ใบอนุมัติวิทยานิพนธ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

เรื่อง : การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ผู้วิจัย : นางสาวนัฐพร คุ้มวงค์

ได้รับอนุมัติเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ท.ดร.ณัฏฐชัย จันทชุม)
คณบดีคณะครุศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ ร.ต.ดร.อรัญ ซุยกระเดื่อง)

กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ทัศน์ศิรินทร์ สว่างบุญ)

กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พูนศักดิ์ ศิริโสม)

กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ)

การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ
กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

นางสาวนัฐพร คุ้มวงค์

วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

พ.ศ. 2562

การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ
กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

นางสาวนัฐพร คุ้มวงค์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
พ.ศ. 2562

ชื่อเรื่อง : การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ผู้วิจัย : นางสาวนัฐพร คุ้มวงค์

ปริญญา : ครุศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตรศึกษา)
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อาจารย์ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ

ปีการศึกษา : 2562

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และ 2) เปรียบเทียบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 30 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) การวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ระยะคือ ระยะที่ 1 ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และระยะที่ 2 เปรียบเทียบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยจำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก กลุ่มที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 1 การวิเคราะห์และกลุ่มที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน และเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) มากลุ่มละ 2 คน รวมเป็น 6 คน (กรณีศึกษา) มาแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนั้นสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ การแจกแจงความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน วิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี (Case Study Method) โดยนำเสนอด้วยวิธีพรรณาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis)

ผลการวิจัยพบว่า 1) ระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้ มีจำนวนนักเรียนมากที่สุดอยู่ในระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก คิดเป็นร้อยละ 40 รองลงมาคือระดับ 1 การวิเคราะห์ คิดเป็นร้อยละ 36.67 ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน คิดเป็นร้อยละ 23.33 และไม่มีนักเรียนคนใดที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ใน

ระดับ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน และระดับ 4 การคิดสุดยอด และ 2) นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ มีทักษะการคำนวนผิดพลาด และไม่สรุปคำตอบ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 1 การวิเคราะห์ นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ มีทักษะการคำนวนที่ถูกต้องแม่นยำ และมีการสรุปคำตอบ และนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน นักเรียนมีความมั่นใจในการหาคำตอบ คิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล คำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำ และแก้โจทย์ปัญหาได้

คำสำคัญ: ระดับความคิดทางเรขาคณิต การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

__________________________________ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

Title : A Study of Geometric Thinking Levels about three dimension geometric with Problem Solving for sixth grade students

Author : Ms. Nattaporn Komvong

Degree : Master of Education (Mathematics Education)
Rajabhat Maha Sarakham University

Advisors : Assistant Professor Dr. Yuthapong Tipchat

Year : 2019

ABSTRACT

The purpose of this research were to 1) study sixth grade students'geometric thinking levels about three dimension geometric and to 2) comparison between mathematical problem solving performance and different geometric thinking levels for students. The research sample was grade 6 students of Rajabhat Mahasarakham University Demonstration School, Mueang Mahasarakham, Mahasarakham province, in the second semester of 2018, was 30 people by method simple random sampling. The study was divided into 2 phase. The first was to study sixth grade students'geometric thinking levels about three dimension geometric .The second phase was to comparison between mathematical problem solving performance. Student were categorized into 3 groups: level 0 (visualization) group, level 1 *(analysis)* group and level 3 (informal deduction) group*.* Each group was randomized by a purposive sampling to select 2 students per each (totally 6 students) to be a case study, to solve mathematical problems, and to be interviewed additionally regarding solving mathematical problems. Research tools were a geometric thinking levels test, a mathematical problems-solving test and an interview form of solving mathematical problems. Statistics for research were frequency, percentage, average, standard deviation, one-way ANOVA and a case study method. Data were presented through descriptive analysis.

The research results were as follows: 1) Most of these sixth grade students'geometric thinking level was found in Level 0 : visualization (40%), Level 1 :

analysis (36.67%), Level 2 : Informal deduction (23.33%) and there is no student who has a level of geometrical thinking in level 3 : formal deduction and level 4 : rigor.

2) Student with different geometric thinking levels have different mathematical problem solving performance at the .05 level of statistical significance. From interviewing, it is found that students who are in level 0 (visualization) group have no confident in how to find the answer, miscalculate and not summarizing the answer. And student who are in level 1 (analysis) group that they have no confident in how to find the answer, calculate and answer summary. And student who are in level 2 (Informal deduction) group that they have confident in how to find the answer , logical thinking, calculate and solve the problems correctly.

Keywords: Levels of Geometric Thinking, Mathematics Problem Solving

____ Major Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยเพราะได้รับความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ ประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ว่าที่ร้อยตรี ดร. อรัญ ซุยกระเดื่อง ประธานกรรมการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พูนศักดิ์ ศิริโสม กรรมการสอบ และ ดร. ทัศน์ศิรินทร์ สว่างบุญ กรรมการสอบ

ขอขอบพระคุณ ดร.เสน่ห์ หมายจากกลาง ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตรศึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ไพศาล วรคำ ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและประเมินผลการศึกษา และดร.ทนงเกียรติ พลไชยา ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ช่วยตรวจสอบให้คะแนนและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการสร้างเครื่องมือและการหาคุณภาพเครื่องมือ ผู้อำนวยการโรงเรียนและคณะครูโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ที่ให้การสนับสนุนในการศึกษาหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเอง และขอขอบใจนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้

คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ผู้มีพระคุณ ตลอดจนบูรพาจารย์และผู้มีอุปการะทุกท่าน

นางสาวนัฐพร คุ้มวงค์

สารบัญ

หัวเรื่อง **หน้า**

หัวเรื่อง **หน้า**

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญภาพ

ภาพที่ **หน้า**

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันความเจริญก้าวหน้าของวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี ได้เป็นไปอย่างรวดเร็ว โดยเฉพาะอย่างยิ่งเทคโนโลยีสารสนเทศที่พัฒนาไปอย่างล้ำสมัย วิชาคณิตศาสตร์ถูกนำไปใช้อย่างกว้างขวางเพื่อให้ทันต่อเหตุการณ์และความก้าวหน้าของสังคม คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆที่เกี่ยวข้อง ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2536, น. 9) กล่าวว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ ดังมีคำกล่าวว่า “คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์” ซึ่งสอดคล้องกับ ปานทอง กุลนาถศิริ (2541, น. 14-15) ที่ว่า ประเทศจะพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ ก็ต่อเมื่อประเทศนั้นได้พัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี ดังนั้นในการพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จึงจำเป็นต้องพัฒนาด้านคณิตศาสตร์ก่อน เพราะความรู้ทางคณิตศาสตร์จะเป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็น และเป็นเครื่องมือที่มนุษย์จะได้นำไปใช้ในการพัฒนาความรู้ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เจริญก้าวหน้าต่อไป

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับการพัฒนาคนให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์และเป็นพลเมืองที่ดี โดยเฉพาะเป็นคนช่างคิด รู้จักหาความจริง การพัฒนาความคิดทำให้คนมีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ คิดมีแบบแผน มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่อกิจการงานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม สามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม เพื่อนำไปสู่ความเจริญในด้านต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในการคิดการสร้างองค์ความรู้และการทำงาน คณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญและเป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่กับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ, 2558, น. 41) ซึ่งสอดคล้องกับ Kouba and Franklin (1993, pp. 103-126) กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็นเช่นเดียวกับการอ่านและการเขียนที่มีความจำเป็นสำหรับการทำงาน การใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและการสื่อสาร

ถือเป็นปัจจัยหนึ่งในการเตรียมความพร้อมของประเทศที่จำเป็นสำหรับอนาคต เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการใช้ชีวิตในหลายๆด้านโดยเฉพาะการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving) เป็นหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะของนักเรียนที่ต้องการ (Lester, 1977, p. 1) ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล ในการหาคำตอบนั้นต้องใช้ความรู้ ทักษะ และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้ (สมทรง สุวพานิช, 2549, น. 5) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่งอีกทั้งยังรวม ทักษะที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และระบบการตัดสินใจที่ดี ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์กับผู้เรียนหลายๆด้าน อาทิ ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ช่วยพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ พัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันกิจกรรมในชีวิตประจำวันที่คนส่วนใหญ่ขาดไม่ได้ก็คือการสื่อสาร เราใช้การสื่อสาร เพื่อสร้างความเข้าใจให้เกิดขึ้นระหว่างกันและกันทั้งในด้านการดำเนินชีวิต อาชีพ สังคม (อัมพร ม้าคนอง, 2554, น. 39) ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะประสบความสำเร็จหรือไม่นั้นกระบวนการแก้ปัญหาถือว่ามีความสำคัญอย่างมากในการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหาซึ่งเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ (Polya, 1957, pp. 5 - 40) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาเป็นการเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุส่วนสำคัญของปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาและเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งกลยุทธ์ (Strategies) ที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่ การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การคาดเดาและ ตรวจสอบ และการเขียนสมการ เป็นต้น ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ต้องการให้นักเรียนลงมือ ปฏิบัติตามแนวทางหรือกลยุทธ์ที่วางไว้ แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั้งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง และขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความ

สมเหตุสมผลของคำตอบ (Baroody, 1993, p. 56) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรขาคณิตเป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาต่างๆ รวมทั้งการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

เรขาคณิต เป็นศาสตร์ที่เรียนรู้โดยผ่านการมองเห็นเป็นสิ่งท้าทายความคิดที่ช่วยเพาะบ่มความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ส่งเสริมสร้างสรรค์ ปลูกฝังความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไปแล้วพัฒนาการในการยอมรับสิ่งต่าง ๆ ของมนุษย์เริ่มจากการใช้การหยั่งรู้แล้วไปสิ้นสุดที่การอ้างเหตุผล การพิสูจน์จึงมีบทบาทอันสำคัญยิ่งต่อการใช้เหตุผลแทนการเดา ลองผิดลองถูก หรือตัดสินจากอคติของตน เรขาคณิตจัดว่าเป็นตัวช่วยวางรากฐานในการพิสูจน์อย่างมีความหมาย (สมทรง สุวพานิช, 2553, น. 33) เรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญ ด้วยธรรมชาติของเรขาคณิตเป็นสาระที่ช่วยให้ผู้เรียนเป็นคนที่มีวิจารณญาณ ช่างสังเกต ช่างสำรวจ ตลอดจนมีเหตุผล และยังเป็นวิชาที่มีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะเห็นได้จากรูปทรง รูปร่างของวัตถุต่างๆ ที่มีอยู่ทั่วไปในชีวิตประจำวัน การเรียนเรขาคณิตเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ การพิสูจน์ให้เหตุผล และนำเสนอความรู้ทางคณิตศาสตร์ (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 157) ซึ่งนักเรียนจะเรียนรู้เกี่ยวกับรูปร่าง (Shape) และโครงสร้าง (Structure) ทางเรขาคณิต การวิเคราะห์เพื่อจำแนกหาความสัมพันธ์ของเรขาคณิตทั้งในรูปแบบสองมิติและสามมิติ ซึ่งเป็นลักษณะสำคัญของการคิดทางเรขาคณิต (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2547, น. 13) ด้วยจุดประสงค์หลักของเรขาคณิตที่เกิดขึ้นมานานและมีวิวัฒนาการอย่างต่อเนื่องมาตั้งแต่อดีต เพื่อให้มนุษย์กับธรรมชาติอยู่ร่วมกันอย่างดีและอยู่รอดปลอดภัย การใช้ความรู้ในทางเรขาคณิตของคนยุคโบราณจึงเน้นทักษะในการสร้าง สำรวจ คาดคะเน ค้นหา ทดลอง ฯลฯ (สิริพร ทิพย์คง, 2546, น. 91) เรขาคณิตเป็นวิชาที่มีความสำคัญมากแต่กลับพบว่าการเรียนการสอนเรขาคณิตยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควรในการเรียนการสอนเรขาคณิต ปัญหาที่ครู นักจิตวิทยาและนักคณิตศาสตร์ศึกษาค้นพบและพยายามทำการแก้ไขคือ ปัญหาที่นักเรียนไม่เข้าใจในการเรียนเรขาคณิต

ในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต เริ่มต้นจากรูปธรรมไปสู่นามธรรมรู้จักการให้เหตุและผลอธิบายได้อย่างชัดเจนเพื่อพัฒนาลำดับขั้นความคิดทางเรขาคณิตซึ่งลำดับขั้นความคิดทางเรขาคณิตที่รู้จักและเป็นที่ยอมรับกันอย่างแพร่หลายคือ Van Hiele Model เป็นรูปแบบเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิต เพื่อใช้ประเมินความสามารถของนักเรียนโดยวัดจากระดับความคิดทางเรขาคณิต จากการศึกษาค้นคว้าและการทำงานวิจัยของ Pierre Van Hiele และ Dina Van Hiele พบว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นกับนักเรียนเกี่ยวกับการเรียนเรขาคณิต คือ นักเรียนไม่เข้าใจในเนื้อหาวิชาเรขาคณิต นักเรียนให้ความคิดเห็นว่าเรขาคณิตเป็นเรื่องยาก สิ่งที่สามารถใช้อธิบายถึงสาเหตุที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สบผลสำเร็จในการเรียนเรขาคณิต คือ ความคิดทางเรขาคณิต ซึ่งความคิดทางเรขาคณิตนั้นมีความสำคัญ

อย่างยิ่งต่อการเรียนเรขาคณิต Van Hiele Model ได้แบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดเป็น 5 ระดับ มีรายละเอียดในแต่ละระดับดังนี้ ระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก(Visualization) คือ สามารถจำแนก ระบุชื่อ เปรียบเทียบลักษณะภายนอกได้ ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) สามารถวิเคราะห์ในรูปองค์ประกอบหรือความสัมพันธ์ได้ ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Infonnal Deduction) สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ในเชิงตรรกของคุณสมบัติหรือกฏในรูปแบบไม่เป็นทางการ ระดับ3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ โดยให้เหตุผลเชิงนิรนัย และสร้างความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทต่างๆ และระดับ 4 การคิดสุดยอด (Rigor) สามารถสร้างทฤษฎีบทโดยอาศัยระบบเชิงสัจพจน์ที่แตกต่างจากเดิมหรือวิเคราะห์เปรียบเทียบระบบต่าง ๆ โดยนักเรียนจะต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้ทีละขั้นจากสิ่งที่นักเรียนสังเกตเห็นจนไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน ช่วยให้นักเรียนมีการคิดอย่างเป็นขั้นตอน (Crowley, 1987, pp. 2-3) ซึ่งสอดคล้องกับสิริพร ทิพย์คง (2545, น. 1-3) ที่กล่าวว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยความคิดและสร้างความมีระเบียบแบบแผนมีลำดับขั้นตอนในการคิดโดยต้องอาศัยการคิดอย่างมีเหตุผลสิ่งที่เรียนก่อนจะเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องต่อไปหรือในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป ซึ่งในการใช้กระบวนการคิดต้องอาศัยเหตุผลเพื่อให้การเรียนคณิตศาสตร์เป็นการฝึกแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างเป็นระบบระเบียบตามลำดับขั้นตอน

จากผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-Net) โดยสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) หรือ สทศ. กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ปีการศึกษา 2560 พบว่าคะแนนเฉลี่ยในคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในระดับประเทศเท่ากับ 37.12 ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2560, น.1) และผลการประเมินคุณภาพประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชาติพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2560 ระดับประเทศในสาระที่ 3 เรขาคณิต มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เพียง 40.96 ซึ่งบ่งบอกถึงการขาดคุณภาพของนักเรียน อีกทั้งแสดงให้เห็นถึงปัญหาของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการขาดความเข้าใจ ทั้งที่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนและการนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งในชั้นเรียนและในชีวิตจริง ทั้งนี้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีจะรวมถึงการวิเคราะห์และอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการที่ใช้ว่าถูกต้องเหมาะสมหรือมีประสิทธิภาพเพียงใด ซึ่งเมื่อพิจารณาจากสาระทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบไปด้วย 5 ทักษะ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยเฉพาะทักษะการแก้ปัญหาเป็นทักษะที่ต้องปรับปรุงแก้ไขอย่างเร่งด่วน เพราะการแก้ปัญหามีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Contreras, 2005, p. 115) นอกจากนี้แล้วการแก้ปัญหายังเป็นสิ่งจำเป็นอย่างมากที่นักเรียนทุกคน

พึงมีเพื่อการดำรงชีวิตประจำวันในศตวรรษที่ 21 และเนื่องด้วยนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 อยู่ในช่วงการเตรียมตัวเพื่อศึกษาต่อในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่ต้องปรับตัวและเตรียมความพร้อมในการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาประชากรกลุ่มนี้เพื่อเป็นแนวทางในการวางแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงสุด

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิต ช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตให้สูงขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่แตกต่างกัน

1.3 สมมติฐานการวิจัย

นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

1.4 ขอบเขตการวิจัย

1.4.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 60 คน

1.4.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวนนักเรียน 30 คน ซึ่งได้จากการสุ่มกลุ่มตัวอย่างอย่างง่าย (Simple Random Sampling)

1.4.3 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ เนื้อหาเรขาคณิตระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระเรขาคณิตกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

1.4.4 ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.4.5 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561

1.5 นิยามศัพท์เฉพาะ

“ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามทฤษฎีของแวน ฮีลี (Levels of Geometric Thinking)” หมายถึง ระดับความคิดทางเรขาคณิตแบ่งออกเป็น 5 ระดับ จากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุด ได้แก่ ระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก ระดับ 1 การวิเคราะห์ ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน ระดับ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน ระดับ 4 การคิดขั้นสูงสุด ซึ่งนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันจะมีความสามารถต่างกันเช่น นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 สามารถจำรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิตได้ นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 สามารถบอกสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2สามารถบอกความสัมพันธ์ของสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 สามารถใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท และสามารถพิสูจน์ทางตรงได้ และนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 สามารถพิสูจน์แบบขัดแย้ง พิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้ สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรมได้

“ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem)” หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ อาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

"การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving)" หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือ คำอธิบายให้เหตุผล ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไป ใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

"ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving Performance)" หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหาในการวิเคราะห์ข้อมูล การตีความหมาย มาช่วยเชื่อมโยงความสัมพันธ์กับปัญหา ตลอดจนความสามารถตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาได้

1.6 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

ผลการวิจัยเป็นข้อสนเทศในการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา ซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความคิดในวิชาเรขาคณิตแบบ แวนฮีลี และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมทั้งเป็นข้อสนเทศทำให้การจัดกิจกรรมกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพเพื่อส่งเสริมระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนให้สูงขึ้น

บทที่ 2
การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. ความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบของแวน ฮีลี
2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. รูปเรขาคณิตสามมิติ
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
5. กรอบแนวคิดการวิจัย

2.1 ความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลี

ในการศึกษาความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีนั้น ผู้วิจัยได้ทำการค้นคว้าเกี่ยวกับความสำคัญของเรขาคณิต ความเป็นมาของรูปแบบแวนฮีลี ระดับความคิดทางเรขาคณิต การกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิต ลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิต พฤติกรรมในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิต และการวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1.1 ความสำคัญของเรขาคณิต

ความสำคัญของเรขาคณิตมีผู้แสดงทัศนะไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Ravieli (1957, p. 10) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตไว้ว่าเรขาคณิตเป็นเครื่องมือที่จำเป็นอย่างมากสำหรับมนุษยชาติ เรขาคณิตเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ มีการนำเรขาคณิตไปใช้ประโยชน์มากมาย เช่น ในการก่อสร้าง ในด้านวิศวกรรม ในการสำรวจ ในด้านดาราศาสตร์ เป็นต้น

เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์ (2519, น. 2) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตไว้ว่าเรขาคณิตมีความสำคัญมากในสมัยอดีต ความเจริญของอียิปต์และบาบิโลเนียล้วนแต่ต้องอาศัยเรขาคณิต ดังจะเห็นจากปิรามิดของอียิปต์ การใช้เรขาคณิตของชาวบาบิโลนในการเริ่มต้น การวัดพื้นที่

ปานทอง กุลนาถศิริ (2541, น. 3 - 5) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตไว้ว่า เรขาคณิตเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในทุกระดับ เรขาคณิตเป็นศาสตร์ที่มีความหมาย มีคุณค่า มีประโยชน์ และมีความผูกพันกับชีวิตมนุษย์มานับเป็นเวลานาน

สรุปได้ว่า เรขาคณิตมีความสำคัญสำหรับมนุษย์ตั้งแต่ในอดีตจนถึงปัจจุบัน และเป็นเครื่องมือที่จำเป็นมากในการพัฒนาความเจริญก้าวหน้า ซึ่งเรขาคณิตเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น เรขาคณิตเป็นศาสตร์ที่มีคุณค่าและสามารถนำมาประยุกต์ใช้ให้เป็นประโยชน์ได้อย่างมากมาย

2.1.2 ความเป็นมาของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความเป็นมาของรูปแบบแวนฮีลีไว้ดังนี้

Crowley (1987, p. 1) ได้กล่าวถึงรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) ไว้ว่าเกิดจากการสร้างของปิแอร์ แวนฮีลี และ ไดน่า แวนฮีลี สองสามีภรรยาชาวเนเธอร์แลนด์ ซึ่งเป็นอาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่ง พวกเขาพบว่านักเรียนเรียนเรขาคณิตด้วยความยากลำบากโดยเฉพาะ การเขียนพิสูจน์ ดังนั้นพวกเขาจึงสร้างรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) ซึ่งเป็นรูปแบบเกี่ยวกับ ความคิดทางเรขาคณิต เพื่อใช้ประเมินความสามารถของนักเรียนโดยวัดจากระดับความคิดทางเรขาคณิต และเสนอขั้นตอนการสอน 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีอิสระ และ ขั้นที่ 5 การสรุปรวม เพื่อพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่ง ไปที่ระดับถัดไป โดยปิแอร์ แวนฮีลีคิดค้นโครงสร้างของระดับความคิดทางเรขาคณิตและออกแบบ ขั้นตอนการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเพิ่มความเข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิต ส่วนไดน่า แวนฮีลี เป็นผู้พัฒนาบทเรียนและการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางของโมเดล แล้วนำไปใช้กับนักเรียนจนได้ ผลเป็นที่ยอมรับ ปีแอร์ แวนฮีลี และไดน่า แวนฮีลี จึงเสนอเป็นวิทยานิพนธ์ปริญญาเอกต่อมหาวิทยาลัยยูเทรชท์ (Utrecht) ที่พวกเขากำลังศึกษาอยู่ในปี ค.ศ. 1954 ในปีต่อมาไดน่า แวนฮีลี ได้เสียชีวิตลง ส่วนงานวิจัยของพวกเขาได้รับการเผยแพร่เป็นภาษาดัชในปี ค.ศ. 1957 ต่อมาประมาณปี ค.ศ. 1960 1969 ประเทศรัสเซียได้ปรับปรุงหลักสูตรเรขาคณิตให้สอดคล้องกับ รูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) แต่ในประเทศอื่น ๆ งานวิจัยของปีแอร์ แวนฮีลี และไดน่า แวนฮีลี ได้รับความสนใจไม่มากนัก จนกระทั่ง ในปี ค.ศ. 1973 ฮานส์ ฟรูเด็นแธล (Hans Freudenthal) ซึ่งเป็นอาจารย์ของปีแอร์ แวนฮีลี และไดน่า แวนฮีลี ที่มหาวิทยาลัยยูเทรชท์ (Utrecht) ได้แปลผลงานของพวกเขาเป็นภาษาอังกฤษลงในหนังสือชื่อคณิตศาสตร์ดูประหนึ่งเรื่องที่ยากทางการศึกษา (Mathematics as an Educational Tasks) หลังจากนั้น ในปี ค.ศ. 1970 - 1979 งานวิจัยของพวกเขาได้รับความสนใจเพิ่มมากขึ้นโดยเฉพาะในอเมริกาเหนือ ในระหว่างปี ค.ศ. 1980 1989 ประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสนใจในการตีพิมพ์เกี่ยวกับรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) โดยในปี 1989 สมาคมครู

คณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM) นำรูปแบบ แวนฮีลี (Van Hiele Model) ไปใช้โดยเน้นที่ความสำคัญของการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับและกิจกรรมการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2536, น. 43 – 47) ได้กล่าวถึงความเป็นมาของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี ว่านักวิจัยชาวสวิสและรัสเซียได้พยายามศึกษาและค้นคว้าเพื่อแก้ปัญหาความไม่เข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิตมากว่า 50 ปี ต่อมาในปีค.ศ. 1954 สองสามี-ภรรยาชาวดัชช์ ปีแอร์ แวน ฮี และ ไดนา แวน ฮีลี ครูคณิตศาสตร์ที่กำลังศึกษาระดับปริญญาเอกอยู่ในมหาวิทยาลัยยูเทรช (Utrecht) ประเทศ เนเธอร์แลนด์ได้สร้างแวน ฮีลีโมเดลขึ้น ซึ่งเป็นแนวคิดที่จะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดแก้ปัญหา โดยการวิเคราะห์และการสื่อความหมายด้วยคำพูดของตนเอง หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งคือ การพัฒนาความหยั่งรู้ของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียนแบ่งออก เป็น 5 ระดับ โดยเริ่มจากง่ายไปยาก ดังต่อไปนี้ คือ ระดับ 0 ขั้นการมองเห็นภาพ ระดับ 1 ขั้น วิเคราะห์ ระดับ 2 ขั้นการสรุปที่ไม่เป็นแบบแผน ระดับ 3 ขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน และระดับ 4 ขั้นการคิดขั้นสูงสุดแล้ว พัฒนาหลักสูตรวิชาเรขาคณิตที่สามารถพัฒนาระดับความคิดทาง เรขาคณิตของนักเรียนจากระดับหนึ่งไปอีกระดับหนึ่งได้และใช้กับนักเรียนจนเป็นที่ยอมรับและเผยแพร่ไปทั่วโลก

นวลศรี ชำนาญกิจ (2544, น. 326) กล่าวไว้ว่า ปัญหาการเรียนการสอนเรขาคณิตเป็นเรื่องที่สนใจมานาน เราเคยพบว่านักเรียนรู้จัก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ไม่สามารถบอกความหมายของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นักเรียนบางคนไม่เข้าใจว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และถึงแม้จะเป็นผู้ใหญ่แล้วก็ยังเรียนเรขาคณิตได้ไม่ดีเท่าที่ควร โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพิสูจน์ทาง เรขาคณิต นักเรียนบางคนคิดว่าเพราะเหตุใดจึงต้องพิสูจน์ในเมื่อรู้อยู่แล้วว่าเป็นจริง ทำให้วงการ จิตวิทยาชาวรัสเซียและสวิสมีการสืบค้นไปยังนักเรียนในระดับชั้นต้นๆ โดยประมาณ 60 ปีมาแล้ว สืบเนื่องมาจากงานวิจัยของครูสอนเรขาคณิตสองสามีภรรยา ชาวดัตช์ คือ แวน ฮีลี และ ไดนา แวน ฮีลี (Van Hiele & Dina Van Hiele) ที่ได้พยายามหาทางช่วยเหลือนักเรียนโดยการคิดและวิเคราะห์ปัญหาและพบสาเหตุที่ทำให้นักเรียนประสบความยุ่งยากในการเรียนเรขาคณิต นั่นคือ พบว่าในการเรียนเรขาคณิตนั้นผู้เรียนแต่ละคนจะมีระดับการคิดทางเรขาคณิต (Level of Geometric Thought) ของตนเอง ในการเรียนการสอนเรขาคณิตนั้นระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเป็นอุปสรรคที่สำคัญต่อการสื่อสารระหว่างนักเรียนกับครูและกับเพื่อนนักเรียนด้วยกัน เพราะนักเรียนและครูมีระดับการคิดทางเรขาคณิตต่างระดับกันทำให้สื่อสารกันไม่เข้าใจ ถ้าเนื้อหาในหนังสือเรียนอยู่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียนหรือครูใช้วิธีการสอนโดยให้แนวคิดที่อยู่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียนจะส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถเข้าใจปัญหาในหนังสือเรียนหรืองานที่ครูกำหนดให้ จึงทำกิจกรรมไม่ได้ตอบไม่ตรงคำถามเป็นต้นต่อมาในทศวรรษที่ 196 แนวคิดนี้ได้รับความสนใจอย่างกว้างขวางในสหรัฐอเมริกา แต่ก็ยังไม่ได้มีการนำแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีของตัวแบบของ แวน ฮีลี ไปใช้ในการ

จัดการเรียนการสอนเรขาคณิตในโรงเรียนแต่อย่างใด จนกระทั่งมีการตีพิมพ์หนังสือเล่มหนึ่งของสมาคมครู คณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา(NCTM) ที่ชื่อว่า Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 1989 จึงมีการนำทฤษฎีของแวน ฮีลี ไปใช้เป็นเครื่องมือใน การสอนเรขาคณิตในโรงเรียน ในมาตรฐานนี้ ได้เน้นให้เห็นความสำคัญของการเรียนรู้อย่างมีลำดับ ขั้นในลักษณะเดียวกับที่ตัวแบบแวน ฮีลี กล่าวเอาไว้ โดยเริ่มต้นให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับ รูปเรขาคณิตในลักษณะเป็นภาพรวม ๆ และวิเคราะห์สมบัติที่มีลักษณะเฉพาะระหว่างรูปต่าง ๆ และใช้การนิรนัยแบบง่าย ๆ การสอนมีข้อเสนอแนะให้คำนึงถึงลำดับขั้นของระดับการคิด (The National Council of Teachers of Mathematics, 1989, p. 48) และนอกจากนี้ มาตรฐานยังเสนอแนะวิธีการเรียนซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดเกี่ยวกับลำดับขั้นของแวน ฮีลี โดยนำเสนอมุมมองของการจัดสิ่งแวดล้อมภายในห้องเรียนที่เอื้อให้นักเรียนมีความก้าวหน้าทางเรขาคณิตโดยการได้ทำกิจกรรมในรูปแบบต่าง ๆ ได้แก่ การอภิปราย การอรรถาธิบาย และการสาธิต การบูรณาการกระบวนการทางสังคม ใช้การสื่อสารโดยให้มีการแลกเปลี่ยนแนวคิด ทำการทดสอบเพื่อยืนยันข้อคาดแดา (Conjectures) ความรู้ได้มาจาก การพูดคุยสนทนากัน การเขียน การฟังและ การอ่าน

ชนิศวรา ฉัตรแก้ว (2549, น. 15) ได้กล่าวถึงความเป็นมาของรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele Model) และระดับการคิดไว้ว่าเป็นทฤษฎีที่เกิดจากประสบการณ์การมีอาชีพเป็นครูคณิตศาสตร์ของ Pierre Van Hiele and Dina Van Hiele-Geldof สามีและภรรยาชาวดัตช์ และกำลังศึกษาอยู่ในระดับปริญญาเอกมหาวิทยาลัย Utrecht ประเทศเนเธอร์แลนด์ ในปี ค.ศ. 1954 ได้สังเกตและทำการศึกษาปัญหาการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนเช่นเดียวกัน พบว่านักเรียนไม่เข้าใจเรขาคณิตและนักเรียนรู้สึกว่าการเรียนเรขาคณิตเป็นเรื่องที่ยาก และจากผลการศึกษาของพวกเขาพบว่าที่นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนรู้เรขาคณิตนั้นมีพื้นฐานมาจากความไม่สอดคล้องกันระหว่างกิจกรรมการเรียนการสอนที่กำหนดโดยครูกับระดับความคิดเชิงเรขาคณิตของตัวนักเรียนเอง ดังนั้นสองสามี ภรรยาได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดเชิงเรขาคณิตและบทบาทของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรเรขาคณิต โดย P.M. Van Hiele ได้ ทำการศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดเชิงเรขาคณิต ส่วนภรรยา Dina Van Hiele Geldof ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปยังอีก ระดับหนึ่งที่ต่อเนื่องกันจนได้เป็นรูปแบบ Van Hiele ลักษณะเด่นของรูปแบบ Van Hiele คือ นักเรียนต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้ที่ละชั้นจากสิ่งที่นักเรียนสังเกตเห็นจน ไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน Van Hiele เชื่อว่าการที่นักเรียนจะเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตได้ นั้นต้องมาจากการคิดในลำดับขั้นสูงนักเรียนที่มีการคิดในลำดับขั้นต่ำต้องมีประสบการณ์ในการคิดที่มากเพียงพอก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตที่เป็นแบบแผน โดยไม่ขึ้นกับระดับอายุของนักเรียน ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามรูปแบบของ Van Hiele ส่วนมากพัฒนามาจากทฤษฎีทางจิตวิทยาของ

Gestalt และ Jean Piaget ซึ่ง Pierre Van Hiele ได้กล่าวว่าเขาพัฒนา ความคิดรวบยอดของแต่ละระดับขั้นความคิดมาจาก Piaget คือทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาที่ เชื่อว่า คนเราจะเกิดการเรียนรู้เป็นระดับชั้นหรือขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน คนทุกคนมีความพร้อมที่จะ มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและปฏิสัมพันธ์น้ำทำให้เกิดพัฒนาการทางสติปัญญา องค์ประกอบที่เสริมสร้างการพัฒนาสติปัญญา คือ วุฒิภาวะ ประสบการณ์ การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม และกระบวนการพัฒนาสมดุล

สรุปได้ว่า รูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) เกิดจากการสร้างของปิแอร์ แวนฮีลี และไดน่า แวนฮีลี ซึ่งพวกเขาพบว่านักเรียนไม่เข้าใจเรขาคณิตและนักเรียนรู้สึกว่าการเรียนเรขาคณิตเป็นเรื่องที่ยาก โดยเฉพาะเรื่องของการเขียนพิสูจน์ ดังนั้นพวกเขาจึงสร้างรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) ซึ่งเป็นรูปแบบเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิต เพื่อใช้ประเมินความสามารถของนักเรียนโดยวัดจากระดับความคิดทางเรขาคณิต โดยปิแอร์ แวนฮีลีคิดค้นโครงสร้างของระดับความคิดทางเรขาคณิตและออกแบบขั้นตอนการสอน 5 ขั้น ซึ่งประกอบด้วยความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียนแบ่งออก เป็น 5 ระดับ โดยเริ่มจากง่ายไปยาก ดังต่อไปนี้ คือ ระดับ 0 ขั้นการมองเห็นภาพ ระดับ 1 ขั้น วิเคราะห์ ระดับ 2 ขั้นการสรุปที่ไม่เป็นแบบแผน ระดับ 3 ขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน และระดับ 4 ขั้นการคิดขั้นสูงสุด เพื่อช่วยให้นักเรียนเพิ่มความเข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิต ส่วนไดน่า แวนฮีลี เป็นผู้พัฒนาบทเรียนและการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางของโมเดล

2.1.3 ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี

การคิดทางเรขาคณิตเป็นการคิดทางคณิตศาสตร์อีกลักษณะหนึ่งที่เกี่ยวกับเรขาคณิต ซึ่งเป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และสังเกตรูปลักษณ์ สมบัติหรือนิยาม ความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต ตลอดจนการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เพื่อนำมาสู่การแก้ปัญหาทางเรขาคณิต มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง การแบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี ดังนี้

Crowley (1987, pp. 2 – 3) ได้กล่าวไว้ว่า ปิแอร์ แวนฮีลี และไดน่า แวนฮีลี ได้แบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดเป็น 5 ระดับ ดังนี้

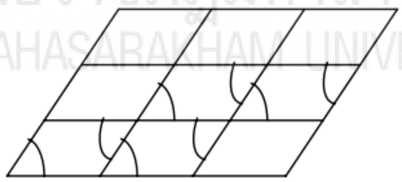
1. ระดับ 0 : ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ในระดับนี้นักเรียนรู้เพียงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต มีการแสดงความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกมากกว่าองค์ประกอบหรือ คุณลักษณะของรูป นักเรียนสามารถเรียนรู้ศัพท์ทางเรขาคณิต จำแนกรูปร่าง วาดรูป และจำลองรูป ตัวอย่างเช่น ดังภาพที่ 1นักเรียนในระดับนี้สามารถจำได้ว่า กลุ่ม a คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และกลุ่ม b คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยนักเรียนจำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้เพราะว่ามันดูเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และบอกได้ว่ารูปทั้งสองกลุ่มคล้ายกัน

ภาพที่ 2.1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า. ปรับปรุงจาก *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลี ที่มีต่อระดับคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (น.15), โดย กุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545, กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

2. ระดับ 1 : ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

ในระดับนี้นักเรียนเริ่มต้นการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตผ่านการสังเกตและการทดลอง นักเรียนเริ่มเห็นคุณลักษณะของรูป เห็นสมบัติของรูป สามารถแบ่งรูปออกเป็นกลุ่ม ๆ ได้ เมื่อให้ช่องที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังรูป นักเรียนบอกได้ว่ามุมที่วาดนั้นเป็นมุมที่เท่ากัน เป็นมุมตรงข้ามของด้านคู่ขนาน แต่ไม่สามารถอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างรูปที่เห็นกับรูปที่ยังมองไม่เห็นได้ถึงบรรยายได้แต่ก็ไม่เข้าใจ



ภาพที่ 2.2 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน. ปรับปรุงจาก *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลี ที่มีต่อระดับคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (น.15), โดย กุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545, กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

3. ระดับ 2 : ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ในสมบัติต่าง ๆ ของรูปได้ ทั้งสมบัติภายในของรูป เช่น ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านตรงข้ามขนานกัน มุมตรงข้ามมีขนาด เท่ากัน และสมบัติท่ามกลางรูปต่าง ๆ และสามารถแยกรูปต่าง ๆ ออกเป็นกลุ่ม ๆ ได้ตามสมบัติอย่างเข้าใจบอกความหมาย

ได้ แต่ไม่ สามารถสรุปโดยใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทได้ ไม่สามารถให้เหตุผลในลักษณะที่เป็นโครงสร้างได้ ไม่สามารถพัฒนาการพิสูจน์ทฤษฎีบทได้

4. ระดับ 3 : ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถสรุปเรขาคณิตภายใต้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจ สามารถพิสูจน์โดยมีความเป็นไปได้ในการพัฒนาการพิสูจน์ได้ หลายรูปแบบ สามารถเข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ สามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทกลับได้

5. ระดับ 4 : ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

ในระดับนี้นักเรียนต้องสามารถทำในระบบสัจพจน์ที่หลากหลาย ซึ่งไม่ใช่เรขาคณิตของยูคลิดได้ สามารถนำเรขาคณิตไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรม โดยปราศจากตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม สามารถพิสูจน์แบบขัดแย้ง และ พิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้

สิริพร ทิพย์คง (2536, น. 43 - 37) ได้กล่าวไว้ว่า แวน ฮีลี ได้กำหนดระดับความสามารถทางความคิดในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนไว้ 5 ระดับ ดังนี้

1. ระดับ 0 หรือขั้นพื้นฐาน : การมองเห็น

ในระดับนี้นักเรียนสามารถรับรู้เรขาคณิตทั้งรูป สามารถบอกชื่อรูปเรขาคณิตที่มองเห็นได้แต่ไม่รับรู้สมบัติของรูปเรขาคณิตความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติภายในรูปและระหว่างรูปเรขาคณิต เช่น บอกความแตกต่างของวงกลมกับวงรีไม่ได้

2. ระดับ 1 : การวิเคราะห์

ในระดับนี้นักเรียนสามารถรับรู้สมบัติของรูปเรขาคณิตสามารถรู้จักรูปเรขาคณิตโดยอาศัยสมบัติและรู้สมบัติต่าง ๆ จากการสังเกต การวัด การสร้างรูปและแบบจำลองแต่ไม่สามารถเชื่อมโยงสมบัติของรูปหนึ่งกับสมบัติอีกรูปหนึ่งได้

3. ระดับ 2 : การพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน

ในระดับนี้นักเรียนสามารถเข้าใจบทบาทของบทนิยาม สามารถเชื่อมโยงสมบัติของรูปเรขาคณิต ทั้งที่เป็นสมบัติของรูปเดียวกันได้ สามารถลำดับสมบัติต่าง ๆ ของรูปและระหว่างรูปเรขาคณิตได้ เช่น การจำแนกรูปเรขาคณิตสามารถบอกสมบัติข้อหนึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากสมบัติอีกข้อหนึ่งแต่นักเรียนยังไม่เข้าใจบทบาทของสัจพจน์และการเชื่อมโยงข้อความต่าง ๆ โดยใช้ตรรกศาสตร์

4. ระดับ 3 : การพิสูจน์อย่างมีแบบแผน

ในระดับนี้นักเรียนสามารถเข้าใจความสำคัญของอนุมานว่า เป็นหนทางในการสร้างและพัฒนาทฤษฎีบทต่าง ๆ ของเรขาคณิต เข้าใจบทของสัจพจน์ บทนิยามและทฤษฎีบท เข้าใจโครงสร้างทางตรรกวิทยาของการพิสูจน์

5. ระดับ 4 : การคิดขั้นสุดยอด

ในระดับนี้นักเรียนสามารถคิดอย่างนามธรรม เข้าใจบทบาทและความจำเป็นของการพิสูจน์ทางอ้อม การพิสูจน์แบบแย้งสลับที่สามารถสร้างทฤษฎีบทในระบบสัจพจน์ที่ต่างกันออกไป เช่น ระบบฮิลเบร์ตนอกจากนี้นักเรียนสามารถวิเคราะห์เปรียบเทียบระบบต่าง ๆ เช่น การเปรียบเทียบเรขาคณิตระบบยุคลิด กับเรขาคณิตนอกระบบยูคลิค

นวลศรี ชำนาญกิจ (2544, น. 327-332) ได้กล่าวถึง แวน ฮีลี แบ่งระดับการคิดออกเป็น 5 ระดับ ได้แก่ ระดับ 0 การมองเห็น (Visualization) ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal deduction) ระดับ 3 การนิรนัย (Deduction) ระดับ 4 ระดับสุดยอด (Rigor) ดังนี้

1. ระดับ 0 การมองเห็น เป็นการมองเห็นรูปเรขาคณิตในลักษณะของภาพรวม แต่ไม่เห็นรายละเอียด ไม่เข้าใจสมบัติหรือองค์ประกอบของรูป รู้จักศัพท์ทางเรขาคณิต สามารถแยกแยะรูปร่างได้ จากประสบการณ์ที่เคยพบมาก่อน สามารถลอกและเลียนแบบการวาดรูปได้

2. ระดับ 1 การวิเคราะห์ นักเรียนเริ่มวิเคราะห์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตผ่านการสังเกต และการทดลอง สามารถบอกลักษณะของรูปเรขาคณิตได้ โดยดูจากองค์ประกอบหรือ สมบัติต่าง ๆ ของรูป

3. ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ ในระดับนี้นักเรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์ของสมบัติทั้งภายในรูปและความสัมพันธ์ระหว่างรูปต่างๆ สามารถจำแนกประเภทของรูปได้ เริ่มเข้าใจบทนิยามและการใช้เหตุผลอย่างไม่เป็นทางการแต่ยังไม่เข้าใจระบบสัจพจน์ในการนิรนัย และสามารถเลียนแบบการพิสูจน์แต่ยังทำการพิสูจน์ด้วยตนเองไม่ได้

4. ระดับ 3 การนิรนัยนักเรียนเข้าใจการใช้ระบบสัจพจน์ในการสร้างทฤษฎีบททางเรขาคณิต เข้าใจความสัมพันธ์และบทบาทของคำนิยาม สัจพจน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท และการพิสูจน์ด้วยตนเองได้ และทำได้มากกว่า 1 วิธี เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอเข้าใจความแตกต่างระหว่างประพจน์และบทกลับของประพจน์

5. ระดับ 4 ระดับสุดยอด ผู้เรียนสามารถใช้ระบบสัจพจน์หลาย ๆ ระบบในการทำงาน มีการเรียนเรขาคณิตนอกระบบยุคลิด และสามารถทำการเปรียบเทียบ เรขาคณิตระบบ อื่น ๆ ได้ และเข้าใจเรขาคณิตที่เป็นนามธรรม

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, น. 390-392) ได้กล่าวถึง การแบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี โดยได้กำหนดระดับความสามารถทางการคิดในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนไว้ 5 ระดับ ดังนี้

1. ระดับ 0 ขั้นการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) โดยความสามารถในระดับนี้ นักเรียนจะระลึกถึงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต มีการแสดงความคิดออกมาถึงรูปธรรมภายนอกมากกว่าองค์ประกอบหรือคุณลักษณะของรูป สามารถบอกชื่อรูปภาพที่มองเห็น แต่ในขั้นนี้นักเรียนไม่สามารถบอกคุณลักษณะส่วนย่อยได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีมุมฉาก 4 มุม และด้าน 4 ด้านที่เท่ากัน หรือรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน เป็นต้น

2. ระดับ 1 ขั้นการวิเคราะห์ (Analysis) ความสามารถในระดับนี้ เป็นการเริ่มต้นการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตที่ได้จากการสังเกตและการทดลอง นักเรียนเริ่มเห็นคุณลักษณะของรูป เห็นสมบัติเฉพาะของรูปสามารถแบ่งรูปออกเป็นกลุ่มๆ ได้ สามารถวิเคราะห์มโนมติเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต ได้ชัดเจนมากขึ้นกว่าขั้นพื้นฐานและสามารถบอกสมบัติของรูปเรขาคณิต เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากันและมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก แต่ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์รูปที่เห็นหรือรูปที่ยังมองไม่เห็นได้

3. ระดับ 2 ขั้นการสรุปที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ความสามารถในระดับนี้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ในสมบัติต่างๆของรูปได้ สามารถบอกรายละเอียดปลีกย่อยเกี่ยวกับสมบัติของรูปต่างๆทางเรขาคณิต และสามารถเปรียบเทียบและบอกความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันได้ เช่น ในรูปสี่เหลี่ยมใดๆ ถ้ามีด้านที่อยู่ตรงข้ามขนานกันและยาวเท่ากันแล้วมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมนั้นจะต้องเท่ากัน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากันเป็นต้น นอกจากนั้น นักเรียนสามารถบอกลักษณะที่แตกต่างกันของรูปสี่เหลี่ยมได้ถึงแม้ว่าจะยังไม่สามารถพิสูจน์ได้ เข้าใจคำจำกัดความต่างๆ มีการอภิปรายให้เหตุผลอย่างไม่เป็นแบบแผนจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ แต่ไม่สามารถสรุปโดยใช้สัจพจน์ ทฤษฎีบท บทนิยามต่างๆ ได้ไม่สามารถให้เหตุผลในลักษณะที่เป็นโครงสร้างได้

4. ระดับ 3 ขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) ความสามารถในระดับนี้ นักเรียนสามารถสรุปเรขาคณิตภายใต้สัจพจน์ ทฤษฎี อนิยาม และบทนิยามต่างๆ ได้อย่างเข้าใจและถูกโครงสร้างการให้ลำดับเหตุผล เข้าใจการพิสูจน์ที่มีกฎเกณฑ์ คุ้นเคยกับการพิสูจน์โดยทราบว่าอะไร คือสิ่งที่กำหนดให้ และอะไรคือสิ่งที่ต้องพิสูจน์ รู้จักตั้งกฎเกณฑ์และข้อโต้แย้งในการคิดไปตามลำดับ เหตุผล ทราบว่าทำไมสิ่งที่กำลังพิสูจน์เป็นจริงและเป็นได้อย่างไร สามารถสรุปจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ ถูกต้องตามลำดับของเหตุผล อาจจะพิสูจน์สิ่งที่ต้องการพิสูจน์นั้นได้มากกว่าหนึ่งวิธี

5. ระดับ 4 ขั้นการคิดขั้นสูงสุด (Rigor) ความสามารถในระดับนี้นักเรียนต้องมีความรอบรู้ระบบสัจพจน์เป็นอย่างดี สามารถพิสูจน์เรขาคณิตที่ไม่ใช่ของยูคลิดได้ สามารถนำเรขาคณิตไปสัมพันธ์กับวิชาอื่นๆ สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะนามธรรม ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในระบบสัจพจน์และนิยามต่างๆ ได้ คำถามที่อาจใช้ถามนักเรียนได้แก่ อะไรจะเกิดขึ้นในการเรียนเรขาคณิต ถ้าไม่มีทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานคู่หนึ่งและมีเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งตัดขวาง

สรุปได้ว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตแบ่งออกเป็น 5 ระดับ จากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุด ได้แก่ ระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก ระดับ 1 การวิเคราะห์ ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน ระดับ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน ระดับ 4 การคิดขั้นสูงสุด ซึ่งนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน ซึ่งจะมีความสามารถต่างกันเช่น นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 สามารถจำรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิตได้ นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 สามารถบอกสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 สามารถบอกความสัมพันธ์ของสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ นักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 สามารถใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท และสามารถพิสูจน์ทางตรงได้ และนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 สามารถพิสูจน์แบบขัดแย้ง พิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้ สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรมได้

2.1.4 การกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี

กุลยา เหมวัสดุกิจ (2545, น. 16) ได้กล่าวไว้ว่าการกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตแบ่งออกเป็น 3 แบบ

1. แบบที่ 1 เป็นแบบดั้งเดิมที่แวนฮีลี่กำหนด ใช้หมายเลข 0 - 4 ในการกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตทั้ง 5 ระดับ (Crowley, 1987, pp. 2-3; Burger and Shaughnessy, 1989, p. 31) ดังนี้

1.1 ระดับ 0 หมายถึง ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

1.2 ระดับ 1 หมายถึง ระดับการวิเคราะห์ (Analysis / Descriptive)

1.3 ระดับ 2 หมายถึง ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction / Abstraction)

1.4 ระดับ 3 หมายถึง ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Deduction)

1.5 ระดับ 4 หมายถึง ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

2. แบบที่ 2 ใช้หมายเลข 1 - 5 ในการกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตทั้ง 5 ระดับ (Swafford, Jones and Thomton, 1997, p. 469) ดังนี้

2.1 ระดับ 1 หมายถึง ระดับการจำแนกออก (Recognition) ซึ่งระดับนี้เหมือนกับระดับ 0 ในแบบที่ 1

2.2 ระดับ 2 หมายถึง ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

2.3 ระดับ 3 หมายถึง ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

2.4 ระดับ 4 หมายถึง ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)

2.5 ระดับ 5 หมายถึง ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

3. แบบที่ 3 ใช้หมายเลข 0-5 ในการกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตทั้ง 6 ระดับ (Clements and Battista, 1999, p. 193) ดังนี้

3.1 ระดับ 0 หมายถึง ระดับก่อนการจำแนกออก (Prerecognitive) ระดับนี้นักเรียนสังเกตเพียงลักษณะภายนอกของรูปร่างที่มองเห็น แต่ไม่สามารถบอกความแตกต่าง ระหว่างรูปได้ เช่น นักเรียนอาจจะบอกความแตกต่างระหว่างรูปสามเหลี่ยมกับรูปสี่เหลี่ยมได้ แต่ พวกเขาอาจจะไม่สามารถบอกความแตกต่างระหว่างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนกับรูปสี่เหลี่ยม ด้านขนานได้

3.2 ระดับ 1 หมายถึง ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

3.3 ระดับ 2 หมายถึง ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

3.4 ระดับ 3 หมายถึง ระดับการคิดแบบนามธรรม (Abstraction) ซึ่งระดับนี้เหมือนกับระดับ 2 ในแบบที่ 1

3.5 ระดับ 4 หมายถึง ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Deduction)

3.6 ระดับ 5 หมายถึง ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

สรุปได้ว่า การกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตแบบแวน ฮีลี มีวิธีเรียก 3 แบบ ดังนี้ เมื่อกำหนดลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตทั้งหมด 5 ขั้น วิธีการเรียกลำดับขั้นการคิดมี 2 แบบ คือ แบบที่ 1 การเรียกแบบเรียงลำดับขั้นจาก 0 ถึง 4 เป็นการเรียกแบบดั้งเดิมของรูปแบบแวนฮีลี แบบที่ 2 การเรียกแบบเรียงลำดับขั้นจาก 1 ถึง 5 การเรียกทั้งสองแบบนี้มีความหมายแต่ละลำดับขั้นเหมือนกันทั้ง 5 ขั้น และแบบที่ 3 เมื่อกำหนดลำดับขั้น การคิดทางเรขาคณิตทั้งหมด 6 ระดับ มีวิธีการเรียกลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิต คือ การเรียกเรียงลำดับขั้นจาก 0 ถึง 5 โดยเพิ่มลำดับขั้น 0 กล่าวคือลำดับขั้นการคิดในขั้นนี้ไม่ถึงลำดับขั้นการมองเห็น (Visualization) ซึ่งการเรียกลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีแบบที่ 1 คือ การเรียกลำดับขั้นการคิดแบบเรียงลำดับขั้นจาก 0 ถึง 4 เพราะเป็นการเรียกแบบดั้งเดิมของรูปแบบแวนฮีลี

2.1.5 ลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี ดังนี้

Usiskin (1982, pp. 4-5) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของตัวแบบของแวน ฮีลี ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตทั้ง 4 ระดับ ดังนี้

1. ลำดับที่แน่นอน (Fixed Sequence)หมายถึง นักเรียนไม่สามารถผ่านในระดับ n โดยไม่ผ่านระดับ n-1 ก่อนกล่าวคือนักเรียนทุกคนจะต้องผ่านระดับของความคิดไปตามลำดับจากระดับต้นไปสู่ระดับสูงไม่มีการข้ามระดับ

2. การประชิดกัน (Adjacency) หมายถึงแต่ละระดับการคิดจะมีความชัดแจ้ง ในตัวของมันเองโดยไม่เกี่ยวกับการคิดระดับอื่นกล่าวคือสิ่งใดที่ไม่ชัดแจ้งในระดับก่อนจะมาชัดแจ้งในระดับถัดไป

3. ลักษณะเฉพาะ (Distinction)หมายถึงแต่ละระดับการคิดจะมีภาษาที่เป็นสัญลักษณ์ของตัวเองหรือเป็นเครือข่ายความสัมพันธ์ด้วยตัวเองกับการเชื่อมต่อกับสัญลักษณ์อื่นๆ กล่าวคือในแต่ละระดับจะมีลักษณะเฉพาะของภาษาที่ใช้และลักษณะเฉพาะของเครือข่ายของความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาที่ใช้

4. การแยกชั้นกัน (Separation) หมายถึงการที่บุคคลสองคนมีระดับการคิดที่แตกต่างกันหรือมีการคิดอยู่คนละระดับกันจะไม่สามารถเข้าใจกันได้ กล่าวคือ ผู้ที่ให้เหตุผลในระดับหนึ่งไม่สามารถเข้าใจภาษาของการให้เหตุผลในระดับที่สูงกว่า

Crowley (1987, pp. 4-6) ได้กล่าวถึงระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีมีลักษณะสำคัญดังนี้

1. การมีลำดับ (Sequential) หมายถึง การพัฒนาที่มีลำดับขั้นตอนตามลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูง จะสามารถพัฒนาความคิดไปสู่ระดับสูงได้ต้องศึกษาในระดับความคิดในระดับต่ำกว่าให้เพียงพอ

2. สิ่งที่ยังไม่ชัดเจนในระดับหนึ่งจะชัดเจนในระดับถัดไป (Intrinsic and Extrinsic) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำกว่าจะรู้เรื่องราวต่าง ๆ ได้อย่างชัดแจ้งในระดับที่สูงขึ้นจากการวิเคราะห์และศึกษาสมบัติของรูป

3. การมีภาษาประจำระดับ (Linguistics) หมายถึง ในแต่ละระดับความคิดจะมีภาษาที่มีความสัมพันธ์กับความคิดในระดับนั้นโดยตรง ซึ่งอาจขัดแย้งกับอีกระดับหนึ่งก็ได้ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ผู้ที่มีระดับความคิดต่างกันจะให้เหตุผล และใช้ภาษาแตกต่างกันแต่เป็นพื้นฐานต่อกันได้ไป

4. การมีพัฒนาการความก้าวหน้า (Advancement) หมายถึง มีการพัฒนาความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งไปอีกระดับหนึ่งเป็นการก้าวหน้าพัฒนาระดับความคิดได้แต่ต้องศึกษาเนื้อหา ยุทธวิธี ฝึกฝน จนมีคุณภาพของระดับที่ต่ำกว่าอย่างพอเพียง จึงสามารถไปอยู่ในระดับที่สูงกว่าได้

5. การไม่เข้ากัน (Mismatch) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับใคระดับหนึ่งสามารถเรียนรู้ เนื้อหาโครงสร้าง คำที่ใช้แตกต่างกัน ผู้ที่อยู่ต่างระดับกันไม่สามารถเข้าใจในเนื้อหา โครงสร้าง และภาษาที่ใช้กันได้ ผู้ที่อยู่ในระดับต่ำกว่าไม่สามารถมีความคิดในระดับที่สูงกว่าได้

สุพจน์ ไชยสังข์ (1988, น. 4-5) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของระดับการคิดของ แวน ฮีลี ไว้ 4 ประการดังนี้

1. ลำดับที่แน่นอน ทุกคนจะต้องผ่านระดับของความคิดไปตามลำดับจากระดับ ต้นไปสู่ระดับสูงไม่มีการข้ามระดับ

2. การประชิดกัน สิ่งใดที่ไม่ชัดแจ้งในระดับก่อนจะมาชัดแจ้งในระดับถัดไป

3. ลักษณะเฉพาะในแต่ละระดับจะมีลักษณะเฉพาะของภาษาที่ใช้และลักษณะเฉพาะของเครือข่ายของความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาที่ใช้

4. การแยกชั้นกัน ผู้ที่ให้เหตุผลในระดับหนึ่งไม่สามารถเข้าใจภาษาของการ ให้เหตุผลในระดับที่สูงกว่า

นวลศรี ชำนาญกิจ (2544, น. 31-32) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของตัวแบบของ แวนฮีลี ดังนี้

1. ระดับการคิดตามตัวแบบของ แวน ฮิลี มีลักษณะเป็นไปตามลำดับขั้น (Sequential) โดยที่มีการคิดที่เรียงลำดับทีละระดับ ไม่มีการข้ามระดับ นักเรียนจะมีระดับการคิด อยู่ในระดับใดนั้น นักเรียนต้องผ่านระดับที่มาก่อนเสมอ

2. ความก้าวหน้า (Advancement) ความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งขึ้นอยู่กับความพอใจและวิธีสอนมากกว่าอายุหรือวุฒิภาวะไม่มีวิธีสอนใดที่จะทำให้นักเรียน สามารถก้าวกระโดดข้ามระดับต่าง ๆ ได้ นั่นคือแสดงให้เห็นว่าการสอนไม่ควรข้ามขั้นตอน ต้องให้นักเรียนเรียนรู้ทีละขั้นตอน

3. วัตถุประสงค์ (Objective) ที่ไม่ปรากฏในระดับหนึ่งอาจจะกลายเป็นวัตถุประสงค์ของระดับที่อยู่ถัดมาเช่น ในระดับ 0 เป็นเพียงการรู้จักเฉพาะรูปร่าง พอมาถึงระดับ 1 จะมีการวิเคราะห์สมบัติและองค์ประกอบด้วย

4. ภาษา (Linguistics) ในแต่ละระดับจะมีภาษาและสัญลักษณ์ตลอดจนความสัมพันธ์ของการเชื่อมโยงสัญลักษณ์เหล่านี้เป็นของตนเอง ความสัมพันธ์ที่ยอมรับว่าถูกต้องในระดับหนึ่งอาจต้องมีการพิสูจน์ให้เห็นจริงในระดับอื่น เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีลักษณะเฉพาะนักเรียนในระดับ 1 จะไม่สามารถมองเห็น ความสัมพันธ์นี้ในขณะที่นักเรียนในระดับ 2 สามารถมองเห็นได้ แนวคิดและภาษาของระดับหนึ่ง จะได้มาจากระดับที่มาก่อน เช่น แนวคิดและภาษาของระดับ 1 จะเป็นพื้นฐานในระดับ 2 เป็นต้น

5. การไม่เข้ากัน (Mismatch) การสอนต้องให้สอดคล้องกับระดับการคิดของนักเรียน ถ้าครูใช้วิธีสอนในระดับที่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียน นักเรียนจะไม่เข้าใจ และอาจมีแนวโน้มที่จะลดระดับการคิดลงได้

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, น. 390-392) ได้กล่าวว่า ระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี มีลักษณะดังนี้

1. การมีลำดับ (Sequential) หมายถึง การพัฒนาที่มีลำดับขั้นตอนตามลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูงจะสามารถพัฒนาไปสู่ระดับการคิดในระดับสูงได้ต้องศึกษาในระดับการคิดในระดับที่ต่ำกว่าให้มีคุณภาพเพียงพอ

2. สิ่งที่ยังไม่ชัดแจ้งในระดับหนึ่งจะชัดแจ้งในระดับถัดไป (Intrinsic and Extrinsic) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำกว่าจะรู้เรื่องราวต่างๆ ได้อย่างชัดแจ้งในระดับที่สูงขึ้น จากการวิเคราะห์และศึกษาสมบัติของรูป

3. การมีภาษาประจำระดับ (Linguistics) หมายถึง ในแต่ละระดับการคิดจะมีภาษาที่มีความสัมพันธ์กับการคิดในระดับนั้นโดยตรงซึ่งอาจขัดแย้งกับอีกระดับหนึ่งก็ได้ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ผู้ที่มีระดับการคิดต่างกันจะให้เหตุผลและใช้ภาษาแตกต่างกัน แต่เป็นพื้นฐานต่อกันได้ ดังนั้นภาษาจึงเป็นตัวบอกระดับการคิด

4. การมีพัฒนาการความก้าวหน้า (Advancement) หมายถึง มีการพัฒนาความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งไปอีกระดับหนึ่งเป็นการก้าวหน้าพัฒนาระดับความคิดได้แต่ต้องศึกษาเนื้อหาฝึกฝนทักษะจนมีคุณภาพของระดับที่ต่ำกว่าอย่างพอเพียงจึงสามารถไปอยู่ในระดับที่สูงกว่าได้

5. การไม่เข้ากัน (Mismatch) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับใดระดับหนึ่งสามารถเรียนรู้เนื้อหา โครงสร้างคำที่ใช้แตกต่างกันผู้ที่อยู่ต่างระดับกันไม่สามารถเข้าใจในเนื้อหาโครงสร้างและภาษาที่ใช้กันได้ ผู้ที่อยู่ในระดับต่ำกว่าไม่สามารถมีความคิดในระดับที่สูงกว่าได้การกำหนดสมบัติของระดับความคิดนี้เพื่อให้สามารถนำระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลีไปใช้ได้ถูกต้องและไปในแนวเดียวกัน และเพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดเนื้อหา การจัดกิจกรรม การฝึกทักษะให้ถูกต้องเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้องตามสมบัติที่กำหนด

สรุปได้ว่า ปีแอร์ แวนฮีลีได้กำหนดลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิตออกเป็น 5 ประการ คือ 1) การมีลำดับขั้น ซึ่งนักเรียนทุกคนจะต้องผ่านระดับของความคิดไปตามลำดับ จากระดับต้นไปสู่ระดับสูงไม่มีการข้ามระดับ 2) การประชิดกัน คือ สิ่งที่เราไม่รู้ในระดับก่อนจะมาชัดแจ้งในระดับที่สูงขึ้น 3) การมีภาษาประจำระดับ ซึ่งในแต่ละระดับจะมีภาษาที่ใช้เฉพาะของตนเอง 4) การมีพัฒนาการความก้าวหน้า ซึ่งความก้าวจากระดับหนึ่งไปอีกระดับหนึ่งก้าวหน้าได้โดยการศึกษาเนื้อหาฝึกฝนทักษะ และ 5) การไม่เข้ากัน ผู้ที่เข้าใจในเหตุผลระดับหนึ่งจะไม่สามารถเข้าใจเหตุผลอีกระดับหนึ่งได้

2.1.6 พฤติกรรมแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงพฤติกรรมของนักเรียนในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี ไว้ดังนี้

Usiskin (1982, pp. 9-12) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมของนักเรียนในแต่ละลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามขั้นตอนของ แวน ฮีลี

ระดับ 1 ขั้นการมองเห็นภาพ

1. จำแนกรูปเรขาคณิตที่กำหนดให้โดยพิจารณาจากภาพรวมของรูปแต่ละชนิด
2. สร้างรูปอย่างง่ายโดยใช้อุปกรณ์ต่าง ๆ เช่น แก้วน้ำ กล่อง แบบรูปหรือกระดาษลอกลาย
3. เรียกชื่อรูปเรขาคณิตจากส่วนประกอบของรูปที่สังเกตได้
4. เปรียบเทียบและจัดกลุ่มของรูปตามส่วนประกอบพื้นฐานของแต่ละชนิด
5. บรรยายรูปเรขาคณิตตามส่วนประกอบที่ปรากฏ
6. แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการสังเกต ซึ่งไม่ใช่ความรู้ที่นำมาจากคุณสมบัติของรูป เช่น การประดิษฐ์รูปจากชิ้นส่วน TANGRAM การสร้าง Testellation เป็นต้น
7. จำแนกส่วนต่าง ๆ ของรูปแต่ละรูป โดยไม่ต้องคำนึงถึงคุณสมบัติของการจำแนก หรือการสร้างนัยทั่วไปของรูป หรือการใช้ถ้อยคำที่สัมพันธ์กับภาษาที่จะใช้ในเรขาคณิต

ระดับ 2 ขั้นการวิเคราะห์

1. นักเรียนสามารถบอกและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปได้ เช่น ความเท่ากันทุกประการของด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ความเท่ากันทุกประการของมุมในรูปเรขาคณิตที่นำมาประดิษฐ์เป็นรูปแบบต่าง ๆ เป็นต้น
2. นักเรียนสามารถเรียกชื่อส่วนประกอบและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของรูปได้ เช่น ด้านตรงข้าม มุมสมนัยที่เท่ากันทุกประการ การตัดกันของเส้นทแยงมุม คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลม มุมที่เส้นรอบวง มุมที่จุดศูนย์กลาง
3. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบรูปเรขาคณิต 2 รูป โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของรูป หรือเปรียบเทียบระหว่างองค์ประกอบภายในรูป เช่น บอกความเหมือนและความแตกต่างของมุมและด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า บอกความเหมือนและความแตกต่างของมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมที่เส้นรอบวง
4. นักเรียนสามารถจัดและจำแนกประเภทของรูปโดยใช้เกณฑ์ต่างๆ ตามคุณสมบัติของรูปเช่น ลักษณะของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มุมป้าน และมุมแหลม ลักษณะของเส้นผ่านศูนย์กลางกับคอร์ดของวงกลม เส้นสัมผัสกับเส้นผ่านวง
5. นักเรียนสามารถใช้สมบัติของรูปในการตีความและอธิบายลักษณะของรูปและนำสมบัติไปสร้างรูป เช่น การนำคุณสมบัติเกี่ยวกับความยาวของด้าน 4 ด้านที่เท่ากันทุกประการไปค้นหาว่ารูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่มีลักษณะดังกล่าว ซึ่งได้แก่ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

6. นักเรียนค้นพบคุณสมบัติเฉพาะของรูปและนำไปสู่การสรุปเป็นสมบัติทั่วไป เช่น พบว่าการนำมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมาวางเรียงกันให้เป็นมุมตรง จะสรุปเป็นสมบัติเกี่ยวกับผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180 องศาได้ การวัดขนาดของมุมในครึ่งวงกลมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนเส้นรอบวงของครึ่งวงกลมในตำแหน่งต่าง ๆ กัน จะสรุปเป็น สมบัติเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมได้

7. นักเรียนสามารถนำสิ่งที่ค้นพบและสมบัติทั่วไปมาอธิบายรูปที่เกี่ยวข้อง เช่น อธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังนี้ “มีด้าน 4 ด้าน มีมุมฉาก 4 มุม ทุกด้านยาวเท่ากันและ ด้านตรงข้ามขนานกัน” อธิบายสมบัติของมุมในครึ่งวงกลมว่า “มีขนาดเท่ากับ 90 องศา หรือเป็น มุมฉาก”

8. นักเรียนสามารถนำสิ่งที่เรียนรู้ไปอ้างอิงกับสมบัติของรูปที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน เช่น เมื่อรู้จักรูปว่าวแล้ว ต่อมาสามารถค้นพบและบอกสมบัติของรูปว่าว โดยพิจารณา ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของรูป เช่น ความยาวของด้านคู่ประชิดที่เท่ากัน 2 คู่

9. นักเรียนแก้ปัญหาเรขาคณิตจากการใช้สมบัติของรูปเรขาคณิตที่เรียนมาแล้วไปค้นหาหรืออธิบายสมบัติของรูปอื่น ๆ ได้ เช่น การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยการตัดรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้วใช้การเลื่อนรูปเพื่อให้เกิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า การหาความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดร่วมของวงกลม 2 วงที่มีรัศมีมีความยาวเท่ากัน ซึ่งจะตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง ที่เชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลาง โดยการสังเกตความสัมพันธ์ของการตัดกันของเส้นทแยงมุมของ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่เกิดจากการลากเส้นเชื่อมจุดศูนย์กลางกับจุดตัดของวงกลม

ระดับ 3 ขั้นการสรุปที่ไม่เป็นแบบแผน

1. นักเรียนสามารถบอกสมบัติที่แตกต่างกันของรูปเรขาคณิตและตรวจสอบได้ว่าสมบัติดังกล่าวเพียงพอหรือไม่ เช่น สามารถบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและทดสอบโดยการวาดรูปประกอบ

2. นักเรียนระบุสมบัติขั้นต่ำในการกำหนดลักษณะของรูป เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน คอร์ดต้องมีจุดปลาย 2 จุดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลม

3. สามารถสร้างบทนิยามและใช้บทนิยามในการจัดประเภทของรูป เช่น อธิบายว่าเหตุใด รูปสี่เหลี่ยมเหล่านั้นจึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว อธิบายว่าเหตุใดมุมเหล่านั้นจึงเป็น มุมในส่วนโค้งของวงกลม

4. นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หาผลสรุป โดยใช้ความสัมพันธ์ทางตรรกศาสตร์ เช่น ถ้า $m\angle A = m\angle B$ และ $m\angle B = m\angle c$ แล้ว $m\angle A = m\angle c$ เพราะ ต่างเท่ากับ $m\angle B$

5. นักเรียนสามารถจัดประเภทและสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือไม่ ซึ่งคำตอบของนักเรียนคือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็น รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานด้วย และมีสมบัติพิเศษเฉพาะคือ มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก จัดประเภท ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสว่าเป็นสี่เหลี่ยมรูปว่าว แต่รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวทุกรูปไม่จัดอยู่ในประเภทของ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

6. นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติใหม่จากการนิรนัย เช่น ค้นพบว่าผลบวกของมุมแหลมภายในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเท่ากับ 90 องศา เพราะว่า ผลบวกของมุมภายใน รูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา เมื่อลบด้วยขนาดของมุมฉากแล้ว จะเท่ากับ 90 องศา ซึ่งเป็น ผลบวกของมุมแหลม 2 มุมที่เหลือ หรือค้นพบว่าผลบวกของมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมเป็น 540 องศา จากการแบ่งมุมของรูปห้าเหลี่ยมเป็นการหาผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

7. นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ภายในที่หลากหลายของสมบัติของรูปต่างๆ โดยจัดทำเป็นแผนผังเชื่อมโยงความสัมพันธ์ได้

8. นักเรียนสามารถสรุปอย่างไม่เป็นแบบแผนได้ ได้แก่ ทำตามขั้นตอนที่กำหนดให้เขียนข้อสรุปในแต่ละประเด็น เขียนข้อสรุปตามความเข้าใจของตนเอง เช่น การตั้ง คำถามนำว่า “จงหาเหตุผลว่าทำไมผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมจึงเท่ากับ 180 องศา” "ในรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ถ้า $m\angle A = m\angle C$ แล้วเหตุใด $m\angle B = m\angle D$"

ระดับ 4 ขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน

1. นักเรียนจะนำสิ่งที่เรียนรู้จากข้อสรุปที่ไม่เป็นแบบแผนในระดับ 3 มายืนยันข้อสรุปโดยใช้การอ้างเหตุผลตามองค์ประกอบของระบบสัจพจน์ ได้แก่ การใช้คำอนิยาม คำนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

2. นักเรียนจะพิสูจน์ทฤษฎีบทและข้อความที่เกี่ยวข้องโดยใช้วิธีการต่าง ๆ

3. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบและหาข้อขัดแย้งของการพิสูจน์ที่แตกต่างกันภายใต้ระบบสัจพจน์เดียวกันได้

4. นักเรียนสามารสำรวจการเปลี่ยนแปลงบทนิยามหรือสัจพจน์ที่จะมีผลต่อการพิสูจน์

ระดับ 5 ขั้นการคิดขั้นสูงสุด

1. นักเรียนสามารถใช้การคิดขั้นสูงสร้างทฤษฎีบทได้อย่างถูกต้องในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เช่น การสร้างรากฐานเรขาคณิตของฮิลแบร์ต

2. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์ เช่น สำรวจการเปลี่ยนแปลงเรขาคณิตระบบยุคลิดที่ส่งผลต่อรูปแบบเรขาคณิตนอกระบบยุคลิด

3. นักเรียนสร้างระบบสัจพจน์ที่มีคุณสมบัติ 3 ประการ ได้แก่ ความคงเส้นคงวา ความเป็นอิสระต่อกัน และความสมบูรณ์ครบถ้วน (ความสมนัยระหว่างสัจพจน์)

4. นักเรียนสามารถคิดวิธีกรณีทั่วไปในการแก้ปัญหาแต่ละประเภทได้

5. นักเรียนสามารถค้นหาสาระเรขาคณิตที่ได้จากการนำทฤษฎีหรือหลักการไปใช้

6. สามารถศึกษาได้อย่างลุ่มลึกเพื่อพัฒนาแนวคิดใหม่และนำไปสู่การอ้างอิงอย่างมีเหตุผลทางตรรกศาสตร์

Burger and Shaughnessy (1986, pp. 43 - 45) ได้กล่าวถึงนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตต่างกันจะมีความสามารถต่างกัน ซึ่งความสามารถของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 - 4 มีดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก

1. ระบุตัวอย่างของรูปโดยพิจารณาจากลักษณะของรูป

1.1 ในรูปวาดอย่างง่าย ในแผนภาพ หรือใน cut outs เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่าในแผ่นป้ายหรือในรูปวาดมีรูปใดบ้างที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

1.2 ในตำแหน่งที่แตกต่างกัน เช่น นักเรียนสามารถชี้มุมสี่เหลี่ยมผืนผ้าและสามเหลี่ยมซึ่งมีตำแหน่งของรูปที่แตกต่างกันซึ่งอยู่ในรูปถ่ายหรือบนแผนภาพได้

1.3 ที่อยู่ในรูปอื่น ๆ ซึ่งซับซ้อนได้ เช่น นักเรียนสามารถชี้มุมฉากในรูปสี่เหลี่ยมคางหมูได้

2. สร้าง วาดรูป หรือคัดลอกรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถเอาไม้มาสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือเส้นขนานได้

3. บอกชื่อของรูปทั้งชื่อที่เป็นมาตรฐาน และ / หรือไม่เป็นมาตรฐานได้อย่างเหมาะสม เช่น นักเรียนชี้ไปที่มุมของรูปสามเหลี่ยมและเรียกว่า “มุม"

4. เปรียบเทียบและแยกรูปตามลักษณะของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสส่วนรูปอื่น ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

5. บรรยายรูปได้โดยพิจารณาจากลักษณะของรูป เช่น นักเรียนบรรยายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยบอกว่าเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส หรือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเหมือนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็กน้อย

6. แก้ปัญหาได้โดยดูลักษณะของรูปมากกว่าใช้คุณสมบัติ เช่น นักเรียนใช้การลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหาแทนแกรม ซึ่งเป็นการประกอบรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจากรูป สามเหลี่ยมขนาดเล็ก 2 รูป

7. บอกส่วนของรูปได้ แต่ไม่สามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้

7.1 ไม่สามารถวิเคราะห์รูปโดยพิจารณาจากส่วนประกอบของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปที่เห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ไม่สามารถบอกได้ว่ามีด้านเท่ากันทุกด้านและมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

7.2 ไม่สามารถใช้สมบัติของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถวัดด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพื่อตรวจสอบว่าด้านทุกด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปนั้นเท่ากันได้ แต่ นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทุกรูปมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

7.3 ไม่สามารถใช้ตัวบ่งปริมาณ เช่น ทุก ๆ (All) บางส่วน (Some) ไม่มี (None)

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์

1. ระบุและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบของรูปได้ เช่น ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีมุมฉาก 4 มุม และด้านทั้งสี่ ยาวเท่ากัน

2. ใช้คำศัพท์เกี่ยวกับส่วนประกอบของรูปได้อย่างเหมาะสม เช่น ด้านตรงข้าม เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

3. เปรียบเทียบรูป 2 รูปโดยพิจารณาจากส่วนประกอบของรูป เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากเหมือน กัน แต่มีความยาวด้านแตกต่างกัน

4. แยกรูปได้โดยอาศัยสมบัติของรูป เช่น นักเรียนสามารถแยกรูปที่มีมุมฉากมีด้านตรงข้ามขนานกัน 1 คู่ 2 คู่

5. ตีความและใช้การบรรยายสมบัติของรูปเพื่อวาดรูปได้ เช่น นักเรียนอ่านสมบัติซึ่งบอกว่า "มี 4 ด้าน" และ "ทุกด้านยาวเท่ากัน" แล้ววาดรูปตามสมบัติที่กำหนดให้โดยรูปที่วาดไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

6. ค้นพบสมบัติของรูปและนำสมบัติมาใช้ได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งเท่ากันจำนวน 2 รูป ดังนั้นในการหาพื้นที่ของรูป สามเหลี่ยมมุมฉาก 1 รูปสามารถหาได้โดยการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและนำมาแบ่งครึ่ง

7. บรรยายรูปโดยใช้สมบัติของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถบรรยายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เพื่อนฟังทางโทรศัพท์ได้

ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน

1. ระบุกลุ่มของสมบัติที่แตกต่างกันของรูปได้ เช่น นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มที่แตกต่างกันได้ คือ 1) มี 4 ด้าน และด้านตรงข้ามขนานกัน 2) มี 4 ด้านและด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน

2. ใช้สมบัติให้น้อยที่สุด เพื่อทำให้เข้าใจลักษณะของรูปนั้น เช่น ในการอธิบายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้กับเพื่อน นักเรียนเลือกใช้สมบัติให้น้อยที่สุดในการอธิบายให้เพื่อน เข้าใจ และมั่นใจว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. ใช้นิยามของรูปได้ เช่น นักเรียนใช้นิยามของรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว เพื่ออธิบาย

ว่าทำไมบางรูปถึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว แต่บางรูปไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

4. สรุปการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ได้ เช่น ถ้า $\hat{a} = \hat{b}$ และ $\hat{b} = \hat{c}$ แล้ว $\hat{a} = \hat{c}$ เพราะต่างก็มีขนาดเท่ากับ $\hat{b}$

5. เชื่อมโยงรูปเรขาคณิตได้ เช่น นักเรียนสามารถตอบคำถาม “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือไม่” โดยตอบว่า “ เป็น เพราะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีทุกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและมีสมบัติพิเศษ คือ มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก "

ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน

1. จำอนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทได้ เช่น นักเรียนสามารถให้ตัวอย่างเกี่ยวกับ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทของยูคลิดได้

2. จำลักษณะของการนิยามอย่างเป็นทางการได้ เช่น บอกเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอได้

3. พิสูจน์อย่างง่ายได้ และพิสูจน์ได้มากกว่า 1 วิธี

4. สร้างความสัมพันธ์ภายในเครือข่ายของทฤษฎี

5. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อความต่าง ๆ โดยใช้การอนุมานจากเหตุไปสู่ผลได้

6. บอกความสัมพันธ์ของสิ่งที่กำหนดให้กับรูปอื่นได้ว่าจริงหรือเท็จ

7. ใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทได้อย่างเข้าใจ

8. เข้าใจการพิสูจน์โดยสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องพิสูจน์

9. เปรียบเทียบและบอกความแตกต่างของการพิสูจน์ เช่น นักเรียนสามารถพิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน โดยใช้การพิสูจน์ตามแบบเรขาคณิตของยูคลิดและเรขาคณิตแบบเวคเตอร์และเปรียบเทียบวิธีการพิสูจน์ทั้ง 2 วิธี

ระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด

1. พิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้

2. พิสูจน์แบบขัดแย้งได้

3. สร้างทฤษฎีในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกันได้

4. เปรียบเทียบระบบสัจพจน์ เช่น เรขาคณิตของยูคลิด

5. ค้นหากรอบกว้าง ๆ ซึ่งทฤษฎีทางคณิตศาสตร์จะประยุกต์ไปได้

Crowley (1987, pp. 2-3) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมตามระดับความสามารถทางการคิดในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนไว้ 5 ระดับ มีรายละเอียดแต่ละระดับดังต่อไปนี้

ตัวอย่างพฤติกรรมในระดับ 0

1. นักเรียนสามารถยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมองภาพรวมๆ ได้ เช่น เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมมาให้นักเรียนสามารถระบุได้ว่ารูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ไม่สามารถแยกชนิดของรูปสามเหลี่ยมได้

2. นักเรียนสามารถบอก มุม ด้าน จากรูปภาพได้

3. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบและจัดประเภทของรูปเรขาคณิตโดยใช้การมองเห็น ภาพรวมๆ เช่น ให้คำอธิบายความแตกต่างของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่า “รูปหนึ่งใหญ่กว่าอีกรูป หนึ่ง”

4. นักเรียนสามารถอธิบายรูปเรขาคณิตโดยใช้ข้อความที่แสดงถึงภาพรวมๆของรูป เช่น นักเรียนอธิบายรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่า “มองดูเหมือนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

ตัวอย่างพฤติกรรมในระดับ 1

1. นักเรียนสามารถบอกและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ของรูปได้ เช่น สามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นสามเหลี่ยมที่มีด้าน 3 ด้าน มุม 3 มุมและมีมุมขนาด 90 องศาอยู่ 1 มุมและทราบความสัมพันธ์ของด้านรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากการวัดและสังเกต

2. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบรูปสามเหลี่ยมมุมฉากกับรูปสามเหลี่ยมอื่นๆ โดยใช้ความสัมพันธ์ของมุม และด้าน เช่นในมุมหรือความยาวด้านแยกแยะออกจากกันได้

3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเรขาคณิตจากการใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในการหาเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้

4. นักเรียนสามารถจัดประเภทของรูปโดยแยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างออกจากสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างได้ เช่น สามารถแยกรูปสามเหลี่ยมมุมฉากออกจากรูปสามเหลี่ยมชนิดอื่นๆ ได้

5. นักเรียนสามารถสรุปสมบัติทั่วไปได้ เช่น มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรวมกันเป็น 180 องศาหรือรวมกันแล้วได้มุมตรง

6. นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติของรูปได้ เช่น อธิบายว่าสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้าน 3 ด้าน มีมุม 3 มุมและหนึ่งมุมจะต้องมีขนาด 90 องศา

7. นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติที่ไม่คุ้นเคยได้ เช่น เมื่อรู้จักรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้วนักเรียนสามารถเรียนรู้ความสัมพันธ์อื่นๆ ได้เพิ่มขึ้น

8. นักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของรูปได้ เช่น ไม่เข้าใจว่าทำไมด้านตรงข้ามมุมฉากจึงเป็นด้านที่มีความยาวมากที่สุด

9. นักเรียนไม่สามารถสร้างบทนิยามอย่างเป็นทางการ เช่น ไม่สามารถบอกนิยามรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอได้

10. นักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตได้ เช่น ไม่เข้าใจว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากบางรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้บางรูปเป็นสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าได้

11. นักเรียนไม่เห็นความสัมพันธ์ของการพิสูจน์หรือไม่ใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งที่พบ

ตัวอย่างพฤติกรรมในระดับ 2

1. นักเรียนสามารถบอกสมบัติที่แตกต่างกันของรูปเรขาคณิตและตรวจสอบได้ว่าสมบัติดังกล่าวเพียงพอหรือไม่ เช่น สามารถวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและระบุความยาวของด้านแต่ละด้านได้อย่างถูกต้อง

2. นักเรียนระบุสมบัติขั้นต่ำในการสร้างรูปได้ เช่น กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากอย่าง ง่ายๆ ได้

3. นักเรียนสามารถให้เหตุผลแบบนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการได้ เช่น สามารถพิสูจน์ว่า พื้นที่บนด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเท่ากับผลรวมของพื้นที่บนด้านประกอบมุม ฉากแต่ผู้สอนต้องเป็นผู้แนะนำกระตุ้นนักเรียน 20

4. นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาแบบนรินัยได้

5. นักเรียนไม่สามารถแยกแยะระหว่างประโยคเงื่อนไขและบทกลับได้

6. นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หาผลสรุปโดยใช้ความสัมพันธ์ทางตรรกศาสตร์ ได้ เช่น รูปสามเหลี่ยม A เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากเพราะมีมุม 90 องศาอยู่ 1 มุม และ รูปสามเหลี่ยม B ก็เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากเพราะมีมุม 90 องศาอยู่ 1 มุม ดังนั้นรูปสามเหลี่ยม C ก็เป็นรูป สามเหลี่ยมมุมฉากเพราะมีมุม 90 องศาเหมือนรูปสามเหลี่ยม A และ B

ตัวอย่างพฤติกรรมในระดับ 3

1. นักเรียนเห็นความสำคัญและความจำเป็นของคำนิยาม บทนิยาม และสมมุติฐาน

2. นักเรียนสามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่อยู่ในระบบสัจพจน์ซึ่งนักเรียนในระดับที่ 2 ทำไม่ได้

3. นักเรียนยอมรับคุณลักษณะของบทนิยามอย่างเป็นทางการ

ตัวอย่างพฤติกรรมในระดับ 4

1. นักเรียนสามารถสร้างทฤษฎีได้อย่างถูกต้องในสัจพจน์ที่แตกต่างกัน

2. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์ได้ เช่น เรขาคณิตแบบยูคลิดและเรขาคณิตนอกยูคลิด

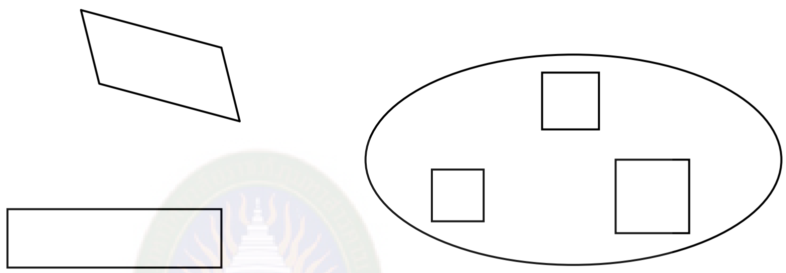
3. สามารถคิดแก้ปัญหาในกรณีทั่วไปได้

4. นักเรียนสามารถศึกษาได้อย่างลึกซึ้งเพื่อพัฒนาไปถึงวิธีการใหม่และวิธีทางตรรกศาสตร์

Fuys, Geddes and Tischler (1988, pp. 58-77) ได้กล่าวว่าถึง พฤติกรรมในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

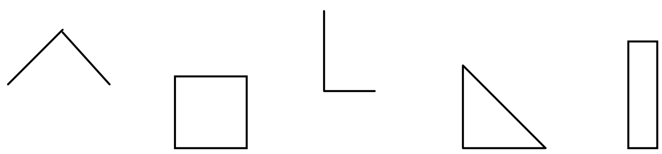
ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 0

1. นักเรียนสามารถยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตโดยภาพรวม ๆ ตัวอย่างเช่นเมื่อกำหนดรูปให้ นักเรียนสามารถระบุได้ว่ารูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังภาพที่ 2.3



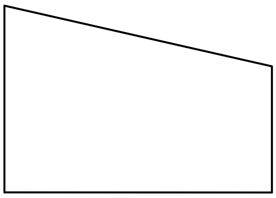
ภาพที่ 2.3 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส. ปรับปรุงจาก *ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นตอนของไดนา แวนฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวน ฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์* (น.11), โดย นวลศรี ชำนาญกิจ, 2550, กรุงเทพฯ :มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.

2. นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับมุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมในลักษณะต่างๆ ดังภาพที่ 2.4



ภาพที่ 2.4 รูปมุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมในลักษณะต่างๆ. ปรับปรุงจาก *ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นตอนของไดนา แวนฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวน ฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์* (น.12), โดย นวลศรี ชำนาญกิจ, 2550, กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.

3. นักเรียนสามารถมองเห็นมุมฉากในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ดังภาพที่ 2.5

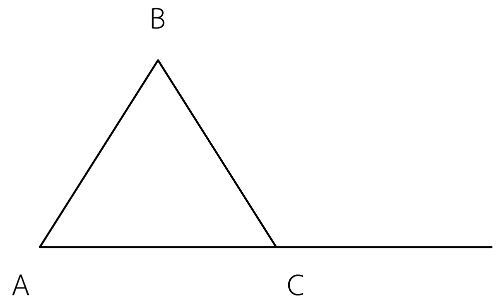


ภาพที่ 2.5 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู. ปรับปรุงจาก *ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นตอนของไดนา แวนฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวน ฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์* (น.12), โดย นวลศรี ชำนาญกิจ, 2550, กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.

4. นักเรียนสามารถวาดรูปหรือคัดลอกรูปได้ เช่น สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน โดยใช้ ดีสติกซ์ (D-stix) ดังภาพที่ 2.6

ภาพที่ 2.6 รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน โดยซี ดี – สติกซ์ (D – stix) . ปรับปรุงจาก *ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นตอนของไดนา แวนฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวน ฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์* (น.12), โดย นวลศรี ชำนาญกิจ, 2550, กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.

5. นักเรียนสามารถเรียกชื่อรูปโดยใช้คำศัพท์เฉพาะหรือศัพท์สามัญได้เช่น การเรียกชื่อมุม โดยใช้สีว่ามุมแดง หรือใช้สัญลักษณ์ เช่น มุม A รวมกับมุม B เท่ากับมุม C ดังภาพที่ 2.7

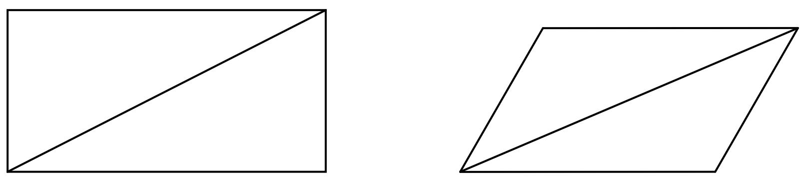


ภาพที่ 2.7 รูปมุม A รวมกับมุม B เท่ากับมุม C . ปรับปรุงจาก *ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นตอนของไดนา แวนฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวน ฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์* (น.12), โดย นวลศรี ชำนาญกิจ, 2550, กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.

6. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบและจัดประเภทของรูปเรขาคณิตโดยใช้การมองภาพรวม ๆ เช่นให้คำอธิบายความแตกต่างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “ รูปหนึ่งใหญ่กว่าอีกรูปหนึ่ง ”

7. นักเรียนสามารถอธิบายรูปเรขาคณิตโดยใช้ถ้อยคำที่แสดงถึงภาพรวม ๆ ของรูป เช่น นักเรียนอธิบายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “ มองดูเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส "

8. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่เคยพบโดยดูจากรูปมากกว่านำสมบัติของรูปไปใช้ เช่น การลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับปริศนาแทนแกรม (Tangrain Puzzle)เช่น การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ 2 ชิ้น ดังภาพที่ 2.8



ภาพที่ 2.8 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ 2 ชิ้น. ปรับปรุงจาก *ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นตอนของไดนา แวนฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวน ฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์* (น.13), โดย นวลศรี ชำนาญกิจ, 2550, กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.

9. นักเรียนสามารถระบุส่วนต่างๆของรูปเรขาคณิต แต่ไม่สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบหรือสมบัติของรูปเรขาคณิตและยังไม่สามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไป

ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 1

1. นักเรียนสามารถบอกและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปได้ เช่น สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากและด้านทุกด้านยาวเท่ากัน โดยการวัดขนาดของมุมและความยาวของด้านหรือใช้วิธีอื่น ๆ

2. นักเรียนสามารถเรียกชื่อส่วนต่าง ๆ ของรูปได้ เช่น สามารถสังเกตเห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีด้านตรงข้ามขนานกัน และใช้วิธีตรวจสอบว่าด้านตรงข้ามจะไม่ตัดกันและมีระยะเท่ากัน

3. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของรูป เช่น นักเรียนสามารถบอกความเหมือนและความแตกต่างของมุมและค้านจากชิ้นส่วนต่าง ๆ ของรูป

4. นักเรียนสามารถจัดประเภทของรูปโดยแยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างออกมาจากสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง เช่น สามารถแยกรูปว่าวออกจากรูปเรขาคณิตอื่น ๆ ได้

5. นักเรียนสามารถใช้สมบัติของรูปในการตีความและอธิบายลักษณะของรูปและนำสมบัติไปสร้างรูป เช่น นักเรียนรู้จักรูปสี่เหลี่ยมแล้วนำสมบัติสองอย่างคือ “มีด้าน 4 ด้าน” และ “ต้านทุกด้านยาวเท่ากัน แต่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ไปใช้เพื่อค้นหาว่ารูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่มีลักษณะดังกล่าวซึ่งพบว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีด้านยาวเท่ากันสี่ด้าน

6. นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยการสรุปเป็นสมบัติทั่วไป เช่น พบว่าเราสามารถหามุมสามมุมรวมกันเป็นมุมตรงและมุมทั้งสามเท่ากันทุกประการกับมุมสามมุมของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้

7. นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยใช้สมบัติของรูป เช่น อธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังนี้ “มี 4 ด้าน มี 4 มุมฉาก ทุกด้านยาวเท่ากันและด้านตรงข้ามขนานกัน”

8. นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติของรูปที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน เช่น เมื่อรู้จักรูปว่าวแล้วสามารถค้นพบและนอกสมบัติของรูปว่าวได้

9. นักเรียนแก้ปัญหาเรขาคณิตจากการใช้สมบัติของรูปเรขาคณิตได้ เช่น เมื่อทราบสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและความยาวด้านประกอบมุมฉาก สามารถนำไปหาความยาวของเส้นทแยงมุมได้

10. นักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของรูปได้ เช่น ไม่เข้าใจว่าถ้าด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีความยาวเท่ากันและจะทำให้ได้ขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากันด้วย

11. นักเรียนยังไม่สามารถสร้างและใช้บทนิยามอย่างเป็นทางการ เช่น ไม่สามารถบอกนิยามรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอได้

12. นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตได้ เช่น ไม่เข้าใจว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว นักเรียนยังไม่เห็นความสัมพันธ์ของการพิสูจน์หรือไม่ใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในการอธิบาย สิ่งที่พบ เช่น การวัด

ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 2

1. นักเรียนสามารถบอกสมบัติที่แตกต่างกันของรูปคณิตศาสตร์และตรวจสอบได้ว่าสมบัติดังกล่าวเพียงพอหรือไม่ เช่น สามารถเลือกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยม จตุรัสและทดสอบโดยการวาดรูปประกอบ

2. นักเรียนระบุสมบัติขั้นต่ำในการกำหนดลักษณะของรูป เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน

3. สามารถสร้างบทนิยามและใช้บทนิยามในการจัดประเภทของรูป เช่น อธิบายว่าเหตุใดรูปสี่เหลี่ยมเหล่านั้นจึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

4. นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หาผลสรุป โดยใช้ความสัมพันธ์ทางตรรกศาสตร์ เช่น A = B และ C = B แล้ว A = C

5. นักเรียนสามารถเรียงลำดับของรูปเรขาคณิตได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน หรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

6. นักเรียนสามารถให้เหตุผลแบบนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการได้ เช่น สามารถพิสูจน์ว่าผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา

7. นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาแบบนิรนัยได้

8. นักเรียนยังไม่สามารถแยกแยะระหว่างประโยคเงื่อนไขและบทกลับได้

9. นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ของทฤษฎีบทได้

ตัวอย่างพฤติกรรมนักเรียนในระดับ 3

1. นักเรียนเห็นความจำเป็นของ คำนิยาม บทนิยาม และสมมติฐานพื้นฐาน เช่น นักเรียนสามารถยกตัวอย่างสัจพจน์และทฤษฎีบททางเรขาคณิต ระบบยุคลิดและอธิบายสิ่งที่เกี่ยวข้องได้

2. นักเรียนยอมรับคุณลักษณะของบทนิยามอย่างเป็นทางการ

3. นักเรียนสามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่อยู่ในระบบสัจพจน์ซึ่งนักเรียนในระดับ 2 ยังทำไม่ได้

4. พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทและข้อความที่เกี่ยวข้อง

ตัวอย่างพฤติกรรมนักเรียนในระดับ 4

1. นักเรียนสามารถสร้างทฤษฎีบทได้อย่างถูกต้องในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เช่น รากฐานเรขาคณิตของฮินแบร์ต

2. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์เช่น เรขาคณิตระบบยูคลิด และเรขาคณิตนอกระบบยูคลิด

3. นักเรียนยอมรับสัจพจน์ที่สอดคล้องกัน ความอิสระของสัจพจน์ และความสมมูลกันของสัจพจน์

4. สามารถคิดวิธีแก้ปัญหาที่เป็นกรณีทั่วไปได้

นวลศรี ชำนาญกิจ (2544, น. 327-328) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมตัวแบบของแวนฮีลี ดังนี้

ตัวอย่างพฤติกรรม ระดับ 0

1. นักเรียนสามารถยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตโดยมองภาพรวม ๆ เช่น เมื่อกำหนดรูปให้ นักเรียนสามารถระบุได้ว่ารูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

2. นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับมุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยม ในลักษณะต่าง ๆ จากรูปภาพหรือแผนภาพ

3. นักเรียนสามารถเรียกชื่อรูปโดยใช้ศัพท์เฉพาะหรือศัพท์สามัญได้

ตัวอย่างพฤติกรรม ระดับ 1

1. นักเรียนสามารถบอกและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่างๆของรูปได้ เช่น สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากและด้านทุกด้านยาวเท่ากัน โดยการวัดขนาดของมุมและความยาวของด้าน

2. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของรูป เช่น นักเรียนสามารถบอกความเหมือนและความแตกต่างของมุมและด้านจากชิ้นส่วนต่าง ๆ ของรูป

3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเรขาคณิตจากการใช้สมบัติของรูปเรขาคณิตได้ เช่น เมื่อทราบสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และความยาวของด้านประกอบมุมฉาก สามารถนำไปหาความยาวของเส้นทแยงมุมได้

ตัวอย่างพฤติกรรมในระดับ 2

1. นักเรียนสามารถบอกสมบัติที่แตกต่างกันของรูปเรขาคณิต และตรวจสอบได้ว่าสมบัติดังกล่าวเพียงพอหรือไม่ เช่น สามารถเลือกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และรูปสี่ เหลี่ยมจัตุรัสและทดสอบโดยการวาดรูปประกอบ

2. นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หาผลสรุปโดยใช้ความสัมพันธ์ทางตรรกศาสตร์ เช่น $\angle A = \angle B$ และ $\angle C = \angle B$ แล้ว $\angle A = \angle C$ (เพราะต่างเท่ากับ $\angle B$)

3. นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาแบบนิรนัยได้
4. นักเรียนไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ของเครือข่ายของทฤษฎีบทได้

ตัวอย่างพฤติกรรมในระดับ 3

1. นักเรียนเห็นความจำเป็นของคำนิยาม บทนิยาม และสมมุติพื้นฐาน
2. นักเรียนยอมรับคุณลักษณะของบทนิยามอย่างเป็นทางการ
3. นักเรียนสามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทและข้อความที่เกี่ยวข้อง (บทกลับประพจน์แย้งสลับที่)

ตัวอย่างพฤติกรรมในระดับ 4

1. นักเรียนสามารถสร้างทฤษฎีได้อย่างถูกต้องในสัจพจน์ที่แตกต่างกัน
2. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์
3. นักเรียนสามารถศึกษาได้อย่างลึกซึ้งเพื่อพัฒนาไปถึงวิธีการใหม่และวิธีทางตรรกศาสตร์

สรุปได้ว่า พฤติกรรมในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี มีความต่างแตกกันไปตามระดับความสามารถ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตต่างกันจะมีความสามารถที่แตกต่างกันโดยในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตนักเรียนจะมีความสามารถที่หลากหลายและเมื่อนักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงขึ้นนักเรียนก็จะมีความสามารถเพิ่มขึ้น ซึ่งผู้สอนจะต้องทำความเข้าใจในพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละระดับเพื่อแยกแยะและให้พัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในระดับความคิดทางเรขาคณิตที่สูงขึ้น

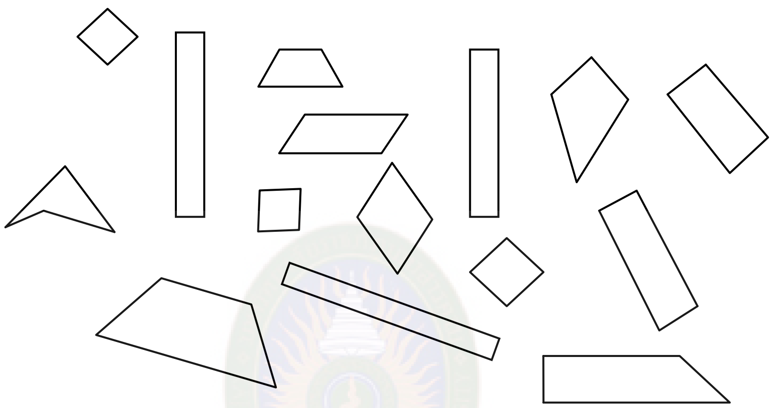
2.1.7 การวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

การประเมินระดับการคิดของนักเรียนจะช่วยให้ครูได้จัดเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนเรขคณิตให้เหมาะสมกับระดับการคิดของนักเรียน ในการประเมินระดับการคิดที่ใช้กันอยู่พอจะแบ่งออกได้เป็น 2 แบบคือ แบบไม่เป็นทางการและแบบเป็นทางการ

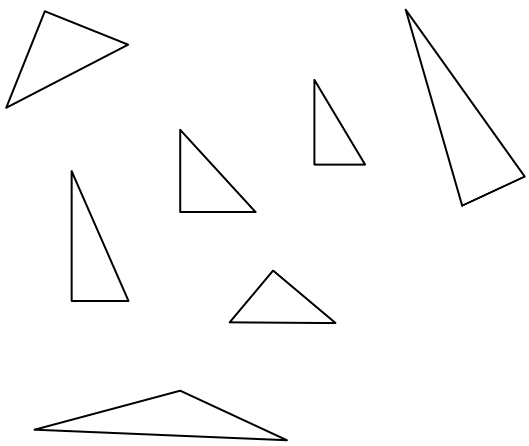
2.1.7.1 การประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตจากพฤติกรรม

การประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตจากพฤติกรรมทำได้โดยการวิเคราะห์คำตอบ ของนักเรียนจากการทำกิจกรรมทางเรขาคณิตในเรื่องที่เกี่ยวข้อง (นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544, น. 342-343) สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาได้เสนอแนะไว้ในมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียนไว้ว่าครูสามรถทำการประเมินเชิงวินิจฉัยได้ โดยการสังเกต การถามปากเปล่า การให้นักเรียนอธิบายคำตอบของตนเองเพื่อวัดความเหมาะสมของภาษาที่นักเรียนใช้และระดับพัฒนาการของมโนทัศน์ ตัวอย่างกิจกรรมที่ใช้สำหรับวินิจฉัยเพื่อระบุระดับการคิดของแวน ฮีลี ได้แก่ แบบฝึกหัดในการจัดประเภท (Sorting tasks) เป็นกิจกรรมที่สามารถใช้ในการระบุระดับการคิดของนักเรียนในระดับ 0-2 (นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544, น. 342-343) โดยการแจกชิ้นส่วนของรูปสี่เหลี่ยม

ดังภาพที่ 2.9 แล้วให้นักเรียนระบุรูปที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล หรือจัดประเภทของรูปสามเหลี่ยมพร้อมอธิบายเหตุผล ดังภาพที่ 10 การจัดระดับการคิดได้โดยการวิเคราะห์จากคำตอบของนักเรียน ตัวอย่างเช่น ถ้านักเรียนไม่สามารถระบุรูปสี่เหลี่ยม (ภาพที่2.9) แสดงว่าระดับการคิดยังไม่ถึงระดับ 0 และถ้าสามารถทำกิจกรรมนี้ได้แต่อธิบายเหตุผลไม่ได้ แสดงว่ารับการคิดอยู่ที่ระดับ 0 แต่ถ้าอธิบายเหตุผลได้ด้วยแสดงว่า ระดับการคิดอยู่ที่ระดับ 1 และถ้าสามารถนำรูปสี่เหลี่ยมหรือรูปสามเหลี่ยมมาจัดประเภทเป็นหมวดหมู่ตามสมบัติที่เหมือนกัน แสดงว่าอยู่ที่ระดับ 2 เป็นต้น



ภาพที่ 2.9 กิจกรรมระบุรูปสี่เหลี่ยม. ปรับปรุงจาก *การพัฒนาตัวแบบเพื่อสร้างสมรรถภาพการสอนภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตสำหรับนักศึกษาครู*(น.342-343), โดย นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544, กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.



ภาพที่ 2.10 กิจกรรมการจัดประเภทรูปสี่เหลี่ยม ปรับปรุงจาก *การพัฒนาตัวแบบเพื่อสร้างสมรรถภาพการสอนภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตสำหรับนักศึกษาครู* (น.342-343), โดย นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544, กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

2.1.7.2 การประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตโดยใช้แบบทดสอบพัฒนาโดยยูซิสกิน

แบบทดสอบวัดระดับการคิดที่พัฒนาโดยยูซิสกันนั้น ได้พัฒนามาจากระดับการคิดของแวนฮีลี จาก 5 ระดับ คือ 0, 1, 2, 3, 4 มาเป็น 5 ระดับ คือ 1, 2, 3, 4, 5 เทียบกันได้ ดังนี้ ระดับ 0, 1, 2, 3, 4 เทียบได้กับระดับ 1, 2, 3, 4, 5 ตามลำดับ ในครั้งแรกนั้นแบบทดสอบทางเรขาคณิตนี้ยูซิสกินได้สร้างคำถามขึ้นมาใช้เป็นการส่วนตัวกับนักเรียนแต่ละคนโดยใช้การถามแบบปากเปล่า โดยใช้บุคคล 3 คนในสามสถานการณ์ที่แตกต่างกัน การนำประโยชน์ของแบบทดสอบมาใช้นั้นขึ้นอยู่กับนักเรียนโดยแบบทดสอบชุดนี้มีจำนวน 25 ข้อ เป็นข้อสอบแบบตัวเลือก จำนวน 5 ตัวเลือก ในแต่ละระดับถูกสร้างขึ้นมาและได้รับรองคุณภาพจากโรงเรียนทั้งหมด 4 โรงเรียน

สำหรับข้อที่ไม่มาตรฐานถ้ามองดูแล้วไม่ส่งผลกระทบต่อความเหมาะสมกับระดับการคิดทางเรขาคณิต ความง่ายหรือความยากของแต่ละข้อไม่ได้ถูกนำมาใช้สำหรับวัดคุณภาพของแบบทดสอบมาตรฐานของแบบทดสอบนี้มองเป็นภาพกว้างได้ว่าเกี่ยวกับเนื้อหา และภาษาที่ใช้ในหลักสูตรเรขาคณิตในปัจจุบันแบบทดสอบนี้ถูกนำมาเผยแพร่และจัดพิมพ์โดยหน่วยที่ให้บริการเกี่ยวกับการทดสอบทางการศึกษาและโปรแกรมประเมินความรู้ ส่วนอัตราการให้คะแนนและวัดระดับการคิดมีอัตราดังต่อไปนี้

1 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 1 - 5 (ระดับ 1 หรือ 0)
2 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 6 – 10 (ระดับ 2 หรือ 1)
4 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 11 - 15 (ระดับ 3 หรือ 2)
8 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 16 - 20 (ระดับ 4 หรือ 3)
16 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 21 - 25 (ระดับ 5 หรือ 4)

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดระดับการคิดที่พัฒนาโดยยูซิสกิน จะคิดอัตราการให้คะแนนดังต่อไปนี้คือ การคิดคะแนนสำหรับข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 5 ถ้าเด็กได้คะแนน 0 หรือ 1 คะแนน แสดงว่าเด็กมีระดับการคิดอยู่ในระดับ 9 ถ้าเด็กได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไปก็แสดงว่าเด็กมีระดับการคิดอยู่ในระดับ 1 แต่ต้องไปพิจารณาข้อที่ 6 ถึงข้อที่ 10 ด้วยว่าเด็กได้คะแนนเท่าใด ถ้าเด็กได้คะแนน 2 คะแนน แสดงว่าเด็กมีระดับการคิดอยู่ในระดับ 2 แต่ถ้าเด็กได้คะแนนข้อ 6 ถึงข้อ 10 ได้คะแนนน้อยกว่า 2 คะแนนก็แสดงว่าเด็กยังอยู่ในระดับ 1 แต่จากการทดสอบวัดระดับการคิดโดยใช้แบบทดสอบที่พัฒนาโดยยูซิสกินปรากฏว่าเด็กจะมี ระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ที่ระดับ 0, 1, และ 2 เท่านั้น

สรุปได้ว่า แบบทดสอบเพื่อวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตที่พัฒนาโดยยูซิสกินนั้นสามารถที่จะใช้จำแนกนักเรียนให้เข้าไปอยู่ในระดับต่างๆได้โดยวัดจากจำนวนคะแนนที่นักเรียนได้รับแล้วนำไปเปรียบเทียบตามมาตรฐานที่ตั้งไว้

2.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะกระบวนการที่เป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้เรียนควรที่จะได้รับการฝึกฝนและการพัฒนาให้เกิดทักษะการแก้ปัญหาขึ้นในตัวนักเรียนเพื่อที่จะสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ที่จะนำมาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Cruikshark and Sheffield (2000, p. 38) กล่าวว่า ปัญหาเป็นคำถาม หรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ไม่สามารถหาวิธีการแก้ได้ทันที หรือรู้วิธีการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น แต่อาจเกี่ยวข้องกับปริภูมิหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 71) ได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูปตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือเป็นโจทย์ปัญหา

สัญญา ภัทรากร (2552, น. 48) ให้ความหมายว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงสถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาหรือคำถามนั้นโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือ ขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, น. 6) กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์ เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, น. 7) ได้สรุปความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นข้อ ๆ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลาสถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่กำลังเผชิญอยู่และต้องการคำตอบ อาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล โดยยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นทันที ต้องใช้ทักษะความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์ เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

2.2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่สำคัญเพื่อนำไปสู่เป้าหมายคือคำตอบของปัญหานั้น ๆ ที่ผู้แก้ปัญหาต้องการ ซึ่งต้องใช้ความรู้จากหลายๆส่วนประกอบกัน ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ประพันธ์ เจียรกูล (2543, น. 6) ได้สรุปความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการคือ

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของการคำนวณเชิงปริมาณหรือมีข้อความ เรื่องราวประกอบก็ได้

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ ในทันทีทันใด ต้องใช้ความรู้ประสบการณ์ และทักษะหลายๆอย่างประกอบกันจึงจะสามารถแก้ปัญหาได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลาสถานการณ์หนึ่งอาจจะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคลหนึ่งในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สมทรง สุวพานิช (2549, น. 5) ให้ความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล การหาคำตอบนั้นต้องใช้ความรู้ ทักษะ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

สถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 6-7) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิคต่างๆ ประกอบ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, น. 109) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน / กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือ คำอธิบายให้เหตุผล ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.3 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในชีวิตประจำวันของมนุษย์ต้องเผชิญปัญหาต่างๆมากมาย มนุษย์ต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาเพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคม มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 13 - 17) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญ มากในการพัฒนาคุณภาพบุคคล เนื่องจากวิชานี้ได้ฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล การคิด สร้างสรรค์ที่เป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตและการเตรียมตัวของนักเรียน เพื่อการเป็น สมาชิกที่ดีของสังคม ส่งเสริมนักเรียนในการพัฒนาตนเอง รู้จักวิธีการแก้ปัญหาและสามารถตัดสินใจในการเลือกอาชีพตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของตนเอง ในชีวิตประจำวันทุกคนใช้ทักษะและกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย นอกจากนี้อาชีพ ต่าง ๆ ก็ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการประกอบอาชีพ ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียน ได้เรียนรู้การแก้ปัญหาต่าง ๆ ตั้งแต่ปัญหาที่ง่ายและยากขึ้นตามลำดับของชั้นเรียน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจะช่วยฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน

2. การเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วย ความเข้าใจ สนุกสนาน นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนได้และสามารถนำความรู้ ที่เรียนนั้นไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งเป็นเรื่องสำคัญในการเรียนรู้อย่างมาก แต่ถ้านักเรียนเรียนด้วยการท่องจำ คิดคำนวณได้เฉพาะปัญหาที่มีสัญลักษณ์ ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ที่เรียน กับสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย ครูผู้สอนต้องสรรหากลยุทธ์ วิธีสอน ที่ทำให้นักเรียนเข้าใจเรียนรู้ได้อย่างสนุกสนาน เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สนใจที่จะคิด และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถใช้ความรู้คณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และศาสตร์ต่าง ๆ ช่วยส่งเสริมการคิดค้นให้เกิดเทคโนโลยีใหม่ วิทยาการใหม่ ๆ ขึ้นในโลกได้

3. การนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ จะทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ ในการแก้ปัญหาได้

กรมวิชาการ (2545, น. 3) ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาโดยกำหนดให้การ แก้ปัญหาเป็นทักษะที่สำคัญและจำเป็นอันดับแรกของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนมติ หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหา จะก่อให้ เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการแก่ผู้เรียน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549, น. 68 - 75) กล่าวถึงความสำคัญในการคิดแก้ปัญหาดังนี้

1. การคิดแก้ปัญหากำหนดความเป็นตัวเรา
2. การคิดแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานของสติปัญญาและความเข้าใจ
3. การคิดแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานของการตัดสินใจ
4. การคิดแก้ปัญหานำมาซึ่งการเปลี่ยนแปลง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะ/กระบวนการ อย่างหนึ่ง ดังนั้นครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา แม้ว่าจะมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตัวเองได้ แต่มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ไม่รู้ว่าควรจะเริ่มต้นแก้ปัญหานั้นอย่างไร และจะ

ดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไรต่อไป ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่มีความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2557, น. 1) ได้ให้ความสำคัญกับปัญหาในชีวิตจริงเพราะว่าประชาชนทุกวันนี้ ต้องเผชิญกับกิจวัตรประจำวันที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เป็นต้นว่า ปริมาณ รูปทรง มิติ ความน่าจะเป็น และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อีกมากมาย จึงต้องการให้นักเรียนเผชิญหน้ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในแวดวงของการดำเนินชีวิต โดยให้นักเรียนระบุสถานการณ์ที่สำคัญของปัญหา กระตุ้นให้หาข้อมูล สำรวจ ตรวจสอบและนำไปสู่การแก้ปัญหา ในกระบวนการนี้ต้องใช้ทักษะหลายอย่าง เป็นต้นว่า การคิดและการใช้ เหตุผล การโต้แย้ง การสื่อสาร การสร้าง ตัวแบบ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา การนำเสนอ การใช้สัญลักษณ์และการดำเนินการ การที่นักเรียนต้องใช้ทักษะต่าง ๆ ที่หลากหลายมารวมกัน หรือใช้ความคิดและสมรรถนะสูง ซึ่งจะส่งผลต่องานที่ทำในหน้าที่และสำหรับทุก ๆ คนไม่ว่าจะทำงานระดับใดจะถูกคาดหวังว่าต้องไม่ใช้เฉพาะแรงกายทำงานซ้ำ ๆ อย่างเดิมเท่านั้น แต่จะต้อง พบกับความเปลี่ยนแปลงทางเทคโนโลยีและต้องสามารถปรับเปลี่ยนตัวเองให้สามารถจัดการกับ เทคโนโลยี เครื่องจักรกล และข้อมูลข่าวสารที่เข้ามาตลอดเวลา แนวโน้มของทุก ๆ อาชีพบ่งชี้ว่า "บุคคลต้องมีความสามารถที่จะเข้าใจ สื่อสาร ใช้ และอธิบายแนวคิด และวิธีการที่ยึดถือการคิดแบบคณิตศาสตร์เป็นหลัก"

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ซึ่งการแก้ปัญหาเป็นหัวใจสำคัญของคณิตศาสตร์ เพราะได้พัฒนาศักยภาพในการคิดวิเคราะห์ ช่วยส่งเสริมนักเรียนในการพัฒนาตน รู้จักวิธีการแก้ปัญหาและสามารถตัดสินใจในการเลือกอาชีพตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของตนเองช่วยการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนอย่างหลากหลาย และเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

2.2.4 ประเภทของปัญหาทางคุณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น การทำความเข้าใจในปัญหาเป็นสิ่งแรกที่ต้องดำเนินการเพื่อให้ทราบว่าปัญหานั้นเป็นปัญหาประเภทใด เกี่ยวกับอะไร จะต้องใช้ความรู้ใน เรื่องใดบ้างมาช่วยในการหาคำตอบ จะทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้รวดเร็วยิ่งขึ้น มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

Reys et al. (2004, p. 16) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเรื่องราวที่

มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์เกี่ยวกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว

2. ปัญหาไม่ธรรมดาหรือปัญหาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน แปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์หลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 19 - 25) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่ามี 6 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาแบบฝึกทักษะ เช่น 34 x 6 =ปีและ 528 x 79 = □ ฯลฯ ซึ่งปัญหาเช่นนี้ใช้ความรู้และทักษะการคูณ

2. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาง่าย ๆ ที่ใช้การแก้ปัญหา โดยทำเพียง ขั้นตอนเดียว เช่น “ในตู้ปลาของสมบัติมีปลาอยู่ 7 ตัว และในตู้ปลาของพรชัยมีปลาอยู่ 5 ตัว สมบัติมีปลามากกว่าพรชัยกี่ตัว” เขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์ได้เป็น 7 - 5 = □ หรือ 5+ □ = 7 จะเห็นว่าโจทย์ข้อนี้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการลบเพียงอย่างเดียว

3. ปัญหาที่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ใช้วิธีการคิดมากกว่าหนึ่งขั้นตอน เช่น “ใน กล่องขนาดใหญ่จะบรรจุกล่องขนาดเล็กได้ 24 กล่อง ถ้ากล่องขนาดเล็กมีลูกปิงปอง 3 ลูก และมีร้านขายอุปกรณ์การกีฬาแห่งหนึ่งสั่งลูกปิงปองมาขาย 1,800 ลูก อยากทราบว่าร้านขายอุปกรณ์ การกีฬาแห่งนี้ สั่งกล่องใหญ่ที่บรรจุลูกปิงปองมากี่กล่อง” โจทย์ปัญหาข้อนี้ต้องทำ 2 ขั้นตอน

4. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เช่น “ชุมนุมเทนนิสของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนสนใจสมัครเข้าแข่งขันเทนนิสทั้งหมด 15 คน จัดการแข่งขันให้ได้ครั้งละ 2 คน จะมีวิธีจัดการแข่งขันให้ทุกคนได้พบกันทั้งหมดกี่ครั้ง” สำหรับโจทย์ปัญหาข้อนี้ นักเรียนอาจจะไม่เคยพบปัญหาลักษณะนี้มาก่อน ดังนั้นการวาดรูป การเขียนแผนภาพหรือตารางจะช่วยได้

5. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ เช่น “โรงเรียนของนักเรียนใช้กระดาษ ไปจำนวนเท่าไรในเวลา 1 เดือน” สำหรับปัญหานี้เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ในการแก้ปัญหานักเรียนต้องใช้วิธีการทางสถิติในการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำเสนอข้อมูล

6. ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ไม่สามารถจะหาคำตอบได้ทันทีต้องพิจารณาเงื่อนไขของโจทย์และทดลองแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 71) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหาสรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบเป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติไม่ซับซ้อนเน้นให้ผู้เรียนได้ฝึก

ทักษะ การคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน กว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ ความรู้ ทักษะ มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีทาง คณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผลและ แปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่างๆในการหาคำตอบ

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (2554, น. 8-20) ได้กล่าวว่า นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่าง ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

1. พิจารณาจากผู้แก้ปัญหา

1.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นเป็นกิจวัตรในโรงเรียนและเมื่อเผชิญปัญหาก็สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ทันที ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน

1.2 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบบ่อยในโรงเรียน ซึ่งเมื่อต้องเผชิญปัญหา เหล่านั้นทำให้ต้องประมวลความรู้ความสามารถเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่ มีโครงสร้างซับซ้อน

2. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (Problems to Find an Answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบหรือตัวไม่ทราบค่าซึ่งคำตอบมักอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายเหตุผล

2.2 ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่เป็นเท็จ

3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียวหรือปัญหาข้อความอย่างง่าย (One-step Problems or Simple Translation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นปัญหาที่มีขั้นตอนเดียวและ นักเรียนเคยพบมาก่อนในการเรียนการสอนปกติ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Operation)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอนหรือปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Multiple-step Problems or Complex Translation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เช่นกัน แต่เป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอนหรือมากกว่าสองขั้นตอน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3.3 ปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนสร้างคำถามขึ้นมาเอง ปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบ หรือมีวิธีการ และแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาประเภทนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ ซึ่งทำให้นักเรียนต้องหาคำตอบของปัญหา และต้องอธิบายและแสดงวิธีการที่ได้มาของคำตอบด้วย

3.4 ปัญหาเป็นกระบวนการ (Process Problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที นักเรียนต้องค้นหาขั้นตอนและกลยุทธ์ในการหาคำตอบก่อน เช่น การวาดรูป การสร้างตารางหรือการแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ และหารูปแบบของปัญหาทั่วไป

3.5 ปัญหาการประยุกต์หรือปัญหาสถานการณ์ (Applied Problems or Situation Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริง ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทาง คณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญหา ส่วนใหญ่มักเป็นปัญหาในชีวิตจริง (Real Life Problems) ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการ วิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยหาคำตอบ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูล ประมวลผล แปลผลข้อมูลและการตัดสินใจ

3.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problems) เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ เชาวน์ปัญญา และความเฉียบคมมาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาบางครั้งก็ต้องใช้เทคนิคเฉพาะ ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่มองได้ หลายแง่มุมและมักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ซึ่งผู้มีทักษะการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาประเภทนี้ได้ดี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 163-166) ได้จำแนกประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดย พิจารณาจากลักษณะของโจทย์ปัญหาที่พบในช่วงชั้นที่ 1-3 ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

1. ปัญหาอย่างง่ายหรือปัญหาที่เป็นพื้นฐาน โดยโจทย์ปัญหาประเภทนี้ เป็นโจทย์ปัญหาที่ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐาน ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหารอย่างใดอย่างหนึ่ง เน้นการใช้ความรู้ ความจำ ความเข้าใจมาแก้ปัญหา เป็นโจทย์ปัญหาที่ถาม

ตรงไปตรงมา ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย อาจหมายถึงโจทย์ปัญหาระคนที่เป็นโจทย์เลียนแบบตัวอย่างที่เคยได้เรียนรู้มาแล้ว โจทย์ที่เคยรู้หรือเคยแก้ปัญหามาแล้ว เมื่อพบใหม่ก็ถือว่าเป็นโจทย์ปัญหาอย่างง่ายเช่นกัน โจทย์ปัญหาประเภทนี้จะมีความแตกต่างในแต่ละช่วงชั้น โจทย์ปัญหาที่ยากในช่วงชั้นที่ 1 อาจเป็นโจทย์ปัญหาอย่างง่ายในช่วงชั้นที่ 2

2. ปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือปัญหาหลายขั้น โดยโจทย์ปัญหาประเภทนี้ เป็นโจทย์ที่ต้องการให้นักเรียนนำความรู้ ความเข้าใจ รวมทั้งการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์มาช่วยแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่จะต้องประยุกต์เชื่อมโยงเนื้อหาหรือใช้การดำเนินการตั้งแต่สองการดำเนินการขึ้นไป โจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนบางปัญหาอาจเป็นโจทย์ปัญหาอย่างง่ายของผู้ที่มีทักษะ หรือมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาลักษณะนั้นมาก่อน แต่ถ้านำโจทย์ปัญหานั้นมาปรับเปลี่ยนเงื่อนไข หรือใช้คำตอบของคำถามในโจทย์เดิมมาเป็นข้อมูลในโจทย์ใหม่ ปรับสถานการณ์โจทย์ให้ต้องคิดพิจารณามากขึ้น โจทย์ปัญหานั้นก็อาจถือว่ามีความซับซ้อนได้

3. ปัญหาเชิงบูรณาการ โดยโจทย์ปัญหาประเภทนี้ เป็นโจทย์ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องในการแก้โจทย์ปัญหา อาจเน้นการนำไปใช้ในชีวิตจริง โดยเฉพาะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในท้องถิ่นได้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้เห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริง โจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์เกี่ยวข้องกับข้อมูลในสิ่งแวดล้อมจริง ก็ถือได้ว่าเป็นโจทย์ปัญหาเชิงบูรณาการด้วย

4. ปัญหาท้าทาย โดยโจทย์ปัญหาประเภทนี้ เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และใช้เทคนิคต่าง ๆ ที่ลึกซึ้งมาช่วยแก้ปัญหา เป็นโจทย์ปัญหาที่มุ่งพัฒนาการคิดระดับสูงในช่วงชั้นนั้น ๆ อาจเป็นโจทย์ปัญหาที่ทำให้เกิดความสนุกสนานและมีความท้าทาย ซึ่งส่วนใหญ่โจทย์ประเภทนี้เหมาะสำหรับการนำมาใช้เพื่อการแข่งขัน แต่ไม่เหมาะกับการนำมาใช้วัดผลการเรียนรู้

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาธรรมดา กับปัญหาไม่ธรรมดาโดยปัญหาธรรมดาจะเป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยกับโครงสร้างของปัญหามาก่อน มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวในการแก้ปัญหา และได้แก่ ปัญหาในหนังสือเรียน ส่วนปัญหาไม่ธรรมดามีโครงสร้างที่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นกับปัญหาที่จะแก้ต้องใช้ความคิดวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายอย่างพร้อมทั้งการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

2.2.5 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

ในการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียน นอกจากครูต้องทราบประเภทของคำถามที่ใช้ในการเรียนการสอนแล้ว ครูจำเป็นต้องทราบเกี่ยวกับลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี เพื่อจะได้นำไป

เลือกใช้อย่างถูกต้องและเหมาะสม โดยมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ ดังนี้

Clyde (1967, p. 108) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี สรุป ได้ดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิต ประจำวัน และสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันหรือลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริง

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆ ไป

Krulik and Rudnick (1993, pp. 10 - 20) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานของการศึกษาคณิตศาสตร์ จึงเป็นเหตุผลเบื้องต้นที่ต้องบรรจุไว้ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ การที่จะสอนทักษะดังกล่าวให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ครูผู้สอนจึงต้องมีความรู้ เกี่ยวกับลักษณะของปัญหาที่ดีเสียก่อนเพราะการสอนการแก้ปัญหาต้องอาศัยปัญหาที่ดี ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. น่าสนใจ ท้าทายความสามารถของนักเรียน และเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวผู้เรียน
2. ต้องใช้ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะการสังเกต
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายและมีปฏิสัมพันธ์กัน
4. เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการนำทักษะทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538, น. 90) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่าสิ่งที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหาที่จะนำมาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบและกล่าวถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ท้าทายความสามารถของผู้เรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป ถ้าง่ายเกินไป อาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไป ผู้เรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของผู้เรียน สถานการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่ผู้เรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย

3. แปลกใหม่ ไม่ธรรมดาและผู้เรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน

4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้ผู้เรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

กรมวิชาการ (2544, น. 18) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ดังนี้

1. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง เข้าใจง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด และท้าทายความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับวัยของนักเรียน
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, น. 79) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่าปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. สถานการณ์ของปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน
2. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้
3. ข้อมูลมีความทันสมัย และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนหรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

สรุปได้ว่า ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ควรเป็นปัญหาที่ท้าทายและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน เร้าความสนใจของผู้เรียน มีความทันสมัย มีข้อมูลที่เพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้ ใช้ภาษาที่เหมาะสมเข้าใจง่าย กระชับ รัดกุมถูกต้อง ไม่เป็นปัญหาที่ยากหรือง่ายเกินไป เหมาะกับระดับของผู้เรียนและควรมีวิธีในการหาคำตอบของปัญหาได้หลายวิธีนำไปสู่ความเข้าใจ และการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.2.6 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะทำให้ผู้ที่ยังไม่มีประสบการณ์ สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อันจะนำไปสู่ข้อค้นพบใหม่ และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเป็นวิธีที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่นได้ ซึ่งการแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จอย่างมีคุณภาพนั้น

ผู้แก้ปัญหาต้องใช้กระบวนการต่างๆในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya(1957, pp. 5 - 10) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจคำ ประโยคย่อยๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ จะก่อให้เกิดผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้อะไรอีกบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น โดยการนำทฤษฎี หลักการ/กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามแผนวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้เป็นขั้นที่ ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหาของตนว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบความ ถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

Sternberg (1999, pp. 351-354) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. การระบุปัญหา (Problem Identification) เพื่อกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ควรระบุสาเหตุของปัญหาที่แท้จริงก่อน

2. การจำกัดความของปัญหา (Definition of Problem) เมื่อสามารถระบุปัญหาที่แท้จริงได้แล้ว จำเป็นต้องให้คำจำกัดความของปัญหา เพราะหากไม่มีการให้คำจำกัดความ หรือคำจำกัดความของปัญหานั้นคลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง โอกาสในการแก้ปัญหาได้สำเร็จจะลดน้อยลง

3. การสร้างกลยุทธ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Constructing Strategy for Problem Solving) เป็นขั้นตอนในการวางแผนกลยุทธ์ต่าง ๆ และวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหาที่ซับซ้อนให้เห็นเป็นขั้นตอน หรือสังเคราะห์องค์ประกอบหลายชนิดที่มีความสัมพันธ์กันแล้วนำมาเชื่อมโยงกัน เพื่อใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา

4. การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Organizing Information about a Problem) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลที่มีอยู่เพื่อนำมาใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จ หรือการสร้างภาพในใจที่ช่วยในการกำหนดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

5. การจัดสรรทรัพยากรที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Alocation of Resources) คนส่วนใหญ่จะเผชิญหน้ากับปัญหาโดยอยู่ในขอบเขตของทรัพยากรที่จำกัดในด้านต่าง ๆ การแก้ปัญหาแต่ละปัญหาต้องใช้ทรัพยากรในปริมาณที่แตกต่างกัน เช่น ปัญหาบางปัญหาต้องอาศัยระยะเวลานานในการแก้ปัญหา และต้องการเครื่องมือหลายชนิดในขณะที่บางปัญหาอาศัยทรัพยากรเพียงเล็กน้อย ทั้งนี้ประสิทธิภาพของการจัดสรรทรัพยากรในการแก้ปัญหาจึงขึ้นอยู่กับความรู้ความชำนาญของแต่ละบุคคลด้วย

6. การตรวจสอบการแก้ปัญหา (Monitoring Problem Solving) การแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้รู้แน่ชัดว่าขั้นตอนต่าง ๆ ดำเนินไปอย่างถูกต้องและนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการหรือไม่ เพราะหากพบว่ามีข้อบกพร่อง เกิดขึ้นแล้ว การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาจะช่วยให้เราสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันท่วงที

7. การประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluation Problem Solving) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายหลังจากการแก้ปัญหาสิ้นสุดลง ซึ่งเป็นการประเมินความสำเร็จและทบทวนการทำงานในขั้นตอนต่าง ๆ บางครั้งการประเมินผลการแก้ปัญหานี้จะทำให้สามารถรู้ถึงกลยุทธ์ใหม่ที่จะนำไปปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาในครั้งต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547, น. 17) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ พิจารณาถึงเหตุและหาหนทางที่จะแก้ปัญหา

3. วางแผนในการแก้ปัญหาเป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย

5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบมีความน่าเชื่อถือเพียงใด

สุวิทย์ มูลคำ (2550, น. 27) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา เป็นการทบทวนปัญหาที่พบเพื่อทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ในประเด็นต่าง ๆ รวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา

ขั้นที่ 2 ตั้งสมมติฐานหรือหาสาเหตุของปัญหา เป็นการคาดคะเนคำตอบของปัญหา โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ช่วยในการคาดคะเนรวมทั้งการพิจารณาสาเหตุของปัญหาว่ามาจากสาเหตุอะไร หรือจะมีวิธีการแก้ปัญหาได้โดยวิธีใดบ้าง ซึ่งควรจะตั้งสมมติฐานไว้หลาย ๆ อย่าง

ขั้นที่ 3 วางแผนแก้ปัญหา เป็นการคิดหาวิธีการเทคนิคเพื่อแก้ปัญหาและกำหนดขั้นตอนย่อยของการแก้ปัญหาไว้อย่างเหมาะสม

ขั้นที่ 4 เก็บรวบรวมข้อมูล เป็นการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ตามแผนที่วางไว้ ซึ่งขั้นนี้จะเป็นขั้นของการทดลองและลงมือแก้ปัญหาด้วย

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์ข้อมูลและทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาทำการวิเคราะห์วินิจฉัยว่ามีความถูกต้องเที่ยงตรงและเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใด และทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 6 สรุปผล เป็นการประเมินผลวิธีการแก้ปัญหาหรือการตัดสินใจเลือกวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลดีที่สุด โดยสรุปในรูปของหลักการที่จะนำไปอธิบายเป็นคำตอบตลอดจนนำความรู้ไปใช้

ทิศนา แขมมณี (2552, น. 312-313) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ เป็นกระบวนการที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เกิดความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ โดยมีกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. สังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจปัญหา จนสามารถสรุปและตระหนักในปัญหานั้น

2. วิเคราะห์ ให้ผู้เรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหาสภาพสาเหตุและลำดับความสำคัญของปัญหานั้น

3. สร้างทางเลือก ให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลองค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่มและควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียนด้วย

4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกการปฏิบัติงานเพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. สรุป ผู้เรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำในรูปของรายงาน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(2555, น. 103) ได้กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน มีดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่พบในประเด็นต่าง ๆ คือ 1) ปัญหาถามว่าอย่างไร 2) ข้อมูลที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และ 3) มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหา และทำให้กระบวนการแก้ปัญหาดำเนินไปอย่างราบรื่น การประเมินความเข้าใจปัญหาสามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. วางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้แล้ว และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่หาได้

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหาทั้งด้านวิธีการ แก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไป ยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นอีกหรือไม่ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ตลอดจนการขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ ในรูปของหลักการทั่วไป

สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 4 ขั้น คือ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด มาให้มีอะไรบ้าง 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบเป็นขั้นที่ลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งได้คำตอบ 4) ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นเป็นขั้นที่ต้องตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2.2.7 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ผู้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นผู้รู้เรื่องยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้ชำนาญเพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อไป มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

Cruikshank and Sheffield (2000, pp. 41 - 44) เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การเดาหรือตรวจสอบ (Guess and Check)
2. การหาแบบรูป (Look for a Pattern)
3. เขียนรายละเอียดของโจทย์ (Make a Systematic List)
4. สร้างและวาดรูปหรือแบบจำลอง (Make and Use a Drawing or Model)
5. กำจัดสิ่งที่เป็นไปไม่ได้ (Eliminate Possibilities)

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547, น. 18 - 20) ได้รวบรวมยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มองภาพรวม ๆ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะของปัญหาทั้งหมด การมองภาพรวม ๆ เป็นการทบทวนภาพทั้งหมด ทำความเข้าใจเนื้อหา การทบทวนอาจทำได้โดยการอ่านหลาย ๆ รอบเพื่อที่จะได้ไม่หลงทาง มองภาพให้มุมกว้างจนกว่าจะเห็นหนทางแก้ไข ในกรณีที่คิดไม่ออกอาจจะเปลี่ยนมุมมองเสียใหม่

2. กำหนดหนทางไว้เลือกหลายทาง การหาทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดไว้หลาย ๆ ทาง เพื่อนำมาพิจารณาในรายละเอียดว่าทางเลือกใดที่ดีและเป็นไปได้มากที่สุด การพิจารณาเพื่อตัดสินใจเลือกนั้นต้องกระทำอย่างรอบคอบ

3. กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาทิ้งไปเหลือไว้แต่ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยเฉพาะขีดเส้นใต้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่สำคัญจากข้อมูลที่มีอยู่ พิจารณาทางเลือกที่เป็นไปได้โดยตัดหนทางที่เป็นไปไม่ได้หรือประโยคที่ไม่เกี่ยวข้องทิ้งไปเสียก่อน โดยใช้หลักตรรกศาสตร์แล้วค่อยพิจารณาตัดสินใจจากข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ประกอบกัน

4. เลือกวิธีการในการคำนวณให้เหมาะ โดยวิเคราะห์จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลข่าวสารใด กลวิธีที่สมควรนำมาใช้จึงจะได้ผลและควรจะใช้การคำนวณ บวก ลบ คูณ หาร หาค่าราก ยกกำลัง หรือใช้ความรู้ทางสถิติ แคลคูลัส พีชคณิต กราฟ ฯลฯ อย่างใดมาช่วยในการคำนวณ

5. ใช้การเดาแล้วทดสอบ โดยใช้เหตุผลในการพิจารณาคำตอบควรจะเป็นเช่นใด การ เดาจะต้องเดาอย่างมีหลักเกณฑ์ สมเหตุสมผล ไม่ลำเอียง เมื่อเดาแล้วต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้คำตอบ การเดาจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นถ้ามีเทคนิคบางอย่างช่วย เช่น การประมาณค่า การวิเคราะห์ข้อมูล การจำลองสถานการณ์ การพิจารณากรณีแวดล้อมมาประกอบการพิจารณา

6. การสร้างรูปแบบที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นปัญหาในลักษณะหลาย ๆ มิติ รูปแบบที่สร้างขึ้น จำลองขึ้นอาจจะเป็นคน วัตถุ สิ่งก่อสร้าง โครงสร้างเครือข่าย เพื่อให้เกิดต้นแบบและสามารถนำไปหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่มีอยู่ หรือนำไปสู่คำตอบที่ต้องการได้

7. หาแบบรูปที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ ปัญหาบางปัญหา เรื่องราวบางเรื่องราว อาจจะมีลักษณะเป็นวงจร เป็นการเรียงลำดับ เป็นอนุกรมของตัวเลข เป็นรูปเรขาคณิต เป็นค่าของสัดส่วน เป็นลักษณะของการแปลงค่า เป็นคู่ลำดับ หรือเป็นฤดูกาล เป็นต้น การหาแบบรูปได้จะทำให้สามารถไขปัญหาได้

8. จัดระบบข้อมูลใหม่ หมายถึง การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นให้มีรูปที่ง่ายแก่การเข้าใจ เช่น ทำเป็นรายการ ทำเป็นตาราง ทำเป็นข้อสังเกต รวมข้อมูลเรื่องราวเดียวกันไว้ ตัดข้อมูลที่ฟุ่มเฟือยออกไป รวมทั้งให้บันทึกข้อมูลที่สูญหายไปซึ่งอาจจะเป็นเบาะแสให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. สร้างภาพประกอบ เพื่อให้สามารถมองเห็นลักษณะของตัวปัญหาได้อย่างชัดเจน หากข้อมูลที่มีอยู่มีลักษณะที่เป็นการบรรยายความเป็นตารางตัวเลขสามารถจะทำให้ชัดเจนขึ้นได้โดยการสร้างภาพประกอบ โดยการเขียนกราฟประกอบคำอธิบาย เขียนรูปเรขาคณิตสเกตซ์ภาพลายเส้นเขียนเป็นไดอะแกรม จะทำให้มองเห็นปัญหาในลักษณะที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

10. แยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ให้มีลักษณะเช่นเดียวกับปัญหาเดิม แต่อยู่ในรูปลักษณะที่ง่ายขึ้น เป็นการแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า มีตัวเลขที่ซับซ้อนน้อยกว่าแต่เป็นโจทย์ปัญหาลักษณะเดียวกัน เมื่อสามารถแก้ปัญหาที่เล็กกว่าได้จะมองเห็นแนวทางในการแก้ไขปัญหาที่เล็กกว่าได้

11. ใช้ตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาโดยใช้สามัญสำนึก ใช้หลักการและเหตุผล บ่อยครั้งที่พบว่าการแก้ปัญหาในบางครั้งที่ผู้ที่พยายามแก้ปัญหาอาจจะมองลึกซึ้งจนเกินไปและลืมนึกถึงความเป็นจริงตามธรรมชาติ ขาดการใช้สามัญสำนึกทำให้หาหนทางแก้ไขทีเหมาะสมไม่ได้ การถามว่า “ถ้าเป็นอย่างนี้แล้วจะเกิดอะไรขึ้นต่อไป” เป็นการโยงจากเหตุไปสู่ผลการใช้วิธีแบบอนุมานและอุปมาน เป็นวิธีการหนึ่งที่เป็นประโยชน์

12. คิดย้อนกลับ การแก้ไขปัญหาโดยเริ่มพิจารณาเหตุในบางครั้งไม่สามารถกระทำได้ง่ายนัก การสืบสาวจากผลย้อนหลังไปหาเหตุในบางครั้งสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าตัวอย่างการพิสูจน์เรขาคณิต ตรีโกณมิติ รวมทั้งการสืบสวนเรื่องราวต่าง ๆ เป็นต้น ในบางครั้งจะพบว่าสามารถเริ่มต้นจากผลลัพธ์ (ปลายทาง) เพื่อไปสู่เหตุ (ต้นทาง) ได้ง่ายและรวดเร็วมากขึ้น

13. ใช้สูตร ปัญหาหลายปัญหามีสูตรในการแก้บางสูตรใช้ได้กับหลายปัญหาในการแก้ปัญหาจะต้องพิจารณาก่อนว่าสูตรใดบ้างที่มีความเกี่ยวข้อง และสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ให้วิเคราะห์ปัญหาแล้วนำสูตรไปใช้ หลังจากนั้นจำเป็นต้องตรวจสอบความถูกต้องของสูตรและการนำสูตรไปใช้อย่างถูกต้องกับเรื่องราวนั้น ๆ

14. ตั้งคำถามที่เหมาะสมโดยตนเองหรือโดยผู้อื่นสามารถใช้แง่คิดที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ คำถามที่เป็นประโยชน์ เช่น ทำไมเป็นไปได้อย่างไร ทำไมจึงเป็นเช่นนั้นจะช่วยให้เกิดความกระจ่างในปัญหามากขึ้น ช่วยให้สามารถจับใจความสำคัญของปัญหาได้ การตั้งคำถามและหาคำตอบจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

15. คุย อภิปรายหรือระดมความคิด เป็นยุทธวิธีหนึ่งซึ่งทำให้ได้ความคิดหรือเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเนื่องจากการคุยหรือการอภิปราย ทำให้เกิดการมองเห็นปัญหาจากมุมมองที่ต่างกันออกไป เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาได้หลายจุด มีการเติมหรือแก้ไขในจุดบกพร่องที่มองจากบางมุมไม่เห็น นอกจากนั้นยังจะพบว่า คำพูดบางคำทำให้สะกดใจหรือเป็นกุญแจให้สามารถหาหนทางแก้ปัญหาได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, น. 73 - 77) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้ดีแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องจะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การพิสูจน์หรือการใช้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูป นิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจจะเป็นแบบรูปของจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต

2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นถึงความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง เป็นกลวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้

4. สร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตารางอาจช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้น ๆ

5. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีกรณีที่มีจำนวนกรณีที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

6. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ทางปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการคือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเข้าใจปัญหานั้นและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

ทิศนา แขมมณี (2552, น. 312-313) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ เป็นกระบวนการที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เกิดความคิดหาวิธีการแก้ปัญหา ต่างๆ โดยมีกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. สังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจปัญหา จนสามารถสรุปและตระหนักในปัญหานั้น

2. วิเคราะห์ ให้ผู้เรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหาสภาพ สาเหตุและลำดับความสำคัญของปัญหานั้น

3. สร้างทางเลือก ให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่าง หลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลองค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรม กลุ่มและควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียนด้วย

4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึก การปฏิบัติงานเพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. สรุป ผู้เรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำในรูปของรายงาน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 13-14) กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ที่มีลักษณะเป็นระบบหรือแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วย ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่ลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้นและบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูลโดยแยกเป็นกรณีๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจขจัดกรณีที่ไม่ใช้ออกก่อนแล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะ

ไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณี ที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วย ในการแจกกรณีด้วยก็ได้

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาหนึ่งๆ สามารถแก้ได้โดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย เช่น การใช้ภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การสร้าง ตาราง การคาดเดาและตรวจสอบ อาจใช้ยุทธวิธีอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างประกอบกันก็ได้ แม้ว่าจะมีหลากหลายยุทธวิธี แต่ไม่มีวิธีใดที่ดีที่สุด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ปัญหาที่เผชิญอยู่ ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละยุทธวิธีให้เหมาะสมกับลักษณะของแต่ละปัญหา จึงจะทำให้การแก้ปัญหานั้นสำเร็จได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งนักเรียนควรจะต้องมีความรู้คณิตศาสตร์หรือแหล่งความรู้อื่นๆ ที่สามารถสืบค้นได้อย่างเพียงพอ อีกทั้งต้องรู้ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้อง

2.2.8 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มีไว้ ดังนี้

Gagne(1970, pp. 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด และ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ

ชมพูนุท วนสันเทียะ(2552, น. 64) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการคิดแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยการนำเสนอความคิดรวบยอด กฎ สูตร ทฤษฎีบท นิยามต่างๆ ความสามารถในการให้เหตุผล การแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล การตีความหมาย มาช่วยเชื่อมโยงความสัมพันธ์กับปัญหา ตลอดจนความสามารถตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาได้

อัมพร ม้าคนอง(2553, น. 39) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนรวมถึงความสามารถต่อไปนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางการแก้ปัญหา

2. ประเมินการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้

3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาเดิม

4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 77) เสนอว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้ความคิดที่หลากหลาย เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหาในการวิเคราะห์ข้อมูล การตีความหมาย มาช่วยเชื่อมโยงความสัมพันธ์กับปัญหา ตลอดจนความสามารถตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาได้

2.2.9 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงแนวทางในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

กรมวิชาการ (2544, น. 113-114) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาควรจะมีวิธีการที่มีมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาควรมี ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา
   - 2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
   - 1 คะแนน สำหรับการเข้าใจ โจทย์บางส่วน ไม่ถูกต้อง
   - 0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมาก หรือ ไม่เข้าใจเลย
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา
   - 2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูก
   - 1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
   - 0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูก

0 คะแนน สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

4. การสรุปคำตอบ

2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์

1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด

0 คะแนน เมื่อไม่ได้สรุปคำตอบ

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 174) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมามักใช้แบบทดสอบลักษณะเดียวกับแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยมักเป็นข้อสอบปรนัยระดับการนำไปใช้ให้นักเรียนเลือกตอบข้อที่ถูกเพียงข้อเดียว ซึ่งผลรวมของคะแนนสอบเป็นเพียงภาพรวมของระดับความสามารถที่นักเรียนมีทั้งที่การแก้ปัญหาไม่ได้อาจมีระดับความบกพร่องแตกต่างกันตั้งแต่ไม่ทราบว่าจะแก้ปัญหาอย่างไรหรือทำไม่ได้เลย จนถึงเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาถูกต้องหรือเหมาะสม แต่คิดหรือคำนวณคำตอบผิดพลาด ผู้สอนควรตระหนักว่าการใช้ข้อสอบลักษณะดังกล่าวไม่ได้ ให้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาของนักเรียน สิ่งที่จะเป็นประโยชน์ มากกว่าคือข้อมูลที่ทำให้ทราบว่านักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้เพราะเหตุใด แบบทดสอบที่จะใช้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา จึงควรมีลักษณะเปิดหรือเป็นปัญหาแบบเปิด โดยอาจเปิดที่คำตอบ ให้มีคำตอบได้หลากหลายคำตอบหรือเปิดที่กระบวนการ เพื่อให้นักเรียนได้แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ แบบทดสอบการแก้ปัญหาแบบหนึ่งที่นิยมใช้กัน คือแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ที่ให้นักเรียนแสดงวิธีทำงาน 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของโพลยาเพื่อที่จะประเมินความสามารถในการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน อย่างไรก็ตามผู้สอนอาจต้องการวัดความสามารถเฉพาะอื่นๆ ในการแก้ปัญหานอกเหนือจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน

ชานนท์ จันทรา (2554, น. 13) ได้กล่าวว่า การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีประสิทธิภาพนั้นจะต้องสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้อย่างเที่ยงตรงและครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้โดยเน้นการประเมินตามสภาพจริง เพื่อให้สามารถวัดสมรรถภาพของนักเรียนได้ตรงตามความเป็นจริง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 58) ได้เสนอแนวคิดการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าให้พิจารณาจากรายการประเมิน 4 ประเด็น คือ (1) ความเข้าใจปัญหา (2) การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา (3) การใช้ยุทธวิธีการ

แก้ปัญหา (4) การสรุปคำตอบ ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์รวมที่พิจารณาขั้นตอน การแก้ปัญหาของผู้เรียนในภาพรวม โดยกำหนดระดับคุณภาพเป็น 4 ระดับ ดังในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1

เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	1. เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน 2. เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องกับปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน 3. สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
3(ดี)	1. เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน 2. เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องกับปัญหานำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน 3. สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์
2(พอใช้)	1. เข้าใจปัญหาบางส่วน ไม่ถูกต้อง 2. เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน 3. สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
1 (ต้องปรับปรุง)	1. เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง 2. เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง และนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหา 3. ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์* . โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, (น. 58), 2555, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 58) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยที่มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 0, 1 และ 2 ดังในตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2

เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	2	ดี	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้างและต้องการหาอะไร
	1	พอใช้	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
	0	ปรับปรุง	ไม่สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	2	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูก แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การใช้วิธีการแก้ปัญหา	2	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
	1	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	0	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่อย่างถูกต้อง
การสรุปคำตอบ	2	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์ ใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์* . โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, (น. 58), 2555, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สรุปได้ว่า เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้เกณฑ์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ในการให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยที่มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 0, 1 และ 2 ซึ่งได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบ่งเกณฑ์การให้คะแนนในภาพรวมตามพฤติกรรมที่แสดงออกในการตามขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา 3) การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และ4) การสรุปคำตอบ

2.3 รูปเรขาคณิตสามมิติ

รูปเรขาคณิตสามมิติหรือรูปทรงเรขาคณิต มีความสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์ เมื่อพิจารณาจากสิ่งที่มีชีวิตและสิ่งที่ไม่มีชีวิต ล้วนแต่มีรูปร่างลักษณะต่าง ๆ ปรากฏให้ เห็นสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ เช่น ใบไม้ ก้อนอิฐ นก มีลักษณะสำคัญอยู่หลายประการคือ มีความกว้าง ความยาวและความหนาหรือความสูง

2.3.1 ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ ไว้ดังนี้

สุเทพ บุญซ้อน และคณะ (2551, น. 202) ได้กล่าวว่า ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติเป็นสิ่งต่างๆรอบตัวเรา ซึ่งเราสามารถวัดความกว้าง ความยาว และความหนาได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553, น. 175) ได้กล่าวว่าลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปทรงเรขาคณิตที่มีความกว้าง ความยาวและความสูง โดยมีส่วนสูง ขึ้นจากระนาบ เช่น แก้วน้ำ โต๊ะ ลูกบอล

นันทนา วินัยพานิช และคณะ (2556, น. 90) ได้กล่าวว่า รูปเรขาคณิตสามมิติ มีลักษณะ แตกต่างจากรูปเรขาคณิต 2 มิติ คือมีส่วนลึกเข้าไปหรือความหนาซึ่งเป็นรูปเรขาคณิตในปริภูมิสามมิติ บางครั้งเรียกว่า รูปทรงเรขาคณิต

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 64) ได้กล่าวว่า ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปเรขาคณิตในปริภูมิสามมิติ ให้ความรู้สึกมีปริมาตร ความหนาแน่น มีมวลสาร เกิดจากการใช้ค่าน้ำหนักหรือจัดองค์ประกอบของรูปเรขาคณิตหลายรูปมารวมกัน

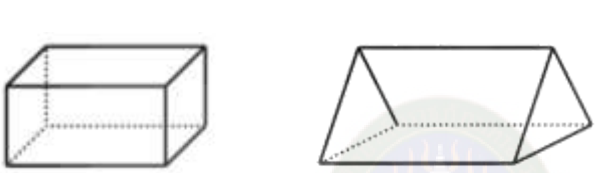
สรุปได้ว่า ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปเรขาคณิตในปริภูมิสามมิติที่มีความกว้าง ความยาวและความสูง ซึ่งแตกต่างจากรูปเรขาคณิต 2 มิติเพราะว่ารูปเรขาคณิต 3 มิติมีความหนา ให้ความรู้สึกมีปริมาตร ความหนาแน่น มีมวลสาร

2.3.2 ชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติ ไว้ดังนี้

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537, น. 111-114) ได้กล่าวว่า รูปเรขาคณิตสามมิติ โดยพิจารณาจากรูปร่างลักษณะของรูปเรขาคณิตที่ประกอบกันเป็นรูปทรงดังนี้

1. ปริซึม เป็นรูปทรงที่มีหน้าตัดเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการและขนานกับหน้าข้างของปริซึมทุกหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุฉาก การแบ่งครึ่งปริซึมตามแนวขนานกันกับหน้าตัดย่อมทำให้ได้ปริซึมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ การตั้งชื่อปริซึมที่มีหน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมฐานของปริซึมก็คือ หน้าตัดของปริซึมจะใช้ด้านใดก็ได้ ดังภาพประกอบ



(a) (ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

(b) (ปริซึมสามเหลี่ยม)

(c) (ปริซึมรูปหกเหลี่ยม)

ภาพที่ 2.11 รูปปริซึม. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.1* โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว

2. ทรงกระบอก เป็นรูปทรงเรขาคณิตที่มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลมซึ่งเท่ากันทุกประการ และเมื่อคลี่ทรงกระบอกออกตามแนวความสูงจะได้รูปสี่เหลี่ยมมุฉาก ซึ่งสมบัตินี้สอดคล้องกับสมบัติของปริซึมดังที่กล่าวมาแล้วแต่เป็นปริซึมที่มีลักษณะพิเศษคือมีหน้าตัดเป็นวงกลม ดังนั้นในบางกรณีจะพบว่ามีผู้จัดประเภททรงกระบอกไว้ในประเภทของปริซึมที่มีลักษณะพิเศษคือมีฐานเป็นวงกลม

ภาพที่ 2.12 รูปทรงกระบอก. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.1* โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว

3. พีระมิด เป็นรูปทรงที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม และมียอดรวมเป็นจุดเดียวซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน หน้าข้างของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยม การตั้งชื่อพีระมิดตั้งตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นฐาน เช่น พีระมิดสามเหลี่ยม พีระมิดห้าเหลี่ยม

(a) พีระมิดสามเหลี่ยม

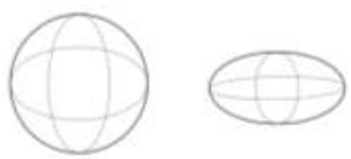
(b) พีระมิดห้าเหลี่ยม

ภาพที่ 2.13 รูปพีระมิด. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.1* โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว

4. กรวย เป็นรูปทรงเรขาคณิตที่เข้าลักษณะของพีระมิดเช่นกัน แต่เป็นพีระมิดที่มีลักษณะพิเศษคือไม่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม แต่มีฐานเป็นรูปวงกลม

ภาพที่ 2.14 รูปกรวย. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.1* โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว

5. รูปทรงอื่น ๆ เป็นรูปทรงที่มีลักษณะผิวโค้ง ได้แก่ ทรงกลม ทรงรี



ภาพที่ 2.15 รูปทรงกลมและทรงรี. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.1* โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553, น. 175 - 182) ได้กล่าวว่า รูปเรขาคณิตสามมิติมี 7 ชนิด ได้แก่

1. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัด (ฐาน) ทั้งสองเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการและอยู่ในระนาบที่ขนานกัน มีหน้าข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า ปริซึม การเรียกปริซึมเรียกตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้าตัดหรือฐาน

2. ปริซึมที่มีหน้าทุกหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า ปริซึมสี่เหลี่ยม หรือ ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

3. ปริซึมสี่เหลี่ยม หรือทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีหน้าทุกหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียกว่า ลูกบาศก์

4. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัด (ฐาน) ทั้งสองเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่ในระนาบที่ขนานกัน มีผิวโค้ง เรียกว่า ทรงกระบอก

5. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่ใน ระนาบเดียวกับฐาน และมีหน้าข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม เรียกว่า พีระมิด การเรียกชื่อพีระมิดเรียกตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นฐาน

6. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่ในระนาบเดียวกับฐาน และมีผิวโค้ง เรียกว่า กรวย

7. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ ทุก ๆ จุดบนผิวห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน เรียกว่า ทรงกลม

อัมพร ม้าคนอง (2557 น. 64 - 65) ได้กล่าวว่า รูปเรขาคณิตสามมิติมี 5 ชนิด ได้แก่

1. ปริซึม คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่คนละระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน การเรียกชื่อปริซึม จะเรียกตามฐานของปริซึม เช่น ฐานเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียกว่า ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัสฐานเป็นห้าเหลี่ยม เรียกว่า ปริซึมห้าเหลี่ยม

2. ทรงกระบอก คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ

3. พีระมิด คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ แต่มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น

4. กรวย คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นวงกลมแต่มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดและจุดใดๆ บนขอบของฐานเป็นส่วนของเส้นตรง

5. ทรงกลม คือ รูปเรขาคณิตที่มีผิวโค้งเรียบ และจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะที่เท่ากัน จุดคงที่จุดนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางของทรงกลม ระยะที่เท่ากันนั้นเรียกว่า รัศมีของทรงกลม

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิต

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตทั้งในและต่างประเทศ ได้มีผู้วิจัยศึกษาค้นคว้าทั้งในและต่างประเทศ ดังนี้

2.4.1.1 งานวิจัยในประเทศ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งในและต่างประเทศ ได้มีผู้วิจัยศึกษาค้นคว้าทั้งในและต่างประเทศ ดังนี้

พนิดา กองเกตุใหญ่ (2542, น. 70-75) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนซีลีของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัด ผลการวิจัย พบว่า (1) ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 กระจายอยู่ในระดับ 1 การวิเคราะห์ ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน และระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีความคิดในระดับที่ 3 สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 (2) นักเรียนเกือบครึ่ง (ร้อยละ 40.7) ในระดับ มัธยมศึกษาตอนต้นมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี อยู่ในระดับ 3

พรรณี เหมะสถล (2547, น. 73) ศึกษาการสำรวจระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ จำนวน 273 คน ผู้วิจัยได้วัดระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ที่พัฒนาโดยยูสกิน จำนวน 5 ชุด รวม 25 ข้อ ทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตฯ จำนวน 73 คน นักเรียนทำแบบทดสอบทีละชุด แล้วให้คะแนนเพื่อจัดระดับ พบว่า เมื่อแยกตามระดับการคิดมีจำนวนนักเรียนร้อยละ 28.77 ของนักเรียนทั้งหมด ระดับการคิดอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนนักเรียนร้อยละ 28.77 ของนักเรียนทั้งหมด ระดับการคิดอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนนักเรียนร้อยละ 5.78 ของนักเรียนทั้งหมด มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 2 การพิสูจน์อย่างไม่เป็นทางการ และไม่มีนักเรียนคนใดที่มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 3 การพิสูจน์อย่างเป็นทางการ และระดับ 4 ระดับขั้นสุดยอด

สมควร สีชมภู (2549, น. 57 - 60) ได้ศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลี ผลการวิจัยพบว่า การใช้สถานการณ์ปลายเปิดในเนื้อหาด้านเรขาคณิตทำให้นักเรียนแสดงความสามารถในการคิดทางเรขาคณิตของตนเองออกมาได้ เมื่อจำแนกแล้วได้เป็นระดับพื้นฐาน (Level 0) จำนวน 9 โปรโตคอล และระดับที่หนึ่ง (Level 1) จำนวน 9 โปรโตคอล โดยที่ลักษณะการติคในแต่ละระดับเป็นดังนี้ ระดับพื้นฐาน (Level 0) การคิดทางเรขาคณิตพบว่ายังถูกจำกัดด้วยชื่อ (Natne) ของรูปทรงเรขาคณิตที่นักเรียนเคยเรียนในชั้นเรียน ระดับที่หนึ่ง(Level 1)การคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนพบว่าเป็นการวิเคราะห์องค์ประกอบคุณสมบัติหรือกฎและพิจารณาความสัมพันธ์องค์ประกอบของรูปทรงเรขาคณิต โดยการทดลองด้วยวิธีการต่างๆ

ทองขาว แสงสุริยจันทร์ (2550, น. 89 -93) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นประเทศลาว โดยใช้โปรแกรม The (Geometer's Sketchpad ผลการวิจัยพบว่า ในขณะนักเรียนทำกิจกรรมนักเรียนได้แสดงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตาม รูปแบบระดับการคิดของแวนซีลี ในระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน รายละเอียดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนในแต่ละระดับเป็นดังนี้ ระคับที่ 1 การรับรู้ จากการมองเห็น นักเรียนให้ข้อสังเกตผลที่เกิดจากการจัดกระทำกับรูปเรขาคณ์เตบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ซึ่งจะอยู่ในลักษณะของรูปร่าง ระยะทางแลทิศทางการเคลื่อนที่ ระดับที่ 2 การวิเคราะห์ผลที่เกิดจากการกระทำกับรูปภาพหรือพารามิเตอร์ ถูกวิเคราะห์ในลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการแปลงทางเรขาคณิต นักเรียนในระดับนี้สามารถวิเคราะห์เวกเตอร์กำหนดการเลื่อนขนาน เส้นสะท้อนหรือมุมหมุน ในฐานะที่เป็นพารามิเตอร์ที่ควบคุมการแปลงทางเรขาคณิตระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสมบัติของภาพที่ได้จากการแปลงและพารามิเตอร์ที่ควบคุมการแปลงทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถนำใช้ผลลัพธ์จากการเชื่อมโยงใน การตำแหน่งของรูปที่เกิดจากการแปลงทางเรขาคณิตและตำแหน่งพารามิเตอร์มีควบคุม การแปลงเรขาคณิตตามเงื่อนไข

นวลศรี ชำนาญกิจ (2550, น. 83) ได้ศึกษาผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวนฮีลีที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวนฮีลี และความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนาแวนซีดีมีระดับการคิดหาง เรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนานานอีกที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิตตั้งแต่ 2 ขึ้นไปมี จำนวนร้อยละ 92.9 นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของโคนามเวนชีสมีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่า

ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนาแวนฮีลีมีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 มีจำนวนร้อยละ 53.57

คมกริช สุขแก้ว (2552, น. 51 - 53) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุรินทร์ เขต 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) ระดับความคิดตามแบบของแวน ฮีลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีที่ 2 และ ปีที่ 3 กระจายอยู่ทั้งในระดับ 3 ระดับ 2 และระดับ 3 แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีระดับความคิดในระดับ 3 สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 2) ระดับความคิดทางเรขาคณิตมีความสัมพันธ์ทางตรงกับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 3) สัดส่วนของระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชายแตกต่างกันนักเรียนหญิง นักเรียนชายมีระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนหญิง

2.4.1.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Usiski (1982) ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนในโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (Supotch Chaiyasang, 1988) โดยศึกษาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาจาก 13 โรงเรียน ใน 13 มลรัฐ จำนวน 2,699 คน ใช้แบบทดสอบ 4 แบบ ของโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG) พบว่า นักเรียนร้อยละ 80 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับความคิดตามแบบแวนซีดีได้และระดับความคิดทางเรขาคณิตนี้สามารถทำนายความสามารถในการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนได้

Senk (1989, p. 319) ศึกษาจากนักเรียนเกรด 7 ถึงเกรด 12 จำนวน 751 คน จาก 11 โรงเรียนใน 5 มลรัฐใช้แบบทดสอบทั้ง 4 แบบของโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา CDASSG เช่นกัน โดยใช้แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานเรขาคณิตและแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี สอบก่อนเรียน หลังจากเรียนจบแล้วใช้แบบทดสอบการพิสูจน์และแบบทดสอบวัดความรู้ความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์เป็นนักเรียนที่มีระดับความคิดอยู่ในระดับสูงและมีความรู้ในเนื้อหาเรขาคณิตเป็นอย่างดี นักเรียนที่มีระดับความคิดในระดับสูง จะทำการพิสูจน์ได้ดีกว่าผู้ที่มีระดับความคิดในระดับต่ำ

Lowry (1988) ได้ศึกษาความคิตทางเรขาคณิตเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปของเด็กอายุ 9 ปี กลุ่มตัวอย่างคือ เด็กอายุ 9 ขวบจำนวน 18 คน เด็กแต่ละคนจะได้รับการสอนตามรูปแบบแวนสีลีซึ่งประกอบด้วยขั้นการสอน 5 ขั้น ใช้เวลาสอนประมาณ 3 ชั่วโมงโดยสอน 2 ครั้ง/สัปดาห์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จะได้รับการสอนซึ่งไม่ได้เน้นเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จะได้รับการสอนโดยเน้นให้จำ กฎผลการวิจัยพบว่า จากการสัมภาษณ์

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทุกคนมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 คน มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ในเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมหลังจากได้รับการสอนตามรูปแบบแวนฮีลีพบว่าการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตไปสู่ระดับที่สูงกว่า

Bobango (1987) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ซึ่งเป็นผลจากการสอนโดยใช้รูปแบบของแวนซีลีใช้เวลาทดลอง 20 วัน โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 72 คน มีการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตและระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีก่อนและหลังการสอน โดยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองได้แก่ คอมพิวเตอร์ โดยใช้รูปแบบแวนฮีลีทำให้ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้นโดยเป็นการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิต จากระดับ 1 (ระดับการวิเคราะห์) ไปยังระดับ 2 (ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน) มากกว่าการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับอื่นๆ

Kermp (1991) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของยูคลิดกับนักศึกษาหูหนวก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัย Gallaudet ซึ่งเป็นมหาวิทยาลัยที่สอนศิลปะศาสตร์สำหรับคนหูหนวกโดยเฉพาะ ในภาคการศึกษาฤดูใบไม้ร่วงปีการศึกษา 1988 กลุ่มทดลองประกอบด้วยนักศึกษาหูหนวก จำนวน 114 คน ซึ่งลงทะเบียนในวิชาเรขาคณิตของยูคลิค ส่วนกลุ่มควบคุมประกอบด้วย นักศึกษาหูหนวกจำนวน 59 คน ซึ่งไม่ลงทะเบียนเรียนวิชายูคลิด เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบของแวนฮีลีซึ่งนักศึกษาทั้งสองกลุ่มต้องทำก่อนและหลังการทดลองและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตซึ่งนักศึกษาที่อยู่ในกลุ่มทดลองต้องทำ ผลการวิจัยพบว่า ก่อนและหลังการทดลองนักศึกษาทั้งสองกลุ่มอย่างน้อยร้อยละ 70 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ระดับ 0 หลังการทดลองนักศึกษานักศึกษาทั้งสองกลุ่มประมาณร้อยละ 17 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ก่อนการทดลองระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มควบคุมสูงกว่าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่หลังการทดลองระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มควบคุมไม่สูงกว่าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ หลังการทดลองไม่มีนักศึกษาคนใดมีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 หรือ ระดับ 4

Mcciendon (1991) ได้ศึกษาการใช้รูปแบบของแวนฮีลีในการประเมินความเข้าใจความคิดทางเรขาคณิตของครูประถมศึกษาและปรับปรุงทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่สอนชั้นอนุบาลถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิตทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนดีและแบบวัดทัศนคติซึ่งใช้วัดก่อนและหลังการทดลองทั้งในกลุ่มทดลองและกลุ่มเปรียบเทียบ ทดลองในขั้นการสอน 5 ขั้นตามรูปแบบแวนซีลีเพื่อพัฒนากิจกรรม

ตามหัวข้อใช้เวลา 10 วัน ๆ ละ 6 ชั่วโมง กับกลุ่มทดลองผลการวิจัยพบว่า ครู 28 ถนจากทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันก่อน การทดลอง แต่หลังการทดลองมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ทั้งในการวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตและการวัดทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิต กลุ่มทดลองมีระดับความคิดทางเรขาคณิตและทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิตก่อนและหลังการทดลองแตกต่างกัน ระดับความคิดทางเรขาคณิตและทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิตไม่มีความสัมพันธ์กันกลุ่มทดลองมีความรู้ทางเรขาคณิตและทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิตเพิ่มขึ้น

2.4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งในและต่างประเทศ ได้มีผู้วิจัยศึกษาค้นคว้าทั้งในและต่างประเทศ ดังนี้

2.4.2.1 งานวิจัยในประเทศ

ปานจิต วัชระรังษี (2548, น. 102-103) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่จัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านลูโบ๊ะเลาะ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานราธิวาส เขต 2 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 17 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคการ แบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) พฤติกรรมการทำงานกลุ่มโดยภาพรวมอยู่ในระดับปานกลาง เมื่อพิจารณาเป็นรายพฤติกรรมพบว่า พฤติกรรมที่มีการปฏิบัติมากที่สุด คือ ความตั้งใจในการทำงานกลุ่ม และการให้ความร่วมมือในการหาคำตอบและพูดสนับสนุนความคิดเห็นเพื่อนมีการปฏิบัติอยู่ใน ระดับต่ำที่สุด 3) นักเรียนมีความคิดเห็นต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาโดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก เมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่า นักเรียนเห็นด้วยอยู่ในระดับมากทุกด้าน คือ ด้านประโยชน์ที่ได้รับ ด้านบรรยากาศการเรียนรู้ และด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามลำดับ

อรพิน ศรีวงค์แก้ว (2550, น. 82-85) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาร้อยเอ็ด เขต 2 ที่มีความถนัดทางการเรียนแตกต่างกัน จำนวน 350 คน ได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน ตัวแปรที่ศึกษาประกอบด้วย ตัวแปรอิสระ 7 ตัวแปร ได้แก่ องค์ประกอบทางภาษา องค์ประกอบทางตัวเลข องค์ประกอบทางความจำ องค์ประกอบการใช้คำ องค์ประกอบทางการใช้เหตุผล องค์ประกอบทางมิติสัมพันธ์ องค์ประกอบทางการรับรู้ ตัวแปรตาม 3 ตัวแปรได้แก่ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์

ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่แบบทดสอบจำนวน 4 ฉบับ คือ 1) แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน 7 องค์ประกอบ 2) แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดแก้ปัญหา 4) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ข้อมูลหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายระหว่างตัวแปรความสามารถในการคิด วิเคราะห์ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนที่มีความถนัดทางการเรียนแตกต่างกัน มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อนุรักษ์ สุวรรณสนธ์ (2550) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหา 37.29 คิดเป็นร้อยละ 66.59 ของคะแนนสอบ และยังพบว่าการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิด วิเคราะห์ พิจารณาหาเหตุผล นำเอาความรู้ของตนมาใช้อย่างเต็มศักยภาพ โดยที่ครูไม่ต้องคอยบอกให้ทำตามทำให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยความเข้าใจ ซึ่งจะส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ อีกด้วย

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อศึกษา (1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2) พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (3) เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า (1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรม การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 01 (2) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อม ทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน กล่าวคือ ในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา และซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนลงมือแก้ปัญหา ในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนภาพหรือแผนภาพได้ชัดเจนมากขึ้น และปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมมากขึ้น และในการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน นักเรียนเขียนคำอธิบาย

กระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น และนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น (3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี

คงศักดิ์ ทองอันตั้ง (2551) ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นหลัก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่า ก่อนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้อสมการตัวแปรเดียว การแก้สมการกำลังสอง และความสัมพันธ์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ที่ กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2.4.2.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Jeon (1988) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนเกาหลี ระดับมัธยมศึกษา โดยเน้นการวิเคราะห์การพิสูจน์และการถ่ายโยงความรู้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับ 8

ผลการวิจัย พบว่า

1. ความยากของปัญหาเรขาคณิตเป็นผลจากเงื่อนไขที่ให้มาในโจทย์ปัญหา

2. การเสนอปัญหาโดยการเขียนรูป และมีสัญลักษณ์ให้จะทำให้นักเรียนเก่งและปานกลางประสบความสำเร็จมากกว่าการนำเสนอปัญหารูปแบบอื่น

3. นักเรียนส่วนมากยกเว้นนักเรียนเก่งบางคน ไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้

4. นักเรียนพิสูจน์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้น้อยกว่าปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม เท่ากันทุกประการ

5. ปัญหาที่ต้องใช้เส้นช่วยในการพิสูจน์ (Auxiliary Lines) จะยากกว่าปัญหาที่ไม่ใช้เส้นช่วยในการ พิสูจน์

6. ความสำเร็จของการแก้ปัญหาส่วนมากขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานมากกว่าการเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

Marolla(1998) ได้ทำการตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิงเกรด 7 ที่เรียนในชั้นเรียนหญิงล้วน จำนวน 14 คน และเรียนในชั้นเรียนแบบผสม จำนวน 17 คน โดยการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำ แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์แบบปลายเปิด และแบบทดสอบในการแก้ปัญหา ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ย ก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทั้งสองไม่แตกต่างกัน (ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง) กลุ่มทั้งสองได้รับการสอนที่คล้ายคลึงกันในระยะเวลา 7 เดือน ซึ่งประกอบด้วย การสอนแบบแก้ปัญหาซึ่งปฏิบัติเป็นประจำในแต่ละสัปดาห์ (Pow) โดยมีขั้นตอนการแก้ปัญหาขั้นต่อขั้น และมีการใช้รูปแบบคำถาม สำหรับการฝึกแก้ปัญหา (OEM) จำนวน 25 ข้อ จากการทดสอบค่าความแตกต่างหลังเรียน โดยใช้ค่าสถิติ t-test พบว่า ค่าเฉลี่ยหลังเรียนระหว่างกลุ่มทั้งสองไม่แตกต่างกัน (ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่าง)

Friel (1998) ศึกษากลยุทธ์การแก้โจทย์และการหาคำตอบคณิตศาสตร์โดยใช้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียน Lerpp ของชนเผ่านาวาโฮ (Navajo) เป็นกลุ่มตัวอย่างการวิจัยครั้งนี้แบ่งนักรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยให้นักเรียนแก้ปัญหาที่มีความ ซับซ้อนและเชิงประยุกต์ ขณะที่กรรมการผู้ตัดสินจะสังเกตนักเรียนและจดบันทึกวิธีการแก้โจทย์ และคำตอบของนักเรียน เพื่อทำการวิเคราะห์ว่า นักเรียนกลุ่มนี้ให้วิธีการอย่างไรในการแก้ปัญหาซับซ้อน งานวิจัยครั้งนี้แสดงให้เห็นกลยุทธ์การแก้ปัญหาและคำตอบที่ได้รับของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ชนเผ่าอินเดียแดง นาวาโฮ แล้วเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับกระบวนการและกลยุทธ์การเรียนรู้ของคนชาติอเมริกัน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มนี้ได้ใช้กลยุทธ์ในการแก้โจทย์และหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ชัดเจน/แน่นอน ค้นหาปวางแผน ร่วมมือ/ช่วยเหลือกันการให้เหตุผลโดยตรงไม่เปลี่ยนกลยุทธ์ ใช้วิธีการอุปมัย วิเคราะห์อย่างเป็นระบบยุคตามถ้อยคำเข้าใจปัญหาที่แท้จริง คำตอบผิดเป็นตรรกะ แสดงการคำนวณทางคณิตศาสตร์ แสดงวิธีการแก้ปัญหาตามถ้อยคำ และมีส่วนเกี่ยวข้องกับวัฒนธรรมส่วนตัวของพวกเขา กลยุทธ์เหล่านี้มีอยู่ 3 ข้อ ในจำนวนทั้งหมด 15 ข้อ ต่างไปจากกลยุทธ์ของนักเรียนเชื้อสายอเมริกัน นักเรียนชาว อินเดียแดงมีการยึดถือตามถ้อยคำมากกว่า คำตอบของพวกเขามีความผิดพลาดมากกว่าและเป็นคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนชาวอเมริกัน ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่านักเรียนชาวอินเดียแดงเผ่านาวาโฮ ใช้วิธีการแก้ปัญหาตามพื้นฐานทางวัฒนธรรมของพวกเขาดังนั้นจึงต้องมีการทำความเข้าใจและยอมรับวัฒนธรรมของนักเรียนก่อนที่จะเสนอหลักสูตรการเรียนที่เกี่ยวข้องกับวัฒนธรรมและหลักสูตรการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

Griceser (2004, p. 259) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 ซึ่งใช้วีดีทัศน์ประกอบการสอนของ Jasper Woodbery ซึ่งเป็นสื่อการสอนที่ผลิตขึ้น โดยกลุ่มความรู้และเทคโนโลยีของมหาวิทยาลัย Vanderblit เพื่อเปรียบเทียบ

ร่วมกับกระบวนการสอนแบบดั้งเดิม วิธีการศึกษาวิจัยเป็นการทดลองวิธีสอนโดย แบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบก่อนและหลัง เรียนเหมือนกัน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบดั้งเดิมมีคะแนนทดสอบเกี่ยวกับ การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับบทเรียนสูงกว่าอีกกลุ่มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ในทางตรงกันข้าม พบว่าไม่พบนัยสำคัญของความแตกต่างในการกำหนดโจทย์ปัญหาและการเปลี่ยนแปลงโจทย์ปัญหาเป็นบทความของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแตกต่างกัน

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามทฤษฎีของแวน ฮีลี สามารถใช้อธิบายลำดับขั้นความสามารถทางเรขาคณิตของนักเรียนได้และมีการอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนตามลำดับขั้นของ แวน ฮีลี อย่างชัดเจนว่านักเรียนสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างไร และอะไรที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดพฤติกรรมหรือเกิดความก้าวหน้านั้น ซึ่งระดับการคิดทางเรขาคณิตช่วยให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา ซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียน และมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพและเป็นแนวทางให้ครูและผู้ที่เกี่ยวข้องสามารถจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนให้สูงขึ้นและจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่าผู้วิจัยส่วนใหญ่สนใจศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะกระบวนการที่เป็นหัวของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์แขนงอื่นและในชีวิตประจำวันได้

จากการศึกษางานวิจัยพบว่า ยังไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับระดับความคิดทางเรขาคณิตกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นข้อสนเทศให้ครูหรือหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง ได้ตระหนักถึงแนวทางในการพัฒนาความคิดในวิชาเรขาคณิตแบบแวน ฮีลี และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ให้สูงขึ้น รวมทั้งเป็นข้อสนเทศทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิ์ภาพเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางในการส่งเสริมการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยพัฒนาผู้เรียนให้สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี

2.5 กรอบแนวคิดการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กรอบแนวคิดระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model (1987, pp. 2-3) เพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยเนื้อหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งระดับการคิดทางระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดเป็น 5 ระดับ คือ ระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ระดับ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) ระดับ 4 การคิดสุดยอด (Rigor) ดังแผนภาพที่ 2.16

กรอบแนวคิดระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model
ระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ระดับ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) ระดับ 4 การคิดสุดยอด (Rigor)

⇩

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ตามทฤษฎีของ Polya ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

ภาพที่ 2.16 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ และเพื่อเปรียบเทียบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่แตกต่างกัน ได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

3.1.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 60 คน

3.1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวนนักเรียน 30 คน

3.1.3 วิธีการสุ่มตัวอย่าง

ผู้วิจัยเลือกตัวอย่างตามความน่าจะเป็น (Probability Sampling) โดยใช้วิธีการสุ่มกลุ่มตัวอย่างอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยกลุ่มประชากรคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามที่คละความสามารถจำนวน 60 คน โดยกำหนดตัวเลขให้กับประชากรทุกหน่วย เช่น ประชากร 60 คน เลขสุ่มก็จะเริ่มตั้งแต่ 1 - 60 แล้วสุ่มตัวอย่างโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์มาจำนวน 30 คน

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต แบบทดสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

3.2.1 แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ

3.2.2 แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 24 คะแนน ซึ่งแบบทดสอบจะมีลักษณะของปัญหาเป็นการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต

3.2.3 แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง มีการเตรียมคำถามไว้ล่วงหน้าโดยนักเรียนทุกคนต้องตอบคำถามชุดเดียวกัน และมีการสัมภาษณ์เจาะลึกในบางประเด็นเปิดโอกาสให้นักเรียนตอบได้โดยอิสระ เพื่อศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน

3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต และแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดของการสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือ ดังต่อไปนี้

3.3.1 แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต

ในการสร้างเครื่องมือและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยได้พัฒนาเครื่องมือและดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

3.3.1.1 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3.3.1.2 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความคิดทางเรขาคณิต

3.3.1.3 ศึกษาแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตที่พัฒนาโดยยูซิสกิน

3.3.1.4 สร้างแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตของยูซิสกินเป็นแบบปรนัย 4

ตัวเลือก มีจำนวน 35 ข้อ แบ่งเป็นการวัด 5 ระดับ ๆ ละ 7 ข้อ โดยปรับให้เหมาะสมกับบริบทของกลุ่มตัวอย่าง

3.3.1.5 นำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตของยูซิสกินและเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อสอบ และความเหมาะสมของข้อสอบ

3.3.1.6 นำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ผ่านการตรวจสอบ และปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้องเหมาะสม ความชัดเจนของข้อความและภาษาที่ใช้ในการเขียน โดยรายนามผู้เชี่ยวชาญ มีดังนี้

1) ผศ.ดร. ไพศาล วรคำ กศ.ด. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา) ตำแหน่งรองคณบดีฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านสถิติและการวิจัย

2) ดร. เสน่ห์ หมายจากกลาง ค.ด. (คณิตศาสตรศึกษา) ศึกษานิเทศก์สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา นครราชสีมา ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

3) ดร.ทนงเกียรติ พลไชยา ค.ด. (คณิตศาสตรศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนจุฬาภรณ์ราชวิทยาลัย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

3.3.1.7 ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item – Objective Congruence Index : IOC) (ไพศาล วรคำ. 262-263) โดยมีเกณฑ์ดังนี้

สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ	จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น -1

3.3.1.8 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน มาหาดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) โดยเลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปจึงเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฏว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC อยู่ระหว่าง 0.67-1.00 ทั้ง 35 ข้อ

3.3.1.9 คัดเลือกข้อคำถามแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตมา 25 ข้อ ทั้งหมดจำนวน 35 ข้อ โดยเลือกจากข้อที่มีค่า IOC สูงสุด แล้วนำมาสร้างแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต จากนั้นนำแบบทดสอบไปปรึกษากับที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อจัดทำแบบทดสอบ

3.3.1.10 นำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองใช้ (Try - Out) กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง) โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏ

มหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 30 คน ซึ่งนักเรียนเคยเรียนเรื่องเรขาคณิตมาแล้ว เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเวลาและคุณภาพของข้อสอบ

3.3.1.11 หาคุณภาพของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต โดยจะหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบทั้งฉบับด้วยการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) จากผลการทดสอบของนักเรียนนำมาวิเคราะห์พบว่า ข้อสอบรายข้อมีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.20 - 0. 83 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.27 – 0.60 และค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบทั้งฉบับ เท่ากับ 0.705

3.3.1.12 นำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้วไปจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

3.3.2 แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบเขียนตอบ

การสร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบเขียนตอบ ชนิดแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.2.1 ผู้วิจัยศึกษาเอกสาร ตำรา ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3.2.2 สร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบจะมีลักษณะของปัญหาเป็นการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตตามเนื้อหาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 3 ข้อ

3.2.2.3 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อสอบ และความเหมาะสมของข้อสอบ

3.3.2.4 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมทั้ง 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้องเหมาะสม ความชัดเจนของข้อความและภาษาที่ใช้ในการเขียน

3.3.2.5 ผู้วิจัยนำผลการประเมินความสอดคล้องจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่านมาหาดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) โดยเลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปจึงเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ ปรากฎว่าได้ข้อสอบที่มีค่า IOC อยู่ที่ 1.00 ทั้งหมดจำนวน 5 ข้อ

3.3.2.6 คัดเลือกข้อคำถามแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ข้อ ทั้งหมดจำนวน 5 ข้อ ซึ่งลักษณะของปัญหาเป็นการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต โดยเลือกจากข้อที่มีค่า IOC

สูงสุด แล้วนำมาสร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนำแบบทดสอบไปปรึกษากับที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อจัดทำแบบทดสอบ

3.3.2.7 นำแบบทดสอบที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองใช้ (Try - Out) กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง) โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 30 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเวลาและจำนวนข้อสอบ

3.3.2.8 หาคุณภาพของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจะหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบทั้งฉบับด้วยการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) จากผลการทดสอบของนักเรียนนำมาวิเคราะห์พบว่า ข้อสอบรายข้อมีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.28 - 0. 54 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.38 – 0.53 และค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบทั้งฉบับ เท่ากับ 0.77

3.3.2.9 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้วไปจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

3.3.3 แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การสร้างแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.3.1 ศึกษาการสร้างแบบสัมภาษณ์ จากหนังสือการวิจัยทางการศึกษาของ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 249-250)

3.3.3.2 กำหนดประเด็นข้อคำถามสำหรับการสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับหลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งคำถาม คลอบคลุมเนื้อหา จุดมุ่งหมายและประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา

3.3.3.3 สร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อสัมภาษณ์แนวคิดในการหาคำตอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่แตกต่างกัน

3.3.3.4 นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นเสร็จแล้ว เสนอคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของภาษาและความสอดคล้อง ระหว่างแบบสัมภาษณ์กับวัตถุประสงค์ของการวิจัย

3.3.3.5 นำเสนอแนะทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขแบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์เพื่อใช้ในการเก็บข้อมูล

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

3.4.1 ขอหนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัย ส่งไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลและกำหนดวัดในการเก็บรวบรวมข้อมูลกับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561

3.4.2 ติดต่อประสานงานกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และครูประจำชั้นของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย บทบาทหน้าที่ของกลุ่มตัวอย่าง ในการทำวิจัย กำหนดวันเวลาที่จะทำการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.4.3 ดำเนินการเก็บข้อมูล โดยให้นักเรียนทำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ และแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

3.4.4 จำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 0, 1 และระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 2 แล้วสุ่มนักเรียนในแต่ละกลุ่มมาจำนวนกลุ่มละ 2 คน โดยเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) รวมทั้ง 6 คน (กรณีศึกษา) นำมาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเพื่อศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกลุ่ม

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้ วิเคราะห์ระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และวิเคราะห์การเปรียบเทียบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่แตกต่างกันและศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันจากการสัมภาษณ์

ตอนที่ 1 วิเคราะห์ระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แล้ววิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ความถี่ และร้อยละ แล้วนำเสนอด้วยการวิเคราะห์เชิงพรรณนา (Descriptive Analysis)

1. นำแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน มาตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อ โดยพิจารณาได้จากการเลือกตัวเลือกที่ถูกต้อง โดยมีเกณฑ์ในการให้คะแนนในแต่ละข้อดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 34) ถ้านักเรียนตอบถูกให้ 1 คะแนน และถ้านักเรียนตอบผิดให้ 0 คะแนน

2. ผู้วิจัยจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามระดับความคิดทางเรขาคณิต ได้ใช้เกณฑ์ในการตัดสินการผ่านแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตของฮาน (คมกริช สุขแก้ว, 2552, น. 27) ซึ่งกำหนดการผ่านแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตโดยใช้เกณฑ์ผ่าน 3 ใน 5 ส่วน หรือ 60 % และใช้เกณฑ์ของเซงค์ (Senk. 1989, p. 313) ใน การกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนแต่ละคน โดยกำหนดจากระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงสุดที่ผ่านเกณฑ์การตัดสินต่อเนื่องกัน ถ้าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนผ่านเกณฑ์การตัดสินไม่ต่อเนื่องกันจะคิดเฉพาะระดับที่ต่อเนื่องกันและเป็นไปตามเกณฑ์ ถ้าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนผ่านเกณฑ์การตัดสินเพียงระดับแรกระดับ เดียวจะได้ว่านักเรียนคนนั้นมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 ดังตัวอย่างที่แสดงในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1

ตัวอย่างการตัดสินระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนแต่ละคน

นักเรียนคนที่	ระดับความคิดทางเรขาคณิต					สรุปผล
	ระดับ 0	ระดับ 1	ระดับ 2	ระดับ 3	ระดับ 4	
1	ผ่าน	ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ระดับ 2
2	ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ระดับ 1
3	ผ่าน	ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ระดับ 2
4	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ระดับ 0
5	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่มีระดับ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษามหาสารคาม เขต 1.* โดย วัลลภา แก้วนะรา, (น. 60), 2555, มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

จากตาราง 3.1 พบว่า นักเรียนคนที่ 1 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 นักเรียนคนที่ 2 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 นักเรียนคนที่ 3 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 นักเรียนคนที่ 4 มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0 และนักเรียนคนที่ 5 ไม่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 0-4

3. เมื่อจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามระดับความคิดทางเรขาคณิตแล้วนำมาวิเคราะห์หาความถี่และร้อยละของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่แตกต่างกัน

ตอนที่ 2 วิเคราะห์การเปรียบเทียบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่แตกต่างกันและศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ศึกษาการเปรียบเทียบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่แตกต่างกันโดยซึ่งทำการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต และแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว(One-way ANOVA) ซึ่งมีเกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 130) ตามรายละเอียดดังตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.2

เกณฑ์การประเมินผลแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	2	ดี	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้างและต้องการหาอะไร
	1	พอใช้	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
	0	ปรับปรุง	ไม่สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	2	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูก แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

(ต่อ)

ตารางที่ 3.2 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
การใช้วิธีการ	2	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
แก้ปัญหา	1	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องเป็นบางครั้ง
	0	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่อย่างถูกต้อง
การสรุปคำตอบ	2	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

หมายเหตุ. ปรับปรุงจาก *การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์* . โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, (น. 58), 2555, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

2. ศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบ ผู้วิจัยได้เลือกนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ0: การมองเห็นรูปธรรมภายนอก ระดับ1: การวิเคราะห์ และระดับ2: การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน ระดับละ 2 คน จำนวน 6 คน (กรณีศึกษา) มาทำการสัมภาษณ์

3. เกณฑ์ในการแปลความหมายความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ในการแปลความหมายจากบุญชม ศรีสะอาด(2545, น. 103)แบ่งออกเป็น 3 ระดับ คือ ระดับต่ำ ระดับปานกลาง ระดับสูง ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	0 – 8	หมายถึง	อยู่ในระดับต่ำ
คะแนนเฉลี่ย	9 – 16	หมายถึง	อยู่ในระดับปานกลาง
คะแนนเฉลี่ย	17 – 24	หมายถึง	อยู่ในระดับสูง

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้สถิติ 2 แบบ คือ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์หาคุณภาพเครื่องมือ รายละเอียดเป็นดังนี้

3.6.1. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลคะแนนของการวิจัยนี้ มีสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ

3.6.1.1 ร้อยละ (Percentage) ดังนี้ (อรัญ ซุยกระเดื่อง, 2557, น. 79-87)

$$P=\frac{f}{n}\times 100 \tag{3-1}$$

เมื่อ P แทน ร้อยละ

f แทน ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ

n แทน ความถี่ทั้งหมด

3.6.1.2 ค่าเฉลี่ย (Mean) ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 317)

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} \tag{3-2}$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน

$\sum_{i=1}^{n}x_i$ แทน ผลรวมคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนนักเรียน

3.6.1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 319)

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i-1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{n-1}} \tag{3-3}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนของคะแนน

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน

X_i แทน ผลรวมคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนนักเรียน

3.6.1.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) สามารถคำนวณได้จากสูตร ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 173-176)

$$F = \frac{MS_B}{MS_W} \; ; df_B = k-1 \; , df_W = N - k \tag{3-4}$$

เมื่อ MS_B แทน ค่าเฉลี่ยกำลังสองความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม

เมื่อ MS_W แทน ค่าเฉลี่ยกำลังสองความแปรปรวนภายในกลุ่ม

3.6.2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์หาคุณภาพเครื่องมือ

3.6.2.1 ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต และแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 262-263)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{N} \tag{3-5}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง

R_i แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$\sum_{i=1}^{n} R_i$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

3.6.2.2 ค่าความยาก ของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต โดยคำนวณจากสูตร ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 292)

$$P = \frac{R}{N} \tag{3-6}$$

เมื่อ P แทน ค่าความยาก

R แทน จำนวนคนตอบถูก

N แทน จำนวนคนสอบ

ค่าความยากของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรของวิทนีย์และซาเบอร์ส ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 292-293)

$$P = \frac{S_U + S_L - (2N)(X_{min})}{2N(X_{max} - X_{min})} \qquad \textit{(3-7)}$$

เมื่อ P แทน ดัชนีความยาก

S_U แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง

S_L แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น

3.6.2.3 ค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต โดยคำนวณจากสูตร ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 107)

$$r = \frac{R_U - R_L}{\frac{N}{2}} \qquad \textit{(3-8)}$$

เมื่อ r แทน อำนาจจำแนกของข้อสอบ

R_U แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_L แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ

ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรวิทนีย์และซาเบอร์ส ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 282)

$$r=\frac{S_H - S_L}{N(X_{max} - X_{min})} \tag{3-9}$$

เมื่อ	r	แทน	อำนาจจำแนกของข้อสอบ
	S_H	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	X_{max}	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
	X_{min}	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

3.6.2.4 ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต และแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยหาสัมประสิทธิ์แอลฟา(Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554, น. 282)

$$\alpha=\left[\frac{k}{k-1}\right]\left[1-\frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right] \tag{3-10}$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อสอบ
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนข้อที่ i
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวม t

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การดำเนินการวิจัย เรื่อง การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัย ตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ระบุสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษา ดังนี้

p	แทน	ค่าร้อยละ
n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน (Mean)
S.D.	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน (Standard Deviation)
df	แทน	ค่าองศาอิสระ (degree of freedom)
SS	แทน	ผลบวกกำลังสอง (Sum of Squares)
MS	แทน	ค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสอง (Mean of Squares)
F	แทน	ค่าสถิติที่ใช้เปรียบเทียบค่าวิกฤตของการแจกแจงแบบเอฟ (F-Distribution)

4.2 ลำดับในการวิเคราะห์ข้อมูล

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ตามลำดับขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

ตอนที่ 1 การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตอนที่ 2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันและศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันโดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน และวิเคราะห์แนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

จากการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สามารถนำเสนอข้อมูลได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1

จำนวนนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ระดับความคิดทางเรขาคณิต	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)
ระดับ 0 ขั้นการมองเห็นรูปธรรมภายนอก	12	40
ระดับ 1 ขั้นการวิเคราะห์	11	36.67
ระดับ 2 ขั้นการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน	7	23.33
ระดับ 3 ขั้นการอนุมานที่เป็นแบบแผน	-	-
ระดับ 4 ขั้นการคิดสุดยอด	-	-
รวม	30	100

จากตารางที่ 4.1 พบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีจำนวนนักเรียนมากที่สุดอยู่ในระดับ0: การมองเห็นรูปธรรมภายนอกจำนวน

12 คน คิดเป็นร้อยละ 40 รองลงมาได้แก่ ระดับ1: การวิเคราะห์ จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 36.67 ระดับ2: การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 23.33 และไม่มีนักเรียนคนใดที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ3: การอนุมานที่เป็นแบบแผน และระดับ4: การคิดสุดยอด

ตอนที่ 2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันและศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันโดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลการศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

1. ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สามารถนำเสนอข้อมูลได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ระดับความคิดทางเรขาคณิต	n	$\bar{X}$	S.D.	แปลผล
ระดับ 0 การมองรูปธรรมภายนอก	12	5.42	3.65	ต่ำ
ระดับ 1 การวิเคราะห์	11	10.18	4.14	ปานกลาง
ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน	7	17.29	5.40	สูง
รวม	30	9.93	6.20	ปานกลาง

จากตารางที่ 4.2 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 อยู่ในระดับปานกลาง ($\bar{X}$ =9.93 , S.D. =6.20) เมื่อจำแนกตามระดับความคิดทางเรขาคณิตที่แตกต่างกันของนักเรียนพบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 0 การมองรูปธรรมภายนอก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ($\bar{X}$ =5.42, S.D. =3.65) นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 1 การวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง ($\bar{X}$ =10.18 , S.D. =4.14) และนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง ($\bar{X}$ =17.29 , S.D. =5.40)

2. ผลการศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน เมื่อจำแนกนักเรียนตามระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก ระดับ 1 การวิเคราะห์ และระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน สามารถนำเสนอข้อมูลได้ดังตารางที่ 4.3 และตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.3

การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F	p-value
ระหว่างกลุ่ม	623.885	2	311.943	17.050*	0.000
ภายในกลุ่ม	493.982	27	18.296	-	-
รวม	1117.867	29	-	-	-

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05*

จากตารางที่ 4.3 พบว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก ระดับ1 การวิเคราะห์ และระดับ2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (F=17.050*) แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงทำการทดสอบรายคู่ด้วยวิธีการของเชฟเฟ่ (Scheffe' Methood) ซึ่งแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.4

การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยรายคู่ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ระดับความคิดทางเรขาคณิต	n	คะแนนเต็ม	$\overline{X}$	ผลต่างของค่าเฉลี่ย		
				ระดับ0	ระดับ1	ระดับ2
				5.42	10.18	17.29
ระดับ0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก	12	24	5.42	-	4.765*	11.869*
ระดับ1 การวิเคราะห์	11	24	10.18	-	-	7.104*
ระดับ2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน	7	24	17.29	-	-	-

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05*

จากตารางที่ 4.4 พบว่า ค่าเฉลี่ยรายคู่ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก ระดับ 1การวิเคราะห์ และระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน แตกต่างกันดังนี้

นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ1 : การวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ0 : มองเห็นรูปธรรมภายนอก

นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ2 : การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0 : การมองเห็นรูปธรรมภายนอก

นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ2 : การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 1 : การวิเคราะห์

3. ผลการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันโดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน โดยผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์แทนนักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 6 คนดังนี้

S_1 หมายถึง นักเรียนคนที่ 1 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก

S_2 หมายถึง นักเรียนคนที่ 2 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก

S_3 หมายถึง นักเรียนคนที่ 3 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 1 การวิเคราะห์

S_4 หมายถึง นักเรียนคนที่ 4 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 1 การวิเคราะห์

S_5 หมายถึง นักเรียนคนที่ 5 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน

S_6 หมายถึง นักเรียนคนที่ 6 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน

ผลการสัมภาษณ์ดังนี้

สัมภาษณ์ S_1 นักเรียนที่มีระดับเรขาคณิตระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก

จากโจทย์ ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำมันเต็มถังไปใช้ได้ 7 วัน น้ำมันหมดพอดี นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์

กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_1 : ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_1 : น้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่คะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_1 : ใช้น้ำมันวันละเท่าไหร่คะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการหาคำตอบข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_1 : หาปริมาตรถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากคะ สูตรคือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 3.5 X 5 X 6 เท่ากับ 105 ลูกบาศก์เมตรแล้วนำ 105 หารด้วย7 จะได้ 15 ลูกบาศก์เมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_1 : คำตอบคือ นำน้ำมันไปใช้วันละ 105 ลูกบาศก์เมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_1 : สมเหตุสมผลคะ นำปริมาตรของถังหารด้วยปริมาตรของน้ำในแต่ละวัน จะได้ 105 หารด้วย 15 เท่ากับ 7 วันคะ

จากโจทย์ ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันให้มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และความสูง 30 เซนติเมตร ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_1 : ลูกบาศก์ที่มีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และสูง 30 เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_1 : ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_1 : ใช้สูตรการหาปริมาตรคือ กว้าง X ยาว X สูง คะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_1 : หาปริมาตรของลูกบาศก์คะ คือ ความกว้าง X ความยาว X ความสูง เท่ากับ 20 X 40 X 30 เท่ากับ 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_1 : คำตอบคือ ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตร 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_1 : ไม่แนใจค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : อธิบายการตรวจสอบคำตอบให้ครูฟังหน่อย

S_1 : นำปริมาตรที่หาได้คือ 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร โดยนำเข้าสูตรหาปริมาตร ซึ่งจากโจทย์กำหนดให้ กว้าง 20 เซนติเมตร ยาว 40 เซนติเมตร ต้องการหาว่าสูงเป็นเท่าไหร่ โดยจากสูตรปริมาตรเท่ากับ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 20 X 40 X สูง นำ 20X40 เท่ากับ 800 แล้วนำ 800 ไปหาร 24,000 จะได้ความสูงเท่ากับ 30 เซนติเมตรคะ

จากโจทย์ ปีบใบหนึ่ง กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบ จงหาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_1 : กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_1 : หาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาคะ

S_1 : ใช้ความรู้เรื่องการหาปริมาตรคือ กว้าง X ยาว X สูง

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_1 : หาปริมาตรของปีบคะ คือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 10 X 20 X

30 เท่ากับ 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ มีน้ำอยู่ครึ่งปีบจึงหาร 2 จะได้ 6,000 หารด้วย 2 เท่ากับ 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_1 : คำตอบคือ น้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตร 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

S_1 : ไม่แนใจค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : อธิบายการตรวจสอบคำตอบให้ครูฟังหน่อย

S_1 : นำปริมาตรที่หาได้คือ 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร โดยเข้าสูตรหาปริมาตร ซึ่งจากโจทย์กำหนดให้ กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร หาว่าสูงเป็นเท่าไหร่ จากสูตรปริมาตร เท่ากับ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 10 X 20 X สูง นำ 10 X 20 จะได้ 600 แล้วนำไปหาร 6,000 จะได้ความสูงเท่ากับ 10 เซนติเมตร

สัมภาษณ์ S_2 นักเรียนที่มีระดับเรขาคณิตระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก

จากโจทย์ ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำมันเต็มถังไปใช้ได้ 7 วัน น้ำมันหมดพอดี นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_2 : กว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_2 : ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_2 : วิเคราะห์โจทย์ และใช้สูตรการหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการหาคำตอบข้อนี้ นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_2 : หาปริมาตรของถังน้ำมันคะ โดยใช้สูตรคือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 3.5 X 5 X 6 เท่ากับ 9.90 ลูกบาศก์เซนติเมตรแล้วนำ 9.90 หารด้วย 7 จะได้ 1.41 เศษ 3 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_2 : คำตอบคือ นำน้ำมันไปใช้วันละ 1.41 เศษ 3 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_2 : ไม่แนใจค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : อธิบายการตรวจสอบคำตอบให้ครูฟังหน่อย

S_2 : หาจากสูตรปริมาตร เท่ากับ กว้าง X ยาว X สูง ทำเหมือนกับขั้นดำเนินการแก้ปัญหาคะ

จากโจทย์ ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันให้มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และความสูง 30 เซนติเมตร ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_2 : กว้าง 20 เซนติเมตร ยาว 40 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_2 : ลูกบาศก์ทรงสี่เหลี่ยมคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_2 : วิเคราะห์โจทย์ และใช้สูตรการหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_2 : หาปริมาตรของลูกบาศก์ คือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 20 X 40 X 30 เท่ากับ 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_2 : คำตอบคือ ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตร 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_2 : ไม่แน่ใจคะ เพราะหนูตรวจสอบตำตอบไม่เป็น

จากโจทย์ ปีบใบหนึ่ง กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบ จงหาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_2 : กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_2 : ปีบคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาคะ

S_2 : วิเคราะห์โจทย์คะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_2 : หาปริมาตรของปีบคะ คือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 10 X 20 X 30 เท่ากับ 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_2 : คำตอบคือ น้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตร 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

S_2 : ไม่แน่ใจคะ เพราะหนูตรวจสอบตำตอบไม่เป็น

การวิเคราะห์การสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก นักเรียนสามารถแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ไม่สมบูรณ์ นักเรียนบอกการวางแผนแก้ปัญหาได้บางส่วน ยังสับสนกับสิ่งที่โจทย์ต้องการกับการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนนำสิ่งที่โจทย์ต้องการมาตอบในการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ ไม่สามารถบอกขั้นตอนของแนวการคิดได้อย่างถูกต้องทำให้แก้ปัญหาและหาคำตอบได้แต่ไม่สมบูรณ์ ไม่มีความรอบคอบ ไม่มีความแม่นยำในการใช้ทักษะการคำนวณ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตรวจสอบคำตอบได้ ไม่สรุปคำตอบและสรุปคำตอบผิด

สัมภาษณ์ S_3 นักเรียนที่มีระดับเรขาคณิตระดับ 1 การวิเคราะห์

จากโจทย์ ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำมันเต็มถังไปใช้ได้ 7 วัน น้ำมันหมดพอดี นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_3 : ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์

ต้องการให้หาอะไรคะ

S_3 : ใน 7 วันเขาใช้น้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_3 : แสดงวิธีทำครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการหาคำตอบข้อนี้ นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_3 : หาปริมาตรของถังน้ำครับ คือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 3.5 X 5 X 6 เท่ากับ 105 ลูกบาศก์เซนติเมตร แล้วนำ 7 ไปหารปริมาตร เพราะโจทย์บอกน้ำเต็มถังใช้ได้ 7 วันพอดี จะได้ 15 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_3 : คำตอบคือ นำน้ำมันไปใช้วันละ 15 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_3 : ไม่แนใจครับ

ผู้สัมภาษณ์ : อธิบายการตรวจสอบคำตอบให้ครูฟังหน่อย

S_3 : นำปริมาตรของถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแล้วหารด้วยจำนวนวันเท่ากับ 105 หารด้วย 7 จะได้ 15 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

จากโจทย์ ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันให้มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และความสูง 30 เซนติเมตร ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_3 : ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันมีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_3 : หาส่วนที่แรเงาในลูกบาศก์ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_3 : การแสดงวิธีทำครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_3 : หาปริมาตรของลูกบาศก์แต่ละลูก จากรูปความยาว คือ 40 เซนติเมตร มีบล็อคลูกบาศก์อยู่ 4 บล็อค จะได้ว่าความยาวของลูกบาศก์บล็อคที่แรเงาเท่า 10 เซนติเมตร ส่วนความกว้าง คือ 20 เซนติเมตร มีบล็อคลูกบาศก์อยู่ 2 บล็อค จะได้ว่าความกว้างของลูกบาศก์บล็อคที่แรเงาเท่า 10 เซนติเมตร ส่วนความสูงจากที่โจทย์ให้มา คือ 30 เซนติเมตร ส่วนที่แรเงาในลูกบาศก์ได้จาก กว้างXยาวXสูง เท่ากับ 10X10X30 = 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_3 : คำตอบคือ ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตร 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_3 : สมเหตุสมผลครับ หาปริมาตรทั้งหมด คือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 20 X 40 X 30 ซึ่งลูกบล็อคของลูกบาศก์มีความสูงบล๊อคละ 10 ปริมาตรของลูกบาศก์ที่แรเงา เท่ากับ 10 X 10 X 30 เท่ากับ 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

จากโจทย์ ปีบใบหนึ่ง กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบ จงหาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_3 : ปีบใบหนึ่งกว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบครับ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_3 : จงหาน้ำที่อยู่ในปีบครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาคะ

S_3 : แสดงวิธีทำครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_3 : หาปริมาตรครับ คือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 10 X 20 X 30 เท่ากับ 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบเลยนำ 6,000 หารด้วย 2 เท่ากับ 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_3 : คำตอบคือ น้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตร 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

S_3 : คิดว่าสมเหตุสมผลครับ นำ 10 X 20 X 30 มาคูณกันแล้วจะได้คำตอบแล้วนำคำตอบที่ได้ไปหาร 2 จะได้ 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

สัมภาษณ์ S_4 นักเรียนที่มีระดับเรขาคณิตระดับ 1 การวิเคราะห์

จากโจทย์ ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำมันเต็มถังไปใช้ได้ 7 วัน น้ำมันหมดพอดี นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_4 : ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำมันเต็มถังไปใช้ได้ 7 วัน น้ำมันหมดพอดีคะ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_4 : น้ำมันหมดพอดี นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_4 : วาดภาพและใช้ความรู้เรื่องการหารูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการหาคำตอบข้อนี้ นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_4 : หาปริมาตรคะ คือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 3.5 X 5 X 6 เท่ากับ 105 ลูกบาศก์เมตร แล้วนำ 105 หารด้วย 7 จะได้ 15 ลูกบาศก์เมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_4 : คำตอบคือ นำน้ำมันไปใช้วันละ 15 ลูกบาศก์เมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_4 : ไม่แน่ใจค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : อธิบายการตรวจสอบคำตอบให้ครูฟังหน่อย

S_4 : นำปริมาตรที่หาได้คือ 15 ลูกบาศก์เมตร ไปตรวจคำตอบคะ โดยเข้าสูตรหาปริมาตร ซึ่งจากโจทย์กำหนดให้ กว้าง 3.5 เซนติเมตร ยาว 5 เซนติเมตร ต้องการหาว่าสูงเป็นเท่าไหร่และตรงกับที่โจทย์กำหนดมาให้ไหมจากสูตร ปริมาตร เท่ากับ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 3.5 X 5 X สูง ซึ่งหนูหาความสูงไม่เป็นคะ

จากโจทย์ ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันให้มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และความสูง 30 เซนติเมตร ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_4 : ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันให้มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และสูง 30 เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_4 : ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_4 : ใช้สูตรการหาปริมาตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_4 : หาปริมาตรของลูกบาศก์คือ กว้างXยาวXสูง เท่ากับ 20 X 40 X 30 เท่ากับ 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_4 : คำตอบคือ ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตร 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_4 : ไม่แน่ใจค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : อธิบายการตรวจสอบคำตอบให้ครูฟังหน่อย

S_4 : นำปริมาตรที่หาได้คือ 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ไปตรวจคำตอบคะ โดยเข้าสูตรหาปริมาตร ซึ่งจากโจทย์กำหนดให้ กว้าง 20 เซนติเมตร ยาว 40 เซนติเมตร ต้องการหาว่าสูงเป็นเท่าไหร่ และตรงกับที่โจทย์กำหนดมาให้ไหมจากสูตร ปริมาตร เท่ากับ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 20 X 40 X สูง ซึ่งหนูหาความสูงไม่เป็นคะ

จากโจทย์ ปีบใบหนึ่ง กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบ จงหาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_4 : ปีบใบหนึ่งกว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบคะ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_4 : หาปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาคะ

S_4 : วาดภาพ และใช้ความรู้เรื่องการหาปริมาตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_4 : หาปริมาตรของปีบคะ คือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 10 X 20 X 30 เท่ากับ 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรคะ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_4 : คำตอบคือ น้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตร 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

S_4 : ไม่แนใจค่ะ

ผู้สัมภาษณ์ : อธิบายการตรวจสอบคำตอบให้ครูฟังหน่อย

S_4 : นำปริมาตรที่หาได้คือ 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ไปตรวจคำตอบคะ โดยเข้าสูตรหาปริมาตร ซึ่งจากโจทย์กำหนดให้ กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร ต้องการหาว่าสูงเป็นเท่าไหร่และ

ตรงกับที่โจทย์กำหนดมาให้ไหมจากสูตร ปริมาตร เท่ากับ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 10 X 20 X สูง ซึ่งหนูหาความสูงไม่เป็นคะ

การวิเคราะห์การสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 1 การวิเคราะห์ นักเรียนสามารถแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ นักเรียนบอกการวางแผนแก้ปัญหาได้บางส่วน สามารถอธิบายแนวคิดได้ ใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำและหาคำตอบได้แต่ไม่สมบูรณ์ นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้บางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน

สัมภาษณ์ S_5 นักเรียนที่มีระดับเรขาคณิตระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน

จากโจทย์ ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำมันเต็มถังไปใช้ได้ 7 วัน น้ำมันหมดพอดี นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_5 : ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำเต็มถังใช้ได้ 7 วันครับ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_5 : นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_5 : ใช้ความรู้เรื่อง การหาปริมาตรครับ จะหาปริมาตรของถังน้ำมันก่อน แล้วหาว่าใช้น้ำวันละกี่ลูกบาศก์เมตร โดยนำปริมาตรที่หาได้หารด้วยจำนวนวัน

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการหาคำตอบข้อนี้ นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_5 : ก่อนอื่นต้องหาปริมาตรของถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากก่อนครับ หาจากสูตรปริมาตรเท่ากับ กว้าง X ยาว X สูง = 3.5 X 5 X 6 =105 ลูกบาศก์เมตร หลังจากนั้นหาว่าในหนึ่งวันใช้น้ำกี่ลูกบาศก์เมตร แล้วนำปริมาตรหารด้วยจำนวนวัน คือ 107 หารด้วย 7 เท่ากับ 15 ลูกบาศก์เมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_5 : คำตอบคือ นำน้ำมันไปใช้วันละ 15 ลูกบาศก์เมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_5 : สมเหตุสมผลครับ เพราะถ้านำปริมาตรที่ใช้ไปในแต่ละวันคูณด้วย 7 วัน เท่ากับ 15 คูณ 7 จะได้ 105 ลูกบาศก์เมตร จะได้ปริมาตรเดิมของถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากครับ

จากโจทย์ ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันให้มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และความสูง 30 เซนติเมตร ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_5 : ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันมีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_5 : ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_5 : ใช้ความรู้เรื่อง การหาปริมาตรครับ โดยหาปริมาตรของลูกบาศก์แต่ละลูกก่อนแล้วนำปริมาตรของลูกบาศก์ 1 ลูกคูณด้วย 3 เพราะลูกบาศก์ที่แรเงามี 3 ลูก ก็จะได้ปริมาตรของลูกบาศก์ที่แรเงาทั้งหมด

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_5 : หาปริมาตรของลูกบาศก์แต่ละลูกก่อนครับ โดยหาความสูง ความยาว ความกว้างของลูกบาศก์แต่ละลูกซึ่งความสูงของลูกบาศก์ใหญ่ คือ 30 เซนติเมตร แต่มีลูกบาศก์เล็กอยู่ 3 ลูกจะได้ความสูงของลูกบาศก์แต่ละลูกเท่ากับ 30หารด้วย 3 เท่ากับ 10 เซนติเมตร หลังจากนั้นหาความยาวของลูกบาศก์แต่ละลูก ซึ่ง ความยาวของลูกบาศก์ใหญ่ คือ 20 เซนติเมตร แต่มีลูกบาศก์เล็กอยู่ 2 ลูกจะได้ความยาวของลูกบาศก์แต่ละลูกเท่ากับ 20 หารด้วย 2 เท่ากับ 10 เซนติเมตร หลังจากนั้นหาความกว้างของลูกบาศก์แต่ละลูก ซึ่งความกว้างของลูกบาศก์ใหญ่ คือ 40 เซนติเมตร แต่มีลูกบาศก์เล็ก

อยู่ 4 ลูกจะได้ความยาวของลูกบาศก์แต่ละลูกเท่ากับ 40 หารด้วย 4 เท่ากับ 10 เซนติเมตร เมื่อได้ ความสูง 10 เซนติเมตร ความกว้าง 10 เซนติเมตร ความยาว 10 เซนติเมตร แล้วนำมาหาปริมาตรลูกบาศก์แต่ละลูกจากสูตรความกว้าง X ความยาว X ความสูง เท่ากับ 10 X 10 X 10 = 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร หลังจากนั้นหาลูกบาศก์ที่แรเงา 3 ลูก โดยนำปริมาตรของลูกบาศก์แต่ละลูกคูณด้วย 3 จะได้ 1,000 คูณ 3 เท่ากับ 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_5 : คำตอบคือ ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตร 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_5 : สมเหตุสมผลครับ โดยนำปริมาตรส่วนที่แรเงารวมกับปริมาตรส่วนที่ไม่แรเงาจะได้ปริมาตรลูกบาศก์ทั้งหมด คือ 21,000 บวก 3,000 ได้เท่ากับ 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

จากโจทย์ ปีบใบหนึ่ง กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบ จงหาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_5 : ปีบใบหนึ่งกว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบครับ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_5 : จงหาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_5 : ใช้ความรู้เรื่อง การหาปริมาตรครับ โดยหาปริมาตรของปีบก่อน โจทย์บอกว่ามีน้ำอยู่ครึ่งปีบแล้วนำปริมาตรของปีบไปหาร 2 ก็จะได้ปริมาตรน้ำที่อยู่ในปีบ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้

นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_5 : หาปริมาตรของปีบก่อนครับ จากสูตร ความกว้าง X ความยาว X ความสูง เท่ากับ 10 X 20 X 30 เท่ากับ 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร โจทย์บอกมีน้ำอยู่ครึ่งปีบเลยนำปริมาตรของปีบหารด้วย 2 จะได้ 6,000 หารด้วย 2 เท่ากับ 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_5 : คำตอบคือ น้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตร 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_5 : สมเหตุสมผลครับ ซึ่งปริมาตรของปีบที่หาได้ คือ 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร จากโจทย์กำหนดปีบยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร ซึ่งเราจะหาความกว้างว่ากี่เซนติเมตรซึ่งตรงกับที่โจทย์กำหนดให้มาไหมโดยใช้การหาปริมาตรของปีบ คือ กว้าง X ยาว X สูง ซึ่งเรานำความยาว X ความสูง จะได้ 600 แล้วหาว่า 600 คูณอะไรถึงจะได้ 6,000 นั้นก็ 600 คูณ 10 ถึงจะได้ 6,000 แสดงว่าความกว้างเท่ากับ 10 เซนติเมตร ซึ่งตรงกับที่โจทย์ให้มาครับ

สัมภาษณ์ S_6 นักเรียนที่มีระดับเรขาคณิตระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน

จากโจทย์ ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำมันเต็มถังไปใช้ได้ 7 วัน น้ำมันหมดพอดี นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_6 : สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำเต็มถังใช้ได้ 7 วันครับ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_6 : สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดคะบ้างที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_6 : วาดรูปปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก และใช้ความรู้เรื่อง การหาปริมาตรปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_6 : หาปริมาตรของถังน้ำมัน หาจากสูตรปริมาตรถังน้ำเท่ากับ กว้าง X ยาว X สูง = 3.5 X 5 X 6 เท่ากับ 105 ลูกบาศก์เมตร โจทย์บอกว่ามีน้ำมันใช้ไปได้ 7 วันน้ำมันหมดพอดี เลยนำปริมาตรของถังน้ำมันคือ 105 หารด้วย 7 จะได้ว่านำน้ำมันไปใช้วันละ 15 ลูกบาศก์เมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่

S_6 : คำตอบคือ นำน้ำมันไปใช้วันละ 15 ลูกบาศก์เมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่คะ

S_6 : สมเหตุสมผลครับ ซึ่งปริมาตรของถังน้ำมัน คือ 105 ลูกบาศก์เมตร จากโจทย์กำหนดถังกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร ซึ่งผมจะหาความสูง สูงกี่เซนติเมตรซึ่งตรงกับที่โจทย์กำหนดให้มาไหม ซึ่งนำไปเข้าสูตรหาปริมาตรของถัง คือ กว้าง X ยาว X สูง แล้วนำความกว้างไปหารปริมาตรนั้นคือ 105 หารด้วย 5 จะได้ 21 แล้วนำความยาวนั้นคือ 3.5 ไปหาร 21 จะได้ 6 นั่นคือ ความสูงของถังน้ำมันซึ่งตรงกับที่โจทย์กำหนดมาให้ครับ

จากโจทย์ ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันให้มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และความสูง 30 เซนติเมตร ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_6 : สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันมีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_6 : สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างคะที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหา

S_6 : วาดรูปปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก และใช้ความรู้เรื่อง การหาปริมาตร

ปริซึมลูกบาศก์ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_6 : ผมจะหาปริมาตรลูกบาศก์ทั้งหมดก่อน คือ ความกว้าง X ความยาว X ความสูง เท่ากับ 20 X 40 X 30 เท่ากับ 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร หลังจากนั้นนับจำนวนลูกบาศก์ว่ามีกี่ลูก ซึ่งนับได้ 24 ลูก แล้วนำปริมาตรลูกบาศก์หารด้วยจำนวนลูกบาศก์นั้นคือ 24,000 หารด้วย 24 เท่ากับ 1,000 ลูกบาศก์เมตร จะได้ว่าลูกบาศก์แต่ละลูกมีปริมาตร 1,000 ลูกบาศก์เมตร จากรูปมีลูกบาศก์ที่แรเงาอยู่ 3 ลูก จึงนำปริมาตรไปคูณ 3 จะได้ 1,000 คูณ 3 เท่ากับ 3,000 ลูกบาศก์เมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่

S_6 : คำตอบคือ ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตร 3,000 ลบ.ซม.

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

S_6 : สมเหตุสมผลครับ ซึ่งปริมาตรทั้งหมดคือ 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร จากโจทย์กำหนด ความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร ผมจะหาความสูงว่าสูงกี่เซนติเมตรซึ่งตรงกับที่โจทย์กำหนดให้มาไหม จะได้ 24,000 = 20 X 40 X ความสูง นำ 20 X 40 จะได้ 80 หลังจากนั้น หาว่าอะไรคูณ 80 แล้วจะได้ 24,000 จะได้ว่า 30 คูณ 80 แล้วจะได้ 24,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

จากโจทย์ ปีบใบหนึ่ง กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบ จงหาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างคะ

S_6 : สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ ปีบใบหนึ่งกว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบครับ

ผู้สัมภาษณ์ : เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไรคะ

S_6 : สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ หาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรเท่าใดครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาอย่างไรหรือใช้ความรู้เรื่องใดบ้างที่

ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาคะ

S_6 : วาดรูป และใช้ความรู้เรื่อง การหาปริมาตรปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าถ้านักเรียนต้องการแก้ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไรคะ

S_6 : หาปริมาตรของปีบครับ คือ กว้าง X ยาว X สูง เท่ากับ 10 X 20 X 30 เท่ากับ 6,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบเลยนำ 6,000 หารด้วย 2 เท่ากับ 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนสรุปคำตอบให้ครูฟังหน่อยว่าคำตอบข้อนี้คือเท่าไหร่คะ

S_6 : คำตอบคือ น้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตร 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ครับ

ผู้สัมภาษณ์ : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

S_6 : ไม่แน่ใจครับ เพราะตรวจคำตอบแล้วไม่ตรงกับที่โจทย์กำหนดให้มาครับ

ผู้สัมภาษณ์ : อธิบายการตรวจสอบคำตอบให้ครูฟังหน่อย

S_6 : นำปริมาตรของปีบที่หาได้ คือ 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร นำไปเข้าสูตรการหาปริมาตร จากโจทย์กำหนดปีบยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร ซึ่งผมจะหาความกว้าง กว้างกี่เซนติเมตรซึ่งตรงกับที่โจทย์กำหนดให้มาไหม โดยใช้การหาปริมาตรของปีบ คือ กว้าง X ยาว X สูง ซึ่งเรานำความยาว X ความสูง จะได้ 600 แล้วหาว่า 600 คูณอะไรถึงจะได้ 3,000 นั้นก็ 600 คูณ 5 ถึงจะได้ 3,000 แสดงว่า ความกว้างเท่ากับ 5 เซนติเมตรครับ

การวิเคราะห์ผลสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน นักเรียนสามารถแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ นักเรียนบอกการขั้นวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างละเอียด มีความมั่นใจในการหาคำตอบสามารถอธิบายแนวคิดได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนอย่างละเอียด สามารถใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำและสามารถนำความรู้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และนักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง

สรุปตอนที่ 2 พบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนที่มีระดับ

ความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ0 : การมองเห็นรูปธรรมภายนอก มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับต่ำ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ1 : การวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง และนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับสูง และจากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ0 : การมองเห็นรูปธรรมภายนอก นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ ไม่สามารถบอกขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด มีทักษะการคำนวนผิดพลาด และไม่สรุปคำตอบ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ1 : การวิเคราะห์ นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ ไม่สามารถบอกขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด มีทักษะการคำนวนที่ถูกต้องแม่นยำ และมีการสรุปคำตอบ และนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ2 : การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน นักเรียนมีความมั่นใจในการหาคำตอบ คิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล คำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำ

บทที่ 5
สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การดำเนินการวิจัย เรื่อง การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้สรุปผลของการวิจัย หลังจากที่ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. สรุปผลการวิจัย
2. อภิปรายผลการวิจัย
3. ข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

ในการวิจัย เรื่อง การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1.1 ผลการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีจำนวนนักเรียนมากที่สุดอยู่ในระดับ0 : การมองเห็นรูปธรรมภายนอกจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 40 รองลงมาได้แก่ ระดับ1 : การวิเคราะห์ จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 36.67 ระดับ2 : การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 23.33 และไม่มีนักเรียนคนใดที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ3 : การอนุมานที่เป็นแบบแผน และระดับ4 : การคิดสุดยอด

5.1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันและศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันโดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ0 : การมองเห็นรูปธรรมภายนอก มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับต่ำ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ1 : การวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง และนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ2: การอนุมานที่

ไม่เป็นแบบแผน มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับสูง และจากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ0 : การมองเห็นรูปธรรมภายนอก นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ ไม่สามารถบอกขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด มีทักษะการคำนวนผิดพลาด และไม่สรุปคำตอบ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ1 : การวิเคราะห์ นักเรียนไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ ไม่สามารถบอกขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด มีทักษะการคำนวนที่ถูกต้องแม่นยำ และมีการสรุปคำตอบ และนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ2 : การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน นักเรียนมีความมั่นใจในการหาคำตอบ คิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมีเหตุผล คำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำ

5.2 อภิปรายผลการวิจัย

ในการวิจัย เรื่อง การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

5.2.1 ผลการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ส่วนมากมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี อยู่ในระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก คิดเป็นร้อยละ 40 และส่วนน้อยอยู่ในระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน คิดเป็นร้อยละ 23.33 ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนมากมีการคิดต่ำกว่าระดับ 2 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่า นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจโดยการท่องจำหรือระลึกถึงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิตจากประสบการณ์ที่เคยพบมาก่อน และรู้จักรูปเรขาคณิตโดยอาศัยสมบัติและรู้สมบัติต่าง ๆ จากการสังเกตและการสร้างรูป สามารถบอกลักษณะของรูปเรขาคณิตได้ โดยดูจากองค์ประกอบหรือ สมบัติต่าง ๆ ของรูป และมีการแสดงความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตออกมาเป็นรูปธรรมมากกว่านามธรรม ทำให้นักเรียนไม่มีความสามารถในการให้เหตุผลและประยุกต์ใช้ได้ในระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบ แวนฮีลี ระดับ 3 และระดับ 4 ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีในระดับ 0-2 ที่เน้นจำรูปร่างและสมบัติของรูปเรขาคณิต เป็นไปตามขอบข่ายเนื้อหาเรขาคณิตระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 56) ได้กำหนดเนื้อหาสาระในเรื่องรูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ และสมบัติบางประการของรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ ในการคิดของนักเรียนจึงอ้างอิงเฉพาะความรู้ที่ได้เรียนมาเท่านั้นซึ่งสัมพันธ์กับหลักสูตรเนื้อหาที่นักเรียนได้ศึกษาเรียนรู้ในระดับชั้นที่ผ่านมา ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีการคิดอย่างเป็น

ขั้นตอน ไม่ข้ามลำดับ เป็นไปตามทฤษฎี รูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) คือ นักเรียนต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้ทีละขั้น จากสิ่งที่นักเรียนสังเกตเห็นจนไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน แวนฮีลีเชื่อว่าการที่นักเรียนจะเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตได้นั้นต้องมาจากการคิดในลำดับขั้นสูง นักเรียนที่มีการคิดในลำดับต่ำต้องมีประสบการณ์ในการคิดที่มากเพียงพอก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตที่เป็นแบบแผน (Van Hiele, 1986, p. 210) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของพรรณี เหมะสถล (2547, น. 73) ศึกษาการสำรวจระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของ แวนฮีลี ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ พบว่าเมื่อแยกตามระดับการคิดมีจำนวนนักเรียนร้อยละ 28.77 ระดับการคิดอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนนักเรียนร้อยละ 28.77 ระดับการคิดอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนนักเรียนร้อยละ 5.78 มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 2 การพิสูจน์อย่างไม่เป็นทางการ และไม่มีนักเรียนคนใดที่มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 3 การพิสูจน์อย่างเป็นทางการ และระดับ 4 ระดับขั้นสุดยอด ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีของเพียเจต์ (Piaget, 1986 , pp. 50-67) ที่กล่าวว่า การเรียนรู้ของเด็กเป็นไปตามพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งจะมีพัฒนาการไปตามวัยต่าง ๆ เป็นลำดับขั้น พัฒนาการเป็นสิ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ ไม่ควรที่จะเร่งเด็กให้ข้ามจากพัฒนาการจากขั้นหนึ่งไปสู่อีกขั้นหนึ่ง เพราะจะทำให้เกิดผลเสียแก่เด็ก แต่การจัดประสบการณ์ส่งเสริมพัฒนาการของเด็กในช่วงที่เด็กกำลังจะพัฒนาไปสู่ขั้นที่สูงกว่าสามารถช่วยให้เด็กพัฒนาไปอย่างรวดเร็ว ซึ่งพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของคนมีลักษณะเดียวกันในช่วงอายุเท่ากันและแตกต่างกันในช่วงอายุแตกต่างกัน และความคิดของเด็กที่อยู่ช่วงอายุ 7-11 ปี เทียบได้กับชั้น ป.1-ป.6 เด็กในวัยนี้เริ่มมีความคิดที่เป็นเหตุผล แต่ความคิดขึ้นอยู่กับเหตุการณ์เฉพาะหน้าหรือสิ่งที่เป็นรูปธรรม ยังไม่เข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม จะมีความสามารถในการจดจำภาพ สามารถจัดหมวดหมู่ แบ่งประเภทของสิ่งของ จัดเรียงลำดับ และสามารถแก้ปัญหากับสิ่งต่างๆที่เป็นรูปธรรมได้

5.2.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันและศึกษาแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันโดยใช้แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน คือ กลุ่มของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ0 : การมองเห็นรูปธรรมภายนอก มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับต่ำ กลุ่มของนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ1 : การวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง และนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ2 : การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0 : มองเห็นรูปธรรมภายนอก จะมีความสามารถในการเรียนรู้ค่อนข้างต่ำ ซึ่งการเรียนรู้นี้จะมีอิทธิพลอย่างมากในการสร้างความรู้ การใช้ความคิด การให้เหตุผล ฯลฯ ซึ่งสอดคล้องกับ บุญทัน อยู่บุญชม (2529, น. 30-31) ที่กล่าวว่า เด็กในระดับนี้สามารถหาเหตุผลได้จากวัตถุสิ่งของที่เป็นรูปธรรม

แบ่งประเภทสิ่งของที่เป็นรูปธรรม แก้ปัญหาได้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม แบ่งประเภทสิ่งของ จัดเรียงลำดับและสร้างกฏเกณฑ์ในการแบ่งได้ ซึ่งความสามารถดังกล่าวเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากเหตุผลนี้เองจึงทำให้ระดับการมองรูปภายนอกส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0 : มองเห็นรูปธรรมภายนอก นักเรียนจะรู้เพียงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต มีการแสดงความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกมากกว่าองค์ประกอบหรือลักษณะของรูป สามารถบอกชื่อรูปภาพที่มองเห็น แยกแยะรูปร่างได้จากประสบการณ์ที่เคยพบมาก่อน ซึ่งนักเรียนจะไม่สามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้ เพราะนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการท่องจำรูปเรขาคณิต ไม่สามารถคิดนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ได้ ไม่สามารถให้เหตุผลและนำข้อมูลที่คล้ายกันมาประยุกต์ในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้แต่ปัญหาหรือเหตุการณ์นั้นจะต้องเกี่ยวข้องกับวัตถุหรือสิ่งที่เป็นรูปธรรมจะไม่สามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้จึงส่งผลให้นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 0: การมองรูปธรรมภายนอกมีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับต่ำ ส่วนนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ1 : การวิเคราะห์ ในระดับนี้นักเรียนจะสามารถวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตได้จากการสังเกตและการทดลอง บอกลักษณะของรูปเรขาคณิตได้ โดยดูจากองค์ประกอบหรือสมบัติต่างๆ แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงสมบัติจากรูปหนึ่งไปอีกรูปหนึ่งได้ สิ่งเหล่านี้จะช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในการแก้ปัญหาและส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเผชิญการแก้ปัญหา นักเรียนจะแก้ปัญหาตามกระบวนการคิดหรือความเข้าใจของแต่ละคน จะเริ่มมีความสามารถในการคิดให้เหตุผลในการแก้ปัญหามากขึ้น แต่ไม่มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์เดิมมาใช้ในการแก้ปัญหาทำให้แก้ปัญหาได้แต่ไม่ถูกต้อง ซึ่งการแก้ปัญหาได้นั้นจะต้องอาศัยการเชื่อมความรู้และประสบการณ์มาช่วยในการแก้ปัญหาซึ่งสอดคล้องกับ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2550, น. 62) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับ สถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา จึงส่งผลให้นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ1 : การวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง และนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ2 : การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน ในระดับนี้นักเรียนจะสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์สมบัติต่างๆ ของรูปเรขาคณิตได้และเริ่มเข้าใจบทนิยามและการให้เหตุผลสอดคล้องกับสุทธิรา พิสิษฐ์กุล (2539, น. 63) ได้กล่าวไว้ว่า ถ้านักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง กฎ บทนิยาม หลักการทักษะกระบวนการแล้วนักเรียนสามารถนำความรู้เหล่านั้นไปใช้ในการคิดแก้ปัญหาได้ดี และเมื่อนักเรียนเผชิญการแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาตามกระบวนการคิดและความเข้าใจโดยไม่เน้นกระบวนการจำมาช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งส่งผลให้นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ2 : การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน มีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับสูง และผลจาก

การสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ0: การมองเห็นรูปธรรมภายนอก จะสามารถแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ไม่สมบูรณ์ นักเรียนบอกการวางแผนแก้ปัญหาได้บางส่วน ซึ่งนักเรียนกังวลเลยไม่ค่อยขีดเขียน เพราะว่านักเรียนมองไม่ออกว่าจะใช้ยุทธิวิธีใดหรือวางแผนดำเนินการกับโจทย์ปัญหายังไง ทั้งไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ สามารถอธิบายแนวคิดได้ แต่ยังไม่สามารถบอกขั้นตอนการแก้ปัญหาบางส่วนได้อย่างถูกต้อง สามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้แต่ยังมีการคำนวณผิดพลาดอยู่บ้าง นักเรียนไม่สามารถตรวจสอบคำตอบได้ ไม่สรุปคำตอบและสรุปคำตอบผิด อาจจะเป็นเพราะว่านักเรียนอาจจะทำไม่ทันเวลาและมักมองข้ามขั้นตรวจสอบคำตอบว่าไม่สำคัญ คิดได้ก็เขียนคำตอบออกมาเลย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดและงานวิจัยของธีรวรรณ ไชยพิชติ (2551, น. 91) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยการสอดแทรกข้อมูลท้องถิ่นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ด้านการวางแผนแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการตามแผน และด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในเกณฑ์ที่ดี เมื่อพิจารณา ความสามารถในแต่ละด้าน สรุปผลได้ดังนี้ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วน ใหญ่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ดี คือสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง แต่ปัญหาที่พบคือ นักเรียนบางคนเขียนเพียงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการเพียงอย่างเดียว และเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการ ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนแก้โจทย์ปัญหาได้ แต่ยังมีนักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่ตรวจสอบคำตอบ สาเหตุจากการทำไม่ทันตามเวลาที่กำหนด และคำนวณผิดโดยไม่คำนึงถึงความเป็นไปได้กับสภาพจริง อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่มองว่าขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบไม่สำคัญเท่าใดนัก คิดว่าได้คำตอบมาก็เพียงพอแล้ว ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้นั้นครบถ้วนสมบรูณ์ ส่วนนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 1:การวิเคราะห์ นักเรียนสามารถแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ นักเรียนบอกการวางแผนแก้ปัญหาได้บางส่วน แต่ไม่มีความมั่นใจในการหาคำตอบ นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดได้แต่ยังไม่สามารถบอกขั้นตอนการแก้ปัญหาได้บางส่วนได้อย่างถูกต้อง ใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำและหาคำตอบได้แต่ไม่สมบูรณ์ นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้บางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน อาจเป็นเพราะเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนเริ่มให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจปัญหามากขึ้น โดยนักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการอ่านและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา แสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะทำความเข้าใจปัญหา ก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ

งานวิจัยของ Janjaruporn (2005, p. 97) ที่พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา และลงมือแก้ปัญหา และระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน นักเรียนสามารถแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ นักเรียนบอกการขั้นวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างละเอียด มีความมั่นใจในการหาคำตอบสามารถอธิบายแนวคิดได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนอย่างละเอียด สามารถใช้ทักษะการคำนวณได้อย่างถูกต้องแม่นยำ และสามารถนำความรู้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และนักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง อาจเป็นเพราะว่า เมื่อนักเรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหา สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาได้รวมไปถึงมีทักษะในการคำนวณที่แม่นยำ ซึ่งสอดคล้องแนวคิดของ Dwight (1966, p. 47) ที่กล่าวไว้ว่า การที่นักเรียนจะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดีนั้น นักเรียนจะต้องรู้จักแยกแยะและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง และมีทักษะในการคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง

5.3 ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย เรื่อง การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีข้อเสนอแนะดังนี้

5.3.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

5.3.1.1 ผลการวิจัยใช้เป็นข้อมูลประกอบการพิจารณาในการจัดหลักสูตรของสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อนำเสนอเนื้อหาและจัดกิจกรรมทางการเรียน การสอนให้เหมาะสมกับระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน หรือทำให้ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนสูงขึ้น

5.3.1.2 ควรส่งเสริมให้มีกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับระดับความคิดของนักเรียน และช่วยส่งเสริมพัฒนาการในการแก้ปัญหาของนักเรียน เพื่อช่วยให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น

5.3.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

5.3.2.1 ควรมีการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีให้มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น เช่น ความรู้เนื้อหาเรขาคณิต ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ความสามารถในการคิดคำนวณ เป็นต้น

5.3.2.2 ควรศึกษาเปรียบเทียบระดับการคิดทางเรขาคณิตของเด็กตามขนาดของโรงเรียน หรือตามเพศ หรือตามระดับชั้นในแต่ละช่วงชั้น

5.3.2.3 ควรเพิ่มขนาดของกลุ่มตัวอย่างให้มากขึ้น เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างน้อยเกินไป

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กรมวิชาการ. (2545). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.

กิติพัฒน์ นนทปัทมะดุลย์. (2547). *การวิจัยเชิงคุณภาพในสวัสดิการสังคม:แนวคิดและวิธีวิจัย*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

กุลยา เหมวัสดุกิจ. (2545). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลีที่มีต่อระดับคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2549). *การคิดเชิงกลยุทธ์*. กรุงเทพฯ : ซัคเซสมีเดีย.

คงศักดิ์ ทองอันตั้ง. (2551). *ผลของการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สกลนคร: มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร.

คมกริช สุขแก้ว. (2552). *ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 3 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุรินทร์ เขต 2*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

ชมพูนุท วนสันเทียะ. (2552). *การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน โดยใช้วิธีการสอนแบบโยนิสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชนิศวรา ฉัตรแก้ว. (2549). *การพัฒนาหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตและลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ชานนท์ จันทรา. (2554). *การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในประมวลชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15*. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2552). *80 นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ : บริษัท แดเน็กซ์ อินเตอร์คอร์ปอเรชั่น.

ทองขาว แสงสุริจันทร์. (2550). *การศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศลาวโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ทิศนา แขมมณี. (2552). *ศาสตร์การสอน*. (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์จำกัด.

ธีรวรรณ ไชยพิชิต. (2551). *การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยการสอดแทรกข้อมูลท้องถิ่นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเทศบาล 3*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

นวลศรี ชำนาญกิจ. (2544). *การพัฒนาตัวแบบเพื่อสร้างสมรรถภาพการสอนภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตสำหรับนักศึกษาครู*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

นวลศรี ชำนาญกิจ. (2550). *ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นตอนของไดนา แวนฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวน ฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครูสาขาคณิตศาสตร์*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). นครสวรรค์: มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.

นันทนา วินัยพานิช. (2556). *เตรียมสอบ ป.6 เข้า ม.1*. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิต.

นิภา เมธธาวีชัย. (2543). *การประเมินผลการเรียน*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ : สถาบันราชภัฏธนบุรี.

บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย*. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

บุญทัน อยู่บุญชม. (2529). พฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

ประพันธ์ เจียรกูล. (2543). *การเพิ่มพูนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2541). การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาในศตวรรษที่ 21. *วารสารสสวท*, *26*(102), 3 – 5.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2547). ความสำคัญของคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์.* 46(530-532), 11-15.

ปานจิต วัชระรังษี. (2548). *การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่จัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.

ปิยะนาถ เหมวิเศษ. (2551). *การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2538). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2550). จากกิจกรรมการเรียนรู้สู่โครงงานคณิตศาสตร์**.** *วารสารคณิตศาสตร์, 52*(590-592), 38-48**.**

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2556). *การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

พรรณี เหมะสถล. (2547). *การสำรวจระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบของแวน ฮีลีของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). นครสวรรค์: มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค.

พนิดา กองเกตุใหญ่. (2542). *ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัดกาญจนบุรี*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต).กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ไพศาล วรคำ. (2554). *การวิจัยทางการศึกษา Educational Research*. มหาสารคาม : ตักสิลาการพิมพ์.

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2537). *ทฤษฎีและแนวปฏิบัติในการบริหารการศึกษา.* นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2547). *ทฤษฎีและแนวปฏิบัติในการบริหารการศึกษา***.** (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ. (2558). *การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21*. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม .

รวีวรรณ ชินะตระกูล. (2547). *วิธีวิจัยการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์. (2554). *กิจกรรมส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.* นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

วัฒนา พัชราวานิช. (2540). *จิตวิทยาการเรียนรู้ของเด็ก*. กรุงเทพฯ: โอเคียนสโตร์.

วัลลภา แก้วนะรา. (2560). *การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษามหาสารคาม เขต 1*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.

สมควร สีชมภู. (2549). *การศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลี*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา. *วารสารคณิตศาสตร์*, *51*(581-583) , 71-79.

สมทรง สุวพานิช. (2549). *โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทฤษฎีและการปฏิบัติ*. มหาสารคาม : มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

สมทรง สุวพานิช. (2553). เรขาคณิต ศาสตร์มหัศจรรย์. *วารสารครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม*, 7(12), 33-37.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. (2547). ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา สมเด็จพระนางเจ้าพระบรมราชินีนาถ: 14-25.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศรีเมืองการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). *คู่มือวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). *เรขาคณิต*. กรุงเทพฯ: สำนักพัฒนาธรุกิจ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้น กระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลและประเมินผลทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *ตัวอย่างข้อสอบคณิตศาสตร์ PISA 2012*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2560). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2560* : กรุงเทพฯ .

สัญญา ภัทรากร. (2552). *ผลการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

สิริพร ทิพย์คง. (2536). แวน ฮีลีโมเดล:ลำดับขั้นตอนการเรียนรู้เรขาคณิต. *วารสารคณิตศาสตร์*, *5*(420 – 421), 43 - 55.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*(พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ(พว.) จำกัด.

สิริพร ทิพย์คง. (2546). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว.

สุทธิรา พิสิษฐ์กุล. (2539). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบซินดิเคท วิธีการทางวิทยาศาสตร์กับการสอนตามคู่มือ*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุเทพ บุญซ้อน. (2551). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญทัศน์.

สุพจน์ ไชยสังข์. (1988). *การสำรวจความสามารถในการคิดและความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิตของนักเรียนไทย*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุวิทย์ มูลคำ. (2550). *กลยุทธ์การสอนคิดแก้ปัญหา*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์. (2519). *รากฐานของเรขาคณิต*. พิษณุโลก : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

อนุรักษ์ สุวรรณสนธิ์. (2550). *ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อรพิน ศรีวงค์แก้ว. (2550). *เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สำนักงาน เขตพื้นที่การศึกษาร้อยเอ็ด เขต 2 ที่มีความถนัดทางการเรียนแตกต่างกัน*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

อรัญ ซุยกระเดื่อง.(2557). *เอกสารประกอบการเรียนรายรายวิชา การวิจัยทางการศึกษา (Educational Research)*. คณะครุศาสตร์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่1). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่2). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Baroody, A. J. (1993). *Children's mathematical thinking*. New York: Teacher college press.

Bobango, J.C. (1987*). Van Hiele Levels of Geometric Thought and Student Achievement inStandard content and proof writing the effect of phase-based instruction*. Doctoral Dissertation, The Pennsylvania State University.

Burger, W. F., and Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry, *Journal for Research in Mathematics Education*, 31-48.

Contreras, J. (2005). *Posing and Solving Problems: The Essence and Legacy of Mathematics Teaching Children Mathematics*.

Clyde, C. G. (1967). *Teaching mathematics in the elementary school*. New York: Ronald Press.

Crowley, M. L. (1987).*The van Hiele model of the development of geometry thought*. In M. M.Lindquist and A. Shulte (eds.), Learning and teaching geometry, K-12, pp. 1-16. Reston, Virginal: NCTM.

Cruikshank, D. E., and Sheffield, L. J. (2000). *Teaching and Learning Elementary and Middle school mathematics*. New York**.**

Dwight,Teslie A. (1966). *Modern Mathematics for the Secondary Teachers*. New York.

Friel, S.N. et. al. (1997). *Understanding students' understanding of graphs*. Mathematics Teaching in the Middle School. 3(3): 224-227.

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). *The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents*. Journal for Research in Mathematics Education. Monograph number 3. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Gagne, R. M. (1970). *The Condition of Learning*. New York : Holt, Rinchart and Winston

Grieeser, Sara Anne. (2004). *A Study of the Problem Solving Abilities of Seventh Grade Students Who Receive Anchored Problem Solving Instruction*, Master Abstracts International. 60(02) : 259.

Jeon, Pyung Kook. (1988). *Geometry Problem Solving of Korean Middle School Students : an Analysis of Representation and Transfer*. Dissertation Abstracts International. 49(6) : 1410 - A.

Kemp, V. (1991). *The van Hiele levels of geometric thougth and achievement in Eulidean geometry among deaf undergraduate students*. Doctral dissertation, George Mason University,Dissertation Abstracts International. 51: 1148-A.

Kouba, V. L., & Franklin, K. (1993). Multiplication and division: Sense making and meaning. In R. J. Jensen (Ed.), *Research ideas for the classroom: Early childhood mathematics* (pp. 103-126). London: Macmillan.

Krulik, S. and Rudnick, J.A. (1993). *Reasoning and problem solving*. Massachusetts : Allyn and Bacon.

Lester, F.K. (1977). *Ideas about Problem Solving : A Look at Some Psychological Research*. Arithmetic Teacher. 25 : 12-15.

Lowry,J.A. (1988). *An investigation of nine-year-olds'geometric concepts of area and perimeter*. Doctoral dissertation, University of Maryland College Park, Dissertation Abstracts International. 48 : 1971-A.

Marolla, Dent. (1998). *Mathematical Problem Solving Ability of 7 Grade Grils in an All-girl Class Versus 7 hd Grade Grils in a Mixed-Genden Class*. Massers Abstracts International. 36(05) : 1227.

Mcclendon,M.E. (1991). *Application of the van Hiele model in evaluating elementary teachers' understanding of geometric concepts and improving thir attitudes towards teaching geometry*. Doctoral dissertation, University of South Florida.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va : NCTM.

Piaget, J. (1986). *The construction of reality in the child*. New York: Ballantine Books.

Polya, George. (1957). *How to Solve It*. Garden City, New York : Double Anchor book.

Ravieli, A. (1957). *An adventure in geometry*. New York: The Viking Press.

Reys, R. E., et al. (2004). *Helping Children Learn Mathematics*. 7th ed. New York: John Wiley & Sons, 124 - 130.

Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a problem-solving Instructional Programto Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problemsand Their Beliefs Related to Problem Solving*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Photocopied.

Senk, S. L. (1989). *Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs*. Journal for Research in Mathematics Education. 20(3) : 309-321.

Strenberg, R. J. (1999). *Cognitive Psychology*. 2nd ed. New York: Harcourt Brance College, 351 – 354.

Usiskin, Zalman. (1982). *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry*. CDASSG Project Reproductions supplied by EDRS., Chicago University.

Van Hiele, Pierre M.(1986). *Structure and Insight*. New York: Academic Press.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี ระดับประถมศึกษาปีที่ 6

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี นี้เป็นแบบทดสอบวัดระดับความสามารถทางความคิดในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6

2. ให้นักเรียนอ่านคำถามอย่างรอบคอบทุกข้อ และเลือกคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุด เพียงข้อเดียวโดยทำเครื่องหมายกากบาททับตัวอักษรที่ต้องการในกระดาษคำตอบ

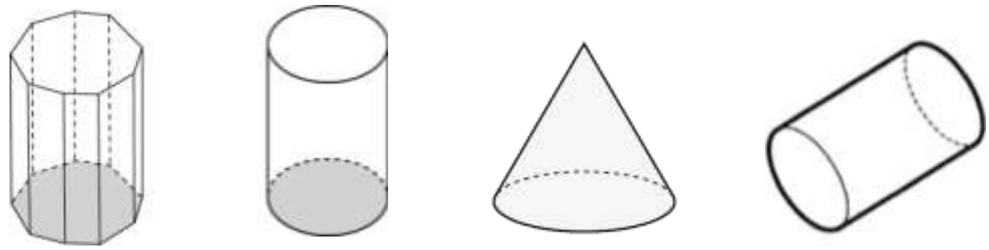
3. แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีฉบับนี้มีข้อสอบ จำนวน 25 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 30 นาที

4. ให้นักเรียนทุกคนทำ แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีฉบับนี้ด้วยตนเอง และใช้ความคิดความสามารถของตนเองอย่างเต็มความสามารถ

5. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีฉบับนี้ **ไม่มีผลต่อคะแนนของวิชาคณิตศาสตร์ทุกรายวิชา**

6. โปรดอย่าขีดเขียนเครื่องหมายใดๆ ลงในแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีฉบับนี้

1. จากรูปเรขาคณิตทั้งสี่ต่อไปนี้ รูปใดเป็นทรงกระบอก



รูป A รูป B รูป C รูป D

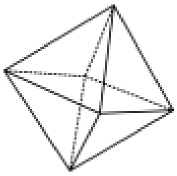
ก. รูป A เท่านั้น
ข. รูป B เท่านั้น
ค. รูป A และ B เท่านั้น
ง. รูป B และ D เท่านั้น

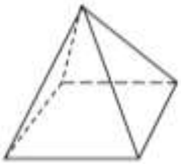
2. รูปเรขาคณิตข้างล่างนี้ รูปใดเป็นทรงกรวย

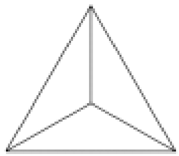
รูป A รูป B รูป C รูป D

ก. รูป A เท่านั้น
ข. รูป B เท่านั้น
ค. รูป A และ B เท่านั้น
ง. รูป C และ D เท่านั้น

3. รูปเรขาคณิตข้างล่างนี้ รูปใดเป็นทรงพีระมิด

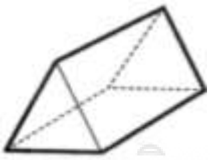

รูป A

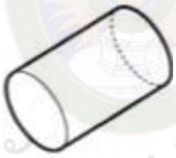

รูป B

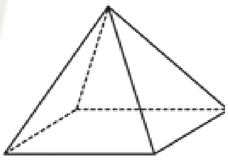

รูป C

ก. รูป A เท่านั้น
ข. รูป B เท่านั้น
ค. รูป C เท่านั้น
ง. รูป B และ C เท่านั้น

4. จากรูปเรขาคณิตทั้งสี่ข้างล่างนี้ รูปใดเป็นทรงปริซึม


รูป A

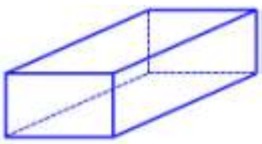

รูป B

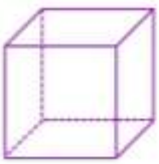

รูป C

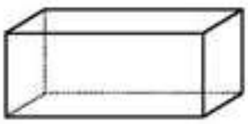

รูป D

ก. รูป A เท่านั้น
ข. รูป B เท่านั้น
ค. รูป B และ D เท่านั้น
ง. รูป A และ D เท่านั้น

5. จากรูปเรขาคณิตทั้งสามข้างล่างนี้ รูปใดเป็นลูกบาศก์


รูป A


รูป B


รูป C

ก. รูป A เท่านั้น

ข. รูป B เท่านั้น

ค. รูป A และ B เท่านั้น

ง. รูป B และ C เท่านั้น

6. รูปเรขาคณิตสามมิติใดที่ไม่มียอดแหลม

ก. กรวย

ข. ปริซึม

ค. พีระมิดฐานสามเหลี่ยม

ง. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม

7. หากนำลูกเต๋าขนาดเท่ากัน 6 ลูก วางซ้อนกันในแนวตั้งจะเกิดทรงเรขาคณิตชนิดใด

ก. กรวย

ข. ปริซึม

ค. พีระมิด

ง. ทรงกระบอก

8. ทรงเรขาคณิตข้อใดมีหน้าตัดเป็นรูปวงกลม

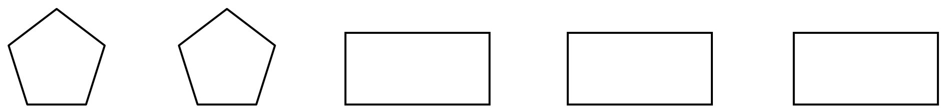
ก. กรวย

ข. ปริซึม

ค. พีระมิดฐานสามเหลี่ยม

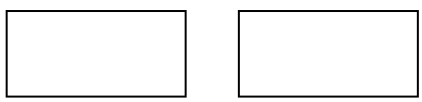
ง. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม

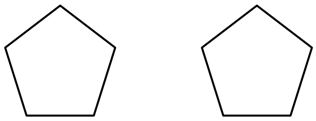
9.

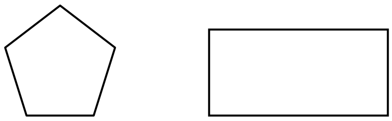


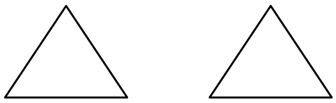
จากรูปข้างบน บัวตองต้องการสร้างรูปปริซึมห้าเหลี่ยม แต่รูปเรขาคณิตที่มีอยู่ยังไม่เพียงพอ บัวตองต้องหารูปในข้อใดมาเพิ่มอีกจึงจะสร้างได้

ก.



ข. 

ค. 

ง. 

10. ผ่ามะนาวออกเป็น 2 ส่วน หน้าตัดของมะนาวเป็นรูปอะไร

ก. รูปสามเหลี่ยม

ข. รูปสี่เหลี่ยม

ค. รูปวงกลม

ง. รูปห้าเหลี่ยม

11. ข้อใด<u>ไม่ใช่</u>คุณสมบัติของรูปทรงปริซึมสี่เหลี่ยม

ก. ปริซึมมีหน้าตัดหัวท้ายเป็นรูปสี่เหลี่ยม

ข. มีหน้าตัดหัวท้ายเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

ค. ด้านข้างแต่ละด้านของปริซึมเป็นรูปสี่เหลี่ยมทุกรูป

ง. ด้านข้างแต่ละด้านของปริซึมเป็นรูปสามเหลี่ยมทุกรูป

12. รูปเรขาคณิตมีฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยม มียอดเหลี่ยม ซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน มีหน้าข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม เป็นลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติในข้อใด

ก. รูปกรวย

ข. รูปปริซึม

ค. รูปพีระมิดฐานห้าเหลี่ยม

ง. รูปปริซึมฐานห้าเหลี่ยม

13. รูปเรขาคณิตมีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐานเป็นลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติในข้อใด

ก. รูปกรวย

ข. รูปปริซึม

ค. รูปพีระมิดฐานห้าเหลี่ยม

ง. รูปปริซึมฐานห้าเหลี่ยม

14. ให้ A เป็นทรงสามมิติ ที่มีลักษณะดังนี้

ลักษณะที่ 1 : A มี 6 หน้า

ลักษณะที่ 2 : ทุก ๆ หน้าของ A เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

" A เป็นทรงสามมิติใด "

ก. รูปกรวย

ข. รูปปริซึม

ค. รูปพีระมิด

ง. ลูกบาศก์

15. สมบัติในข้อใดที่ใช้แบ่งรูปเหล่านี้ออกเป็น 2 กลุ่ม

ก. แบ่งตามหน้าข้าง

ข. แบ่งตามฐาน

ค. แบ่งตามเส้นขอบ

ง. แบ่งตามจุดยอด

16. ฐานของปริซึมรูปหนึ่งมีสมบัติ 3 ประการ ดังนี้

สมบัติ D : มีเส้นทแยงมุมเท่ากัน

สมบัติ S : เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

สมบัติ R : เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ข้อความใดถูกต้อง

ก. สมบัติ D สามารถสรุปสมบัติ S ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ R ได้

ข. สมบัติ D สามารถสรุปสมบัติ R ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ S ได้

ค. สมบัติ S สามารถสรุปสมบัติ R ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ D ได้

ง. สมบัติ R สามารถสรุปสมบัติ D ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ S ได้

17. จากข้อความ 2 ประโยคนี้

ข้อความที่ 1 : A เป็นพีระมิดที่มีฐาน ABC มีความยาวเท่ากัน 3 ด้าน

ข้อความที่ 2 : ฐาน ABC ของพีระมิด มีมุม B เท่ากับมุม C

ข้อใดถูก

ก. ข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2 ไม่ถูกทั้งคู่

ข. ถ้าข้อความที่ 1 ถูกแล้วข้อความที่ 2 ก็ถูกด้วย

ค. ถ้าข้อความที่ 2 ถูกแล้วข้อความที่ 1 ก็ถูกด้วย

ง. ถ้าข้อความที่ 1 ไม่ถูกแล้วข้อความที่ 2 ก็ไม่ถูกด้วย

18. จากข้อความ 2 ประโยคนี้

ข้อความที่ 1 : B เป็นปริซึมที่มีฐานยาวเท่ากัน 6 ด้าน

ข้อความที่ 2 : ผลบวกของมุมภายในที่ฐานของปริซึม B เป็น 720 องศา

ข้อใดถูกต้อง

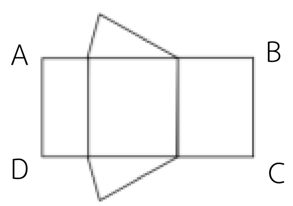
ก. ข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2 ไม่ถูกทั้งคู่

ข. ถ้าข้อความที่ 1 ถูกแล้วข้อความที่ 2 ก็ถูกด้วย

ค. ถ้าข้อความที่ 2 ถูกแล้วข้อความที่ 1 ก็ถูกด้วย

ง. ถ้าข้อความที่ 1 ไม่ถูกแล้วข้อความที่ 2 ก็ไม่ถูกด้วย

19. จากรูปที่กำหนดให้ เป็นรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตชนิดหนึ่ง



พิจารณาข้อความ 2 ประโยคนี้

ข้อความที่ 1 : ถ้า ABCD เป็นรูปผืนผ้าแล้วจะมีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

ข้อความที่ 2 : ถ้าเส้นทแยงมุมของรูปหนึ่งแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันแล้ว รูปนั้นจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ข้อใดถูก

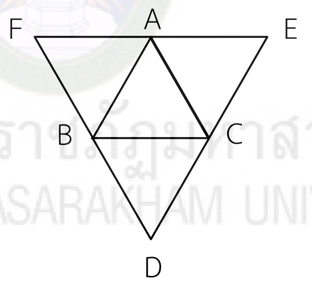
ก. ในการพิสูจน์ว่าข้อความที่ 1 ถูก เราเพียงแต่พิสูจน์ให้ได้ว่าข้อความที่ 2 ถูก

ข. ในการพิสูจน์ว่าข้อความที่ 2 ถูก ก็เพียงพอที่จะพิสูจน์ได้ว่าข้อความที่ 1 ถูก

ค. ในการพิสูจน์ว่าข้อความที่ 2 ถูก เราเพียงหาให้ได้ว่ามีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งที่มีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

ง. ในการพิสูจน์ว่าข้อความที่ 2 เป็นเท็จ เราเพียงหาให้ได้ว่ามีรูปที่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหนึ่งรูปที่มีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

20. จากรูปที่กำหนดให้เป็นรูปคลี่ของพีระมิดฐานสามเหลี่ยม มี ABC เป็นฐานสามเหลี่ยม และมีรูปสามเหลี่ยม ACE ,ABF และ BCD เป็นหน้าด้านข้างของพีระมิดฐานสามเหลี่ยม ดังรูป



จากที่กำหนดให้เราพิสูจน์ได้ว่า AD, BE และ CF ตัดกันที่จุดๆหนึ่ง จากการพิสูจน์ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. เฉพาะรูปสามเหลี่ยมรูปนี้เท่านั้นที่สามารถลาก AD, BE และ CF มาตัดกันได้ที่จุดๆเดียว

ข. มีรูปสามเหลี่ยมบางรูปแต่ไม่ทุกรูปที่สามารถลาก AD, BE และCFมาตัดกันได้ที่จุดๆเดียว

ค. ในรูปสามเหลี่ยมใดๆ เราสามารถลาก AD, BE และCFมาตัดกันได้ที่จุดๆ เดียว

ง. ในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าใดๆ เราสามารถลาก AD,BEและCFมาตัดกันได้ที่จุดๆ เดียว

21. รษาประดิษฐ์เรขาคณิตสามมิติรูปหนึ่งโดยที่ฐานของเรขาคณิตที่สร้างขึ้นเป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งกำหนดให้ข้อความต่อไปนี้เป็นจริง “ผลบวกของขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งน้อยกว่า 180° ”

ข้อใดถูกต้อง

ก. รษา วัดขนาดมุมของรูปสามเหลี่ยมพลาด

ข. รษา ให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ผิด

ค. รษา มีแนวคิดที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับความหมาย “เป็นจริง”

ง. รษา เริ่มต้นด้วยสมมติฐานที่แตกต่างไปจากเรขาคณิตปกติทั่วไป

22. ณดาไปศึกษาค้นคว้าเกี่ยวรูปทรงเรขาคณิตรูปหนึ่งแล้วนำความรู้มาบอกให้เพื่อนๆฟังว่า “กรวยมียอดแหลมที่ไม่อยู่ในระนาบเดียวกันกับฐาน ” ซึ่งณิรินก็โต้แย้งณดาว่า สมบัติที่ณดาบอก มันเป็นสมบัติของพีระมิดเพราะพีระมิดมียอดแหลมที่ไม่อยู่ในระนาบเดียวกันกับฐานเหมือนกัน จากข้อความนี้สามารถสรุปได้ว่าอย่างไร

ก. กรวยมีลักษณะเหมือนพีระมิด

ข. กรวยคือพีระมิดแค่มีชื่อเรียกต่างกันเพราะศึกษาข้อมูลมาจากคนละแหล่ง

ค. ณดลและณิรินศึกษาข้อมูลไม่ละเอียดครบถ้วน

ง. กรวยมีสมบัติบางประการที่คล้ายพีระมิด

23. ทิชาเททรายจากพีระมิดลงในปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากันจำนวนสามครั้ง จึงจะได้ทรายเต็มปริซึมพอดี จากสถานการณ์นี้เราสามารถคาดการณ์ได้ว่าอย่างไร

ก. ปริมาตรของพีระมิดเป็นหนึ่งในสามของปริมาตรของปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน

ข. ปริมาตรของพีระมิดเป็นสามเท่าของปริมาตรของปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน

ค. ปริมาตรของปริซึมเป็นหนึ่งในสามของปริมาตรของพีระมิดที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน

ง. ปริมาตรของปริซึมเป็นสามเท่าของปริมาตรของพีระมิดที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน

24. สมมติว่าต้องทำการพิสูจน์ข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2

ข้อความที่ 1 : ถ้า P แล้ว Q

ข้อความที่ 2 : ถ้า S แล้วไม่ใช่ Q

ข้อความใดได้มาจากข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2

ก. ถ้า P แล้ว S

ข. ถ้าไม่ใช่ P แล้วไม่ใช่ Q

ค. ถ้า P หรือ Q แล้ว S

ง. ถ้า S แล้วไม่ใช่ P

25. หนังสือเรขาคณิตสองเล่มได้มีการให้นิยาม ฐานของพีระมิดรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแตกต่างกัน

ข้อใดถูกต้อง

ก. หนังสือเล่มหนึ่งมีความคลาดเคลื่อน

ข. บทนิยามหนึ่งไม่ถูกต้อง ไม่มีบทนิยามที่ต่างกันของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ค. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในหนังสือเล่มหนึ่งต้องมีสมบัติแตกต่างจากในหนังสืออีกเล่มหนึ่ง

ง. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในหนังสือเล่มหนึ่งต้องมีสมบัติเหมือนกันในหนังสืออีกเล่มหนึ่ง

เกณฑ์ในการให้คะแนนแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต เป็นเกณฑ์แบบรูบริคแบบย่อย ใช้ในการตรวจแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต ทั้งหมด 25 ข้อ ซึ่งเกณฑ์ในการให้คะแนนในแต่ละข้อดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ตอบถูก	1
ตอบผิด หรือตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก	0

แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ระดับประถมศึกษาปีที่ 6

คำชี้แจง แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัยแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 24 คะแนน ใช้เวลาสอบ 30 นาที

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำมันเต็มถังไปใช้ได้ 7 วัน น้ำมันหมดพอดี นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่

1.1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ..

....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ....

....

1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้

....

....

....

1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

<u>วิธีทำ</u>..

....

....

....

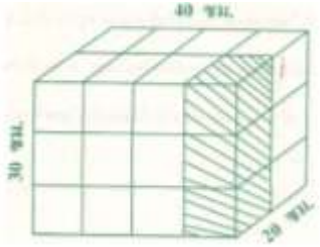
1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้

....

....

<u>ตอบ</u>...

2. ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันให้มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความกว้าง 20 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และความสูง 30 เซนติเมตร ดังแสดงในรูป ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร



2.1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ..

....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ....

....

2.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้

....

....

....

2.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

<u>วิธีทำ</u>...

....

....

....

....

....

2.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้

....

....

....

....

<u>ตอบ</u>...

3. ปีบใบหนึ่ง กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่ครึ่งปีบ จงหาน้ำที่อยู่ในปีบมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

3.1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ..

....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ....

....

3.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้

....

....

....

....

....

3.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

วิธีทำ...

....

....

....

....

....

....

....

3.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้

....

....

....

....

....

....

ตอบ...

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อย ใช้ในการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 3 ข้อ

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	2	ดี	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาบ้างและต้องการหาอะไร
	1	พอใช้	สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
	0	ปรับปรุง	ไม่สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ให้อะไรมาหรือต้องการหาอะไร
การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	2	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูก แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การใช้วิธีการแก้ปัญหา	2	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
	1	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	0	ปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่อย่างถูกต้อง
การสรุปคำตอบ	2	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์ ใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	0	ปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

เกณฑ์การแปลคะแนนแบบทดสอบความสามารถใน
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์ในการแปลความหมายความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 103) แบ่งออกเป็น 3 ระดับ คือ ระดับต่ำ ระดับปานกลาง ระดับสูง ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	0 – 8	หมายถึง	อยู่ในระดับต่ำ
คะแนนเฉลี่ย	9 – 16	หมายถึง	อยู่ในระดับปานกลาง
คะแนนเฉลี่ย	17 – 24	หมายถึง	อยู่ในระดับสูง

ภาคผนวก ข

การหาคุณภาพเครื่องมือ

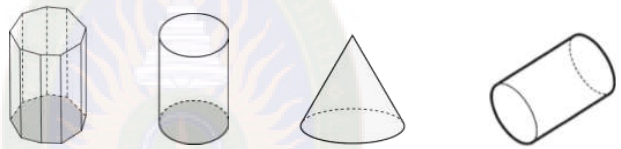
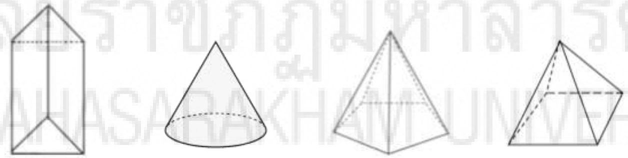
แบบประเมินความสอดคล้องของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าตรงตามกรอบเนื้อหา เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีหรือไม่ โดยใช้เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนน ตามความคิดเห็นของท่าน

ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้อง

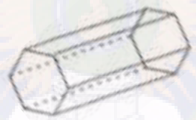
ตารางที่ ข.1

รายการตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
					+1	0	-1	
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.5/1 บอกลักษณะและจำแนกรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดต่าง ๆ	ระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก	สามารถจำรูปร่างภายนอกของรูปที่มองเห็นมากกว่าองค์ประกอบหรือลักษณะของรูป แต่บอกสมบัติต่างๆของรูปไม่ได้	1. จากรูปเรขาคณิตทั้งสี่ต่อไปนี้ รูปใดเป็นทรงกระบอก  รูป A รูป B รูป C รูป D ก. รูป A เท่านั้น ข. รูป B เท่านั้น ค. รูป A และ B เท่านั้น ง. รูป B และ D เท่านั้น 2. รูปเรขาคณิตข้างล่างนี้ รูปใดเป็นทรงกรวย  รูป A รูป B รูป C รูป D				

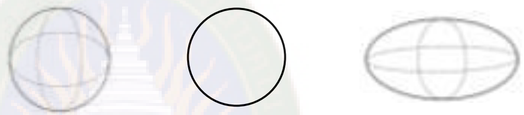
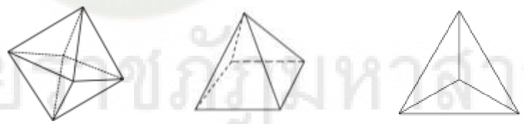
(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/ มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิด ทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	 0	 -1	ความคิดเห็น /ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบาย และวิเคราะห์ รูปเรขาคณิต สองมิติและสาม มิติ	ป.5/1 บอก ลักษณะและ จำแนกรูป เรขาคณิตสาม มิติชนิดต่าง ๆ	ระดับ 0 การมองเห็น รูปธรรม ภายนอก	สามารถจำ รูปร่างภายนอก ของรูปที่มองเห็น มากกว่า องค์ประกอบ หรือลักษณะของ รูปแต่บอกสมบัติ ต่างๆของรูป ไม่ได้	ก. รูป A เท่านั้น ข. รูป B เท่านั้น ค. รูป A และ B เท่านั้น ง. รูป B และ C เท่านั้น 3.  จากรูปที่กำหนดให้เป็นรูปทรงเรขาคณิตชนิดใด ก. ปริซึมห้าเหลี่ยม ข. ปริซึมหกเหลี่ยม ค. พีระมิดห้าเหลี่ยม ง. พีระมิดหกเหลี่ยม				

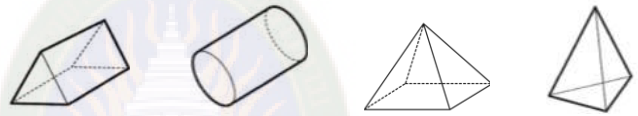
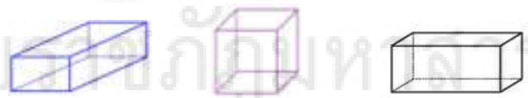
(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/ มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิด ทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	 0	 -1	ความคิดเห็น /ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบาย และวิเคราะห์ รูปเรขาคณิต สองมิติและ สามมิติ	ป.5/1 บอก ลักษณะและ จำแนกรูป เรขาคณิต สามมิติชนิด ต่าง ๆ	ระดับ 0 การมองเห็น รูปธรรม ภายนอก	สามารถจำ รูปร่างภายนอก ของรูปที่ มองเห็น มากกว่า องค์ประกอบ หรือลักษณะ ของรูป แต่บอก สมบัติต่างๆ ของรูปไม่ได้	4. จากรูปเรขาคณิตทั้งสามใดต่อไปนี้ รูปใดเป็นทรงกลม  รูป A รูป B รูป C ก. รูป A เท่านั้น ข. รูป B เท่านั้น ค. รูป A และ B เท่านั้น ง. รูป B และ C เท่านั้น 5. รูปเรขาคณิตข้างล่างนี้ รูปใดเป็นทรงพีระมิด  รูป A รูป B รูป C ก. รูป A เท่านั้น ข. รูป B เท่านั้น ค. รูป C เท่านั้น ง. รูป B และ C เท่านั้น				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/ มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิด ทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น /ข้อเสนอแนะ
					+1	0	-1	
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและ วิเคราะห์รูป เรขาคณิต สองมิติและ สามมิติ	ป.5/1 บอก ลักษณะและ จำแนกรูป เรขาคณิต สามมิติชนิด ต่าง ๆ	ระดับ 0 การมองเห็น รูปธรรม ภายนอก	สามารถจำ รูปร่างภายนอก ของรูปที่มองเห็น มากกว่า องค์ประกอบ หรือลักษณะของ รูป แต่บอก สมบัติต่างๆของ รูปไม่ได้	6. จากรูปเรขาคณิตทั้งสี่ข้างล่างนี้ รูปใดเป็นทรงปริซึม  รูป A รูป B รูป C รูป D ก. รูป A เท่านั้น ข. รูป B เท่านั้น ค. รูป B และ D เท่านั้น ง. รูป A และ D เท่านั้น 7. จากรูปเรขาคณิตทั้งสามข้างล่างนี้ รูปใดเป็นลูกบาศก์  รูป A รูป B รูป C ก. รูป A เท่านั้น ข. รูป B เท่านั้น ค. รูป A และ B เท่านั้น ง. รูป B และ C เท่านั้น				

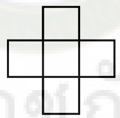
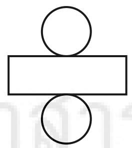
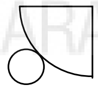
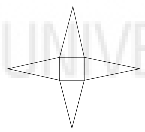
(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
					+1	0	-1	
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.5/1 บอกลักษณะและจำแนกรูป เรขาคณิตสามมิติชนิดต่าง ๆ	ระดับ 1 การวิเคราะห์	สามารถบอกลักษณะของรูปได้โดยดูจากองค์ประกอบต่างๆ หรือสมบัติต่างๆของรูปได้	8. รูปเรขาคณิตสามมิติใดที่<u>ไม่มี</u>ยอดแหลม ก. กรวย ข. ปริซึม ค. พีระมิดฐานสามเหลี่ยม ง. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม				
	ป.6/1 บอกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เป็นส่วนประกอบของรูปเรขาคณิต สามมิติ			9. พีระมิดห้าเหลี่ยมมีหน้าตัดเป็นรูปชนิดใด ก. รูปสามเหลี่ยม ข. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ค. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ง. รูปห้าเหลี่ยม				
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหา	ป.6/1 ประดิษฐ์ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากทรงกระบอก กรวย ปริซึม และ พีระมิด จากรูปคลี่หรือรูปเรขาคณิตสองมิติที่กำหนดให้			10. หากนำลูกเต๋าขนาด 6 ลูก วางซ้อนกันในแนวตั้งจะเกิดทรงเรขาคณิตชนิดใด ก. กรวย ข. ปริซึม ค. ทรงกระบอก ง. ลูกบาศก์				

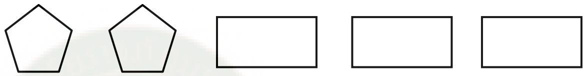
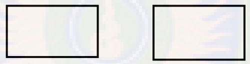
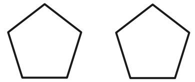
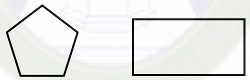
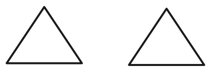
(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.6/1 บอกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เป็นส่วนประกอบของรูปเรขาคณิต สามมิติ	ระดับ 1 การวิเคราะห์	สามารถบอกลักษณะของรูปได้ โดยดูจากองค์ประกอบต่างๆ หรือ	11. ทรงเรขาคณิตข้อใดมีหน้าตัดเป็นรูปวงกลม ก. กรวย ข. ปริซึม ค. พีระมิดฐานสามเหลี่ยม ง. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม				
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหา	ป.6/1 ประดิษฐ์ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากทรงกระบอก กรวย ปริซึม และ พีระมิด จากรูปคลี่หรือรูปเรขาคณิตสองมิติที่กำหนดให้		สมบัติต่างๆ ของรูปได้	12. ข้อใด<u>ไม่ใช่</u>รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ ก.  ข.  ค.  ง. 				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหา	ป.6/1 ประดิษฐ์ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม และ พีระมิด จากรูปคลี่หรือรูปเรขาคณิตสองมิติที่กำหนดให้	ระดับ 1 การวิเคราะห์	สามารถบอกลักษณะของรูปได้โดยดูจากองค์ประกอบต่างๆ หรือสมบัติต่างๆของรูปได้	13.  จากรูปข้างบน บัวตองต้องการสร้างรูปปริซึมห้าเหลี่ยม แต่รูปเรขาคณิตที่มีอยู่ยังไม่เพียงพอบัวตองต้องหารูปในข้อใดมาเพิ่มอีกจึงจะสร้างได้ ก.  ข.  ค.  ง. 				
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.6/1 บอกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เป็นส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสามมิติ			14. ผ่ามะนาวออกเป็น 2 ส่วน หน้าตัดของมะนาวเป็นรูปอะไร ก. รูปสามเหลี่ยม ข. รูปสี่เหลี่ยม ค. รูปวงกลม ง. รูปห้าเหลี่ยม				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.5/1 บอกลักษณะและจำแนกรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดต่าง ๆ	ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน	สามารถเชื่อมโยงสมบัติของรูปเรขาคณิตและแยกรูปตามสมบัติทางเรขาคณิตได้	15. ข้อใดไม่ใช่คุณสมบัติของรูปทรงปริซึมสี่เหลี่ยม ก. ปริซึมมีหน้าตัดหัวท้ายเป็นรูปสี่เหลี่ยม ข. มีหน้าตัดหัวท้ายเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ค. ด้านข้างแต่ละด้านของปริซึมเป็นรูปสี่เหลี่ยมทุกรูป ง. ด้านข้างแต่ละด้านของปริซึมเป็นรูปสามเหลี่ยมทุกรูป 16. รูปเรขาคณิตมีฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยม มียอดเหลี่ยม ซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน มีหน้าข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม เป็นลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติในข้อใด ก. รูปกรวย ข. รูปปริซึม ค. รูปพีระมิดฐานห้าเหลี่ยม ง. รูปปริซึมฐานห้าเหลี่ยม 17. รูปเรขาคณิตมีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐานเป็นลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติในข้อใด ก. รูปกรวย ข. รูปปริซึม ค. รูปพีระมิดฐานห้าเหลี่ยม ง. รูปปริซึมฐานห้าเหลี่ยม				

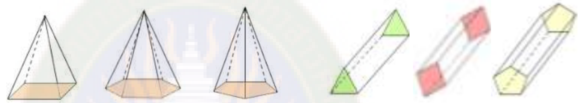
(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.5/1 บอกลักษณะและจำแนกรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดต่าง ๆ	ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน	สามารถเชื่อมโยงสมบัติของรูปเรขาคณิตและแยกรูปตามสมบัติทางเรขาคณิตได้	18. ให้ A เป็นทรงสามมิติ ที่มีลักษณะดังนี้ ลักษณะที่ 1 : A มี 6 หน้า ลักษณะที่ 2 : ทุก ๆ หน้าของ A เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส “ A เป็นทรงสามมิติใด ” ก. รูปกรวย ข. รูปปริซึม ค. รูปพีระมิด ง. ลูกบาศก์ 19. ให้ B เป็นทรงสามมิติ ที่มีลักษณะดังนี้ ลักษณะที่ 1 : A มี 4 หน้า ลักษณะที่ 2 : ทุก ๆ หน้าของ A เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า “ A เป็นทรงสามมิติใด ” ก. รูปกรวย ข. รูปปริซึม ค. รูปพีระมิด ง. ลูกบาศก์				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.5/1 บอกลักษณะและจำแนกรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดต่าง ๆ	ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน	สามารถเชื่อมโยงสมบัติของรูปเรขาคณิตและแยกรูปตามสมบัติทางเรขาคณิตได้	20. สมบัติในข้อใดที่ใช้แบ่งรูปเหล่านี้ออกเป็น 2 กลุ่ม  ก. แบ่งตามหน้าข้าง ข. แบ่งตามฐาน ค. แบ่งตามเส้นขอบ ง. แบ่งตามจุดยอด 21. ข้อใดเป็นคุณสมบัติของรูปทรงกลม ก. มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่ระนาบเดียวกันกับฐาน ข. มีผิวโค้งเรียบ ทุก ๆ จุดบนผิวห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน ค. ด้านข้างแต่ละด้านของปริซึมเป็นรูปสี่เหลี่ยมทุกรูป ง. ด้านข้างแต่ละด้านของปริซึมเป็นรูปสามเหลี่ยมทุกรูป				

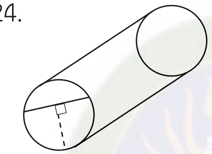
(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.5/2 บอกลักษณะความสัมพันธ์และจำแนกรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ	ระดับที่ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน	สามารถใช้นิยาม อนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทได้อย่างเข้าใจ และเข้าใจการพิสูจน์ โดยสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	22. ฐานของปริซึมรูปหนึ่งมีสมบัติ 3 ประการ ดังนี้ สมบัติ D : มีเส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน สมบัติ S : เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส สมบัติ R : เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ข้อความใดถูกต้อง ก. สมบัติ D สามารถสรุปสมบัติ S ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ R ได้ ข. สมบัติ D สามารถสรุปสมบัติ R ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ S ได้ ค. สมบัติ S สามารถสรุปสมบัติ R ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ D ได้ ง. สมบัติ R สามารถสรุปสมบัติ D ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ S ได้				
	ป.5/3 บอกลักษณะส่วนประกอบความสัมพันธ์และจำแนกรูปสามเหลี่ยมชนิดต่าง ๆ			23. จากข้อความ 2 ประโยคนี้ ข้อความที่ 1 : A เป็นพีระมิดที่มีฐาน ABC มีความยาวเท่ากัน 3 ด้าน ข้อความที่ 2 : ฐาน ABC ของพีระมิด มีมุม B เท่ากับมุม C ข้อใดถูก ก. ข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2 ไม่ถูกทั้งคู่ ข. ถ้าข้อความที่ 1 ถูกแล้วข้อความที่ 2 ก็ถูกด้วย ค. ถ้าข้อความที่ 2 ถูกแล้วข้อความที่ 1 ก็ถูกด้วย ง. ถ้าข้อความที่ 1 ไม่ถูกแล้วข้อความที่ 2 ก็ไม่ถูกด้วย				

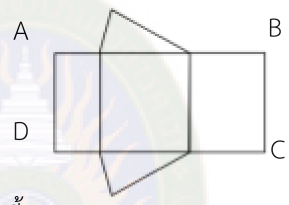
(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ

สาระ/ มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิด ทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	 0	 -1	ความคิดเห็น /ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.4/3 บอกส่วนประกอบของรูปวงกลม	ระดับที่ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน	สามารถใช้นิยาม อนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ได้อย่างเข้าใจ และเข้าใจการพิสูจน์ โดย	24.  จากรูป พิจารณาข้อความทั้งสองข้อความต่อไปนี้ ข้อความที่ 1 : ส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด ข้อความที่ 2 : ส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด ข้อใดถูกต้อง ก. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ดแล้ว ส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด ข. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ดแล้ว ส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด ค. ส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ดก็ต่อเมื่อส่วนของเส้นตรงนั้นแบ่งครึ่งคอร์ด ง. ส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ดและตั้งฉากกับคอร์ด				
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.6/1 บอกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เป็นส่วนประกอบของรูปเรขาคณิต สามมิติ		สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	25. จากข้อความ 2 ประโยคนี้ ข้อความที่ 1 : B เป็นปริซึมที่มีฐานยาวเท่ากัน 6 ด้าน ข้อความที่ 2 : ผลบวกของมุมภายในที่ฐานของปริซึม B เป็น 720 องศา ข้อใดถูกต้อง ก. ข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2 ไม่ถูกทั้งคู่ ข. ถ้าข้อความที่ 1 ถูกแล้วข้อความที่ 2 ก็ถูกด้วย ค. ถ้าข้อความที่ 2 ถูกแล้วข้อความที่ 1 ก็ถูกด้วย ง. ถ้าข้อความที่ 1 ไม่ถูกแล้วข้อความที่ 2 ก็ไม่ถูกด้วย				

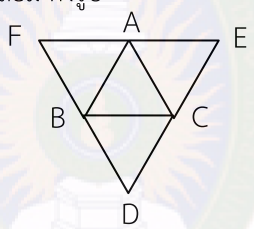
(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
					+1	0	-1	
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบาย และวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.5/2บอกลักษณะความสัมพันธ์และจำแนกรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ	ระดับที่ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน	สามารถใช้นิยาม อนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทได้อย่างเข้าใจ และเข้าใจการพิสูจน์ โดยสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	26. จากรูปที่กำหนดให้ เป็นรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตชนิดหนึ่ง  พิจารณาข้อความ 2 ประโยคนี้ ข้อความที่ 1 : ถ้า ABCD เป็นรูปผืนผ้าแล้วจะมีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน ข้อความที่ 2 : ถ้าเส้นทแยงมุมของรูปหนึ่งแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันแล้ว รูปนั้นจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ข้อใดถูก ก. ในการพิสูจน์ว่าข้อความที่ 1 ถูก เราเพียงแต่พิสูจน์ให้ได้ว่าข้อความที่ 2 ถูก ข. ในการพิสูจน์ว่าข้อความที่ 2 ถูก ก็เพียงพอที่จะพิสูจน์ได้ว่าข้อความที่ 1 ถูก ค. ในการพิสูจน์ว่าข้อความที่ 2 ถูก เราเพียงหาให้ได้ว่ามีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งที่มีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน ง. ในการพิสูจน์ว่าข้อความที่ 2 เป็นเท็จ เราเพียงหาให้ได้ว่ามีรูปที่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหนึ่งรูปที่มีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
					+1	0	-1	
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.5/3 บอกลักษณะส่วนประกอบความสัมพันธ์และจำแนกรูปสามเหลี่ยมชนิดต่าง ๆ	ระดับที่ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน	สามารถใช้นิยาม อนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ได้อย่างเข้าใจ และเข้าใจการพิสูจน์ โดยสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	27. จากรูปที่กำหนดให้เป็นรูปคลี่ของพีระมิดฐานสามเหลี่ยม มี ABC เป็นฐานสามเหลี่ยม และมีรูปสามเหลี่ยม ACE ,ABF และ BCD เป็นหน้าด้านข้างของพีระมิดฐานสามเหลี่ยม ดังรูป  จากที่กำหนดให้เราพิสูจน์ได้ว่า AD, BE และ CF ตัดกันที่จุดๆหนึ่ง จากการพิสูจน์ข้อใดกล่าวถูกต้อง ก. เฉพาะรูปสามเหลี่ยมรูปนี้เท่านั้นที่สามารถลาก AD, BE และ CF มาตัดกันได้ที่จุดๆ เดียว ข. มีรูปสามเหลี่ยมบางรูปแต่ไม่ทุกรูปที่สามารถลาก AD, BE และCFมาตัดกันได้ที่จุดๆเดียว ค. ในรูปสามเหลี่ยมใดๆ เราสามารถลาก AD, BE และCFมาตัดกันได้ที่จุดๆ เดียว ง. ในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าใดๆ เราสามารถลาก AD,BEและCFมาตัดกันได้ที่จุดๆ เดียว				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
					+1	0	-1	
สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	ป.5/2 บอกลักษณะความสัมพันธ์และจำแนกรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ	ระดับที่ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน	สามารถใช้นิยาม อนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทได้อย่างเข้าใจ และเข้าใจการพิสูจน์ โดยสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	28. หน้าด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติรูปหนึ่งมีสมบัติ 3 ประการ ดังนี้ สมบัติ D : มีเส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน แต่ไม่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน สมบัติ S : เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สมบัติ R : เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ข้อความใดถูกต้อง ก. สมบัติ D สามารถสรุปสมบัติ S ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ R ได้ ข. สมบัติ D สามารถสรุปสมบัติ R ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ S ได้ ค. สมบัติ S สามารถสรุปสมบัติ R ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ D ได้ ง. สมบัติ R สามารถสรุปสมบัติ D ซึ่งทำให้สรุปสมบัติ S ได้				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ	ป.6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	ระดับที่ 4 การคิดสุดยอด	สามารถคิดอย่างนามธรรม สามารถเข้าใจการพิสูจน์แบบแย้งสลับที่และแบบขัดแย้ง	29. รษาประดิษฐ์เรขาคณิตสามมิติรูปหนึ่งโดยที่ฐานของเรขาคณิตที่สร้างขึ้นเป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งกำหนดให้ข้อความต่อไปนี้เป็นจริง “ผลบวกของขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งน้อยกว่า 180 องศา” ข้อใดถูกต้อง ก. รษา วัดขนาดมุมของรูปสามเหลี่ยมพลาด ข. รษา ให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ผิด ค. รษา มีแนวคิดที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับความหมาย “เป็นจริง” ง. รษา เริ่มต้นด้วยสมมติฐานที่แตกต่างไปจากเรขาคณิตปกติทั่วไป 30. ณดาไปศึกษาค้นคว้าเกี่ยวรูปทรงเรขาคณิตรูปหนึ่งแล้วนำความรู้มาบอกให้เพื่อนๆฟังว่า “กรวยมียอดแหลมที่ไม่อยู่ในระนาบเดียวกันกับฐาน ” ซึ่งณิรินก็โต้แย้งณดาว่า สมบัติที่ณดาบอก มันเป็นสมบัติของพีระมิดเพราะพีระมิดมียอดแหลมที่ไม่อยู่ในระนาบเดียวกันกับฐานเหมือนกัน จากข้อความนี้สามารถสรุปได้ว่าอย่างไร ก. กรวยมีลักษณะเหมือนพีระมิด ข. กรวยคือพีระมิดแค่มีชื่อเรียกต่างกันเพราะศึกษาข้อมูลมาจากคนละแหล่ง ค. ณดลและณิรินศึกษาข้อมูลไม่ละเอียดครบถ้วน ง. กรวยมีสมบัติบางประการที่คล้ายพีระมิด				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
					+1	0	-1	
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ	ป.6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	ระดับที่ 4 การคิดสุดยอด	สามารถคิดอย่างนามธรรม สามารถเข้าใจการพิสูจน์แบบแย้งสลับที่และแบบขัดแย้ง	31. ทิชาเททรายจากพีระมิดลงในปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากันจำนวนสามครั้ง จึงจะได้ทรายเต็มปริซึมพอดี จากสถานการณ์นี้เราสามารถคาดการณ์ได้ว่าอย่างไร ก. ปริมาตรของพีระมิดเป็นหนึ่งในสามของปริมาตรของปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน ข. ปริมาตรของพีระมิดเป็นสามเท่าของปริมาตรของปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน ค. ปริมาตรของปริซึมเป็นหนึ่งในสามของปริมาตรของพีระมิดที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน ง. ปริมาตรของปริซึมเป็นสามเท่าของปริมาตรของพีระมิดที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน 32. สมมติว่าต้องทำการพิสูจน์ข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2 ข้อความที่ 1 : ถ้า P แล้ว Q ข้อความที่ 2 : ถ้า S แล้วไม่ใช่ Q ข้อความใดได้มาจากข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2 ก. ถ้า P แล้ว S ข. ถ้าไม่ใช่ P แล้วไม่ใช่ Q ค. ถ้า P หรือ Q แล้ว S ง. ถ้า S แล้วไม่ใช่ P				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
					+1	0	-1	
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ	ป.6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	ระดับที่ 4 การคิดสุดยอด	สามารถคิดอย่างนามธรรม สามารถเข้าใจการพิสูจน์แบบแย้งสลับที่และแบบขัดแย้ง	33. เอวาต้องการเทน้ำจากทรงกระบอกลงในกรวยที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน ซึ่งเอวาจะต้องใช้กรวยถึง 3 อัน ถึงจะเทน้ำในทรงกระบอกจนหมด จากสถานการณ์นี้เราสามารถคาดการณ์ได้ว่าอย่างไร ก. ปริมาตรของกรวยเป็นหนึ่งในสามของปริมาตรของทรงกระบอกที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน ข. ปริมาตรของกรวยเป็นสามเท่าของปริมาตรของทรงกระบอกที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน ค. ปริมาตรของทรงกระบอกเป็นหนึ่งในสามของปริมาตรของกรวยที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน ง. ปริมาตรของทรงกระบอกเป็นสามเท่าของปริมาตรของกรวยที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน 34. ข้อใดกล่าวถึงการสร้างข้อสรุป P ก็ต่อเมื่อ Q ได้ถูกต้อง ก. พิสูจน์ถ้า P แล้ว Q เป็นจริง หรือ พิสูจน์ถ้า Q แล้ว P เป็นจริง ข. พิสูจน์ถ้า Q แล้ว P เป็นเท็จ แล้ว พิสูจน์ถ้า P แล้ว Q เป็นจริง ค. พิสูจน์ถ้า P แล้ว Q เป็นเท็จ แล้ว พิสูจน์ถ้า Q แล้ว P เป็นจริง ง. พิสูจน์ถ้า P แล้ว Q เป็นจริง และ พิสูจน์ถ้า Q แล้ว P เป็นจริง				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.1 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	ระดับความคิดทางเรขาคณิต	คำอธิบาย	ข้อสอบ	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
					+1	0	-1	
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ	ป.6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	ระดับที่ 4 การคิดสุดยอด	สามารถคิดอย่างนามธรรม สามารถเข้าใจการพิสูจน์แบบแย้งสลับที่และแบบขัดแย้ง	35. หนังสือเรขาคณิตสองเล่มได้มีการให้นิยาม ฐานของพีระมิดรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแตกต่างกัน ข้อใดถูกต้อง ก. หนังสือเล่มหนึ่งมีความคลาดเคลื่อน ข. บทนิยามหนึ่งไม่ถูกต้อง ไม่มีบทนิยามที่ต่างกันของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ค. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในหนังสือเล่มหนึ่งต้องมีสมบัติแตกต่างจากในหนังสืออีกเล่มหนึ่ง ง. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในหนังสือเล่มหนึ่งต้องมีสมบัติเหมือนกันในหนังสืออีกเล่มหนึ่ง				

ข้อเสนอแนะ

....

....

ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ

(..)

ตำแหน่ง..

................../.........................../.........

ตารางที่ ข.2

ผลรวมและค่า IOC ของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต

แบบทดสอบ	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	สรุปผล
ข้อที่	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	0	2	0.67	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
10	0	+1	+1	2	0.67	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
12	+1	+1	0	2	0.67	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
14	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
17	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

(ต่อ)

ตารางที่ ข.2 (ต่อ)

แบบทดสอบข้อที่	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
18	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
19	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
20	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
21	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
22	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
23	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
24	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
25	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
26	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
27	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
28	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
29	0	+1	+1	2	0.67	สอดคล้อง
30	0	+1	+1	2	0.67	สอดคล้อง
31	0	+1	+1	2	0.67	สอดคล้อง
32	0	+1	+1	2	0.67	สอดคล้อง
33	0	+1	+1	2	0.67	สอดคล้อง
34	0	+1	+1	2	0.67	สอดคล้อง
35	0	+1	+1	2	0.67	สอดคล้อง

ตารางที่ ข.3

ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต

แบบทดสอบข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.73	0.5
2	0.86	0.4
3	0.4	0.3
4	0.53	0.4
5	0.67	0.3
6	0.5	0.4
7	0.43	0.6
8	0.76	0.4
9	0.46	0.5
10	0.73	0.3
11	0.53	0.4
12	0.57	0.4
13	0.6	0.5
14	0,5	0.6
15	0.27	0.3
16	0.37	0.3
17	0.37	0.3
18	0.4	0.3

(ต่อ)

ตารางที่ ข.3 (ต่อ)

แบบทดสอบข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
19	0.33	0.2
20	0.33	0.2
21	0.53	0.3
22	0.33	0.3
23	0.43	0.2
24	0.33	0.2
25	0.37	0.2

การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต ซึ่งใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์อัลฟา (Coefficient) ของ Cronbach และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.705

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าตรงตามกรอบเนื้อหา เรื่อง เรขาคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และมาตรฐานและตัวชี้วัด โดยใช้เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนน ตามความคิดเห็นของท่าน

ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง
ใช้เครื่องหมาย ✓ ในช่อง -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้อง

ตารางที่ ข.4

รายการตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
				+1	0	-1	
สาระที่ 2 มาตรฐาน ค 2.2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด	ป.6/1 แก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมและรูปวงกลม	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปวงกลม	<u>ข้อที่1</u> สระว่ายน้ำของโรงแรมแห่งหนึ่ง ขอบสระเป็นรูปวงกลมมีความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เมตร พนักงานทำความสะอาดสระว่ายน้ำเดินรอบขอบสระ 1 รอบ คิดเป็นระยะทางกี่เมตร 1.1 ทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ.. สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ .... 1.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้ .... 1.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ .... 1.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้ .... ตอบ..				

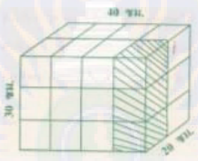
(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
				+1	0	-1	
สาระที่ 2 มาตรฐาน ค 2.2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด	ป.6/2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรหรือความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	<u>ข้อที่ 2</u> ถังน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3.5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 6 เมตร มีน้ำมันเต็มถังไปใช้ได้ 7 วัน น้ำมันหมดพอดี นำน้ำมันไปใช้วันละเท่าไหร่ 2.1 ทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ... สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ .... 2.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้ .... 2.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ .... 2.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้ .... ตอบ..				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา			ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
				+1	0	-1	
สาระที่ 2 มาตรฐาน ค 2.2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด	ป.6/2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตร หรือความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	<u>ข้อที่ 3</u> ลูกบาศก์ขนาดเท่ากันเรียงต่อกันให้มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความกว้าง 10 เซนติเมตร ความยาว 40 เซนติเมตร และความสูง 30 เซนติเมตร ดังแสดงในรูป ลูกบาศก์ส่วนที่แรเงามีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร  3.1 ทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ.. สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ .... 3.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้ .... 3.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ .... 3.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้ .... ตอบ..				

(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

<table>
<tr><th rowspan="2">สาระ/
มาตรฐาน</th><th rowspan="2">ตัวชี้วัด</th><th rowspan="2">เนื้อหา</th><th rowspan="2">สถานการณ์ปัญหา</th><th colspan="3">คะแนนพิจารณา</th><th rowspan="2">ความคิดเห็น
/ข้อเสนอแนะ</th></tr>
<tr><th>+1</th><th>0</th><th>-1</th></tr>
<tr><td>สาระที่ 2 มาตรฐาน ค 2.2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด</td><td>ป.6/1 แก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมและรูปวงกลม</td><td>โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม</td><td><u>ข้อที่ 4</u>


ว่านนำโต๊ะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านยาว 2 เมตร ด้านกว้าง 1 เมตร เรียงต่อกันดังรูป เมื่อถึงรูปที่ 7 โต๊ะที่เรียงต่อกันจะมีความยาวรอบรูปกี่เมตร
4.1 ทำความเข้าใจปัญหา
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ...
สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ....
4.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้
....
4.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ
วิธีทำ ....
....
4.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้
....
ตอบ...</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

(ต่อ)

ตารางที่ ข.4 (ต่อ)

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	เนื้อหา	สถานการณ์ปัญหา	คะแนนพิจารณา +1	0	-1	ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ
สาระที่ 2 มาตรฐาน ค 2.2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด	ป.6/2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรหรือความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	<u>ข้อที่ 5</u> ปีบใบหนึ่ง กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร มีน้ำอยู่<u>ครึ่งปีบ</u> มีน้ำอยู่เท่าไร 5.1 ทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ.......... สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ .... 5.2 วางแผนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการหาคำตอบดังนี้ .... 5.3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ วิธีทำ.......... 5.4 ตรวจสอบคำตอบดังนี้ ตอบ..........				

ข้อเสนอแนะ

....

....

ลงชื่อ ผู้เชี่ยวชาญ

(..........)

ตำแหน่ง..........

........../........../..........

ตารางที่ ข.5

ผลรวมและค่า IOC ของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบข้อที่	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

ตารางที่ ข.6

ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.54	0,38
2	0.37	0.62
3	0.28	0.53

การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์อัลฟา (Coefficient) ของ Cronbach และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77

ภาคผนวก ค

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือการวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

1) ดร.เสน่ห์ หมายจากกลาง

วุฒิทางการศึกษา ค.ด. (คณิตศาสตรศึกษา)
ตำแหน่งปัจจุบัน ศึกษานิเทศก์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาเขต 31
วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ
ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา

2) ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ

วุฒิทางการศึกษา กศ.ด. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา)
ตำแหน่งปัจจุบัน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
ผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยและประเมินผลการศึกษา

3) ดร.ทนงเกียรติ พลไชยา

วุฒิทางการศึกษา ค.ด. (คณิตศาสตรศึกษา)
ตำแหน่งปัจจุบัน ครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนจุฬาภรณ์ราชวิทยาลัย
ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

ภาคผนวก ง

หนังสือขอความอนุเคราะห์

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๒/ว.๑๔๗๐

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.เสน่ห์ หมายจากกลาง

ด้วย นางสาวนัฐพร คุ้มวงค์ รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๐๔ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์
☑ ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวิจัยทางคณิตศาสตร์
☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล
☐ อื่นๆ ระบุ...

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูษิต บุญทองเถิง)
รองคณบดี รักษาราชการแทน คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒

นัฐพร.........ร่าง
นัฐพร.........พิมพ์
..................ทาน
15 ก.พ. 62.......วันที่

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ที่ คศ.คณศ.ว /๒๕๖๒ **วันที่** ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ

ด้วย นางสาวนัฐพร คุ้มวงค์ รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๐๔ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- ☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์
- ☐ ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวิจัยทางคณิตศาสตร์
- ☑ ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล
- ☐ อื่นๆ ระบุ..

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูษิต บุญทองเถิง)
รองคณบดี รักษาราชการแทน คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
edu@rmu.ac.th

นัฐพร.....ร่าง
นัฐพร.....พิมพ์
..........ทาน
15 ก.พ. 62.....วันที่

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๒/ว.๑๔๗๐

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.ทนงเกียรติ พลไชยา

ด้วย นางสาวนัฐพร คุ้มวงศ์ รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๐๔ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ เพื่อ

- [x] ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์
- [ ] ตรวจสอบความถูกต้องด้านการวิจัยทางคณิตศาสตร์
- [ ] ตรวจสอบความถูกต้องด้านสถิติ การวัดและประเมินผล
- [ ] อื่นๆ ระบุ..

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูษิต บุญทองเถิง)
รองคณบดี รักษาราชการแทน คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทร. ๐๘๖-๒๒๓๗๕๓

นัฐพร......ร่าง
นัฐพร......พิมพ์
..............ทาน
15 ก.พ. 62 วันที่

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๑๒/ว.๑๔๗๐

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ด้วย นางสาวนัฐพร คุ้มวงศ์ รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๐๔ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ ๖ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูษิต บุญทองเถิง)
รองคณบดี รักษาราชการแทน คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
edu@rmu.ac.th

นัฐพร ร่าง
นัฐพร พิมพ์
ทาน
15 ก.พ. 62 วันที่

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๖/ว.๑๔๗๐

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๒

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ด้วย นางสาวนัฐพร คุ้มวงศ์ รหัสประจำตัว ๖๐๘๐๑๐๕๑๐๑๐๔ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา รูปแบบการศึกษาในเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือเพื่อการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูษิต บุญทองเถิง)
รองคณบดี รักษาราชการแทน คณบดีคณะครุศาสตร์
ปฏิบัติราชการแทน อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
โทรสาร. ๐-๔๓๗๔-๒๖๒๒
edu@rmu.ac.th

นัฐพร ร่าง
นัฐพร พิมพ์
ทาน
15 ก.พ. 62 วันที่

การเผยแพร่ผลงานวิจัย

ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ และนัฐพร คุ้มวงค์. (2562). การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ใน *การประชุมวิชาการระดับชาติ วิถีนวัตกรรมเพื่อการพัฒนางานวิจัยสู่เศรษฐกิจชุมชนไทยให้ยั่งยืน ประจำปี 2562* (น. 153). ปทุมธานี : มหาวิทยาลัยเวสเทิร์น

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล นางสาวนัฐพร คุ้มวงค์
วัน เดือน ปี เกิด 7 กุมภาพันธ์ 2538
ที่อยู่ปัจจุบัน 67 หมู่ 8 ตำบลบางหมาก อำเภอเมือง จังหวัดชุมพร
รหัสไปรษณีย์ 86000

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2556 วิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) คณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

พ.ศ. 2560 ครุศาสตรมหาบัณฑิต (ค.ม.) คณิตศาสตรศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม