สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

มท 126884

การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

นางสาวยุภาภรณ์ ชาญญานนท์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
พ.ศ. 2562

สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ใบอนุมัติวิทยานิพนธ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

เรื่อง : การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี

ผู้วิจัย : นางสาวยุภาภรณ์ ชาญญานนท์

ได้รับอนุมัติเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ท.ดร.ณัฏฐชัย จันทชุม)	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สนิท ตีเมืองซ้าย)
คณบดีคณะครุศาสตร์	คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

_____ ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมทรง สุวพานิช)

_____ กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ต. ดร.อรัญ ซุยกระเดื่อง)

_____ กรรมการ
(อาจารย์ ดร.นวพล นนทภา)

_____ กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ)

ชื่อเรื่อง	:	การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6
ผู้วิจัย	:	นางสาวยุภาภรณ์ ชาญญานนท์
ปริญญา	:	ครุศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตรศึกษา) มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อาจารย์ที่ปรึกษา	:	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ
ปีการศึกษา	:	2561

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 2) ศึกษาแนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 3) ศึกษาแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนโรงเรียนดอนบอสโกวิทยา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 262 คน จำนวน 6 ห้องเรียน ได้จัดคละความสามารถทั้ง 6 ห้องเรียน จากนั้นแยกความสามารถของนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ออกเป็นกลุ่มเก่ง ปานกลาง และอ่อน แล้วสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยแบ่งตามลักษณะความเข้าใจของ Usiskin มากลุ่มละ 3 คน รวมทั้งหมดจำนวน 9 คน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์โดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ 1) แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2) แบบสัมภาษณ์แนวคิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3) แบบสัมภาษณ์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เชี่ยวชาญ วิเคราะห์ข้อมูลโดย การแจกแจงความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน นำเสนอข้อมูลด้วยการวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive Analysis) และการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis)

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังนี้ กลุ่มเก่ง คิดเป็นร้อยละ 29.01 กลุ่มปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 33.59 กลุ่มอ่อน คิดเป็นร้อยละ 37.40 2) กลุ่มกรณีศึกษา มีลักษณะความไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทุกลักษณะตั้งแต่ลักษณะที่1 ถึง 4 โดย กลุ่มเก่ง พบลักษณะที่ 4 เพียงลักษณะเดียว กลุ่มปานกลาง พบลักษณะที่ 3 และ 4 และกลุ่มอ่อนพบทุกลักษณะ และ 3) แนวทางในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ควรให้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นักเรียนอ่านโจทย์ให้เข้าใจก่อน นักเรียนฝึกแปลงโจทย์กลับไปกลับมาระหว่างประโยคสัญลักษณ์กับสื่อ และศึกษาขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาให้เข้าใจถึงขั้นตอนต่าง ๆ รวมไปถึงการใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ ซึ่งในการฝึกฝนจะต้องให้เวลา และมีสื่อประกอบ การทำโจทย์ปัญหาที่หลากหลาย และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ ควรพัฒนาให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ต้องสร้างความเชื่อมั่นให้กับนักเรียน เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร และสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

คำสำคัญ : ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สมการ การแก้สมการ และพีชคณิต

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

_____อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Title : Study of Mathematics Understanding by Using the Usiskin Concept on Primary Education Year Class 6 Students' Equation Solution
Author : MissYupaporn Chanyanon
Degree : Master of Education (Mathematics Education)
Rajabhat Maha Sarakham University
Advisor : Assistant Professor Dr. Yuthapong Tipchat
Year : 2018

ABSTRACT

The objectives of this project were to 1) study of mathematic understanding by using Usiskin concept on primary education year class 6 (grade 6) students' equation solution 2) study the concept of mathematic understanding based on Usiskin concept in equation solution of Grade 6 students and 3) study the development guideline for mathematic understanding by using Usiskin concept for grade 6 students. The population participated in this research were Grade 6 students of Don Bosco School, total 262 students of 6 classrooms. Their mathematic abilities had randomly mix-arranged in all classrooms, thereafter their capabilities were categorized by application of testing form to measure their mathematic comprehension on solving equations. They were classified into 3 groups, namely, good, moderate and weak and they made the random sampling of 3 groups according to the Usiskin's understanding characteristics, 3 students were collected from each group to get 9 sampling students. For this case study, the sampling groups were interviewed with using semi-structured interview form. The instrument used in this research were (1) Testing form of mathematic understanding for students (2) Interview form, the concept of mathematics understanding of the students (3) Interview form to develop mathematic understanding of experts who analyzed data by frequency distribution, percentage, mean and standard deviation, presentation of data with descriptive analysis and content analysis.

The results of the research showed that (1) The students had a mathematic understanding as follows: 29.01% were in the good-mathematic students, 33.59% were in the mathematic-moderate group, and 37.40% were in the mathematic-weak group (2) Case study group had characteristics of mathematic non-understanding by using Usiskin's concept to solve equations of Grade 6 students of all characteristics, from 1 to 4 characteristic while in the good

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

group, only the 4th characteristic was found, in the moderate group, the 3rd and 4th characteristics were found and in the weak group all 4 characteristics were found. And (3)The guidelines for mathematical understanding development on equations solutions of Grade 6 students, we should allow students to read the problem for thoroughly understanding first. The students should practice converting problems back and forth between symbolic requirements and media and they can study the procedure to solve problems to understand the various steps, including the use of mathematical properties would enable the students to answer questions. Whereof in practice, they must be given time and there are accompanying media for various problem solution and related to daily life which allow students to apply. The students should be developed to understand how to apply because the students have to use the existing knowledge logically. The students must know when to use mathematics and what and how it to be used. Confidence must be created in the students' minds because the students have to apply the knowledge they have to be used reasonably. Students must know when to use mathematics and what and how to use it and they can present what they understand to the others in one or several ways by using the media, presentation materials which may be presented in concrete or abstract form.

Key words: mathematic understanding, equations, solving equation and algebra

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

_____Major Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณา และความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ในการให้คำปรึกษา คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.สมทรง สุวพานิช ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ว่าที่ร้อยตรี ดร.อรัญ ซุยกระเดื่อง กรรมการสอบ (ผู้ทรงคุณวุฒิ) และ อาจารย์ ดร.นวพล นนทภา กรรมการสอบ ที่ได้ให้คำชี้แนะในการสอบวิทยานิพนธ์เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ ดร.ทัศน์ศิรินทร์ สว่างบุญ ดร.ทนงเกียรติ พลไชยา ที่ได้กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้อง ความสมบูรณ์ และความเหมาะสมของเครื่องมือวิจัย

ขอขอบพระคุณศาสตราจารย์ ดร.ยุพิน พิพิธกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัชรินทร์ คล่องดี อาจารย์ ดร.ประภาส ผิวอ่อน ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการสัมภาษณ์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ผู้อำนวยการและนักเรียนโรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี ทุกท่านที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัย ทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี จึงขอขอบพระคุณทุกท่าน มา ณ โอกาสนี้

คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ผู้มีพระคุณ ตลอดจนบูรพาจารย์ และผู้มีอุปการะทุกท่าน

นางสาวยุภาภรณ์ ชาญญานนท์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญ

หัวเรื่อง **หน้า**

บทคัดย่อ ..... ค

ABSTRACT ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ช

สารบัญ ..... ซ

สารบัญตาราง ..... ญ

สารบัญภาพ ..... ฎ

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย 5

1.3 ขอบเขตการวิจัย 5

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ 6

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ 8

บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม 9

2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 9

2.2 การแก้สมการ 13

2.3 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 23

2.4 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin 30

2.5 แบบทดสอบ 37

2.6 แบบสัมภาษณ์ 44

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 48

2.8 กรอบแนวคิดการวิจัย 52

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 53

3.1 ประชากร 53

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 54

3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 55

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล 60

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หัวเรื่อง **หน้า**

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล 61
3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย 64
บทที่ 4 ผลการวิจัย 68
4.1 ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล 68
4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 68
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 81
5.1 สรุปผล 81
5.2 อภิปรายผล 82
5.3 ข้อเสนอแนะ 85
บรรณานุกรม 86
ภาคผนวก
ภาคผนวก ก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 92
ภาคผนวก ข การหาคุณภาพเครื่องมือ 104
ภาคผนวก ค รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือการวิจัย 112
ภาคผนวก ง รายนามผู้เชี่ยวชาญในการสัมภาษณ์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 114
ภาคผนวก จ หนังสือขอความอนุเคราะห์ 116
การเผยแพร่ผลงานวิจัย 121
ประวัติผู้วิจัย 122

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

2.1 เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสมการและการแก้สมการ 13

2.2 เกณฑ์การให้คะแนนรายข้อของแบบทดสอบ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin 35

2.3 เกณฑ์การแปลความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้แนวคิดของ Usiskin 36

3.1 แบบทดสอบการแก้สมการของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 56

3.2 เกณฑ์การให้คะแนนรายข้อของแบบทดสอบ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin 62

3.3 เกณฑ์การแปลความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้แนวคิดของ Usiskin 62

4.1 คะแนนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskinเรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 69

4.2 จำนวนและร้อยละความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskinเรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 70

4.3 จำนวนและร้อยละความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskinเรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำแนกตามความเข้าใจและไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์ 71

4.5 ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 9 คน 73

ข.1 รายการตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบการวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 106

ข.2 ผลรวมและค่า IOC ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskinเรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 109

ข.3 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก รายข้อของแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskinเรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 110

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญภาพ

ภาพที่ **หน้า**

3.1 สรุปขั้นตอนการเลือกประชากรของการวิจัย 54

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่ง ที่เน้นให้คนไทยได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ ดังคำกล่าวของ สิริพร ทิพย์คง (2545, น.1) ที่ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาบุคคลให้เป็นบุคคลที่สมบูรณ์มีคุณภาพและเป็นพลเมืองที่ดี คณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบ ระเบียบในการคิดมีการวางแผนการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบ ตลอดจนมีลักษณะความเป็นผู้นำในสังคม และช่วยก่อให้เกิด ความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์มีความสมดุลทั้งทางด้านร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้ อย่างมีความสุข (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, น.1) สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2554, น.1) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการนำไปใช้ได้จริงทั้งในชีวิตประจำวันและในงานอาชีพ อาชีพเกือบทุกแขนงจำเป็น ต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวและมีประโยชน์อย่างมากต่อชีวิตมนุษย์

ในปัจจุบันเป้าหมายหลักของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มุ่งเน้นไปที่การจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กับการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและมองเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ ทำให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีความหมายและสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดจริงได้ ดังที่ สุลัดดา ลอยฟ้า (2546, น.1) ได้กล่าวถึง จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่าเพื่อมุ่งพัฒนาความรู้ความเข้าใจของ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นักเรียนโดยเน้นความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ (Relational Understanding) เป็นการพัฒนาความเข้าใจอย่างมีความหมายการอธิบายประกอบในแต่ละมโนทัศน์และวิธีการคิดคำนวณ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการคิดคำนวณและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ National Council of Teachers of Mathematics (2002, p.1) ได้กล่าวว่า เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้และสามารถที่จะสร้างความเข้าใจได้ควรที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (Constructivism) โดยผู้สอนจะไม่บอกแนวทางวิธีการแก้โจทย์ปัญหาให้กับเด็ก ๆ แต่ครูจะตั้งโจทย์ขึ้นมาและชักชวนหรือกระตุ้นให้เด็ก ๆ ได้คิดค้นวิธีทำขึ้นมาเอง และเมื่อเด็ก ๆ ได้คำตอบมาเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนก็จะไม่เฉลยในทันทีที่ถูกหรือผิด แต่จะชักชวนให้นักเรียนทั้งหมดได้ร่วมแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนรับรู้ว่าเขาสามารถคิดและหาคำตอบได้จากตัวเขาเอง นอกจากนี้ยังเป็นการสร้างนิสัยที่ดีในการแลกเปลี่ยนและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น พร้อมทั้งได้กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดไตร่ตรองหาข้อสรุปหรือคำตอบที่ดีที่สุด และเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Understanding) เป็น ความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิดความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนสามารถในการนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาสัมพันธ์กับสถานการณ์ใหม่จนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหานั้นๆได้ และสามารถสรุปความหรือขยายความคิดโดยอาศัยความสัมพันธ์เกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ แล้วนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับทัศนะของ Wilson (1971,p.661) ได้กล่าวถึงความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่าความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และขยายความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมาไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ Hiebert and Carpenter (1992,p.67) ได้กล่าวถึงความหมายของเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปว่า เป็นการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิดความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และพร้อมพรรณ อุดมสิน (2544, น.62) ที่กล่าวว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็น ความสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้ อัมพร ม้าคนอง (2547, น.29) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้ ซึ่งสอดคล้องกับไพทูล นารคร (2549, น.93-102) ที่กล่าวว่าความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ยุทธวิธีหรือประยุกต์ความเข้าใจนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจกับสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีเหตุผลโดยความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะตรงกันข้ามกับการท่องจำ (Rote Learning) การเรียนรู้เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้นั้น จำเป็นต้องรู้กระบวนการที่เกิดขึ้นในตัวเองของผู้เรียน ที่เน้นวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถคิดไตร่ตรองได้อย่างสร้างสรรค์ ช่วยพัฒนาสังคมและสิ่งแวดล้อม และนำความรู้ที่ได้รับไปบูรณาการในการดำรงชีวิตได้อย่างมีความสุข ตามหลักการของทฤษฎีนี้ ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีมาก่อนนำความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเหตุการณ์ และปรากฏการณ์ที่พบเห็นมาสร้างเป็นโครงสร้างใหม่ทางสติปัญญา (Hiebert and Catpente, 1992, p.1)

Usiskin (2001, pp.14-22) อดีต ผู้อำนวยการโครงการคณิตศาสตร์โรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิคาโก ประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นอาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2512 เป็นครูสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมต้นและระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและได้ประพันธ์และร่วมประพันธ์ตำราหลายเล่มรวมถึงชุดหนังสือหกเล่มที่ใช้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรมัธยมศึกษาของโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย เขาได้รับรางวัล Lifetime Achievement Award จาก National Council of Teachers of Mathematics ปัจจุบันนี้ พีชคณิตเป็นเครื่องมือสำคัญในการหาคำตอบของการแก้ปัญหาต่าง ๆ อย่างง่าย แม้แต่ครูที่มั่นใจในการสอนมโนทัศน์หรือแนวคิดทักษะทางคณิตศาสตร์ก็ยังไม่สามารถจะแก้ปัญหาของสมการที่ซับซ้อนยุ่งยากได้ ดังนั้นการแก้ปัญหาของสมการที่ค่อนข้างจะยุ่งยากและซับซ้อนก็ยังสามารถใช้พีชคณิตมาเป็นสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาได้อีกทางหนึ่งด้วย ในระดับประถมศึกษาก็สามารถใช้แนวคิดของพีชคณิตในการแก้โจทย์ปัญหาให้กับนักเรียนได้เช่นกัน Usiskin (2001, pp.15-22) กล่าวว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ Usiskin (2002, p.1) มีความเห็นว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นไม่ได้อยู่เป็นตัวเป็นตนแต่มันมีอยู่และสัมพันธ์กับสิ่งที่เรารู้ หากเราเข้าใจเรื่องใดและสามารถแสดงให้คนอื่นทราบได้ว่าเรารู้ในเรื่องนั้น คนเหล่านั้นก็จะเข้าใจเรื่องนั้นด้วย ในทางตรงกันข้ามหากเรารู้สิ่งที่คนอื่นไม่รู้ เราสามารถบอกได้ว่าพวกเขายังไม่เข้าใจอย่างแท้จริง มิติของความเข้าใจที่ได้เสนอไปแล้วนั้นก็เพื่อให้เห็นว่าแนวคิดในเรื่องความเข้าใจนี้มีหลากหลายและขึ้นอยู่กับความเข้าใจของคนที่มีอาชีพต่างกัน และเราก็ไม่สามารถสอนผู้เรียนให้เกิดความเข้าใจที่แท้จริงได้ เพราะว่ามันไม่มี อย่างไรก็ตามไม่ว่าจะเป็น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การศึกษาคณิตศาสตร์ในสมัยก่อนหรือสมัยนี้ เรายังจำเป็นที่จะต้องสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ

Usiskin (2001, pp.15-22) ได้แบ่งความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็น 4 ลักษณะดังนี้ 1.ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Skill – Algorithm Understanding) หรือที่เรียกว่าความเข้าใจด้านทักษะ ความเข้าใจด้านนี้ประกอบด้วย ความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิดในรูปแบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวยการที่นำมาซึ่งผลลัพธ์ การสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหาคำตอบ 2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ (Properties - Mathematical Understanding) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจแสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญสื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง สิ่งที่แสดงถึงความเข้าใจสมบัติคณิตศาสตร์นี้ได้แก่ งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์ งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติ งานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Use - Application Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท 4. ความเข้าใจในการนำเสนอ (Understanding through Representation) นักเรียนที่มีความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจผู้อื่นได้เข้าใจด้วย

จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) วิชาคณิตศาสตร์ของชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ในปีการศึกษา 2556 ปีการศึกษา 2557 และปีการศึกษา 2558 มีความสามารถด้านการคำนวณเรื่องการแก้สมการ สาระที่ 4 พีชคณิตระดับประเทศเท่ากับ 25.70,29.76 และ 30.55 คะแนนตามลำดับ จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับต่ำ และไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2558) สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน), 2557) บ่งบอกถึงการขาดคุณภาพของนักเรียน อีกทั้งแสดงให้เห็นถึงปัญหาของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการขาดความเข้าใจ ทั้งที่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนและการนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ทั้งในชั้นเรียนและในชีวิตจริง ทั้งนี้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ที่ดีจะรวมถึงการ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิเคราะห์และอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการที่ใช้ว่าถูกต้อง เหมาะสมหรือมีประสิทธิภาพเพียงใด ดังนั้นการพัฒนาด้านคณิตศาสตร์ศึกษาจึงให้ความสำคัญกับบทบาทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากการจัดการศึกษาในหลาย ๆ ประเทศได้เน้นทักษะพื้นฐานความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ และให้ความสำคัญกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้คุณภาพทางการศึกษาของนักเรียนอยู่ในระดับที่สูงขึ้น

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี เพื่อเป็นแนวทางพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน อันจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1.2.2 เพื่อศึกษาแนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1.2.3 เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin ของผู้เชี่ยวชาญ ในเรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1.3.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 6 ห้องเรียน ได้จัดคละความสามารถทั้ง 6 ห้องเรียน จำนวน 262 คน จากนั้นแยกความสามารถของนักเรียนออกเป็นกลุ่มเก่ง ปานกลาง และอ่อน โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) แบ่งตามลักษณะความเข้าใจของ Usiskin จากประชากร มากลุ่มละ 3 คน รวมทั้งหมดจำนวน 9 คน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์โดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง

1.3.2 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่เนื้อหาในสาระที่ 4 พีชคณิต เรื่องการแก้สมการ ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.3.3 ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin

1.3.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาในการดำเนินงานวิจัยครั้งนี้ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

“ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์” หมายถึง เป็น ความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิดความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนสามารถในการนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาสัมพันธ์กับสถานการณ์ใหม่จนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหานั้นๆได้ และสามารถสรุปความหรือขยายความคิดโดยอาศัยความสัมพันธ์เกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ แล้วนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลในเรื่องการแก้สมการ และโจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

“ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin” หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการแก้สมการ และโจทย์ปัญหาสมการ อย่างลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน และสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ แบ่งความเข้าใจเป็น 4 ลักษณะ คือ ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ และลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ โดยมีละเอียดดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ หมายถึง ความเข้าใจด้านทักษะ เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะการคูณเศษส่วน นักเรียนจะแสดงความเข้าใจประเภทนี้เมื่อได้ลงมือทำงาน ความเข้าใจด้านนี้ประกอบด้วยความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิดในรูปแบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน, ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวยการที่นำมาซึ่งผลลัพธ์และการสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหาคำตอบ

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจแสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญ สื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง เช่น การสอนในชั้นเรียนเรื่อง การคูณเศษส่วน การที่ครูใช้คำว่า “ตัดทิ้ง” และ “ตัดตอน” บ่งบอกว่าครูไม่ได้ส่งเสริมความเข้าใจ แต่ถ้าครูใช้ “การคูณจำนวนใด ๆ กับหนึ่ง” และ “เลือกเศษส่วนที่มีค่าเท่าเดิม” ได้ถ่ายทอดความเข้าใจให้กับนักเรียน งานที่แสดงถึงความเข้าใจสมบัติคณิตศาสตร์นี้ได้แก่ งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์, งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติและงานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ หมายถึง ความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ หมายถึง ความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจผู้อื่นได้เข้าใจด้วย

“แนวคิด” หมายถึง ความคิดที่มีแนวทางปฏิบัติ มีองค์ประกอบดังนี้คือ การสังเกต, การเปรียบเทียบความคล้ายและความแตกต่าง, จัดแยกประเภทและร่วมเป็นหมวดหมู่ และสร้างความหมายเฉพาะเพื่อความเข้าใจของตนเอง แนวคิด เป็นการกล่าวสิ่งใดสิ่งหนึ่งในความเชื่อ ความรู้สึก ทัศนคติ แง่คิด ความรู้และประสบการณ์เข้าร่วม อาจจะเป็น บทความ เป็นข่าว เป็นข้อเสนอแนะ หรือความคิดจากใครที่เชี่ยวชาญก็ได้ แนวคิดอาจจะถูกหรือผิดก็ได้

“แนวทาง” หมายถึง ข้อเสนอแนะในการปฏิบัติที่ควรทำของผู้เชี่ยวชาญในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องการแสมการ เพื่อให้สามารถแก้สมการได้ดีขึ้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครสวรรค์
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

“การแก้สมการ” หมายถึง เนื้อหาหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การหาคำตอบของสมการโดยวิธีการลองแทนค่าตัวไม่ทราบค่าหรือตัวแปร และการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องมีความสามารถตีความ แปลความ สรุปความและขยายความ ในการนำความรู้ที่เรียนมาไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ ทักษะ กระบวนการในการหาคำตอบ, ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ เช่น สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร, ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ และความเข้าใจในการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ

ผลการวิจัยจะเป็นข้อสนเทศสำหรับการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นแนวทางพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และชั้นอื่น ๆ อันจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จนนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้ ตลอดจนเป็นแนวทางให้ครูและผู้สนใจในการที่จะพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ได้นำไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ผู้เรียนต่อไป

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 2
การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานีผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
2. การแก้สมการ
3. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
4. แนวคิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin
5. แบบทดสอบ
6. แบบสัมภาษณ์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
8. กรอบแนวคิดการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

กระทรวงศึกษาธิการ (2551, น.1-5) กล่าวว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กล่าวถึงรายละเอียดเนื้อหาตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงิน และเวลา หน่วยวัด ระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติการนึกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

4. พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้ เหตุผล นิพจน์สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. คุณภาพผู้เรียนเมื่อเรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

กระทรวงศึกษาธิการ (2551, น.56-57) กล่าวว่า คุณภาพผู้เรียนเป็นเป้าหมายในการจัดการเรียนรู้การศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เมื่อเรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน

ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงิน ทิศ แผนผัง และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน

4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้

5. รวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่ง เปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลในรูปของแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้

6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับสมการและการแก้สมการ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับสมการและการแก้สมการ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สอดคล้องกับมาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้ ซึ่งสาระการเรียนรู้แกนกลางชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วยเนื้อหาคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 2.1

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่2.1

เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสมการและการแก้สมการ

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
สาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้	1.เขียนสมการจากสถานการณ์หรือ ปัญหาและแก้สมการพร้อมทั้งตรวจคำตอบ	1.สมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัว 2.การแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร 3.การแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ

จากการวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 4 พีชคณิตพบว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับเรื่องการแก้สมการ ได้แก่ สมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัว การแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหารและการแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการซึ่งผู้วิจัยใช้เป็นกรอบด้านเนื้อหาในการวิจัยครั้งนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.2 การแก้สมการ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการ (2557, น.125-137) กล่าวว่า ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมการถือว่าเป็นเรื่องที่สำคัญมากเรื่องหนึ่ง เนื่องจากเป็นพื้นฐานของการแสดงขั้นตอนการคำนวณและเนื้อหา ดังนั้นการทำความเข้าใจในเรื่องของสมการและการแก้สมการนี้จึงเป็นเรื่องที่มีความจำเป็น ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

สมการ

ความหมายของสมการ

สมการ หมายถึง ประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ = บอกการเท่ากันของจำนวน

พิจารณาประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้

1. $35 \div 7 = 5$ 2. $25 + 12 \neq 25 \times 12$

3. $7 \times 8 > 50$ 4. $20 + 17 = \square + 20$

ประโยคสัญลักษณ์ในข้อ 1 และ 4 มีเครื่องหมาย=

ดังนั้นประโยคสัญลักษณ์ในข้อ 1 และข้อ 4 เป็นสมการ

สมการที่เป็นจริงและสมการที่เป็นเท็จ

สมการที่เป็นจริง คือสมการซึ่งจำนวนที่อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมาย=กับจำนวนที่อยู่ทางขวาของเครื่องหมาย = เท่ากัน เช่น

$9 + 6 = 15$ $8 \times 5 = 40$ $15 \div 1 = 15$

สมการที่เป็นเท็จ คือสมการซึ่งจำนวนที่อยู่ข้างซ้ายของเครื่องหมาย=กับจำนวนที่อยู่ทางขวาของเครื่องหมาย=ไม่เท่ากันเป็นสมการที่เป็นเท็จ เช่น

$18 - 9 = 8$ $35 \div 7 = 7 \div 35$ $40 \times 2 = 42$

สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า

สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า คือสมการที่มีมีการใช้ตัวอักษรหรือสัญลักษณ์อื่นแทนจำนวน เรียกตัวอักษรหรือสัญลักษณ์อื่นแทนจำนวนในสมการว่าตัวไม่ทราบค่าหรือตัวแปรเรียกสมการนี้ว่าสมการที่มีตัวไม่ทราบค่าหรือสมการที่มีตัวแปร เช่น

$ก + 7 = 17$

$ข - 5 = 8$

$25 \times a = 125$

$\square \div 4 = 13$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวไม่ทราบค่าที่ใช้แทนจำนวนในสมการจะใช้สัญลักษณ์แบบใดก็ได้เช่น ก ,a , $\square$

คำตอบของสมการ

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวไม่ทราบค่าหรือตัวแปรในสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริงคือคำตอบของสมการ เช่น

พิจารณาสมการ $ก + 5 = 7$

แทน ก ด้วย 1 จะได้ $1 + 5 = 7$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นเท็จ

แทน ก ด้วย 2 จะได้ $2 + 5 = 7$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

2 เป็นคำตอบของสมการ $ก + 5 = 7$

การแก้สมการ

การแก้สมการ เป็น การหาคำตอบของสมการโดยวิธีการลองแทนค่าตัวไม่ทราบค่าหรือตัวแปร แล้วพบว่าบาครั้งอาจมีปัญหาในการใช้วิธีนี้ เมื่อสมการมีความยุ่งยากซับซ้อนมากขึ้น จึงจำเป็นต้องมีวิธีการหาคำตอบของสมการ โดยวิธีสะดวกและรวดเร็วกว่านี้ ดังนั้น เพื่อช่วยในการ

แก้สมการ เพื่อความสะดวกและรวดเร็ว ในการหาคำตอบของสมการ โดยไม่ต้องใช้วิธีการลองแทนค่าตัวไม่ทราบค่าหรือตัวแปร ตลอดจนสามารถใช้กับสมการที่มีความยุ่งยากซับซ้อน นักเรียนจำเป็นต้องมีความรู้เกี่ยวกับ สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบ

สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและการลบ

สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก คือ จำนวนที่เท่ากัน2จำนวนเมื่อนำมาจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลบวกย่อมเท่ากัน เช่น

พิจารณาสมการ $3 + 2 = 5$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

นำ 4 มาบวกกับจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

$(3 + 2) + 4 = 5 + 4$

$5 + 4 = 9$

$9 = 9$

ดังนั้น $3 + 2 + 4 = 5 + 4$ เป็นสมการที่เป็นจริง

สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการลบ คือ จำนวนที่เท่ากัน2จำนวนเมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาลบแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลลบย่อมเท่ากัน เช่น

พิจารณาสมการ $4 + 3 = 7$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

นำ 2 มาลบออกจากจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

$(4 + 3) - 2 = 7 - 2$

$7 - 2 = 5$

$5 = 5$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ดังนั้น $4 + 3 – 2 = 7 - 2$ เป็นสมการที่เป็นจริง

การแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกหรือการลบ

ตัวอย่างที่ 1 $ก + 3 = 7$

พิจารณาการแก้สมการ $ก + 3 = 7$

นำ 3 มาลบออกจากจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย = เพื่อให้จำนวนข้างซ้ายของเครื่องหมาย = หรือตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวเท่านั้น

$ก + 3 - 3 = 7 - 3$

$ก = 4$

เมื่อแทน ก ในสมการ $ก + 3 = 7$ ด้วย 4

จะได้ $4 + 3 = 7$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 4 เป็นคำตอบของสมการ $ก + 3 = 7$

การแก้สมการที่ไม่มีตัวทราบค่าบวกกับจำนวนใด ๆ อาจทำได้โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการลบด้วยการนำจำนวนที่เท่ากันหรือจำนวนที่บวกตัวไม่ทราบค่าเป็นลบออกจากจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

ตัวอย่างที่ 2 ก – 4 = 3

พิจารณาการแก้สมการ ก – 4 = 3

นำ 4 มาบวกกับจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย = เพื่อให้จำนวนข้างซ้ายของเครื่องหมาย = เหลือตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวเท่านั้น

ก - 4 + 4 = 3 + 4

ก = 7

เมื่อแทน ก ในสมการ ก - 4 = 3 ด้วย 7

จะได้ 7 – 4 = 3 เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 7 เป็นคำตอบของสมการ ก – 4 = 3

การแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าลบด้วยจำนวนใด ๆ อาจทำได้โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกด้วยการนำจำนวนที่เท่ากับจำนวนที่ลบตัวไม่ทราบค่าไปบวกกับจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

ถ้าจำนวนที่หาได้ไปแทนตัวไม่ทราบค่าในสมการแล้วได้สมการที่เป็นเท็จแสดงว่าจำนวนนั้นไม่ใช่คำตอบของสมการ

การแก้สมการและตรวจคำตอบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างที่ 1 ก + 8 = 20

วิธีทำ ก + 8 = 20

นำ 8 มาลบออกจากจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

ก + 8 – 8 = 20 - 8

ก = 12

ตรวจสอบ นำ 12 ไปแทน ก ในสมการ

จะได้ 12 + 8 = 20 เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 12 เป็นคำตอบของสมการ ก + 8 = 20

ตอบ 12

ตัวอย่างที่ 2 m - 6 = 13

วิธีทำ m – 6 = 13

นำ 6 มาบวกกับจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

m - 6 + 6 = 13 + 6

m = 19

ตรวจสอบนำ 19 ไปแทน m ในสมการ

จะได้ 19 – 6 = 13 เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 19 เป็นคำตอบของสมการ m – 6 = 13

ตอบ 19

สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณและการหาร

สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ คือ จำนวนที่เท่ากัน 2 จำนวนเมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลคูณย่อมเท่ากัน

พิจารณาสมการ 1 + 3 = 4 ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

นำ 2 มาคูณจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

(1 + 3) ×2 = 4×2

4×2 = 8

8 = 8

ดังนั้น (1 + 3) × 2 = 4 × 2 เป็นสมการที่เป็นจริง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการหาร คือ จำนวนที่เท่ากัน 2 จำนวนเมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งซึ่งไม่เท่ากับศูนย์อาหารแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลหารย่อมเท่ากัน

พิจารณาสมการ 2 + 4 = 6 ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

นำ 2 มาหารจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

(2 + 4) ÷2 = 6÷2

6÷2 = 3

3 = 3

ดังนั้น (2 + 4)÷2 = 6÷2 เป็นสมการที่เป็นจริง

การแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณหรือการหาร

ตัวอย่างที่ 1 $x \div 4 = 12$

พิจารณาการแก้สมการ $x \div 4 = 12$

$x \div 4 = 12$ หรือ $\frac{x}{4} = 12$

นำ 4 มาคูณจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

เพื่อให้จำนวนข้างซ้ายของเครื่องหมาย = เหลือตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวเท่านั้น

$\frac{x}{4} \times 4 = 12 \times 4$

$X = 48$

เมื่อแทน x ในสมการ $x \div 4 = 12$ ด้วย 48

จะได้ $48 \div 4 = 12$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 48 เป็นคำตอบของสมการ $x \div 4 = 12$

การแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าหารด้วยจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์อาจทำได้โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณด้วยการนำตัวนวลที่เท่ากับจำนวนที่เป็นตัวหารไม่ทราบค่าไปคูณจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

ตัวอย่างที่ 2 $5 \times n = 10$

พิจารณาการแก้สมการ $5 \times n = 10$

นำ5มาหาจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย =

เพื่อให้จำนวนข้างซ้ายของเครื่องหมาย = หรือตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวเท่านั้น

$\frac{5 \times n}{5} = \frac{10}{5}$

$n = 2$

เมื่อแทน nในสมการ $5 \times n = 10$ ด้วย 2

จะได้ $5 \times n = 10$ เป็นสมการที่เป็นจริง

เมื่อแทน n ในสมการ $5 \times n = 10$

การแก้สมการที่ไม่ทราบค่าคูณด้วยจำนวนใด ๆ อาจทำได้โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการหารด้วยการนำจำนวนที่เท่ากับจำนวนที่คูณตัวไม่ทราบค่าไปหาจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับการแก้สมการและตรวจคำตอบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างที่ 1 $x \div 5 = 30$

วิธีทำ $\frac{x}{5} = 30$

นำ 5 มาคูณจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมาย=

$\frac{x}{5} \times 5 = 30 \times 5$

$x = 150$

ตรวจสอบนำ 150 ไปแทน x ในสมการ

จะได้ $150 \div 5 = 30$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 150 เป็นคำตอบของสมการ $x \div 5 = 30$

ตอบ 150

ตัวอย่างที่ 2 $m \times 12 = 120$

วิธีทำ $m \times 12 = 120$

นำ 12 มาหารจำนวนทั้งสองข้าง

$\frac{m \times 12}{12} = \frac{120}{12}$

$m = 10$

ตรวจสอบนำ 10 ไปแทน m ในสมการ

จะได้ $10 \times 12 = 120$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 10 เป็นคำตอบของสมการ $m \times 12 = 120$

ตอบ 10

การแก้โจทย์ปัญหาสมการ

การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องสมการ

การเขียนสมการจากข้อความที่กำหนดให้ พิจารณาข้อความที่กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 1 สมศักดิ์มีเงิน ก บาทพ่อให้อีก 10 บาท

สมศักดิ์มีเงิน	ก	บาท
พ่อให้อีก	10	บาท
ดังนั้นสมศักดิ์มีรวม	ก+10	บาท

สมศักดิ์มีเงิน ก บาทพ่อให้อีก 10 บาทสมศักดิ์มีเงินรวม 30 บาท

สมศักดิ์มีเงินรวม	ก+10	บาท
สมศักดิ์มีเงินรวม	30	บาท
ดังนั้นเขียนสมการ	ก+10 = 30	

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างที่ 2 แม่ค้าขายไข่ได้ 50 ถุง แต่ละถุงมีไข่ a ฟอง

แม่ค้าขายไข่ได้ 50 ถุง

แต่ละถุงมีไข่ 4 ฟอง

ดังนั้นแม่ค้าขายไข่ได้ทั้งหมด 50×a ฟอง

แม่ค้าขายไข่ได้ 50 แต่ละถุงมีไข่ a ฟองแม่ค้าขายไข่ได้ทั้งหมด 600 ฟอง

แม่ค้าขายขายได้ทั้งหมด 50×a ฟอง

แม่ค้าขายไทยได้ทั้งหมด 600 ฟอง

ดังนั้นเขียนสมการ 50× a= 600

การแก้โจทย์ปัญหาเมื่อโจทย์กำหนดตัวไม่ทราบค่า

ตัวอย่างที่ 1 ธนูมีเงิน 100 บาทคุณแม่ให้อีก ก บาท ธนูมีเงินรวม 175 บาทคุณแม่ให้เงินธนูกี่บาท

วิธีทำ ธนูมีเงิน 100 บาท

คุณแม่ให้อีก ก บาท

ธนูมีเงินรวม 100+ก บาท

ธนูมีเงินรวม 175 บาท

เขียนเป็นสมการได้ 100+ก = 175

100+ก-100 = 175-100

ก = 75

ดังนั้น คุณแม่ให้เงินธนู 75 บาท

ตรวจคำตอบแทน ก ด้วย 75 ในโจทย์ปัญหา

จะได้ว่าถ้าหนูมีเงิน 100 บาท คุณแม่ให้อีก 75 บาท

ธนูมีเงินรวม 100+75 เท่ากับ 175 บาท ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนด

ตอบ คุณแม่ให้เงินธนู 75 บาท

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างที่ 2 สุภาณีมะม่วง m ผลแบ่งเป็นกองกองละ 5 ผลได้ทั้งหมด 20 กองสุภาณีมะม่วงทั้งหมดกี่ผล

วิธีทำ สุภาณีมะม่วง m ผล

แบ่งเป็นกองกองละ 5 คน

สุภาแบ่งมะม่วงได้ m÷5 กอง

สุภาแบ่งมะม่วงได้ทั้งหมด 20 กอง

เขียนเป็นสมการได้ m÷5 = 20

$$\frac{m}{5} \times 5 = 20 \times 5$$

$$m = 100$$

ดังนั้น สุภามีมะม่วงทั้งหมด 100 ผล

ตรวจคำตอบแทน m ด้วย 100 ในโจทย์ปัญหา

จะได้ว่าสุภาณีมะม่วง 100 ผลแบ่งเป็นกอง กองละ 5 ผล

แบ่งได้ 100÷5 = 20 กองถูกต้องตามที่โจทย์กำหนด

ตอบ สุพรรณมีมะม่วงทั้งหมด 100 ผล

การแก้โจทย์ปัญหาเมื่อโจทย์ไม่กำหนดตัวไม่ทราบค่าพิจารณาโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

ในกระเป๋าสตางค์มีเหรียญอยู่จำนวนหนึ่งเมื่อนับรวมกับเปลี่ยนที่อยู่นอกกระเป๋าอีก 5 เหรียญจะรวมเรียนได้ทั้งหมด 30 เหรียญจงหาว่ามีเหรียญอยู่ในกระเป๋าสตางค์กี่เหรียญ

โจทย์ให้หาจำนวนเหรียญที่อยู่ในกระเป๋าสตางค์ซึ่งยังไม่ทราบว่ามีเท่าใดจึงสมมุติให้ ก แทนจำนวนเหรียญในกระเป๋าสตางค์

นอกกระเป๋าสตางค์มีเหรียญ 5 เหรียญ

ดังนั้นมีเรียนทั้งหมด ก+5 เหรียญ

มีเหรียญทั้งหมด 30 เหรียญ

เขียนเป็นสมการ ก+5 = 30

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างที่ 1 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีความยาวรอบรูป 42 เซนติเมตร ด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมยาวเท่าใด

วิธีทำ สมมุติให้ด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าแต่ละด้านยาวกเซนติเมตรรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีความยาวรอบรูป $n + n + n = 3\times n$ เซนติเมตรแต่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีความยาวรอบรูป 42 เซนติเมตร

เขียนเป็นสมการได้ $3\times n = 42$

$$\frac{3\times n}{3} = \frac{42}{3}$$

$$n = 14$$

ตรวจคำตอบ ด้าน 1 ด้านยาว 14 เซนติเมตร ด้าน 3 ด้าน $3\times14 = 42$ เซนติเมตร ตรงตามที่โจทย์กำหนด

ดังนั้น ด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมยาว 14 เซนติเมตร

ตอบ ด้านแต่ละด้านองรูปสามเหลี่ยมยาว 14 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 จำนวนใดมากกว่า 8 อยู่ 25

วิธีทำ สมมติให้จำนวนนั้นคือC

C มากกว่า 8 อยู่ 25

เขียนสมการได้ C-8 = 25

C-8+8 = 25+8

4 = 33

ดังนั้นจำนวนนั้นคือ 33

ตรวจคำตอบ 33 – 8 = 25 ตรงตามที่โจทย์กำหนด

ตอบ 3

สรุปได้ว่า การแก้สมการ เป็น การหาคำตอบของสมการโดยวิธีการลองแทนค่าตัวไม่ทราบค่าหรือตัวแปร และการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องมีความสามารถตีความ แปลความ สรุปความและขยายความ ในการนำความรู้ที่เรียนมาไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ ทักษะ กระบวนการในการหาคำตอบ, ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ เช่น สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร, ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ และความเข้าใจในการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.3 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Understanding) เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญของกา จัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ในที่นี้จะกล่าวถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังหัวข้อต่อไปนี้

1. ความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นการรู้แจ้งหรือกระทำในข้อความรู้นั้น ๆ ซึ่งผู้เรียนจะตอบสนองหรือแสดงออกมาผ่านการลงมือแก้ปัญหา การแสดงแนวคิด การแสดงแทน และการให้เหตุผล หรือการพูด และนอกจากนี้ยังมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544, น.62) ได้กล่าวถึงความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้

Bloom (1956, p.71) ได้กล่าวว่า ความเข้าใจเป็นความสามารถหนึ่งซึ่งมีหกขั้นของความรู้ความสามารถทางปัญญา แบ่งความรู้ความสามารถทางด้านปัญญา (Cognitive Domain) ออกเป็น 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ความรู้ (Knowledge) หมายถึง ความสามารถในการจำความรู้ต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มา

ขั้นที่ 2 ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในการแปลความขยายความในสิ่งที่ได้เรียนรู้

ขั้นที่ 3 การนำไปใช้ (Application) หมายถึง ความสามารถในการใช้สิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อให้เกิดสิ่งใหม่

ขั้นที่ 4 การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการแยกความรู้ออกเป็นส่วนทำความเข้าใจในแต่ละส่วนที่สัมพันธ์หรือแตกต่างกันอย่างไร

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesis) หมายถึง ความสามารถในการรวมความรู้ต่าง ๆ หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ให้เกิดเป็นสิ่งแปลกใหม่

ขั้นที่ 6 การประเมินค่า (Evaluation) หมายถึง ความสามารถในการตัดสินคุณค่าอย่างมีเหตุผล

โครงการคณิตศาสตร์ในโรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิคาโก (โครงการคณิตศาสตร์ในโรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิคาโก. 1990, p.192) แบ่งความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ด้าน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. ทักษะ ความเข้าใจขั้นตอนกระบวนการคิด ประกอบด้วยองค์ความรู้ที่ก่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์แก่ผู้เรียน 3 ด้านคือ

1.1 ด้านความรู้ (Knowledge : K) แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.1.1 เนื้อหาสาระของวิชานักคิด คือสาระวิชาที่ผู้เรียนต้องเรียนรู้ ประกอบด้วยเครื่องมือช่วยคิด กระบวนการคิด ทักษะการคิด

1.1.2 ความรู้บูรณาการ คือ สาระเรื่องราวต่าง ๆ ที่เป็นสภาพการณ์ที่กำหนดสภาพแวดล้อมรอบตัว ปัญหาในชีวิตประจำวัน ที่ถูกนำมาคิด ซึ่งเนื้อหาจะเป็นสาระของวิชาใดก็ได้จึงเป็นความรู้เชิงบูรณาการ

1.2 ด้านกระบวนการ (Process : P) คือ กระบวนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนากระบวนการคิดที่เน้นการฝึกปฏิบัติจริง ได้สร้างผู้เรียนให้เกิดทักษะชีวิตพื้นฐาน 7 ประการ ได้แก่ ทักษะการรู้จักตนเอง ทักษะการคิด การตัดสินใจและการแก้ปัญหาทักษะการแสวงหาข้อมูล ข่าวสารความรู้ ทักษะการปรับตัว ทักษะการสื่อสารและสร้างสัมพันธภาพ ทักษะการวางแผน และการจัดการ ทักษะการทำงานเป็นทีม

1.3 เจตคติ (Attitude : A) คือ คุณลักษณะที่ปลูกฝังของรายวิชา ได้แก่ ใจกว้าง ขยัน ใฝ่เรียนใฝ่รู้ กระตือรือร้น ช่างคิดผสมผสาน ขยัน ต่อสู้ อดทน เป็นธรรม มั่นใจในตนเอง ช่างวิเคราะห์ กล้าคิดกล้าเสี่ยง มีน้ำใจ

2. สมบัติความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในโลกยุคปัจจุบันเมื่อเราเรียนคณิตศาสตร์เราควรได้คุณสมบัติต่อไปนี้จากการเรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.1 ความสามารถในการสำรวจ

2.2 ความสามารถในการคาดเดา

2.3 ความสามารถในการให้เหตุผล

2.4 ความสามารถในการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาที่ไม่เคยพบได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คุณสมบัตินี้เรียกว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) ไม่ว่าเราจะมีอาชีพอะไร ถ้าเรามีคุณสมบัตินี้ เรียกได้ว่าเป็นคนที่มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์

3. การใช้งาน-ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้

3.1 มีความรู้ในคำศัพท์ บทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท โครงสร้าง วิธีการ มีความเข้าใจในความคิดรวบยอดจนสามารถอธิบายได้ หรือเขียนได้ หรือยกตัวอย่างได้ แปลงปัญหาจากรูปหนึ่งไปสู่รูปหนึ่ง ประมาณคำตอบได้ ระบุความสัมพันธ์ได้ ตรวจสอบผลที่เกิดได้

3.2 มีทักษะต่าง ๆ ดังนี้ ทักษะการแก้ปัญหา การนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง การคิดอย่างมีเหตุผล การคิดคำนวณ การวัด การประมาณ การอ่านและแปลผลข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การทำนาย และการใช้คอมพิวเตอร์

3.3 มีความสามารถในการวิเคราะห์และประยุกต์ใช้

4. ความเข้าใจผ่านการนำเสนอ การนำเสนอ เป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร โดยแสดงแทนผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู การแสดงท่าทาง โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชันและแบบจำลอง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมาย

Wilson (1971,p.661) ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า ความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และขยายความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมา ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Hiebert and Carpenter (1992,p.67) ได้กล่าวถึง ความหมายของเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปว่า เป็นการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิด ความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Crowley (2000,p.1) ได้กล่าวว่าความมากหรือน้อยของกระบวนการเชื่อมโยงอยู่ในโครงสร้างความรู้นั้นไม่ได้เป็นตัวบ่งบอกถึงการที่บุคคลนั้นจะมีความเข้าใจหรือมโนทัศน์หรือประสบความสำเร็จในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่เผชิญแต่ความเข้าใจมโนทัศน์หรือความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้นจะขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพและคุณภาพในการเชื่อมโยงมากกว่า

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สรุปได้ว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เป็น ความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิดความจริงและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนสามารถในการนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาสัมพันธ์กับสถานการณ์ใหม่จนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหานั้นๆได้ และสามารถสรุปความหรือขยายความคิดโดยอาศัยความสัมพันธ์เกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ แล้วนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

2. ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความจำเป็นมากที่จะต้องทำให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2547, น.29) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้

ไพทูล นารคร (2549, น.93-102) การพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีหรือประยุกต์ความเข้าใจนั้นไปใช้ ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจกับสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีเหตุผล

Sheffield and Cruikshank (2005, p.24) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีความสามารถและความคงทนยาวนานกว่าการสอนชนิดอื่น ๆ

สรุปได้ว่า ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ คือ ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้ และความคงทนยาวนานกว่าการสอนชนิดอื่น ๆ

3. ลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังต่อไปนี้

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ (2545, น.128-129) โดยทั่วไปคนมองข้ามความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน คนทั่วไปมองข้ามความเข้าใจว่าคือการทำได้ เช่น ผู้เรียนเข้าใจเรื่องเศษส่วน ถ้าเขาทำเศษส่วนได้ (คิดคำนวณเศษส่วนได้) ในขณะที่นักคณิตศาสตร์มองความเข้าใจที่แท้จริง เป็นความสามารถที่ผู้เรียนสามารถนำสมบัติต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ สำหรับกลุ่มที่ใช้คณิตศาสตร์มากมักคิดว่าผู้เรียนไม่เข้าใจคณิตศาสตร์อย่างแท้จริงหากเขาไม่ได้ใช้ พวกที่ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้คิดว่าความเข้าใจที่แท้จริงต้องสะท้อนวิธีที่สมองทำงานหรือพัฒนาการของผู้เรียน เช่นเดียวกับนักประวัติศาสตร์และวัฒนธรรมที่คิดว่าประวัติศาสตร์และวัฒนธรรมจำเป็นต่อความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง จะเห็นว่ามุมมองความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของคนแต่ละกลุ่ม แต่ละอาชีพ นั้นแตกต่างกัน ซึ่งบางครั้งก็ขึ้นอยู่กับบริบทของตนเองและบางครั้งก็ไม่ได้ตระหนักถึงคุณค่าของความเข้าใจในมุมมองของผู้อื่นเลย แล้วอะไรที่เป็นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่แท้จริง

Bruner (1976, p.98) เห็นว่า ประสบการณ์เดิมของผู้เรียนจะมีบทบาทในการส่งเสริมการเรียนรู้ และเชื่อว่าวุฒิภาวะอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการพัฒนาโครงสร้างความรู้ใหม่ ต้องมีองค์ประกอบอื่นเกี่ยวข้อง เช่นการพัฒนาทางด้านภาษา และประสบการณ์เดิมเข้ามีส่วนสำคัญในการเพิ่มความเจริญงอกงามทางสติปัญญา

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Ausubel (1977, p.90) ที่เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานการเรียนรู้อย่างมีความหมายที่สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่ได้กับโครงสร้างความรู้เดิมที่มีอยู่นำมาจัดเป็นการเรียนรู้อย่างมีความหมาย แต่ถ้าผู้เรียนไม่สามารถนำสิ่งใหม่ไปสัมพันธ์กับความรู้เดิมได้เรียกว่าเป็นการเรียนรู้ที่ไม่มีความหมาย หรือเรียนแบบท่องจำ

Vygotsky (1978, p.86) ได้เน้นบริบททางสังคม เรียกว่า Social constructivism เชื่อว่าผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้โดยผ่านทางการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่น ซึ่งมีบทบาทสำคัญในการพัฒนาด้านพุทธิปัญญา สำหรับ John Dewey ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนรู้ Learning by Doing ที่เชื่อว่าผู้เรียนต้องเรียนรู้ควบคู่ไปกับการกระทำ และผู้เรียนต้องมีการทำความเข้าใจความรู้ใหม่โดยอาศัยประสบการณ์เดิมที่สั่งสมมาเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ อันเป็นความพยายามเชิงสังคม ก่อให้เกิดรูปแบบการเรียนการสอนที่เรียกว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่เน้นความสำคัญของการสร้างความรู้โดยกลุ่มคนในสังคม

Hiebert and Catpenter (1992, p.1) การเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Understanding) ตรงกันข้ามกับการท่องจำ (Rote Learning) การเรียนรู้เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้นั้น จำเป็นต้องรู้กระบวนการที่เกิดขึ้นในตัวเองของผู้เรียนที่เน้นวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถคิดไตร่ตรองได้อย่างสร้างสรรค์ ช่วยพัฒนาสังคมและสิ่งแวดล้อม และนำความรู้ที่ได้รับไปบูรณาการในการดำรงชีวิตได้อย่างมีความสุข ตามหลักการของทฤษฎีนี้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่าง สิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีมาก่อน นำความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเหตุการณ์ และปรากฏการณ์ที่พบเห็นมาสร้างเป็นโครงสร้างใหม่ทางสติปัญญา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สรุปได้ว่า ลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Understanding) ตรงกันข้ามกับการท่องจำ (Rote Learning) ในการเรียนรู้เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้นั้น จำเป็นต้องรู้กระบวนการที่เกิดขึ้นในตัวเองของผู้เรียนที่เน้นวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นความสามารถที่ผู้เรียนสามารถนำสมบัติต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ความเข้าใจที่แท้จริงต้องสะท้อนวิธีที่สมองทำงานหรือพัฒนาการของผู้เรียน ประสบการณ์เดิมของผู้เรียนจะมีบทบาทในการส่งเสริมการเรียนรู้ วุฒิภาวะอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการพัฒนาโครงสร้างความรู้ใหม่ ต้องมีองค์ประกอบอื่นเกี่ยวข้อง เช่นการพัฒนาทางด้านภาษา และประสบการณ์เดิมเข้ามีส่วนสำคัญในการเพิ่มความเจริญงอกงามทางสติปัญญา ผู้เรียนต้องมีการทำความเข้าใจความรู้ใหม่โดยอาศัยประสบการณ์เดิมที่สั่งสมมาเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ อันเป็นความพยายามเชิงสังคม ก่อให้เกิดรูปแบบการเรียนการสอนที่เรียกว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่เน้นความสำคัญของการสร้างความรู้โดยกลุ่มคนในสังคม

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการแก้สมการ และโจทย์ปัญหาสมการการหาคำตอบของสมการโดยวิธีการลองแทนค่าตัวไม่ทราบค่าหรือตัวแปร และ ใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณหรือการหาร โดยต้องอาศัยความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

4. พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

อนันต์จันทร์กวี (2537, น.256) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูผู้สอนจำเป็นต้องรู้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่ครูสอนให้หรือไม่ ครูจึงจำเป็นต้องศึกษาถึงพฤติกรรมที่จะแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะแสดงออกดังนี้

1. สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนขึ้นในรูปใหม่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียน

2. สรุปความหมายของเรื่องให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

3. แปลงหรือเปลี่ยนรูป จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ หรือจากสัญลักษณ์ให้เป็นภาพหรือกลับกัน

4. ชี้บ่งความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ได้

5. แปลความหรือตีโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ไว้ว่า ข้อความนั้น ๆ กำหนดอะไรให้และต้องการถามเรื่องอะไร

สรุปได้ว่า พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนขึ้นในรูปใหม่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียนให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ หรือจากสัญลักษณ์ให้เป็นภาพหรือกลับกัน แล้วแปลความหรือตีโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ไว้ว่า ข้อความนั้น ๆ กำหนดอะไรให้และต้องการถามเรื่องอะไร

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5. การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านให้ความหมายของการวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อนันต์ จันทร์กวี (2545, น.256) กล่าวว่า การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปใหม่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียน

2. สรุปความหมายของเรื่องให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

3. แปลงหรือเปลี่ยนรูป จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ ซึ่งชี้บ่งความสมเหตุสมผลของข้อความและแปลความหรือตีโจทย์ปัญหา

Perkins (1993, p.35) ได้กล่าวว่า การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหา ที่เรียนอย่างแท้จริงนั้น ครูควรคำนึงถึงข้อเสนอแนะต่อไปนี้

1. ควรเรียนรู้ด้วยกระบวนการคิดเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนได้ปฏิบัติมากกว่าครู

2. เตรียมการประเมินผลที่ต่อเนื่อง

3. ควรสนับสนุนการแสดงออกของนักเรียน ให้นักเรียนได้ใช้จินตนาการ เพราะการแสดงออกจะบ่งบอกถึงความเข้าใจในทางปฏิบัติของนักเรียน

สรุปได้ว่า การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิดความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนสามารถในการนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาสัมพันธ์กับสถานการณ์ใหม่จนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหานั้นๆได้ และสามารถสรุปความหรือขยายความคิดโดยอาศัยความสัมพันธ์เกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ แล้วนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้ และความคงทนยาวนานกว่าการสอนชนิดอื่น ๆเพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้นั้น จำเป็นต้องรู้กระบวนการที่เกิดขึ้นในตัวเองของผู้เรียนที่เน้นวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นความสามารถที่ผู้เรียนสามารถนำสมบัติต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ความเข้าใจที่แท้จริงต้องสะท้อนวิธีที่สมองทำงานหรือพัฒนาการของผู้เรียน ประสบการณ์เดิมของผู้เรียนจะมีบทบาทในการส่งเสริมการเรียนรู้ วุฒิภาวะอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการพัฒนาโครงสร้างความรู้ใหม่ ต้องมีองค์ประกอบอื่นเกี่ยวข้อง เช่นการพัฒนาทางด้านภาษา และประสบการณ์เดิมเข้ามีส่วนสำคัญในการเพิ่มความเจริญงอกงามทางสติปัญญา ผู้เรียนต้องมีการทำความเข้าใจความรู้ใหม่โดยอาศัยประสบการณ์เดิมที่สั่งสมมาเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ อันเป็นความพยายามเชิงสังคม ก่อให้เกิดรูปแบบการเรียนการสอนที่เรียกว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่เน้นความสำคัญของการสร้างความรู้โดยกลุ่มคนในสังคม สามารถสรุปหรือ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนขึ้นในรูปใหม่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียนให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ หรือจากสัญลักษณ์ให้เป็นภาพหรือกลับกัน แล้วแปลความหรือตีโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ไว้ว่า ข้อความนั้น ๆ กำหนดอะไรให้และต้องการถามเรื่องอะไร

2.4 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin

Usiskin (2001, pp.14-22) เป็นครูที่รู้จักกันเป็นอย่างดีในฐานะผู้อำนวยการโครงการคณิตศาสตร์โรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิคาโก เป็นอาจารย์ประจำสาขาตั้งแต่ปี พ.ศ. 2512 เขายังได้สอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมต้นและระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและได้ประพันธ์และร่วมประพันธ์ตำราหลายเล่มรวมถึงชุดหนังสือหกเล่มที่ใช้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรมัธยมศึกษาของโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย เขาได้รับรางวัล Lifetime Achievement Award จาก National Council of Teachers of Maths

Usiskin กล่าวว่า กว่า 35 ปีที่ผ่านมาได้มีการเคลื่อนไหวของสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาในระดับประถมศึกษาแห่งหนึ่งได้กล่าวว่า บุคลากรครูที่สอนในระดับประถมศึกษาในหลาย ๆ พื้นที่ได้พูดถึงการสอนเรื่องเกี่ยวรูปทรงเรขาคณิตนั้น จะต้องเป็นหลักสูตรของมัธยมศึกษาเท่านั้น เพราะจะเป็นนามธรรมและจะมีบทพิสูจน์ได้ เพื่อใช้ในการทำแบบทดสอบต่าง ๆ กล่าวคือการสอนเรื่องเรขาคณิตให้กับเด็ก ๆ ระดับประถมศึกษานั้นเป็นสิ่งที่ไม่เหมาะสมกับความเป็นธรรมชาติของเด็กในระดับนี้นั่นเอง จนในขณะเดียวกันโรงเรียนประถมในหลายแห่งเริ่มให้ครูกลับมาตระหนักถึงการสอนเรื่องเรขาคณิตและให้มีแนวโน้มกลับมาใช้เรื่อง ขนาด รูปร่าง การวาดภาพ และจำนวนนับจากเรื่องเรขาคณิตแล้ว ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าไม่มีเพียงแต่การคำนวณเท่านั้นที่จะมีความสำคัญต่อหลักสูตรการสอน เรขาคณิตยังเป็นหลักสูตรการสอนอีกอย่างหนึ่งที่สามารถนำไปใช้ในสังคมได้ กล่าวคือ การใช้รูปเรขาคณิตต่าง ๆ สามารถนำไปใช้วิชาอื่น ๆ เช่นวิชา ศิลปศึกษาและสังคมศึกษาได้เช่นการวาด วงกลม สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยมหรือแม้แต่การวาดมุมต่าง ๆ ซึ่งเราได้พบเห็นในชีวิตประจำวันได้

ปัจจุบันนี้ พีชคณิตยังเป็นแรงบันดาลใจอย่างมากในการหาคำตอบของการแก้ปัญหาต่าง ๆ อย่างง่าย ๆ ให้เหมือนราวกับการใช้รูปทรงเรขาคณิต ในปี พ.ศ.2503 นั้นเอง แม้แต่ครูที่มั่นใจในการสอนมโนทัศน์หรือแนวคิดทักษะทางคณิตศาสตร์ก็ยังไม่สามารถจะแก้ปัญหาของสมการที่ซับซ้อนยุ่งยากได้ ดังนั้นการแก้ปัญหาของสมการที่ค่อนข้างจะยุ่งยากและซับซ้อนก็ยังสามารถใช้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

พีชคณิตมาเป็นสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาได้อีกทางหนึ่งด้วย ในระดับประถมศึกษาก็สามารถใช้แนวคิดของพีชคณิตในการแก้โจทย์ปัญหาให้กับนักเรียนได้เช่นกัน

จากบทความของวิทยานิพนธ์เล่มหนึ่งได้กล่าวถึง 5 ลักษณะภาษาที่ใช้ในพีชคณิตก็คือ 1) การใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนที่เราไม่ทราบค่า 2) การใช้สูตร 3) การใช้รูปแบบทั่ว ๆ ไป 4) การใช้ตัวอักษรแทนตัวเลขที่กำหนดและ 5) การใช้ความสัมพันธ์แทนค่าจำนวนตัวเลข

1. การใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนที่เราไม่ทราบค่า

พิจารณาจากคำถามดังต่อไปนี้

อะไรคือจำนวนที่ บวกกับ 3 แล้ว ได้ผลลัพธ์คือ 7

เติมคำในช่องว่าง คือ 3+___ = 7

เติมตัวเลขในช่องสี่เหลี่ยมให้ถูกต้อง 3+ = 7

หาคำตอบของ 3+ ? = 7

จงหาค่าของ 3 + X = 7

คำถามของแต่ละจำนวนที่เราไม่ทราบค่า เราสามารถใช้ คำ ช่องว่าง รูปสี่เหลี่ยม เครื่องหมายคำถาม หรือสัญลักษณ์ตัวอักษร X แทนตัวเลขในจำนวนนั้น ๆ ได้ กล่าวคือเราสามารถใช้รูปทรงเรขาคณิตแทนได้นั่นเอง แต่การที่เราจะใช้ X ใช้ ____ แทนจำนวนที่เราไม่ทราบนั้น เราจะต้องมีการบรรยายสถานการณ์ ตอนแรกก่อน กล่าวคือ เราต้องถามว่า 3 บวกอะไรแล้วได้ 7 ก่อน เราจึงจะใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตแทนค่านั้นได้ แต่ในหลาย ๆ สิ่งนักเรียนส่วนมากได้ใช้เรขาคณิตก่อนที่จะใช้สัญลักษณ์ต่างแทนใน ปี พ.ศ.2133 (การใช้อักษร X หรือ อักษร Y แทนจำนวนที่เราไม่ทราบค่านั้นเกิดขึ้นก่อนปี พ.ศ.2143 โดย Descartes นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส จากประโยคในข้างต้นที่กล่าวมานี้ ทำให้เห็นได้ว่าการใช้รูปเรขาคณิตสามารถทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาในการหาคำตอบได้ง่ายขึ้น

2. การใช้สูตร

ถ้าเรามีสูตร A = LW สำหรับการใช้หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และเราจะให้นักเรียนหาสูตรดังกล่าวโดยให้หาว่า A มีค่าเท่าไหร่ โดย ให้ L (Long = ยาว) = 5 และ W (Wild = กว้าง) = 7 เราจะทำโดยวิธีของเรขาคณิต ถ้าเราถามนักเรียนว่าให้ค่า n (n คือจำนวนใดจำนวนหนึ่ง) เมื่อ 5× 7 = n นั่นก็จะไม่ได้คำตอบที่ต้องการ

ถ้าครูผู้สอนถามนักเรียนว่า จำนวนอะไรที่จะเป็นคำตอบของ n ได้ถูกต้องที่สุด คุณครูก็จะใช้เรขาคณิตในการหาคำตอบและจะรู้ว่าคำตอบนั่นคืออะไร ดังนั้นเมื่องครูสอนการหาค่าของตัวเลขต่าง ๆ ที่แทนค่าด้วยตัวอักษรได้แล้วนั้น ครูก็จะสามารถให้นักเรียนหาคำตอบเป็นตัวเลขที่ถูก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอักษรนั้น ๆ แทนค่าอยู่ได้อย่างไม่ยากและจะสามารถใช้รูปทรงเรขาคณิตหาคำตอบได้อย่างง่ายดายอีกด้วย

3. การใช้รูปแบบทั่ว ๆ ไป

พ่อของผมเป็นนักบัญชีมืออาชีพและเขาก็หาวิธีคำนวณแบบลัดเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์เวลาที่ท่านได้สอนผม ยกตัวอย่างเช่น มีเลขจำนวนหนึ่งคูณด้วย 19 และเลขอีกจำนวนหนึ่งคูณด้วย 20โดยการแทนจำนวนตัวเลขที่ต้องการหาด้วย n ด้วยการอธิบายสั้น ๆ ว่า ถ้า n คือเลขจำนวนหนึ่งจะได้ว่า 19n = 20n - n ซึ่งจำนวนของสมการนี้เรียกว่า สมบัติการกระจาย เป็นสมบัติการกระจายแบบสั้น ๆ จะสังเกตได้ว่าการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้อย่างง่ายกว่าที่ผ่านมา อย่างไรก็ดีจะเห็นได้ว่าการใช้พีชคณิตมาอธิบายก็จะมีความคล้ายคลึงกับการแก้โจทย์ปัญหาโดยตรง

ตัวอย่าง ถ้าคุณซื้อโน้ตบุ๊ค 19 เครื่อง เครื่องละ 98.35 บาท (แทนค่าเงิน 1 ดอลลาร์ = 33.34 บาท) ใช้ 33.34 บาท แทนด้วย n

จะได้ 19× 98.35 บาท= 20 × 98.35 – 98.35

หลายคนจะใช้เครื่องคิดเลขหาคำตอบนั้นได้เลยทันที คือ เท่ากับ 1,967.06 – 98.35 หรือ 1,868.70 เป็นต้น

การให้พีชคณิตอธิบายก็เช่นเดียวกัน โดยการใช้พีชคณิตอธิบายโดยใช้ตัวอักษรแทนค่าในตัวเลขจะเป็นการเหมาะสมที่สุด คุณครูก็สามารถบอกเด็กนักเรียนของตัวเองได้ว่า อะไรที่คูณกัน 2 จำนวน แล้วได้คำตอบเหมือน ๆ กันและคุณครูยังสามารถเขียนตัวอย่างได้ดังนี้ จำนวน aและbคือ a × b = b × a ตัวอย่างเช่น 6 × 12 จะได้ผลลัพธ์ เท่ากับ 12 × 6 ด้วย

ดังนั้นคุณครูสามารถใช้พีชคณิตในรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหาของสมการได้ ตัวอย่างคือ 0 บวกกับจำนวนใดจำนวนหนึ่งผลลัพธ์ที่ได้ก็จะเป็นจำนวนนั้น แต่ทว่าถ้าคุณครูเขียนให้อยู่ในรูปของรูปแบบทั่ว ๆ ไปโดยการใช้สัญลักษณ์ตัวอักษรของพีชคณิตจะได้ว่า (0 + n = n; t + t = 2t) เป็นต้น

4. การใช้ตัวอักษรแทนตัวเลขที่กำหนด

หลาย ๆ คนคงจะเคยเล่นเกมเศรษฐีที่วางอยู่บนกระดานเกม ซึ่งแบ่งออกเป็นหลายประเภทให้ได้เล่นกัน โดยจะเป็นการเดินหมากรอบ ๆ กระดานที่วางไว้ อย่างไรก็ตามตัวเลขที่เราเดินอยู่บนกระดานนั้นก็ได้มีช่องว่างเว้นไว้ด้วยในทางพีชคณิตก็เช่นเดียวกัน ถ้าคุณรอบเดินคุณเป็น d พอคุณเดินมาครบรอบแล้วเริ่มเดินครั้งที่ 2 ก็จะเป็น 2d

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

โปรแกรมของตารางตัวเลขที่จัดไว้ก็สามารถใช้ได้กับพีชคณิต โดยให้ตัวเลขจำนวนแถวหนึ่งของตารางที่หนึ่งลบด้วยจำนวนแถวตัวเลขหนึ่งของตางรางที่สอง และผลลัพธ์จะอยู่ในตารางที่สาม ราวกับสถานการณ์ของลูกเต๋า เราไม่สามารถคาดเดาได้ว่าตัวเลขของจำนวนนั้นจะออกมาเป็นจำนวนอะไร ถ้าจำนวนแรกของตารางคือ จำนวน x และจำนวนที่สองของตารางคือ จำนวน y ดังนั้นเราจะได้จำนวนที่สามของตารางเท่ากับ y – x นั้นเอง

สรุปได้ว่า เมื่อไหร่ก็ตามที่คุณเล่นเกมโดยมีตัวเลขจำนวนใดจำนวนหนึ่งโดย จำนวนนั้น ___+ 3 แล้วเท่ากับ 5 คุณก็จะสามารถใช้พีชคณิตที่เป็นตัวอักษรมาแทนที่ตัวเลขนั้น ๆ ได้อย่างถูกต้องและแม่นยำในการคิดแต่ละครั้ง

5. การใช้ความสัมพันธ์แทนค่าจำนวนตัวเลข

บ๊อบมีอายุมากกว่ามาริสา 2 ปี อยากทราบว่าพวกเขามีอายุเท่าไหร่ ถ้ามาริสาอายุ 7 ปี บ๊อบก็ต้องมีอายุ 9 ปีถ้ามาริสามีอายุ 4 ปี บ๊อบก็ต้องมีอายุ 6 ปี เราไม่สามารถทราบได้เลยว่าพวกเขาทั้ง 2 คนมีอายุที่แท้จริงเท่าไหร่ถ้าเราใช้สัญลักษณ์ของพีชคณิตแทนอายุบ๊อบคือ B และอายุของมาริสาคือ M ดังนั้นเราจะได้สมการดังนี้

B = M + 2 (ซึ่งบ๊อบอายุมากกว่ามาริสา 2 ปี)

B – M = 2 (ซึ่งอายุของพวกเขาห่างกัน 2 ปี)

M = B – 2 (ซึ่งอายุของมาริสาน้อยกว่าบ๊อบ 2 ปี)

ซึ่งจะเห็นได้ว่าการแทนที่ด้วยการใช้พีชคณิตจะสามารถหาคำตอบของสมการได้ถูกต้องกว่าตลอดทั้งสามารถหาความสัมพันธ์ของตัวเลขจำนวนเยอะได้ถูกต้องอีกด้วย ดังนั้นระหว่าง B และ M เรียกว่าการสมมูล การสมมูลจะกำหนดมาให้สามารถใช้ได้ง่ายกว่าในพีชคณิตและอธิบายให้ได้ง่ายกว่าโดยการใช้ภาษามาแทนตัวเลขจำนวนนั้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.4.1 ความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin

Usiskin (2001, pp.15-22) ให้ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการแก้สมการ และโจทย์ปัญหาสมการ อย่างลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน และสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ

2.4.2 ลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin

Usiskin (2002, p.1) มีความเห็นว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นไม่ได้อยู่เป็นตัวเป็นตนแต่มันมีอยู่และสัมพันธ์กับสิ่งที่เรารู้ หากเราเข้าใจเรื่องใดและสามารถแสดงให้คนอื่นทราบได้ว่าเรารู้ในเรื่องนั้น คนเหล่านั้นก็จะเข้าใจเรื่องนั้นด้วย ในทางตรงกันข้ามหากเรารู้สิ่งที่คนอื่นไม่รู้ เราสามารถบอกได้ว่าพวกเขายังไม่เข้าใจอย่างแท้จริง มิติของความเข้าใจที่ได้เสนอไปแล้วนั้นก็เพื่อให้เห็นว่าแนวคิดในเรื่องความเข้าใจนี้มีหลากหลายและขึ้นอยู่กับความเข้าใจของคนที่มีอาชีพต่างกัน และเราก็ไม่สามารถสอนผู้เรียนให้เกิดความเข้าใจที่แท้จริงได้ เพราะว่ามันไม่มี อย่างไรก็ตามไม่ว่าจะเป็นการศึกษาคณิตศาสตร์ในสมัยก่อนหรือสมัยนี้ เรายังจำเป็นที่จะต้องสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ

2.4.3 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin

Usiskin (2001, pp.15-22) ได้แบ่งความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็น 4 ลักษณะดังนี้

1. ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Skill – Algorithm Understanding) หรือที่เรียกว่าความเข้าใจด้านทักษะ เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะการคูณเศษส่วน นักเรียนจะแสดงความเข้าใจประเภทนี้เมื่อได้ลงมือทำงาน ความเข้าใจด้านนี้ประกอบด้วย

1.1 ความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิดในรูปแบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

1.2 ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวยการที่นำมาซึ่งผลลัพธ์

1.3 การสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหาคำตอบ

2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ (Properties - Mathematical Understanding) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจแสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญ สื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง เช่น การสอนในชั้นเรียนเรื่อง การคูณเศษส่วน การที่ครูใช้คำว่า “ตัดทิ้ง” และ “ตัดตอน” บ่งบอกว่าครูไม่ได้ส่งเสริมความเข้าใจ แต่ถ้าครูใช้ “การคูณจำนวนใด ๆ กับหนึ่ง” และ “เลือกเศษส่วนที่มีค่าเท่าเดิม” ได้ถ่ายทอดความเข้าใจให้กับนักเรียน งานที่แสดงถึงความเข้าใจสมบัติคณิตศาสตร์นี้ได้แก่

2.1 งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์

2.2 งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติ

2.3 งานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Use - Application Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท

4. ความเข้าใจในการนำเสนอ (Understanding through Representation) นักเรียนที่มีความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจผู้อื่นได้เข้าใจด้วย

2.4.4 แนวทางการวัดและประเมินผลความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin โดยใช้แบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือในการวิจัย ซึ่งพัฒนามาจากแนวคิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของUsiskin มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินแบบรูบริค (NCTM, 2000, pp.60-63) โดยมีรายละเอียด ดังแสดงตารางในที่ 2.2 และตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.2

เกณฑ์การให้คะแนนรายข้อของแบบทดสอบ ของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

คะแนน	ความเข้าใจทางทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้แนวคิดของ Usiskin
1คะแนน	ไม่นำเสนอ หรือ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องบางส่วน หรือ นำเสนอเป็นไม่เป็นลำดับขั้นตอน ไม่ชัดเจน และขาดรายละเอียด
2 คะแนน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องบางส่วน หรือ นำเสนอเป็นลำดับขั้นตอน ขาดความชัดเจน และขาดรายละเอียด
3คะแนน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องเป็นส่วนมาก หรือ นำเสนอเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้อง ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
4คะแนน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้อง หรือ นำเสนอเป็นลำดับขั้นตอน ถูกต้องชัดเจน มีรายละเอียดที่สมบูรณ์

ตารางที่2.3

เกณฑ์การแปลความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้แนวคิดของ Usiskin

ลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	คะแนน	คำอธิบาย
ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ	1-6	นักเรียนไม่มีความเข้าใจในการสร้างขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการสำหรับการหาคำตอบ
	7-12	นักเรียนมีความเข้าใจในการสร้างขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการสำหรับการหาคำตอบ
ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์	1-6	นักเรียนไม่มีความเข้าใจในการระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์ , การอธิบายความสำคัญของสมบัติ และการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
	7-12	นักเรียนมีความเข้าใจในการระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์ , การอธิบายความสำคัญของสมบัติ และการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้	1-6	นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ประเภทตั้งแต่ในห้องเรียนจนถึงในชีวิตจริง
	7-12	นักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ประเภทตั้งแต่ในห้องเรียนจนถึงในชีวิตจริง
ลักษณะที่4 ความเข้าใจในการนำเสนอ	1-6	นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้
	7-12	นักเรียนสามารถนำสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หมายเหตุ เกณฑ์การพิจารณาของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้แนวคิดของ Usiskin

1-6 คะแนนหมายถึง มีความไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์

7-12 คะแนนหมายถึง มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.5 แบบทดสอบ

แบบทดสอบเป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธพิสัย ของนักเรียน ว่านักเรียนได้ความรู้อะไรบ้างจากการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งแบบทดสอบจะแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น และแบบทดสอบมาตรฐาน โดยแบบทดสอบที่ดีนั้น จะต้องผ่านการวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่น ประสิทธิภาพ ความยาก อำนาจจำแนก ฯลฯ ซึ่งงานวิจัยนี้ได้กล่าวถึงแบบทดสอบแบบอัตนัย ในหัวข้อที่สำคัญ ดังนี้

2.5.1 ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548, น.34-38) กล่าวว่า แบบทดสอบแบบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ

Mehrens and Lehmann (1969, pp.206-227) กล่าวถึงแบบทดสอบอัตนัยว่ามีลักษณะของคำถามที่แตกต่างจากคำถามชนิดอื่น ดังนี้

1. ไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวที่สมบูรณ์และถูกต้อง
2. ผู้สอบได้ตอบอย่างอิสระ
3. คุณภาพของคำตอบมีระดับต่างกัน

Hopkins and Antes (1990, pp.231-232) ได้เสนอรูปแบบของแบบทดสอบอัตนัยว่า ข้อสอบประเภทนี้ต้องการคำตอบที่เป็นประโยคหลายประโยคต่อเนื่องกัน ซึ่งแสดงความสมเหตุสมผล ผู้ตรวจความถูกต้องและคุณภาพของข้อสอบแบบนี้ ต้องเป็นผู้ที่มีความรู้ในวิชาที่สอบ

สรุปได้ว่า แบบทดสอบอัตนัย คือ แบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น แสดงสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยเหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ ไม่มีข้อจำกัดในการเขียนคำตอบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.5.2 ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ดังนี้

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548, น.34-38) กล่าวว่า ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบคือ แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended Response) และแบบจำกัดคำตอบ (Restricted Response) ซึ่งขึ้นอยู่กับการให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษาพบว่าเด็กระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended Response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ให้อิสรเสรีแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถซึ่งจำเป็นต้องอาศัย การสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่าคุณค่าอย่างยิ่งในการวัดขบวนการทางสมองที่สูงขึ้นตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยากาศกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอกถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี – ข้อเสีย ของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น จงเปรียบเทียบข้อดี – ข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่มมาอย่างละเอียด เพราะเหตุใดเอดิสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมากจากการทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น จงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศเกาหลีและเวียดนามมา 3 ประเภท

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออมาอย่างมีเหตุผล เช่น จงเปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลการปกครองระบอบประชาธิปไตยของอังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือ มีความเชื่อมั่นค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือนักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดตอบ (Restricted Response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขตแบบฟอร์มและเนื้อหาที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบสั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วย ตัวอย่างเช่น ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพของพลเมือง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

Mehrens and Lehmann (1969,pp.206-277) กล่าวถึงแบบทดสอบ โดยแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ตามลักษณะของความมีอิสระในการตอบดังนี้

1. แบบตอบขยาย (Extended Response) หรือแบบไม่จำกัดคำตอบ (Unrestriced Response) ข้อสอบแบบนี้จะถามความรู้ความสามารถต่าง ๆ โดยให้อิสระในการตอบแก่นักเรียนหรือผู้สอบมาก เปิดโอกาสให้เขียนแสดงความคิดเห็น อธิบาย อภิปรายได้อย่างเต็มที่ทุกแง่ทุกมุมตามที่ต้องการไม่จำกัด ลักษณะคำถามจึงกว้างขวาง เหมาะกับการวัดความสามารถด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทัศนคติ และการประเมินค่า (Evaluation) เพราะข้อสอบแบบนี้ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักรวบรวมความคิดต่าง ๆ การประเมินคุณค่าของสิ่งเหล่านั้นและการใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุผลนี้ ปริมาณคำตอบของข้อสอบแบบนี้จึงขึ้นอยู่กับคำถามและความรู้ที่สั่งสมไว้ว่ามีมากน้อยเพียงใด ประกอบกับความสามารถในการจัดระบบการตอบ และความสามารถในการใช้ภาษาของนักเรียนแต่ละคนเป็นสำคัญ จุดอ่อนของการถามแบบนี้อยู่ที่ การให้คะแนน เพราะยากที่จะหาเกณฑ์ในการให้คะแนนที่ถูกต้องเที่ยงตรงได้ คำถามที่ใช้มักจะเป็นคำถามประเภท “จงอภิปราย , เปรียบเทียบ , แสดงความคิดเห็น” เป็นต้น

2. แบบทดสอบจำกัด (Restricted Response หรือ Short – Essay Item) ข้อสอบนี้สามารถอุดจุดอ่อนของคำถามแบบแรกได้ ทั้งนี้เนื่องจากข้อสอบแบบขยายคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ให้อิสระในการตอบโดยไม่จำกัด ทำให้ได้คำตอบที่แตกต่างกันมาก จึงมักมีปัญหาในการตรวจคะแนน โดยเฉพาะในแง่ของการเปรียบเทียบกันในกลุ่ม ข้อสอบแบบนี้จึงถามแบบเจาะจง ผู้เขียนข้อจะกำหนดขอบเขต ลักษณะการตอบตลอดจนเนื้อหา ทิศทางการตอบและความยาวในการตอบไว้ด้วยคำตอบจึงสั้นและอยู่ภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้ ผู้ตอบต้องจัดเรียบเรียงความคิดเห็นให้เป็นระเบียบแล้วตอบให้ตรงประเด็นของคำถามเพียงสั้น ๆ โดยไม่มีโอกาสอภิปรายแสดงความคิดเห็นนอกเหนือที่กำหนดไว้ให้ ข้อสอบแบบนี้จึงมีความสะดวกในการให้คะแนนมากกว่าแบบแรก เพราะมีเกณฑ์ต่าง ๆ ที่จะตัดสินใจให้คะแนนมากขึ้น ผู้เขียนข้อสอบจึงจำเป็นต้องระมัดระวังในเรื่องคำสั่งโจทย์ ขอบเขตเนื้อหา และเวลาที่กำหนดให้นักเรียนตอบคำถามที่ใช้มักอยู่ในรูป “จงนิยาม, ตอบสั้น ๆ, อธิบายสั้น ๆ” อย่างไรก็ดี ข้อสอบแบบนี้ให้โอกาสแก่นักเรียนน้อยมากในการแสดงความสามารถเกี่ยวกับการจัด การรวบรวม การแสดงความคิดเห็น และการจัดหาสิ่งต่าง ๆ ที่จำเป็นเกี่ยวกับการตอบ จึงมีประโยชน์สำหรับการวัดผลการเรียนรู้ระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์แต่จะมีคุณค่าน้อยมากถ้าจะนำไปใช้ในระดับการสังเคราะห์และการประเมินค่า

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Hopkins and Antes (1990, pp.231-232) แบ่งประเภทของแบบทดสอบอัตนัยออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. แบบที่มีขอบเขตกว้างแต่ให้เวลาจำกัด (Extended-Response) ข้อสอบลักษณะนี้จะทดสอบทักษะของผู้เขียนในการเลือกว่าเขียนอะไรและจะเขียนมากน้อยแค่ไหนในแต่ละส่วน รวมทั้งความสามารถในการจัดระเบียบและแสดงความคิดในเชิงตรรกะ ข้อสอบเขียนบรรยายแบบขยายความนี้เป็นข้อสอบประเภทปลายเปิด (Open-Ended) และไม่ได้จำกัดความคิดของนักเรียน ข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ในการประเมินการเขียน โดยเฉพาะศิลปะเกี่ยวกับการใช้ภาษา

2. แบบจำกัดคำตอบ (Limited-Response) จะมีขอบเขตกว้างหรือแคบก็ได้ แต่นักเรียนควรจะรู้อย่างแน่ชัดว่าขีดจำกัดนั้นคืออะไรข้อสอบนี้จะให้ขีดจำกัดที่ระบุได้อย่างชัดเจน เพื่อสร้างขอบเขตในการตอบให้นักเรียน กล่าวคือนักเรียนต้องตอบในกรอบเนื้อหา ที่จำกัดข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ต่อครูผู้สอนที่ต้องการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งต่างจากแบบทดสอบอัตนัยแบบที่มีขอบเขตกว้างที่ต้องการวัดด้านทักษะการเขียนผู้ออกข้อสอบควรพิจารณาถึงจุดมุ่งหมายในการวัดผลก่อนตัดสินใจเลือกว่าจะใช้รูปแบบใด

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบอัตนัยมี 2 ประเภท คือ แบบขยายเป็นการทดสอบให้ผู้เขียนตอบได้อย่างอิสระสามารถอภิปรายได้อย่างไม่จำกัด และแบบจำกัดคำตอบเป็นการระบุอย่างชัดเจนหรือสร้างขอบเขตในการตอบของนักเรียน

2.5.3 หลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัย เป็นแบบทดสอบที่กำหนดปัญหาหรือเรื่องราวให้ โดยให้ผู้ตอบ อธิบายหรือบรรยายแสดงความคิดเห็น หรือวิพากษ์วิจารณ์อย่างอิสระในเวลาที่กำหนดให้ ในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัยต้องพิจารณาหลายสิ่งอย่างเพื่อตรงตามจุดประสงค์ เนื้อหา และการวัดประเมินผลให้สอดคล้องกันทั้งระบบ โดยมีหลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามดังต่อไปนี้

1. ต้องดูจุดประสงค์ของการสอบก่อน แล้วจึงเขียนข้อคำถาม เพื่อให้ตรงจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด
2. ควรใช้คำถามที่มีความกระจ่างชัด ด้วยหลักการถามและหลักภาษา
3. คำถามหนึ่ง ๆ ควรเป็นเรื่องเดียว เพื่อให้ผู้ตอบตอบได้ตรงเป้าหมายที่ผู้ถามต้องการ
4. คำถามควรคำนึงถึงเวลาที่ให้ผู้ตอบทำการตอบ
5. คำถามทุกคำถามผู้สอบควรทำเฉลยไว้ และวางแผนการให้คะแนนแต่ละส่วนว่าเป็นเท่าไร เพื่อเปรียบเทียบ นอกจากนั้นต้องพิจารณาคำตอบที่มีโอกาสเป็นไปได้ที่ไม่จำเป็นจะต้องตรงกับเฉลยทุกตัว แต่ก็จะถูกสามารถได้คะแนนได้ด้วยลักษณะของแบบทดสอบอัตนัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.5.4 การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย

นักวัดผลการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายและวิธีการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย วิธีเคราะห์ย่อย และวิธีประเมินรวมไว้มากมาย เช่น

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2545, น.132-138) การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรง และเชื่อถือได้ หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานถัดไป คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือจะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. กำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด
2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องคำถามเท่านั้น
3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับการให้คะแนน
4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคน สำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวาเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุด ในปัจจุบันมี 2 วิธี คือ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4.1 การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method) การตรวจข้อสอบอัตนัย โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวการตอบไว้ก่อนโดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนนผู้ตรวจจะนำเอากระดาษมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวทางคำตอบนั้นครูผู้ออกข้อสอบควรจะทำไว้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวการตอบเมื่อจะเริ่มตรวจการให้คะแนนแบบนี้เหมาะสมสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบ มากกว่าแบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบ

4.2 การตรวจโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระดาษคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนทีละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจดูคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่น ในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกทีว่า

ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้ว จึงให้คะแนน ใครอยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

Ebel (1972, pp.149-152) ได้ให้ข้อเสนอแนะสำหรับการตรวจให้คะแนนไว้ 2 รูปแบบ คือ การให้คะแนนด้วยวิธีวิเคราะห์ และวิธีประเมินคุณภาพโดยรวม (Analytic Scoring or Global-quality Scaling)

1. วิธีวิเคราะห์ วิธีนี้ส่วนประกอบที่สำคัญต่าง ๆ ของคำตอบจะเป็นตัวกำหนดการให้คะแนนมากน้อยอย่างอิสระ การพิจารณาจะพิจารณาทั้งส่วนประกอบที่สำคัญของคำตอบ และความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบเหล่านั้นด้วยว่าเป็นองค์ประกอบเดียวกันของคำตอบหรือไม่ แต่ถ้าความสัมพันธ์นั้นซับซ้อนและเข้าใจยากวิธีการเทียบเกณฑ์ก็อาจจะทำได้ไม่สะดวกและใช้เวลานาน

2. วิธีประเมินคุณภาพโดยรวม วิธีนี้ผู้ตรวจให้คะแนนจะอ่านคำตอบโดยรวมและพิจารณาความประทับใจ แล้วจึงเปลี่ยนความประทับใจนั้นเป็นระดับคะแนนบันทึกไว้ทำแบบนี้ทุก ๆ ข้อ วิธีการที่ดีกว่า เพื่อควบคุมความสม่ำเสมอ หรือมาตรฐานในการตรวจกระดาษคำตอบที่ต่างกัน คือ การแบ่งกลุ่มคำตอบเป็นคล้าย ๆ กัน เมื่อแบ่งกลุ่มแล้ว ผู้ตรวจให้คะแนนจึงมาพิจารณาตัดสินใจใหม่อีกครั้งว่าแต่ละกองเหมาะสมหรือยัง

ผู้ให้คะแนนจำกำหนดขนาดของแต่ละกองไว้ล่วงหน้าและพยายามแบ่งให้มีการแจกแจงใกล้เคียงกับที่กำหนดไว้ ในการแบ่งกลุ่มนั้นอาจแบ่งได้ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. แบ่งเป็น 3 กอง

ระดับต่ำ	ระดับปานกลาง	ระดับสูง
25%	50%	25%

ต่ำที่สุด	ต่ำกว่า	ปานกลาง	สูงกว่า	สูงที่สุด
5%	25%	40%	25%	5%

2. ตรวจให้คะแนนคำตอบแบบคำถามต่อคำถาม มากกว่า คนต่อตน

3. ถ้าเป็นไปได้ ควรปิดบังชื่อของนักเรียนที่ทำข้อสอบไม่ให้ผู้ตรวจให้คะแนนทราบ

4. ถ้าเป็นไปได้ ควรจัดให้มีการตรวจให้คะแนนอย่างอิสระ

Meherns and Lehmann (1973, pp.229-238) ได้อธิบายถึงการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีประเมินรวม (Holistic Method) ว่าวิธีนี้คำตอบจะไม่ถูกแบ่งออกเป็นส่วน ๆ แต่ผู้ตรวจจะอ่านอย่างรวดเร็วแล้วใช้ความประทับใจและใช้มาตรฐานบางอย่างกำหนดระดับของคำตอบ การตรวจคำตอบ

จะขึ้นอยู่กับระดับของการแบ่ง อาจจะแบ่งข้อสอบเป็น 2 กลุ่ม คือ “กลุ่มที่ยอมรับได้ – กลุ่มที่ยอมรับไม่ได้” หรือ 5 กลุ่ม คือ “ดีมากจนถึงต่ำกว่ามาตรฐาน” โดยมากจะแบ่งประมาณ 4 หรือ 5 กลุ่ม และอธิบายถึงการตรวจโดยวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Method)ว่าการให้คะแนนวิธีวิเคราะห์เป็นวิธีที่มีรูปแบบคำตอบประกอบด้วยประเด็นเฉพาะที่กำหนดไว้ก่อนแล้ว คะแนนของนักเรียนที่ได้จะขึ้นอยู่กับจำนวนประเด็นที่เขาตอบ รวมไปถึงส่วนอื่น ๆ เช่น แสดงความคิดเห็นได้ชัดเจน การให้เหตุผล และการยกตัวอย่างสนับสนุนในประเด็นคำตอบ และการกำหนดคะแนนในแต่ละประเด็นจะขึ้นอยู่กับเวลาที่ใช้ในการตอบ ความซับซ้อนของคำถาม และเนื้อหาที่ครูสอน

Whitney and Sabers (1976, p.5) ได้เสนอการตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 วิธี คือวิธีเทียบกับเกณฑ์กับวิธีจัดอันดับคุณภาพ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การตรวจสอบโดยวิธีเทียบกับเกณฑ์ (Analytic Method หรือ Point Method) การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ครูจะต้องกำหนดแนวการตอบไว้ล่วงหน้า โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามองค์ประกอบของการตอบ เช่น การจัดเรียงความคิด หลักฐาน ที่ยกมาอ้าง ตัวอย่างประกอบ เป็นต้น จากนั้นก็กำหนดคะแนนเต็มของแต่ละตอนย่อย เมื่อครูอ่านข้อสอบของนักเรียนก็จะให้คะแนนแต่ละตอนย่อย ๆ มารวมกันเป็นคะแนนที่ได้รับทั้งข้อ

2. การตรวจโดยวิธีการจัดอันดับคุณภาพ (Rating Method หรือ Holistic Method หรือ Scoring Method หรือ Global Scoring) การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ ครูจะอ่านคำตอบของนักเรียนทีละคน เมื่ออ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะแยกกระดาษคำตอบเป็นกลุ่มหรือเป็นกอง ตามระดับคุณภาพของการตอบ เช่น แยกกระดาษคำตอบออกเป็น 5 กอง ดังเช่น ดีมาก ดี พอใช้ เกือบพอใช้ อ่อน เมื่อครูอ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะจัดกองใดกองหนึ่งในห้ากองนี้หลังจากนั้นครูก็จะพิจารณากระดาษในแต่ละกอง โดยพิจารณาว่าใครตอบดีกว่ากัน แล้วเรียงกระดาษคำตอบตามลำดับของคุณภาพ แล้วให้คะแนนตามลำดับของคุณภาพอีกทีหนึ่ง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Wiersma and Jurs(1985, pp.175-177) กล่าวว่า การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยว่าเป็นแบบทดสอบที่มีความเคร่งครัดในการให้เกณฑ์การให้คะแนนอย่างมาก เพราะว่าเป็นการยากที่จะให้คะแนน กล่าวคือ จะมีความเชื่อถือได้ยาก ซึ่งมีจุดสำคัญอยู่ที่กระบวนการให้คะแนนของผู้ตรวจ วิธีการนี้ก็จะช่วยเพิ่มความเป็นปรนัยในการให้คะแนนเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามต้องอาศัยเวลาที่มากขึ้นในการตรวจ ที่ก่อนจะให้คะแนนครูจะต้องมีวิธีการหรือกำหนดกรอบของคำตอบไว้ล่วงหน้า เรียกว่า โมเดลคำตอบ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นการกำหนดค่าให้ประเด็นสำคัญ ๆ ที่จะทำให้การตรวจแตกต่างกันน้อยที่สุด วิธีการให้คะแนนมี 2 วิธี คือ

1. การให้คะแนนวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Scoring) จุดสำคัญของการให้คะแนนคำตอบอยู่ที่การจำแนกและกำหนดขอบเขตของคำตอบเป็นรายละเอียด มีความชัดเจนมาก จึงง่ายต่อการตรวจและมีความเชื่อถือได้

2. การให้คะแนนวิธีการให้คุณภาพโดยรวม หรือวิธีการประเมินรวม (Holistic Scoring) เป็นวิธีที่อาศัยความประทับใจกับคำตอบ คำตอบจะถูกมองในภาพรวมมากกว่าจะแยกออกมาเป็นส่วนย่อย โดยจะแยกกระดาษคำตอบออกเป็น 2 กองหรือมากกว่า เช่น กองดีมาก กองดี กองพอใช้ กองแย่มาก การตรวจจะรวดเร็วและง่ายกว่า แต่ทำให้ไม่มีความเป็นปรนัย มีความเชื่อถือได้น้อย

สรุปได้ว่าการตรวจแบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นแบบทดสอบอัตนัย มีการตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรง และเชื่อถือได้ จุดสำคัญของการตรวจอยู่ที่กระบวนการให้คะแนนของผู้ตรวจ แบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ วิธีเทียบกับเกณฑ์ และ วิธีการจัดอันดับคุณภาพ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. การตรวจสอบโดยวิธีเทียบกับเกณฑ์การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ครูจะต้องกำหนดแนวการตอบไว้ล่วงหน้า โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามองค์ประกอบของการตอบ

2. การตรวจสอบโดยวิธีการจัดอันดับคุณภาพ การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ ครูจะอ่านคำตอบของนักเรียนทีละคน เมื่ออ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะแยกกระดาษคำตอบเป็นกลุ่มหรือเป็นกอง ตามระดับคุณภาพของการตอบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.6 แบบสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์(Interview) เป็นการสนทนาหรือการพูดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูลเพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้วยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีก และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ความหมายของการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง

กิตติพัฒน์ นนทปัทมะคุล (2554, น.119-157) กล่าวว่า การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างหรือบางครั้งนิยมเรียกว่า การสัมภาษณ์แบบชี้นำ (Guided Interview) เป็นประเภทที่อยู่ตรงกลางระหว่างการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างและการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง โดยการ

สัมภาษณ์แต่ละประเภทก็มีจุดแข็งจุดอ่อนทั้งสิ้น การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างดูหยาบและแข็งกระด้าง ขณะเดียวกันการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างยืดหยุ่นและเปิดกว้างมาก ต้องอาศัยนักวิจัยหรือผู้สัมภาษณ์ที่มีประสบการณ์ความชำนาญพอสมควร การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างหรือแบบชี้นำนี้ โดยปกตินักวิจัยจะกำหนดคำถามที่พอจะตัดสินใจได้ว่าจะถามอะไรบ้าง หรือใช้คำสำคัญ (Keywords) เป็นเครื่องชี้นำการสัมภาษณ์ ตัวอย่างเช่น ในการวิจัยเพื่อศึกษาคุณภาพชีวิตของผู้พิการทางสายตาที่เป็นวณิพกย่านท่าพระจันทร์ นักวิจัยกำหนดคำถามที่ไม่แน่นอนตายตัว แต่เป็นคำถามที่มีคำสำคัญเกี่ยวกับสภาพของความพิการของผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย ประวัติและสาเหตุที่พิการ ประวัติครอบครัว การประกอบอาชีพ การได้รับสวัสดิการจากรัฐ องค์กรของคนพิการ องค์กรเอกชน เป็นต้น นักวิจัยที่ศึกษาเรื่องนี้ค่อนข้างเป็นนักวิจัยมือใหม่ทว่าไม่ได้สร้างแบบสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง ขณะเดียวกันก็ไม่ได้ใช้การสัมภาษณ์ที่ไม่มีโครงสร้าง นักวิจัยไม่ได้ร่างคำถามที่ชัดเจนแน่นอนในแต่ละประเด็น ทว่าสิ่งที่นักวิจัยดำเนินการก่อนการสัมภาษณ์คือการเตรียมหัวข้อคำถามอย่างหลวม ๆ ในลักษณะกึ่งโครงสร้าง คือการร่างคำถามปลายเปิดที่มีคำสำคัญที่ต้องการ พร้อมกับมีความยืดหยุ่น พร้อมจะปรับเปลี่ยนถ้อยคำให้สอดคล้องกับผู้มีส่วนร่วมในการวิจัยแต่ละคน และสถานการณ์สัมภาษณ์ที่เปลี่ยนแปลงไป

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างหรือแบบชี้นำจึงเป็นประโยชน์อย่างมากสำหรับนักวิจัยที่ต้องการเปรียบเทียบข้อมูลจากผู้มีส่วนร่วมในการวิจัยหลาย ๆ คน พร้อม ๆ กับต้องการความเข้าใจลึกซึ้งในโลกและประสบการณ์ของแต่ละคน การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเป็นการอุดจุดอ่อนของการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างและแบบไม่มีโครงสร้าง การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างหรือแบบชี้นำจึงเป็นที่นิยมในหมู่นักวิจัยเชิงคุณภาพไม่น้อยไปกว่าการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง ส่วนการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างน่าจะเหมาะกับการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยเชิงปริมาณมากกว่าในการวิจัยเชิงคุณภาพ

2. ส่วนประกอบของแบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์โดยทั่วไป จะประกอบไปด้วยส่วนที่สำคัญ 3 ส่วน คือ

1. ส่วนแรก เป็นส่วนที่ใช้บันทึกข้อมูลเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ เช่น ชื่อโครงการวิจัย วัน เดือน ปี ที่สัมภาษณ์ ชื่อหมู่บ้าน ตำบล อำเภอ จังหวัด ฯลฯ ในส่วนนี้ ผู้สัมภาษณ์ควรกรอกไว้ล่วงหน้า

2. ส่วนที่สอง เป็นส่วนที่ใช้บันทึกรายละเอียดส่วนตัวของผู้ให้การสัมภาษณ์ เช่น เพศ อายุ อาชีพ ศาสนา สถานภาพสมรส จำนวนบุตร ฯลฯ

3. ส่วนที่สาม เป็นส่วนที่เป็นข้อคำถาม และที่จะเป็นคำตอบตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. หลักในการสัมภาษณ์

เพื่อให้การรวบรวมข้อมูลโดยการสัมภาษณ์ดำเนินไปได้อย่างดี ได้ข้อมูล ที่ถูกต้องเที่ยงตรง ควรมีหลักดังนี้

1. การเตรียมตัวก่อนไปสัมภาษณ์

ผู้สัมภาษณ์ต้องเข้าใจจุดประสงค์ของการวิจัยอย่างชัดเจน

1.1 ท่าการนัดแนะเวลาและสถานที่สัมภาษณ์กับกลุ่มตัววอย่างที่จะไปสัมภาษณ์ กรณีที่จะไปสัมภาษณ์กับประชาชนในหมู่บ้าน ควรทำหนังสือขออนุญาตไปยัง ฝ่ายปกครอง เช่น นายอำเภอ กำนัน ไว้ล่วงหน้า อาจนัดสัมภาษณ์รวมกันที่วัด หรือไปสัมภาษณ์ตามบ้านของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งจะต้องศึกษาแผนที่หมู่บ้านและกำหนดเขตสัมภาษณ์ของ แต่ละคนให้ชัดเจน จะได้ไม่สัมภาษณ์ซ้ำซ้อนกันในกรณีสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง ผู้วิจัยเข้าไปคลุกคลีอยู่ในบ้าน อยู่แล้วและจะพบปะพูดคุยกันตามโอกาสที่เหมาะสม จึงไม่จำเป็นต้องดำเนินการตามข้อ 2)

1.2 กรณีสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง จะต้องเตรียมแบบสัมภาษณ์ไว้ล่วงหน้า

1.3 ทำการซักซ้อมการสัมภาษณ์รวมทั้งวิธีบันทึกข้อมูลไว้ล่วงหน้า ให้คล่องแคล่วไม่ประหม่าหรือเก้อเขิน ถ้าเป็นไปได้ควรท่องจำคำถามต่าง ๆ ไว้ ซึ่งจะช่วยให้ดำเนินการสัมภาษณ์ไปได้อย่างราบรื่น

2. การเริ่มต้น

2.1 ก่อนเริ่มสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรแนะนำตนเอง บอกจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ให้ผู้ที่จะให้สัมภาษณ์เข้าใจ

2.2 สร้างความคุ้นเคย ความเป็นมิตร โดยสนทนาในเรื่องที่คาดว่าผู้ให้สัมภาษณ์จะสนใจโดยใช้เวลาเล็กน้อย

3. การดำเนินการสัมภาษณ์

3.1 ผู้สัมภาษณ์ต้องมีกิริยาสุภาพเรียบร้อย ยิ้มแย้มแจ่มใส

3.2 ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย ชัดเจน ไม่แปลได้หลายทาง เหมาะสำหรับระดับผู้ให้สัมภาษณ์

3.3 ใช้คำถามที่สามารถตอบได้ทันที

3.4 สัมภาษณ์ทีละคำถาม

3.5 ผู้สัมภาษณ์ต้องมีพื้นความรู้อย่างดีในเรื่องที่จะสัมภาษณ์

3.6 ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจคำถาม ก็ตั้งคำถามใหม่หรืออธิบายคำถามให้เข้าใจ

3.7 การจดบันทึกคำตอบควรทำอย่างรวดเร็ว

3.8 ไม่เร่งรัดหรือคาดคั้นคำตอบจากผู้ให้สัมภาษณ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.9 ไม่ใช้คำถามที่เป็นการชี้แนะคำตอบ

3.10 ไม่วิพากษ์วิจารณ์หรือชุดในลักษณะที่เป็นการสั่งสอนผู้ให้สัมภาษณ์

3.11 กล่าวแสดงความขอบคุณผู้ให้สัมภาษณ์ หลังจากสัมภาษณ์เสร็จแล้ว

4. คุณสมบัติของผู้สัมภาษณ์ที่ดี

สัมภาษณ์ที่ดีควรมีคุณสมบัติ ดังนี้

4.1 มีบุคลิกภาพที่ดี ผู้สัมภาษณ์ควรมีกิริยามารยาทสุภาพ เรียบร้อย นิ่มนวล แจ่มใส ซึ่งจะช่วยให้บรรยากาศการสัมภาษณ์เป็นไปด้วยดี โน้มน้าวให้ผู้สัมภาษณ์อยากให้ความร่วมมืออย่างจริงใจ

4.2 มีมนุษยสัมพันธ์ดี ผู้สัมภาษณ์ควรเป็นผู้มีมนุษยสัมพันธ์ที่ดี สามารถติดต่อสื่อสารกับคนอื่นได้อย่างคล่องแคล่ว

4.3 มีไหวพริบดี ผู้สัมภาษณ์ที่ดีควรรับรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว แก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้อย่างมีประสิทธิภาพและทันต่อเหตุการณ์

4.4 เป็นคนช่างสังเกต ในการสัมภาษณ์ถ้าผู้สัมภาษณ์เป็นคนช่างสังเกต จะช่วยให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์และเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งช่วยในการตัดสินใจ และนำมาประกอบการแปลความหมายข้อมูล

4.5 มีความซื่อสัตย์ ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความซื่อสัตย์ต่อข้อมูล ไม่ทำการบิดเบือน แปลความ ตีความหรือสรุป ขัดแย้งไปจากข้อความจริงที่ตนได้รับ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4.6 มีความรับผิดชอบในการสัมภาษณ์ ทำการสัมภาษณ์ด้วยความสนใจใคร่รู้มีความตั้งใจให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้อง เที่ยงตรง

4.7 มีความอดทน ในการสัมภาษณ์บุคคลอื่น บางครั้งต้องเดินทางไปสัมภาษณ์คนที่ไม่รู้จักและอยู่ห่างไกล ใช้เวลาสัมภาษณ์นาน ผู้ให้สัมภาษณ์บางคนอาจมีกริยาอาการหรือบุคลิกภาพที่ไม่ค่อยเหมาะสมในสายตาของผู้สัมภาษณ์การแต่งกายไม่สะอาด ฯลฯ ซึ่งผู้สัมภาษณ์จะต้องใช้ความอดทนมีความเห็นอกเห็นใจคนอื่น

5. ข้อดีและข้อจำกัดของการสัมภาษณ์

5.1 ข้อดีของการสัมภาษณ์

5.1.1 เป็นเทคนิคที่ใช้รวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างตั้งแต่วัยเด็กถึงวัยชรา เหมาะอย่างยิ่ง สำหรับผู้ที่อ่านไม่ออกเขียนไม่ได้หรือมีปัญหาในการอ่านและเขียน

5.1.2 สามารถปรับคำถามให้ชัดเจนขึ้นได้ ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจก็เปลี่ยนคำถามให้เกิดความเข้าใจได้

5.1.3 ผู้ให้สัมภาษณ์จะให้ความร่วมมือมากกว่าวิธีส่งแบบสอบถามไปให้ตอบ

5.1.4 ระหว่างการสัมภาษณ์สามารถสังเกตความจริงใจในการตอบของ ผู้ถูกสัมภาษณ์จาก กิริยา ท่าทางได้

5.1.5ระหว่างการสัมภาษณ์ตรวจสอบคำตอบได้และสามารถหาข้อมูลได้ลึกขึ้นเมื่อเกิดข้อสงสัยในคำตอบ

5.2 ข้อจำกัดของการสัมภาษณ์

5.2.1 ต้องใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูลมาก การสัมภาษณ์แต่ละครั้งจะต้องใช้เวลาใน การเดินทางไปกลับ ในการสัมภาษณ์แต่ละคน ดังนั้นจึงต้องใช้ความพยายามและค่าใช้จ่ายสูง

5.2.2 ผู้ให้สัมภาษณ์อาจตอบไม่ตรงกับข้อความจริงของตนด้วยความจงใจ

5.2.3 คุณภาพข้อมูลที่ได้ขึ้นอยู่กับคุณภาพของผู้สัมภาษณ์

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ทำการศึกษาไว้ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. งานวิจัยในประเทศ

รสอุบล ธรรมพานิชวงค์ (2545, น.49-52) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานครเรื่องระบบจำนวนเต็มเศษส่วนและทศนิยมโดยนักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิรัชดา ทานิล (2553, น.57-69) ได้ศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎี Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมายของการวิจัยครั้งนี้เป็น ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 คน และนักเรียนชั้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 3 คน เครื่องมือที่ใช้ใน การวิจัยได้แก่ แบบทดสอบ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวิจัย พบว่า ครูใช้การนำเสนอภายนอกที่หลากหลายในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้แก่ ภาษาพูดและภาษาเขียน สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวอย่างที่หลากหลายประกอบการอธิบาย สถานการณ์จริง แบบฝึกหัด และพบว่า ครูใช้แผนภาพ ตาราง และรูปภาพ เพื่อแสดงการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎี Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎี Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงระดับการมีมโนภาพ ระดับการสังเกตคุณสมบัติ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม และนักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงระดับการมีมโนภาพ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม และนักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวถึงระดับการมีมโนภาพ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม

มลิวรรณ พวงจำปี (2555, น.70-81) ได้ศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนนาดูนประชาสรรพ์ จังหวัดมหาสารคาม ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวนนักเรียน 45 คนแล้วคัดเลือกจำนวน 6 คน มาเป็นกรณีศึกษาเพื่อสัมภาษณ์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบ ถอดเทปจากการบันทึกเสียง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน เป็นแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ข้อที่ 1มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 88 และระดับกระบวนการร้อยละ 85 ข้อที่ 2 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 85 และระดับกระบวนการร้อยละ 67ข้อที่ 3 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 84 ระดับกระบวนการร้อยละ 66 และระดับโครงสร้างร้อยละ 23 ข้อที่ 4 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 86 ระดับกระบวนการร้อยละ 65และระดับโครงสร้างร้อยละ 27 และข้อที่ 5 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 80 ระดับกระบวนการร้อยละ 68 และระดับโครงสร้างร้อยละ 20

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ธวัตร ชัยเดนชา (2558, น.1719-1734) ได้สำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิดกลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/15 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนผดุงนารี อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 6 คน (3 คู่) ผู้วิจัยจัดการเรียนการสอนตาม 4 ขั้นตอนของวิธีการเปิดตามแนวคิดของ Inprasitha (2010) จากการสอนในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 6 แผน 6 ชั่วโมง ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลในชั้นเรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้แบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เครื่องบันทึกวีดีทัศน์ ผลงานนักเรียน และการสัมภาษณ์นักเรียน และวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์โพรโทคอล (Protocol Analysis) โดยอาศัยกรอบ APOS Theory ของ Dubinsky & McDonald (2001) มาใช้ในการดำเนินการวิจัยและวิเคราะห์ข้อมูลผลการวิจัยพบว่า ขั้นการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำและระดับกระบวนการขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ ระดับกระบวนการ และระดับวัตถุขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียนนักเรียนมีความเข้าใจในระดับกระบวนการและระดับวัตถุและขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นักเรียนสามารถเชื่อมโยง ระดับกระบวนการ และความเข้าใจในระดับวัตถุ ให้เป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างเชิงการรู้ได้ นอกจากนี้งานวิจัยนี้ยังพบว่าชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิดทำให้ครูมีวิธีการและแนวทาง “How to” เข้าถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิด

2. งานวิจัยต่างประเทศ

Copi and Cohen (1990, p.16) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการเรียนการสอนแบบใช้ทักษะโดยตรงในการหารเศษส่วนฐานสิบกับความเข้าใจคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามทฤษฎีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมของ Vygotsky โดยศึกษากับนักเรียน 9 คนที่มีอายุ 11 ปีและ 12 ปีด้วยการสัมภาษณ์การแก้ปัญหาที่ได้รับมอบหมายในบทเรียนจากการวิเคราะห์การสัมภาษณ์แสดงว่าความเข้าใจไม่ได้มีความคิดเดียวแต่ประกอบด้วย 3 แนวทางคือ 1) ความเข้าใจด้านกระบวนการซึ่งรวมถึงความคิดเกี่ยวกับการใช้วิธีการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ (Algorithms) 2) ความเข้าใจด้านภาษาซึ่งประกอบด้วยการควบคุมตัวเองด้านภาษาซึ่งช่วยให้จำลำดับขั้นตอนและวลีอธิบายที่ใช้ในการอธิบายขั้นตอน 3) ความเข้าใจด้านความสัมพันธ์ซึ่งรวมถึงความสัมพันธ์เรื่องค่าของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการความเข้าใจของนักเรียนมี 2 ประเภทคือผู้ที่ทำตามกฎและผู้ที่มีไหวพริบผู้ที่ทำตามกฎใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพแต่ขาดความสามารถในการยืดหยุ่นในการใช้แนวทางการทำความเข้าใจไม่ได้มีการประสมประสานและแนวทางที่สัมพันธ์กันยังไม่ได้รับการพัฒนาผู้ที่มีไหวพริบใช้กลวิธีมากกว่าและประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แนวทางความเข้าใจมีการประสมประสานดีกว่าความสามารถในการหารของนักเรียนไม่มีความแตกต่างเมื่อจบหน่วยการเรียนหน่วยการเรียนการสอนประกอบด้วย 5 บทเรียนแต่ละบทเรียนมีทักษะและอธิบายด้วยจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยครูใช้เทคนิคการสอน 6 ชนิดคือ 1) เน้นวิธีการทางคณิตศาสตร์ 2) การควบคุมตัวเองด้านภาษา 3) ช่องทางสู่ความเข้าใจเดี่ยว 4) ภาษาในการอธิบาย 5) การอ้างการเรียนการสอนที่ผ่านมา 6) การอ้างกฎใช้เทคนิคเหล่านี้เพื่อเพิ่มทักษะและความเข้าใจผลการวิจัยนาไปสู่การเสนอแนะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่บนฐานของการให้ความหมาย

Pinzka (1999, pp.1491A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับความเข้าใจและการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เรื่อง อนุพันธ์ ในวิชาแคลคูลัสของนักศึกษาระดับอุดมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจ เรื่อง ฟังก์ชันและมโนทัศน์เรื่อง อนุพันธ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนมีกระบวนการและแนวคิดในแต่ละมโนทัศน์แตกต่างกัน นอกจากนี้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง อนุพันธ์เกี่ยวกับเรขาคณิต สามารถตีความหมายและอธิบายกราฟของฟังก์ชัน สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ ของฟังก์ชันเข้าใจถึงการใช้เครื่องหมาย กระบวนการ โดเมนของฟังก์ชัน และสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน

Rittle-Johnson (1999, pp.121-123) ได้ทำการศึกษาการเสนอรูปแบบซ้ำเพื่อความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการและรวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงการนำเสนอปัญหา โดยทำการศึกษานักเรียนเกรด 6 ผลการวิจัยพบว่าความรู้ด้านมโนทัศน์ที่มีอยู่ก่อนของนักเรียนจะสนับสนุนประโยชน์ของความรู้ด้าน การดำเนินการ และความรู้ด้านการดำเนินการก็ส่งเสริมการปรับปรุงความรู้ด้านมโนทัศน์ด้วยดังนั้น การนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องจึงเป็นสื่อสัมพันธ์ระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการได้รับการปรับปรุงผลการทดลองนักเรียนเกรด 6 พบว่ามีการเชื่อมโยงการนำเสนอปัญหาที่ได้รับการปรับปรุงไปสู่ความรู้ด้านการดำเนินการที่ปรับปรุงแล้วนักเรียนได้รับการส่งเสริมให้แสดงออกจะนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องมากกว่าและได้รับประโยชน์จากความรู้ด้านการดำเนินการมากกว่าด้วย

Usiskin (2001, pp.14-22) ได้ทำการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้นักเรียนมีความคิดที่ลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน และสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ ซึ่ง Usiskinได้แบ่งความเข้าใจเป็น 4 ลักษณะดังนี้ 1. ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Skill – Algorithm Understanding) หรือที่เรียกว่าความเข้าใจด้านทักษะ 2.ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ (Properties - Mathematical Understanding)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจแสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญ สื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง 3.ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Use - Application Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล และ4.ความเข้าใจในการนำเสนอ (Understanding through Representation) นักเรียนที่มีความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจผู้อื่นได้เข้าใจด้วย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศสรุปได้ว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะนำไปต่อยอดในการศึกษาระดับที่สูงขึ้นและยังเป็นส่วนหนึ่งของเครือข่ายทางสติปัญญา จึงได้มีนักวิจัยหลายท่านได้ให้ความสำคัญกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจจะทำให้เกิดความคิดที่ลึกซึ้งจนเกิดความเข้าใจในทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เคยพบได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นข้อสนเทศสำหรับการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และเป็นแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาและชั้นอื่น ๆ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.8 กรอบแนวคิดการวิจัย

กรอบแนวคิดวิจัยครั้งนี้คือการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์, แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี โดยได้เสนอลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ 4 ลักษณะได้แก่ ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ , ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ , ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ และความเข้าใจในการนำเสนอ

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

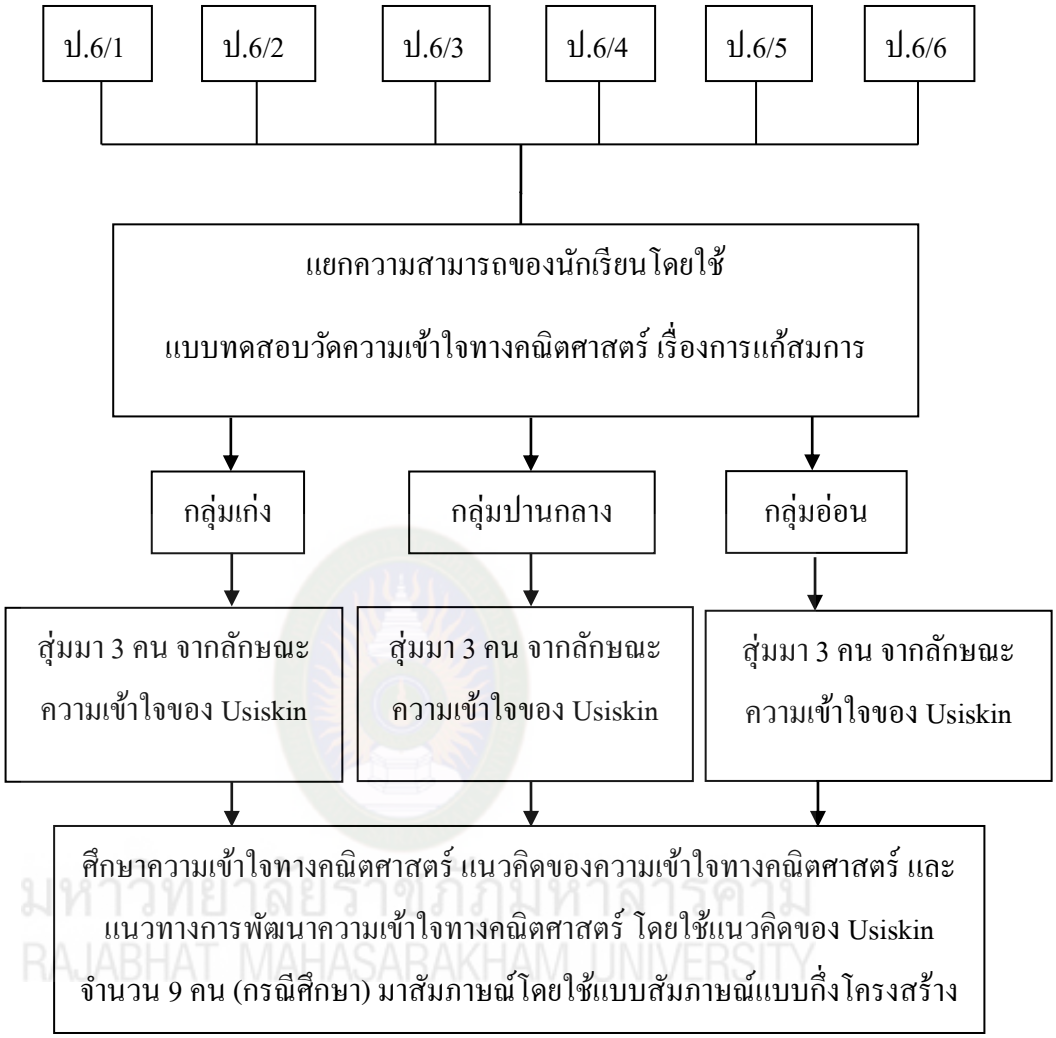
การวิจัยเรื่อง การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

1. ประชากร
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.1 ประชากร

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 6 ห้องเรียน ได้จัดคละความสามารถทั้ง 6 ห้องเรียน จำนวน 262 คน จากนั้นแยกความสามารถของนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ออกเป็นกลุ่มเก่ง ปานกลาง และอ่อน แล้วสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยแบ่งตามลักษณะความเข้าใจของ Usiskin มากลุ่มละ 3 คน รวมทั้งหมดจำนวน 9 คน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์โดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง



ภาพที่3.1สรุปขั้นตอนการเลือกประชากรของการวิจัย

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของ Usiskin

1. แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการของ Usiskin มี 4 ลักษณะ ลักษณะละ 3 ข้อ รวม 12 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาทีซึ่งมีลักษณะเป็น

แบบทดสอบอัตนัยที่มีเนื้อหา เรื่อง การแก้สมการ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

2. แบบสัมภาษณ์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แบบกึ่งโครงสร้าง ประกอบด้วย 4 ประเด็น ดังนี้

1. ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ
2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์
3. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้
4. ความเข้าใจในการนำเสนอ

3. แบบสัมภาษณ์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เชี่ยวชาญ แบบกึ่งโครงสร้าง

3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.3.1 แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้พัฒนาแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากจากแบบทดสอบของ Usiskin โดยปรับให้เข้ากับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และระดับชั้นของประชากรซึ่งมีวิธีการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบ และการแก้สมการ

2. ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จำนวน 12 ข้อให้สอดคล้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin มี 4 ลักษณะ ได้แก่ ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ, ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์, ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้, และความเข้าใจเกี่ยวกับการนำเสนอ ดังแสดงในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1

แบบทดสอบการแก้สมการของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	ข้อสอบ
1. ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ	จงแก้สมการ 1. ฉ + 54 = 100 2. 9 = r – 41 3. ง ×15 = 75 4. 42 = 6 ×t 5. w ÷9 = 8
2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์	จงหาจำนวนที่แทน □ แล้วทำให้สมการเป็นจริง 6. เนื่องจาก 7 × 8 = 56 ดังนั้น (7 × 8) + □56 + 13 7. เนื่องจาก 84 – 12 = 72 ดังนั้น (84 – 12) - 27 = 72 - □ 8. เนื่องจาก 1 + 10 = 11 ดังนั้น (1 + 10) × = 1□ 3 9. เนื่องจาก 14 – 3 = 11 ดังนั้น (14 – 3) × 2 = 11 × □ 10. เนื่องจาก 14 × 7 = 98 ดังนั้น (14 × 7) ÷= 9□ 3
3. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้	จงแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ 11. พ่อได้รับเงินพิเศษมาจำนวนหนึ่ง นำเงินไปซื้อตู้เย็น 6500 บาท พ่อยังเหลือเงินอยู่อีก 3000 บาท พ่อได้รับเงินพิเศษเท่าไร 12. 25 เท่าของเงินจำนวนหนึ่งคิดเป็นเงิน 1500 บาท จงหาเงินจำนวนนั้น

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	ข้อสอบ
	13.โต๊ะหนักเป็น 4 เท่าของเก้าอี้ ถ้าโต๊ะหนัก 12 กิโลกรัม เก้าอี้จะหนักกี่กิโลกรัม
	14. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 300 ตารางเซนติเมตร ถ้าด้านกว้างยาว 12 เซนติเมตร ด้านยาวกี่เซนติเมตร
	15. ฉันมีเงิน 50 บาท พ่อให้เงินอีกจำนวนหนึ่ง ทำให้ฉันมีเงิน 285 บาท พ่อให้เงินฉันเท่าใด
4. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำเสนอ	จงเขียนสมการจากโจทย์ปัญหาและแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ
	16. พลอยมีเงินน้อยกว่าเพ็ญ 10 บาท ถ้าพลอยมีเงิน 30 บาท เพ็ญมีเงินกี่บาท
	17. แม่ค้ามีมะนาวอยู่จำนวนหนึ่ง ซื้อมาอีก 125 ผล ทำให้มีมะนาว 224 ผล เดิมแม่ค้ามีมะนาวกี่ผล
	18. มีน้ำอยู่ในแท็งก์ 35 ลิตร เติมน้ำไปจำนวนหนึ่ง ทำให้มีน้ำ 92 ลิตร เติมน้ำไปกี่ลิตร
	19. ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่งเป็น 72 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปนี้มีความยาวด้านละเท่าใด
	20. กานดาออมเงินวันละเท่าๆกันในเวลา 1 สัปดาห์ กานดาออมเงินได้ทั้งสิ้น 595 บาท กานดาออมเงินวันละเท่าใด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแบบทดสอบ จากนั้นนำคำแนะนำมาปรับปรุงแก้ไขแล้วนำเสนอผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ได้แก่

1. อาจารย์ ดร. ทนงเกียรติ พลไชยา ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย จังหวัดเลย ผู้เชี่ยวชาญด้านความถูกต้องของเนื้อหา ภาษาทางคณิตศาสตรศึกษา

2. อาจารย์ ดร.ทัศน์ศิรินทร์สว่างบุญ ตำแหน่ง อาจารย์สาขาวิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล

3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ไพศาล วรคำ ตำแหน่ง อาจารย์สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษาศึกษาคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านสถิติ

4. ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องระหว่างแบบวัดทางคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์กับวัตถุประสงค์ (Item - Objective Congruence Index : IOC) (ไพศาล วรคำ, 2554, น.262-263) โดยมีเกณฑ์ ดังนี้

สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ	จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น -1

5. ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องมาคำนวณค่า IOC โดยใช้ สูตรดัชนีความสอดคล้องIOC (ไพศาล วรคำ, 2554, น.262 - 263) เลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC มีค่าอยู่ระหว่าง 0.67-1 เป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้

6. นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองใช้ (Try - Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1จำนวน 40 คน ในภาคเรียนที่ 2/2560 ที่ไม่ใช่ประชากรเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

7. นำผลที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นรายข้อแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.50-0.56 และค่าอำนาจจำแนก (r) ที่มีค่าตั้งแต่ 0.64-0.91

8. นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จำนวน 12 ข้อ มาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Coeffcient) ของครอนบาค ได้ค่าความเชื่อมั่นแบบวัดเท่ากับ 0.88

9. นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว จำนวน 12 ข้อ ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.3.2 แบบสัมภาษณ์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

แบบสัมภาษณ์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แบบกึ่งโครงสร้าง ประกอบด้วย 4 ประเด็น ซึ่งมีวิธีการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

1. ศึกษาหลักการวิธีการสร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2. กำหนดประเด็นของการสัมภาษณ์พร้อมทั้งกำหนดกรอบของคำถามในแต่ละประเด็น สำหรับการสัมภาษณ์นักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย เพื่อจะได้ทราบถึงลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6

3. สร้างแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย

4. นำแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างที่สร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์

5. นำแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างที่ตรวจสอบและแก้ไขข้อบกพร่อง เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมเพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรง เพื่อประเมินความคิดเห็นที่มีต่อแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง แล้วนำคำแนะนำที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

6. นำแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างที่ปรับปรุงและคัดเลือกแล้วเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อให้ความเห็นชอบอีกครั้ง

7. นำแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างไปใช้กับกรณีศึกษา โดยสุ่มอย่างง่ายจากกลุ่มเก่ง ปานกลาง และอ่อน มากลุ่มละ 3 คน รวมทั้งหมดจำนวน 9 คน โดยสัมภาษณ์ 4 ประเด็น ดังนี้

7.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ

7.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์

7.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้

7.4 ความเข้าใจในการนำเสนอ

3.3.3 แบบสัมภาษณ์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เชี่ยวชาญ

แบบสัมภาษณ์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แบบกึ่งโครงสร้าง ซึ่งมีวิธีการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

1. ศึกษาหลักการวิธีการสร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2. กำหนดประเด็นของการสัมภาษณ์พร้อมทั้งกำหนดกรอบของคำถามในแต่ละประเด็น สำหรับการสัมภาษณ์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อจะได้ทราบถึงแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. สร้างแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย

4. นำแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างที่สร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์

5. นำแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างที่ตรวจสอบและแก้ไขข้อบกพร่อง เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมเพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรง เพื่อประเมินความคิดเห็นที่มีต่อแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างแล้วนำคำแนะนำที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

6. นำแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างที่ปรับปรุงและคัดเลือกแล้วเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อให้ความเห็นชอบอีกครั้ง แล้วพิมพ์เป็นฉบับที่สมบูรณ์

7. นำแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างไปใช้กับผู้เชี่ยวชาญด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 คน ได้แก่

1. ศาสตราจารย์ กิตติคุณ ดร. ยุพิน พิพิธกุล ตำแหน่งนักวิชาการอิสระ

2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัชรินทร์ คล่องดี ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

3. อาจารย์ ดร.ประภาส ผิวอ่อน ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบและแบบสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือ ซึ่งมีแนวปฏิบัติในการนำแบบทดสอบไปใช้ ดังนี้

1. ทำหนังสือขออนุญาตจากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม เพื่อขอความร่วมมือ และความอนุเคราะห์จากหน่วยงานที่เป็นต้นสังกัดและโรงเรียนที่เป็นประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

2. ติดต่อประสานงานกับโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย และขอความร่วมมือในการสอบด้วยความตั้งใจ เพื่อให้ได้ผลตามความเป็นจริง

3. ทดสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มประชากร นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 6 ห้องเรียน ได้จัดคละความสามารถทั้ง 6 ห้องเรียน จำนวน 262 คน จากนั้นแยกความสามารถของนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการของ Usiskin มี 4 ลักษณะ ลักษณะละ 3 ข้อ รวม 12 ข้อใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

4. จำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่ม 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มแรกเป็นนักเรียนกลุ่มเก่ง กลุ่มที่สองเป็นกลุ่มปานกลาง และกลุ่มที่สามอ่อน โดยมีเกณฑ์จำแนกนักเรียนดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น.100)

กลุ่มแรก	1 – 16	คะแนน	หมายถึง	กลุ่มอ่อน
กลุ่มที่สอง	17 – 32	คะแนน	หมายถึง	กลุ่มปานกลาง
กลุ่มที่สาม	33 – 48	คะแนน	หมายถึง	กลุ่มเก่ง

หลังจากนั้นแล้วสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยแบ่งตามลักษณะความเข้าใจของ Usiskin ของนักเรียนแต่ละคนโดยพิจารณาลักษณะจากผลการสอบ ในแต่ละกลุ่ม มากลุ่มละ 3 คน รวมทั้งหมดจำนวน 9 คน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์โดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างซึ่งประกอบด้วย 4 ประเด็น เพื่อศึกษาแนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5. สัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 3 คน เพื่อหาแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 วิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ การแจกแจงความถี่ ร้อยละ และค่าเฉลี่ย แล้วนำเสนอด้วยการวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive Analysis)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ในการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin โดยใช้แบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือในการวิจัย ซึ่งพัฒนามาจากแนวคิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของUsiskin มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินแบบรูบริค (NCTM, 2000, pp.60-63) โดยมีรายละเอียดดังแสดงในตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2

เกณฑ์การให้คะแนนรายข้อของแบบทดสอบ ของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin

คะแนน	ความเข้าใจทางทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้แนวคิดของ Usiskin
1 คะแนน	ไม่นำเสนอ หรือ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องบางส่วน หรือ นำเสนอเป็นไม่เป็นลำดับขั้นตอน ไม่ชัดเจน และขาดรายละเอียด
2 คะแนน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องบางส่วน หรือ นำเสนอเป็นลำดับขั้นตอน ขาดความชัดเจน และขาดรายละเอียด
3 คะแนน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องเป็นส่วนมาก หรือ นำเสนอเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้อง ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
4 คะแนน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้อง หรือ นำเสนอเป็นลำดับขั้นตอน ถูกต้องชัดเจน มีรายละเอียดที่สมบูรณ์

ตารางที่3.3

เกณฑ์การแปลความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้แนวคิดของ Usiskin

ลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	คะแนน	คำอธิบาย
ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ	1-6	นักเรียนไม่มีความเข้าใจในการสร้างขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการสำหรับการหาคำตอบ
	7-12	นักเรียนมีความเข้าใจในการสร้างขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการสำหรับการหาคำตอบ
ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์	1-6	นักเรียนไม่มีความเข้าใจในการระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์, การอธิบายความสำคัญของสมบัติ และการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
	7-12	นักเรียนมีความเข้าใจในการระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์, การอธิบายความสำคัญของสมบัติ และการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

ลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	คะแนน	คำอธิบาย
ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้	1-6	นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ประเภทตั้งแต่ในห้องเรียนจนถึงในชีวิตจริง
	7-12	นักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ประเภทตั้งแต่ในห้องเรียนจนถึงในชีวิตจริง
ลักษณะที่4 ความเข้าใจในการนำเสนอ	1-6	นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้
	7-12	นักเรียนสามารถนำสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หมายเหตุ เกณฑ์การพิจารณาของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้แนวคิดของ Usiskin

1-6 คะแนนหมายถึง มีความไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์

7-12 คะแนนหมายถึง มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2 วิเคราะห์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin ของนักเรียนโดยการสัมภาษณ์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี (Case Study Method) แล้วนำเสนอด้วยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis)

ตอนที่ 3 วิเคราะห์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin ของนักเรียนหัวข้อสัมภาษณ์ได้มาจากการศึกษาลักษณะจากการสัมภาษณ์กรณีศึกษา โดยการสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 3 คน โดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ประกอบด้วย 4 ประเด็น แล้วผู้วิจัยสรุปประเด็นสำคัญโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis)

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.6.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้คือ แบบทดสอบ ซึ่งมีสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพได้แก่ ค่าความตรง ค่าความเชื่อมั่น ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

1. ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Item-Objective Congruence Index: IOC) ของแบบทดสอบการคิดเชิงสัมพันธ์ โดยคำนวณจากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{N} \qquad (3\text{-}1)$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง

R_i แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$\sum_{i=1}^{n} R_i$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เมื่อ สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1

ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น -1

2. การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบทั้งฉบับด้วยการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) (ไพศาล วรคำ, 2554, น.288 – 291) มีสูตรดังนี้

$$\alpha = \left[\frac{k}{k-1}\right]\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right] \qquad (3\text{-}2)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อในแบบทดสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนข้อที่ i

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวม

3. หาค่าความยากของแบบทดสอบทั้งฉบับ หาได้จากสูตรของวิทนีย์และ ซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 310) ดังนี้

$$p = \frac{S_H + S_L - 2NX_{min}}{2N(X_{max} - X_{min})} \qquad (3\text{-}3)$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

S_H แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

X_{max} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

N แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. หาค่าความยากของข้อสอบในแบบทดสอบรายข้อ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 305) ดังนี้

$$p = \frac{R}{N} \qquad (3\text{-}4)$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

R แทน จำนวนคนตอบถูก

N แทน จำนวนคนสอบ

5. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 292-293)โดยใช้สูตรดังนี้

$$r = \frac{f_H}{n_H} - \frac{f_L}{n_L} \qquad (3\text{-}5)$$

เมื่อ r แทน อำนาจจำแนก

f_H แทน จำนวนคนกลุ่มสูงตอบถูก

n_H แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

f_L แทน จำนวนคนกลุ่มต่ำตอบผิด

n_L แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

3.6.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลคะแนนของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์คือ

1. การแจกแจงความถี่ (Frequency)

1.1 ร้อยละ (Percentage) (อรัญ ซุยกระเดื่อง, 2557, น. 52) โดยใช้สูตรดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

$$p = \frac{f}{N} \times 100 \qquad (3\text{-}6)$$

เมื่อ p แทน ค่าร้อยละ

f แทน ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นค่าร้อยละ

N แทน จำนวนความถี่ทั้งหมด

1.2 ค่าเฉลี่ย (μ) หาได้จากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2559, น. 323)

$$\overline{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} \qquad (3\text{-}7)$$

เมื่อ μ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน

X_i แทน ผลรวมคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียน

1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) หาได้จากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2559, น. 325)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (\mathrm{X}_i - \sigma)^2}{N}} \qquad (3\text{-}8)$$

เมื่อ σ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนของนักเรียน

μ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน

X_i แทน ผลรวมคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 วิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตอนที่ 2 วิเคราะห์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตอนที่ 3 วิเคราะห์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin ของผู้เชี่ยวชาญเรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ผลความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin วิเคราะห์แนวคิดของลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin และแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin ของผู้เชี่ยวชาญ เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 วิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

การวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้แบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

1. การวิเคราะห์คะแนนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ผลการวิเคราะห์คะแนนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แสดงในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1

คะแนนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	คะแนนสูงสุด	คะแนนต่ำสุด	ร้อยละ	μ	σ
262	48	48	14	50	18.35	0.26

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.1 พบว่า นักเรียนมีคะแนนสูงสุด 48 คะแนน คะแนนต่ำสุด 14 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 50 (μ = 18.35 และ σ = 0.26)

2. การวิเคราะห์จำนวนและร้อยละความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำแนกตามลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์จำนวนและร้อยละความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำแนกตามลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แสดงในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2

จำนวนและร้อยละความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำแนกตามลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	ไม่เข้าใจ		เข้าใจ	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน(คน)	ร้อยละ
ลักษณะที่ 1	22	8.40	34	12.98
ลักษณะที่ 2	42	16.03	26	9.92
ลักษณะที่ 3	54	20.61	12	4.58
ลักษณะที่ 4	68	25.95	4	1.53

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.2 พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในลักษณะที่ 1 เข้าใจจำนวน 34 คน คิดเป็นร้อยละ 12.98 และไม่เข้าใจจำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 8.40 ลักษณะที่ 2 เข้าใจจำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 9.92 และไม่เข้าใจจำนวน 42 คน คิดเป็นร้อยละ 16.03 ลักษณะที่ 3 เข้าใจจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 4.58 และไม่เข้าใจจำนวน 54 คน คิดเป็นร้อยละ 20.61 และลักษณะที่ 4 เข้าใจจำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 1.53 และไม่เข้าใจจำนวน 68 คน คิดเป็นร้อยละ 25.95

3. การวิเคราะห์จำนวนและร้อยละความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำแนกตามความเข้าใจและไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์จำนวนและร้อยละความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำแนกตามความเข้าใจและไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์ แสดงในตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3

จำนวนและร้อยละความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำแนกตามความเข้าใจและไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	ไม่เข้าใจ		เข้าใจ	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน(คน)	ร้อยละ
กลุ่มเก่ง				
ลักษณะที่ 1	-	-	20	7.63
ลักษณะที่ 2	8	3.05	16	6.11
ลักษณะที่ 3	10	3.82	7	2.67
ลักษณะที่ 4	12	4.58	3	1.45
รวม	76	29.01		
กลุ่มปานกลาง				
ลักษณะที่ 1	16	6.11	14	5.34
ลักษณะที่ 2	14	5.34	10	3.82)
ลักษณะที่ 3	18	6.87	5	1.91
ลักษณะที่ 4	22	8.40	1	0.38
รวม	100	33.59		
กลุ่มอ่อน				
ลักษณะที่ 1	16	6.87	-	-
ลักษณะที่ 2	20	7.63	-	-

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	ไม่เข้าใจ		เข้าใจ	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน(คน)	ร้อยละ
ลักษณะที่ 3	26	9.92	-	-
ลักษณะที่ 4	34	12.98	-	-
รวม	86	37.40	-	-

จากตารางที่ 4.3 พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ นักเรียนกลุ่มเก่ง จำนวน 76 คน มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ลักษณะที่ 1 เข้าใจจำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 7.63 ลักษณะที่ 2 เข้าใจจำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 6.11 และไม่เข้าใจจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 3.05 ลักษณะที่ 3 เข้าใจจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 2.67 และไม่เข้าใจจำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 3.38 และลักษณะที่ 4 เข้าใจจำนวน 46 คน คิดเป็นร้อยละ 17.86 และไม่เข้าใจจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 4.58 นักเรียนกลุ่มปานกลาง จำนวน 100 คน มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ลักษณะที่ 1 เข้าใจจำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 5.34 และไม่เข้าใจจำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 6.11 ลักษณะที่ 2 เข้าใจจำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 3.82 และไม่เข้าใจจำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 5.34 ลักษณะที่ 3 เข้าใจจำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 1.91 และไม่เข้าใจจำนวน 18 คน คิดเป็นร้อยละ 6.87 และลักษณะที่ 4 เข้าใจจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 0.38 และไม่เข้าใจจำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 8.40 นักเรียนกลุ่มอ่อน จำนวน 96 คน มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ลักษณะที่ 1 ไม่เข้าใจ จำนวน 18 คน คิดเป็นร้อยละ6.87 ลักษณะที่ 2 ไม่เข้าใจจำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 7.63 ลักษณะที่ 3 ไม่เข้าใจจำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 9.92 และลักษณะที่ 4 ไม่เข้าใจจำนวน 34 คน คิดเป็นร้อยละ 37.40

สรุป พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังนี้ กลุ่มเก่ง คิดเป็นร้อยละ 29.01 กลุ่มปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 33.59 กลุ่มอ่อน คิดเป็นร้อยละ 37.40

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตอนที่ 2 วิเคราะห์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

การวิเคราะห์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

1. ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา

ผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 9 คน แสดงในตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5

ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 9 คน

กลุ่ม	ชื่อ	ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin			
		ลักษณะที่ 1	ลักษณะที่ 2	ลักษณะที่ 3	ลักษณะที่ 4
เก่ง	น้อง A	เข้าใจ	เข้าใจ	เข้าใจ	เข้าใจ
	น้อง B	เข้าใจ	เข้าใจ	เข้าใจ	เข้าใจ
	น้อง C	เข้าใจ	เข้าใจ	เข้าใจ	ไม่เข้าใจ
ปานกลาง	น้อง D	เข้าใจ	เข้าใจ	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ
	น้อง E	เข้าใจ	เข้าใจ	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ
	น้อง F	เข้าใจ	เข้าใจ	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ
อ่อน	น้อง G	เข้าใจ	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ
	น้อง H	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ
	น้อง I	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ	ไม่เข้าใจ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.5 พบว่า ข้อมูลพื้นฐานของนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษาในกลุ่มเก่ง ได้แก่ น้อง A ,น้อง B , น้อง C มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ลักษณะที่ 1 เข้าใจจำนวน 3 คน ลักษณะที่ 2 เข้าใจจำนวน 3 คน ลักษณะที่ 3 เข้าใจจำนวน 3 คน ลักษณะที่ 4 เข้าใจจำนวน 2 คน ไม่เข้าใจจำนวน 1 คน กลุ่มปานกลาง ได้แก่ น้อง D , น้อง E , น้อง F มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ลักษณะที่ 1 เข้าใจ

จำนวน 3 คน ลักษณะที่ 2 เข้าใจจำนวน 3 คน ลักษณะที่ 3 ไม่เข้าใจจำนวน 3 คน และลักษณะที่ 4 ไม่เข้าใจจำนวน 3 คน กลุ่มอ่อนได้แก่ น้อง G , น้อง H , น้อง I มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ลักษณะที่ 1 เข้าใจจำนวน 2 คน และไม่เข้าใจจำนวน 1 คน ลักษณะที่ 2 ไม่เข้าใจจำนวน 3 คน ลักษณะที่ 3ไม่เข้าใจจำนวน 3 คน และลักษณะที่ 4 ไม่เข้าใจจำนวน 3 คน

ผลการวิเคราะห์การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จากการสัมภาษณ์นักเรียน

กลุ่มเก่ง

จากผลการวิเคราะห์การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนกลุ่มเก่ง ได้แก่ น้อง A ,น้อง B , น้อง C มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กรณีของน้อง A พบว่า

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนสามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ ใช้การคำนวณในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ ดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบได้

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลได้

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ นักเรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ นักเรียนสามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้อง ชัดเจน มีรายละเอียดที่สมบูรณ์

กรณีของน้อง B พบว่า

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนสามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ ใช้การคำนวณในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ ดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบได้

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ นักเรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ นักเรียนสามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้อง ชัดเจน มีรายละเอียดที่สมบูรณ์

กรณีของน้อง C พบว่า

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนสามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ ใช้การคำนวณในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ ดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบได้

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลได้

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ นักเรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้ เพราะมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องเป็นบางส่วน ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สรุปได้ว่า นักเรียนกลุ่มเก่ง มีเพียง 1 คนที่มีความไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์ในลักษณะที่ 4 คือ ไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้ เพราะมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องเป็นบางส่วน ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

กลุ่มปานกลาง

จากผลการวิเคราะห์การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีนักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มปานกลาง ได้แก่ น้อง D , น้อง E , น้อง F มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กรณีของน้อง D พบว่า

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนสามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ ใช้การคำนวณในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ ดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบได้

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลได้

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ นักเรียนไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนไม่รู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้ เพราะมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องเป็นบางส่วน ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

กรณีของน้อง E พบว่า

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนสามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ ใช้การคำนวณในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ ดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบได้

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลได้

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ นักเรียนไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนไม่รู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้ เพราะมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องเป็นบางส่วน ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กรณีของน้อง F พบว่า

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนสามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ ใช้การคำนวณในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ ดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบได้

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลได้

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ นักเรียนไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนไม่รู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้ เพราะมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องเป็นบางส่วน ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

สรุปได้ว่า นักเรียนกลุ่มปานกลาง จำนวน 2 คนที่มีความไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์ในลักษณะที่ 3 คือ ไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนไม่รู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร และ ลักษณะที่ 4 คือ ไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้ เพราะมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้องเป็นบางส่วน ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

กลุ่มอ่อน

จากผลการวิเคราะห์การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีนักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มอ่อน ได้แก่ ได้แก่ น้อง G , น้อง H , น้อง I มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กรณีของน้อง G พบว่า

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนสามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ ใช้การคำนวณในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ ดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบได้

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่สามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์ให้อย่างสมเหตุสมผลได้

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ นักเรียนไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนไม่รู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมโดยการแก้โจทย์ปัญหาของสมการได้เช่นกัน เพราะไม่เข้าใจโจทย์ปัญหาการในการแก้สมการ เขียนสมการจากโจทย์ปัญหาไม่ได้และมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

กรณีของน้อง H พบว่า

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนไม่สามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ทำให้ไม่สามารถคำนวณคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ได้และไม่สามารถดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่สามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์ให้อย่างสมเหตุสมผลได้

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ นักเรียนไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนไม่รู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมโดยการแก้โจทย์ปัญหาของสมการได้เช่นกัน เพราะไม่เข้าใจโจทย์ปัญหาการในการแก้สมการ เขียนสมการจากโจทย์ปัญหาไม่ได้และมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

กรณีของน้อง I พบว่า

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนไม่สามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ทำให้ไม่สามารถคำนวณคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ได้และไม่สามารถดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบ

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่สามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์ให้อย่างสมเหตุสมผลได้

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ นักเรียนไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนไม่รู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมโดยการแก้โจทย์ปัญหาของสมการได้เช่นกัน เพราะไม่เข้าใจโจทย์ปัญหาการในการแก้สมการ เขียนสมการจากโจทย์ปัญหาไม่ได้และมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

สรุปได้ว่า นักเรียนกลุ่มอ่อน ทุกคนไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์ในลักษณะที่ 1 คือ ไม่สามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ทำให้ไม่สามารถคำนวณคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ได้และไม่สามารถดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบ ลักษณะที่ 2 ไม่สามารถใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์ให้อย่างสมเหตุสมผลได้ ลักษณะที่ 3 ไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนไม่รู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ลักษณะที่ 4 ไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมโดยการแก้โจทย์ปัญหาของสมการได้เช่นกัน เพราะไม่

เข้าใจโจทย์ปัญหาการในการแก้สมการ เขียนสมการจากโจทย์ปัญหาไม่ได้และมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

สรุป พบว่า กลุ่มกรณีศึกษา มีลักษณะความไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทุกลักษณะตั้งแต่ลักษณะที่1 ถึง 4 โดย กลุ่มเก่ง พบลักษณะที่ 4 เพียงลักษณะเดียว กลุ่มปานกลาง พบลักษณะที่ 3 และ 4 และกลุ่มอ่อนพบทุกลักษณะ

ตอนที่ 3 วิเคราะห์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskinของผู้เชี่ยวชาญเรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการสัมภาษณ์

ผลการวิเคราะห์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin ของผู้เชี่ยวชาญเรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ถึงแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบทดสอบของนักเรียนจะเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีหลักฐานของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หรือคำตอบถูกต้องแต่ไม่ใช้การคำนวณ หรือไม่แสดงวิธีหา ซึ่งผลการสัมภาษณ์เป็นดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล กล่าวว่า

ควรให้นักเรียนฝึกแปลงโจทย์กลับไปกลับมาระหว่างประโยคสัญลักษณ์กับสื่อ ฝึกทำโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันที่ต้องใช้สมบัติต่างๆ ฝึกให้นักเรียนแก้สมการก่อน จนนักเรียนคล่อง แล้วจึงให้แก้โจทย์ปัญหาสมการ และคอยกำกับดูแล และพัฒนานักเรียนด้วย และที่สำคัญคือการคิดโจทย์ ให้สอดคล้องกับวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน และสอนให้นักเรียนมีวิธีคิดที่หลากหลาย ดังนั้นนักเรียนที่ค้นคว้าหาวิธีการหรือหาเครื่องมือในการคิดที่หลากหลาย หรือมีการทดสอบอยู่บ่อย ๆ เหมือนดินสอที่มันแหลม เห็นโจทย์ปุ๊บ ตอบได้เลยเขาก็จะมีกระบวนการคิดของเขา คนที่คิดได้เร็ว คิดได้คล่องและสามารถอธิบายได้ดี ถ้าได้โจทย์ที่พลิกแพลงหรือแปลกใหม่ ก็จะได้พัฒนาการคิด ก็ต้องฝึกทำโจทย์มากๆ และหลาย ๆ แบบ และต้องสร้างความเชื่อมั่นให้กับนักเรียน เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร และสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วัชรินทร์ คล่องดี กล่าวว่า

ให้นักเรียนอ่านโจทย์ให้เข้าใจก่อน และศึกษาขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาให้เข้าใจถึงขั้นตอนต่าง ๆ รวมไปถึงการใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ ซึ่งในการฝึกฝนจะต้องให้เวลา และมีสื่อประกอบ การทำโจทย์ปัญหาที่หลากหลายและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ได้

ประภาส ผิวอ่อน กล่าวว่า

การพัฒนาควรฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์ให้เข้าใจก่อน วิเคราะห์โจทย์ปัญหาสมการและเขียนให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวไม่ทราบค่าได้โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการสื่อสารและทักษะการแก้ปัญหา ศึกษาขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาให้เข้าใจถึงขั้นตอนต่าง ๆ รวมไปถึงการใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนสามารถแก้สมการและหาคำตอบได้ อย่างไรก็ตามควรให้เวลากับนักเรียนในการทำความเข้าใจและใช้สื่อประกอบให้มากๆโดยเฉพาะเด็กในกลุ่มอ่อน

สรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ควรให้นักเรียนอ่านโจทย์ให้เข้าใจก่อน นักเรียนฝึกแปลงโจทย์กลับไปกลับมาระหว่างประโยคสัญลักษณ์กับสื่อ และศึกษาขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาให้เข้าใจถึงขั้นตอนต่าง ๆ รวมไปถึงการใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ ซึ่งในการฝึกฝนจะต้องให้เวลา และมีสื่อประกอบ การทำโจทย์ปัญหาที่หลากหลายและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ ควรพัฒนาให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ต้องสร้างความเชื่อมั่นให้กับนักเรียน เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร และสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานีผู้วิจัยได้สรุปผลของการวิจัยหลังจากที่ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูล ตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. สรุปผล
2. อภิปรายผล
3. ข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ผลความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ว่า นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังนี้ กลุ่มเก่ง คิดเป็นร้อยละ 29.01 กลุ่มปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 33.59 กลุ่มอ่อน คิดเป็นร้อยละ 37.40

2. ผลการวิเคราะห์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากการสัมภาษณ์นักเรียนจำนวน 9 คน (กรณีศึกษา) พบว่า กลุ่มกรณีศึกษา มีลักษณะความไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทุกลักษณะตั้งแต่ลักษณะที่1 ถึง 4 โดย กลุ่มเก่ง พบลักษณะที่ 4 เพียงลักษณะเดียว กลุ่มปานกลาง พบลักษณะที่ 3 และ 4 และกลุ่มอ่อนพบทุกลักษณะ

3. ผลการวิเคราะห์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากการสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ พบว่า แนวทางในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ควรให้นักเรียนอ่านโจทย์ให้เข้าใจก่อน นักเรียนฝึกแปลงโจทย์กลับไปกลับมาระหว่างประโยคสัญลักษณ์กับสื่อ และศึกษาขั้นตอนในการแก้โจทย์

มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ปัญหาให้เข้าใจถึงขั้นตอนต่าง ๆ รวมไปถึงการใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ ซึ่งในการฝึกฝนจะต้องให้เวลา และมีสื่อประกอบ การทำโจทย์ปัญหาที่หลากหลาย และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ ควรพัฒนาให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ต้องสร้างความเชื่อมั่นให้กับนักเรียน เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร และสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

5.2 อภิปรายผล

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6ผลการวิจัยนำมาอภิปรายได้ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ผลความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังนี้ กลุ่มเก่งคิดเป็นร้อยละ 29.01 กลุ่มปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 33.59 กลุ่มอ่อน คิดเป็นร้อยละ 37.40 นักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการ โดยไม่สามารถสร้างขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการสำหรับการหาคำตอบได้จะส่งผลให้ไม่สามารถระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์และอธิบายความสำคัญของสมบัติและการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์รวมไปถึงไม่สามารถนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ประเภทตั้งแต่ในห้องเรียนจนถึงในชีวิตจริง และไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้ และไม่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้อง หรือ ไม่สามารถนำเสนอเป็นลำดับขั้นตอน ถูกต้องชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์ ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2546, น.22) ที่กล่าวไว้ว่า เมื่อผู้เรียนเกิดขาดความเข้าใจในความรู้พื้นฐาน ซึ่งมีความสำคัญยิ่งต่อการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้เป็นพื้นฐานระดับสูง และใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ไม่ควรปล่อยให้การขาดความรู้พื้นฐานเป็นอุปสรรคหรือสิ่งกีดขวางโอกาสการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ให้โอกาสผู้เรียน ในการใช้ความรู้เดิมแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. ผลการวิเคราะห์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า กลุ่มกรณีศึกษา มีลักษณะความไม่เข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทุกลักษณะตั้งแต่ลักษณะที่ 1 ถึง 4 โดย กลุ่มเก่ง พบลักษณะที่ 4 เพียงลักษณะเดียว กลุ่มปานกลาง พบลักษณะที่ 3 และ 4 และกลุ่มอ่อนพบทุกลักษณะ โดยนักเรียนไม่สามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ทำให้ไม่สามารถคำนวณคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ได้จะส่งผลให้ไม่สามารถดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบ เพราะขาดความสามารถในการใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลในการแก้สมการ จึงทำให้ไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้โดยการแก้โจทย์ปัญหาของสมการ รวมไปถึงไม่สามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมโดยการแก้โจทย์ปัญหาของสมการได้เช่นกัน เพราะไม่เข้าใจโจทย์ปัญหาในการแก้สมการ เขียนสมการจากโจทย์ปัญหาไม่ได้และมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ยังไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์ ซึ่งสอดคล้องกับ สุลัดดา ลอยฟ้า (2546, น.1) กล่าวว่า จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อมุ่งพัฒนาความรู้ความเข้าใจของนักเรียนโดยเน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Understanding) เป็นการพัฒนาความเข้าใจอย่างมีความหมาย การอธิบายประกอบในแต่ละ มโนทัศน์และวิธีการคิดคำนวณ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการคิดคำนวณและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับ National Council of Teachers of Mathematics (2002, p.1) กล่าวว่า เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้และสามารถที่จะสร้างความเข้าใจได้ควรที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (Constructivism) โดยผู้สอนจะไม่บอกแนวทางวิธีการแก้โจทย์ปัญหาให้กับเด็ก ๆ แต่ครูจะตั้งโจทย์ขึ้นมาและชักชวนหรือกระตุ้นให้เด็ก ๆ ได้คิดค้นวิธีทำขึ้นมาเอง และเมื่อเด็ก ๆ ได้คำตอบมาเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนก็จะไม่เฉลยในทันทีที่ถูกหรือผิด แต่จะชักชวนให้นักเรียนทั้งหมดได้ร่วมแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนรับรู้ว่าเขาสามารถคิดและหาคำตอบได้จากตัวเขาเอง นอกจากนี้ ยังเป็นการสร้างนิสัยที่ดีในการแลกเปลี่ยนและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น พร้อมทั้งเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดไตร่ตรองหาข้อสรุปหรือคำตอบที่ดีที่สุด และเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แต่ในทางกลับกัน ถ้านักเรียนสามารถอ่านประโยคสัญลักษณ์ได้ ใช้การคำนวณในการหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ ดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนหรือวิธีการหรือกระบวนการหาคำตอบ โดยการใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล นำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และสามารถนำสิ่งที่ตนเองเข้าใจนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมได้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ถูกต้อง ชัดเจน มี

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายละเอียดที่สมบูรณ์ ซึ่งสอดคล้องกับ Wilson (1971,p.661) กล่าวว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความเข้าใจที่ความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ(Interpretation) และขยายความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมา ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการได้

3. ผลการวิเคราะห์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าแนวทางในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ควรให้นักเรียนอ่านโจทย์ให้เข้าใจก่อน นักเรียนฝึกแปลงโจทย์กลับไปกลับมาระหว่างประโยคสัญลักษณ์กับสื่อ และศึกษาขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาให้เข้าใจถึงขั้นตอนต่าง ๆ รวมไปถึงการใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ ซึ่งในการฝึกฝนจะต้องให้เวลา และมีสื่อประกอบ การทำโจทย์ปัญหาที่หลากหลาย และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันจะทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544, น.62) ได้กล่าวว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้การพัฒนาควรสอนให้นักเรียนอ่านโจทย์ให้เข้าใจก่อน วิเคราะห์โจทย์ปัญหาสมการและเขียนให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวไม่ทราบค่าได้โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการสื่อสารและทักษะการแก้ปัญหา ศึกษาขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาให้เข้าใจถึงขั้นตอนต่าง ๆ รวมไปถึงการใช้สมบัติของการเท่ากันทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ ซึ่งต้องฝึกฝนการทำโจทย์ปัญหาที่หลากหลาย จะทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ และนักเรียนต้องเจอโจทย์เยอะ ๆ สามารถพลิกแพลกโจทย์ได้ตลอดเวลา ถ้าได้โจทย์ที่พลิกแพลงหรือแปลกใหม่ ก็จะได้พัฒนาการคิด ก็ต้องฝึกทำโจทย์เยอะ ๆ และหลาย ๆ แบบเขาก็จะมีกระบวนการคิดของเขา คนที่คิดได้เร็ว คิดได้คล่องและสามารถอธิบายได้ดี ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2547, น.29) ได้กล่าวว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้และ ไพทูล นารคร (2549, น.93-102) ได้กล่าวว่า การพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีหรือประยุกต์ความเข้าใจนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจกับสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีเหตุผล และสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

5.3.1.1ในการจัดการเรียนรู้จะต้องตระหนักถึงพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการวิจัยครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และเป็นแนวทางในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5.3.1.2ข้อมูลจากการวิจัยครั้งนี้ หน่วยงานหรือบุคคลที่สนใจ จะนำไปเป็นข้อสนเทศในการพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยเฉพาะการพัฒนาการแก้สมการ

5.3.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

5.3.2.1ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ และระดับชั้นต่าง ๆ เพื่อจะได้ผลการวิจัยที่ชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหามากยิ่งขึ้น

5.3.2.2ควรมีการศึกษาปฏิสัมพันธ์ของตัวแปรอื่น ๆ ที่ส่งผลต่อพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เจตคติของนักเรียน ความเชื่อ และอื่น ๆ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ : ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กิติพัฒน์ นนทปัทมะดุลย์. (2554). *การวิจัยเชิงคุณภาพในสวัสดิการสังคม : แนวคิดวิธีวิจัย.* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ชาญชัย ยมดิษฐ์. (2548). *เทคนิคและวิธีการสอนร่วมสมัย.* กรุงเทพฯ : หลักพิมพ์.

ธวัตรชัย เดนชา. (2558). *การสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่องเลขยกกำลังในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด.* วิทยานิพนธ์ศิลปะศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

บุญชม ศรีสะอาด. (2544). *วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่3. กรุงเทพฯ : สุรีวิยาสาส์น.

_____. (2545). *วิจัยเบื้องต้น.* พิมพ์ครั้งที่7. กรุงเทพฯ : สุรีวิยาสาส์น.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

____. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ:ศูนย์ตำราเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ไพทูล นารคร. (2549). *"การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์".* วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ไพศาล วรคำ. (2554). *การวิจัยทางการศึกษา Educational Research.* มหาสารคาม : โรงพิมพ์ตักสิลาการพิมพ์.

____. (2559). *การวิจัยทางการศึกษา Educational Research.* มหาสารคาม : โรงพิมพ์ตักสิลาการพิมพ์.

มลิวรรณ พวงจำปี. (2555). *การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบ Action-Process-Structure (APS) เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่6.* วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม : มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

ยุพิน พิพิธกุล.(2542).*การแก้ปัญหา.*วารสารคณิตศาสตร์ปีที่42ฉบับที่485,487:5-12.

เยาวดี วิบูลย์ศรี. (2545). *การวัดและการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์.* พิมพ์ครั้งที่2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์, (2545). *ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ และการดำเนินการ*

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียน

คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม : จุฬาลงกรณ์วิทยาลัย.

วิรัชดา ทานิล. (2553). *การศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเสนตัวแปรเดียวระดับชนมัธยมศึกษาปีที่ 1.* วิทยานิพนธ์ศิลปะศาสตรมหาบัณฑิตขอนแก่นขอนแก่น : คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.สถาบัน. (2557). *หนังสือประกอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6* . กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน). (2556). *คะแนน O-Net วิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.* โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี 2556.

สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน). (2557). *คะแนน O-Net วิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.* โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี 2557

สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน). (2558). *คะแนน O-Net วิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.* โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี 2558

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช2551.* กรุงเทพฯ : ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2552). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรูคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์"*พิมพ์ครั้งที่1. กรุงเทพฯ :พัฒนาคุณภาพวิชาการ(พว.).

สุลัดดา ลอยฟ้า. (2546). *เอกสารประกอบการเรียนวิชา theory of Reasearch.* ขอนแก่น : คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ. (2545). *21วิธีจัดการเรียนรู้.พัฒนากระบวนการคิด.* กรุงเทพฯ :

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

อรัญ ซุยกระเดื่อง.(2557). *เอกสารประกอบการเรียนรายวิชา การวิจัยทางการศึกษา(Educational Research).*มหาสารคาม : มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์ : การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

____. (2547). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ:ศูนย์ตำราเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

____. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อนันต์ จันทร์กวี. (2537). *การวัดผลและประเมินผลการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์*. ในประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์, หน่วยที่ 8-11. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

____. (2545). *การวัดผลและประเมินผลการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์*. ในประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์, หน่วยที่ 8-11. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

Ausubel. (1977). *"Youth, Maori;Maori (New-Zealand;Level of aspiration;Psychology)"* Education No discipline assingned. DU 423.c5 A86.

Bloom, B.S. (1956). *Taxonomy of educational objectives.* New York : David Mckay.

Bruner, J.S. (1976). *Studies in Cognitive Growth : A Collaoration at the Center for Cognitive Studies.* New York : John Wiley & Sons.

Crowley. (2000). *"The Global Carbon Cycle : A test of our knowledge of Earth as a System Science, "*The Journal of Mathematical Behavior. Vol.13 No.5 : 291-296.

Copi, I.M. and Cohen, C. (1990). *Introduction to logic* : 8th New York : Macmillan.

Ebel, Robert L. and Feisbie. (1972). *David A. Essentials of Educational Measurement.* 5th ed. New Jersey : Prentice-HallInc.

Hiebert,J. and Carpenter, T.P. (1992). *Learning and Teaching with Understanding.* In D.A. Grouws (E.D.), Hand book of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York : MacMilan.

Hopkins and Antes. (1990). "As a tool of curriculum development consisting of continuous Feed back that targets specific problems in a particular school setting, "*International*

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Congress on Mathematics Education. Vol. 6 No. 3 : 152-159.

Mehrens W.A., and Lehmann I.J. (1969). *Measurement and Evaluation in Education and Psychogy.* New York : Rinechart and Winston Stanley, J.C.

_____.(1973). *Measurement and Evaluation in Education and Psychogy.* New York : Rinechart and Winston Stanley, J.C.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action.* Rston, VA : NCTM.

_____.(2002). *Principle and standards for school mathematics*. Reston,VA : NCTM.

_____.(2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston,VA : NCTM.

Perkins. (1993). *"Portfolio Assessment in Social Studies : A Program That Offers a Systematic Approach",* Social-Studies Review. Vol.32 (1993) 44-47.

Rittle-Johnson, B. (1999). *Iterative development of conceptualand procedural Knowledge : A framework for understanding knowledge chang[online].*

Sheffield, L.J. and Chuikshank, D.E. (2005). *Teaching and learning mathematics : Pre-Kindergarten through middle school.* New Jersey : John Wiley & Sons.

Sipka, T. (1990). *Writing in mathematics : a plethora of possibilities. In Sterrett, A. (Ed).* Using writing to teach mathematics. Mathematical Association of America, Washington,DC.pp.11-14.

Vygotsky. (1978). *This article is reprinted with permission of Harvard University Press,* From LS Vygotsky.

Whitney, D.R. and Sabers, D.L. (1976). Two Generalizations of the Item Discrimination Intex to multi-score item, "*Journal of Experimental Education.*Vol. 5 No.2 : 78-84.

Wiersma and Jur. (1985). *Test-retestreli ability studies,which examine the consistency of Measurementor.* Stability of aconstruct across time.

Wilson, J.W. (1971). *Evaluationof Learningin Secondary School Mathematic.* Handbook of Formative and summative Evaluation of Student Learning. Edited by Benjamin S. Bloom. U.S.A.: MCGraw-Hill.

Usiskin Z. (2001). *Trends in Mathematics educations In Document for conference title Trends in mathematics educations*, pp.14-22 Bangkok, Dec.13

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Zalman and Usiskin. (2002). *"Doing Algebrain Grades K-4. In Algebraic Thinking Grades K-12:Reading from NCTM 's School-Based.*" Journal and Other Publications. Edited by Barbara Moses. Pp.5-13. Reston,VA The National Council of Teacher of Mathematics.

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ก

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

<u>คำชี้แจงการทำแบบทดสอบ</u>

1. แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6ฉบับนี้เป็นแบบปรนัยแบบตอบสั้น ทั้งหมด 5 หน้า จำนวน 12 ข้อ ประกอบด้วยข้อสอบ 4 ตอนได้แก่

   ตอนที่ 1 แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ

   ตอนที่ 2 แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์

   ตอนที่ 3 แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้

   ตอนที่ 4 แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำเสนอ

2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบฉบับนี้ 60นาที
3. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามผู้คุมสอบ
4. ขอขอบคุณในความร่วมมือของท่าน

****

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ชื่อ-สกุล .....ชั้น..... เลขที่.....

โรงเรียน .....

แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่6

ตอนที่ 1แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการในแต่ละข้อ และแสดงวิธีทำการแก้สมการอย่างเป็นขั้นตอนโดยละเอียด

1. ฉ + 54 = 100

ตอบ.....

วิธีทำ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. 42 = 6 × t

ตอบ.....

วิธีทำ

3. $w \div 9 = 8$

ตอบ.....

วิธีทำ

ตอนที่ 2แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์

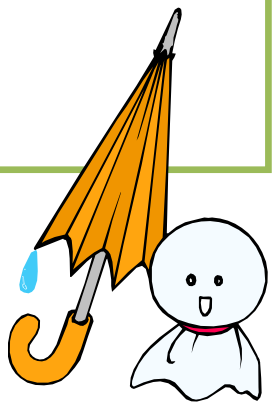
คำชี้แจง ให้นักเรียนหาจำนวนที่แทน ..... (ช่องว่าง) แล้วทำให้สมการเป็นจริงโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและการลบ หรือ สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณและการหาร

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. เนื่องจาก $84 - 12 = 72$ ดังนั้น $(84 - 12) - 27 = 72 -$ .....

5. เนื่องจาก $1 + 10 = 11$ ดังนั้น $(1 + 10) \times$ ..... $= 11 \times 3$

6. เนื่องจาก $14 \times 7 = 98$ ดังนั้น $(14 \times 7) \div$ ..... $= 98 \div 3$



ตอนที่ 3แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้สมการโดยละเอียด

7. พ่อได้รับเงินพิเศษมาจำนวนหนึ่ง นำเงินไปซื้อตู้เย็น 6500 บาท พ่อยังเหลือเงินอยู่อีก 3000 บาท พ่อได้รับเงินพิเศษเท่าไร

ตอบ.....

วิธีทำ

8. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 300 ตารางเซนติเมตร ถ้าด้านกว้างยาว 12 เซนติเมตร ด้านยาวกี่เซนติเมตร

ตอบ.....

วิธีทำ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

9. 25 เท่าของเงินจำนวนหนึ่งคิดเป็นเงิน 1500 บาท จงหาเงินจำนวนนั้น

ตอบ.....

วิธีทำ

ตอนที่ 3แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำเสนอ

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนสมการจากโจทย์ปัญหาและแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ

10.พลอยมีเงินน้อยกว่าเพ็ญ 10 บาท ถ้าพลอยมีเงิน 30 บาท เพ็ญมีเงินกี่บาท

ตอบ.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เขียนสมการ .....

วิธีทำ

11.แม่ค้ามีมะนาวอยู่จำนวนหนึ่ง ซื้อมาอีก 125 ผล ทำให้มีมะนาว 224 ผล เดิมแม่ค้ามีมะนาวกี่ผล

ตอบ.....

เขียนสมการ .....

วิธีทำ

12.กานดาออมเงินวันละเท่าๆกันในเวลา 1 สัปดาห์ กานดาออมเงินได้ทั้งสิ้น 595 บาท กานดาออมเงินวันละเท่าใด

ตอบ.....

เขียนสมการ .....

วิธีทำ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบสัมภาษณ์แนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ผู้ถูกสัมภาษณ์……..ชั้น……เลขที่……..

วันที่……..เดือน……พ.ศ……เวลา……

ผู้วิจัยสัมภาษณ์เกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ

นักเรียนมีขั้นตอนอย่างไรในการแก้สมการและหาคำตอบของสมการ

……

……

……

……

……

……

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์

นักเรียนมีการเลือกใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการและหาคำตอบของสมการอย่างไร

……

……

……

……

……

……

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้

นักเรียนมีวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้สมการได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ

นักเรียนมีการเขียนสมการจากโจทย์ปัญหาและแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้สมการได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบสัมภาษณ์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เชี่ยวชาญ

ผู้ถูกสัมภาษณ์……..ชั้น……เลขที่……..

วันที่……..เดือน……พ.ศ……เวลา……

ผู้วิจัยสัมภาษณ์เกี่ยวกับแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของผู้เชี่ยวชาญ

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ

ผู้เชี่ยวชาญมีแนวทางการพัฒนาขั้นตอนอย่างไรในการแก้สมการและหาคำตอบของสมการ

……

……

……

……

……

……

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์

ผู้เชี่ยวชาญมีแนวทางการพัฒนาการเลือกใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการและหาคำตอบของสมการอย่างไร

……

……

……

……

……

……

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้

ผู้เชี่ยวชาญมีแนวทางการพัฒนาการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้สมการได้อย่างไร

……

……

……

……

……

……

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ

ผู้เชียวชาญมีแนวทางการพัฒนาการเขียนสมการจากโจทย์ปัญหาและแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้สมการได้อย่างไร

……

……

……

……

……

……

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

<u>สรุป</u> แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

……

……

……

……

……

……

……

ภาคผนวก ข

การหาคุณภาพเครื่องมือ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบการวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อที่แนบมาให้ว่า วัดได้ตรงตามประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskinที่กำหนดหรือไม่ พร้อมทั้งแสดงความคิดเห็นและข้อเสนอแนะ

โดยทำเครื่องหมาย ✓ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin

ทำเครื่องหมาย✓ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับประเภทความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin

ทำเครื่องหมาย✓ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับประเภทความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1

รายการตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบการวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	ข้อสอบ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
ตอนที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ	1. ฉ + 54 = 100	.....	.....	.....	
	2. 9 = r – 41	.....	.....	.....	
	3. ง × 15 = 75	.....	.....	.....	
	4. 42 = 6 × t	.....	.....	.....	
	5. w ÷ 9 = 8	.....	.....	.....	
ตอนที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์	6. เนื่องจาก 7 × 8 = 56 ดังนั้น (7 × 8) + □ = 56 + 13	.....	.....	.....	
	7. เนื่องจาก 84 – 12 = 72 ดังนั้น (84 – 12) - 27= 72 -□	.....	.....	.....	
	8. เนื่องจาก 1 + 10 = 11 ดังนั้น (1 + 10) × □ = 11 × 3	.....	.....	.....	
	9. เนื่องจาก 14 – 3 = 11 ดังนั้น (14 – 3) × 2= 11 × □	.....	.....	.....	
	10. เนื่องจาก 14 × 7 = 98 ดังนั้น (14 × 7) ÷ □ = 98 ÷ 3	.....	.....	.....	
ตอนที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้	11. พ่อได้รับเงินพิเศษมาจำนวนหนึ่ง นำเงินไปซื้อตู้เย็น 6500 บาท พ่อยังเหลือเงินอยู่อีก 3000 บาท พ่อได้รับเงินพิเศษเท่าไร	.....	.....	.....	
	12. 25 เท่าของเงินจำนวนหนึ่งคิดเป็นเงิน 1500 บาท จงหาเงินจำนวนนั้น	.....	.....	.....	

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.1(ต่อ)

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin	ข้อสอบ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
	13. โต๊ะหนักเป็น 4 เท่าของเก้าอี้ ถ้าโต๊ะหนัก 12 กิโลกรัม เก้าอี้จะหนักกี่กิโลกรัม	.....	.....	.....	
ตอนที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้	14. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 300 ตารางเซนติเมตร ถ้าด้านกว้างยาว 12 เซนติเมตร ด้านยาวกี่เซนติเมตร	.....	.....	.....	
	15. ฉันมีเงิน 50 บาท พ่อให้เงินอีกจำนวนหนึ่ง ทำให้ฉันมีเงิน 285 บาท พ่อให้เงินฉันเท่าใด	.....	.....	.....	
ตอนที่ 4 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำเสนอ	16. พลอยมีเงินน้อยกว่าเพ็ญ 10 บาท ถ้าพลอยมีเงิน 30 บาท เพ็ญมีเงินกี่บาท	.....	.....	.....	
	17. แม่ค้ามีมะนาวอยู่จำนวนหนึ่ง ซื้อมาอีก 125 ผล ทำให้มีมะนาว 224 ผล เดิมแม่ค้ามีมะนาวกี่ผล	.....	.....	.....	
	18. มีน้ำอยู่ในแท็งก์ 35 ลิตร เติมน้ำไปจำนวนหนึ่ง ทำให้มีน้ำ 92 ลิตร เติมน้ำไปกี่ลิตร	.....	.....	.....	
	19. ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่งเป็น 72 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปนี้มีความยาวด้านละเท่าใด	.....	.....	.....	
	20. กานดาออมเงินวันละเท่าๆกันในเวลา 1 สัปดาห์ กานดาออมเงินได้ทั้งสิ้น 595 บาท กานดาออมเงินวันละเท่าใด	.....	.....	.....	

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ

( )

ตำแหน่ง

...../...../.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบปรนัย จำนวน 20 ข้อ ดังนี้ซึ่งมีการหาคุณภาพดังนี้

1. ดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC)

ค่าดัชนีความสอดคล้องเป็นค่าที่บ่งบอกว่า ข้อสอบแต่ละข้อของแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องกับประเภทของประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งแสดงผลการวิเคราะห์ดังแสดงในตารางที่ ข.2

ตารางที่ ข.2

ผลรวมและค่า IOC ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskinเรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6

แบบทดสอบข้อที่	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			$\sum R$	*IOC*	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
10	0	+1	+1	2	0.66	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
14	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

แบบทดสอบ ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			$\sum R$	*IOC*	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
16	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
17	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
18	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
19	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
20	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

จากตารางที่ ข.2 พบว่า ผลการวิเคราะห์พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ที่วิเคราะห์โดยผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 20 ข้อ มีค่า IOC ระหว่าง 0.60 – 1.00 ซึ่งทุกข้อผ่านเกณฑ์ 0.5 แสดงว่า ข้อสอบทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้

2. ค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนก

ค่าความยากจะเป็นค่าที่บ่งบอกถึงคุณภาพของข้อสอบแต่ละข้อ และค่าอำนาจจำแนก จะเป็นการดูความเหมาะสมของรายข้อว่า ข้อคำถามสามารถจำแนกกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อนได้จริง หรือจำแนกผู้ที่มีคุณลักษณะสูงจากผู้มีคุณลักษณะต่ำได้หรือไม่ ซึ่งแสดงผลการวิเคราะห์ดังแสดงในตารางที่ ข.3

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.3

ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskinเรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6

แบบทดสอบข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	สรุปผล
1	0.57	0.46	เลือก
2	0.50	0.48	ไม่เลือก
3	0.77	0.53	ไม่เลือก
4	0.67	0.62	เลือก

(ต่อ)

ตารางที่ ข.3 (ต่อ)

แบบทดสอบข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	สรุปผล
5	0.73	0.64	เลือก
6	0.77	0.53	ไม่เลือก
7	0.63	0.41	เลือก
8	0.57	0.53	เลือก
9	0.67	0.53	ไม่เลือก
10	0.73	0.62	เลือก
11	0.60	0.46	เลือก
12	0.57	0.53	เลือก
13	0.47	0.4	ไม่เลือก
14	0.57	0.53	เลือก
15	0.70	0.64	เลือก
16	0.70	0.52	เลือก
17	0.73	0.62	เลือก
18	0.47	0.4	ไม่เลือก
19	0.70	0.64	เลือก
20	0.67	0.53	เลือก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ ข.3 พบว่า ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีค่าความยากง่ายของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.57 – 0.77 ซึ่งทั้ง 17 ข้อ อยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 นั่นคือ ข้อสอบทั้งหมดสามารถนำไปใช้ได้ และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบนี้ มีค่าอำนาจจำแนกได้ปานกลาง (0.40 – 0.59) จำนวน 8 ข้อ มีค่าอำนาจจำแนกได้ดี (0.60 – 0.79) จำนวน 12 ข้อ และมีค่าอำนาจจำแนกต่ำจำนวน 0 ข้อ แสดงว่า ข้อสอบที่สามารถนำไปใช้ได้ มีจำนวน 20 ข้อ คือ ข้อ 1, ข้อ 2, ข้อ 3, ข้อ 4, ข้อ 5, ข้อ 6, ข้อ 7, ข้อ 8, ข้อ 9, ข้อ 10, ข้อ 11, ข้อ 12, ข้อ 13, ข้อ 14, ข้อ 15, ข้อ 16, ข้อ 17, ข้อ 18, ข้อ 19และข้อ 20 ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบจำนวน 12 ข้อ ได้แก่ ข้อ 1, ข้อ 4, ข้อ 5, ข้อ 7, ข้อ 8, ข้อ 10, ข้อ 11, ข้อ 12, ข้อ 14, ข้อ 16, ข้อ 17 และข้อ 20 มากำหนดเป็นแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบนี้เท่ากับ 0.88

ภาคผนวก ค

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์ ดร. ทนงเกียรติ พลไชยา ค.ด. (คณิตศาสตรศึกษา) ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย จังหวัดเลย ผู้เชี่ยวชาญด้านด้านเนื้อหา ภาษา

2. อาจารย์ ดร.ทัศน์ศิรินทร์ สว่างบุญ ค.ด. (การวัดและประเมินผลการศึกษา) ตำแหน่ง อาจารย์สาขาวิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล

3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ไพศาล วรคำ กศ.ด. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา) ตำแหน่ง อาจารย์สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษาศึกษาคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านสถิติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ง

รายนามผู้เชี่ยวชาญในการสัมภาษณ์แนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. ศาสตราจารย์ กิตติคุณ ดร. ยุพิน พิพิธกุล ตำแหน่งนักวิชาการอิสระ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัชรินทร์ คล่องดี ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
3. อาจารย์ ดร.ประภาส ผิวอ่อนตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก จ

หนังสือขอความอนุเคราะห์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่ศธ ๐๕๔๐.๐๒/ว. ๐๓๗๙

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๖ มกราคม ๒๕๖๑

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.ทนงเกียรติ พลไชยา

ด้วย นางสาวยุภาภรณ์ ชาญญานนท์ รหัสประจำตัว ๕๙๘๒๑๐๕๑๐๑๐๓ นักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามกำลังทำวิทยานิพนธ์**เรื่อง"การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี"**เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยบรรลุตามวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

เพื่อ ☑ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา
☐ ตรวจสอบด้านการวัดและประเมินผล
☐ ตรวจสอบด้านสถิติ การวิจัย
☐ อื่นๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ร้อยโท ดร.ณัฏฐชัย จันทชุม)
คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทนอธิการบดี

สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๖๒
โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๖๒
edu@rmu.ac.th

16 2561

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๒/ว. ๐๓๗๙

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๖ มกราคม ๒๕๖๑

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.ทัศน์ศิรินทร์ สว่างบุญ

ด้วย นางสาวยุภาภรณ์ ชาญญานนท์ รหัสประจำตัว ๕๙๘๒๑๐๕๑๐๑๐๓ นักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามกำลังทำวิทยานิพนธ์**เรื่อง"การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี"**เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยบรรลุตามวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

เพื่อ ☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา
☑ ตรวจสอบด้านการวัดและประเมินผล
☐ ตรวจสอบด้านสถิติ การวิจัย
☐ อื่นๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ร้อยโท ดร.ณัฏฐชัย จันทชุม)
คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทนอธิการบดี

สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๖๒
โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๖๒
edu@rmu.ac.th

16/2561

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๒/ว. ๐๓๗๙

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๖ มกราคม ๒๕๖๑

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ

ด้วย นางสาวยุภาภรณ์ ชาญญานนท์ รหัสประจำตัว ๕๙๘๒๑๐๕๑๐๑๐๓ นักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามกำลังทำวิทยานิพนธ์**เรื่อง"การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี"**เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยบรรลุตามวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

เพื่อ ☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ภาษา
☐ตรวจสอบด้านการวัดและประเมินผล
☑ตรวจสอบด้านสถิติ การวิจัย
☐ อื่นๆ ระบุ.....

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ร้อยโท ดร.ณัฏฐชัย จันทชุม)
คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทนอธิการบดี

สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
edu@rmu.ac.th

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๒/ว. ๐๓๘๑

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๖ มกราคม ๒๕๖๑

เรื่องขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี

ด้วย นางสาวยุภาภรณ์ ชาญญานนท์ รหัสประจำตัว ๕๙๘๒๑๐๕๑๐๑๐๓ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง **"การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อุดรธานี"**เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง คือ **นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ จำนวน ๖ ห้องเรียน ๒๖๒ คน** เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ว่าที่ร้อยโท ดร.ณัฏฐชัย จันทชุม)
คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทนอธิการบดี

สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
edu@rmu.ac.th

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การเผยแพร่ผลงานวิจัย

ยุภาภรณ์ ชาญญานนท์, และยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ. (2561). *การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่อง การแก้สมการ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ สกุล	นางสาวยุภาภรณ์ ชาญญานนท์
วัน เดือน ปี เกิด	30 สิงหาคม 2534
ที่อยู่ปัจจุบัน	281 หมู่ 13 ตำบล สามพร้าว อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี 41000

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2556	วิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
พ.ศ. 2560	ครุศาสตรมหาบัณฑิต (ค.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY