บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง การนับ จำนวน และการคิดคำนวณ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
2. การคิด
    - 2.1 ความหมายของการคิด
    - 2.2 ความสำคัญของการคิด
    - 2.3 ลักษณะของการคิด
    - 2.4 ระดับของการคิด
    - 2.5 การวัดและประเมินผลการคิด
3. การคิดเชิงคณิตศาสตร์
    - 3.1 ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์
    - 3.2 ความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์
    - 3.3 องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์
        - 3.3.1 การคิดที่เน้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
        - 3.3.2 การคิดที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
        - 3.3.3 การคิดที่เน้นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    - 3.4 รูปแบบและแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์
    - 3.5 แนวทางการวัดและการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์
4. แบบทดสอบอัตนัย
5. แบบสัมภาษณ์

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    6.1 งานวิจัยในประเทศ
    6.2 งานวิจัยต่างประเทศ
7. กรอบแนวคิดในงานวิจัย

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงรายละเอียดเนื้อหาตามหัวข้อต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ : 2551 : 1-5)

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ปริมาตรและความจุเงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติการนึกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

พีชคณิต แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียน เมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ยังได้กำหนดคุณภาพผู้ที่เรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ให้มีความรู้ความสามารถ ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก ปริมาตร ความจุ เวลาและเงินสามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก รวมทั้งจุด ส่วนของเส้นตรง รังสี เส้นตรง และมุม

4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้

5. รวบรวมข้อมูลและจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน และอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งได้

6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

มาตรฐานการเรียนรู้ในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สำหรับการคิดเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการนับ จำนวน และการคิดคำนวณ จะสัมพันธ์ตรงกับสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ซึ่งจะประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ 4 มาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการนับ จำนวนและการคิดคำนวณ

เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการนับ จำนวนและการคิดคำนวณ จะสอดคล้องกับมาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง และมาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา สาระการเรียนรู้แกนกลางชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการนับ จำนวน และการคิดคำนวณ

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	เนื้อหา
มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง	**ป.1/1** การเขียนและอ่านตัวเลขฮินดูอารบิกและตัวเลขไทย แสดงปริมาณของสิ่งของหรือจำนวนนับที่ไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์	**การนับ** - การใช้จำนวนบอกปริมาณที่ได้จากการนับ **จำนวน** -การใช้จำนวนบอกปริมาณที่ได้จากการนับ - การนับเพิ่มทีละ 1 - การนับลดทีละ 1
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา	**ป.1/1** บวก ลบ และบวก ลบ ระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของ คำตอบ **ป. 1/2** วิเคราะห์และหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และโจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	**การคิดคำนวณ** -โจทย์ปัญหาการลบ -โจทย์ปัญหาการบวกลบระคน

จากการวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ พบว่า เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับการนับ จำนวน และการคิดคำนวณ ได้แก่ การใช้จำนวนบอกปริมาณที่ได้จากการนับ การนับเพิ่มทีละ 1 ทีละ 2 การนับลดทีละ 1โจทย์ปัญหาการบวก การลบและโจทย์ปัญหาการบวก ลบระคน ซึ่งผู้วิจัยใช้เป็นกรอบด้านเนื้อหาในการวิจัยครั้งนี้

การคิด

การคิดเป็นกระบวนการภายใต้สมองที่เรามองไม่เห็น แต่เราสามารถทราบถึงการคิดหรือความคิดของบุคคลได้ โดยสังเกตจากพฤติกรรมที่แสดงออกมา อันเป็นผลจากความคิดที่เกิดขึ้นภายในตัวบุคคล และเป็นเรื่องที่มนุษย์ให้ความสนใจมาเป็นเวลานาน ถึงแม้มนุษย์สามารถคิดได้หรือสามารถคิดเป็น แต่ก็ไม่สามารถสังเกต มองเห็นพฤติกรรมการคิดได้โดยตรง

1. **ความหมายของการคิด**

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการคิดไว้หลายทัศนะดังนี้

Guilford (1967 : 45) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า การคิดเป็นการค้นหาหลักการโดยแยกแยะคุณสมบัติของสิ่งต่าง ๆ หรือข้อความจริงที่ได้รับแล้วทำการวิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุปอันเป็นหลักการของข้อความจริงนั้น ๆ รวมทั้งการนำหลักการของข้อความจริงนั้น ๆ ไปใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างจากเดิม

Piaget (1969 : 58) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า เป็นการกระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยปัญญา การคิดของบุคคลเป็นการจัดสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับให้เข้ากับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่กับกระบวนการปรับเปลี่ยนโครงสร้าง (Accommodation) โดยการปรับประสบการณ์เดิมให้เข้ากับความจริงที่ได้รับรู้ใหม่ บุคคลจะใช้การคิดทั้งสองลักษณะนี้ร่วมกันหรือสลับกันเพื่อปรับความคิดของตนให้เข้ากับสิ่งเร้ามากที่สุด ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดดังกล่าวจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของบุคคลจากระดับหนึ่งไปสู่วิธีการคิดอีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า

Berger (1984 : 306) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า การคิด เป็นลักษณะเฉพาะของมนุษย์ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นในสมองของบุคคล (Cognitive Process) มีแนวทางอันแนวแน่ โดยอาศัยข้อมูล ประสบการณ์การจากสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ผ่านเข้าทางอวัยวะรับสัมผัส การรู้สึก การรับรู้ และระบบความจำ มาสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและสภาพแวดล้อม และนำมา

วิเคราะห์ เปรียบเทียบ สังเคราะห์ และประเมินอย่างมีระบบมีเหตุผล เพื่อให้ได้แนวทางในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม หรือสร้างสรรค์สิ่งใหม่ การแก้ปัญหานั้นอาศัยนามธรรม และสัญลักษณ์เป็นส่วนใหญ่ การคิดมักจะจบลงด้วยการสรุปในขั้นสุดท้าย

กรมวิชาการ (2542 : 3) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า เป็นกระบวนการทำงานของสมองโดยการใช้ประสบการณ์มาสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและสภาพแวดล้อมโดยนำมาวิเคราะห์เปรียบเทียบ สังเคราะห์และประเมินอย่างมีเหตุผลและเพื่อให้ได้แนวทางในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมหรือสร้างสรรค์สิ่งใหม่

ทิพย์วัลย์ สีจันทร์ และคณะ (2546 : 3) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า เป็นกิจกรรมของสมอง เป็นการใช้สัญลักษณ์แทนสิ่งของและเหตุการณ์ต่าง ๆ ในขณะที่มนุษย์เรากำลังคิดนั้นสมองจะดึงเอาข้อมูลหรือประสบการณ์ต่าง ๆ ที่อยู่ในความทรงจำมารวมเข้ากับความคิดใหม่ๆ ให้เป็นเรื่องราวในกระบวนการต้องอาศัยปัจจัยต่างๆ มาใช้ในการคิด เช่น การเรียนรู้ ความจำ ภาษา การถ่ายโยงการเรียนรู้ เหตุผล แรงจูงใจ การตัดสินใจและการรับรู้ ดังนั้นการคิดจึงเป็นกระบวนการที่ค่อนข้างสลับซับซ้อนของสมองที่จัดการเกี่ยวกับข้อมูลเดิมและข้อมูลใหม่เราไม่สามารถเห็นพฤติกรรมการคิด แต่เราสามารถสังเกตและรับรู้ได้จากผลที่เกิดขึ้นของการคิด

นิคม ปิยมโนชา (2547 : 2) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า การคิดของมนุษย์เป็นผลที่เกิดจากกลไกของสมองซึ่งเกิดขึ้นได้ตลอดเวลาและเป็นไปตามธรรมชาติ เป็นผลของการใช้ความคิด จะแสดงให้เห็นในลักษณะของการสรุปเป็นความคิดรวบยอด จำแนกความแตกต่าง การจัดกลุ่ม การจัดระบบ การแปลความหมาย การสรุปอ้างอิง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้รับซึ่งอาจเป็นความจริงที่สัมผัสได้หรือเป็นเพียงจินตนาการที่ไม่อาจสัมผัสได้

สุวิทย์ มูลคำ (2547 : 49) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นเมื่อมนุษย์สัมผัสกับสิ่งแวดล้อมรอบตัว อาจจะเป็นข้อมูลหรือสถานการณ์ต่างๆที่เป็นสิ่งเร้าซึ่งมนุษย์สามารถรับรู้ด้วย 8 ประสาทสัมผัสทั้ง 5 ได้แก่ ตา หู จมูก ลิ้น ผิวกาย หลังจากนั้นมนุษย์จะเริ่มตอบสนองด้วยการคิดก่อนที่จะแสดงออกด้วยการพูดหรือการกระทำถ้าหากสิ่งเร้าใดๆที่ทำให้มนุษย์เกิดข้อสงสัยความขัดแย้ง หรือปัญหาจะทำให้มนุษย์เกิดความทุกข์ เกิดความไม่สบายกาย ไม่สบายใจ เรียกว่า อยู่ในสภาวะความไม่สมดุลจะกระตุ้นให้มนุษย์ต้องปรับสภาวะให้สมดุลจึงทำให้เกิดกระบวนการคิดพร้อมกับความพยายามดิ้นรนคิดหาหนทาง หา

วิธีการแก้ปัญหา ตอบข้อสงสัย ขจัดความขัดแย้งเพื่อให้ความทุกข์หมดไปจากตัวเองก่อให้เกิดความสุขหรืออยู่ในสภาวะที่สมดุล

อุษณีย์ โพธิ์สุขและคณะ (2547 : 18) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า การคิดเป็นกลไกลตอบสนองของสมองต่อสิ่งเร้าต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นตลอดเวลา ซึ่งเป็นไปตามธรรมชาติของมนุษย์ที่ใช้ในการสร้างความคิดแบบรวบยอด ด้วยการจำแนกความแตกต่าง การจัดกลุ่ม และการกำหนดชื่อเรื่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงที่ได้รับและกระบวนการที่ใช้ในการแปลความหมายของข้อมูลรวมถึงการสรุปอ้างอิงด้วยการจำแนกรายละเอียด การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้รับ ซึ่งข้อมูลที่นำมาใช้อาจจะเป็นประสบการณ์เก่า ความจริงที่สัมผัสได้ ข้อมูลต่างๆ หรืออาจเป็นเพียงจินตนาการที่ไม่อาจสัมผัสได้ ตลอดจนเป็นกระบวนการเกี่ยวกับการนำกฎเกณฑ์ต่างๆ ไปประยุกต์ใช้

สุคนธ์ สินธพานนท์และคณะ (2551:19) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า การคิดเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมองที่มีการค้นหาหลักการหรือข้อความจริงแล้ววิเคราะห์หาข้อสรุปซึ่งการคิดนั้นอาจจะเกิดจากสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับรวมกับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดจะช่วยพัฒนาระดับความคิดให้สูงขึ้น

ศิริชัย กาญจนวาสี และคณะ (2551 : 58) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า การคิด (Thinking) เป็นกระบวนการที่มนุษย์รับรู้สิ่งเร้า มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและพยายามจัดกระทำกับสิ่งเร้านั้น โดยการผ่านกระบวนการทางสมองจนได้ผลผลิตเป็น “ความคิด” ซึ่งมนุษย์จะสื่อสารความคิดออกมาโดย การพูด การเขียน หรือ การกระทำ

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2556: 3-4) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า เป็นกระบวนการทำงานของสมองที่เป็นไปตามธรรมชาติของมนุษย์ อันเป็นผลมาจากประสบการณ์เดิม สิ่งเร้า และสภาพแวดล้อมที่เข้ามากระทบ ส่งผลให้เกิดความคิดในการแก้ไขปัญหาหรือปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อมและสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น รวมทั้งสามารถสร้างสรรค์สิ่งใหม่ ๆ ให้เกิดขึ้นได้ การคิดเป็นสิ่งที่เป็นนามธรรมเป็นกระบวนการที่มีความต่อเนื่องและเป็นขั้นตอน การคิดมีหลายลักษณะซึ่งมีจุดมุ่งหมายและกระบวนการในการคิดที่แตกต่างกัน ซึ่งคนทุกคนสามารถฝึกฝนเรียนรู้และพัฒนาได้ มนุษย์สามารถเรียนรู้ในการพัฒนาการคิดได้อย่างหลากหลายรูปแบบทักษะและกระบวนการคิดจึงมีหลากหลายสามารถแยกเป็นทักษะย่อย ๆได้อีกจำนวนมาก

ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ (2558: 125) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดไว้ว่า การคิดเป็นกระบวนการอย่างเป็นระบบของสมอง มีความซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับทักษะในหลายด้าน

เป็นไปตามธรรมชาติของมนุษย์ อันเป็นผลมาจากประสบการณ์เดิม สิ่งเร้า และสภาพแวดล้อมที่เข้ากระทบ ซึ่งเน้นการพิจารณาทำความเข้าใจกับสิ่งเร้าหรือข้อความจริง โดยการวิเคราะห์ สังเคราะห์ เปรียบเทียบ และประเมินอย่างมีเหตุผล เพื่อให้เกิดแนวคิดในการจัดการกับความรู้ที่ซับซ้อนอย่างเป็นระบบ และใช้แก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ หรือปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อมและสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นได้อย่างเหมาะสม

สรุปได้ว่า การคิดเป็นกระบวนการทำงานอย่างเป็นระบบของสมอง ซึ่งเกี่ยวข้องกับทักษะหลาย ๆ ด้าน เป็นไปตามธรรมชาติ อันเป็นผลมาจากประสบการณ์เดิม สิ่งเร้าและสภาพแวดล้อมที่เข้ากระทบ ส่งผลให้เกิดการคิดในการแก้ปัญหาหรือปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อมและสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น โดยเน้นการพิจารณาทำความเข้าใจกับสิ่งเร้าหรือข้อความจริงโดยนำมาวิเคราะห์ สังเคราะห์ เปรียบเทียบและประเมินอย่างมีเหตุผล เพื่อให้เกิดแนวคิดหรือแนวทางในการแก้ปัญหาให้เข้ากับสภาพแวดล้อมได้เหมาะสมหรือสร้างสรรค์สิ่งใหม่และมนุษย์จะสื่อสารความคิดออกมาโดย การพูด การเขียน หรือ การกระทำ ผลของการปรับเปลี่ยนความคิดจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของบุคคลจากระดับหนึ่งไปสู่วิธีการคิดอีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า การคิดจึงเป็นกระบวนการที่ค่อนข้างสลับซับซ้อนของสมอง เราไม่สามารถเห็นพฤติกรรมการคิด แต่เราสามารถสังเกตและรับรู้ได้จากผลที่เกิดขึ้นของการคิด โดยทั่วไปการคิดมักจะจบลงด้วยการสรุปในขั้นสุดท้าย

2. **ความสำคัญของการคิด**

การคิดนับว่าเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้ในการดำรงชีวิต ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้แสดงทัศนะเกี่ยวกับความสำคัญของการคิด ดังนี้

Whittington (1997 : 12) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดไว้ว่า ผลการวิจัยมีความสอดคล้องกับทฤษฎีการคิดและความสามารถทางสติปัญญา ซึ่งพบว่าการคิดมีความสำคัญและขาดไม่ได้ในการเรียนการสอนในโรงเรียน นักเรียนที่เรียนได้ประสบความสำเร็จโดยมีพื้นฐานทางการคิดเป็นส่วนประกอบที่สำคัญ ส่วนนักเรียนที่เรียนไม่ประสบความสำเร็จนั่นเป็นเพราะไม่ได้อาศัยการคิด

มานน เธียรประสิทธิ์ (2547 : 72) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดไว้ว่า การคิดจะทำให้สมองของมนุษย์สามารถเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพิ่มขึ้นได้อย่างน่ามหัศจรรย์ ฉะนั้นนักเรียนทุกคนมีศักยภาพในด้านการคิดที่สมควรได้รับการพัฒนาอย่างถูกต้องเหมาะสม

อุษณีย์ โพธิสุข และคณะ (2547: 125) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดไว้ว่า ความสำคัญและผลผลิตของการคิดเป็นเรื่องสำคัญและเป็นคุณสมบัติที่พิเศษที่เกิดขึ้นในตัวมนุษย์ ในการฝึกฝนทักษะในการคิดด้านต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในสถานการที่หลากหลายเป็นกระบวนการที่สำคัญยิ่งของคุณภาพการคิดที่สามารถนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในรูปแบบต่าง ๆ ได้อีก

ลักขนา สิริวัฒน์ (2549 : 125-126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดไว้ว่า ถ้าแต่ละคนคิดดี คิดถูกทาง คิดเหมาะสม การดำเนินชีวิตของคนและความเป็นไปของสังคมก็จะดำเนินไปอย่างมีคุณค่า การคิดจึงเป็นเรื่องสำคัญของมนุษย์ การคิดเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคมที่ซับซ้อนสังคมจะก้าวหน้าต่อไปได้ก็ต่อเมื่อบุคคลในสังคมมีความคิดรู้จักคิดป้องกัน หรือคิดแก้ปัญหาใน ชีวิตประจำวัน และพัฒนาปรับปรุงภาวะต่างๆ ให้ดีขึ้น คนต้องอาศัยความคิดเป็นสิ่งนำไปสู่การดำเนินชีวิต การดำเนินงานที่มีประสิทธิภาพและสัมฤทธิ์ผล

สุวิทย์ มูลคำ (2549 : 126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดไว้ว่า การมีทักษะกระบวนการคิดที่รวดเร็วที่สุด ทันต่อการเปลี่ยนแปลงของสังคมโลกที่เกิดขึ้นทั้งในปัจจุบันและอนาคตเป็นการแสดงถึงคุณภาพของนักเรียนที่เป็นมนุษย์อย่างสมบูรณ์ที่บ่งถึงมีลักษณะของการเป็นคนเก่ง เป็นคนดี และเป็นคนที่มีความสุข

ชนาธิป พรกุล (2554: 126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดไว้ว่า การคิดเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สุดของชีวิต และการคิดที่มีคุณภาพมีผลโดยตรงต่อคุณภาพชีวิต และนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ โดยเฉพาะการคิดแบบมีวิจารณญาณ (Critical Thinking) เป็นยุทธศาสตร์ในการสร้างความมั่นใจให้กับผู้คิดว่าความคิดของตนได้ผ่านขั้นตอนการกลั่นกรองมาอย่างดีที่สุด ผู้ใดฝึกบ่อย ๆ ก็จะกลายเป็น นักคิด นักคิดอย่างมีวิจารณญาณ (Critical Thinker) คือ ผู้ที่คิดจนเป็นนิสัย มีการทบทวนสิ่งที่คิด และขณะคิด จะปรับปรุงคุณภาพการคิดอยู่เสมอ คนเหล่านั้นจะมีความสามารถในหลายๆ เรื่อง ได้แก่ สร้างผลงาน มีคุณภาพ ประเมินตนเองได้เที่ยงตรง ประเมินสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เรียนรู้วิชาได้หลากหลายสาขา ใช้เหตุผลในการทำงานและการดำเนินชีวิต มีความสามารถในการใช้ภาษาสนับสนุนการคิด มีทักษะการคิดช่วยให้สามารถคิดได้ชัดเจน ถูกต้อง ตรงประเด็น ลึกซึ้ง

กว้างไกลและมีเหตุผล พัฒนาตนเองให้เป็นคนพากเพียร รับผิดชอบ มีวินัย ถ่อมตน และเข้าใจผู้อื่น เป็นผู้อ่าน ผู้เขียน ผู้พูด และผู้ฟังที่ดี และเป็นผู้เรียนรู้ตลอดชีวิตและอยู่ในโลกที่มีความเปลี่ยนแปลงอย่างมีความสุข

อุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์ (2555:126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดไว้ว่า การคิดเป็นธรรมชาติที่เกิดขึ้นกับทุกคนและมีประสิทธิภาพที่แตกต่างกัน คนที่มีความเป็นอัจฉริยะบุคคลจะสามารถสร้างระบบการคิดที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าคนทั่วไป คุณภาพนักเรียนที่เป็นมนุษย์อย่างสมบูรณ์สามารถนำสิ่งที่เรียนรู้มาพัฒนาตนเองให้มีประสิทธิภาพ เป็นบุคคลที่เก่งในด้านการคิด เป็นผู้ที่คิดดี มีความชัดเจน

ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ (2558 : 126 - 127) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดไว้ว่า การคิดเป็นสิ่งที่มีความสำคัญและจำเป็นมากสำหรับมนุษย์ มีผลต่อคุณภาพชีวิตที่ดีขึ้นและนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดได้ แสดงให้เห็นถึงคุณภาพของการเป็นมนุษย์อย่างสมบูรณ์ที่มีลักษณะของการเป็นคนเก่ง เป็นคนดี และเป็นคนที่มีความสุข การคิดที่มีคุณภาพโดยเฉพาะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ จะทำให้เป็นผู้คิดจนเป็นนิสัย มีการทบทวนสิ่งที่คิด และมีการปรับปรุงคุณภาพการคิดอยู่เสมอ ทำให้เป็นคนมีความสามารถในหลาย ๆ ด้าน

สรุปได้ว่า การคิดเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สุดของชีวิต การคิดที่มีคุณภาพมีผลโดยตรงต่อคุณภาพชีวิต และนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดได้ โดยเฉพาะการคิดแบบมีวิจารณญาณจะทำให้เป็นผู้คิดจนเป็นนิสัย มีการทบทวนสิ่งที่คิด และมีการปรับปรุงคุณภาพการคิดอยู่เสมอ แสดงให้เห็นถึงคุณภาพของการเป็นมนุษย์อย่างสมบูรณ์ที่มีลักษณะของการเป็นคนเก่ง เป็นคนดี และเป็นคนที่มีความสุขถ้าคนแต่ละคนคิดดี คิดถูกต้อง คิดเหมาะสม การดำเนินชีวิตของคนและความเป็นไปของสังคมก็จะดำเนินไปอย่างมีคุณค่า การคิดจึงเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคมที่ซับซ้อน สังคมจะก้าวหน้าต่อไปได้ก็เมื่อบุคคลในสังคมมีความคิด รู้จักคิดป้องกันหรือคิดแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันและพัฒนาปรับปรุงภาวะต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. **ลักษณะของการคิด**

การคิดเป็นกระบวนการของจิตใจหรือกระบวนการทางสมอง ซึ่งมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ การคิดไม่มีขอบเขตจำกัด กระบวนการคิดของมนุษย์เป็นกระบวนการที่มีขั้นตอนที่เริ่มจากสิ่งเร้ามากระตุ้นทำให้จิตใส่ใจกับสิ่งเร้าและสมองนำข้อมูลหรือความรู้ที่มีอยู่มาประมวลเพื่อให้ได้ผลของการคิดออกมา เหตุของการคิด ต้นเหตุของการคิดคือสิ่งเร้าที่เป็นปัญหา หรือสิ่งเร้าที่เป็นความต้องการ หรือสิ่งเร้าที่ชวนสงสัย

3.1 ลักษณะของการคิด

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้แสดงทัศนะเกี่ยวกับลักษณะของการคิด ดังนี้

บันลือ พฤกษะวัน (2534 : 37-38)ได้กล่าวถึงลักษณะของการคิดของมนุษย์ไว้ 6 ประเภท ได้แก่ การคิดแบบเพ้อฝันขณะอยู่คนเดียว การระลึกถึงเรื่องราวและประสบการณ์ที่ผ่านมา การคิดอย่างตั้งใจที่จะขบคิดในการแก้ปัญหาหรือผจญปัญหาต่าง ๆ การคิดอย่างมีจินตนาการหรือคิดคาดการณ์ การคิดแบบพิจารณาเพื่อสร้างความเชื่อมั่นและการคิดหาเหตุผลจากเหตุการณ์ที่ผ่านมา

สำนักงานคณะกรรมการแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี (2540 : 197-198) ได้วิเคราะห์ลักษณะการคิดทั้งหมด 9 ลักษณะ ในด้านจุดมุ่งหมายของการคิด วิธีคิด/กระบวนการคิด และตัวบ่งชี้ของการคิด ซึ่งจะช่วยให้เห็นการคิดต่าง ๆ เป็นรูปธรรมชัดเจนขึ้น ดังแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ลักษณะการคิด จุดมุ่งหมายของการคิด วิธีคิด และตัวบ่งชี้ลักษณะการคิด

ลักษณะการคิด	จุดมุ่งหมายของการคิด	วิธีคิด	ตัวบ่งชี้ลักษณะการคิด
1.คิดคล่อง	เพื่อให้ได้ความคิดจำนวนมากและคิดได้อย่างรวดเร็ว	1.คิดเกี่ยวกับเรื่องที่คิดให้ได้จำนวนมากและอย่างรวดเร็ว 2.จัดหมวดหมู่ของการคิด	1.สามารถบอกความคิดได้จำนวนมาก และในเวลาที่รวดเร็ว 2.สามารถจัดหมวดหมู่ของความคิดได้
3.คิดละเอียด	เพื่อให้ได้ความคิดที่ผ่านการพิจารณาถึงรายละเอียดของสิ่งนั้น	1.คิดให้ได้รายละเอียดหลักที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่คิด 2.คิดให้ได้รายละเอียดย่อยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่คิด	1.สามารถให้รายละเอียดหลักเกี่ยวกับเรื่องที่คิดได้ 2.สามารถให้รายละเอียดย่อยเกี่ยวกับเรื่องที่คิดได้

ลักษณะการคิด	จุดมุ่งหมาย ของการคิด	วิธีคิด	ตัวบ่งชี้ ลักษณะการคิด
4.คิดชัดเจน	เพื่อให้รู้ความคิด/ความรู้ของตนที่ยังไม่เข้าใจ/สงสัย/และส่วนไหนที่ตนเข้าใจสามารถอธิบายได้	1.พิจารณาสิ่งที่คิดแล้วหาว่า 1.1 ตนรู้/เข้าใจ อะไร 1.2 ตนเองไม่เข้าใจอะไร 2.ในส่วนที่เข้าใจให้ลองอธิบายขยายความด้วยคำพูดขอองตน	1. สามารถบอกได้ว่าในเรื่องที่คิด ตนรู้/เข้าใจอะไรบ้าง และไม่รู้/ไม่เข้าใจอะไรบ้าง 2. สามารถอธิบายขยายความหรือยกตัวอย่างในเรื่องที่ตนรู้/เข้าใจได้
5. คิดอย่างมีเหตุผล	เพื่อให้ได้ความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักของเหตุผล	1.จำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกัน 2.พิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐาน 2.1 แบบนิรนัย คือ คิดจากหลักทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย ๆ 2.2 แบบอุปนัย คือ คิดจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ ไปสู่หลักการทั่วไปหรืออุปนัยในการพิจารณาข้อเท็จจริง	1.สามารถแยกแยะข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้ 2.สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผล 3.สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัยในการพิจารณาข้อเท็จจริง

ลักษณะการคิด	จุดมุ่งหมายของการคิด	วิธีคิด	ตัวบ่งชี้ลักษณะการคิด
6.คิดถูกทาง	เพื่อให้ได้ความคิดที่เป็นประโยชน์ในทางที่ดีต่อสังคม	1.ตั้งเป้าหมายของการคิดไปในทางที่จะเป็นประโยชน์ต่อส่วนรวมมากกว่าประโยชน์ส่วนตน 2.คิดถึงประโยชน์ระยะยาวมากกว่าประโยชน์ระยะสั้น	1.ประโยชน์ตนเองและส่วนรวม 1.1 เกิดประโยชน์แก่ตนเองโดยไม่ก่อความเดือดร้อนแก่ผู้อื่น 1.2 เกิดประโยชน์แก่ตนเองและผู้อื่นโดยเน้นส่วนรวมเป็นสำคัญ 2.ประโยชน์ระยะสั้น-ระยะยาว 2.1 เกิดประโยชน์ระยะสั้น 2.2 เกิดประโยชน์ระยะยาว
7.คิดกว้าง	เพื่อให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับเรื่องที่คิดครอบคลุม	1.คิดถึงองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่คิดให้ครอบคลุมสิ่งที่มีความสำคัญหรือมี	1.สามารถระบุองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่คิดได้ครอบคลุมส่งที่มี

ลักษณะการคิด	จุดมุ่งหมายของการคิด	วิธีคิด	ตัวบ่งชี้ลักษณะการคิด
		อิทธิพลต่อเรื่องที่คิด 2.คิดถึงความสำคัญขององค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบที่มีต่อเรื่องที่คิด 3.คิดถึงจุดสำคัญ	ความสำคัญหรือมีอิทธิพลต่อเรื่องที่คิด 2.สามารถระบุได้ว่าองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการคิดมีความสำคัญมากน้อยเพียงใดต่อเรื่องที่คิด 3.สามารถวิเคราะห์จุดสำคัญทั้งที่เป็นจุดเด่น จุดด้อยและจุดที่น่าสนใจขององค์ประกอบสำคัญเกี่ยวข้องกับเรื่องการคิด
		3.วิเคราะห์ถึงสาเหตุของปัญหาหรือความหมายหรือคุณค่าที่แท้จริงของสิ่งที่คิดได้	ความหมาย หรือคุณค่าที่แท้จริงของสิ่งที่คิดได้
9.คิดไกล	เพื่อให้ได้ความคิดที่เชื่อมโยงไปในอนาคตสามารถนำไปใช้ในการนำไปใช้ในการวางแผนและเตรียมการเพื่ออนาคต	1.นำปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่คิดทั้งทางกว้างและทางลึกมาวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุ 2.ทำนายความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของปัจจัยต่างๆ อย่าง	1.สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของปัจจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่คิดทั้งทางกว้างและทางลึก 2.สามารถใช้ข้อมูลและข้อเท็จจริงต่างๆ

ลักษณะการคิด	จุดมุ่งหมายของการคิด	วิธีคิด	ตัวบ่งชี้ลักษณะการคิด
		ต่อเนื่องเป็นขั้นๆไป โดยอาศัยข้อมูลและข้อเท็จจริงต่างๆ เป็นฐานในการทำนาย 3.ประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของความสัมพันธ์เชิงสาเหตุในแต่ละขั้นแต่ละตอน 4.ลงความเห็นการทำนาย	ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่คิดทั้งทางกว้างและทางลึก 3.สามารถประเมินความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของการทำนาย

ทองคูณ หงส์พันธุ์ (2540 : 25-26) ได้กล่าวถึงลักษณะของการคิดไว้ว่า ระดับของการคิดในขณะที่ทำการสอน คือระดับที่ 1 คิดแก้ปัญหาของตนเองได้ และไม่เบียดเบียนหรือมุ่งร้ายต่อคนอื่น ระดับที่ 2 การคิดแก้ปัญหาที่จะนำมาซึ่งประโยชน์ต่อตนเองต่อผู้อื่น ต่อครอบครัว ญาติมิตร และเพื่อนบ้าน และระดับที่ 3 การคิดแก้ปัญหาที่จะนำมาซึ่งการพัฒนาสร้างสรรค์สังคม หรือนำมาซึ่งสันติสุขของโลก และส่งผลสะท้อนมายังความสุขใจของตนเองด้วย

ชนาธิป พรกุล (2543 : 52) ได้กล่าวถึง ลักษณะของการคิดไว้ว่า การคิดและวิธีที่ควรฝึกผู้เรียนเกิดการคิด ได้แก่ กล้าคิด (Risk taking) คิดคล่อง (Fluency) คิดกว้าง (Flexibility) คิดของเดิม (Originality) คิดละเอียดลออ (Elaboration) คิดซับซ้อน (Complexity) คิดวางแผน (Planning) คิดตัดสินใจ (Decision making) คิดระดมสมอง (Brainstorming) และคิดให้รู้ทั่วกัน (Communication)

ทิศนา แขมมณี (2544 : 108-109) ได้กล่าวถึงลักษณะของการคิดไว้ว่า ลักษณะการคิดที่เป็นหัวใจของการคิด คือ เป้าหมายของการคิดไม่ว่าจะคิดเกี่ยวกับสิ่งใด ลักษณะการคิดระดับพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในทุกระดับ ได้แก่ คิดคล่อง คิดหลากหลาย คิดให้ชัดเจน และลักษณะการคิดระดับสูง ได้แก่ คิดกว้าง คิดลึกซึ้ง คิดไกล และคิดอย่างมีเหตุผล

สรุปได้ว่า ลักษณะของการคิดที่สำคัญจะเริ่มจากการคิดพื้นฐานและพัฒนาต่อไปจนถึงการคิดระดับสูง ซึ่งจะเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา การคิดและวิธีที่ควรฝึกผู้เรียนเกิดการคิด ได้แก่ คิดคล่อง คิดกว้าง คิดลึกซึ้ง คิดไกล คิดหลากหลายและคิดอย่างมีเหตุมีผล ลักษณะการคิดอย่างมีเหตุมีผล การคิดลึกซึ้งและการคิดไกล เป็นส่วนประกอบของการคิดวิเคราะห์ ซึ่งลักษณะการคิดดังกล่าวที่เป็นพื้นฐานสำคัญและจำเป็นต่อการส่งเสริมฝึกฝนให้กับให้กับนักเรียนตั้งแต่ระดับการศึกษาปฐมวัยประถมศึกษา มัธยมศึกษาและอุดมศึกษา

4. ระดับของการคิด

ระดับของการคิดได้มีนักการศึกษาแสดงทัศนะไว้แตกต่างกัน ดังนี้ การคิดเป็นสิ่งที่สำคัญจำเป็น ซึ่งแต่ละบุคคลย่อมมีระดับของการคิด หรือ ลำดับขั้นของการคิดที่แตกต่างกัน เรียงจากง่ายไปยาก โดยพัฒนาจากการคิดที่ง่ายไปสู่การคิดที่ยากสลับซับซ้อน โดยมีนักการศึกษาได้จัดลำดับของการคิดไว้ดังนี้

Bloom, B. S. (1961: 9) ได้จัดระดับของการคิด (Bloom's Taxonomy) เป็น 6 ขั้น คือ 1) ความรู้ความจำ 2) ความเข้าใจ 3) การนำไปใช้ 4) การวิเคราะห์ 5) การสังเคราะห์ และ 6) การประเมินค่า ซึ่งขั้นความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ เป็นการคิดระดับพื้นฐาน และขั้นการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า เป็นการคิดในระดับสูง

Krulik and Rudnick (1993: 3) ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น

1. ขั้นระลึก (Recall) จัดเป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติเป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง

2. การคิดพื้นฐาน (Basic) เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์ในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

3. การคิดขั้นวิเคราะห์ (Critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการเชื่อมโยงและประเมินลักษณะทั้งหมดของทางแก้ปัญหา ประกอบด้วยการจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล เชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้

4. การคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้จะนำไปส่การผลิตสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

Mazano (2001: 10-12) ได้ปรับปรุงจากแนวคิดของ Bloom โดยให้ชื่อใหม่ว่า "New Taxonomy of Educational Objectives" ซึ่งได้อธิบายถึงตัวแปรเกี่ยวกับกระบวนการภายในสมอง โดยกล่าวถึงระบบ ภายในสมอง 3 ระบบ คือ ระบบของตนเอง ระบบการควบคุมการรู้

คิดของตนเอง และ ระบบทางด้านการรู้คิด ซึ่งระบบทั้งสามจะใช้ในการเก็บสะสมความรู้ที่อยู่ในองค์ประกอบที่สี่ของแบบจำลอง พฤติกรรม นอกจากนี้ Mazano ยังได้จัดแบ่งระบบภายในสมองทั้ง 3 ระบบ ตามกระบวนการภายในสมองออกเป็น 6 ระดับ โดยที่ ระดับที่ 6 และ ระดับที่ 5 เป็นการจัดการและการกระทำทั่วไปของเด็กที่อยู่ภายนอกระบบการรู้คิด ส่วนระดับที่ 4 ลงมาถึงระดับที่ 1 จะอยู่ภายในระบบการรู้คิด ซึ่งเป็นการอธิบายถึงระดับของความคิดที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ระดับที่ 1: การตรวจสอบแก้ไข เป็นการกระตุ้นและถ่ายโอนความรู้จากความจำถาวร (Permanent Memory) ไปสู่ความจำในการลงมือทำ (Working Memory) การตรวจสอบแก้ไขเป็นกระบวนการที่อยู่ในระบบการรู้คิดและเป็นกระบวนการซึ่งมีมาแต่กำเนิด กระบวนการตามสภาพจริง ที่จัดอยู่ในการตรวจสอบแก้ไขนี้ค่อนข้างจะแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับชนิดของความรู้ที่ได้รับการตรวจสอบแก้ไข ถ้ากล่าวตามนัยของความรู้ที่เป็นข้อมูล การตรวจสอบแก้ไขจะรวมถึงการถ่ายโอนอย่างง่ายเกี่ยวกับรายละเอียดหรือแนวคิดที่รวบรวมมาจากความจำถาวรไปสู่ความจำในการลงมือทำ ซึ่งตาม New Taxonomy การตรวจสอบแก้ไขเทียบได้กับการระลึก (Recall) เช่นเมื่อนักเรียนแก้ไขข้อมูลที่ขัดแย้งกันจากความจำถาวรและสะสมมันไว้ในความจำในการลงมือทำ ข้อมูลนี้จะรวมถึงการระลึกถึงรายละเอียดจากตัวแปรข้อมูลด้วย นั่นคือ เมื่อข้อมูลได้รับการแก้ไขจากความจำถาวร มันจะบรรจุองค์ประกอบที่ไม่ชัดเจนในประสบการณ์เริ่มต้นของนักเรียนเกี่ยวกับข้อมูล เพราะว่าโดยธรรมชาติคนเราจะวางแผนอย่างละเอียดกับข้อมูลเริ่มต้นที่นำไปสู่ความจำในการลงมือทำ

ระดับที่ 2: ความเข้าใจ ประกอบด้วยกระบวนการที่สัมพันธ์กันสองกระบวนการ คือการสังเคราะห์และการนำเสนอตัวแทนความคิด การสังเคราะห์เป็นกระบวนการเกี่ยวกับการกลั่นความรู้ ที่ประกอบด้วย การนำออก (Deletion) การสร้างกรณีทั่วไป และ การสร้างองค์ความรู้ใหม่ (Construction) ส่วนการนำเสนอตัวแทนความคิดเป็นกระบวนการแห่งความเข้าใจของการสร้างสรรค์ สัญลักษณ์ที่มีความต่อเนื่องกันในความรู้ซึ่งให้กำเนิดเส้นทางที่เป็นกระบวนการของการสังเคราะห์ การนำเสนอตัวแทนความคิดเป็นการแปลงความรู้ไปสู่สัญลักษณ์ มโนภาพ (ที่ไม่ใช่ภาษา) บางอย่าง การนำเสนอตัวแทนความคิดทางสัญลักษณ์ที่เป็นที่รู้จักกันดีในชั้นเรียนตั้งแต่ระดับอนุบาลจนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คือ ผังความคิด (Graphic Organizers) ซึ่งเป็นการเชื่อมโยงภาษาและสัญลักษณ์เข้าด้วยกัน

ระดับที่ 3: การวิเคราะห์ ในกระบวนการวิเคราะห์จะประกอบด้วยการดำเนินการทางการคิด 5 ประเภทคือ 1) การจับคู่ (Matching) เป็นการจำแนกความเหมือนและความ

แตกต่างของสิ่งต่าง ๆ 2) การจัดหมวดหมู่ (Classification) เป็นการจัดกลุ่มของข้อมูลตามความเหมาะสม 3) การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน (Error Analysis) 4) การสร้างกรณีทั่วไป (Generalization) เป็นการอนุมานสิ่งที่เคยเรียนแล้วไปสู่สถานการณ์และสิ่งแวดล้อมใหม่และ 5) รายละเอียด (Specification) เป็นการสร้างข้อมูลที่อาศัยการทำนาย ซึ่งการดำเนินการทางการคิดเหล่านี้จะผุดขึ้นมาอย่างเป็นธรรมชาติโดยปราศจากการคิดอย่างมีจิตสำนึก (Conscious Thought)

ระดับที่ 4: การใช้ประโยชน์จากความรู้ เป็นกระบวนการที่แต่ละคนจะใช้เพื่อทำให้งานของตนประสบผลสำเร็จ ในระดับนี้จะจำแนกการใช้ประโยชน์จากความรู้ออกเป็น 4 ประเภท คือ 1) การตัดสินใจ (Decision Making) 2) การแก้ปัญหา (Problem Solving) 3) การค้นพบที่ได้มาจากการทดลอง (Experimental Inquiry) และ 4) การสืบเสาะหาความรู้ (Investigation)

ระดับที่ 5: ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเอง เป็นการรับรู้เกี่ยวกับจุดมุ่งหมายในการเรียนรู้ของเด็ก เป็นความคิดในการรวบรวมกระบวนการคิดของเด็กเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายสามารถสะท้อนและปรับความคิดของตัวเอง ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเองจำแนกออกเป็น 4 ประเภท คือ 1) การกำหนดเป้าหมายเฉพาะ (Goal Specification) 2) การควบคุมกระบวนการ (Process Monitoring) 3) การควบคุมความชัดเจน (Monitoring Clarity) และ 4) การควบคุมความถูกต้อง (Monitoring Accuracy)

ระดับที่ 6: ระบบของตนเอง เป็นตัวบงการแรงจูงใจและความสนใจของคน ประกอบด้วย ระบบที่มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันของเจตคติ ความเชื่อ และอารมณ์ ซึ่งปฏิสัมพันธ์ของ องค์ประกอบเหล่านี้เป็นตัวกำหนดแรงจูงใจและความสนใจ โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบของตนเองจะเป็นตัวกำหนดว่าคนเราจะเข้าไปพัวพันกับภาระงานหรือไม่เข้าไปพัวพันกับภาระงานนั้น ถ้าเรามีความสนใจในภาระงานใด ตัวแปรที่เกี่ยวกับความคิด ได้แก่ ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเอง ระบบการรู้คิดและตัวแปรด้านความรู้จะถูกนำมาใช้ ระบบของตนเองประกอบด้วย 1) การตรวจสอบความสำคัญ (Examining Importance) 2) การตรวจสอบประสิทธิภาพ (Examining Efficacy) 3) การตรวจสอบการตอบสนองทางอารมณ์ (Examining Emotional Response) และ4) การตรวจสอบ แรงจูงใจทั้งหมด (Examining Overall Motivation)

ทิศนา แขมมณี (2544 : 16) ได้กล่าวไว้ว่า เมื่อพิจารณาจากกลุ่มของความคิดแล้ว สามารถแบ่งระดับการคิดได้เป็น 3 ระดับ คือ

1. การคิดระดับพื้นฐาน เป็นการคิดทั่วไป ไม่มีความลึกซึ้ง สลับซับซ้อนมากมาย

2. การคิดระดับกลาง เป็นการคิดที่มีความซับซ้อน เป็นการคิดที่ต้องใช้เชาว์ไหวพริบในการคิดหาคำตอบ

3. การคิดระดับสูง เป็นการคิดที่มีความสลับซับซ้อนสูงมาก จะต้องใช้ศักยภาพทางสติปัญญา ความรู้ความสามารถ และต้องใช้การฝึกฝนมีพื้นฐานในการคิดแบบต่างๆ จึงจะสามารถคิดหาคำตอบได้ เพราะในการพัฒนาความคิดให้ถึงระดับสูงนั้นจำเป็นต้องอาศัยการคิดขั้นต้นและขั้นกลางเข้ามาเป็นพื้นฐานในการคิดเสมอ

สุวิทย์ มูลคำ (2547 : 54) ได้กล่าวถึงระดับของการคิดไว้ว่า

1. การคิดที่เป็นแกนหรือการคิดทั่วไป หมายถึง การคิดที่จำเป็นต้องใช้อยู่เสมอในการดำรงชีวิตประจำวัน และจะเป็นพื้นฐานของการคิดที่มีความซับซ้อนในกระบวนการคิด

2. การคิดระดับสูงหรือการคิดที่มีความซับซ้อน หมายถึง การคิดที่มีขั้นตอนการคิดหลายขั้นตอน และต้องอาศัยทักษะการคิดแกนหลาย ๆ ทักษะ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556 : 1) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนซึ่งต้องใช้ทักษะหลายด้านร่วมกันเพื่อแก้ปัญหา โดยทั่วไปสามารถจำแนกระดับการคิดได้เป็น 2 ระดับ ได้แก่

1. การคิดระดับต้น (Lower – Order Thinking) เป็นการคิดที่อาศัยทักษะขั้นพื้นฐานสำหรับใช้แก้ปัญหาที่ไม่สลับซับซ้อน การคิดระดับต้น ประกอบด้วย การคิดเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม ข้อเท็จจริง การทำความเข้าใจ การแปลความหมาย และการนำความรู้ไปใช้

2. การคิดระดับสูง (Higher – Order Thinking) เป็นการคิดที่มีความซับซ้อนและใช้ทักษะหลายด้านไปพร้อมกัน รวมทั้งต้องอาศัยการคิดระดับต้นเป็นพื้นฐาน การคิดระดับสูงที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้ มี 4 ด้าน ได้แก่ 1) การคิดแก้ปัญหา 2) การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ 3) การตัดสินใจ และ 4) การคิดสร้างสรรค์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

2.1 การคิดแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการมองเห็นปัญหา การใช้ความรู้และเลือกวิธีการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา โดยทั่วไปการคิดแก้ปัญหาจะต้องอาศัยการสังเกต ค้นหารูปแบบ และสร้างวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

2.2 การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ (Critical Thinking) เป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการทำความเข้าใจสถานการณ์บทความ หรือข้อความ และวิเคราะห์ข้อความนั้น ๆ ก่อนลงข้อสรุป และเนื่องจากในกระบวนการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ต้องมีการพิจารณาข้อความ จึงต้องอาศัยความสามารถด้านการอ่านและการเขียนซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานด้านการศึกษาร่วม

ด้วย การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ประกอบด้วยการลงข้อสรุป การยอมรับเหตุการณ์บางอย่าง การตัดสินคุณค่า การแปลความหมาย และการประเมินค่าจากการสังเกต

2.3 การตัดสินใจ (Decision Making) เป็นการคิดเพื่อพิจารณาและตัดสินใจเลือกทางเลือกอย่างมีเหตุผล ด้วยการพิจารณาจากข้อเท็จจริงและทางเลือกต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ พร้อมทั้งแสดงข้อสนับสนุนหรือข้อโต้แย้งที่เป็นเหตุผลของการตัดสินใจ การกำหนดรูปแบบในการตัดสินใจจะต้องมีการรวบรวมสารสนเทศ ประเมินค่าทางเลือกต่าง ๆ และเลือกใช้เกณฑ์สำหรับการตัดสินใจให้สอดคล้องกับสถานการณ์

2.4 การคิดสร้างสรรค์ (Creative Thinking) เป็นความสามารถในการคิดที่มีการสร้างหรือขยายแนวความคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่ที่แตกต่างจากเดิม เพื่อปรับปรุงพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม การคิดสร้างสรรค์ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานในเรื่องนั้น ๆ ตลอดจนต้องใช้การจินตนาการและใช้วิธีการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2551: 7-9) ได้กล่าวถึง ระดับของความคิดอาจแบ่งได้เป็น 3 ระดับ คือ ระดับพื้นฐาน ระดับกลาง ระดับสูง ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. การคิดระดับพื้นฐาน เป็นการคิดทั่ว ๆ ไป เป็นการคิดที่ไม่มีความลึกซึ้งไม่สลับซับซ้อนมากมายเป็นทักษะที่ใช้เป็นพื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการคิดในชีวิตประจำวันโดยทั่ว ๆ ไปของมนุษย์ ได้แก่ ทักษะการสื่อสารต่างๆ ที่เป็นความสามารถในการรับรู้ และถ่ายทอดความรู้ข้อมูลทั้งในรูปของภาษา ดนตรี ศิลปะ การคิดคำนวณ ประกอบด้วยทักษะต่างๆ ได้แก่

- การจด - การจำ
- การอ่าน - การเขียน
- การบรรยาย - การอธิบาย
- การพูด - การแสดงออก
- การบอกความรู้ - การเล่า
- การบอกความรู้สึก

2. การคิดระดับกลาง เป็นทักษะการคิดที่ต้องใช้ตัดสินใจและแก้ปัญหาทั่ว ๆไปในชีวิตประจำวัน เป็นทักษะที่สำคัญสำหรับนำไปใช้ในการคิดระดับสูงซึ่งมีความสลับซับซ้อน การฝึกทักษะการคิดระดับกลางสำหรับเด็ก เป็นการฝึกทักษะการแสวงหาความรู้ในเนื้อหาวิชาต่าง ๆ ที่เป็นความรู้ความคิดที่ลุ่มลึกมากขึ้นเพื่อตอบสนองต่อการเรียนรู้ ได้แก่

- การสังเกต - การสำรวจ
- การถาม - การเก็บรวบรวมข้อมูล
- การจำแนกแยกแยะ - การจัดหมวดหมู่
- การเปรียบเทียบ - การเรียงลำดับ
- การเชื่อมโยง - การแปล
- การตีความ - การให้เหตุผล
- การสรุปย่อ - การสรุปอ้างอิง

3. การคิดระดับสูง เป็นการคิดที่มีความซับซ้อนสูงใช้ทักษะความคิดที่หลากหลาย จะต้องใช้ความรู้ความสามารถและต้องใช้ทักษะการฝึกฝน มีทักษะพื้นฐานในการคิดหลาย ๆ ทักษะมาประกอบกันเป็นกระบวนการคิด มีการคิดอย่างเป็นขั้นตอนเป็นระบบและเป็นกระบวนการในการพัฒนาความคิดให้ถึงระดับสูงได้นั้น จำเป็นจะต้องมีทักษะความคิดพื้นฐานและระดับกลางเข้ามาเป็นพื้นฐานในการคิดเสมอ และจะต้องมีทักษะการคิดดังกล่าวอย่างชำนาญมากพอสมควรแล้ว ทักษะการคิดระดับสูง ได้แก่

- การแก้ปัญหา - การคิดวิจารณญาณ
- การคิดตัดสินใจ - การวางแผน
- การสรุปความ - การนิยาม
- การวิเคราะห์ - การแก้ไขปรับปรุง
- การจัดระบบความคิด - การคาดคะเน
- การพยากรณ์ - การตั้งสมมุติฐาน
- การทดสอบสมมุติฐาน - การประยุกต์ความรู้

สรุปได้ว่า ระดับการคิด เป็นการจัดลำดับความสามารถในการคิด แบ่งออกได้ 2 ระดับ ได้แก่ การคิดระดับพื้นฐานที่ใช้ในชีวิตประจำวัน กับระดับสูงซึ่งมีความซับซ้อนกว่า ต้องเชื่อมโยง อาศัยการฝึกฝนทักษะจากการใช้การคิดพื้นฐานแบบต่าง ๆ หลายด้านไปพร้อม ๆ กัน จนสามารถพัฒนาการคิดที่คิดเป็นนามธรรมขั้นสูง ประกอบด้วย การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ สิ่งใหม่ และประเมินค่าได้ สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้จะจำแนกระดับความคิดเป็น 2 ระดับ คือ 1.การคิดระดับพื้นฐาน ประกอบด้วย การสังเกต การเชื่อมโยง การค้นหาแบบรูปและความสัมพันธ์ และ 2. การคิดระดับสูง ประกอบด้วย การคิดวิเคราะห์ ซึ่งต้องอาศัยการตีความ การแยกแยะ การสัมพันธ์เชื่อมโยงและการลงข้อสรุป การคิดยืดหยุ่น การคิดหลากหลาย การแก้ปัญหา การใช้เหตุผล และการสื่อสาร

5. การวัดและประเมินการคิด

การประเมินผลการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิด เป็นการวัดประเมินผลความสามารถในการคิด จะเน้นกระบวนการคิดที่มีการถ่ายโอนความรู้จากเนื้อหาหนึ่งไปยังเนื้อหาอื่น การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป และนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยมีจุดมุ่งหมายของการนำผลประเมินไปใช้เพื่อประโยชน์ ดังนี้ เป็นตัวบ่งชี้ความพร้อมในตัวของผู้เรียน ระบุจุดเด่นและจุดด้อยในการเรียนรู้ของผู้เรียน และเป็นแนวทางในการพัฒนาความรู้ของผู้เรียนและการจัดการเรียนการสอนของผู้สอน โดยมีรายละเอียด ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555: 138)

การวัดประเมินผลความสามารถในการคิด จะต้องอาศัยสิ่งเร้าต่าง ๆ เช่น สถานการณ์ เหตุการณ์ หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนใช้ความสามารถในการเผชิญกับสถานการณ์ เหตุการณ์ หรือปัญหา เครื่องมือวัดผลที่นำมาใช้ในการวัดความสามารถในการคิดมีอยู่หลายรูปแบบ เช่น ข้อสอบ แบบสัมภาษณ์ และแบบสังเกต การเลือกใช้เครื่องมือรูปแบบใด จะขึ้นอยู่กับลักษณะของผู้ที่ต้องการ ในที่นี้จะนำเสนอเครื่องมือวัดความสามารถในการคิดของผู้เรียนในรูปแบบของข้อสอบ ดังนี้

1) ข้อสอบแบบเลือกตอบ เป็นข้อสอบที่ให้ผู้เรียนเลือกตอบเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือกที่กำหนด โดยข้อสอบแต่ละข้อจะมีสถานการณ์ต่าง ๆ ให้ผู้เรียนใช้การคิดเพื่อหาข้อมูลที่จะต้องใช้หรือค้นหาวิธีการแก้ปัญหาของสถานการณ์เหล่านั้น

2) ข้อสอบแบบเขียนตอบ เป็นข้อสอบที่ให้ผู้เรียนแสดงคำตอบด้วยการเขียนตอบโดยอาจให้ผู้เรียนเขียนคำตอบเดิมในช่องว่างเพื่อให้เกิดความสมบูรณ์ หรือให้ผู้เรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ และใช้ความสามารถในการเขียนคำตอบที่แสดงถึงการแปลความหมายการลงข้อสรุป การตัดสินใจ และแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนการตัดสินใจ

3) ข้อสอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน เป็นข้อสอบที่มีการผสมผสานข้อสอบแบบเลือกตอบและข้อสอบแบบเขียนตอบเข้าด้วยกัน โดยส่วนแรกจะมีตัวเลือกให้ผู้เรียนเลือกคำตอบและส่วนที่สองจะเป็นคำถามที่ต่อเนื่องจากส่วนแรก ซึ่งให้ผู้เรียนได้เขียนอธิบายเหตุผลของการเลือกคำตอบในส่วนแรก

การสร้างเครื่องมือเพื่อวัดความสามารถในการคิด มีขั้นตอนการสร้างคล้ายกับเครื่องมือวัดผลโดยทั่วไป กล่าวคือ ผู้สร้างจะต้องวางแผนการสร้างก่อนลงมือเขียนข้อสอบและทำความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของการคิดแต่ละด้าน และกำหนดนิยาม พฤติกรรมที่มี

ลักษณะเฉพาะของการคิดแต่ละด้าน ตลอดจนถึงขั้นตอนการทดลองใช้ข้อสอบและปรับปรุงแก้ไขข้อสอบรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนดังกล่าว มีดังนี้

1.การวางแผนการสร้างข้อสอบ มีขั้นตอนดังนี้

1.1 วิเคราะห์พฤติกรรมในแต่ละด้าน เป็นการกำหนดลักษณะเฉพาะของพฤติกรรมที่บ่งชี้ และลักษณะคำถาม ทั้งนี้การกำหนดพฤติกรรมและลักษณะคำถามเหล่านี้ จะช่วยให้ผู้สร้างข้อสอบสามารถสร้างข้อสอบได้ตรงกับพฤติกรรมที่ต้องการวัดลักษณะของสถานการณ์และคำถามที่ใช้วัดความสามารถในการคิดของผู้เรียน แสดงได้ดังตัวอย่าง ต่อไปนี้

การแก้ปัญหาซึ่งประกอบด้วย 1) การเลือกและดำเนินการกับข้อมูล 2) การค้นหาวิธีการและการดำเนินการ 3) การระบุความสัมพันธ์และตั้งสมมติฐาน และ 4) การวิเคราะห์และสร้างแบบจำลอง โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) การเลือกและการดำเนินการกับข้อมูล

ลักษณะสถานการณ์ เป็นแผนภาพ รูปภาพ ตารางข้อมูล

ลักษณะคำถาม เป็นการให้พิจารณาข้อมูล และเลือกใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่ศึกษา ให้แสดงขั้นตอนในการหาค่าต่าง ๆ โดยใช้ข้อมูลที่กำหนดให้พิจารณาข้อมูลแล้วระบุตัวแปรหรือตั้งสมมติฐานและให้เลือกข้อมูลที่กำหนดโดยใช้เงื่อนไขหนึ่งอย่างหรือมากกว่าเพื่อใช้ในการหาคำตอบ

2) การค้นหาวิธีการและการดำเนินการ

ลักษณะสถานการณ์ เป็นข้อความที่กำหนดเงื่อนไข แผนภาพ รูปภาพ ตาราง ข้อมูล

ลักษณะคำถาม ให้หาวิธีแก้ปัญหา หรือบอกวิธีหาคำตอบ หรือบอกรูปแบบการแก้ปัญหา หาวิธีการแก้ปัญหาที่มากกว่าหนึ่งวิธีและเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับเงื่อนไขของคำตอบและให้หาผลลัพธ์จากการใช้วิธีการหรือเกณฑ์ที่เหมาะสมและนำมาใช้ได้อย่างถูกต้อง

3) การระบุความสัมพันธ์และตั้งสมมติฐาน

ลักษณะสถานการณ์ เป็นข้อความที่กำหนดเงื่อนไข แผนภาพ รูปภาพ ตาราง ข้อมูล

ลักษณะคำถาม ให้นำเสนอข้อมูลที่ได้จัดกระทำแล้วในรูปแบบอื่นที่แตกต่างจากสถานการณ์ ให้จับคู่รูปแบบของข้อสารสนเทศที่มีสาระเดียวกัน อธิบายถึงการ

เปลี่ยนแปลงของข้อมูลหรือตัวแปรที่กำหนดให้และระบุของมิติสัมพันธ์เกี่ยวกับการแปลสภาพ การสะท้อนหรือการหมุน บอกมุมทิศทางที่แตกต่าง

4) การวิเคราะห์และสร้างแบบจำลอง

ลักษณะสถานการณ์ เป็นข้อความที่กำหนดเงื่อนไข แผนภาพ รูปภาพ ตาราง ข้อมูล

ลักษณะคำถาม ให้พิจารณาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือต้องมีข้อมูลอื่นเพิ่มเติม จึงจะสามารถหาคำตอบได้ให้พยากรณ์ผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ ให้เลือกแบบจำลองที่ดีที่สุด หรือสร้างแบบจำลองขั้นใหม่และให้กำหนดทางเลือกและตัดสินใจเลือกประเด็นที่มีอยู่ในสถานการณ์

การวิเคราะห์วิจารณ์ ซึ่งประกอบด้วย 1) การแปลความหมาย 2) การวิเคราะห์ 3) การประเมินค่า 4) การลงความเห็น และ 5) การอธิบาย โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) การแปลความหมาย

ลักษณะสถานการณ์ เป็นเหตุการณ์ ข้อความจากข่าวหนังสือพิมพ์ รายงานการวิจัย ข้อค้นพบ

ลักษณะคำถาม ให้จำแนกข้อมูล บอกความเหมือนหรือบอกความแตกต่าง ให้ความหมายหรือนิยามภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด และให้ลำดับขั้นตอนหรือลำดับความสำคัญ

2) การวิเคราะห์

ลักษณะสถานการณ์ เป็นเหตุการณ์ ข้อความหรือข้อโต้แย้งจากข่าว หนังสือพิมพ์ รายงานการวิจัย ข้อค้นพบ พฤติกรรมของบุคคล

ลักษณะคำถาม ให้ระบุองค์ประกอบพื้นฐานที่จำเป็นต่อการลงข้อสรุป ให้ระบุหลักการหรือจุดมุ่งหมายของข้อความที่กำหนด ให้ประเด็นหรือปัญหา องค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันแต่ละส่วนและให้แสดงเหตุผลที่สนับสนุนหรือข้อขัดแย้งกับข้อความที่กำหนดให้

3) การประเมินค่า

ลักษณะสถานการณ์ เป็นเหตุการณ์ ข้อความหรือข้อโต้แย้งจากข่าว หนังสือพิมพ์ รายงาน การวิจัย ข้อค้นพบ

ลักษณะคำถาม ให้ระบุเกณฑ์ที่ใช้ตัดสินเงื่อนไขที่ยอมรับได้จากข้อความที่กำหนด ให้ระบุข้อมูลส่วนที่เป็นเหตุเป็นผลและส่วนที่ไม่เป็นเหตุเป็นผล หรือข้อดีและ

ข้อจำกัดหรือสิ่งที่สำคัญหรือสิ่งที่ไม่สำคัญและให้บอกปัจจัยที่ทำให้เกิดการยอมรับ หรือให้เหตุผลช่วยสนับสนุนการอธิบายนั้น

4) การลงความเห็น

ลักษณะสถานการณ์ เป็นเหตุการณ์ ข้อความหรือข้อโต้แย้งจากข่าว หนังสือพิมพ์ รายงาน การวิจัย ข้อค้นพบ

ลักษณะคำถาม ให้หารูปแบบและรวบรวมเป็นข้อสารสนเทศเพื่อใช้สนับสนุนและใช้การตัดสินใจในการเป็นไปได้ของข้อมูลนั้น ให้ตัวอย่างของการให้เหตุผลเชิงเปรียบเทียบและให้ระบุความเป็นไปได้ของข้อสรุปที่เป็นจุดแข็งหรือที่สนับสนุนได้ด้วยเหตุการณ์ต่าง ๆ

5) การอธิบาย

ลักษณะสถานการณ์ เป็นเหตุการณ์ ข้อความหรือข้อโต้แย้งจากข่าว หนังสือพิมพ์ รายงาน การวิจัย ข้อค้นพบ

ลักษณะคำถาม ให้อธิบายหรือนำเสนอเกี่ยวกับผลจากการให้เหตุผลที่เป็นการวิเคราะห์ การประเมิน การลงข้อคิดเห็นและให้เหตุผลเพื่อเกิดการยอมรับข้อความที่กล่าวถึงได้

1.2 กำหนดน้ำหนักพฤติกรรมแต่ละด้านที่เหมาะสมกับระดับชั้น จะต้องพิจารณาจากพฤติกรรมที่คาดหวังว่าจะให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรในแต่ละระดับชั้นของผู้เรียน ทั้งนี้การกำหนดความสำคัญสามารถทำได้โดยผู้สอนที่มีความเชี่ยวชาญหรือมีประสบการณ์ในแต่ละระดับชั้น เป็นผู้พิจารณาร่วมกันในแต่ละพฤติกรรมและกำหนดความสำคัญในแต่ละด้าน

2. การเขียนข้อสอบวัดความสามารถในการคิด

ข้อสอบที่ใช้วัดความสามารถในการคิด จะต้องใช้สถานการณ์เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมออกมา และใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนตอบสนองหรือสะท้อนความคิดเห็นของตนเองโดยลักษณะของสถานการณ์และคำถาม ดังนี้

2.1 สถานการณ์ มีลักษณะดังนี้

เนื้อหาในสถานการณ์จะต้องไม่ยากหรือซับซ้อนเกินไป ใช้ภาษาที่เข้าใจได้ง่ายและเหมาะสมกับระดับของผู้เรียน สถานการณ์ที่เลือกใช้ในข้อสอบอาจเลือกใช้เหตุการณ์ปรากฏการณ์หรือประเด็นที่สังคมให้ความสนใจ ซึ่งหาจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เช่น บทความจากหนังสือหรือวารสาร หรือข่าวจากหนังสือพิมพ์ และสถานการณ์ที่นำมาอาจเป็นสถานการณ์

จริง สถานการณ์จำลองหรือเป็นเรื่องราวที่สมมติขึ้นอย่างมีเหตุมีผล ช่วยกระตุ้นให้เกิดการคิดและน่าสนใจ สถานการณ์เหล่านี้อาจประกอบไปด้วยข้อความ แผนภาพ รูปภาพ หรือตารางข้อมูล

2.2 คำถาม มีลักษณะดังนี้

คำถามที่ใช้ต้องเหมาะสมกับสถานการณ์และระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ใช้ภาษาถูกต้อง เข้าใจง่าย สื่อความหมายได้ชัดเจน และเหมาะสมกับระดับขอผู้เรียนและคำถามที่ใช้สามารถวัดการคิดระดับสูงตามที่ต้องการได้

3. การทดลองใช้และการวิเคราะห์ข้อสอบ

วัตถุประสงค์ที่สำคัญของการทดลองใช้ข้อสอบ คือ การหาข้อมูลทางสถิติของข้อสอบเพื่อใช้ประกอบการปรับปรุงข้อสอบในแต่ละข้อให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น โดยมีข้อมูลที่สำคัญได้แก่ ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ รวมทั้งการกระจายของตัวเลือกในกรณีที่เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ

4. การปรับปรุงข้อสอบ

หากการทดลองใช้และวิเคราะห์ข้อสอบแล้วพบว่า ยังมีข้อบกพร่องอยู่ จำเป็นต้องนำข้อสอบเหล่านั้นมาปรับปรุง เช่น ข้อสอบมีค่าความยากเกินไปควรลดความซับซ้อนของขั้นตอนในการคิด แต่ถ้าข้อสอบที่ง่ายเกินไปควรเพิ่มความซับซ้อนของสถานการณ์หรือคำถาม

การให้คะแนนข้อสอบที่ใช้วัดความสามารถในการคิดนั้น ควรพิจารณาจากความถูกต้อง ความชัดเจน และความครบถ้วนในการแสดงออกของผู้เรียนที่แสดงถึงความสามารถในการคิด

สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา (2548 : 114-122)ได้กล่าวถึง การวัดความสามารถในการคิด สามารถวัดได้หลากหลายวิธี จำแนกได้ ดังนี้

1. วัดโดยใช้แบบวัดมาตรฐาน และพัฒนาเป็นการวัดความสามารถของสมองสู่การวัดผลสัมฤทธิ์บุคลิกภาพ ความถนัดและความสามารถด้านต่าง ๆ รวมถึงความสามารถในการคิด แบบวัดมาตรฐานที่ใช้สำหรับวัดความสามารถในการคิด แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1.1 แบบวัดการคิดทั่วไป มุ่งวัดให้ครบคลุมความสามารถในการคิดบนพื้นฐานของการใช้ความรู้ทั่วไป ส่วนใหญ่เป็นแบบเลือกตอบ

1.2 แบบวัดความสามารถในการคิดลักษณะเฉพาะ มุ่งวัดความสามารถในการคิดเฉพาะแบบที่แสดงถึงลักษณะของการคิด เช่น การคิดอย่างมีวิจารณญาณการประเมินข้อมูลได้จากการสังเกต การเปรียบเทียบ การคิดคล่อง เป็นต้น

2. วัดจากการปฏิบัติจริง การวัดจากการปฏิบัติจริงเป็นการวัดหรือการประเมินได้โดยใช้แฟ้มสะสมงาน การประเมินโดยใช้แฟ้มสะสมงาน มีหัวใจสำคัญ 2 ประการ คือ การประเมินบนพื้นฐานความก้าวหน้าของงาน และผลงานที่ดีที่สุดของนักเรียนการวัดผลด้านการคิด ไม่นิยมประเมินเพื่อตัดสินผล นิยมวัดเพื่อปรับปรุงแต่ถ้าจำเป็นก็อาจใช้ได้บ้าง เช่น การประกวดเพื่อคัดเลือกผลงานที่มีคุณภาพถึงเกณฑ์ที่กำหนด แต่ก็ไม่ควรเป็นการแข่งขันจนเด่นชัดเกินไป ควรส่งเสริมด้วยวิธีการให้กำลังสำหรับผู้ที่มีผลงานไม่ถึงเกณฑ์ เพื่อสร้างแรงจูงใจในการพัฒนาชิ้นงานให้มีคุณภาพยิ่งขึ้นไป

การสร้างแบบวัดความสามารถในการคิด (ลักษณะการคิด)

2.1 คุณลักษณะที่มุ่งวัด ได้แก่ การคิดกว้าง

2.2 นิยามเชิงทฤษฎี ความสามารถในการคิดได้อย่างครอบคลุมส่วนประกอบสำคัญของเรื่องที่คิด

2.3 นิยามเชิงปฏิบัติการ ความสามารถในการคิดได้อย่างครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญสามารถระบุความสำคัญขององค์ประกอบและวิเคราะห์จุดเด่น จุดด้อยและจุดที่น่าสนใจ ของแต่ละองค์ประกอบที่เกี่ยวข้อง

2.4 ลักษณะคำถาม กำหนดสถานการณ์ที่นำไปสู่ปัญหา และมีสามเหตุผลของปัญหาที่เป็นไปได้หลายอย่างแล้วถามให้ผู้ตอบคิดเพื่อระบุถึงสาเหตุที่เป็นไปได้ แนวทางแก้ปัญหา แนะแนวทางป้องกันไม่ให้เกิดปัญหา

2.5 ตัวอย่างคำถาม สมบุญเป็นนักเรียนคนหนึ่งที่มีร่างงกายแข็งแรง ใบหน้ายิ้มแย้มอยู่เสมอ และเป็นที่รักของเพื่อน ๆ สมบุญชอบวิชาคณิตศาสตร์มาก จึงตั้งใจเรียนคณิตศาสตร์อย่างจริงจัง ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จึงอยู่ในระดับดีมากมาตลอด แต่เมื่อภาคการศึกษาที่ผ่านมา ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของสมบุญไม่ดีเหมือนอย่างเคย ท่านคิดว่าอะไรน่าจะเป็นสาเหตุ ที่เป็นไปได้ และช่วยจดลำดับความสำคัญของสาเหตุเหล่านั้น

สรุปได้ว่า การวัดและประเมินการคิด เป็นเน้นกระบวนการคิดที่มีการถ่ายโอนความรู้จากเนื้อหาหนึ่งไปยังเนื้อหาอื่น การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป และนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน เป็นการวัดประเมินผลความสามารถในการคิด จะเน้นกระบวนการคิดที่มีการถ่ายโอนความรู้จากเนื้อหาหนึ่งไปยังเนื้อหาอื่น การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปและนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน การวัดผลและประเมินผลต้องอาศัยสิ่งเร้าต่างๆ เช่น สถานการณ์ เหตุการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเผชิญกับสถานการณ์เหตุการณ์หรือปัญหาเครื่องมือที่วัดผลที่นำมาใช้ในการวัดความสามารถในการคิด มีอยู่หลาย

รูปแบบ เช่น ข้อสอบ แบบสัมภาษณ์ และแบบสังเกต การเลือกใช้เครื่องมือแบบใดขึ้นอยู่กับลักษณะของผู้ที่ต้องการ

การคิดเชิงคณิตศาสตร์

1. ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิดของมนุษย์มีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายและให้ความหมายของความคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

Ben – Zeev (1987 : 60) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นกระบวนการ ดังนี้

1. ทบทวนปัญหาที่คุ้นเคยหรือที่เคยแก้ได้สำเร็จ

2. รวมปัญหาที่คุ้นเคยกับปัญหาใหม่ที่พบเข้าด้วยกันเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายหรือหาวิธีการแก้ปัญหา

3. หาแหล่งข้อมูลที่เพียงพอของปัญหานั้นๆ แม้ว่าจะไม่พบวิธีการที่เหมาะสมที่สุดก็ตาม

Greenwood (1993 : 58) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และการสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ และกล่าวย้ำว่า ถ้าสนับสนุนจุดนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

O'Daffer and Thornquist (1993: 43) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

Mason, et al. (1994 : 158) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการคิดที่ดำเนินไปเป็นพลวัต ซึ่งจะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและขยายความเข้าใจของเราได้

Lutfiyya (1998 : 55-56) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นสิ่งที่รวมถึงทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์อย่างชาญฉลาด เพื่อจะนำไปสู่ความเข้าใจในแนวคิดนั้นๆ ซึ่งจะต้องอาศัยการค้นพบความสัมพันธ์ที่อยู่ระหว่างแนวคิดนั้น ๆ อาจจะเป็นภาพหรือการได้รับการสนับสนุนจากเงื่อนไขที่เกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์เหล่านั้น และการแก้ปัญหาที่รวมถึงแนวคิดนั้นๆ

Henderson et al. (2001 : 1) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างใดอย่างหนึ่งที่แสดงออกมาอย่างชัดเจน หรือแสดงออกมาเป็นนัย ในการหาคำตอบของปัญหา

Manouchehri (2005 : Online) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว กระบวนการทำความเข้าใจนี้ไม่ใช่คณิตศาสตร์แต่เป็นการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และการดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบเป็นการดำเนินทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่เป็นนามธรรม เป็นสัญลักษณ์ การนำเสนอตัวแทนความคิด และการดำเนินการทางสัญลักษณ์ ซึ่งเครื่องมือทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การนำเสนอตัวแทนความคิด และการให้เหตุผล

สรุปได้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการคิดทางสมองที่เชื่อมโยงข้อมูลทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคิดเพื่อทำความเข้าใจ แก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายจากการใช้ความรู้ ทักษะและวิธีการที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ โดยวัดจากความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ ซึ่งนักเรียนสามารถสื่อความหมายให้ผู้อื่นรับรู้ได้ จากการแสดงออกผ่านภาษาพูด การเขียน หรือการแสดงอิริยาบถต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกัน

ความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีความเป็นระบบและเกี่ยวข้องกับการใช้เหตุผล นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายและให้แนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญของการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Stermberg (1996 : 303) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการนิยามข้อมูลให้กระจ่าง ส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพของแต่ละบุคคล

Mason and Stacey (1994 : 158) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและขยายความเข้าใจของเราได้

Jackson et al. (1994 : 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า มนุษย์ได้ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical idea) เกี่ยวกับปัญหาในชีวิตประจำวันอยู่ตลอกเวลาแต่ไม่ได้วนใจศึกษาปัญหานั้นเท่าใดนัก แต่หากมีบางคนให้ความสนใจ สนุกกับปัญหาที่เกิดขึ้นมีความกระตือรือร้น พยายามศึกษารูปแบบโดยให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อาจกล่าวได้ว่าคนๆ นั้นได้ใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์

Henderson (2002 : 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เราใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ในการประยุกต์เทคนิคที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านแนวคิดและด้านกระบวนการ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

Stacey (2007 : Online) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีความสำคัญใน 3 วิถีทาง ได้แก่ 1) การคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการศึกษา 2) การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญต่อวิธีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 3) การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า ความสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งต่อการดำเนินชีวิตและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการส่งเสริมผู้เรียนให้มีความเข้าใจ มีความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีความสามารถในการจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและขยายความเข้าใจ โดยอาศัยหลักการของเหตุและผลของรูปแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายถึงองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

NCTM (2000: 52-71) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า มีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 ส่วนคือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์

Kriegler (2004 : Online) ได้กล่าวว่าถึงองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า ทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) ประกอบด้วย การใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ทักษะการนำเสนอตัวแทนความคิด (Representation Skills) ใช้

การนำเสนอความสัมพันธ์ที่สามารถมองเห็น สัญลักษณ์ ตัวเลข ภาษา และทักษะการให้เหตุผล (Reasoning Skills) พิจารณาในส่วนของการให้เหตุผลอุปนัยและนิรนัย เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคิดเชิงคณิตศาสตร์รวมถึงการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน

Swan and Ridgway (2005: Online) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบที่แตกต่างกัน ได้แก่ ความรู้หลักที่เด่น ๆ วิธีการแก้ปัญหา การใช้แหล่งข้อมูล ที่ได้ผล มีการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ และการลงมือปฏิบัติเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์

กรองทอง ไคริรี (2550 : 18) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้ 1) การแก้ปัญหา 2) การให้เหตุผล 3) การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยระบุว่า ในการแก้ปัญหาผู้เรียนต้องใช้ความสามารถในการสำรวจ (Explore) รวมทั้งมีการคิดเกี่ยวกับตัวปัญหาและการใช้เหตุผลในการหาคำตอบของปัญหาทั้งแบบธรรมดา (Routine Problem) หรือปัญหาที่ แปลกใหม่ (Non- Routine Problem) นอกจากนี้ผู้ที่ใช้เหตุผลและใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในกระบวนการแก้ปัญหามักจะแสดงพฤติกรรมต่อไปนี้คือ ใช้การสังเกตอย่างรอบคอบเพื่อค้นหารูปแบบโครงสร้างหรือสิ่งที่ไม่เป็นไปตามธรรมดาจากสภาพการณ์หรือปัญหาหรือปัญหาในชีวิตจริง หรือสถานการณ์ปัญหาที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ตั้งคำถามต่อตนเองว่ารูปแบบเหล่านี้เกิดขึ้นโดยบังเอิญหรือเกิดขึ้นอย่างมีเหตุผล สร้างข้อคาดการณ์ และพิสูจน์ของคาดการณ์ของตนเอง กิจกรรมการแก้ปัญหาจะทำให้เด็กเกิดทักษะทางภาษาและสังคม เกิดทักษะการทำงานร่วมกัน ตลอดจนมีทักษะการสื่อสารการคิดเชิงคณิตศาสตร์เกิดขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากการสื่อสารเป็นวิธีการที่บุคคลแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน มีการทำความเข้าใจแนวคิด (Ideas) ซึ่งแนวคิดต่าง ๆ เป็นสิ่งที่สะท้อนความรู้และความเข้าใจของแต่ละบุคคล การอภิปรายโต้แย้งถกเถียงจะเป็นประเด็นสำคัญที่นำไปสู่การปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

สรุปได้ว่า องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหา การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้มีการปรับองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็น 3 องค์ประกอบหลัก ได้แก่ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหา การคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เน้นการให้เหตุผล และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เน้นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จากองค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ข้างต้นผู้วิจัยได้กำหนดองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) การแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องสามารถวิเคราะห์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์และสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับปัญหา 2) การให้เหตุผล ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลในการวิเคราะห์ปัญหา อธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา รวมทั้งอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ และ 3) การสื่อสาร ผู้เรียนสามารถนำเสนอกระบวนคิดในการแก้ปัญหาโดยใช้รูปภาพ การพูด และการเขียนได้ ผู้วิจัยได้ศึกษาการคิดที่เน้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิดที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการคิดที่เน้นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

การคิดที่เน้นการแก้ปัญหา

1. การแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ที่ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ข้อเท็จจริง เกิดทักษะ และหลักการต่าง ๆ แล้วช่วยให้สามารถประยุกต์คณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กับศาสตร์อื่นๆ ได้ และในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ สามารถเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาทั่ว ๆ ในชีวิตประจำวันได้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีหลักการและแนวคิดที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1.1 **ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Problem)**

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีหลายหลายลักษณะ และมีความจำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นที่คล้ายกัน ดังนี้

Anderson and Pingry (1973 : 228) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ดีต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

Bell and Frederick (1978 : 309 - 310) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ใด ๆ จะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งบุคคลใดถ้าเอาใจใส่ มีความต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้นแต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ทันทีทันใด การหาคาตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้หาคำตอบด้วย

วีณา วโรตมะวิชญ (2523 : 47) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นอะไรก็ได้ที่เกี่ยวกับสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยข้อความ และจำนวนปริมาณ โดยให้สภาพของจำนวน และปริมาณชัดเจนว่า คืออะไรกระทำกัน (Operation) เพื่ออะไร โดยที่ผู้แก้ปัญหาต้องตัดสินใจ เลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยต้องอาศัยทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความสามารถมาประกอบกัน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ เป็นข้อดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

ยุพิน พิพิธกุล (2542 : 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นได้ในทันที

สรุปได้ว่า ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล ซึ่งผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ในการแก้ปัญหานั้นจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ ประมวลเข้าด้วยกันแล้วกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ จึงจะหาคำตอบได้

1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับหลักเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่าน แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

Polya (1957 : 217) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นพบสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจจะเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติอาจจะเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

Krulik and Reys (1980 : 24) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางด้านพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ หรือ ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์

Charles and Lester (1982 : 6 - 10) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้เข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอน หรือมากกว่าสองขั้นตอน หรือมากกว่าสองการดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันทีจะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้ว หารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็น การพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้เชิงมโนทัศน์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่นการจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนมติและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

Reys, Suysdam and Lindquist (1992 : 29) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ (Non-routine Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

Hatfield, Edwards and Bitter (1993 : 37) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือ ไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 66) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การแบ่งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวนหรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา และความซับซ้อนของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2542 : 3) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาที่ให้คำตอบ มี 4 ขั้นตอนในการหาคำตอบ คือ ทำความเข้าใจในปัญหา การวางแผน ดำเนินตามแผน และตรวจสอบผล

2. โจทย์ปัญหาที่ให้พิสูจน์เมื่ออ่านโจทย์แล้วต้องแยกเหตุ (สิ่งที่กำหนดให้) และแยกผล (สิ่งที่ต้องพิสูจน์) ให้ได้แล้วจึงวิเคราะห์จากผลไปสู่เหตุว่าผลเป็นเช่นนี้ เหตุมาจากอะไร เมื่อ วิเคราะห์ได้แล้วจึงเรียบเรียง การพิสูจน์จากเหตุไปสู่ผล

สรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกจัดแบ่งเป็นกลุ่ม ตามลักษณะของแต่ละปัญหา โดยมีกฎเกณฑ์ในการแบ่งที่เชื่อถือได้ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาพื้นฐาน (Routine problems) และปัญหาซับซ้อน (Non - routine problems) ดังนี้

ปัญหาพื้นฐาน (Routine problems) หมายถึง ปัญหาที่พบเจอทั่ว ๆ ไป ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยกับโครงสร้างของปัญหามาก่อน มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพียงอย่างเดียวในการแก้ปัญหา และ ได้แก่ ปัญหาในหนังสือเรียน การแก้ปัญหาจะเป็นการมุ่งให้เข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ

ปัญหาซับซ้อน (Non - routine problems) หมายถึง ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่มีการดำเนินการมากกว่าหนึ่งขั้นตอน มีโครงสร้างที่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นกับปัญหาที่จะแก้ต้องใช้ความคิดวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายอย่าง พร้อมทั้งการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา มาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

1.3 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematic Problem solving)

ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่พบเจอและต้องแก้ไข ในการแก้ปัญหาแต่ละครั้งต้องใช้ความรู้ความสามารถอย่างมาก จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นที่คล้ายกัน ดังนี้

Bitter et al (1980 : 36) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการค้นหาวิธีทางที่เหมาะสมเพื่อดาเนินการไปสู่คำตอบ โดยวิธีทางนั้นไม่เคยรู้จักมาก่อน เป็นวิธีการที่ยาก เป็นวิธีการที่มีอุปสรรคและการแก้ปัญหาอาจไม่สามารถทำได้ในทันทีต้องใช้ความคิด วิเคราะห์จนได้วิธีการที่เหมาะสม

Krulik and Reys (1980 : 3-4) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้สามารถสรุปเป็นข้อดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมาย (Problem Solving as a Goal) จะพบคำถามว่าทำไมต้องสอนคณิตศาสตร์ อะไรเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์ และบุคคลอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามเหล่านี้เข้าใจว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหาถูกนำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ (Specific Problem) กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญคือจะต้องคำนึงถึงว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับศึกษาคณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมด และมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้จะเห็นได้ชัดเจนเมื่อนักเรียนตอบปัญหา ตลอดจนกระบวนการ หรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อจะได้คำตอบ สิ่งสำคัญควรนำมาพิจารณาก็คือ วิธีการ กระบวนการและกลวิธีที่

นักเรียนใช้ใน การแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในกระบวนการแก้ปัญหาและเป็นจะสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) การตีความลักษณะนี้ จะพิจารณาเฉพาะในเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหาว่า เป็นทักษะพื้นฐาน จึงช่วยในการจัดการเรียน การสอนของครู ซึ่งประกอบด้วย การสอนทักษะ (Skill) มโนมติ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ในทุกครั้งของการสอน

Polya (1980 : 1) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

Kennedy (1984: 81) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

Sovchik (1989: 256) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่พยามยามจะแก้สถานการณ์ให้ได้มาซึ่งคำตอบและคำตอบที่ได้จะไม่เกิดขึ้นทันที

Brahier (2005: 13) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่แต่ละบุคคลพยายามใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2542: 5) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะไม่ขึ้นกับปัญหาเฉพาะ กระบวนการหรือวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่การพิจารณาที่สำคัญคือ จะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร การแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นข้อความ (Word Problem) จะแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์แนวคิด

(Analytic thinking) และกลวิธีการคิด (Thinking strategy) ซึ่งผู้สอนจะต้องฝึกให้มากพอ เพื่อผู้เรียนจะได้คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550: 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของ ปัญหาคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหากระบวนการ วิธีการและกลวิธีในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน โดยคำตอบนั้นอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือคุณภาพก็ได้ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ ความคิด ประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา และการดำเนินการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มาประยุกต์ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ครบถ้วน

1.4 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นอกจากจะมีความรู้ในเนื้อหา ขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหาต้องมีประสบการณ์ ความคิด เหตุผล การพิจารณา การสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ ในปัญหานั้นๆ ซึ่งสิ่งเหล่านี้เรียนว่าความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนั้นจึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในทำนองที่คล้ายกัน ดังนี้

Stollburg (1956 : 225-228) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นและวิธีการแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาแต่ละคนย่อมมีลักษณะเฉพาะเป็นเอกัตบุคคล การแก้ปัญหาจึงไม่เหมือนกัน การแก้ปัญหาไม่มีขั้นตอนที่แน่นอนและไม่เป็นไปตามลำดับ อาจสลับก่อนหลังหรือบางขั้นตอนไม่มี นอกจากนั้นการแก้ปัญหายังขึ้นอยู่กับ

1. ประสบการณ์ของแต่ละบุคคล
2. วุฒิภาวะทางสมอง
3. สภาพการณ์ที่แตกต่างกัน
4. กิจกรรมและความสนใจของแต่ละคนที่มีต่อปัญหานั้น

Piaget (1962 : 120) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาตามทฤษฎีทางด้านพัฒนาการในแง่ที่ว่า ความสามารถด้านนี้เริ่มพัฒนามาตั้งแต่ขั้นที่ 3 คือ Stage of Concrete Operation เมื่อเด็กมีอายุประมาณ 7-8 ปี จะเริ่ม

แก้ปัญหาแบบง่าย ๆ ภายในขอบเขตจำกัด ต่อมาถึงระดับพัฒนาขั้นที่ 4 คือ Stage of Formal Operation เด็กมีอายุประมาณ 11-14 ปี จะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลดีขึ้นและสามารถคิดแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้ โดยเด็กสามารถเรียนรู้ในสิ่งที่เป็นนามธรรมชนิดสลับซับซ้อนได้

Gagne (1970 : 63) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในด้านการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นรูปแบบการเรียนรู้อย่างหนึ่งที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องกันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการนั้นผสมผสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่า ความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหา โดยการเรียนรู้ประเภทหลักการนี้ ต้องอาศัยหลักการเรียนรู้ประเภทสังกัป ซึ่งหมายถึงการเรียนรู้อีกประเภทหนึ่งที่ต้องอาศัยความสามารถในการมองเห็นลักษณะที่สัมพันธ์กันของสิ่งเร้าทั้งหมด

Good (1973:518) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า วิธีการทางวิทยาศาสตร์กับการแก้ปัญหาเป็นเรื่องเดียวกันและได้อธิบายการแก้ปัญหาเป็นแบบแผนความคิด การรับรู้ ความชำนาญ รูปแบบ พฤติกรรมต่างๆ ประสบการณ์ทางตรงและทางอ้อม มโนมัติ กฎเกณฑ์ ข้อสรุป การพิจารณา การสังเกต และการใช้กลยุทธ์ทางสติปัญญาที่จะวิเคราะห์ สังเคราะห์ ความรู้ความเข้าใจอย่างมีวิจารณญาณ มีเหตุผล และจินตนาการเพื่อหาแนวปฏิบัติให้ปัญหานั้นหมดสิ้นไป ซึ่งนำไปสู่การบรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการและได้มาซึ่งความรู้ใหม่

Morgan (1978 : 154-155) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า วิธีแก้ปัญหาของแต่ละบุคคลนั้นแตกต่างกันทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันขึ้นอยู่กับ

1. สติปัญญา (Intelligence) ผู้ที่มีสติปัญญาดีจะแก้ปัญหาได้ดี
2. แรงจูงใจ (Motivation) ในการที่จะทำให้เกิดแนวทางในการแก้ปัญหา
3. ความพร้อมในการที่จะแก้ปัญหาใหม่ ๆ โดยทันทีทันใดจากประสบการณ์ที่มีมาก่อน
4. การเลือกวิธีแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม (Functional Fixedness)

Gagne and Briggs (1985 : 208) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นทักษะทางปัญญาอย่างหนึ่งที่สามารถพัฒนาได้ และมุ่งหวังให้นำความสามารถด้านนี้ไปถ่ายโยงใช้ในสถานการณ์อื่น

Glieiman (1992 : 202) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้กระบวนการคิด ที่เกิดขึ้นภายในสมองอย่างเป็นขั้นตอน ซึ่งจะต้องมีการจัดระบบขององค์ประกอบต่าง ๆ โดยใช้วิธีการเฉพาะเป็นเรื่อง ๆ เพื่อให้กระบวนการแก้ปัญหามีทิศทางมุ่งตรงไปสู่เป้าหมาย และสามารถแก้ปัญหาได้ในที่สุด

สุวิมล เขี้ยวแก้ว (2540 : 67) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาของแต่ละบุคคลแตกต่างกันไป เนื่องจาก

1. วิธีการที่เลือกใช้ในการแก้ปัญหา
2. สติปัญญา (Intelligence) ผู้ที่มีสติปัญญาดีมีแนวโน้มที่จะแก้ปัญหาได้ดี
3. ความรู้ อารมณ์ แรงจูงใจ ที่จะทาให้เกิดความพยายามในการแก้ปัญหา
4. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 39-40) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญหา ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้ พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีกับปัญหาแก้ปัญหาใหม่ บูรณาการกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตจริง ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง และมีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 77) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะ เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ดังนี้

1) ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่มาใช้แปลความ ตีความ หรือวิเคราะห์ เพื่อให้มีความเข้าใจในปัญหา รวมถึงการเลือกใช้เทคนิคหรือกลวิธีที่จะช่วยทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่แนวทางหาคำตอบ

2) ความรู้พื้นฐาน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนมีอยู่ เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนคิดและหาวิธีแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานดี จะสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายและมีประสิทธิภาพ

3) ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามักสามารถระลึกถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงกลวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลาย ทำให้สามารถตัดสินใจเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้อย่างรวดเร็ว

4) เจตคติต่อการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา จะมีความพยายามและความอดทนในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการแก้ปัญหานั้น ไม่ว่าจะได้คำตอบหรือไม่ ผู้เรียนจะได้เรียนรู้และพัฒนาประสบการณ์จากการคิดและทำงานเพื่อแก้ปัญหา

สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของทักษะทางปัญญาโดยใช้ความรู้ ทำความเข้าใจปัญหา กระบวนการคิดที่เกิดขึ้นภายในสมอง ความคิดจากประสบการณ์เดิมมาปรับหรือเปลี่ยนแปลงโดยเลือกใช้กระบวนการและยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ มีการบูรณาการกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน ตระหนักถึงความสมเหตุสมผล เพื่อให้บรรลุตามวัตถุประสงค์

1.5 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหา จะไม่ประเมินเฉพาะคำตอบหรือผลลัพธ์ของปัญหาเพียงอย่างเดียว แต่จะรวมถึง การประเมินกระบวนการ หรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาด้วย เพราะสิ่งเหล่านี้จะเป็นการประเมินความคิดของผู้เรียนที่แสดงออกมา ซึ่งเป็นจุดหมายที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงรูปแบบการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนที่คล้ายคลึงกัน ดังนี้

Charles and Lester (1982 : 11-12) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินควรพิจารณาความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน

2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง

2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีวิธีการให้คะแนนดังนี้

0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง

3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนนดังนี้

0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ไขผิด

1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)

2 หมายถึง คำนวณถูกต้อง

Rey et al (1992 : 313) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยที่แต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาจะให้คะแนนตั้งแต่ 0-2 คะแนน ตามรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา

0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย

1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน

2 หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์

2. การวางแผนแก้ปัญหา

0 หมายถึง ไม่พยายาม หรือวางแผนแก้ปัญหาไม่เหมาะสมทั้งหมด

1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

3. คำตอบ

0 หมายถึง ไม่ตอบหรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม

1 หมายถึง คัดลอกผิดพราด คำนวณผิด ตอบบางส่วน

2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูกต้อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 147) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ว่า ควรใช้การทำแบบทดสอบที่มีทั้งแบบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบ แบบแสดงวิธีทำ ตลอดจนใช้การสัมภาษณ์ และการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา ควรมีการประเมินการประเมินกระบวนการคิด และวิธีทำ มีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา

2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง

0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย

2. การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกแต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

3. การใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูก

0 คะแนน สำหรับการใช้กลยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

4. การตอบ

2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์

1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด

0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 173) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาประกอบด้วยความสามารถหลายอย่างดังต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหาได้ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการหาคำตอบ ผลเฉลย หรือแนวทางในการจัดการกับปัญหา

2. การสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหา เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ อันจะนำไปสู่การสร้างโจทย์ ปัญหา สถานการณ์ หรือคำถาม

3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่แตกต่างกันหลายวิธี

4. การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นความสามารถในการพิจารณาคำตอบหรือการแก้ปัญหาที่ได้ว่าเหมาะสม สอดคล้อง และสมเหตุสมผลเพียงใด

5. การขยายความคิดจากผลการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการนำผลจากการแก้ปัญหาไปคิดต่อ เช่น การมองเห็นรูปทั่วไป การเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นเมื่อเงื่อนไขของปัญหาเปลี่ยนไป

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาประเมินได้หลากหลายความสามารถตามความสามารถข้างต้นอย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติ ผู้สอนมักใช้ปัญหาหนึ่ง ๆ ประเมินความสามารถหลาย ๆ อย่าง รวมกัน และสิ่งที่ประเมินได้มากคือ การแก้ปัญหาได้และการใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา แต่สิ่งที่ยังทำไม่ได้มากนักคือ การประเมินการสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหาจากข้อมูลที่กำหนดให้ การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และการขยายความคิดจากผลการแก้ปัญหา

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมามักใช้แบบทดสอบลักษณะเดียวกับแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมักเป็นข้อสอบระดับปรนัย ระดับการนำไปใช้ ให้ผู้เรียนเลือกตอบข้อทุกถูกเพียงข้อเดียว ซึ่งรวมผลของคะแนนสอบเป็นเพียงภาพรวมของระดับความสามารถที่ผู้เรียนมี ทั้งที่การแก้ปัญหาไม่ได้อาจมีระดับความบกพร่องแตกต่างกัน ตั้งแต่ไม่ทราบว่าจะแก้ปัญหาอย่างไรหรือทำไม่ได้เลย จนถึงเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาถูกต้องหรือเหมาะสม แต่คิดหรือคำนวณคำตอบผิดพลาด ด้วยเหตุผลนี้ผู้สอนจึงควรตระหนักว่าการใช้ข้อสอบลักษณะดังกล่าว ไม่ได้ให้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาของนักเรียน สิ่งที่จะเป็นประโยชน์มากกว่าคือ ข้อมูลที่ทำให้เราทราบว่าผู้เรียนแก้ปัญหาไม่ได้เพราะเหตุใด เช่น ไม่เข้าใจปัญหา วิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม ดำเนินการตามขั้นตอนคณิตศาสตร์ไม่ได้ ใช้เทคนิคหรือกลวิธีไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา ไม่ทราบวิธีตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นต้น แบบทดสอบที่จะใช้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา จึงควรมีลักษณะเปิด หรือเป็นปัญหาแบบเปิด โดยอาจเปิดที่คำตอบให้มีคำตอบได้หลากหลายคำตอบ หรือเปิดที่

กระบวนการ คือ มีวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี เพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ แบบทดสอบการแก้ปัญหาแบบหนึ่งที่นิยมใช้กัน คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีทำงาน 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของ Poly เพื่อที่จะประเมินความสามารถในการใช้กระบวนการแก้ปัญหา นอกเหนือจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน

สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาควรใช้การทำแบบทดสอบที่มีทั้งแบบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบ แบบแสดงวิธีทำ ตลอดจนใช้การสัมภาษณ์ และการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย มีการประเมินรูปแบบรูบริค (Scoring Rubric) ซึ่งเป็นการประเมินกระบวนการ การทำความเข้าใจปัญหา การวิเคราะห์ปัญหา การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย หรือมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และการได้มาซึ่งคำตอบ ต้องมีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ไม่ใช่การประเมินผลลัพธ์เพียงอย่างเดียว เนื่องจากต้องการทราบกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

การคิดที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. การให้เหตุผล (Reasoning)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการสร้างข้ออ้างทั่วไป และการหาข้อมูลสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการต่างๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

1.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังต่อไปนี้

Greenwood (1993 : 144) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจรูปแบบ การหาสถานการณ์ร่วมของปัญหา เพื่อระบุข้อผิดพลาดหรือสร้างวิธีการใหม่ ซึ่งเป็นการเน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าการเน้นคำตอบ ซึ่งจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลของนักเรียน

O'Daffer and Thoemquist (1993 : 43) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการค้นหาความสัมพันธ์ การทำความเข้าใจ การสร้างข้อสรุป และการตรวจสอบข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาหนึ่ง ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : 39) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ / หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

กนกวลี อุษณกรกุล (2547 : 71) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผล คือการอ้างซึ่งเหตุหรือข้ออ้างที่กำหนดให้ซึ่งเป็นผลให้เกิดข้อสรุปได้

พงศธร มหาวิจิตร (2550 : 50) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการคิดหรืออธิบายแนวคิดให้ผู้อื่นรับรู้ได้ โดยนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการสรุปอย่างสมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2554 : 48) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการคิดหรือการอธิบายแนวคิดที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตรึกตรองหาเหตุผล ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อมูล ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ โดยนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาวิเคราะห์เพื่อตัดสินใจได้อย่างสมเหตุสมผลประกอบคำตอบโดยการพูดหรือเขียนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

1.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีผู้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM : 2000) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการให้เหตุผลเป็นปัจจัยที่สำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยครูสามารถ ส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียนระหว่างการเรียนการสอนได้ และเมื่อจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษา นักเรียนควรมีความรู้ความเข้าใจและสามารถพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ รวมถึงความสามารถ ในการอ้างเหตุผลได้ถูกต้องตามหลักตรรกศาสตร์ และเห็นคุณค่าของการให้เหตุผล มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกให้

เหตุผล จะทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและฝึกใช้การอ้างอิงจากข้อเท็จจริงที่ได้เรียนรู้มาแล้ว ทำให้นักเรียนสามารถตัดสินใจได้อย่างรอบคอบ

กรมวิชาการ (2546 : 13-14) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นทักษะที่นักเรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาให้เกิดความเชื่อมั่น ความสามารถด้านเหตุผลและการคิด การตัดสินใจ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และในชีวิตประจำวันจะช่วยให้นักเรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ มีตรรกะในการคิดและสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้ การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงตรรกะขึ้นอยู่กับพัฒนาการด้านเชาว์ปัญญาและการใช้ภาษาของนักเรียน นักเรียนชั้นประถมศึกษานักคิดเชิงรูปธรรมซึ่งใช้รูปธรรมและกายภาพสนับสนุนเหตุผลของตนและพัฒนาขั้นเรื่อย ๆ เมื่ออยู่ชั้นมัธยมศึกษา ด้วยการถ่ายโยงการให้เหตุผลที่เป็นรูปธรรมเพื่อสนับสนุนการให้เหตุผล

พร้อมพรรณ อุดมสิน และ อัมพร ม้าคนอง (2547 : 97) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก (Logical Interconnections) ในทางคณิตศาสตร์ (Raimi, 2002) การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนต้องใช้ความคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง นอกจากนี้ ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญโดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ

2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล

3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging Idea) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่น ๆ

4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน

5. จัดการสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน

6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 45) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียน

เรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

อัมพร ม้าคนอง (2554 : 48) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993) การให้เหตุผลมีความสำคัญต่อชีวิตมนุษย์ทุกวัย

สรุปได้ว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก มีความสำคัญในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ กระบวนการให้เหตุผล เป็นทักษะที่นักเรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาให้เกิดความเชื่อมั่น ความสามารถด้านเหตุผลและการคิด การตัดสินใจ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และในชีวิตประจำวันจะช่วยให้นักเรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะการคิด เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ และ สามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

1.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

Baroody and Cooney (1998: 10) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาปลายเปิดโดยเน้นการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 6 ข้อ คือ

1. การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ (intuitive reasoning) การให้เหตุผลแบบหยังรู้ของคนเราไม่ได้เกิดขึ้นมาจากพิจารณาถึงข้อเท็จจริงหรือหลักฐานใด ๆ แต่เกิดจากการที่คนเรานั้นรู้สึกถึงได้ว่าน่าจะเกิดเหตุการณ์ที่ตัวเองรู้สึกได้นั้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการมองหารูปแบบ และสร้างรูปทั่วไปและข้อความคาดการณ์จากการสังเกตตัวอย่างเป็นจำนวนมาก แล้วนำมาสร้างเป็นข้อสรุป ลักษณะของการให้เหตุผลชนิดนี้มักจะเกิดในชีวิตประจำวันบ่อย ๆ รวมถึงการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนด้วย ครูมักจะให้นักเรียนใช้เหตุผลประเภทนี้หาคุณสมบัติของสิ่งต่าง ๆ ที่ครูต้องการสอน เช่น คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เป็นต้น

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) การให้เหตุผลแบบนิรนัยใช้เพื่อแสดงความถูกต้องของการให้เหตุผลชนิดต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดีในแง่ของการตรวจสอบข้อสรุปและสร้างเหตุผลสนับสนุนที่น่าเชื่อถือลักษณะของการให้เหตุผลชนิดนี้จะมีความเป็นทางการมากกว่าแบบอุปนัย การพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะนำไปสู่การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีได้เช่น การพิสูจน์ข้อความในรูป “ถ้า.....แล้ว” หรือ “.....ก็ต่อเมื่อ.....”

4. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (proportional reasoning) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกบปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงซึ่งผู้เรียนจะใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ

5. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ(spatial reasoning) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิเกี่ยวข้องกับความรู้สึกเชิงปริภูมิของบุคคลโดยเฉพาะอย่างยิ่งกับการให้เหตุผลเกี่ยวกบคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของรูปสองมิติและรูปทรงสามมิติ

6. การให้เหตุผลเชิงนามธรรม (abstracting reasoning) การให้เหตุผลเชิงนามธรรมเป็นลักษณะของการให้เหตุผลขั้นสูงที่สามารถอธิบายและให้เหตุผลเกี่ยวกบสิ่งที่เป็นนามธรรมได้โดยที่ไม่ต้องอาศัยการอ้างอิงสิ่งที่เป็นรูปธรรม

Daffer (1990 : 9) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวข้องกบการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนคติ หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่ข้อสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุป จากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นแบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หลักการที่เป็นจริงเสมอ

สมัย เหล่าวานิชย์ (2525 : 4) แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ลักษณะคือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยเหตุย่อยหลายๆเหตุ เหตุย่อยแต่ละเหตุจะมีอิสระต่อกันและเหตุย่อยทั้งหลายนี้จะรวมเป็นสรุปที่เป็นเหตุการณ์ทั่วไปในวงกว้าง

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุใหญ่ (major premise) และติดตามด้วยเหตุย่อย (minor premise) ลดหลั่นกันตามลำดับความสัมพันธ์ระหว่างเหตุย่อยและเหตุใหญ่จนทำให้เกิดข้อสรุป

3. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลซึ่งเกิดจากความคิดที่เกิดขึ้นมาในขณะใดขณะหนึ่ง ความคิดที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้ ของแต่ละบุคคลจะมีความแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ และจิตใต้สำนึก ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์หลายๆทฤษฎีเกิดจากการให้เหตุผลที่เกิดจากความคิดแบบนี้ก่อน หลังจากนั้นก็จะพยายามพิสูจน์ให้เป็นจริง โดยกำหนด อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และการให้เหตุผลแบบนิรนัย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : 39 - 44) ได้แบ่งรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกต หรือ การทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่าน่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริงมีความเป็นไปได้มากที่สุด

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริง โดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

สรุปได้ว่า ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และ การให้เหตุผลแบบนิรนัย ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้ การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่พิจารณาจากข้อมูลที่เกิดซ้ำ ๆ หลาย ๆ ครั้งจนนำไปสู่ข้อสรุป การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับข้อความที่เป็นเหตุแล้วใช้ คำอนิยาม นิยาม และสัจพจน์ ในการอ้างอิงแล้วนำไปสู่ข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

1.4 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2554 : 48) ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 51) ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถที่ต้องใช้ในการวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้จากสถานการณ์นั้น ๆ การให้เหตุผลที่ใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มีอยู่ 2 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลจากการสังเกตส่วนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไป เพื่อนำไปใช้ในวงกว้างมากขึ้น และ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลจากการใช้ข้อเท็จจริง หลักการ กฎ บทนิยาม หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ การส่งเสริมและพัฒนาให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน แก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ทำให้ตัดสินใจได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้การคิดอย่างมีเหตุผลยังเป็นเครื่องมือสำคัญที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและดำรงชีวิต

ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ (2558 : 56) ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งมีอยู่ 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย

สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ ตรึกตรองหาเหตุผล รวบรวมข้อเท็จจริง ข้อมูล ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ และหาความสัมพันธ์เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ พร้อมทั้งสามารถอธิบายข้อสรุปหรือข้อยืนยันนั้นได้ ซึ่งการให้เหตุผลที่ใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มีอยู่ 2 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบ

อุปนัย เป็นการให้เหตุผลจากการสังเกตส่วนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไป เพื่อนำไปใช้ในวงกว้างมากขึ้น และ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลจากการใช้ข้อเท็จจริง หลักการ กฎ บทนิยาม หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

1.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายประเภท การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลจึงมักประเมินตามประเภทของการให้เหตุผลและลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

กรมวิชาการ (2542 : 196) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรใช้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือใช้เหตุผลที่แตกต่างกันไป

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 176) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ประเภท ต่อไปนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก เป็นการใช้หลักตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการสังเกตตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่เหมือนกันหรือมีความสัมพันธ์แบบเดียวกัน จึงให้ได้ข้อสรุปที่มีเหตุมีผล

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการใช้หลักหรือกฎทั่วไปอ้างอิงไปสู่สิ่งที่กำลังพิจารณา ในทางคณิตศาสตร์มักเป็นการให้เหตุผลที่อ้างอิงทฤษฎี บท กฎ สูตร นิยาม ฯลฯ

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนของปริมาณที่หายไปหรือเปลี่ยนแปลงด้วยการเพิ่มขึ้นหรือลดลง เช่น การให้เหตุผลว่าเศษส่วนที่กำหนดให้จะมีค่าลดลง ถ้าตัวเศษลดลงในขณะที่ตัวส่วนมีค่าเท่าเดิม

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่ปรากฏเป็นมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือทรง3 มิติ เช่น การให้เหตุผลเพื่ออธิบายความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันระหว่างภาพ 2 มิติของวัตถุชิ้นหนึ่งกับภาพที่แสดงวัตถุนั้นใน 3 มิติ

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลส่วนมากใช้ปัญหาหรือกิจกรรมเป็นเครื่องมือ และประเมินการให้เหตุผลตามบริบทของปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ซึ่งอาจประเมินการให้เหตุผลหลายอย่างในปัญหาเดียว

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 79) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับการประเมินความสามารถในการเหตุผลไว้ว่า เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อความคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้น ๆ

การให้เหตุผลในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มีอยู่ 2 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลจากการสังเกตส่วนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในวงกว้างมากขึ้น และ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลจากการใช้ข้อเท็จจริง หลักการ กฎ บทนิยาม หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

การส่งเสริมพัฒนาการให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สถานการณ์คาดการณ์ วางแผนแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ทำให้ตัดสินใจได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้การคิดอย่างมีเหตุผลยังเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงาน และในการดำรงชีวิต

สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล เป็นการวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อความคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้น ๆ โดยทั่วไปมักจะประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลเชิงตรรก ได้แก่ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการสังเกตตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่เหมือนกันหรือมีความสัมพันธ์แบบเดียวกัน จึงให้ได้ข้อสรุปที่มีเหตุมีผล และการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการใช้หลักหรือกฎทั่วไปอ้างอิงไปสู่สิ่งที่กำลังพิจารณาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนของปริมาณที่หายไปหรือเปลี่ยนแปลงด้วยการเพิ่มขึ้นหรือลดลง

การคิดที่เน้นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ

1.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลายทัศนะดังต่อไปนี้

NCTM (1989 : 214) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้พิสูจน์ความมีเหตุผลของตนเองต่อคนอื่น หรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์หรือคำถาม ด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง และการพูด ต่อมาในปี 2000 NCTM (60-62) ได้แยกการใช้สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อแนวคิดออกเป็นการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการสื่อสารจึงเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนแนวคิดและการทำความเข้าใจให้กระจ่างชัดเจน

Thomus (1991 : 75) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการพัฒนาทักษะด้านการเขียน การพูด การฟังอย่างหลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วัตถุ รูปภาพ แผนภูมิ ล้วนเป็นส่วนสำคัญของการสร้างมโนทัศน์และสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสนำเสนอความคิดผ่านทางวัตถุ การวาดภาพและการสร้างแผนภูมิ โอกาสในการสื่อสารเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการนำเสนอ การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟัง ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้และการใช้คณิตศาสตร์

Baroody and Coslick (1993 : 2-99) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นภาษาหนึ่งที่นอกจาก ช่วยในการคิดแล้วยังเป็นเครื่องมือในการค้นแบบรูป การแก้ปัญหา และใช้ในการสื่อสารแนวคิดต่างๆ ให้มีความชัดเจน ถูกต้อง และรัดกุม

Prestege (2002 : 26) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการอภิปราย อธิบายข้อมูลและข้อบันทึก และนำเสนอข้อค้นพบได้หลากหลายวัตถุประสงค์และหลากหลายวิธีการ การสื่อสารเกิดจากหลายวัตถุประสงค์ ทั้งการแสดงความคิดเห็นของตนเอง

การทำความเข้าใจคำพูดและการเขียนของบุคคลอื่น และการทำให้ความคิดของตนเองมีความชัดเจน

สรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นพฤติกรรมของมนุษย์ที่อาศัยกระบวนการของการถ่ายทอดทุกรูปแบบจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร โดยการใช้ภาษา ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร นำเสนอ อภิปราย อธิบายแนวความคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ ด้วยวิธีการหรือกระบวนการที่หลากหลาย โดยการพูด การฟัง การอ่าน และการเขียน ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

1.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ในการเรียนคณิตศาสตร์นั้นนักเรียนจะเกิดความเข้าใจก็ต่อเมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นการนำเสนอวิธีในการแก้ปัญหา อธิบายเหตุผลของตนเองต่อเพื่อน ๆ หรือต่อครู ตั้งปัญหายาก ๆ เป็นต้น ซึ่งการปฏิบัติสิ่งเหล่านี้ต้องใช้การสื่อสารทั้งสิ้น การสื่อสารจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ในขณะที่ลงมือปฏิบัติกิจกรรม วาดภาพ ใช้สื่ออุปกรณ์ช่วยในการอธิบาย การคำนวณ ใช้แผนผัง เขียน และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ดังนี้ (Mumme and Shepherd. 1993 : 7-11)

1) การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมในการทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวคือ การแสดงออกทางความคิด การเข้าร่วมอภิปราย การฟังนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งขึ้น การฟังความคิดของคนอื่นจะเป็นวิธีการที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความคิดของคนอื่นที่มีความคิดที่แตกต่างกันในสถานการณ์เดียวกัน นักเรียนจะสามารถสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานของประสบการณ์ตรงและส่งเสริมการสร้างความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในสิ่งที่นักเรียนคิด

2) การสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความเข้าใจคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกันกล่าวคือ การให้นักเรียนสื่อสารโต้ตอบกันและกัน จะทำให้เกิดการช่วยเหลือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกิดการเรียนรู้จากเพื่อนในกลุ่มมากกว่าเรียนจากครู เพราะในกลุ่มนักเรียนด้วยกันจะใช้ภาษาในระดับเดียวกันย่อมพูดกันรู้เรื่องและไม่เกิดความอับอายในการซักถามเรื่องที่ตนไม่เข้าใจ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนที่อธิบายให้เพื่อนฟังเกิดความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ลึกซึ้งมากขึ้น เพราะนักเรียนที่อธิบายต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมก่อนจะมาอธิบายได้ และยังทำให้เกิดความภาคภูมิใจในตนเองที่มีส่วนร่วมในการช่วยเหลือเพื่อน

3) การสื่อสารเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักเรียนรู้คือ เมื่อครูเป็นผู้ตั้งคำถามและนักเรียนเป็นผู้ตอบ โดยการพูดและเขียนในสิ่งที่นักเรียนคิด หรือนักเรียนถามตอบกันเองจะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง การให้นักเรียนรายงานสิ่งที่นักเรียนคิดเป็นประเด็นที่มีความสำคัญ เพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ของตนเองในการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดนักเรียนจะเปลี่ยนเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ด้วยตนเอง

4) การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้คือ การพูดและการฟังในกลุ่มเพื่อนจากการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยเป็นวิธีปลอดจากความวิตกกังวลในการแสดงความคิดใหม่ ๆ เมื่อการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ เป็นสิ่งที่น่าสนุกสนานจะทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจในการร่วมมือกัน

5) การสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียน คือ ครูจะเรียนรู้สิ่งที่นักเรียนเรียนรู้ โดยฟังสิ่งที่นักเรียนอธิบายโดยกระบวนการให้เหตุผล โดยความสามารถในการอธิบายเป็นทักษะที่ได้จากการฝึกฝนทักษะการสื่อสารในกลุ่มเพื่อนที่มีการใช้ภาษาอย่างง่าย ๆ และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

1.3 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการพูดและการเขียนการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพและแบบจำลอง เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องมีความกระชับ ชัดเจน และเหมาะสม ในการเรียนรู้แก้ปัญหา หรือทำงานทางคณิตศาสตร์ นอกจากผู้เรียนจะต้องอ่านทำความเข้าใจกับสถานการณ์ปัญหาและงานที่จะทำแล้ว ยังต้องพูดและเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เช่น การนำเสนอข้อความคาดการณ์ การอธิบายลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา หรือการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ ซึ่งต้องมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมาย และการนำเสนอ การส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ จะช่วยให้ผู้เรียนถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้การจัดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นซึ่งกันและกัน จะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้อย่าง

กว้างขวางลึกซึ้ง และเห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555: 79)

1.4 การประเมินความสามารถการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการสื่อสารรวมถึงความสามารถในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นรับทราบตรงกัน จึงประกอบด้วยความสามารถต่อไปนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: Online) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. ใช้ทักษะการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน การดู การอธิบายหรือการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ และเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้อื่นนำเสนอ
2. ใช้ความรู้พื้นฐานของสาระที่เรียนมา แล้วมาช่วยอธิบายหรือแสดงแนวคิดในสาระการเรียนรู้ที่กำลังศึกษาค้นคว้าได้อย่างถูกต้อง ตรงประเด็น กระชับและชัดเจน
3. เลือกและใช้รูปแบบการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ได้อย่างเหมาะสมกับแต่ละสาระการเรียนรู้
4. พัฒนาตนเองในด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ให้เป็นสากลและเป็นที่ยอมรับของผู้อื่น

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 179) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. การสื่อสาร เป็นอธิบายโดยคำพูด เขียน หรือแสดงให้เห็น
2. การสื่อความหมาย เป็นการทำความเข้าใจ ตีความ แปลความ หรือวิเคราะห์ความหมายของสิ่งที่ตนพบ
3. การนำเสนอ เป็นการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลหรือความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกัน

การประเมินการสื่อสารในห้องเรียนมักเน้นในการให้อธิบายวิธีการหรือเหตุผลโดยใช้การพูดและการเขียนอธิบาย

สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นใช้ทักษะการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน การสังเกต การอธิบายหรือการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้พื้นฐานหรือประสบการณ์เดิมมาใช้ในการทำความเข้าใจ ตีความ แปลความ หรือวิเคราะห์ความหมายของสิ่งที่ตนพบได้อย่างถูกต้อง ตรงประเด็น กระชับและชัดเจน อีกทั้งสามารถสื่อสารให้ผู้อื่นรับรู้เข้าใจตรงกันได้

4.รูปแบบและแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์นั้นเกี่ยวข้องกับการใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ อันจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้น นักเรียนควรได้รับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์พร้อม ๆ กับการให้ความรู้ตามเนื้อหา ได้มีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้เสนอรูปแบบและแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Perkins (1993: 64-68) ได้กล่าวถึงรูปแบบและแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีปรัชญาการสร้างทฤษฎีนี้ต่างจากทฤษฎีอื่น ๆ กล่าวคือ ไม่ได้เน้นว่านักเรียนควรจะคิดได้ดี แต่มีแนวคิดว่าอะไรที่จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้ โดยมีพื้นฐานจากหลักปรัชญาและจิตวิทยา โดยกล่าวว่า การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเกิดความรู้จากการเรียนรู้เรื่องต่างๆได้นั้น ครูต้องออกแบบคำถามเพื่อถามนักเรียนตามลำดับขั้น โดยมีกรอบของคำถาม 4 ข้อ ดังนี้

1. อะไรคือวัตถุประสงค์ (What is its purpose) ซึ่งอาจมีเพียงหนึ่งข้อหรือมากกว่าก็ได้

2. อะไรคือโครงสร้าง (What is its structure) ได้แก่ กฎ สูตร ทฤษฎีส่วนประกอบอื่น รูปร่าง หรือข้อมูลอื่นๆ ตัวอย่างคำถามเช่น “ทำไมจึงเลือกใช้สูตร/กฎข้อนี้”

3. อะไรคือแบบจำลองของกรณีนี้ (What are model case) ได้แก่ ภาพหรือการให้ตัวอย่าง ตัวอย่างคำถามเช่น “ปัญหาในข้อนี้ นักเรียนคิดถึงอะไร”

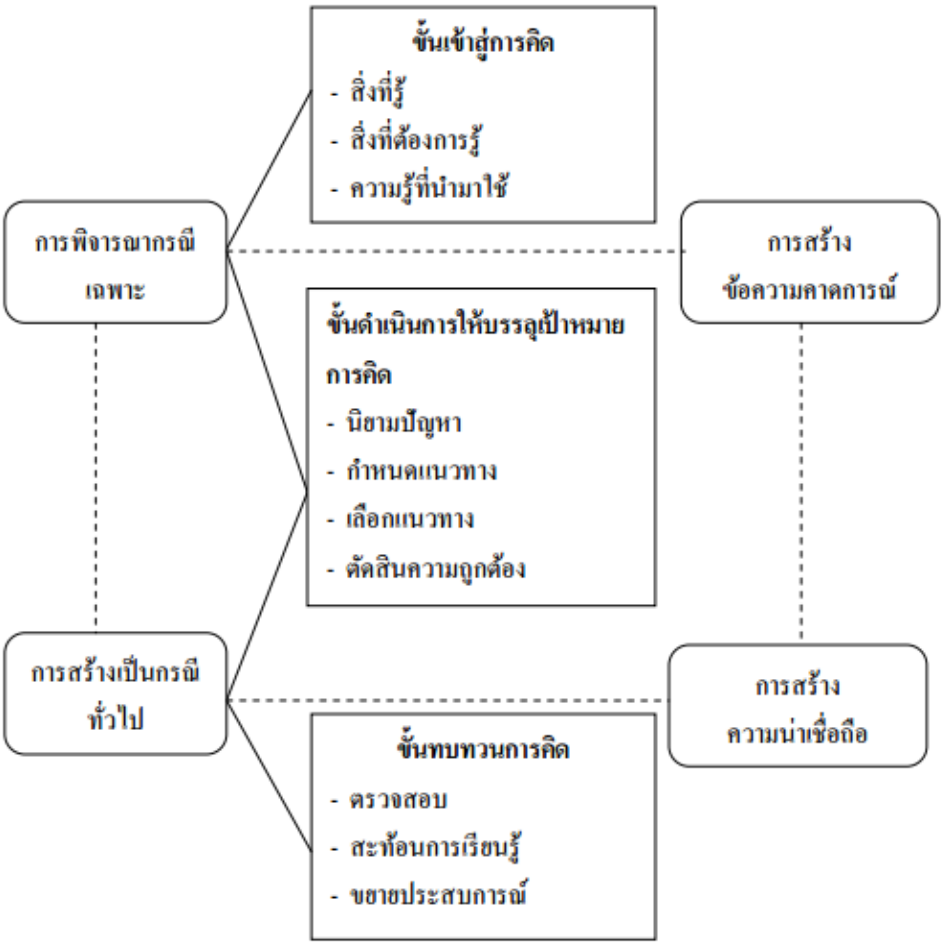
4. อะไรคือข้อโต้แย้งเพื่อใช้อธิบายและประเมินเรื่องนี้ (What argumentsexplain and evaluate the object) ตัวอย่างคำถามเช่น “นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าการแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ถูกต้อง” “นักเรียนคิดว่าวิธีใดเป็นวิธีแก้ปัญหาที่ดีที่สุด” นอกจากนี้ Perkins ให้แนวคิดว่าเกี่ยวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ว่า ครูควรให้นักเรียนฝึกตอบคำถามตามขั้นตอนดังกล่าวให้เข้าใจอย่างถ่องแท้

Mason et al (1994:146-159) ได้กล่าวถึงรูปแบบและแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์บนความเชื่อที่ว่า กระบวนสำคัญที่อยู่เบื้องหลังการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ การพิจารณากรณีเฉพาะ การสรุปรัยทั่วไป การสร้างข้อความคาดการณ์และการสร้างความน่าเชื่อถือ กระบวนการดังกล่าวแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่

1. ขั้นเข้าสู่การคิด เป็นระยะการหาข้อมูลเพื่อตอบคำถามต่าง ๆ เช่น รู้อะไรบ้าง ต้องการอะไร จะนำความรู้ใดมาใช้ได้บ้าง

2. ขั้นดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด เป็นระยะดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยใช้กระบวนการสร้างข้อคาดการณ์ การคิดหาเหตุผล การตัดสินความถูกต้อง และการสร้างความน่าเชื่อถือ

3. ขั้นทบทวนการคิด เป็นระยะที่ต้องตรวจสอบการแก้ปัญหา สะท้อนและขยายความรู้และประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา แต่ละระยะจะมีเกณฑ์บ่งชี้ เพื่อเป็นแนวทางในการบันทึกการคิดที่เกิดขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมประสิทธิภาพในการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 1



ภาพที่ 1 แสดงกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

การพิจารณากรณีเฉพาะ เมื่อเผชิญคำถามหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ถ้าเราสามารถหาหรือยกตัวอย่างของสิ่งที่กล่าวถึงในคำถามได้ จะทำให้เกิดความเข้าใจและอาจมองเห็นลู่ทางในการหาคำตอบได้มากขึ้น การพิจารณากรณีเฉพาะจึงมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่ง

ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การเลือกกรณีเฉพาะมาพิจารณา อาจเลือกโดยวิธีการสุ่ม เลือกอย่างเป็นระบบหรือเลือกในลักษณะผู้เชี่ยวชาญ

การสร้างเป็นกรณีทั่วไป เป็นการขยายจากการยกตัวอย่างเพียงไม่กี่กรณีไปสู่การคาดการณ์ที่ครอบคลุมกรณีอื่นๆ ที่กว้างหรือมีลักษณะทั่วไปมากขึ้น การสร้างกรณีทั่วไปตามแนวคิดของ Mason et al หมายถึง การพบและการนำเสนอแบบรูปที่นำไปสู่ประเด็นดังนี้

1. สิ่งที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (ข้อคาดการณ์)

2. สาเหตุที่ทำให้คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (การตัดสินความถูกต้อง)

3. ขอบเขตที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง คือ เป็นความจริงที่ครอบคลุมปัญหาอื่นทั่ว ๆ ไปมากขึ้น

การสร้างข้อคาดการณ์ หมายถึง การเสนอสิ่งที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง แต่ยังไม่มีผู้ใดสรุปหรือแสดงเหตุผลให้เป็นที่ยอมรับ ข้อคาดการณ์จึงเป็นเพียงคำกล่าวหรือข้อความหรือประโยคที่พบว่าไม่มีความเป็นไปได้ แต่ยังไม่มีการตัดสินความถูกต้องอย่างเป็นที่น่าเชื่อถือ ข้อคาดการณ์ส่วนใหญ่มักไม่มีความสำคัญ ซึ่งโดยแท้จริงแล้วส่วนใหญ่มักเป็นข้อคาดการณ์ที่ผิด หรืออาจนำไปปรับให้มีความเป็นไปได้มากขึ้น แต่การสร้างข้อคาดการณ์ถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกระบวนการของความรู้สึก (sensing) หรือเดาว่าบางสิ่งน่าจะถูกต้อง แล้วสำรวจความถูกต้องของสิ่งนั้น

การสร้างความน่าเชื่อถือ ระหว่างการดำเนินการแก้ปัญหา กระบวนการค้นหาสิ่งที่ถูกต้องเพื่อปะติดปะต่อเป็นข้อคาดการณ์ จะมีอีกกระบวนการหนึ่งที่เกิดควบคู่กันไปด้วย คือ กระบวนการค้นหาเหตุผลว่าทำไมสิ่งเหล่านั้นจึงถูกต้องหรือไม่ถูกต้องสำหรับบางกรณีซึ่งจะช่วยสร้างความน่าเชื่อถือให้กับคำตอบหรือสิ่งที่ค้นพบต่าง ๆ Mason et al เชื่อว่า แนวทางการฝึกการคิดไปพร้อมๆกับการสะท้อนการเรียนรู้จากการคิด เป็นแนวทางที่ช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเชื่อมโยงกับการแก้ปัญหาและการคิด อย่างมีวิจารณญาณโดยตรง

ยืน ภู่วรวรรณ (2533: Online) ได้กล่าวถึงรูปแบบและแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ดังนี้

1. การปลูกฝังความคิดเริ่มสร้างสรรค์และจินตนาการที่เป็นเหตุเป็นผล โดยการฝึกนักเรียนให้เป็นคนช่างสังเกต นำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์มาอธิบายการเปลี่ยนแปลงของสิ่งต่าง ๆ

2. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการแก้ปัญหาง่าย ๆ ตรงไปตรงมา และค่อย ๆ ซับซ้อนขึ้นตามลำดับ การแก้ปัญหานั้นไม่จำเป็นต้องเน้นเฉพาะปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว อาจเป็นปัญหาทั่วไปหรือปัญหาในการให้เหตุผล ปัญหาทางตรรกศาสตร์ เหตุผลในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนอาจตัดสินไม่ได้ว่าใครถูกหรือผิด แต่ควรจะพิจารณาถึงเหตุผลสนับสนุน นอกจากนี้ ควรฝึกให้นักเรียนมองปัญหาในเชิงที่เป็นระบบมากขึ้น รู้ว่าเมื่อเกิดปัญหาต่าง ๆ ขึ้นแล้วควรจะดำเนินการอย่างไร

3. ควรปลูกฝังให้นักเรียนมีความคิดในเชิงตรรกศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีเหตุผลในเชิงของการแก้ปัญหา

4. ด้านการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับนามธรรมค่อนข้างมาก ผู้สอนควรหารูปแบบที่เป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 36) ได้กล่าวถึงรูปแบบและแนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การพัฒนาการคิดเป็นการพัฒนากระบวนการคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจทำได้ง่าย ๆ ด้วยการพยายามใช้คำถามให้ผู้เรียนได้คิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และให้ผู้เรียนได้ฝึกการคิดจากสถานการณ์ปัญหา นอกจากนี้ผู้สอนอาจฝึกให้ผู้เรียนรักการคิดโดยเริ่มจากสิ่งที่ทำได้ไม่ยากนัก ดังนี้

1. ให้ผู้เรียนคิดในสิ่งที่พอคิดได้ หรือไม่ยากเกินไปจนคิดอย่างไรก็คิดไม่ได้

2. พยายามถามหาเหตุผลกับผู้เรียนบ่อยๆ เพื่อได้ให้ผู้เรียนได้คิด

3. ให้ผู้เรียนคิดในสิ่งที่สนใจและต้องการคิด

4. ฝึกให้คิดบ่อยๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยและมีความพยายามในการคิด

5. ฝึกการคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดนอกกรอบ การคิดเชื่องโยง การคิดไตร่ตรอง การคิดเชิงตรรกะ

6. ปรับเปลี่ยนสถานการณ์หรือเงื่อนไขของปัญหาให้ท้าทายการคิด

7. ถามคำถามที่น่าสนใจ น่าคิด และไม่ใช่คำถามธรรมดาที่ผู้เรียนคุ้นเคย

8. ค่อยๆ ฝึกจากการคิดระดับต่ำสู่การคิดระดับสูง

สรุปได้ว่า รูปแบบและแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ควรคำนึงถึงพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย โดยมุ่งเน้นให้สอดคล้องกับโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนมีบทบาทในการคิดค้น แสวงหาแนวทางในการแก้ปัญหา วางแผนและดำเนินการ ตลอดจนตรวจสอบผลได้ด้วยตนเอง

และเป็นกลุ่ม นอกจากนี้ควรจะสนับสนุนให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์

5. แนวทางการวัดและการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับแนวทางการวัดและการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ (2549: 157-160) ได้กล่าวถึงแนวทางการวัดและการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินผลกระบวนการคิดว่าสามารถจำแนกได้ 2 แนวทาง ได้แก่ 1) การประเมินผลโดยใช้แบบทดสอบ ซึ่งอาจเป็นแบบสอบมาตรฐานหรือ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมาเองซึ่งเป็นแบบวัดการคิดที่เหมาะสมกับความต้องการในการวัดและ 2) ใช้การประเมินตามสภาพจริง ซึ่งมีแนวทางในการประเมิน 2 ลักษณะ ดังนี้

ลักษณะที่ 1 ประเมินจากพฤติกรรมการแสดงออก ได้แก่ การพูด การฟัง การอภิปราย การร่วมกิจกรรมตามที่กำหนด การเก็บข้อมูลเพื่อประเมินผลกระบวนการคิดจากพฤติกรรมการแสดงออกควรใช้วิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ การใช้ผลบันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง เช่น เพื่อนร่วมชั้น ผู้สอน เป็นต้น

ลักษณะที่ 2 ประเมินจากผลงานและชิ้นงานที่เกิดขึ้น กรประเมินผลการคิดในลักษณะที่สองนี้สามารถใช้วิธีการที่หลากหลายได้ เช่น การตรวจงานหรือผลงานของนักเรียน การรายงานตนเองของผู้เรียน การใช้บันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง และการใช้แฟ้มสะสมงาน

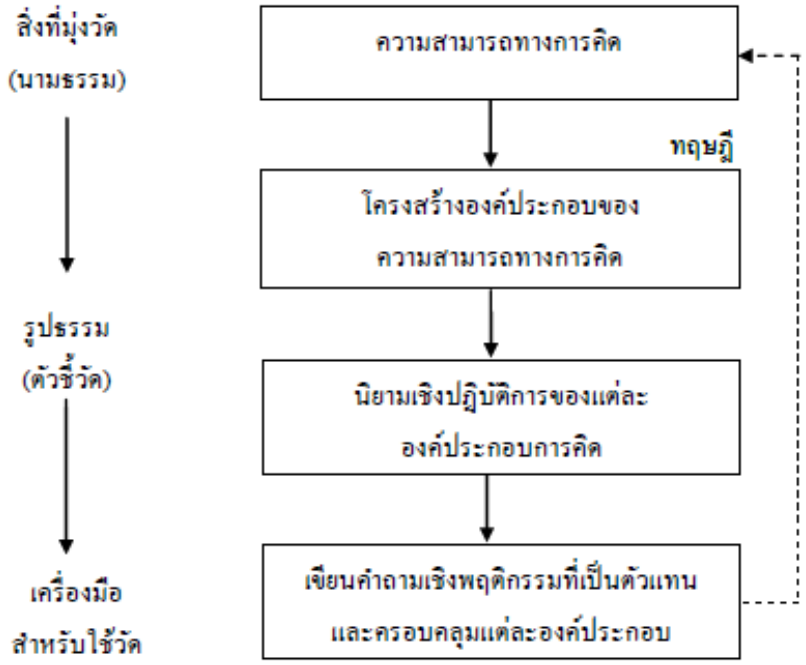
ศิริชัย กาญจนวาสี (2551:58-63) ได้กล่าวถึงแนวทางการวัดและการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดความสามารถในการคิดเป็น 2 ลักษณะคือ แบบสอบมาตรฐานที่ใช้สำหรับการวัดความสามารถในการคิด และแบบสอบสำหรับวัดความสามารถทางการคิดที่สามารถสร้างขึ้นใช้เอง โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. แบบสอบมาตรฐานที่ใช้สำหรับวัดความสามารถในการคิด เป็นแบบสอบมาตรฐานที่มีผู้สร้างไว้แล้ว สำหรับใช้วัดความสามารถในการคิด สามารถจัดกลุ่มได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่ แบบสอบการคิดทั่วไป และแบบสอบการคิดเฉพาะด้าน

2. การสร้างแบบวัดการคิดขึ้นใช้เอง ในการสร้างแบบวัดการคิดขึ้นใช้เองเป็นการสร้างแบบวัดการคิดเพื่อให้เหมาะสมกับความต้องการในการวัดการคิดที่ต้องการวัด โดยมีหลักการสร้างและขั้นตอนการพัฒนาแบบวัดความสามารถทางการคิด ดังนี้

2.1 หลักการสร้างแบบวัดความสามารถทางการคิด

การวัดความสามารถทางการคิดของบุคคล ผู้สร้างเครื่องมือจะต้องมีความรอบรู้ในแนวคิดหรือทฤษฎีที่เกี่ยวกับ “การคิด” เพื่อนำมาเป็นกรอบหรือโครงสร้างของการคิด เมื่อมีการกำหนดนิยามเชิงปฏิบัติการของโครงสร้าง/องค์ประกอบการคิดแล้วจะทำให้ได้ตัวชี้วัดหรือลักษณะพฤติกรรมเฉพาะที่เป็นรูปธรรม ซึ่งสามารถบ่งชี้ถึงโครงสร้าง/องค์ประกอบการคิดจากนั้นจึงเขียนข้อความตามตัวชี้วัดหรือลักษณะพฤติกรรมเฉพาะของแต่ละองค์ประกอบของการคิดนั้นๆ ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 แสดงหลักการสร้างแบบวัดความสามารถทางการคิด

2.2 ขั้นตอนการพัฒนาแบบวัดความสามารถทางการคิด มีขั้นตอนในการดำเนินการที่สำคัญ ดังนี้

1) กำหนดจุดมุ่งหมายแบบวัด

กำหนดจุดมุ่งหมายสำคัญของการสร้างแบบวัดความสามารถทางการคิด ผู้พัฒนาแบบวัดจะต้องพิจารณาจุดมุ่งหมายของการนำแบบวัดไปใช้ด้วยว่า ต้องการวัดความสามารถทางการคิดทั่ว ๆ ไป หรือต้องการวัดความสามารถทางการคิดเฉพาะวิชา (Aspect-Specific) การวัดมุ่งติดตามความก้าวหน้าของความสามารถทางการคิด (Formative) หรือต้องการเน้นการประเมินผลสรุปรวม (Summative) สำหรับการตัดสินใจ รวมทั้งแปลผลการวัด

เน้นการเปรียบเทียบกับมาตรฐานของกลุ่ม (Norm-Referenced) หรือต้องการเปรียบเทียบกับเกณฑ์หรือมาตรฐานที่กำหนดไว้ (Criterion- Referenced)

2) กำหนดกรอบของการวัดและนิยามเชิงปฏิบัติการ

ผู้พัฒนาแบบวัดควรศึกษาเอกสาร แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางการคิดตามจุดมุ่งหมายที่ต้องการ และควรคัดเลือกแนวคิดหรือทฤษฎีบทที่เหมาะสมกับบริบทและจุดมุ่งหมายที่ต้องการเป็นหลัก แล้วศึกษาให้เข้าใจอย่างลึกซึ้ง เพื่อกำหนดโครงสร้าง/องค์ประกอบของความสามารถทางการคิดตามทฤษฎีและนิยามเชิงปฏิบัติการ (operational definition) ของแต่ละองค์ประกอบในเชิงรูปธรรมของพฤติกรรมที่สามารถบ่งชี้ถึงลักษณะแต่ละองค์ประกอบของการคิดนั้นได้

3) สร้างผังข้อสอบ (Table of Specification)

การสร้างผังข้อสอบเป็นการกำหนดเค้าโครงของแบบวัดความสามารถทางการคิดที่ต้องการให้ครอบคลุม โครงสร้างหรือองค์ประกอบใดบ้างตามทฤษฎีและกำหนดว่าแต่ละส่วนมีน้ำหนักความสำคัญมากน้อยเพียงใด ในกรณีที่ต้องการสร้างแบบวัดความสามารถทางกรคิดสำหรับใช้เฉพาะวิชาใดวิชาหนึ่ง ผู้พัฒนาแบบวัดจะต้องกำหนดเนื้อหาวิชานั้นด้วยว่าจะใช้เนื้อหาใดบ้างที่เหมาะสมนำมาใช้วัดความสามารถทางการคิด พร้อมทั้งกำหนดน้ำหนักความสำคัญของแต่ละเนื้อหาของแต่ละองค์ประกอบความสามารถทางการคิดเป็นผังข้อสอบสำหรับนำไปใช้เขียนข้อสอบต่อไป

4) เขียนข้อสอบ

กำหนดรูปแบบของการเขียนข้อสอบ ตัวคำถาม ตัวคำตอบ และวิธีการตรวจให้คะแนนโดยมีการกำหนดเกณฑ์การตรวจไว้ เมื่อกำหนดรูปแบบของข้อสอบแล้ว ลงมือร่างข้อสอบตามผังข้อสอบที่กำหนดไว้จนครบทุกองค์ประกอบ ภาษาที่ใช้ควรเป็นไปตามหลักการเขียนข้อสอบที่ดีโดยทั่วไป หลังจากร่างข้อสอบเสร็จแล้ว ควรมีการทบทวนข้อสอบถึงความเหมาะสมของการวัดและความชัดเจนของการใช้ภาษา โดยผู้เขียนข้อสอบเองและผู้ตรวจสอบที่มีความเชี่ยวชาญในการสร้างข้อสอบวัดความสามารถในการคิด

5) นำแบบวัดไปทดลองใช้ วิเคราะห์คุณภาพและปรับปรุงจริง หรือกลุ่มใกล้เคียง โดยทำการวิเคราะห์ข้อสอบและวิเคราะห์แบบสอบ

วิเคราะห์ข้อสอบเพื่อตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบเป็นรายข้อในด้านความยาก (p) และอำนาจจำแนก (r) เพื่อคัดลอกข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะและมีอำนาจจำแนกสูงไว้ และปรับปรุงข้อที่ไม่เหมาะสม

คัดเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพเหมาะสม และ/หรือข้อสอบที่ปรับปรุงแล้วให้ได้จำนวนตามผังข้อสอบ เพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจความตรงตามเนื้อหา และนำไปทดลองใช้อีกเพื่อวิเคราะห์แบบสอบในด้านความเที่ยง (Reliability) แบบสอบควรมีความเที่ยงเบื้องต้นอย่างน้อย 0.50 จึงเหมาะสมที่จะนำไปใช้ได้ ส่วนการตรวจสอบความตรง (Validity) ของแบบสอบถ้าสามารถหาเครื่องมือวัดความสามารถทางการคิดที่เป็นมาตรฐานสำหรับใช้เปรียบเทียบได้ก็ควรคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความตรงตามสภาพ (Concurrent Validity) ของแบบสอบด้วย

6) นำแบบวัดไปใช้จริง

หลังจากวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบเป็นรายข้อ และวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบทั้งฉบับว่าเป็นไปตามเกณฑ์คุณภาพที่ต้องการแล้ว จึงนำแบบวัดความสามารถทางการคิดไปใช้กับกลุ่มเป้าหมายจริง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: Online) ได้กล่าวถึงแนวทางการวัดและการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การสร้างข้อสอบวัดความสามารถในการคิดนั้นจำเป็นต้องมีสถานการณ์ที่น่าสนใจและกระตุ้นให้เกิดการคิดสถานการณ์ที่นำมาใช้อาจเป็นเป็นสถานการณ์จริง สถานการณ์จำลอง เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ หรือประเด็นที่สังคมให้ความสนใจ หรือเป็นเรื่องราวที่สมมติขึ้นอย่างมีเหตุมีผล ซึ่งอยู่ในรูปของข้อความ แผนภาพ รูปภาพ หรือตารางข้อมูล ที่สามารถหาได้จากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เช่น บทความจากหนังสือหรือวารสาร หรือข่าวจากหนังสือพิมพ์ โดยผลคะแนนที่ได้จากการวัดความสามารถในการคิดนั้นสามารถใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาและส่งเสริมการคิดด้านอื่น ๆ ของผู้เรียนต่อไป

ชนาธิป พรกุล (2554 :219-220) ได้กล่าวถึงแนวทางการวัดและการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในสมอง เมื่อต้องการวัดการคิดจึงเป็นการวัดความสามารถในการคิดซึ่งแสดงออกในลักษณะต่าง ๆ หรืออาจกล่าวได้ว่า การวัดการคิดเป็นการวัดที่แสดงร่องรอย ของการคิด ซึ่งแบ่งสิ่งที่วัดออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ 1) ผลของการคิด แสดงให้เห็นเป็นความคิดผลงานหรือการกระทำ โดยสามารถวัดจากแบบทดสอบ แบบสัมภาษณ์ แบบตรวจผลงานการคิดและแบบสังเกตพฤติกรรมการคิด 2) กระบวนการของการคิด แสดงให้เห็น เป็นขั้นตอนการปฏิบัติงาน หรือการแก้ปัญหา วัดจากแบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงาน แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหา 3) คุณลักษณะของบุคคล หรือเจตคติสังเกตเห็นได้ จากลักษณะการเป็นผู้ใฝ่รู้ คิดไกล คิดลึกซึ้ง คิดรอบคอบ คิดชัดเจน มีวิจารณญาณ คิดสร้างสรรค์ วัดจากแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดและแบบสัมภาษณ์ โดยเวลาที่วัดความสามารถในการคิดควรวัดก่อนการสอน ระหว่างการสอน (ทุกบทเรียน/หน่วยการ

เรียนรู้) และหลังการสอน โดยทำอย่างสม่ำเสมอและต่อเนื่อง ซึ่งในการวัดการคิดอาจวัดรวมไปกับเนื้อหาวิชาในแบบสอบตามปกติ หรือแยกต่างหาก

สรุปได้ว่า แนวทางการวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ได้แก่ แบบทดสอบ แบบสัมภาษณ์ แบบตรวจผลงานการคิด และแบบพฤติกรรมการคิด ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการวิจัยและได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือ เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์มาจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 130) ตามเกณฑ์ดังนี้

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา

   3 คะแนน (ดี) หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง

   2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน

   1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา

2. การวางแผน

   3 คะแนน (ดี) หมายถึง เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับปัญหา

   2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา

   1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

   3 คะแนน (ดี) หมายถึง นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน

   2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน

   1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง นำการแก้ปัญหาไปใช้ไม่อย่างถูกต้อง หรือไม่

แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

4. การสรุปคำตอบ

3 คะแนน (ดี) หมายถึง สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์

2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน

1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1. อธิบายเหตุผลในการทำความเข้าใจปัญหา

3 คะแนน (ดี) หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน มีการอ้างที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี

1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง

2. อธิบายเหตุผลในการวางแผนของการแก้ปัญหา

3 คะแนน (ดี) หมายถึง เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสมและสอดคล้องกับปัญหา มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา มีการอ้างที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี

1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง

3. อธิบายเหตุผลในการเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

3 คะแนน (ดี) หมายถึง นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหาให้สอดคล้องกับการวิเคราะห์ปัญหา

2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน มีการอ้างที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหาให้สอดคล้องกับการวิเคราะห์ปัญหาได้เพียงบางส่วนหรือไม่ชัดเจน

1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง นำการแก้ปัญหาไปใช้ไม่อย่างถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ได้ มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง ไม่สามารถอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหาได้ หรือไม่เขียนอธิบายเหตุผล

4. อธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

3 คะแนน (ดี) หมายถึง สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล อธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา

2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน มีการอ้างที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอ แนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี อธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ไม่สอดคล้องกับปัญหา

1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ให้เหตุผล

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เน้นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1.การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา

3 คะแนน (ดี) หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์

2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น

1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

2.การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการวางแผนการแก้ปัญหา

3 คะแนน (ดี) หมายถึง เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์

2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น

1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

3. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา

3 คะแนน (ดี) หมายถึง นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์

2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น

1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง นำการแก้ปัญหาไปใช้ไม่อย่างถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

4. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการสรุปคำตอบ

3 คะแนน (ดี) หมายถึง สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์

2 คะแนน (พอใช้) หมายถึง สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น

1 คะแนน (ต้องปรับปรุง) หมายถึง นำไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน จากเกณฑ์การตรวจให้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน (ตารางที่ 3-5) โดยคำนวณหาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555:122)

การประเมินผลการทำแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละครั้ง จะได้ผลการประเมินเป็นระดับคุณภาพของผู้เรียนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ การสรุปผลการประเมินจึงต้องมีการแปลงระดับคุณภาพที่ได้ในแต่ละครั้งให้เป็นคะแนนตามระดับคุณภาพเพื่อนำไปใช้ในการคำนวณหาคะแนนรวม แล้วนำคะแนนรวมที่ได้ไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์ในการตัดสินผลเพื่อแปลงจากคะแนนรวมที่ได้เป็นระดับคุณภาพที่ใช้ในการสรุปผลการประเมิน โดยผู้วิจัยใช้ค่าร้อยละของคะแนนรวมมาพิจารณาสรุประดับคุณภาพของการทำแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

ระดับดีมาก	หมายถึง ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 80 ขึ้นไป
ระดับดี	หมายถึง ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 60-79
ระดับพอใช้	หมายถึง ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 40-59
ระดับต้องปรับปรุง	หมายถึง ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละต่ำกว่า 40

แบบทดสอบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัยหรือแบบทดสอบความเรียง เป็นแบบทดสอบที่มีคุณค่ามากในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนั้นเรียน จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ได้นี้

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542 : 72) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยว่า แบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่มีลักษณะ ผู้ตอบต้องเขียนบรรยาย ผู้ตอบมีสิทธิ์จะเขียนตอบอย่างเสรี อาจจะมีมีคำตอบถูกหลาย ๆ ทาง คำตอบของข้อสอบข้อเดียวกัน อาจจะมีความแตกต่างทั้งในด้านคุณภาพและความถูกต้อง

สมนึก ภัททิยธนี (2551 : 67) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยว่า แบบทดสอบอัตนัยหมายถึง แบบทดสอบที่มีเฉพาะคำถามผู้เรียนต้องคิดหาคำตอบเองโดยการเขียนอย่างเสรี ลักษณะของคำตอบไม่คงที่แน่นอน ได้แก่ แบบทดสอบอัตนัย หรือความเรียน แบบตอบสั้นๆ และแบบเติมคำ

อรนุช ศรีสะอาด (2551 : 50) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยว่า แบบทดสอบอัตนัยหรือแบบความเรียงเป็นแบบทดสอบที่มีคำถามให้ และให้ผู้ตอบเขียนตอบยาว ๆ ภายในเวลาที่กำหนด ข้อสอบประเภทนี้แต่ละข้อ จะวัดได้หลาย ๆ ด้าน เช่น ในด้านการใช้ภาษา ความคิด เจตคติ เป็นต้น

ไพศาล วรคำ (2554 : 235) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยว่า แบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่มีการตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยต่ำ หรือคะแนนที่ได้จะขึ้นอยู่กับการพิจารณาของผู้ตรวจให้คะแนนแต่ละคน เช่น แบบทดสอบความเรียง แบบทดสอบเติมคำ เป็นต้น

สรุปได้ว่า แบบทดสอบอัตนัย คือ แบบทดสอบที่ใช้คำถาม ให้ผู้ตอบจะต้องเขียนบรรยายตามความคิดของตน ซึ่งผู้ตอบมีสิทธิ์จะเขียนตอบอย่างเสรีเป็นข้อสอบที่วัดได้หลายด้าน โดยเฉพาะการแก้ปัญหา แต่มีการตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยต่ำ จึงต้องสร้างกฎเกณฑ์ในการให้คะแนนที่สมเหตุสมผล

ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ดังนี้

Mehrens and Lehmann (1969 : 206-277) กล่าวถึงประเภทแบบทดสอบอัตนัย โดยแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ตามลักษณะของความมีอิสระในการตอบดังนี้

1. แบบตอบขยาย (Extended Response) หรือแบบไม่จำกัดคำตอบ (Unrestriced Response) ข้อสอบแบบนี้จะถามความรู้ความสามารถต่าง ๆ โดยให้อิสระในการตอบแก่นักเรียนหรือผู้สอบมาก เปิดโอกาสให้เขียนแสดงความคิดเห็น อธิบาย อภิปรายได้อย่างเต็มที่ทุกแง่ทุกมุมตามที่ต้องการไม่จำกัด ลักษณะคำถามจึงกว้างขวาง เหมาะกับการวัดความสามารถด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทัศนคติ และการประเมินค่า (Evaluation) เพราะข้อสอบแบบนี้

ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักรวบรวมความคิดต่าง ๆ การประเมินคุณค่าของสิ่งเหล่านั้นและการใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุผลนี้ ปริมาณคำตอบของข้อสอบแบบนี้จึงขึ้นอยู่กับคำถามและความรู้ที่สั่งสมไว้ว่ามีมากน้อยเพียงใด ประกอบกับความสามารถในการจัดระบบการตอบ และความสามารถในการใช้ภาษาของนักเรียนแต่ละคนเป็นสำคัญ จุดอ่อนของการถามแบบนี้อยู่ที่ การให้คะแนน เพราะยากที่จะหาเกณฑ์ในการให้คะแนนที่ถูกต้องเที่ยงตรงได้ คำถามที่ใช้มักจะเป็นคำถามประเภท “จงอภิปราย , เปรียบเทียบ , แสดงความคิดเห็น” เป็นต้น

2. แบบทดสอบจำกัด (Restricted Response หรือ Short – Essay Item) ข้อสอบนี้สามารถอุดจุดอ่อนของคำถามแบบแรกได้ ทั้งนี้เนื่องจากข้อสอบแบบขยายคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ให้อิสระในการตอบโดยไม่จำกัด ทำให้ได้คำตอบที่แตกต่างกันมาก จึงมักมีปัญหาในการตรวจคะแนน โดยเฉพาะในแง่ของการเปรียบเทียบกันในกลุ่ม ข้อสอบแบบนี้จึงถามแบบเจาะจง ผู้เขียนข้อจะกำหนดขอบเขต ลักษณะการตอบตลอดจนเนื้อหา ทิศทางการตอบและความยาวในการตอบไว้ด้วยคำตอบจึงสั้นและอยู่ภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้ ผู้ตอบต้องจัดเรียบเรียงความคิดเห็นให้เป็นระเบียบแล้วตอบให้ตรงประเด็นของคำถามเพียงสั้น ๆ โดยไม่มีโอกาสอภิปรายแสดงความคิดเห็นนอกเหนือที่กำหนดไว้ให้ ข้อสอบแบบนี้จึงมีความสะดวกในการให้คะแนนมากกว่าแบบแรก เพราะมีเกณฑ์ต่าง ๆ ที่จะตัดสินใจให้คะแนนมากขึ้น ผู้เขียนข้อสอบจึงจำเป็นต้องระมัดระวังในเรื่องคำสั่งโจทย์ ขอบเขตเนื้อหา และเวลาที่กำหนดให้นักเรียนตอบคำถามที่ใช้มักอยู่ในรูป “ จงนิยาม , ตอบสั้น ๆ , อธิบายสั้น ๆ ” อย่างไรก็ดี ข้อสอบแบบนี้ให้โอกาสแก่นักเรียนน้อยมากในการแสดงความสามารถเกี่ยวกับการจัด การรวบรวม การแสดงความคิดเห็น และการจัดหาสิ่งต่าง ๆ ที่จำเป็นเกี่ยวกับการตอบ จึงมีประโยชน์สำหรับการวัดผลการเรียนรู้ระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์แต่จะมีคุณค่าน้อยมากถ้าจะนำไปใช้ในระดับการสังเคราะห์และการประเมินค่า

Hopkins and Antes (1990 : 231-232) กล่าวถึงประเภทแบบทดสอบอัตนัย แบ่งประเภทของแบบทดสอบอัตนัยออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. แบบที่มีขอบเขตกว้างแต่ให้เวลาจำกัด (Extended-Response) ข้อสอบลักษณะนี้จะทดสอบทักษะของผู้เขียนในการเลือกว่าเขียนอะไรและจะเขียนมากน้อยแค่ไหนในแต่ละส่วน รวมทั้งความสามารถในการจัดระเบียบและแสดงความคิดในเชิงตรรกะ ข้อสอบเขียนบรรยายแบบขยายความนี้เป็นข้อสอบประเภทปลายเปิด (Open-Ended) และไม่ได้จำกัดความคิดของนักเรียน ข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ในการประเมินการเขียน โดยเฉพาะศิลปะเกี่ยวกับการใช้ภาษา

2. แบบจำกัดคำตอบ (Limited-Response) จะมีขอบเขตกว้างหรือแคบก็ได้ แต่นักเรียนควรจะรู้อย่างแน่ชัดว่าขีดจำกัดนั้นคืออะไรข้อสอบนี้จะให้ขีดจำกัดที่ระบุได้อย่างชัดเจน เพื่อสร้างขอบเขตในการตอบให้นักเรียน กล่าวคือนักเรียนต้องตอบในกรอบเนื้อหา ที่จำกัดข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ต่อครูผู้สอนที่ต้องการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งต่างจากแบบทดสอบอัตนัยแบบที่มีขอบเขตกว้างที่ต้องการวัดด้านทักษะการเขียนผู้ออกข้อสอบควรพิจารณาถึงจุดมุ่งหมายในการวัดผลก่อนตัดสินใจเลือกว่าจะใช้รูปแบบใด

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548 : 34-38) กล่าวถึงประเภทแบบทดสอบอัตนัยว่า ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบคือ แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended response) และแบบจำกัดคำตอบ (Restricted response) ซึ่งขึ้นอยู่กับการให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษาพบว่าเด็กระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ให้อิสระเสรีแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัย การสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่าคุณค่าอย่างยิ่งในการวัดขบวนการทางสมองที่สูงขึ้นตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยากาศกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอกถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี – ข้อเสีย ของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น จงเปรียบเทียบข้อดี – ข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่มมาอย่างละเอียด เพราะเหตุใดเอดิสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมากจากการทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น จงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศเกาหลีและเวียดนามมา 3 ประเภท

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีเหตุผล เช่น จงเปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลการปกครองระบอบประชาธิปไตยของอังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือ มีความเชื่อมั่นค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือนักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดตอบ (Restricted response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขตแบบฟอร์มและเนื้อหาที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบสั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วย ตัวอย่างเช่น ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพของพลเมือง จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบอัตนัยมี 2 ประเภท คือ แบบขยายเป็นการทดสอบให้ผู้เขียนตอบได้อย่างอิสระเสรีอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้อย่างมีเหตุมีผลได้อย่างไม่จำกัด และ แบบจำกัดคำตอบ เป็นการระบุคำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัดอย่างชัดเจนหรือสร้างขอบเขตในการตอบของนักเรียน

หลักในการสร้างข้อสอบแบบอัตนัย (Subjective test)

สมบูรณ์ ตันยะ (2545 : 24-29) ได้กล่าวถึงหลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัยว่า

1. การสร้างข้อสอบควรคำนึงถึงลำดับความสำคัญของจุดมุ่งหมายที่วางไว้ตามที่ปรากฏในตารางการวิเคราะห์หลักสูตร จุดมุ่งหมายหรือพฤติกรรมใดมีน้ำหนักความสำคัญมากก็ออกข้อสอบเพื่อวัดพฤติกรรมนั้นมากให้ได้สัดส่วนตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพราะแบบทดสอบแบบนี้ถามได้น้อยข้อ เนื่องจากต้องเสียเวลาตอบนาน

2. พิจารณาให้รอบคอบว่าจะสร้างแบบข้อสอบให้คลุมเนื้อหาอะไรบ้าง เช่น จะสอบเฉพาะเนื้อหาที่ครูบรรยายอย่างเดียว หรือจะครอบคลุมไปถึงส่วนที่นักเรียนร่วมอภิปราย ทำรายงานหรืออ่านนอกเวลาด้วย และควรแจ้งให้ผู้สอนทราบล่วงหน้า เพื่อจะได้เตรียมตัวศึกษาค้นคว้าอย่างลึกซึ้ง

3. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเป็นบางข้อ เพราะอาจมีการได้เปรียบเสียเปรียบกัน อันเนื่องมาจากข้อสอบมีความยากง่ายไม่เท่ากัน คะแนนที่ได้จึงนำมาเปรียบเทียบกันไม่ได้ เพราะตั้งอยู่บนพื้นฐานของการวัดที่ไม่เท่ากัน

4. เขียนคำสั่งให้ชัดเจนว่าข้อสอบนั้น ๆ ต้องการให้ผู้สอบทำอย่างไรมีเกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนอย่างไร ควรให้นักเรียนอ่านคำสั่งให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อนที่จะลงมือปฏิบัติ ควรบอกให้ชัดเจนด้วยว่ามีการแบ่งส่วนคะแนนอย่างไร เพื่อผู้สอบจะได้วางแผนการตอบได้เหมาะสม

5. ถามปัญหาที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้จริง ๆ สามารถตอบปัญหาได้โดยพยายามนำกฎเกณฑ์ หรือความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ไม่ควรเป็นคำถามที่นักเรียนเคยพบหรือเคยทำมาก่อน เพราะจะกลายเป็นการวัดความจำไป

6. พยายามใช้คำถามหลาย ๆ แบบ มิใช่มีแต่คำถามประเภท ใคร อะไร ที่ไหน เมื่อไร เท่านั้น เพราะคำถามประเภทนี้มีลักษณะไปทางวัดความจำมากกว่าวัดสมรรถภาพอื่น คำถามที่ใช้วัดสมรรถภาพที่สูงขึ้นควรจะเป็นคำถามประเภท ทำไม อย่างไร หรือให้บรรยาย อธิบายเปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์ ความขัดแย้ง ตีความ วิเคราะห์เหตุผล วิจารณ์ และประเมินผล เป็นต้น

7. ใช้คำถามที่สามารถบอกได้ว่าคำตอบใดดีกว่าคำตอบใด คำถามนั้น ๆ เมื่อนักเรียนตอบแล้วคนที่มีความรู้ทั้งหลายควรเห็นพ้องกันว่าเป็นคำตอบที่ดี คำตอบใดเป็นคำตอบที่ไม่ดี

8. เมื่อเขียนคำถามแล้วควรเขียนคำตอบที่ต้องการไว้ เพื่อเป็นการตรวจสอบดูว่าคำถามนั้นชัดเจนดีแล้วหรือยัง คำถามนั้นเมื่ออ่านแล้วจะต้องตอบตามที่คิดไว้หรือไม่ หากยังไม่ตรงจะได้แก้ไขก่อนนำไปใช้ได้

9. ถ้าเป็นคำถามที่เกี่ยวกับประเด็นขัดแย้งที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ ข้อสอบนั้นควรมุ่งให้หาหลักฐานมายืนยัน หรือมาสนับสนุนมากกว่าที่จะทดสอบอย่างอื่น เช่น ข้อความที่ยังหาข้อมูลยุติไม่ได้ควรหลีกเลี่ยง การถามว่าถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ แต่ควรจะทดสอบการหาสาเหตุมาสนับสนุนประเด็นนั้น ๆ

10. พยายามสร้างข้อคำถามหลาย ๆ ข้อ ให้พอเหมาะกับเวลาที่สอบ และควรกำหนดความยาวของข้อสอบ และความซับซ้อนของข้อสอบให้พอเหมาะกับความสามารถของผู้สอบ

11. พยายามให้ข้อสอบมีจำนวนมากข้อ เพื่อจะได้ออกให้ครอบคลุมเนื้อหา ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบด้วย เราอาจเพิ่มข้อสอบให้มากข้อโดยกำหนดให้ตอบสั้น ๆ

12. ถ้าข้อสอบมีหลายข้อ ควรจะเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก เพื่อยั่วยุให้อยากตอบยิ่งขึ้น

จากที่ได้กล่าวจากสิ่งสำคัญที่ควรระมัดระวังในการสร้างแบบทดสอบอัตนัยข้างต้นนั้น พอสรุปเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ 3 ประการ คือ

1. การใช้คำในตัวข้อสอบควรให้อ่านง่าย ชัดเจน ไม่กำกวม

2. ควรเขียนข้อสอบที่ต้องการคำตอบสั้น ๆ แต่มีหลายข้อย่อย

3. ให้นักเรียนทำทุกข้อเหมือนกัน ไม่ควรให้มีข้อเลือก

การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายและวิธีการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย วิธีเคราะห์ย่อย และวิธีประเมินรวม ไว้มากมาย เช่น

Ebel (1972 : 149-152) ได้ให้ข้อเสนอแนะสำหรับการตรวจให้คะแนนไว้ 2 รูปแบบ คือ การให้คะแนนด้วยวิธีวิเคราะห์ และวิธีประเมินคุณภาพโดยรวม (Analytic Scoring or Global-quality Scaling)

1. วิธีวิเคราะห์ วิธีนี้ส่วนประกอบที่สำคัญต่าง ๆ ของคำตอบจะเป็นตัวกำหนดการให้คะแนนมากน้อยอย่างอิสระ การพิจารณาจะพิจารณาทั้งส่วนประกอบที่สำคัญของคำตอบและความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบเหล่านั้นด้วยว่าเป็นองค์ประกอบเดียวกันของคำตอบหรือไม่ แต่ถ้าความสัมพันธ์นั้นซับซ้อนและเข้าใจยากวิธีการเทียบเกณฑ์ก็อาจจะทำได้ไม่สะดวกและใช้เวลานาน

2. วิธีประเมินคุณภาพโดยรวม วิธีนี้ผู้ตรวจให้คะแนนจะอ่านคำตอบโดยรวมและพิจารณาความประทับใจ แล้วจึงเปลี่ยนความประทับใจนั้นเป็นระดับคะแนนบันทึกไว้ ทำแบบนี้ทุกๆ ข้อ วิธีการที่ดีกว่า เพื่อควบคุมความสม่ำเสมอ หรือมาตรฐานในการตรวจกระดาษคำตอบที่ต่างกัน คือ การแบ่งกลุ่มคำตอบเป็นคล้าย ๆ กัน เมื่อแบ่งกลุ่มแล้ว ผู้ตรวจให้คะแนนจึงมาพิจารณาตัดสินใจใหม่อีกครั้งว่าแต่ละกองเหมาะสมหรือยัง

ผู้ให้คะแนนจำกำหนดขนาดของแต่ละกองไว้ล่วงหน้าและพยายามแบ่งให้มีการแจกแจงใกล้เคียงกับที่กำหนดไว้ ในการแบ่งกลุ่มนั้นอาจแบ่งได้ดังนี้

1. แบ่งเป็น 3 กอง

ระดับต่ำ		ระดับปานกลาง	ระดับสูง	
25%		50%	25%	
ต่ำที่สุด	ต่ำกว่า	ปานกลาง	สูงกว่า	สูงที่สุด
5%	25%	40%	25%	5%

2. ตรวจให้คะแนนคำตอบแบบคำถามต่อคำถาม มากกว่า คนต่อตน

3. ถ้าเป็นไปได้ ควรปิดบังชื่อของนักเรียนที่ทำข้อสอบไม่ให้ผู้ตรวจให้คะแนนทราบ

4. ถ้าเป็นไปได้ ควรจัดให้มีการตรวจให้คะแนนอย่างอิสระ

Meherns and Lehmann (1969 : 229 - 238) ได้อธิบายถึงการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีประเมินรวม (Holistic Method) ว่าวิธีนี้คำตอบจะไม่ถูกแบ่งออกเป็นส่วน ๆ แต่ผู้ตรวจจะอ่านอย่างรวดเร็วแล้วใช้ความประทับใจและใช้มาตรฐานบางอย่างกำหนดระดับของคำตอบ การตรวจคำตอบจะขึ้นอยู่กับระดับของการแบ่ง อาจจะแบ่งข้อสอบเป็น 2 กลุ่ม คือ “กลุ่มที่ยอมรับได้ – กลุ่มที่ยอมรับไม่ได้” หรือ 5 กลุ่ม คือ “ดีมากจนถึงต่ำกว่ามาตรฐาน” โดยมากจะแบ่งประมาณ 4 หรือ 5 กลุ่ม และอธิบายถึงการตรวจโดยวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Method) ว่าการให้คะแนนวิธีวิเคราะห์เป็นวิธีที่มีรูปแบบคำตอบประกอบด้วยประเด็นเฉพาะที่กำหนดไว้ก่อนแล้ว คะแนนของนักเรียนที่ได้จะขึ้นอยู่กับจำนวนประเด็นที่เขาตอบ รวมไปถึงส่วนอื่น ๆ เช่น แสดงความคิดเห็นได้ชัดเจน การให้เหตุผล และการยกตัวอย่างสนับสนุนในประเด็นคำตอบ และการกำหนดคะแนนในแต่ละประเด็นจะขึ้นอยู่กับเวลาที่ใช้ในการตอบ ความซับซ้อนของคำถาม และเนื้อหาที่ครูสอน

Whitney and Sabers (1976 : 5) ได้เสนอการตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 วิธี คือวิธีเทียบกับเกณฑ์กับวิธีจัดอันดับคุณภาพ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การตรวจสอบโดยวิธีเทียบกับเกณฑ์ (Analytic Method หรือ Point Method) การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ครูจะต้องกำหนดแนวการตอบไว้ล่วงหน้า โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามองค์ประกอบของการตอบ เช่น การจัดเรียงความคิด หลักฐานที่ยกมาอ้าง ตัวอย่างประกอบ เป็นต้น จากนั้นก็กำหนดคะแนนเต็มของแต่ละตอนย่อย เมื่อครูอ่านข้อสอบของนักเรียนก็จะให้คะแนนแต่ละตอนย่อย ๆ มารวมกันเป็นคะแนนที่ได้รับทั้งข้อ

2. การตรวจโดยวิธีการจัดอันดับคุณภาพ (Rating Method หรือ Holistic Method หรือ Scoring Method หรือ Global Scoring) การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ ครูจะอ่านคำตอบของนักเรียนทีละคน เมื่ออ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะแยกกระดาษคำตอบเป็นกลุ่มหรือเป็นกองตามระดับคุณภาพของการตอบ เช่น แยกกระดาษคำตอบออกเป็น 5 กอง ดังเช่น ดีมาก ดี พอใช้ เกือบพอใช้ อ่อน เมื่อครูอ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะจัดกองใดกองหนึ่งในห้ากองนี้หลังจากนั้นครูก็จะพิจารณากระดาษในแต่ละกอง โดยพิจารณาว่าใครตอบดีกว่ากัน แล้วเรียงกระดาษคำตอบตามลำดับของคุณภาพ แล้วให้คะแนนตามลำดับของคุณภาพอีกทีหนึ่ง

Wiersma and Jurs (1985 : 175-177) ได้เสนอการตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบอัตนัย ว่า เป็นแบบทดสอบที่มีความเคร่งครัดในการให้เกณฑ์การให้คะแนนอย่างมาก เพราะว่าเป็นการยากที่จะให้คะแนน กล่าวคือ จะมีความเชื่อถือได้ยาก ซึ่งมีจุดสำคัญอยู่ที่กระบวนการให้คะแนนของผู้ตรวจ วิธีการนี้ก็จะช่วยเพิ่มความเป็นปรนัยในการให้คะแนนเพิ่มขึ้น อย่างไรก็

ตามต้องอาศัยเวลาที่มากขึ้นในการตรวจ ที่ก่อนจะให้คะแนนครูจะต้องมีวิธีการหรือกำหนดกรอบของคำตอบไว้ล่วงหน้า เรียกว่า โมเดลคำตอบ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นการกำหนดค่าให้ประเด็นสำคัญ ๆ ที่จะทำให้การตรวจแตกต่างกันน้อยที่สุด วิธีการให้คะแนนมี 2 วิธี คือ

1. การให้คะแนนวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Scoring) จุดสำคัญของการให้คะแนนคำตอบอยู่ที่การจำแนกและกำหนดขอบเขตของคำตอบเป็นรายละเอียด มีความชัดเจนมากจึงง่ายต่อการตรวจและมีความเชื่อถือได้

2. การให้คะแนนวิธีการให้คุณภาพโดยรวม หรือวิธีการประเมินรวม (Holistic Scoring) เป็นวิธีที่อาศัยความประทับใจกับคำตอบ คำตอบจะถูกมองในภาพรวมมากกว่าจะแยกออกมาเป็นส่วนย่อย โดยจะแยกกระดาษคำตอบออกเป็น 2 กองหรือมากกว่า เช่น กองดีมาก กองดี กองพอใช้ กองแย่มาก การตรวจจะรวดเร็วและง่ายกว่า แต่ทำให้ไม่มีความเป็นปรนัย มีความเชื่อถือได้น้อย

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2545 : 132-138) ได้เสนอการตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบอัตนัยว่า การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรง และเชื่อถือได้ หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานถัดไป คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. กำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด

2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องคำถามเท่านั้น

3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับการให้คะแนน

4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคน สำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวาเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบันมี 2 วิธี คือ

4.1 การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method) การตรวจข้อสอบอัตนัย โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวการตอบไว้ก่อนโดยแยก

แนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนน ผู้ตรวจจะนำเอากระดาษมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวทางคำตอบนั้น ครูผู้ออกข้อสอบควรจะทำไว้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวการตอบเมื่อจะเริ่มตรวจการให้คะแนนแบบนี้เหมาะสมสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบ มากกว่าแบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบ

4.2 การตรวจโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระดาษคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนทีละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจดูคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่น ในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกทีว่า ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้วจึงให้คะแนน ใครอยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

สรุปได้ว่า การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย มีวิธีการให้คะแนนมี 2 วิธี คือ

1. การให้คะแนนวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Scoring) จุดสำคัญของการให้คะแนนคำตอบอยู่ที่การจำแนกและกำหนดขอบเขตของคำตอบเป็นรายละเอียด การพิจารณาจะพิจารณาทั้งส่วนประกอบที่สำคัญของคำตอบ มีความชัดเจนมากจึงง่ายต่อการตรวจและมีความเชื่อถือได้

2. การให้คะแนนวิธีการให้คุณภาพโดยรวม หรือวิธีการประเมินรวม (Holistic Scoring) วิธีนี้ผู้ตรวจให้คะแนนจะอ่านคำตอบโดยรวมและพิจารณาความประทับใจ แล้วจึงเปลี่ยนความประทับใจนั้นเป็นระดับคะแนนบันทึกไว้ ทำแบบนี้ทุก ๆ ข้อ คำตอบจะถูกมองในภาพรวมมากกว่าจะแยกออกมาเป็นส่วนย่อย การตรวจจะรวดเร็วและง่ายกว่า แต่ทำให้ไม่มีความเป็นปรนัย มีความเชื่อถือได้น้อย

คุณภาพเครื่องมือ

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอความคิดเกี่ยวกับคุณภาพเครื่องมือไว้ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2544 : 81) ได้เสนอความคิดเกี่ยวกับคุณภาพเครื่องมือไว้ว่า เครื่องมือรวบรวมข้อมูลจะต้องมีคุณภาพหลายประการประกอบกันดังนี้

1. ทุกข้อต้องมีคุณภาพเข้าเกณฑ์ ในด้านระดับความยาก อำนาจจำแนก ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา

2. เมื่อนำทุกข้อที่มีคุณภาพตามข้อ 1 มารวมกันเป็นฉบับ เครื่องมือทั้งฉบับนั้นจะต้องมีคุณภาพในด้านความเที่ยงตรงและความเชื่อมัน

สมนึก ภัททิยธานี (2551 : 193) กล่าวถึงการประเมินคุณภาพแบบทดสอบว่า หมายถึงการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นว่ามีคุณภาพดีเพียงใด ทั้งลักษณะเป็นรายข้อและทั้งฉบับ ถ้าข้อสอบข้อใดหรือฉบับใดมีคุณภาพดีก็ควรนำไปใช้ และถ้าบกพร่องก็ควรปรับปรุงแก้ไข

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551 : 134) ได้เสนอความคิดเกี่ยวกับคุณภาพเครื่องมือไว้ว่า เครื่องมือวัดผลที่ดีจะต้องเป็นเครื่องมือที่มีคุณภาพจึงจะช่วยให้การวัดผลมีความถูกต้องเชื่อถือได้ และผลการประเมินที่ได้ย่อมเชื่อถือได้ด้วย ดังนั้นก่อนที่จะนำเครื่องมือไปใช้จริงควรจะตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือก่อนทุกครั้ง ในเรื่องความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยาก อำนาจจำแนก และความเป็นปรนัย เครื่องวัดผลบางชนิดจำเป็นต้องตรวจคุณภาพให้ครบทั้ง 5 ประการ แต่บางชนิดอาจตรวจสอบเพียงบางประการแล้วแต่ลักษณะเครื่องมือ

ไพศาล วรคำ (2554:254) ได้เสนอความคิดเกี่ยวกับคุณภาพเครื่องมือไว้ว่า คุณภาพเครื่องมือเป็นคุณลักษณะที่บ่งบอกถึงความสามารถของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย เช่น ความเที่ยงตรง ความเชื่อมัน ความยาก และอำนาจจำแนก เป็นต้น คุณสมบัติที่บ่งชี้ถึงคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่นเป็นหลัก ส่วนอำนาจจำแนกนั้นจะใช้เฉพาะในกรณีของแบบทดสอบและแบบสอบถาม และความยากจะใช้เฉพาะกรณีแบบทดสอบเท่านั้น

สรุปได้ว่า คุณภาพของเครื่องมือ เป็นลักษณะที่บ่งบอกถึงความสามารถของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย แสดงให้เห็นถึงความสามารถของเครื่องมือที่จะนำไปใช้ ผลการประเมินที่ได้ย่อมเชื่อถือได้ด้วย เครื่องมือที่ดีควรมีคุณภาพ ซึ่งคุณภาพของเครื่องมือประกอบด้วย ความเที่ยงตรง ความยาก อำนาจจำแนก และความเชื่อมั่น

ความเที่ยงตรง

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความเที่ยงตรง (Validity) หรือความตรง ดังนี้

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552 : 99) ได้กล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความเที่ยงตรง หรือความตรงความเที่ยงตรงไว้ว่า เป็นความใกล้เคียงกันระหว่างค่าที่วัดได้กับค่าที่แท้จริง ถ้าผลการวัดได้มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงเพียงใด ก็ถือว่าการวัดมีความเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้นเพียงนั้น

ความเที่ยงตรงจึงเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุดของแบบวัดความเที่ยงตรงจำแนกตามลักษณะ หรือจุดประสงค์ของการวัดได้ 3 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity)

2. ความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity)

3. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity)

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา หมายถึง เครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามเนื้อหาที่ต้องการวัดความเที่ยงตรงตามเนื้อหา จำแนกได้ 2 ชนิด

1.1 ความเที่ยงตรงเชิงเหตุผล (Logical Validity) เป็นความเที่ยงตรงที่ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดได้ตรงตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรหรือไม่

1.2 ความเที่ยงตรงเชิงพินิจ (Face Validity) เป็นคุณภาพของแบบทดสอบที่พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดได้ตรงตามคุณลักษณะที่นิยามไว้หรือไม่ ซึ่งเป็นความเที่ยงตรงที่เหมาะกับแบบวัดด้านความรู้สึก (Affective Domain) ก่อนสร้างข้อสอบ จะต้องนิยามสิ่งที่จะวัดให้ชัดเจนก่อน หลังจากนั้นจึงจะสร้างข้อสอบหรือข้อความแต่ละข้อว่าสร้างตรงตามที่นิยามไว้หรือไม่ ถ้าสร้างได้ตรงตามที่นิยามไว้ ก็แสดงว่าแบบทดสอบมีความเที่ยวตรงตามเนื้อหาทางด้านความเที่ยงตรงเชิงพินิจ

2. ความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion – Related Validity) หมายถึง คุณภาพของเครื่องมือที่เอาผลการวัดของแบบทดสอยไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่ต้องการ จำแนกได้ 2 ชนิด คือ

2.1 ความเที่ยงตรงเชิงสภาพ (Concurrent Validity) หมายถึง ความเที่ยงตรงที่เอาผลการวัดของแบบที่ทดสอบที่สร้างขึ้นไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ในสภาพปัจจุบัน (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2543 : 251) โดยการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบกับคะแนนเกณฑ์ จากเครื่องมืออื่นที่สามารถใช้บ่งบอกสถานภาพปัจจุบันของลักษณะที่มุ่งวัดนั้นได้ เครื่องมือทั้งสองทำการวัดในเวลาเดียวกัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในทางบวกที่สูง แสดงถึงคะแนนจากแบบทดสอบ สามารถใช้เป็นตัวบ่งชี้ที่ดีของสถานภาพของลักษณะที่มุ่งวัดนั้น

2.2 ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity) หมายถึง ความเที่ยวที่ได้เอามาจากการเอาผลการวัดของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปคำนวณหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ในอนาคตเพื่อที่จะเอาผลการสอบไปพยากรณ์ผลความสำเร็จในอนาคต (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 257) โดยคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจาก

แบบทดสอบ กับคะแนนจากเกณฑ์ จากเครื่องมือที่สามารถบ่งบอกผลสำเร็จของลักษณะที่มุ่งวัดในอนาคตเนื่องจากเครื่องมือทั้งสองทำการวัดในเวลาต่างกัน โดยแบบทดสอบที่สร้างทำการวัดในปัจจุบัน แต่อีกเครื่องมือหนึ่งต้องช่วงเวลาทำการวัดในเวลาต่อมา เพื่อให้ได้คะแนนเกณฑ์อนาคต

3. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) หมายถึง การมองข้อคำถามของแบบวัดโครงสร้างหรือแนวคิดทฤษฎีใดจากผลการตอบข้อคำถามของแบบวัดนั้น ความเที่ยงตรงตามโครงสร้างพิจารณาผลการตอบว่าเป็นไปตามโครงสร้างที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยพิจารณาจากสหสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามของแบบวัดฉบับนั้นกับฉบับอื่นที่พิสูจน์มาแล้ว ความเที่ยงเชิงตรงโครงสร้างมี 4 แบบ ดังนี้

3.1 วิธีหาสหสัมพันธ์

3.2 การวิเคราะห์หลากคุณลักษณะหลายวิธี (Multitrait-Multimethod : MTMM)

3.3 วิธีเปรียบเทียบองค์ประกอบ (Factor Analysis)

ไพศาล วรคำ (2554 : 262-263) ได้กล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความเที่ยงตรง หรือความตรงความเที่ยงตรงไว้ว่า เป็นการนำผลการตรวจสอบของผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาดัชนีที่บ่งบอกถึงความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งคำนวณได้จากความสอดคล้องระหว่างประเด็นที่ต้องการวัดกับข้อคำถามที่สร้างขึ้น ดัชนีนี้เรียกว่า ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index : IOC) โดยแปลงระดับความสอดคล้องเป็นคะแนนดังนี้

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1

ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0

ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น -1

และหาดัชนีความสอดคล้องได้จาก

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่าง แบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้

R แทน เป็นคะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละประเมินในแต่ละข้อ

N แทน เป็นจำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่อง การนับ จำนวน และการคิดคำนวณ ด้วยวิธีการหาความเที่ยงตรงโดยพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index : IOC) (ไพศาล วรคำ. 2554 : 262-263)

ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกไว้หลายทัศนะ ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551 : 138) ได้กล่าวถึงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกไว้ว่า ความยาก (Difficulty) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่บอกให้ทราบว่าข้อสอบนั้นมีคนตอบถูกมากหรือน้อย ถ้ามีคนตอบถูกมากข้อสอบข้อนั้นก็ง่าย ถ้ามีคนตอบถูกน้อยข้อสอบนั้นก็ยาก ถ้ามีคนตอบผิดบ้างถูกบ้างหรือมีคนตอบถูกปานกลางข้อสอบข้อนั้นก็มีความยากปานกลาง ข้อสอบที่ดีมีความยากพอเหมาะควรมีคนตอบถูกไม่ต่ำกว่า 20 คน และไม่เกิน 80 คน จากผู้เข้าสอบ 100 คน ค่าความยากหาได้โดยการนำจำนวนคนที่ตอบถูกหารด้วยจำนวนที่ตอบทั้งหมด และอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนได้ตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ใครรอบรู้ – ไม่รอบรู้ โดยยึดหลักการว่าคนเก่งจะต้องตอบข้อสอบข้อนั้นถูก คนไม่เก่งจะต้องตอบผิด ข้อสอบที่ดีจะต้องแยกคนเก่งกับคนไม่เก่งออกจากกันได้ อำนาจจำแนกมีความสัมพันธ์กับความเที่ยงตรงเชิงสภาพในทางบวก กล่าวคือ ถ้าเครื่องมือใดมีอำนาจจำแนกสูง เครื่องมือนั้นก็มีความเที่ยงตรงเชิงสภาพสูงด้วย

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552 : 225) ได้กล่าวถึงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกไว้ว่า ความยาก (Difficulty) หรือระดับความยากของข้อสอบ (Level of Difficulty of the Items) หมายถึง สัดส่วนของจำนวนคนที่ตอบข้อสอบข้อนั้นถูก เช่น ข้อสอบข้อหนึ่งมีคนตอบ 100 คน ปรากฏว่าตอบถูก 30 คน แสดงว่าข้อสอบข้อนั้นมีระดับความยาก (p) เท่ากับ 0.30 หรือ 30% ดังนั้นระดับความยากของข้อสอบจึงมีค่าตั้งแต่ 0 – 1.0 ถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกมาก p จะมีค่าสูง (ต้องเข้าใกล้ 1) แสดงว่าข้อนั้นง่าย ในทางตรงข้ามถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกน้อย p จะมีค่าต่ำ (เข้าใกล้ 0) แสดงว่าข้อนั้นยาก โดยทั่วไปข้อสอบมีค่า p ระหว่าง 0.20 – 0.80 ถือว่าเป็นข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะ และข้อสอบทั้งฉบับควรมีระดับความยากเฉลี่ยประมาณ 0.50 และ อำนาจจำแนก (Discrimination) หรืออำนาจจำแนกของข้อสอบ หมายถึง ความสามารถของข้อสอบในการจำแนกหรือแยกให้เห็นความแตกต่างระหว่างผู้สอบที่มี

ผลสัมฤทธิ์ต่างกัน เช่น จำแนกคนเก่งกับคนอ่อนออกจากกันได้ ส่วนคนที่อ่อนหรือไม่มีความสามารถไม่ควรทำข้อสอบข้อนั้นได้ อำนาจจำแนกของข้อสอบจะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง +1 แต่อำนาจจำแนกที่ดีจะต้องมีค่าเป็นบวก ควรมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

ตารางเกณฑ์การแปลความหมายของค่าความยากและอำนาจจำแนก เป็นดังนี้

ความยาก	ความหมาย	อำนาจจำแนก	ความหมาย
0.80-1.00	ง่ายมาก	0.60-1.00	ดีมาก
0.60-0.79	ค่อนข้างง่าย	0.40-0.59	ดี
0.40-0.59	ปานกลาง	0.20-0.39	พอใช้
0.20-0.39	ค่อนข้างยาก	0.10-0.19	ค่อนข้างต่ำควรปรับปรุง
0.00-0.19	ยากมาก	0.00-0.09	ต่ำมาก ต้องปรับปรุง

ไพศาล วรคำ (2554 : 292-294) ได้กล่าวถึงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกไว้ว่า คุณลักษณะของข้อสอบหรือข้อคำถามที่สามารถแยกปริมาณของคุณลักษณะที่ต้องการวัดที่มีอยู่ในแต่ละบุคคลได้ เช่น แบบทดสอบข้อสอบที่มีอำนาจจำแนกก็คือข้อสอบที่สามารถแยกคนเก่งออกจากคนอ่อนได้ เทคนิคการหาค่าอำนาจจำแนกมีหลายวิธีตามลักษณะของเครื่องมือดังนี้

1. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงกลุ่ม มีหลายวิธีดังนี้

    1.1 เทคนิคร้อยละ 50

    1.2 เทคนิคร้อยละ 27

    1.3 การหาสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนรายข้อกับคะแนนรวม

    1.4 การหาสหสัมพันธ์แบบ Point Biserial

2. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงเกณฑ์ หาได้ 2 แบบ ดังนี้

    2.1 การหาอำนาจจำแนกของเบรนแนน (Brennan’s Index : B-Index)

    2.2 ดัชนีความไวของข้อสอบ (Sensitive Index : S)

3. การหาอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย

ในกรณีของข้อสอบอัตนัย ค่าคะแนนในแต่ละข้อจะมีได้หลายค่า การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัยสามารถหาได้จากสูตรวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney & Sabers)

สรุปได้ว่า ค่าอำนาจจำแนก (r) คือ คุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนได้ตามความแตกต่างของบุคคลซึ่งสามารถแสดงให้เห็นว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน มีความรอบรู้หรือไม่รอบรู้ โดยยึดหลักการที่ว่าคนเก่ง ย่อมตอบข้อสอบนั้นถูก คนไม่เก่งจะต้องตอบผิด ข้อสอบที่ดีและมีคุณภาพจะต้องสามารถแยกคนเก่งคนไม่เก่งออกจากกันได้

เกณฑ์ในการพิจารณา

1. แบบอิงเกณฑ์

2. แบบอิงกลุ่ม

ประเภทของการวิเคราะห์ข้อสอบแบบรายข้อ

- ข้อสอบแบบเลือกตอบ

- ข้อสอบแบบอัตนัย

เกณฑ์การพิจารณาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย

กังวล เทียนทัณฑ์เทศน์ (2552 : 152) ได้กล่าวเกี่ยวกับเกณฑ์การหาค่าอำนาจจำแนกไว้ว่า ค่าอำนาจจำแนก D ถ้าค่า D เข้าใกล้ +1 หมายถึง การเรียนการสอนบรรลุตามเป้าหมาย คือ ก่อนเรียนผู้ถูกทดสอบไม่มีความรู้ หลังจากเรียนแล้วปรากฏว่ามีความรู้ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ แต่ถ้าค่า D เข้าใกล้ -1 หมายถึง ก่อนเรียนผู้ถูกทดสอบมีความรู้ หลังเรียนแล้วปรากฏว่าผู้ถูกทดสอบไม่มีความรู้เลย กลุ่มผู้ถูกทดสอบจะแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มเก่ง (กลุ่มสูง) และกลุ่มอ่อน (กลุ่มต่ำ) โดยใช้เทคนิค 27% ของจำนวนผู้ถูกทดสอบที่เข้าสอบโดยใช้สูตรของ(Whitney and Sabers)

ความเชื่อมั่น (Reliability)

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความเชื่อมั่นไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ (2543 : 209) ได้กล่าวถึงความเชื่อมั่นไว้ว่า ความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบนักเรียนคนเดียวกันหลายครั้งในแบบทดสอบชุดเดิม การตรวจสอบหรือหาความเชื่อมั่น มีวิธีการอยู่หลายวิธีแต่ละวิธีก็เหมาะสมกับเครื่องมือแต่ละชนิด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของเครื่องมือและคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการศึกษาการหาค่าความเชื่อมั่นแต่ละวิธีมีดังต่อไปนี้

1. แบบสอบซ้ำ (Test-retest Method) เป็นการนำเครื่องมือที่สร้างขึ้นไปสอบวัดกับคนกลุ่มเดียวกันสองครั้งในเวลาต่างกัน ได้คะแนนมาสองชุด นำคะแนนทั้งสองชุดมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ถ้าเป็นคะแนนดิบก็ใช้วิธีของเพียร์สัน ถ้าเป็นคะแนนในรูปอื่นก็หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ด้วยวิธีอื่น ถ้าได้ค่าสัมประสิทธิ์สูงก็แสดงว่าเครื่องมือนั้นมีความเชื่อมั่นสูงการหาค่าความเชื่อมั่นแบบนี้เป็นการวัดความคงที่ภายนอก (Stability) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่คำนวณได้อาจเรียกว่า สัมประสิทธิ์ของความคงที่ (Coefficient Stability)

2. แบบใช้เครื่องมือวัดที่มีลักษณะเท่าเทียมกันหรือคู่ขนาน (Equivalent form or Parallel form Method) เป็นการคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นโดยนำเครื่องมือที่สร้างขึ้นกับเครื่องมืออีกฉบับหนึ่งที่มีคุณภาพเหมือนกันทุกประการคือ เนื้อหา รูปแบบคำถาม จำนวนข้อ

ความยากง่ายเหมือนกัน และมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนเท่ากันทั้งสองฉบับไปสอบวัดกับกลุ่มทดลองเครื่องมือเดียวกัน ได้คะแนนสองชุด นำมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ตามวิธีของเพียร์สัน (ถ้าเป็นคะแนนดิบ) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้เรียกว่า สัมประสิทธิ์ของความเท่าเทียมกัน (Coefficient of Equivalent)

3. แบบแบ่งครึ่ง (Split-half Method) เป็นการนำเครื่องมือที่ต้องการหาความเชื่อมั่นไปสอบวัดกับกลุ่มทดลองด้วยเครื่องมือชุดเดียวกัน แล้วนำเครื่องมือนั้นพร้อมคำตอบมาแบ่งครึ่งเป็นสองฉบับ ส่วนมากแบ่งครึ่งมักจะเป็นข้อคู่ ข้อคี่ ซึ่งแบ่งแล้วจะได้ข้อสอบสองฉบับซึ่งมีจำนวนข้อเท่ากัน ตรวจให้คะแนนข้อคู่ครั้งหนึ่งและข้อคี่ครั้งหนึ่ง ได้คะแนนสองชุด สมาชิกในกลุ่มแต่ละคนจะได้คะแนนตัวนำคะแนนทั้งสองชุดมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ตามวิธีของเพียร์สัน ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จะมีค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือนั้นเพียงครึ่งฉบับ ซึ่งต้องปรับค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ โดยใช้สูตรของ Spearman-Brown

4. แบบของ Kuder - Richardson การหาค่าความเชื่อมั่นวิธีนี้เป็นที่นิยมมาก เพราะมีข้อดีตรงที่ว่าสอบครั้งเดียวกับกลุ่มตัวอย่างทดลองเครื่องมือกลุ่มเดียวแล้วหาความเชื่อมั่นได้ ข้อตกลงเบื้องต้นของวิธีนี้คือ เครื่องมือชุดนั้นต้องวัดลักษณะเดียวกันร่วมกันและการให้คะแนนที่เป็น Dichotomous คือ ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน การหาความเชื่อมั่นวิธีนี้เป็นการหาความคงตัวภายใน (Internal Consistency)

5. แบบของครอนบัค (Cronbach) ในกรณีที่เครื่องมือที่สร้างให้คะแนนแบบจัดอันดับหรือมาตราส่วนประมาณค่า เช่น ข้อสอบอัตนัย แบบสอบถาม มาตรวัดทัศนคติต่าง ๆ ครอนบัค เสนอแนะให้ใช้การหาค่าความเชื่อมั่นโดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient)

6. แบบวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of variance) ซึ่งเป็นวิธีที่ Hoyt เป็นผู้คิดขึ้น เป็นวิธีที่ใช้กับเครื่องมือที่ระบุการให้คะแนนไม่เป็น Dichotomous เช่น สัมภาษณ์ ซึ่งมีผู้สัมภาษณ์และผู้ถูกสัมภาษณ์หลายคน

ความสอดคล้องระหว่างผู้ตรวจให้คะแนน (Interrater Agreement) การลงความเห็นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนนถูกอ้างอิงถึงระดับการตัดสินใจการให้คะแนนพฤติกรรมที่ต้องการศึกษา เป็นความแตกต่างทางความคิดเห็นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนน เป็นความจำทางการวัดผลทางจิตวิทยาที่นำข้อมูลเป็นรายบุคคลและคะแนนรวมในวิชาต่าง ๆ ที่มีจุดมุ่งหมายกำหนดไว้ตามวิธีการของการแสดงความคิดเห็นของผู้ตรวจให้คะแนน มีความตั้งใจในการนำมาใช้กับผู้ฝึกหัด หรือนักศึกษา หรือนักจิตวิทยา นักวัดผลและนักวิจัย

ไพศาล วรคำ (2554 : 272-282) ได้กล่าวถึงความเชื่อมั่นไว้ว่า ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้ง ๆ การหาความเชื่อมั่นของแบบวัดพัฒนามาจากนิยาม เป็นความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลาย ๆ ครั้งแต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคลนั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอเมื่อเวลาผ่านไป จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดขึ้นมาหลายวิธี ภายใต้แนวคิดหลัก 3 แนวคิด คือ

1. การวัดความคงที่ ซึ่งจะวัดความคงที่ของผลการวัดหลาย ๆ ครั้ง

2. การวัดความสมมูลกัน เป็นการวัดด้วยแบบวัดที่เป็นคู่ขนานกัน เพื่อหลีกเลี่ยงการวัดซ้ำ

3. การวัดความสอดคล้องภายใน ซึ่งเป็นการพิจารณาความเชื่อมั่นจากการวัดเพียงครั้งเดียวแล้วหาความสอดคล้องของผลการวัดในแบบวัดนั้น

สรุปได้ว่า ความเชื่อมั่น เป็นความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้งในแบบทดสอบชุดเดิม การตรวจสอบหรือหาความเชื่อมั่นมีวิธีการอยู่หลายวิธีแต่ละวิธีก็เหมาะสมกับเครื่องมือแต่ละชนิด ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของเครื่องมือและคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการศึกษาการหาค่าความเชื่อมั่นแต่ละวิธีมีดังต่อไปนี้ 1) แบบสอบซ้ำ 2) แบบใช้เครื่องมือวัดที่มีลักษณะเท่าเทียมกันหรือคู่ขนาน 3) แบบแบ่งครึ่ง 4) แบบของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน 5) แบบของครอนบัค และ 6) แบบวิเคราะห์ความแปรปรวน

แบบสัมภาษณ์

ความหมายของแบบสัมภาษณ์ (Interview)

การสัมภาษณ์เป็นการสนทนาหรือการชุดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูล เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้วยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกและที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

วัฒนา พัชราวานิช (2540 : 127-128) ได้ให้ความหมายของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริง และทำให้ทราบความต้องการของเด็กเป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้นทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริงโดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้

อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

นิภา เมธาวีชัย (2543 :32) ได้ให้ความหมายของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคลโดยการสนทนา ซักถาม โต้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โครงสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคงแสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

คณะศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. 2547 : 127) ได้ให้ความหมายของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะว่าทำให้ครูรู้ถึงความรู้สึก

สรุปได้ว่า เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคลโดยการสนทนา ซักถาม โต้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อต่อ เพื่อค้นหาข้อเท็จจริง หรือกระบวนการที่เข้าใจ และทำให้ทราบความต้องการของบุคคลนั้น เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา โดยจะสังเกตบุคลิก วาจา พฤติกรรมทางกายและนำผลจากการสังเกตมาสรุป

ประเภทของแบบสัมภาษณ์

มีนักวิชาการหลายคน ได้สรุปประเภทของแบบสัมภาษณ์ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2545 : 78-80) ได้กล่าวถึงประเภทของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์อาจแบ่งออกได้หลายแบบ ในที่นี้จะกล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ที่แบ่งตามเทคนิคการสัมภาษณ์ ซึ่งแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured Interview) การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะทำการสัมภาษณ์ตามคำถามที่ได้สร้างขึ้นและพิมพ์ไว้ในแบบสัมภาษณ์ผู้ให้สัมภาษณ์ทุกคนจะตอบคำถามชุดเดียวกัน อย่างเดียวกัน ผู้สัมภาษณ์จะจดบันทึกคำตอบของผู้ให้สัมภาษณ์ลงในแบบสัมภาษณ์นั้น ข้อดีของการสัมภาษณ์แบบนี้คือผู้วิจัยสามารถจัด

หมวดหมู่ สรุปได้ง่าย และลดเวลา ในการสมภาษณ์

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview) เป็นการสัมภาษณ์ ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน และผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงสถานการณ์ให้เหมาะสมตามวัตถุประสงค์ในขณะสัมภาษณ์ได้ในการสัมภาษณ์แบบนี้ อาจมีแนวการสัมภาษณ์ (Interview Guide) ซึ่งจะมีหัวข้อของข้อมูลที่ต้องการระบุไว้เพื่อให้ผู้สัมภาษณ์จะได้ตั้งคำถามในแต่ละหัวข้อเอง ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความสามารถและความชำนาญในการสัมภาษณ์มาก

รวีวรรณ ชินตระกูล (2547 : 119-120) ได้กล่าวถึงประเภทของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า ประเภทของการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) การสัมภาษณ์วิธีนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตาม แบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถามเหมือนกันทุกข้อ คำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured fom) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ(Non-directive interview) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนาผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์

จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุดเพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้วจึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้นๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริงไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

ไพศาล วรคำ (2554 : 253-254) ได้กล่าวถึงประเภทของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์เป็นการพูดคุยเพื่อให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ ข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้สัมภาษณ์ การสัมภาษณ์มี 2 ประเภท คือ

1. แบบมีโครงสร้าง มีลักษณะคล้ายกับแบบสอบถาม คือ มีการเตรียมคำถามไว้ในแบบฟอร์ม ผลจากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับคำถามในแบบฟอร์มที่กำหนด เหมาะสำหรับผู้สัมภาษณ์ที่ไม่ค่อยมีเวลาและยังไม่มีความชำนาญในการสัมภาษณ์

2. แบบไม่มีโครงสร้าง จะมีเฉพาะหัวข้อหรือแนวทางในการสัมภาษณ์เท่านั้น เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ้ง เปิดโอกาสให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่

สรุปได้ว่า ประเภทแบบสัมภาษณ์แบ่งได้ 2 ประเภท ได้แก่ 1) การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง คือ เป็นการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง ผู้ให้สัมภาษณ์ทุกคนจะตอบคำถามชุดเดียวกัน ผลของการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับคำถามในแบบฟอร์มที่กำหนด เหมาะสำหรับผู้สัมภาษณ์ที่ไม่ค่อยมีเวลาและยังไม่มีความชำนาญในการสัมภาษณ์ และ 2) แบบสัมภาษณ์ไม่มีโครงสร้าง คือ เป็นการสัมภาษณ์ ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน เปิดโอกาสให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่ เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ้ง ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความสามารถและชำนาญในการสัมภาษณ์มาก

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาส่วนประกอบของแบบสัมภาษณ์ หลักในการสัมภาษณ์ คุณสมบัติของผู้สัมภาษณ์ที่ดี ข้อดีและข้อจำกัดของการสัมภาษณ์ การสร้างแบบสัมภาษณ์ และ

การตรวจสอบคุณภาพของแบบสัมภาษณ์ ดังนี้ (ไพศาล วรคำ 2554 : 253-254)

ส่วนประกอบของแบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์โดยทั่วไปจะประกอบไปด้วยส่วนที่สำคัญ 3 ส่วน คือ

1. ส่วนแรก เป็นส่วนที่ใช้บันทึกข้อมูลเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ เช่น ชื่อโครงการวิจัย วัน เดือน ปี ที่สัมภาษณ์ ชื่อหมู่บ้าน ตำบล อำเภอ จังหวัด ฯลฯ ในส่วนนี้ผู้สัมภาษณ์ควรกรอกไว้ล่วงหน้า

2. ส่วนที่สอง เป็นส่วนที่ใช้บันทึกรายละเอียดส่วนตัวของผู้ให้การสัมภาษณ์ เช่น เพศ อายุ อาชีพ ศาสนา สถานภาพสมรส จำนวนบุตร ฯลฯ

3. ส่วนที่สาม เป็นส่วนที่เป็นข้อคำถาม และที่จะเป็นคำตอบตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์

หลักในการสัมภาษณ์

เพื่อให้การรวบรวมข้อมูลโดยการสัมภาษณ์ดำเนินไปได้อย่างดี ได้ข้อมูลที่ถูกต้อง เที่ยงตรง ควรมีหลักดังนี้

1. การเตรียมตัวก่อนไปสัมภาษณ์

1.1 ผู้สัมภาษณ์ต้องเข้าใจจุดประสงค์ของการวิจัยอย่างแจ่มชัด

1.2 ทำการนัดแนะเวลาและสถานที่สัมภาษณ์กับกลุ่มตัวอย่างที่จะไปสัมภาษณ์

กรณีที่จะไปสัมภาษณ์กับประชาชนในหมู่บ้าน ควรทำหนังสือขออนุญาตไปยังฝ่ายปกครอง เช่น นายอำเภอ กำนัน ไว้ล่วงหน้า อาจนัดสัมภาษณ์รวมกันที่วัดหรือไปสัมภาษณ์ตามบ้านของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งจะต้องศึกษาแผนที่หมู่บ้านและกำหนดเขตสัมภาษณ์ของแต่ละคนให้ชัดเจน จะได้ไม่สัมภาษณ์ซ้ำซ้อนกัน

ในกรณีสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง ผู้วิจัยเข้าไปคลุกคลีอยู่ในบ้านอยู่แล้ว และจะพบปะพูดคุยกันตามโอกาสที่เหมาะสม จึงไม่จำเป็นต้องดำเนินการตามข้อ 1.2

1.3 กรณีสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง จะต้องเตรียมแบบสัมภาษณ์ไว้ล่วงหน้า

1.4 ทำการซักซ้อมการสัมภาษณ์รวมทั้งวิธีบันทึกข้อมูลไว้ล่วงหน้าให้คล่องแคล่วไม่ประหม่าหรือเก้อเขิน ถ้าเป็นไปได้ควรท่องจำคำถามต่าง ๆ ไว้ ซึ่งจะช่วยให้ดำเนินการสัมภาษณ์ไปได้อย่างราบรื่น

2. การเริ่มต้น

2.1 ก่อนเริ่มสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรแนะนำตนเอง บอกจุดม่งหมายของการสัมภาษณ์ให้ผู้ที่จะให้สัมภาษณ์เข้าใจ

2.2 สร้างความคุ้นเคย ความเป็นมิตร โดยสนทนาในเรื่องที่คาดว่าผู้ให้สัมภาษณ์จะสนใจ โดยใช้เวลาเล็กน้อย

3. การดำเนินการสัมภาษณ์

3.1 ผู้สัมภาษณ์ต้องมีกิริยาสุภาพเรียบร้อย ยิ้มแย้มแจ่มใส

3.2 ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย ชัดเจน ไม่แปลได้หลายทาง เหมาะสำหรับระดับผู้ให้สัมภาษณ์

3.3 ใช้คำถามที่สามารถตอบได้ทันที

3.4 สัมภาษณ์ทีละคำถาม

3.5 ผู้สัมภาษณ์ต้องมีพื้นความรู้อย่างดีในเรื่องที่จะสัมภาษณ์

3.6 ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจคำถาม ก็ตั้งคำถามใหม่หรืออธิบายคำถามให้เข้าใจ

3.7 การจดบันทึกคำตอบควรทำอย่างรวดเร็ว

3.8 ไม่เร่งรัดหรือคาดคั้นคำตอบจากผู้ให้สัมภาษณ์

3.9 ไม่ใช้คำถามที่เป็นการชี้แนะคำตอบ

3.10 ไม่วิพากษ์วิจารณ์หรือชุดในลักษณะที่เป็นการสั่งสอนผู้ให้สัมภาษณ์

3.11 กล่าวแสดงความขอบคุณผู้ให้สัมภาษณ์ หลังจากสัมภาษณ์เสร็จแล้ว

คุณสมบัติของผู้สัมภาษณ์ที่ดี

สัมภาษณ์ที่ดีควรมีคุณสมบัติ ดังนี้

1. มีบุคลิกภาพที่ดี ผู้สัมภาษณ์ควรมีกิริยามารยาทสุภาพ เรียบร้อย นิ่มนวล แจ่มใส ซึ่งจะช่วยให้บรรยากาศการสัมภาษณ์เป็นไปด้วยดี โน้มน้าวให้ผู้สัมภาษณ์อยากให้ความร่วมมือ อย่างจริงใจ

2. มีมนุษยสัมพันธ์ดี ผู้สัมภาษณ์ควรเป็นผู้มีมนุษยสัมพันธ์ดี สามารถติดต่อสื่อสารกับคนอื่นได้อย่างคล่องแคล่ว

3. มีไหวพริบดี ผู้สัมภาษณ์ที่ดีควรรับรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว แก้ปัญหาเฉพาะ หน้าได้อย่างมีประสิทธิภาพและทันต่อเหตุการณ์

4. เป็นคนช่างสังเกต ในการสัมภาษณ์ถ้าผู้สัมภาษณ์เป็นคนช่างสังเกตจะช่วย

ให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์และเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งช่วยในการตัดสินใจ และนำมาประกอบการแปลความหมายข้อมูล

5. มีความซื่อสัตย์ ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความซื่อสัตย์ต่อข้อมูล ไม่ทำการบิดเบือน แปลความ ตีความหรือสรุป ขัดแย้งไปจากข้อความจริงที่ตนได้รับ

6. มีความรับผิดชอบในการสัมภาษณ์ ทำการสัมภาษณ์ด้วยความสนใจใคร่รู้ มีความตั้งใจให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้องเที่ยงตรง

7. มีความอดทนในการสัมภาษณ์บุคคลอื่น บางครั้งต้องเดินทางไปสัมภาษณ์คนที่ไม่รู้จักและอยู่ห่างไกลใช้เวลาสัมภาษณ์นาน ผู้ให้สัมภาษณ์บางคนอาจมีกิริยาอาการหรือบุคลิกภาพที่ไม่ค่อยเหมาะสมในสายตาของผู้สัมภาษณ์การแต่งกายไม่สะอาด ฯลฯ ซึ่งผู้สัมภาษณ์จะต้องใช้ความอดทนมีความเห็นอกเห็นใจคนอื่น

ข้อดีและข้อจำกัดของการสัมภาษณ์

ข้อดีของการสัมภาษณ์

1. เป็นเทคนิคที่ใช้รวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างตั้งแต่วัยเด็กถึงวัยชรา เหมาะอย่างยิ่ง สำหรับผู้ที่อ่านไม่ออกเขียนไม่ได้หรือมีปัญหาในการอ่านและเขียน

2. สามารถปรับคำถามให้ชัดเจนขึ้นได้ ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจก็เปลี่ยนคำถามให้เกิดความเข้าใจได้

3. ผู้ให้สัมภาษณ์จะให้ความร่วมมือมากกว่าวิธีส่งแบบสอบถามไปให้ตอบ

4. ระหว่างการสัมภาษณ์สามารถสังเกตความจริงใจในการตอบของผู้ถูกสัมภาษณ์จากกิริยา ท่าทางได้

5. ระหว่างการสัมภาษณ์ตรวจสอบคำตอบได้และสามารถหาข้อมูลได้ลึกขึ้นเมื่อเกิดข้อสงสัยในคำตอบ

ข้อจำกัดของการสัมภาษณ์

1. ต้องใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูลมาก การสัมภาษณ์แต่ละครั้งจะต้องใช้เวลาในการเดินทางไปกลับในการสัมภาษณ์แต่ละคน ดังนั้นจึงต้องใช้ความพยายามและค่าใช้จ่ายสูง

2. ผู้ให้สัมภาษณ์อาจตอบไม่ตรงกับข้อความจริงของตนด้วยความจงใจ

3. คุณภาพข้อมูลที่ได้ขึ้นอยู่กับคุณภาพของผู้สัมภาษณ์

การสร้างแบบสัมภาษณ์

การสร้างแบบสัมภาษณ์มีขั้นตอนน้อยกว่าประเภทอื่นๆ เพราะ มักเป็นคำถามกว้างๆให้ผู้ตอบ ตอบโดยอิสระและได้ข้อมูลที่เป็นความจริงมากที่สุด ซึ่งมี 3 ขั้นตอนสำคัญ คือ

1. ศึกษาทฤษฎี หลักการ ตัวแปร หรือประเด็นสำคัญที่ต้องการทราบข้อมูล
2. สร้างข้อคำถามให้สัมพันธ์กับประเด็นหรือคำสำคัญที่ต้องการทราบข้อมูล โดยยึดหลัก ดังนี้

2.1 ไม่ใช้คำถามที่เป็นการชักนำให้เกิดคำตอบที่ต้องการ

2.2 ไม่ใช้คำถามที่ทำให้ผู้ตอบรู้สึกต่อต้าน หรือทำให้เกิดอคติในการตอบข้อมูล

2.3 ไม่ใช้คำถามที่เป็นความขัดแย้งค่านิยมของสังคม เพราะผู้ตอบจะตอบตามค่านิยม ทำให้ไม่ได้รับความจริง

3. นำแบบสัมภาษณ์ที่ออกแบบข้อคำถามไปตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา
4. นำแบบสัมภาษณ์ที่ผ่านการทดสอบความตรงทดลองใช้กับผู้ที่มีลักษณะใกล้เคียง

การตรวจสอบคุณภาพของแบบสัมภาษณ์

1. ความตรง: ตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ
   1.1 ความครบถ้วนของคำถาม
   1.2 ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ถาม
2. ความเที่ยง: เพื่อดูความสอดคล้องของคำตอบได้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อประสิทธิภาพการเรียนรู้ของผู้เรียน ได้มีผู้วิจัยศึกษาค้นคว้าทั้งภายในประเทศและต่างประเทศ ดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร (2548 : 57) ได้ศึกษาเรื่อง ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วัตถุประสงค์เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเพื่อศึกษาความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิง

คณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุ ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธิวราราม จังหวัดกรุงเทพมหานคร ประมาณ 600 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธิวราราม จังหวัดกรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ซึ่งได้จากการอาสาสมัครจำนวน 15 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

รุ่งทิวา คนการณ์ (2549 : 69) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อพัฒนาหลักสูตรที่เน้นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายในการวิจัยคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกูแก้ จังหวัดอุดรธานี ประจำภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 44 คน โดยแต่ละห้องเรียนแบ่งเป็น 8 กลุ่ม กลุ่มละ 5 - 6 คน ตามความสมัครใจของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการแก้ปัญหาแบบปลายเปิด ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบของหลักสูตรในระดับนำไปใช้ใน 3 ด้าน คือ 1) กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดที่เกิดจากการใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดก่อให้เกิดการบูรณาการระหว่าง เนื้อหา สาระ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ได้จริงในระดับปฏิบัติการ ตามความคาดหวังของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 : 2) การสร้างหน่วยการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดทำให้สามารถบูรณาการหลายความคิดรวบยอดได้ ในแต่ละหน่วยซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีเวลาคิดในขณะทำกิจกรรมในแต่ละหน่วยมากขึ้น 3) เมื่อพิจารณาหลักสูตรที่เกิดขึ้นกับนักเรียน พบว่าชั้นเรียนเปลี่ยนแปลงไปเป็นชั้นเรียนที่นักเรียน มีอิสระทางความคิดมากขึ้นและผลการวิเคราะห์กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะกระบวนการนำเสนอ พบว่า การออกเสียงเป็นวิธีการที่นักเรียนใช้เป็นตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด กล่าวคือ ในระหว่างการแก้ปัญหา สมาชิกในกลุ่มใหญ่ได้ร่วมกันเสนอแนวคิดโดยการออกเสียงเป็นภาษาถิ่นที่เกี่ยวข้องกับบริบทในชีวิตจริง พร้อมทั้งมีอุปกรณ์ช่วยในการวาดรูป จากนั้นจึงนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ออกมาในรูป

ของการเขียน เพื่อลองผิดลองถูกและตรวจสอบข้อคาดการณ์ที่เกิดขึ้นในระหว่างการแก้ปัญหา และในช่วงนำเสนอผลงาน นักเรียนใช้การออกเสียงหรือคำพูด เพื่อเป็นตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง

กิตติศักดิ์ ใจอ่อน (2550 : 72-73) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพเน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) วัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 และ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ กิ่ง อ. ซำสูง จ.ขอนแก่น จำนวน 1 กลุ่ม 2 คน จาก 1 ห้องเรียน ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด จำนวน 6 หน่วยการเรียนรู้ เครื่องมือที่ใช้การวิจัย ได้แก่ แผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จำนวน 6 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ เรื่อง สี่เหลี่ยมใดๆ ใช้เวลา 3 ชั่วโมง เรื่องการโยนห่วงใช้เวลา 3 ชั่วโมง เรื่องขนานใช้เวลา 3 ชั่วโมง เรื่องเรขาคณิต 1 ใช้เวลา 2 ชั่วโมง เรื่องเรขาคณิต 2 ใช้เวลา 3 ชั่วโมง เรื่องเรขาคณิต 3 ใช้เวลา 3 ชั่วโมง รวมเวลาทั้งหมด 17 ชั่วโมง กล้องวิดีทัศน์ จำนวน 3 เครื่อง เทปบันทึกเสียง จำนวน 1 เครื่อง ผลการวิจัยพบว่า การใช้แผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สะท้อนให้เห็นลักษณะกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ ดังนี้ การสำรวจ คือการอาศัยการเคลื่อนไหวองค์ประกอบของเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม GSP ทำให้นักเรียนสามารถสำรวจความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของรูปเรขาคณิตได้ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหาคิดเป็น 83.33 เปอร์เซ็นของสถานการณ์ปัญหา การให้เหตุผล คือจากการอาศัยการเปลี่ยนแปลงของรูปเรขาคณิตที่สร้างขึ้นโดยใช้โปรแกรม GSP ทำให้นักเรียนสามารถให้เหตุผลกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นซึ่งเกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของรูปเรขาคณิตคิดเป็น 100 เปอร์เซ็นของสถานการณ์ปัญหา การตรวจสอบ คือ ก่อนการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตในสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ที่กำหนดให้หรือหลังจากที่แก้ปัญหาไปได้ระยะหนึ่งนักเรียนตรวจสอบแนวคิดทุกครั้งโดยใช้คำสั่งที่สร้างขึ้นโดยโปรแกรม GSP คิดเป็น 50 เปอร์เซ็นของสถานการณ์ปัญหา การแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย คือ นักเรียนมีพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

โดยหาวิธีการให้ได้มากกว่าหนึ่งวิธีและมีความแตกต่างกันตามเงื่อนไขสถานการณ์ปัญหาโดยมีเหตุผลประกอบ คิดเป็น 100 เปอร์เซ็นของสถานการณ์ปัญหา

รุ่งทิวา นาบำรุง (2550 : 171) ได้ศึกษาเรื่อง วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี วัตถุประสงค์งานวิจัย เพื่อศึกษาและวิเคราะห์วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่องการคูณและการหารจำนวนนับของนักเรียนที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี ประชากรได้แก่ โรงเรียนสวัสดีวิทยา เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดกลาง สังกัดกรุงเทพมหานคร เปิดสอนตั้งแต่ชั้นเด็กเล็กจนถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระดับชั้นละ 3 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งหมด 751 คน นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในครอบครัวที่มีฐานะปานกลาง เนื่องจากสนามนี้เด็กส่วนมากไม่มีการเรียนพิเศษเสริมเป็นโรงเรียนที่เด็กมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับต่างๆ กัน ซึ่งโรงเรียนส่วนใหญ่ในกรุงเทพมหานครจะมีลักษณะเช่นนี้ เด็กของโรงเรียนสวัสดีวิทยาส่วนใหญ่คุ้นเคยกับการมีผู้เข้าไปเก็บข้อมูล และแสดงพฤติกรรมอย่างเป็นธรรมชาติ ตามปกติ กล้าคิด กล้าแสดงออก และผู้บริหารโรงเรียนอนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าไปศึกษาข้อมูลแบบเจาะลึกได้ รวมทั้งครูและนักเรียนที่เข้าร่วมในการวิจัยให้ความร่วมมือกับการวิจัยนี้ด้วยความเต็มใจ ผู้ให้ข้อมูลในงานวิจัย ได้แก่ เด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7 - 10 ปี ที่กำลังศึกษาอยู่ในช่วงชั้นที่ 1 (ป.1 – ป.3) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 ของโรงเรียนสวัสดีวิทยา ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่างๆ กัน โดยทำการเลือกแบบเฉพาะเจาะจงอย่างมีจุดมุ่งหมาย จากเด็กในแต่ละช่วงอายุ ซึ่งใช้วันที่ 1 มกราคม 2549 เป็นวันฐานในการนับอายุ ถ้ามีเศษอายุเกิน 6 เดือนขึ้นไปให้คิดเป็น 1 ปี ทั้งนี้แบ่งเด็กออกเป็น 3 ช่วงอายุและชั้นที่เรียน คือ ช่วงอายุ 7 – 8 ปี (เกิดในช่วงวันที่ 1 มกราคม 2542 ถึง 31 ธันวาคม 2542 ซึ่งอยู่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1) โดยเด็กในช่วงนี้จะมีพื้นฐานทางด้านจำนวนนับ 1-100 และ 0 การนับการบวกและการลบที่ผลลัพธ์ไม่เกิน 9 แต่ยังไม่มีพื้นฐานด้านการคูณและการหาร จำนวนนับช่วงอายุ 8 – 9 ปี (เกิดในช่วงวันที่ 1 มกราคม 2541 ถึง 31 ธันวาคม 2541 ซึ่งอยู่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2) ซึ่งเด็กในช่วงนี้จะมีพื้นฐานทางด้านจำนวนนับไม่เกิน 1,000 และ 0 การนับเพิ่มทีละ 1, 2, 5, 10, 100 การนับลดทีละ 1, 2, 10, 100 การบวกที่ผลบวกไม่เกิน 1,000 การลบที่ตัวตั้งไม่เกิน 1,000 แต่ยังไม่มีพื้นฐานด้านการคูณและการหารจำนวนนับช่วงอายุ 9 – 10 ปี (เกิดในช่วงวันที่ 1 มกราคม 2540 ถึง 31 ธันวาคม 2540 ซึ่งอยู่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3) ในช่วงนี้เด็กจะมีพื้นฐานเหมือนเด็กในช่วงอายุที่ 2 แต่ขยายขนาดของจำนวนไปถึง 100,000 นับเพิ่มทีละ 3, 4, 25, 50 นับลดทีละ 3, 4, 5, 25, 50 และมีพื้นฐานทางด้านการคูณจำนวน 1 หลัก กับ 2 หลัก และการหารที่ตัวตั้งไม่เกิน 2 หลักและตัวหาร 1 หลัก ผลหารมี 1หลัก ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนสามารถแสดงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามธรรมชาติได้อย่างหลากหลาย โดยนิยมใช้การนับดำเนินการแก้ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือการบวก/การลบ และการใช้ตัวแบบในการนับจำนวนทั้งหมดจากหนึ่งจนถึงผลรวม โดยวิธีการนับมีทั้งใช้การวาดภาพหรือใช้ตัวแบบสำหรับการให้เหตุผลนักเรียนมองเห็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่ผ่านมา สามารถระลึกได้ทันทีว่าปัญหานั้นคล้ายกับปัญหาเดิม สามารถใช้การประมาณหรือลองผิดลองถูกเพื่อหาคำตอบ บอกได้ว่าคำตอบที่ได้มาของตนเองสมเหตุสมผลหรือไม่ ส่วนการนำเสนอตัวแทนความคิดพบว่า นักเรียนสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดได้หลากหลายทั้งในรูปคำพูด ผ่านสถานการณ์ที่สัมผัสได้โดยอาจใช้ตัวแบบ ผ่านสถานการณ์ที่เป็นสื่อ หรือผ่านสถานการณ์ที่ใช้สัญลักษณ์ โดยการนำเสนอตัวแทนความคิดนี้จะขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะ หรือความสามารถทางภาษาของนักเรียนเป็นสำคัญ และพบว่า นักเรียนมีลักษณะเฉพาะของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นของตนใช้การหยั่งรู้ด้วยตนเองสามารถแสดงการคิดโดยธรรมชาติของตนเองได้ทั้งที่เป็นเรื่องที่ไม่คุ้นเคยและยังไม่ได้และเรียนมา และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีทั้งระดับต่ำจนถึงระดับสูง

อรสุธี คงมา (2553 : 76-88) ได้ศึกษาเรื่อง การส่งเสริมกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านโคกสยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานราธิวาส เขต 1 โดยใช้วิธีการแบบเปิด วัตถุประสงค์เพื่อศึกษากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านโคกสยา ที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4โรงเรียนบ้านโคกสยา ที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านโคกสยากลุ่มที่ศึกษาที่ใช้ในงานวิจัย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านโคกสยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน โดยผู้วิจัยได้พัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเรขาคณิต จำนวน 8 แผน ใช้เวลาสอน 18 คาบ และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต แบบปรนัย 4 ตัวเลือก มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.97 แบบวัดกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 แบบอัตนัย มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.41 และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด แบบมาตราส่วนประเมินค่า 5 ระดับ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เท่ากับ 46.63 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.72 ของคะแนนเต็ม โดยนักเรียนทุกคนได้

คะแนนสอบจากแบบวัดกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เท่ากับ 25.47 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 84.90 ของคะแนนเต็ม โดยนักเรียนทุกคนมีคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 นักเรียนทุกคนมีความพึงพอใจมากที่สุด ต่อการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ทั้งในด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แพรไหม สามารถ (2555 : 95) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการให้เป็นคณิตศาสตร์ ประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษา จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเขต 24 กาฬสินธุ์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 37 คน ซึ่งมีลักษณะคละความสามารถในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย ใบกิจกรรม แบบสัมภาษณ์และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน โดยพบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน หลังเรียนดีกว่าระหว่างเรียน และระหว่างเรียนดีกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จตุพร นาสินสร้อย (2557 : 122) ได้ศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง การคูณ ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด วัตถุประสงค์งานวิจัย เพื่อสำรวจการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องการคูณ ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด กลุ่มเป้าหมายในการศึกษาครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 8 คน โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 จำนวนนักเรียน 3 คน กลุ่มที่ 2 จำนวนนักเรียน 2 คนและกลุ่มที่ 3 จำนวนนักเรียน 3 คน ของโรงเรียนคูตำพิทยาสรรพ์ บ้านคู ตำบลคูคำ อำเภอชำสูง จังหวัดขอนแก่น ซึ่งเป็นโรงเรียนในโครงการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด และได้นำแนวคิดเรื่องการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวทางวิธีการแบบเปิดและการพัฒนาวิชาชีพครูตามแนวคิดเรื่อง การศึกษาชั้นเรียน (การร่วมมือกันออกแบบบทเรียนวิจัย การร่วมมือกันสังเกตบทเรียนวิจัย และร่วมมือ

กันอภิปรายและสะท้อนบทเรียนวิจัย) เข้าไปใช้ในระบบโรงเรียนอย่างต่อเนื่อง ผลการวิจัยพบว่า ในบริบทชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองและเรียนรู้ร่วมกันกับเพื่อนๆในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนมีการแสดงแนวคิดที่หลากหลาย โดยพบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ 7 ประเภท

ภัทรวดี สร้อยทอง (2557 : 56-57) ได้ศึกษาเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนดอนเมืองจาตุรจินดา วัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังปฏิบัติกิจกรรม และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปี การศึกษา 2556 จำนวน 8 ห้องเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เลือกเรียนชุมนุมคณิตศาสตร์ จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากปฏิบัติกิจกรรมสูงกว่าก่อนปฏิบัติกิจกรรม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อยู่ในระดับมากที่สุด เมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน คือ ด้านลักษณะของกิจกรรม การปฏิบัติงานของนักเรียน การนำเสนอของครูและประโยชน์ที่ได้รับ พบว่า ทุกด้านมีความพึงพอใจในระดับมากที่สุดทุกด้าน

งานวิจัยต่างประเทศ

Schielack, et al (2000 : 398-420) ได้ศึกษาเรื่อง การออกแบบคำถามเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-4 วัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการออกแบบคำถามเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-4 ประชากรและกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-4 โดยมีกำหนดคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนหาหนทางที่จะใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการจัดกิจกรรมต่าง ๆ มีการแนะนำที่จะสรุป การอภิปรายเพื่อหาเหตุผลรวมถึงการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน การจัดประสบการณ์จะเน้นคำถามที่ใช้กระบวนการในการหาคำตอบ ซึ่งผลการศึกษาพบว่า นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้

Fraivilling (2001 : 454-459) ได้ศึกษาเรื่อง กลวิธีทางการสอนสำหรับส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยศึกษาเกี่ยวกับบทบาทของครูที่สอนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 วัตถุประสงค์เพื่อหากลวิธีการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยใช้รูปแบบ ACT ได้แก่ ครูพยายามล้วงเอาความคิดของนักเรียน เพื่อให้แสดงวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ให้เวลานักเรียนในการคิดกระตุ้น ให้นักเรียนได้ร่วมอธิบายรายละเอียด เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปราย การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง โดยครูทบทวนความรู้เดิมและย้ำเตือนถึงวิธีการแก้ปัญหาในลักษณะที่คล้ายกัน ให้นักเรียนยอมรับความช่วยเหลือเมื่อมีปัญหาและไม่สามารถแก้ปัญหาได้ การขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูกระตุ้นให้นักเรียนเขียนเป็นหลักการทั่วไป ผลักดันให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยวิธีการอื่น ๆ และส่งเสริมให้ใช้วิธีการหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพ

Borromeo (2005: Online) ได้ศึกษาเรื่องแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กอายุ 15 และ 16 ปี วัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กอายุ 15 และ 16 ปี เพราะเขาเชื่อว่าแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีผู้ศึกษามาก่อนหน้านั้น น่าจะนำมาศึกษาเพื่อจัดจำแนกใหม่ โดยในงานวิจัยได้แสดงให้เห็นว่าการจัดจำแนกแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ใหม่ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันควรเป็นอย่างไร ซึ่ง Borromeo ได้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงคุณภาพและทำการวิเคราะห์ข้อมูลและสร้างเป็นทฤษฎีฐานราก (Grounded Theory) เพื่อทำความเข้าใจในกระบวนการคิดโดยการแก้ปัญหาของเด็ก จากผลการวิจัยพบว่า กระบวนการแก้ปัญหาสามารถจำแนกเป็น 4 มิติคือ การสร้างจินตนาการภายใน (Internal Imagination) เป็นการสร้างจินตนาการภายในของตัวบุคคลในขณะที่พยายามจะแก้ปัญหา การนำเสนอตัวแทนความคิดภายนอก (External Representation) เป็นการนำเสนอภายนอกเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ผ่านตัวบุคคล การวิเคราะห์ภาพรวม (Wholist-Analyst) เป็นวิถีทางของการคิดและกลวิธี การสร้างภาพทางคณิตศาสตร์ (Image of Mathematics) เป็นการสร้างภาพทางคณิตศาสตร์ ตามที่ยืนยันเกี่ยวกับความคงทนที่เป็นความชอบทางคณิตศาสตร์

Wood, Williams and McNeal (2006 : 235) ได้ศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กในวัฒนธรรมชั้นเรียนที่แตกต่างกันจาก 5 ชั้นเรียน (4 ชั้นเรียนที่ปฏิรูป และ 1 ชั้นเรียนที่เป็นแบบแผนเดิม) เพื่อพิจารณาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละชั้นเรื่องที่มีวัฒนธรรมชั้นเรียนที่แตกต่าง พบว่า เด็กมีความซับซ้อนด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกันในวัฒนธรรมชั้นเรียนที่แตกต่างกัน ผลแสดงให้เห็นว่า มีความซับซ้อนเพิ่มขึ้นในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่แสดงออกของเด็กที่มีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับประเภทชั้นเรียนรูปแบบ

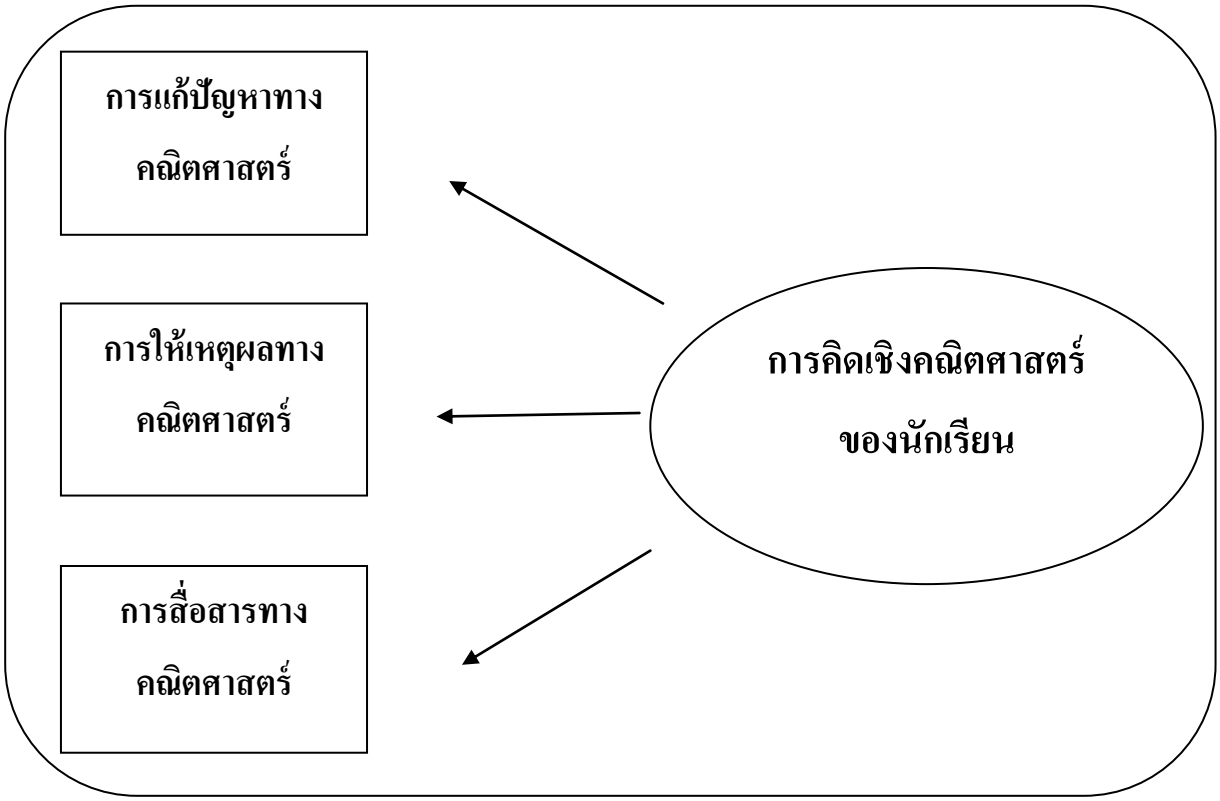
ปฏิสัมพันธ์ 4 ชั้นเรียนที่ปฏิรูป โดยพิจารณาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผ่านองค์ประกอบการรับรู้ (cognitive) ที่ “สังเกตได้ง่าย” ซึ่งใช้กรอบหลักของ Dreyfus, Hershkowitz and Schwarz ประกอบด้วยการตระหนักรู้ (recognizing) คือ ตระหนักว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่รู้นำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ การสร้างที่เกิดขึ้น (building-with) คือการใช้ขั้นตอนคณิตศาสตร์ที่รู้ก่อนหน้านี้เพื่อแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและสิ่งที่สร้างขึ้น (constructing) คือ การเลือกกลยุทธ์ที่รู้ก่อนหน้านี้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์และความคิดรวบยอดที่รวบรวมเมื่อแก้ปัญหาที่ท้าท้าย ไม่คุ้นเคยโดยทำความเข้าใจ การประยุกต์ การวิเคราะห์ การวิเคราะห์เชิงสังเคราะห์ การวิเคราะห์เชิงการประเมินผลกิจกรรมเชิงการรู้ในกรอบหลักจากที่กล่าวข้างต้น

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์มีนักวิจัยได้ให้ความสนใจเป็นอย่างมาก เนื่องจากเป็นการเชื่อมโยงข้อมูลทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้พื้นฐาน ทักษะและกระบวนการต่าง ๆ มาบรูณาการให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ที่สมเหตุสมผล นอกจากนี้ การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่สำคัญที่จะนำไปต่อยอดในระดับที่สูงขึ้น และยังเป็นส่วนหนึ่งของเครือข่ายทางสติปัญญา จึงได้มีนักวิจัยหลายท่านได้ให้ความสำคัญกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์

จากการศึกษางานวิจัยพบว่า ยังไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง การนับ จำนวน และการคิดคำนวณ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจ ที่จะศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง การนับ จำนวน และการคิดคำนวณ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็นข้อสนเทศในการศึกษาลักษณะและธรรมชาติของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน และเป็นแนวทางในการส่งเสริมและพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 3 กรอบแนวคิดในการวิจัย