + c = 8 \quad \text{--- ③}$$

$$\text{③} - \text{①} = 3a + b = 7 \quad \text{--- ④}$$

$$\text{③} - \text{②} = 5a + b = 13 \quad \text{--- ⑤}$$

$$\text{⑤} - \text{④} = 2a = 20$$

$$a = 10 \text{ แทนใน ④}$$

$$3(10) + b = 7$$

$$30 + b = 7$$

$$b = 7 - 30$$

$$b = -23$$

หาค่า a, b แทนใน ①

$$10 - 23 + c = 2$$

$$-13 + c = 2$$

$$c = 2 + 13$$

$$c = 15$$

$$a_n = 10n^2 - 23n + 15$$

$$\begin{aligned}
 \text{พจน์ที่ } 14 &= 10(14)^2 - 23(14) + 15 \\
 &= 1960 - 322 + 15 \\
 &= \boxed{1653}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พจน์ที่ } 55 &= 10(55)^2 - 23(55) + 15 \\
 &= 30250 - 1265 + 15 \\
 &= \boxed{29000}
 \end{aligned}$$

ภาพที่ 4.9 การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 2 แบบที่ 4

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน สังเกตพจน์ที่ 1 กับพจน์ที่ 2 นำมาบวกกันจะได้ -3 พจน์ที่ 2 กับพจน์ที่ 3 บวกกัน
จะได้ 3 พจน์ที่ 3 กับพจน์ที่ 4 บวกกันจะได้ -3 ผลการบวกกันจะสลับแบบนี้ไปเรื่อยๆ
ทำให้สามารถหาสามพจน์ถัดไปได้คือ 20, -23, 26

ผู้วิจัย ทำยังไงถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ใช้การหารกรณีทั่วไปก่อนค่ะ

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหารกรณีทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน ใช้พหุนามดีกรีสองในการหารกรณีทั่วไปครับ เพราะจากแบบรูป พจน์ที่ 1 และพจน์ที่
2 ผลต่างคือ -3 พจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 3 ผลต่างคือ 3 พจน์ที่ 3 และพจน์ที่ 4 ผลต่างคือ -3 พจน์ที่ 4
และพจน์ที่ 5 ผลต่างคือ 3 เป็นแบบนี้ไปเรื่อย ๆ จะเห็นว่าผลต่างในครั้งแรกจะเท่ากับ -3, 3, -3, 3 ซึ่ง
เมื่อหาผลต่างในครั้งที่ 2 จะเท่ากับ 6 ทั้งหมดจึงสามารถนำพหุนามดีกรีสองมาใช้ในการหารกรณีทั่วไป
ได้

แบบที่ 5 ไม่สามารถหารกรณีทั่วไปได้

2. 2, -5, 8, -11, 14, -17, ..., 20, -23, 26

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 14, 55

ตอบ 20, -23, 26

2.2 จงหารกรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด

ตอบ

ภาพที่ 4.10 การคิดเชิงพีชคณิตในการหารกรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 2 แบบที่ 5

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ดูว่าพจน์ที่ 1 ไปพจน์ที่ 3 พจน์ที่ 3 ไปพจน์ที่ 5 จะเป็นค่าบวกซึ่งแต่ละพจน์เพิ่มขึ้นทีละ 6 แสดงให้เห็นว่าพจน์ที่ ๖ จะเป็นจำนวนเต็มบวก และพจน์ที่ ๖ ก็จะเป็นจำนวนเต็มลบ ซึ่งแต่ละพจน์จะลดลงทีละ -6 ค่ะ ก็ทำให้หา 3 พจน์ถัดไปได้เท่ากับ 20, -23, 26

ผู้วิจัย ทำอย่างไรถึงจะหาพจน์ที่ 14 และ 55 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน จากความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์ ก็ใช้การบวกเพิ่มไปเรื่อยๆค่ะ จนถึงพจน์ที่ 14 กับพจน์ที่ 55

ผู้วิจัย มีวิธีการคิดในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปอย่างไร

นักเรียน ไม่มีค่ะ

ตารางที่ 4.9

สรุปผลวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ข้อที่ 2

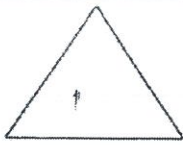
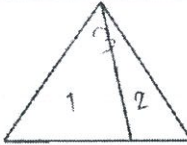
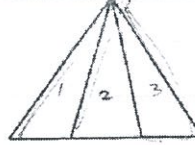
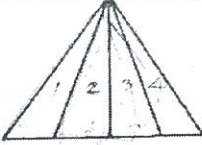
แบบรูป	ลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown				ผลลัพธ์	
	มีการแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล	มีการเลือกใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์	มีการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์	มีการใช้สัญลักษณ์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์	ถูก	ผิด
1	-	✓	-	✓	-	✓
2	✓	✓	✓	✓	✓	-
2	3	✓	-	✓	-	✓
4	-	✓	-	✓	-	✓
5	✓	-	-	-	-	✓

จากตาราง พบว่า วิธีการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ในข้อที่ 2 แบบรูปจำนวน สามารถแบ่งรูปแบบวิธีการคิดของนักเรียนได้ 5 รูปแบบ โดยรูปแบบที่นักเรียนสามารถหากรณีทั่วไปได้ถูกต้อง คือรูปแบบที่ 2 นักเรียนจะมีลักษณะการคิดครบทั้ง 4 ลักษณะ จะเห็นว่านักเรียนที่มีวิธีการคิดเชิงพีชคณิตครบทั้ง 4 ลักษณะนั้น จะสามารถหากรณีทั่วไปได้ถูกต้อง และจากตาราง จะเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดจะขาดการการคิดเชิงพีชคณิต ในด้านการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนหากรณีทั่วไปไม่ถูกต้อง

4.5.2 แบบรูปเรขาคณิต

4.5.2.1 ผลการวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 3 มีนักเรียนที่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้อง 12 คน นักเรียนที่ไม่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้องจำนวน 64 คน ซึ่งสามารถจำแนกจำแนกรูปแบบการสร้างกรณีทั่วไปได้ 3 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 $\frac{n(n+1)}{2}$

รูปที่ 1

รูปที่ 2

รูปที่ 3

รูปที่ 4

รูปที่ 1 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 1 รูป
 รูปที่ 2 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 รูป
 รูปที่ 3 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 6 รูป
 รูปที่ 4 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 10 รูป

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จึงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 รูปที่ 4, 5, 19, 33 มีสามเหลี่ยมทั้งหมดกี่รูป
 ตอบ $4 = 10, 5 = 15, 19 = 33, 33 = 66$

3.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด
 ตอบ $\frac{1}{2}(n^2) + \frac{1}{2}n + 1$

วิธีการคิด

กำหนดแบบรูปต่อไปนี้คือลำดับที่ n

$$\begin{matrix} 1 & 3 & 6 & 10 \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ 2 & 3 & 4 & \end{matrix}$$

จำนวนหน้าของลำดับที่ n
 ให้พหุนามดีกรี 2

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$a_1 = a + b + c = 1$ — ①
 $a_2 = 4a + 2b + c = 3$ — ②
 $a_3 = 9a + 3b + c = 6$ — ③

② - ① = $3a + b = 2$ — ④
 ③ - ② = $5a + b = 3$ — ⑤
 ⑤ - ④ = $2a = 1$ — ⑥

พหุนามที่ 17

$$\frac{1}{2}(17)^2 - \frac{1}{2}(17) + 1 = 172$$

พหุนามที่ 33

$$\frac{1}{2}(33)^2 - \frac{1}{2}(33) + 1 = 529$$

ภาพที่ 4.11 การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 3 แบบที่ 1

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

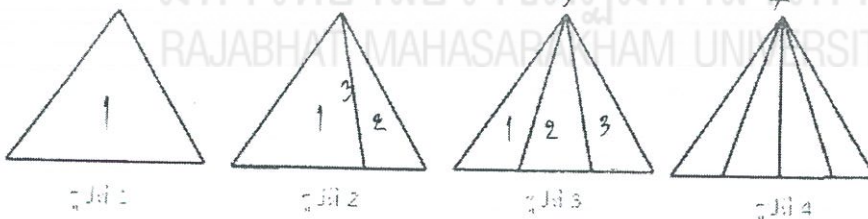
ผู้วิจัย จากโจทย์ มีวิธีการหาจำนวนรูปสามเหลี่ยมของรูปที่ 4,5,19,33 ใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน โจทย์จะเห็นว่า มีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 4 รูป ครบโจทย์กำหนดจำนวนรูปสามเหลี่ยมมาให้ 2 รูป คือรูปที่ 1 มีรูปสามเหลี่ยม 1 รูป และรูปที่ 2 มีรูปสามเหลี่ยม 3 รูป ส่วนรูปที่ 3 กับรูปที่ 4 ต้องดูเองครับ เพราะจากรูปสังเกตจากรูปที่ 3 รูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 6 รูป และนับในรูปที่ 4 จะได้รูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 10 รูป จากรูปที่ 1 ไปรูปที่ 2 จำนวนรูปสามเหลี่ยมต่างกัน 2 รูป รูปที่ 2 ไปรูปที่ 3 จำนวนรูปสามเหลี่ยมต่างกัน 3 รูป และรูปที่ 3 ไปรูปที่ 4 จำนวนรูปสามเหลี่ยมต่างกัน 4 รูป แสดงว่ารูปที่ 4 กับรูปที่ 5 จำนวนรูปสามเหลี่ยมต้องจากกัน 5 ลูก ดังนั้นรูปที่ 5 จะมีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 15 รูป ส่วนรูปที่ 19 และรูปที่ 33 จะใช้การหากรณีทั่วไปก่อน

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน จากรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 สามารถเขียนเป็นแบบรูปได้ดังนี้ 1 3 6 10 จากนั้นจะใช้การแจกแจงจำนวนในแต่ละพจน์เพื่อหาความสัมพันธ์ร่วมกัน นั่นคือพจน์ที่ 1 เท่ากับ 1 พจน์ที่ 2 = 3 พจน์ที่ 3 = 6 พจน์ที่ 4 = 10 จะได้กรณีทั่วไปคือ $\frac{n(n+1)}{2}$

แบบที่ 2 $2n-1$



รูปที่ 1 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 1 รูป $\Delta = 1 \times 2 = 2$

รูปที่ 2 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 รูป

รูปที่ 3 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 6 รูป

รูปที่ 4 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 10 รูป

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จึงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 รูปที่ 4,5,19,33 มีสามเหลี่ยมทั้งหมดกี่รูป

ตอบ รูปที่ 4,5 มี $\Delta = 7$ และ 9 รูป ตามลำดับ รูปที่ 19,33 มี $\Delta = 57$ และ 65 รูป ตามลำดับ

3.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด

ตอบ ขท-1

(ต่อ)

<p>จากแบบรูป จ.เป็นข้อ 2 เป็นลำดับเลขคณิต</p> <p>สูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$</p> $a_n = 1 + (n-1) \cdot 2$ $= 1 + 2n - 2$ $= 2n - 1$ <p>กรณี $n=17$ $= 2 \cdot 17 - 1$</p>	$2(17) - 1$ $34 - 1 = 33$ $2(33) - 1 = 66 - 1$ $= 65$
---	---

ภาพที่ 4.12 การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 3 แบบที่ 2

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

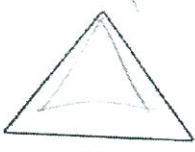
ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา จำนวนรูปสามเหลี่ยมของรูปที่ 4,5,19,33 ใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน เนื่องจากโจทย์ที่รูปที่ 1 มีรูปสามเหลี่ยม 1 รูป รูปที่ 2 มีรูปสามเหลี่ยม 3 รูปจะเห็นว่าผลต่างของรูปที่ 1 กับ รูปที่ 2 คือ 2 แสดงว่าผลต่างของรูปสามเหลี่ยมในแต่ละ รูปจะเท่ากับ 2 ทั้งหมด ดังนั้นรูปที่ 3 จะมีรูปสามเหลี่ยมห้ารูป รูปที่ 4 จะมีรูปสามเหลี่ยม 7 รูปและรูปที่ 5 จะมีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 9 รูปครึ่งส่วนรูปที่ 19 รูปที่ 33 จำนวนรูปสามเหลี่ยมจะเพิ่มขึ้นมาก ใช้การบวกไปเรื่อยๆจะทำให้การหาคำตอบผิดพลาดได้ค่ะเลยจะใช้การหากรณีทั่วไปก่อนแล้วค่อยแทน 19 และ 33 ในสมการเพื่อหาคำตอบ


ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน จากโจทย์สามารถเขียนเป็นลำดับได้เป็น 1, 3, 5, 7 จะเห็นว่าระหว่างแต่ละพจน์มีผลต่างเท่ากันคือ 2 ทั้งหมดจึงสามารถใช้สมการลำดับเลขคณิตในการหากรณีทั่วไปได้คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$

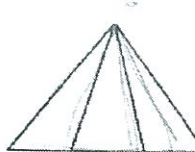
แบบที่ 3 $\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 1$



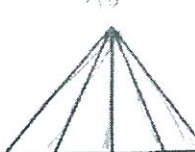
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

รูปที่ 1 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 1 รูป
 รูปที่ 2 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 รูป
 รูปที่ 3 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 6 รูป
 รูปที่ 4 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 10 รูป

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 รูปที่ 4,5,19,33 มีสามเหลี่ยมทั้งหมดกี่รูป
 ตอบ

3.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด
 ตอบ

วิธีการคิด

พิจารณา
 ① ใช้พหุนามดีกรี 2
 $a_n = an^2 + bn + c$
 $a_1 = a + b + c = 1$ — ①
 $a_2 = 4a + 2b + c = 3$ — ②
 $a_3 = 9a + 3b + c = 6$ — ③
 ② - ① = $3a + b = 2$ — ④
 ③ - ② = $5a + b = 3$ — ⑤
 ⑤ - ④ = $2a = 1$
 $a = \frac{1}{2}$ แทนใน ④

$\frac{3}{2} + b = 2$
 $b = 2 - \frac{3}{2}$
 $b = \frac{1}{2}$

จาก a, b แทนใน ①
 $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + c = 1$
 $c = 1$

ดังนั้นทั่วไป คือ $\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 1$

รูปที่ 19
 $\frac{1}{2}(19)^2 - \frac{1}{2}(19) + 1$
 $= 170$

รูปที่ 33
 $\frac{1}{2}(33)^2 - \frac{1}{2}(33) + 1$
 $= 524$

ภาพที่ 4.13 การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 3 แบบที่ 3

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา จำนวนรูปสามเหลี่ยมของรูปที่ 4,5,19,33 ใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ข้อสังเกตนะครับตอนแรกเลยจะใช้การหาแบบรูปให้จบก่อน เพราะโจทย์กำหนดรูปสามเหลี่ยมรูปที่ 1 นะครับจะมีรูปสามเหลี่ยม 1 รูป รูปที่ 2 จะมีรูปสามเหลี่ยม 3 รูปแต่รูปที่ 3 กับรูปที่ 4 ต้องหาเองจากการสังเกตรูปที่ 2 แล้วลองนับดูจะเห็นว่ารูปสามเหลี่ยมจะมีแค่ 2 รูปถ้าเราสังเกตไม่ดี แต่ถ้าเรามองดี ๆ จากโจทย์นะครับกำหนดรูปสามเหลี่ยมรูปที่ 2 มาให้ทั้งหมด 3 รูปแสดงว่า

วิธีการนับรูปสามเหลี่ยมจากรูปสามเหลี่ยมทุกแบบทุกขนาดตั้งนั้นรูปสามเหลี่ยมรูปที่ 3 และรูปที่ 4 จากการนับจะมีรูปสามเหลี่ยม 6 รูปและ 10 รูปตามลำดับซึ่งจะได้ลำดับของแบบรูปนี้คือ 1, 3, 6, 10 จะเห็นว่าผลต่างของแต่ละพจน์คือ 2 3 4 ดังนั้นผลต่างของบพที่ 4 ข้อที่ 5 คือตั้งนั้นรูปที่ 5 จึงมีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด $10 + 5 = 15$ รูปครับ ส่วนรูปที่ 19 และ 33 ถ้าใช้การนับจะลำบากเลยจะลองไปหากรณีทั่วไปก่อนแล้วค่อยมาหารูปที่ 19 กับรูปที่ 33 ครับ

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

นักเรียน จากลำดับบนะครับ 1, 3, 6, 10 จะเห็นว่าผลต่างในครั้งแรกของแบบรูปนี้คือ 2, 3, 4 ซึ่งผลต่างยังไม่คงที่ ก็เลยหาผลต่างอีกครั้งหนึ่งจะได้ผลต่างเท่ากับ 1, 1 ซึ่งผลต่างคงที่ในครั้งที่ 2 จึงสามารถใช้พหุนามดีกรีสองในการหากรณีทั่วไปได้ครับ

แบบที่ 4 ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้

3. พิจารณา ลำดับของรูปสามเหลี่ยม ต่อไปนี้

รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3 รูปที่ 4

รูปที่ 1 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 1 รูป
รูปที่ 2 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 รูป
รูปที่ 3 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 6 รูป
รูปที่ 4 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 10 รูป

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 รูปที่ 4, 5, 19, 33 มีสามเหลี่ยมทั้งหมดกี่รูป
ตอบ $4 \rightarrow 5$, $5 \rightarrow 6$, $19 \rightarrow 20$, $33 \rightarrow 34$

3.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด
ตอบ

ภาพที่ 4.14 การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 3 แบบที่ 4

ผู้วิจัย ได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา จำนวนรูปสามเหลี่ยมของรูปที่ 4, 5, 19, 33 ใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน จากโจทย์นะคะ กำหนดจำนวนรูปสามเหลี่ยมมาเฉพาะรูปที่ 1 กับรูปที่ 2 ค่ะ ส่วนรูปที่ 3 และรูปที่ 4 ต้องหาเองค่ะ เลยใช้วิธีการนับจากรูปที่ 1 มีจำนวนสามเหลี่ยม 1 รูป รูปที่ 2 มีจำนวนสามเหลี่ยมจำนวน 3 รูป สังเกตรูปที่ 2 ดูวิธีการนับว่าทำไมถึงได้ 3 จากนั้นก็นับรูปที่ 4 กับรูปที่ 5 ก็จะได้รูปสามเหลี่ยม 6 และ 10 รูปตามลำดับ ทำให้สามารถหารูปที่

5 ได้ จากลำดับของแบบรูป 1, 3, 6, 10 จะเพิ่มขึ้นทีละ 2 3 4 แสดงว่าพจน์ที่ 5 ก็จะเพิ่ม 5 ก็จะได้จำนวนรูป 3 เหลี่ยม เท่ากับ 15 รูป ส่วนรูปที่ 19 และ 33 ใช้วิธีการบวกเพิ่มไปเรื่อย ๆ จากความสัมพันธ์นี้

ผู้วิจัย มีวิธีการคิดในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปอย่างไร

นักเรียน ไม่มีค่ะ

ตารางที่ 4.10

สรุปผลวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ข้อที่ 3

		ลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown				ผลลัพธ์	
ข้อที่	แบบที่	มีการแยกแยะ	มีการเลือกใช้	มีการตีความ	มีการใช้	ถูก	ผิด
		หรือการแสดง	ตัวแทน	และประยุกต์	สัญลักษณ์		
		ให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล	ความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์	ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์	และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์		
3	1	✓	✓	✓	✓	✓	
	2	-	✓	-	✓		✓
	3	✓	✓	✓	✓	✓	
	4	✓	-	-	-		✓

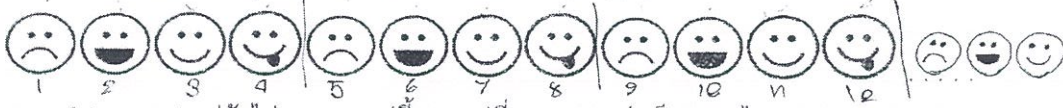
จากตาราง พบว่า วิธีการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ในข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิต สามารถแบ่งรูปแบบวิธีการคิดของนักเรียนได้ 4 รูปแบบ โดยรูปแบบที่นักเรียนสามารถหากรณีทั่วไปได้ถูกต้อง คือรูปแบบที่ 1 และแบบที่ 3 นักเรียนจะมีลักษณะการคิดครบทั้ง 4 ลักษณะ จะเห็นว่านักเรียนที่มีวิธีการคิดเชิงพีชคณิตครบทั้ง 4 ลักษณะนั้น จะสามารถหากรณีทั่วไปได้ถูกต้อง และจากตาราง จะเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดขาดการการคิดเชิงพีชคณิต ในด้านการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนหากรณีทั่วไปไม่ถูกต้อง

4.5.3 แบบรูปซ้ำ

4.5.3.1 ผลการวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 4 มีนักเรียนที่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้อง 11 คน นักเรียนที่ไม่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้องจำนวน 65 คน ซึ่งสามารถจำแนกจำแนกรูปแบบการสร้างกรณีทั่วไปได้ 3 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 $4n - 2$

4. จงพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ พร้อมตอบคำถามต่อไปนี้



4.1 จงหา 3 รูปถัดไปของแบบรูปนี้ และรูปที่ 20,66,90 ว่าเป็นรูปอะไร

ตอบ



4.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูป 😊 พร้อมทั้งแสดงวิธีการคิด

ตอบ

คิด

$$\begin{array}{cccc}
 & 4 & & 4 & & 4 \\
 & \frown & & \frown & & \frown \\
 2 & & 6 & & 10 & & 14 \\
 \\
 a_n & = & a_1 & + & (n-1)d \\
 \\
 a_n & = & 2 & + & (n-1)4 \\
 & = & 2 & + & (4n-4) \\
 & = & 4n & - & 2
 \end{array}$$

ภาพที่ 4.15 การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 4 แบบที่ 1

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 รูปถัดไปได้ได้อย่างไร ใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ก็จะสังเกตรูปภาพจากโจทย์ครบรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 จะต่างกัน จากนั้นรูปที่ 5 ก็จะเหมือนกับรูปที่ 1 รูปที่ 6 จะเหมือนกับรูปที่ 2 รูปที่ 7 จะเหมือนกับรูปที่ 3 รูปที่ 8 จะเหมือนกับรูปที่ 4 รูปที่ 9 ถึงรูปที่ 12 ก็จะเหมือนกับรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 เช่นกันเป็นแบบนี้ไปเรื่อย ๆ จากรูปสุดท้ายของแบบรูปซึ่งซ้ำกับรูปที่ 4 ดังนั้น 3 รูปถัดไป ก็ต้องซ้ำกับรูปที่ 5, 6, 7 ตามลำดับครับ

ผู้วิจัย ทำอย่างไรถึงจะหารูปที่ 20, 66 และ 90 มีวิธีการคิดอย่างไร


นักเรียน ใช้การนับไปเรื่อย ๆ ครับ

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้

นักเรียน จากการสังเกตนะครบรูปภาพจะแตกต่างกัน 4 รูปจากนั้นก็ซ้ำไปเรื่อย ๆ เราก็เขียนลำดับกำกับไว้ครบจากรูปที่ 1 ไปถึงรูปสุดท้ายคือรูปที่ 12 จากโจทย์ให้หากรณีทั่วไปของรูป 😊 ซึ่ง

จะได้ลำดับของแบบรูปดังนี้ 2, 6, 10, 14 จะเห็นว่าผลต่างของแต่ละลำดับเท่ากับ 4 ทั้งหมดเลยก็เลยใช้ลำดับเลขคณิตในการหากรณีทั่วไปครับ

$$\text{แบบที่ 2 } 3n - 2$$



4.1 จงหา 3 รูปถัดไปของแบบรูปนี้ และรูปที่ 20, 66, 90 ว่าเป็นรูปอะไร
ตอบ

4.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูป 😊 พร้อมทั้งแสดงวิธีการคิด
ตอบ $3n - 2$

ารคิด

$$\begin{aligned}
 a_n &= a_1 + (n-1)d \\
 &= 1 + (n-1)4 \\
 &= 1 + 4n - 4 \\
 &= 4n - 3
 \end{aligned}$$

ภาพที่ 4.16 รูปแบบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 4 แบบที่ 2

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 รูปถัดไปได้อย่างไร ใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ตอนแรกก็สังเกตจากโจทย์นะจ๊ะจากรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 รูปแต่ละรูปจะไม่ซ้ำกันเลย และสังเกตรูปที่ 5-8 รูป ก็จะซ้ำกับรูปที่ 1-4 รูปที่ 9-12 ก็จะซ้ำกับรูปที่ 1-4 เช่นกันดังนั้น 3 รูปถัดไปคือรูปที่ 13-15 ก็จะเหมือนกับรูปที่ 1-3 ค่ะ

ผู้วิจัย ทำยังไงถึงจะหารูปที่ 20, 66 และ 90 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน ก็ใช้การหารนะจ๊ะสังเกตว่าจะมี 4 รูปที่ต่างกันจะเขียนตัวเลขกำกับได้เป็น 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4 และจากโจทย์ให้หารรูปที่ 20, 66 และ 90 คือรูปอะไร จากแบบรูปที่มี 4 รูปที่ต่างกันก็จะนำไปหารด้วย 4 ทั้งหมดค้ะคือ $20 \div 4 = 5$ ลงตัวแสดงว่ารูปที่ 20 เหมือนกับรูปที่ 4 รูปที่ 66 คือ $66 \div 4 = 16$ เศษ 2 ซึ่งจะเหมือนกับรูปที่ 2 ก็เลยใช้วิธีคิดแบบนี้

ผู้วิจัย ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้

นักเรียน จากแบบรูปใช้สูตรลำดับเลขคณิตค้ะ จากรูปก็เขียนตัวเลขลงไปทุกเลขเริ่มจาก 1

ค่ะจะได้ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 ก็เลยใช้สูตรลำดับเลขคณิตในการหากรณีทั่วไป

ผู้วิจัย นักเรียนแทนค่าอย่างไรครับลองอธิบายคร่าวๆ

นักเรียน ก็ให้ $a_1 = 1$ ส่วน \square คือผลต่าง ซึ่งแบบรูป 😊 จะมีรูปอื่นคั่นอยู่ 3 รูปเลยได้ผลต่างเท่ากับ 3 ค่ะ จากนั้นก็แทนค่าเพื่อหากรณีทั่วไปค่ะ

แบบที่ 3 ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้

4. จงพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ พร้อมตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 จงหา 3 รูปถัดไปของแบบรูปนี้ และรูปที่ 20, 66, 90 ว่าเป็นรูปอะไร

ตอบ รูปที่ 1 = 😊 รูปที่ 2 = 😊 รูปที่ 3 = 😊 รูปที่ 4 = 😊 รูปที่ 5 = 😊 รูปที่ 6 = 😊 รูปที่ 7 = 😊 รูปที่ 8 = 😊 รูปที่ 9 = 😊 รูปที่ 10 = 😊 รูปที่ 11 = 😊 รูปที่ 12 = 😊

รูปที่ 20 = 20 ÷ 4 = 5 | 5 - 1 = 4

รูปที่ 66 = 66 ÷ 4 = 16 | 16 - 1 = 15

รูปที่ 90 = 90 ÷ 4 = 22 | 22 - 1 = 21

4.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้

ภาพที่ 4.17 การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ข้อที่ 4 แบบที่ 3

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

RAJABHAT MAHASARAKAM UNIVERSITY

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน บทสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ผู้วิจัย จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 รูปถัดไปได้ได้อย่างไร ใช้วิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน จากโจทย์สังเกตว่ารูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 จะแตกต่างกันครับ จากนั้น 4 รูปถัดไปก็จะซ้ำกับ 4 รูปแรกเป็นแบบนี้ไปเรื่อย ๆ ครับ ก็สามารถหา 3 รูปถัดไปได้

ผู้วิจัย ทำอย่างไรถึงจะหารูปที่ 20, 66 และ 90 มีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน จากโจทย์สังเกตว่ารูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 จะแตกต่างกัน ทำให้รู้ว่า มี 4 รูปที่แตกต่างกัน จากนั้นเขียนเลข 1-4 กำกับไว้ครับ ได้รูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 จากนั้นจะนำ 20 66 90 มาหารด้วย 4 ครับ ถ้าลงตัวก็จะเป็นรูปที่ 4 ถ้าเหลือเศษ อะไรก็จะเป็นรูปนั้นครับ เช่น 20 หาร 4 ได้ 5 ลงตัวแสดงว่ารูปที่ 20 คือรูปที่ 4 หรือ 66 หาร 4 จะเหลือเศษ 2 แสดงว่ารูปที่ 66 คือรูปที่ 2 ครับ ส่วนรูปที่ 90 ใช้วิธีการเดียวกันครับ

ผู้วิจัย มีวิธีการคิดในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปอย่างไร

นักเรียน ไม่มีครับ

ตารางที่ 4.11

สรุปผลวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ข้อที่ 4

ข้อที่	แบบที่	ลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown				ผลลัพธ์	
		มีการแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล	มีการเลือกใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์	มีการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์	มีการใช้สัญลักษณ์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์	ถูก	ผิด
4	1	✓	✓	✓	✓	✓	
	2	✓	✓	-	✓		✓
	3	✓	-	-	-		✓

จากตารางที่ 4.11 พบว่า วิธีการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปในข้อที่ 4 แบบรูปซ้ำ สามารถแบ่งรูปแบบวิธีการคิดของนักเรียนได้ 3 รูปแบบ โดยรูปแบบที่นักเรียนสามารถหากรณีทั่วไปได้ถูกต้อง คือรูปแบบที่ 1 นักเรียนจะมีลักษณะการคิดครบทั้ง 4 ลักษณะ จะเห็นว่านักเรียนที่มีวิธีการคิดเชิงพีชคณิตครบทั้ง 4 ลักษณะนั้น จะสามารถหากรณีทั่วไปได้ถูกต้อง และจากตาราง จะเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดจะขาดการคิดเชิงพีชคณิต ในด้านการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนหากรณีทั่วไปไม่ถูกต้อง

บทที่ 5

สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัย เรื่อง การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามลำดับดังนี้

1. วัตถุประสงค์การวิจัย
2. สรุปผลการวิจัย
3. อภิปรายผลการวิจัย
4. ข้อเสนอแนะ

5.1 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาวิธีการคิดเชิงพีชคณิต ในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม

5.2 สรุปผลการวิจัย

จากการวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียน ตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown สามารถสรุปผลการวิจัยการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนมี ดังนี้

5.2.1 จากจำนวนนักเรียนที่สามารถเขียนกรณีทั่วไปได้ถูกต้อง ไม่ถูกต้อง และไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้ พบว่า นักเรียนที่ไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้มากที่สุด คือข้อที่ 4 แบบรูปซ้ำ จำนวน 63 คน คิดเป็นร้อยละ 82.89 รองลงมาคือ ข้อที่ 1 และข้อที่ 2 แบบรูปจำนวน จำนวน 60 คน คิดเป็นร้อยละ 78.95 และ จำนวน 59 คน คิดเป็นร้อยละ 77.63 ตามลำดับ และข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิตจำนวน 56 คน คิดเป็นร้อยละ 73.68 จะเห็นได้ว่า นักเรียนมีปัญหาในการหากรณีทั่วไปในแบบรูปซ้ำมากที่สุด รองลงมาคือแบบรูปจำนวน และแบบรูปเรขาคณิต ตามลำดับ

5.2.2 ผลคะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown ของนักเรียน พบว่า ข้อที่ 1 และข้อที่ 2 แบบรูปของจำนวน คะแนนรวมใกล้เคียงกัน คือ 101 คะแนน และ 98 คะแนน ตามลำดับ รองลงมาคือ ข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิต คะแนนรวม เท่ากับ 88 คะแนน และข้อที่ 4 แบบรูปซ้ำ คะแนนรวมเท่ากับ 71 คะแนน จะเห็นได้ว่า นักเรียนได้คะแนนการคิด

วิเคราะห์เชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown มากที่สุดคือ แบบรูปของจำนวนรองลงมาคือ แบบรูปเรขาคณิต และแบบรูปซ้ำ ตามลำดับ

5.2.3 จำนวนความถี่ของการแสดงการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown สูงที่สุด คือ การแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูลได้อย่างเหมาะสม ความถี่รวม 189 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 62.17 และต่ำที่สุด คือ การตีความและนำผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์มาใช้อย่างเหมาะสม ความถี่รวม 45 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 14.80 จะเห็นได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่มีลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown มากที่สุดคือ การแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูลอย่างเหมาะสม และนักเรียนมีลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown น้อยที่สุด คือ การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์มาใช้อย่างเหมาะสม

5.2.4 จากการศึกษาแบบวิธีการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน ในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป จะเห็นได้ว่าในแต่ละข้อ นักเรียนส่วนใหญ่จะไม่สามารถหากรณีทั่วไปได้ โดยเฉพาะ โจทย์ที่มีลักษณะเป็นรูปภาพในข้อที่ 3 และข้อที่ 4 ที่ต้องใช้การสังเกต และการคิดวิเคราะห์ ในข้อที่ 3 นักเรียนไม่แสดงวิธีการคิด จำนวน 32 คน ข้อที่ 4 จำนวน 42 คน แสดงให้เห็นถึงปัญหาของนักเรียนในการตีความโจทย์ วิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่เป็นรูปภาพ

5.2.5 วิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียน แต่ละแบบ ตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown พบว่าการคิดเชิงพีชคณิต ในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนทั้ง 3 แบบรูปคือแบบรูปจำนวน แบบรูปเรขาคณิต และแบบรูปซ้ำจำนวน 4 ข้อ แสดงให้เห็นว่านักเรียนจะสามารถหากรณีทั่วไปได้ถูกต้องจะต้องมีลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ครบทั้ง 4 ลักษณะ และนักเรียนที่มีการหากรณีทั่วไปไม่ถูกต้อง นักเรียนจะขาดลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตในด้านการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนำไปสู่การหากรณีทั่วไปไม่ถูกต้อง

5.3 อภิปรายผลการวิจัย

การอภิปรายผลการวิจัย เรื่อง การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม ผู้วิจัยขออภิปรายผลการวิจัยดังนี้

5.3.1 นักเรียนสามารถหากรณีทั่วไปได้ถูกต้อง จำนวนสูงที่สุดคือ ข้อที่ 2 แบบรูปจำนวนและข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิต จำนวน 12 คนคิดเป็นร้อยละ 15.79 จำนวนต่ำที่สุดคือข้อที่ 1 แบบรูป

จำนวน จำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 13.16 จะเห็นว่าลักษณะของโจทย์ ที่แสดงแบบรูปแตกต่างกัน ไม่ส่งผลต่อการหากรณทั่วไปได้ถูกต้องของนักเรียนมากนักเนื่องจาก นักเรียนสามารถหากรณทั่วไปได้ถูกต้อง อยู่ในระดับที่ใกล้เคียงกัน นักเรียนที่สามารถหากรณทั่วไปได้ไม่ถูกต้องจำนวนสูงสุดคือ ข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิต จำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 10.53 จำนวนต่ำที่สุดคือข้อที่ 4 แบบรูปซ้ำ จำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 2.63 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงวิธีการคิดและสามารถหากรณทั่วไปได้ใน ลักษณะโจทย์ที่เป็นรูปเรขาคณิต มากกว่า ลักษณะโจทย์ที่เป็นรูปภาพซ้ำ แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่จะไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของแบบรูปซ้ำได้ทำให้นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการหรือ กระบวนการในการหากรณทั่วไปได้ และนักเรียนที่ไม่สามารถหากรณทั่วไปได้ จำนวนสูงสุดคือ ข้อ 4 แบบรูปซ้ำ จำนวน 63 คน คิดเป็นร้อยละ 82.89 จำนวนต่ำที่สุดคือ ข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิต จำนวน 56 คน คิดเป็นร้อยละ 73.68 จะเห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่จะมีปัญหาในการวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ ของโจทย์ที่เป็นแบบรูปซ้ำ ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการหรือเลือกใช้สมการ ในการหากรณทั่วไปได้

5.3.2 จากผลคะแนนการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown มากที่สุดคือ ข้อที่ 1 แบบรูปจำนวนคะแนนรวม 101 คะแนน รองลงมาคือข้อที่ 2 แบบรูป จำนวน คะแนนรวม 98 คะแนน จะเห็นว่านักเรียนมีคะแนนรวมการคิดวิเคราะห์เชิงพีชคณิตใน รูปแบบจำนวนสูงสุด แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการทำแบบทดสอบที่เป็นแบบรูป จำนวน ที่ลักษณะของโจทย์จะกำหนดลำดับเป็นตัวเลข มากกว่าแบบทดสอบที่เป็นรูปภาพที่จะต้อง ทำการวิเคราะห์หาลำดับของแบบรูปก่อนนักเรียนถึงจะสามารถหาความสัมพันธ์ของลำดับและหา กรณทั่วไปได้ และคะแนนรวมต่ำที่สุดคือ ข้อที่ 4 แบบรูปซ้ำ คะแนนรวม 71 คะแนน จะเห็นได้ว่า นักเรียนมีปัญหาในการวิเคราะห์เพื่อหาลำดับของแบบรูปซ้ำ นักเรียนส่วนใหญ่จะมองรูปแบบไม่ออก ว่าจะต้องทำอย่างไร คิดอย่างไร ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถหาความสัมพันธ์หรือแสดงวิธีการคิดได้ และเมื่อพิจารณาที่ระดับคะแนน 4 คะแนนซึ่งเป็นระดับคะแนนที่นักเรียนสามารถหากรณทั่วไปได้ ถูกต้อง ในข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 4 นั้น จำนวนนักเรียนที่สามารถหากรณทั่วไปได้ถูกต้องนั้นไม่ต่างกันมาก จำนวน 10, 12, 12, 11 คนตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Orton and Orton (1999) ที่ว่า มีนักเรียนบางส่วนเท่านั้นที่สามารถหาพจน์ที่ n ได้ แต่ถ้าพิจารณาที่ระดับ 0 คะแนนซึ่งเป็นระดับ คะแนนที่นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการคิดได้ ในรูปแบบซ้ำ ข้อที่ 4 มีถึง 42 คน เห็นได้ชัดว่า นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูป หรือสามารถหาพจน์ถัดไปของแบบรูปได้ ซึ่ง สอดคล้องกับงานวิจัย ของณัชชา กมล (2554) ที่ว่านักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะของแบบรูป ที่กำหนดให้ได้ ทำให้ไม่สามารถหาค่าของพจน์ถัดไป และพจน์ต่าง ๆ ของแบบรูปได้ หรือตอบคำถาม โดยการเดา

5.3.3 นักเรียนแสดงวิธีการคิดเชิงพีชคณิตของตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown สูงที่สุดคือ การแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล ความถี่รวม 183 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 60.20 ซึ่งมากกว่าการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown อีก 3 ลักษณะอย่างเห็นได้ชัด แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลหรือแยกแยะข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของแบบรูปและหาพจน์ถัดไปของแบบรูปได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Hargreaves and Other (1998) ที่ว่า การมองหาความแตกต่างระหว่างพจน์ เป็นยุทธวิธีที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ โดยการหาผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่ถัดไป และ Orton and Orton (1999) ที่ว่า นักเรียนครึ่งหนึ่งจากนักเรียนทั้งหมดสามารถหาพจน์ถัดไปของแบบรูปได้ แต่นักเรียนไม่สามารถที่จะนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูล มาตีความหรือประยุกต์ผลในการเลือกใช้สมการ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือวิธีการต่าง ๆ มาใช้ในการหากรณิทั่วไปได้ จากข้อมูลจะพบว่าในข้อที่ 1 และข้อที่ 2 แบบรูปจำนวน นักเรียนมีการแสดงการแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล มากที่สุดคือ 61 และ 52 ครั้งตามลำดับ แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาในรูปแบบของจำนวน ซึ่งโจทย์จะอยู่ในรูปของตัวเลขมากกว่า แบบรูปเรขาคณิตและแบบรูปซ้ำ ซึ่งโจทย์จะอยู่ในรูปแบบรูปภาพ และวิธีการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่ความถี่ต่ำที่สุดคือ การตีความและนำผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ ความถี่รวม 45 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 14.80 จากแบบทดสอบทั้ง 4 ข้อพบว่า นักเรียนมีการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ ในข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 4 มีความถี่ 10, 12, 12 และ 11 ตามลำดับ แสดงให้เห็นว่ามีนักเรียนส่วนใหญ่ขาดทักษะในด้านการตีความหรือนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลมาใช้ในการหาสมการหรือหาวิธีการมาใช้ในการหาคำตอบได้ จากสถานการณ์ปัญหาเพื่อนำไปสู่การหารูปแบบหรือวิธีการในการหากรณิทั่วไปได้

5.3.4 จากการศึกษาแบบรูปการหากรณิทั่วไปของนักเรียนจากแบบทดสอบทั้ง 4 ข้อ แบบรูปจำนวน ข้อที่ 1 สามารถแบ่งรูปแบบการคิดได้ 5 รูปแบบ โดยรูปแบบที่มีความถี่สูงสุดคือ แบบที่ 5 มีการแสดงวิธีการคิด จำนวน 46 คน คิดเป็นร้อยละ 60.53 รองลงมาคือแบบที่ 4 จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 9.21 และมีนักเรียนที่ไม่แสดงวิธีคิดจำนวน 14 คนคิดเป็นร้อยละ 18.42 ข้อที่ 2 สามารถแบ่งรูปแบบการคิดได้ 5 รูปแบบ โดยรูปแบบที่มีความถี่สูงสุดคือ แบบที่ 5 มีการแสดงวิธีการคิด จำนวน 40 คน คิดเป็นร้อยละ 52.63 รองลงมาคือแบบที่ 2 จำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 15.79 และมีนักเรียนที่ไม่แสดงวิธีคิดจำนวน 19 คนคิดเป็นร้อยละ 25.00 จากแบบรูปจำนวนข้อที่ 1 และข้อที่ 2 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงการวิเคราะห์ข้อมูลหรือหาความสัมพันธ์ของแบบรูปได้ แต่นักเรียนไม่สามารถหาวิธีการ หรือนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลมาใช้ในการหากรณิทั่วไปได้ ข้อที่ 3 แบบรูปเรขาคณิต สามารถแบ่งรูปแบบการคิดได้ 4 รูปแบบ โดยรูปแบบที่มีความถี่สูงสุดคือ แบบที่ 4 มีการแสดงวิธีการคิด จำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 31.58 รองลงมาคือแบบที่ 1 และแบบที่ 2 จำนวน 8 คน เท่ากันคิดเป็นร้อยละ 10.53 และมีนักเรียนที่ไม่แสดงวิธีคิดจำนวน 32 คนคิดเป็นร้อยละ 42.11 และข้อ

ที่ 4 แบบรูปซ้ำสามารถแบ่งรูปแบบการคิดได้ 3 รูปแบบ โดยรูปแบบที่มีความถี่สูงสุดคือ แบบที่ 3 มีการแสดงวิธีการคิด จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 27.63 รองลงมาคือแบบที่ 1 จำนวน 11 คนคิดเป็นร้อยละ 14.47 และมีนักเรียนที่ไม่แสดงวิธีคิดจำนวน 42 คนคิดเป็นร้อยละ 55.26 จากข้อที่ 3 และข้อที่ 4 จะเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแสดงวิธีการคิดหรือหาความสัมพันธ์ของแบบรูปได้ ซึ่งต่างจากข้อที่ 1 และข้อที่ 2 แบบรูปจำนวน แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในการคิด วิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ หรือตีความจากโจทย์ที่มีลักษณะที่เป็นรูปภาพ

5.3.5 จากการศึกษาวิธีการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown ทั้ง 4 ข้อ นักเรียนที่สามารถหาคำอธิบายได้ถูกต้องจะมีวิธีการคิดเชิงพีชคณิต ครบทั้ง 4 ลักษณะของ Herbert & Brown ทั้ง การแยกแยะหรือการแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์ข้อมูล การเลือกใช้ตัวแทนความคิดแสดงข้อมูลทางคณิตศาสตร์ การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการวิธีการคิดที่เป็นระบบรอบคอบ สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาในหลายๆรูปแบบได้อย่างถูกต้อง และจากการศึกษาวิธีการคิดของนักเรียนในการหาคำอธิบายได้ไม่ถูกต้อง นักเรียนจะขาดการ การตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นถึงนักเรียนไม่สามารถนำผลจากการวิเคราะห์ หรือความสัมพันธ์ของตัวเลขในแต่ละข้อ มาใช้ในการหาสมการ สูตร หรือวิธีการ ในการหาคำอธิบายได้

5.4 ข้อเสนอแนะ

5.4.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

จากการสรุปผลการวิจัย จะเห็นว่าลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตทั้ง 4 ลักษณะของ Herbert and Brown มีผลอย่างมากต่อการหาคำอธิบายได้ของนักเรียน ดังนั้นครูผู้สอนควรจัดการเรียนการสอน ให้เด็กเกิดการคิดที่สอดคล้องกับการคิดทั้ง 4 ลักษณะนี้

5.4.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

5.4.2.1 จากการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถหาคำอธิบายได้ถูกต้องและไม่สามารถหาคำอธิบายได้ อยู่ในระดับที่สูงมาก จึงควรมีการศึกษาถึงการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตในการหาคำอธิบายได้ของแบบรูป

5.4.2.2 จากการวิจัยพบว่าสาเหตุหลักที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถหาคำอธิบายได้ถูกต้อง นั้น นักเรียนส่วนใหญ่ขาดการตีความและประยุกต์ผลจากการค้นพบทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้ถูกต้อง สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา จึงควรมีการศึกษาลักษณะการคิดนี้โดยเฉพาะ เพื่อหาแนวทางในการพัฒนาไปสู่การหาคำอธิบายได้ที่ถูกต้องได้



บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทยจำกัด.
- ณัชชา กมล. (2554). *การพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลาย*. เชียงใหม่ : มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- นิภา เมธาวิชัย. (2543). *วิทยาการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏธนบุรี.
- บุญชม ศรีสะอาด.(2553). *การวิจัยเบื้องต้น*. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาสน์
- บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2526. *การทดสอบแบบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. เอกสารอัดสำเนา.
- บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. (2542). *เทคนิคการสร้างเครื่องมือรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : เจริญดีการพิมพ์.
- ผิยน ไชยศรี. (2526). *เครื่องมือวัดและประเมินผลการศึกษา*. เชียงใหม่ : ภาควิชาประเมินและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- พิชิต ฤทธิจรูญ. (2551). *การวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ : ปฏิบัติการวิจัยในชั้นเรียน*. กรุงเทพฯ : วิทยาลัยการฝึกหัดครู มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.
- ไพศาล วรคำ. (2555). *การวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 4. มหาสารคาม. ตักสิลาการพิมพ์.
- ภัทรา นิคมานนท์. (2534). *การประเมินผลและการสร้างแบบทดสอบ*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- รัตนา ศิริพานิช. (2535). *หลักการสร้างแบบสอบวัดทางจิตวิทยาและทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สาขาจิตวิทยา คณะศิลปศาสตร์.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2545). *พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525*. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญพัฒน์.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : สุวีริยา สาสน์.
- วลัยพรรณ ปิยพงศ์พันธ์. (2558). *ศึกษาการคิดเชิงพีชคณิต เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต)*.
ขอนแก่น : มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- วิจิตรา ใจเชื้อ. (2556). การศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ครุศาสตร์ดุษฎีบัณฑิต). มหาสารคาม : มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- วิเชียร เกตุสิงห์. (2515). หลักการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบ. กรุงเทพฯ: โอเดียนการพิมพ์.
- วิรัช วรรณรัตน์. (2558). หลักและวิธีการสอบวัด. บทความพิเศษ วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชพฤกษ์, 1(2), 1-12.
- วัฒนา พัชรวานิช. (2540). จิตวิทยาการเรียนรู้ของเด็ก. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุทธิวรรณ พิรศักดิ์โสภณ. (2557). การสร้างเครื่องมือวัดผลทางการ. สืบค้นจาก <http://www.mathayom9.go.th/nitad/analyze/achiev-1.pdf>
- อุทุมพร (ทองอุไทย) จามรมาน. (2545). เทคนิคการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544. กรุงเทพฯ: ฟินนี่.
- Baroody, A.J. (1993). *Children's Mathematical thinking*. New York : Teacher College.
- Beggs, A. (1994). Mathematics: content and Process. Mathematics Education: A Handbook for Teacher. (Edited by Jim Neyland). *The Wellington College of Education*, Wellington: New Zealand. 1, 183-192.
- Cai, Jinfa. (2004). Developing Algebraic Thinking in the earlier Grades from an International Perspective. *The Mathematics Educator*. 8(1): 1-5.
- Carpenter, T.P. & Frank, M. (2001) Developing Algebraic Reasoning in the Elementary School: Generalization and Proof. In H. Chick, k. Stacey, J. Vincent, and J. Vincent. (Eds.), Proceedings of the 12th ICMI Study Conference: The future of the Teaching and Learning of Algebra. Melbourne, Australia: *The University of Melbourne*. 155-162.
- Carpenter, T.P. & Levi, L. (2000). *Developing Conceptions of Algebraic Reasoning in Primary Grades*. Retrieved from <http://www.ncisla.Wceruw.org/publications/reports/RR-002.PDF>.

- Charlesworth, R. (2000). *Experiences in math for young children*. USA: Delmer.
- Christmas, T. Paul.; & Fey, T. James. (1999). Communicating the Importance of Algebra to Students. In *Algebraic Thinking Grades K-12: Reading from NCTM's School-Based Journals and Other Publications*. Edited by Barbara Moses. pp 5-13. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Driscoll, M. (1997). *Focus Groups a Method for Enhancing Community Consensus and Mobilizations*. Presented at the Society for Applied Anthropology Conference, Seattle, WA.
- Driscoll, M. (2001). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers Grades 6-10*, Heinemann, Portsmouth.
- Driscoll, M. (2001). *The fostering of algebraic thinking toolkit: A guid for staff development (Introduction and analyzing written student work module)*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Greenes, C.; & Findell, C. (1998). *Algebra puzzles and problems, grade 6*. Mountain View, CA: Creative Publications.
- Greenes, C.; & Findell, C. (1999). Developing Students' Algebraic Reasoning Abilities. In *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Edited by Lee V. Stiff and Frances R. Curcio. pp. 127-137. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Greenwood, Jonathan Jay. (1993). On the Nature of Teaching and Assessing Mathematics Power and Mathematics Thinking. *Arithmetic Teacher*. 41(3): 144-152.
- Herbert, K. & Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for Algebraic Reasoning. In *Algebraic thinking. Grades K – 12: Reading from NCTM's School – Based Journals and other Publications*. Edited by Barbara Moses. 123-128.

- Kaput, J. (1993). Algebra for the 21st Century: Proceedings for the August 1992 Conference. Reston, VA The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. L. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp.133–156). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Kennedy, L.M. and Tipp, S. (1994). *Guiding children's learning of mathematics* (5th ed.). Belmont: California Wadsworth.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Kieran, C. & Chalouh, L. (1993). *Pre-algebra: The transition from Arithmetic to Algebra* In D.T. Owens (ED), *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Kriegler, Shelley. (2003). *Just What is Algebraic Thinking?* Retrieved March 13, 2015 from [Http://www.mathandteaching.org/uploads/articles_PDF/articles-01-Kriegler.pdf](http://www.mathandteaching.org/uploads/articles_PDF/articles-01-Kriegler.pdf).
- Langrall, C.W. & Swafford, J.O. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 6: 254–261.
- Lee, L. (1996). *Algebraic understanding: The search for a model in the mathematics education community*. Unpublished doctoral dissertation. University du Quebec a Montreal.
- Lee, L. (2001). Early algebra – But which algebra?. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Eds.). *The future of the teaching and learning of algebra*. Proceeding of the 12th ICMI Study Conference. (pp. 392-399). Australia: University of Melbourne.

- Lew, H. C. (2004). Developing Algebraic Thinking in Early Grades: Case Study of Korean Elementary School Mathematics. *The Mathematics Educator*, 8(1): 1-5.
- Manouchehri. (2005). *Lecture Notes: Math 461*. Retrieved from <http://www.cst.cmich.edu/users/manoula/461/461.day2.ppt#1>.
- Mason, J. (1996). Expressing Generality and Roots of Algebra in N.Bednaez, C.Kieran, and L. Lee (Eds.): *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching*. Dordrecht, DorDrecht, *The Netherlands: Kluwer Academic Publishers*. 65-86
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA : NCTM.
- O'Daffer, Phares G. (1990). Activities: Inductive and Deductive Reasoning *Mathematics Teacher*. 84(5): 378-384.
- Orton, A. & Orton, J. (1999). Pattern and the Approach to Algebra. In Anthony Orton(Ed), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp.104-120). London: Cassell.
- Sternberg. (1984). How can we teach Intelligence. *Educational Leadership*. 42(1): 38-48.
- Swan, Malcolm; & Ridgway, Jim. (2005). Mathematical Thinking CATs. Retrieved from <http://www.flagoide.org/extra/download/cat/math/mathw97.doc>.
- Yackel, Erna. (1997). A foundation for algebraic reasoning in the early grades. *Teaching Children Mathematics*, 3, 276-280.
- Zazkis, R. & Liljea, P. (2002). Generalization of Pattern: The Tension between Algebraic Thinking and Algebraic Notation. *Educational Student in Mathematics*. 49: 379-402.



ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



ภาคผนวก ก

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

1. $\frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}, \frac{11}{13}, \dots$

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 15, 25

ตอบ

1.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด

ตอบ

วิธีการคิด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. $2, -5, 8, -11, 14, -17, \dots$

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 15,25

ตอบ

1.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด

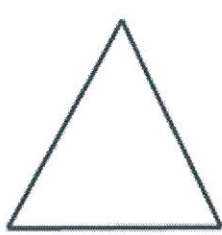
ตอบ

วิธีการคิด

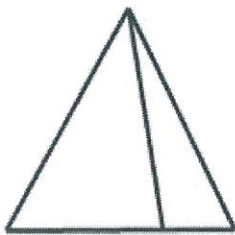


มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

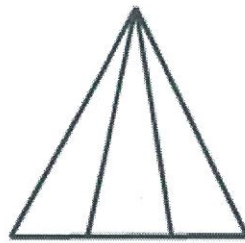
3. พิจารณา ลำดับของรูปสามเหลี่ยม ต่อไปนี้



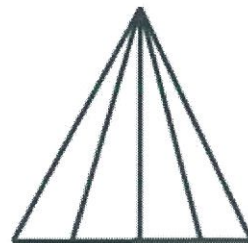
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

รูปที่ 1 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 1 รูป

รูปที่ 2 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 รูป

รูปที่ 3 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด ... รูป

รูปที่ 4 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด ... รูป

จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 รูปที่ 4,5,19,33 มีสามเหลี่ยมทั้งหมดกี่รูป

ตอบ

3.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด

ตอบ

วิธีการคิด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. จงพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ พร้อมตอบคำถามต่อไปนี้



4.1 จงหา 3 รูปถัดไปของแบบรูปนี้ และรูปที่ 20,66,90 ว่าเป็นรูปอะไร
ตอบ

4.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูป 😊 พร้อมทั้งแสดงวิธีการคิด
ตอบ

วิธีการคิด



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบสัมภาษณ์การคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ผู้ถูกสัมภาษณ์ชั้นเลขที่.....

วัน / เดือน / ปี การสัมภาษณ์ครั้งที่



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อที่ 1

1. จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ทำอย่างไรถึงจะหาพจน์ที่ 15 และ 25 มีวิธีการคิดอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อที่ 2

1. จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปใช้วิธีการคิดอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ทำอย่างไรถึงจะหาพจน์ที่ 14 และ 55 มีวิธีการคิดอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. มีวิธีการคิดในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อที่ 4

1. จากแบบรูปที่กำหนดให้ มีวิธีการหา 3 รูปถัดไปได้อย่างไร ใช้วิธีการคิดอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ทำอย่างไรถึงจะหารูปที่ 20, 66 และ 90 มีวิธีการคิดอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ใช้วิธีการอย่างไรในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้

.....

.....

.....


.....

.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก ข

ข้อมูลผลการทดสอบกลุ่มเป้าหมาย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิธีการคิดเชิงพีชคณิตตามกรอบแนวคิดของ Herbert and Brown และผลคะแนนของนักเรียน

ตารางที่ ข.1

วิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown และคะแนนจากแบบทดสอบของนักเรียน ข้อที่ 1

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบความคิดเชิงพีชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลลัพธ์		คะแนนที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด		
1	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
2	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
3	✓	✓	-	-	-	✓	✓	3	
4	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
5	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
6	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
7	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
8	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	4	

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)						ผลสัมฤทธิ์	คะแนนที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด		
9	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
10	-	✓	-	-	-	✓	✓	2	
11	-	✓	-	-	-	✓	✓	2	
12	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	4	
13	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
14	-	-	-	-	-	-	✓	0	
15	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
16	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
17	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
18	-	-	-	-	-	-	✓	0	
19	✓	-	-	-	-	-	✓	1	

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ชื่อที่ คนที่	องค์ประกอบความคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)				ผลลัพธ์ ถูก ผิด	คะแนนที่ ได้
	การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม		
20	✓	-	-	-	✓	1
21	✓	-	-	-	✓	1
22	✓	-	-	-	✓	1
23	✓	-	-	-	✓	1
24	✓	-	-	-	✓	1
25	✓	-	-	-	✓	1
26	✓	✓	✓	✓	-	4
27	✓	-	-	-	✓	1
28	✓	-	-	-	✓	1
29	✓	-	-	-	✓	1
30	-	-	-	-	✓	0

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ชื่อที่ นักเรียน	องค์ประกอบความคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)				ผลลัพธ์		คะแนนที่ ได้
	การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด	
31	✓	-	-	-	-	✓	1
32	✓	-	-	-	-	✓	1
33	✓	-	-	-	-	✓	1
34	✓	-	-	-	-	✓	1
35	✓	-	-	-	-	✓	1
36	✓	-	-	-	-	✓	1
37	✓	-	-	-	-	✓	1
38	✓	-	-	-	-	✓	1
39	✓	✓	✓	-	✓	-	4
40	-	-	-	-	-	✓	0
41	-	-	-	-	-	✓	0

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงพิชิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)						ผลลัพธ์	คะแนนที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด		
42	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	4	
43	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
44	-	-	-	-	-	-	✓	0	
45	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
46	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	4	
47	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	4	
48	-	-	-	-	-	-	✓	0	
49	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
50	✓	-	-	-	-	-	✓	1	
51	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	3	
52	-	-	-	-	-	-	✓	0	

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ชื่อที่ นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)				ผลลัพธ์		คะแนนที่ ได้
	การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด	
53	✓	-	-	-	-	✓	1
54	✓	-	-	-	-	✓	1
55	-	-	-	-	-	✓	0
56	✓	-	-	-	-	✓	1
57	✓	-	-	-	-	✓	1
58	✓	-	-	-	-	✓	1
59	✓	-	-	-	-	✓	1
60	✓	✓	-	-	✓	✓	3
61	✓	-	-	-	-	✓	1
62	✓	-	-	-	-	✓	1
63	✓	✓	✓	✓	✓	-	4

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ชื่อที่ นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลลัพธ์		คะแนนที่ ได้
	การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด		
64	-	-	-	-	-	✓	-	0
65	✓	-	-	-	-	✓	-	1
66	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
67	-	-	-	-	-	✓	-	0
68	✓	-	-	-	-	✓	-	1
69	-	-	-	-	-	✓	-	0
70	✓	-	-	-	-	✓	-	1
71	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
72	✓	-	-	-	-	✓	-	1
73	✓	-	-	-	✓	✓	-	2
74	-	-	-	-	-	✓	-	0

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

ชื่อที่ นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วคติตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)				ผลลัพธ์	คะแนนที่ ได้
คนที่	การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องหมายทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก ผิด	
75	✓	-	-	-	✓	1
76	-	-	-	-	✓	0

ตารางที่ ข.2

วิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการทหารกรณีทั่วไปของแบบรูปตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown และคะแนนจากแบบทดสอบของนักเรียน ข้อที่ 2

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบความคิดเชิงพีชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลลัพธ์	คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก ผิด		
2	1	✓	-	-	-	✓	1	
	2	✓	-	-	-	✓	1	
	3	-	-	-	-	✓	0	
	4	✓	-	-	-	✓	1	
	5	-	-	-	-	✓	0	
	6	✓	-	-	-	✓	1	
	7	-	-	-	-	✓	0	
	8	✓	-	-	-	✓	1	
	9	✓	-	-	-	✓	1	
	10	-	✓	-	✓	✓	2	

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน คนที่	องค์ประกอบการคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)				ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด	
11	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	4
12	-	-	-	-	-	-	✓	0
13	✓	-	-	-	-	-	✓	1
14	-	-	-	-	-	-	✓	0
15	✓	-	-	-	-	-	✓	1
16	✓	-	-	-	-	-	✓	1
17	✓	-	-	-	-	-	✓	1
18	-	-	-	-	-	-	✓	0
19	✓	-	-	-	-	-	✓	1
20	✓	-	-	-	-	-	✓	1
21	-	-	-	-	-	-	✓	0

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน คนที่	องค์ประกอบการคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)				ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด	
22	-	-	-	-	-	✓	-	0
23	✓	-	-	-	-	✓	-	1
24	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
25	✓	-	-	-	-	✓	-	1
26	-	-	-	-	-	✓	-	0
27	-	-	-	-	-	✓	-	0
28	✓	-	-	-	-	✓	-	1
29	✓	-	-	-	-	✓	-	1
30	-	-	-	-	-	✓	-	0
31	-	-	-	-	-	✓	-	0
32	✓	-	-	-	-	✓	-	1

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ชื่อที่ คนที่	นักเรียน	องค์ประกอบความคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องหมายทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด		
33	✓	-	-	-	-	✓	-	✓	1
34	✓	-	-	-	-	-	-	✓	1
35	✓	✓	-	-	-	-	-	✓	1
36	✓	✓	✓	-	✓	-	✓	-	4
37	-	-	-	-	-	-	-	✓	0
38	-	-	-	-	-	-	-	✓	0
39	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	-	4
40	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	-	4
41	✓	-	-	-	-	-	-	✓	1
42	✓	-	-	-	-	-	✓	✓	2
43	✓	-	-	-	-	-	-	✓	1

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ชื่อที่	นักเรียน	องค์ประกอบความคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลลัพธ์	คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องหมายทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์	ถูก		
44	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	4
45	✓	-	-	-	-	-	✓	1
46	-	-	-	-	-	-	✓	0
47	✓	-	-	-	-	-	✓	1
48	-	-	-	-	-	-	✓	0
49	✓	-	-	-	-	-	✓	1
50	✓	-	-	-	-	-	✓	1
51	✓	-	-	-	-	-	✓	1
52	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	4
53	✓	-	-	-	-	-	✓	2
54	✓	-	-	-	-	-	✓	1

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงขบถตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด		
55	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
56	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
57	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
58	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
59	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
60	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
61	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
62	-	-	-	-	-	-	✓	-	1
63	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
64	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
65	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงขบคิดตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลสัมฤทธิ์	คะแนนที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก		
66	-	✓	-	-	✓	-	✓	2
67	✓	-	-	-	-	-	✓	1
68	✓	-	-	-	-	-	✓	1
69	✓	-	-	-	-	-	✓	1
70	✓	-	-	-	-	-	✓	1
71	-	✓	-	-	✓	-	✓	2
72	✓	-	-	-	-	-	✓	1
73	✓	✓	✓	-	✓	✓	-	4
74	✓	-	-	-	-	-	✓	1
75	✓	-	-	-	-	-	✓	1
76	-	-	-	-	-	-	✓	0

ตารางที่ ข.3

วิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการทหารที่มีทั่วไปของแบบรูปตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown และคะแนนจากแบบทดสอบของนักเรียน ข้อที่ 3

ข้อที่	นักเรียน คนที่	องค์ประกอบความคิดเชิงพีชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	ผลลัพธ์	คะแนน ที่ได้	
3	1	การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก ผิด
	2				
	3				
	4				
	5				
	6				
	7				
	8				
	9				
	10				
	11				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.3 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน คนที่	องค์ประกอบความคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	ผลลัพธ์	คะแนน ที่ได้	
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก ผิด
12	-	✓	-	✓	2
13	✓	✓	✓	✓	4
14	-	-	-	✓	0
15	✓	-	-	✓	1
16	-	-	-	✓	0
17	✓	-	-	✓	1
18	-	-	-	✓	0
19	✓	-	-	✓	1
20	✓	-	-	✓	1
21	✓	-	-	✓	1
22	✓	-	-	✓	-
23	-	-	-	✓	0

(ต่อ)

ตารางที่ ข.3 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน คนที่	องค์ประกอบความคิดเชิงพิชิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลลัพ์ ถูก ผิด	คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก ผิด		
24		✓	-	-	-	✓	1	
25			-	-	-	✓	1	
26		✓	✓	-	✓	-	4	
27		✓	-	-	-	✓	1	
28		-	-	-	-	✓	0	
29		-	✓	-	✓	✓	2	
30		-	-	-	-	✓	0	
31		-	-	-	-	✓	0	
32		-	-	-	-	✓	0	
33		-	-	-	-	✓	0	
34		-	-	-	-	✓	0	
35		-	-	-	-	✓	0	

(ต่อ)

ตารางที่ ข.3 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน คนที่	องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	ผลลัพธ์ ถูก	ผลลัพธ์ ผิด	คะแนน ที่ได้
36		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	✓	✓	4
37		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	-	✓	0
38		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	-	✓	2
39		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	-	✓	1
40		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	-	✓	0
41		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	✓	✓	2
42		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	-	✓	0
43		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	-	✓	0
44		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	-	✓	1
45		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	✓	✓	2
46		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	-	✓	1
47		องค์ประกอบการคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	-	✓	0

(ต่อ)

ตารางที่ ข.3 (ต่อ)

ชื่อที่	นักเรียน คนที่	องค์ประกอบความคิดเชิงพิชิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)	ผลลัพ์ ถูก	ผิด	คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	
48	-	✓	-	✓	2
49	-	-	-	✓	0
50	✓	-	-	✓	1
51	✓	-	-	✓	1
52	-	✓	-	✓	2
53	-	-	-	✓	0
54	-	-	-	✓	0
55	-	-	-	✓	4
56	✓	-	-	✓	1
57	-	-	-	✓	0
58	✓	-	-	✓	1
59	✓	-	-	✓	1

(ต่อ)

ตารางที่ ข.3 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน คนที่	องค์ประกอบการคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)						ผลลัพท์ ถูก	ผิด	คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก			
60		-	-	-	-	-	-	✓		0
61		✓	✓	✓	✓	✓	✓	-		4
62		-	-	-	-	-	-	✓		0
63		-	-	-	-	-	-	✓		0
64		✓	-	-	-	-	-	✓		1
65		-	-	-	-	-	-	✓		0
66		✓	✓	✓	✓	✓	✓	-		4
67		✓	-	-	-	-	-	✓		1
68		-	-	-	-	-	-	✓		0
69		✓	-	-	-	-	-	✓		1
70		✓	-	-	-	-	-	✓		1
71		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		4

(ต่อ)

ตารางที่ ข.3 (ต่อ)

ชื่อที่ คนที่	นักรียน	องค์ประกอบความคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)				ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด	
72	-	-	-	-	-	✓	-	0
73	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
74	✓	-	-	-	-	-	-	1
75	-	-	-	-	-	-	-	0
76	-	-	-	-	-	-	-	0

ตารางที่ ข.4

วิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการหาค่าสัมประสิทธิ์ของแบบรูปตามกรอบแนวคิดของ Herbert & Brown และคะแนนจากแบบทดสอบของนักเรียน ข้อที่ 4

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบความคิดเชิงพีชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)						ผลลัพธ์	คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด		
4	1	-	-	-	-	-	✓	0	
	2	✓	-	-	-	-	✓	1	
	3	✓	-	-	-	-	✓	1	
	4	✓	✓	✓	✓	✓	-	4	
	5	✓	✓	✓	✓	✓	-	4	
	6	-	-	-	-	-	✓	0	
	7	✓	-	-	-	-	✓	1	
	8	-	-	-	-	-	✓	0	
	9	-	-	-	-	-	✓	0	
	10	✓	-	-	-	-	✓	1	
	11	✓	✓	✓	✓	✓	-	4	

(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)						ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด			
12	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
13	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
14	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
15	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
16	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
17	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
18	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
19	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
20	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
21	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
22	✓	-	-	-	-	-	-	✓	-	1
23	✓	-	-	-	-	-	-	✓	-	1

(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบความคิดเชิงขั้วตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลลัพธ์	คะแนน
คนที่		การแยกแยะหรือการ	การเลือกใช้ตัวแทน	การตีความและ	การใช้สัญลักษณ์และ	ถูก	ผิด	ที่ได้
		แสดงให้เห็นถึงการ	ความคิดแสดงข้อมูล	ประยุกต์ผลจากการ	เครื่องมือทางคณิต			
		วิเคราะห์ข้อมูลได้	ทางคณิตศาสตร์ด้วย	ค้นพบทาง	ศาสตร์ในการวิเคราะห์			
		อย่างถูกต้อง	ภาษา แผนภาพ	คณิตศาสตร์มาใช้ได้	สถานการณ์ปัญหา			
		สอดคล้องกับ	ตาราง กราฟ และ	ถูกต้องสอดคล้องกับ	ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง			
		สถานการณ์ปัญหา	สมการ	สถานการณ์ปัญหา	เหมาะสม			
24	-	-	-	-	-	-	✓	0
25	-	-	-	-	-	-	✓	0
26	-	-	-	-	-	-	✓	0
27	-	-	-	-	-	-	✓	0
28	-	-	-	-	-	-	✓	0
29	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	4
30	-	-	-	-	-	-	✓	0
31	✓	-	-	-	-	-	✓	1
32	-	-	-	-	-	-	✓	0
33	-	-	-	-	-	-	✓	0
34	-	-	-	-	-	-	✓	0
35	-	-	-	-	-	-	✓	0

(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)					ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด		
36	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
37	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
38	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
39	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
40	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
41	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
42	✓	✓	-	-	-	✓	✓	-	3
43	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
44	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
45	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1
46	-	-	-	-	-	-	✓	-	0
47	✓	-	-	-	-	-	✓	-	1

(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

ข้อที่	นักเรียน	องค์ประกอบการคิดเชิงพิชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)				ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด	
48		✓	✓	✓	✓	✓	-	4
49		-	-	-	-	-	✓	0
50		-	-	-	-	-	✓	0
51		-	-	-	-	-	✓	0
52		✓	✓	✓	✓	✓	✓	4
53		✓	-	-	-	-	✓	1
54		-	-	-	-	-	✓	0
55		-	-	-	-	-	✓	0
56		-	-	-	-	-	✓	0
57		-	-	-	-	-	✓	0
58		✓	-	-	-	-	✓	1
59		✓	-	-	-	-	✓	1

(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

ชื่อที่ คน	องค์ประกอบความคิดเชิงพีชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)						ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
	การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด	ถูก	ผิด	
60	-	-	-	-	-	-	✓	✓	0
61	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
62	-	-	-	-	-	-	✓	✓	0
63	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
64	✓	-	-	-	-	-	✓	✓	1
65	-	-	-	-	-	-	✓	✓	0
66	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	4
67	✓	-	-	-	-	-	✓	✓	1
68	-	-	-	-	-	-	✓	✓	0
69	✓	-	-	-	-	-	✓	✓	1
70	-	-	-	-	-	-	✓	✓	0
71	✓	✓	-	-	-	✓	✓	✓	3

(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

ชื่อที่ คนที่	นักเรียน	องค์ประกอบความคิดเชิงพีชคณิตตามแนวคิดของ (Herbert & Brown 1997)				ผลลัพธ์		คะแนน ที่ได้
		การแยกแยะหรือการ แสดงให้เห็นถึงการ วิเคราะห์ข้อมูลได้ อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้ตัวแทน ความคิดแสดงข้อมูล ทางคณิตศาสตร์ด้วย ภาษา แผนภาพ ตาราง กราฟ และ สมการ	การตีความและ ประยุกต์ผลจากการ ค้นพบทาง คณิตศาสตร์มาใช้ได้ ถูกต้องสอดคล้องกับ สถานการณ์ปัญหา	การใช้สัญลักษณ์และ เครื่องมือทางคณิต ศาสตร์ในการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เหมาะสม	ถูก	ผิด	
72	-	-	-	-	-	✓	0	
73	✓	✓	✓	✓	✓	-	4	
74	✓	-	-	-	-	✓	1	
75	-	-	-	-	-	✓	0	
76	-	-	-	-	-	✓	0	



ภาคผนวก ค

การตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นว่าตรงตามกรอบเนื้อหา เรื่อง แบบรูปและความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งจะสอดคล้องกับ
เรื่องลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 หรือไม่ โดยใช้
เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนน ตามความคิดเห็นของท่าน

ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง

ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง


ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้อง






มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กรณีทั่วไปของ แบบรูป	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา		
			+1	0	-1
การหากรณี ทั่วไปของแบบ รูปของจำนวนที่ มีลักษณะเป็น จำนวนที่เพิ่มขึ้น และจำนวนที่ ลดลง	สถานการณ์ที่แสดงถึง การเพิ่มขึ้นของจำนวน ที่มีลักษณะในรูปของ เศษส่วนโดยเป็นจำนวน ที่เพิ่มขึ้นทั้งตัวเศษและ ตัวส่วน	<p style="text-align: center;">สถานการณ์ปัญหา</p> <p>1. $\frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}, \frac{11}{13}, \dots$</p> <p>จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้</p> <p>1.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 15,25 ตอบ.....</p> <p>1.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด ตอบ.....</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="text-align: center;">วิธีคิด</p> </div> <p>ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมจากผู้เชี่ยวชาญ</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

กรณีทั่วไปของ แบบรูป	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา			คะแนนพิจารณา		
		+1	0	-1			
<p>การหากรณีทั่วไปของแบบรูปของจำนวนที่มีลักษณะเป็นจำนวนที่เพิ่มขึ้นและจำนวนที่ลดลง</p>	<p>สถานการณ์ที่แสดงถึงการเพิ่มขึ้นลดลงเพิ่มขึ้นลดลงของจำนวนโดยเป็นทั้งจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ</p>	<p>สถานการณ์ปัญหา</p> <p>2. 2, -5, 8, -11, 14, -17, ...</p> <p>จากแบบรูปที่กำหนดให้จงตอบคำถามต่อไปนี้</p> <p>2.1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของแบบรูปนี้ และพจน์ที่ 14,55 ตอบ.....</p> <p>2.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด ตอบ.....</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>วิธีคิด</p> </div> <p>ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมจากผู้เชี่ยวชาญ</p> <p>.....</p> <p>.....</p>			<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	

กรณีทั่วไปของ แบบรูป	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา		คะแนนพิจารณา	
		+1	0	-1	
<p>การหากรณีทั่วไปของแบบรูปเรขาคณิตที่วางเรียงกันโดยมีลักษณะต่าง ๆ</p>	<p>เป็นสถานการณ์ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวนในรูปแบบของเรขาคณิตที่มาในลักษณะของรูปสามเหลี่ยม</p>	<p>3. พิจารณา ลำดับของรูปสามเหลี่ยม ต่อไปนี้</p>  <p>รูปที่ 1 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 1 รูป รูปที่ 2 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 รูป รูปที่ 3 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด ... รูป รูปที่ 4 มีสามเหลี่ยมทั้งหมด ... รูป</p> <p>จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้</p> <p>3.1 รูปที่ 4, 5, 19, 33 มีสามเหลี่ยมทั้งหมดกี่รูป</p> <p>3.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูปนี้พร้อมแสดงวิธีการคิด</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">วิธีคิด</div> <p>ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมจากผู้เชี่ยวชาญ</p> <p>.....</p>	<p>.....</p>	<p>.....</p>	<p>.....</p>

กรณีทั่วไปของ แบบรูป	คำอธิบายลักษณะ	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา		
			+1	0	-1
<p>การทากรณี ทั่วไปของแบบ รูปซ้ำซึ่งเป็น รูปภาพต่างๆที่ วางเรียงกันโดย มีการเรียงลำดับ ซ้ำๆกัน</p>	<p>เป็นสถานการณ์ที่แสดง ถึงความสัมพันธ์ของ จำนวนในรูปแบบของ ภาพต่าง ๆ ที่มีการวาง เรียงกันในลักษณะซ้ำ ๆ กัน</p>	<p>4. จงพิจารณาแบบรูปต่อไปนี้ พร้อมตอบคำถามต่อไปนี้ </p> <p>4.1 จงหา 3 รูปถัดไปของแบบรูปนี้ และรูปที่ 20,66,90 ว่าเป็นรูปอะไร</p> <p>4.2 จงหากรณีทั่วไปของแบบรูป  พร้อมแสดงวิธีการคิด</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">วิธีคิด</div> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; margin: 10px auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  </div> <p>ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมจากผู้เชี่ยวชาญ</p>			

1. ดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC)

ตารางที่ ค.1

ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) ของแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต

ข้อที่	ความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ผลรวม	IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	1	1	1	3	1	นำไปใช้ได้
2	1	0	1	3	0.67	นำไปใช้ได้
3	1	1	1	3	1	นำไปใช้ได้
4	1	1	1	3	1	นำไปใช้ได้

จากตารางที่ ค.1 พบว่า ผลการวิเคราะห์พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) ของแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต ที่วิเคราะห์โดยผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 4 ข้อ มีค่า IOC ระหว่าง 0.67 – 1.00 ซึ่งทุกข้อผ่านเกณฑ์ 0.5 แสดงว่า ข้อสอบทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้

2. ค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนก

ค่าความยากจะเป็นค่าที่บ่งบอกถึงคุณภาพของข้อสอบแต่ละข้อ และค่าอำนาจจำแนก จะเป็นการดูความเหมาะสมของรายข้อว่า ข้อคำถามสามารถจำแนกกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนได้จริง หรือ จำแนกผู้ที่มีคุณลักษณะสูงจากผู้มีคุณลักษณะต่ำได้หรือไม่ ซึ่งแสดงผลการวิเคราะห์ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ ค.2


ค่าความยาก (P) และการหาอำนาจจำแนก (D) รายข้อของแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจจำแนก (D)	การแปลความหมาย
1	0.23	0.32	ค่อนข้างยากจำแนกพอใช้
2	0.29	0.42	ค่อนข้างยากจำแนกได้ดี
3	0.34	0.50	ค่อนข้างยากจำแนกได้ดี
4	0.23	0.40	ค่อนข้างยากจำแนกได้ดี

จากตารางที่ ค.2 พบว่า ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบการคิดเชิงพีชคณิต มีค่าความยากง่ายของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.23 – 0.34 ซึ่งทั้ง 4 ข้อ อยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 นั่นคือ ข้อสอบทั้งหมดสามารถนำไปใช้ได้ และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบนี้ มีค่าอำนาจจำแนกพอใช้ และดี แสดงว่า ข้อสอบทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้ และได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ เท่ากับ 0.61



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY




ภาคผนวก ง

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. ผศ. ดร.ไพศาล วรคำ
วุฒิการศึกษา กศ.ด. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา)
ตำแหน่งปัจจุบัน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
ผู้เชี่ยวชาญด้านสถิติการวัดและประเมินผล
2. อ.ดร.นิตยา จันตะคุณ
วุฒิการศึกษา ประ.ด. (สถิติประยุกต์)
ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
ผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัยทางคณิตศาสตร์
3. นายบัญชา คำธานี
วุฒิการศึกษา ศษ.บ (คณิตศาสตร์)
ตำแหน่งปัจจุบัน ครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม
ผู้เชี่ยวชาญด้านพีชคณิต



ภาคผนวก จ

หนังสือขอความอนุเคราะห์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๒/๑๐๘๘



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๕๐๐๐

๑ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือการวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม

ด้วย นายณัฐวี บุญปลอด รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๑๗ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือเพื่อการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ ที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไปและหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY
ขอแสดงความนับถือ

ว่าที่ร้อยโท

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ณัฐชัย จันทชุม)
คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

โทร. ๐๘๖-๒๒๓๗๕๓๒

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๒/๑๐๘๔



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๕๐๐๐

๑ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม

ด้วย นายณัฐวี บุญปลอด รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๑๗ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ ๖ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขอแสดงความนับถือ

ว่าที่ร้อยโท

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ณัฐชัย จันทชุม)

คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน

อธิการบดี

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

โทร. ๐๘๖-๒๒๓๗๕๓๒

ที่ ศธ ๐๕๕๐.๐๒/ว.๑๔๗๐



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๕๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย
เรียน นายบัญชา คำธานี

ด้วย นายณัฐวี บุญปลอด รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๑๗ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ได้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรครุศาสตร์ มหาบัณฑิต (ค.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์ท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในการทำวิทยานิพนธ์

- เพื่อ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาทางพีชคณิต
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวิจัยทางคณิตศาสตร์
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
ขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นุชิต บุญทองเถิง)

รองคณบดี รักษาราชการแทน คณะบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

โทร. ๐๘๖-๒๒๓๗๕๓๒

โทรสาร. ๐-๔๓๗๕-๒๖๒๒

edu@rmu.ac.th



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์

ที่ คศ.คณศ.ว.๐๐๖๐/๒๕๖๒

วันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร. นิตยา จันทะคุณ

ด้วย นายณัฐวี บุญปลอด รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๑๗ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ได้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรครุศาสตร์ มหาบัณฑิต (ค.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์ท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในการทำวิทยานิพนธ์

- เพื่อ ตรวจสอบความถูกต้องด้านพีชคณิต
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวิจัยทางคณิตศาสตร์
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี

ขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิตยา บุญทองเล็ง)

รองคณบดี รักษาราชการแทน คณะบดีคณะครุศาสตร์

ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

โทร. ๐๘๖-๒๒๓๗๕๕๓๒

โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒

edu@rmu.ac.th



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์

ที่ คศ.คณศ.ว.๐๐๖๐/๒๕๖๒

วันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ไพศาล วรคำ

ด้วย นายณัฐวิ บุญปลอด รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๑๗ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ได้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การศึกษาการคิดเชิงพีชคณิตในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ โรงเรียนศรีกระนวนวิทยาคม” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรครุศาสตร์ มหาบัณฑิต (ค.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์ท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในการทำวิทยานิพนธ์

- เพื่อ ตรวจสอบความถูกต้องด้านพีชคณิต
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวิจัยทางคณิตศาสตร์
 ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นุชิต บุญทองเลียง)

รองคณบดี รักษาการแทน คณะบดีคณะครุศาสตร์
 ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

โทร. ๐๘๖-๒๒๓๗๕๓๒

โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๖๒

cdlu@rmu.ac.th

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ สกุล นายณัฐวี บุญปลอด
วัน เดือน ปี เกิด 8 กันยายน 2535
ที่อยู่ปัจจุบัน บ้านเลขที่ 95 หมู่ 1 ตำบลบุฤาษี อำเภอเมือง จังหวัดสุรินทร์ 32000

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2558 ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

พ.ศ. 2562 ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต (ค.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม