

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียนและการพูด ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนนับ ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

2. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.2 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.3 ลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.4 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.5 พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.6 การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.6.1 การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์การเขียน

2.6.2 การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์การพูด

2.6.3 การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเด็ก

ปากแห้ง เพดานโหว่

2.7 การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.4 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.6 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.7 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

- 3.8 การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. แบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
5. แบบสัมภาษณ์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 6.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
 - 6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงรายละเอียดเนื้อหาตามหัวข้อต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551 : 1-5)

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ปริมาตรและความจุเงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติการนิยามแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

พีชคณิต แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง

และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียน เมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ยังได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ให้มีความรู้ความสามารถ ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจและความรู้ลึกซึ้งจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสน และศูนย์และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก ปริมาตร ความจุ เวลา และเงินสามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก รวมทั้ง จุด ส่วนของเส้นตรง รังสี เส้นตรง และมุม
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูป และอธิบายความสัมพันธ์ได้
5. รวบรวมข้อมูล และจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน และอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งได้
6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**เนื้อหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนนับ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**

เนื้อหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนนับ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สอดคล้องกับมาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา ซึ่งสาระการเรียนรู้แกนกลางชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยเนื้อหาคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับการบวกและการลบจำนวนนับ

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา	๑. บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณ หารระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสน และศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> • การบวก การลบ • การคูณจำนวนหนึ่งหลักกับจำนวนไม่เกินสี่หลัก • การคูณจำนวนสองหลักกับจำนวนสองหลัก • การหารที่ตัวตั้งไม่เกินสี่หลักและตัวหารมีหนึ่งหลัก • การบวก ลบ คูณ หารระคน

สาระ/มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
	๒. วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุ สมผลของคำตอบและสร้างโจทย์ได้	<ul style="list-style-type: none"> • โจทย์ปัญหาการบวก • โจทย์ปัญหาการลบ • โจทย์ปัญหาการคูณ • โจทย์ปัญหาการหาร • โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน • การสร้างโจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร

จากการวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ พบว่า เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับเรื่องการบวกและการลบจำนวนนับ ได้แก่ การบวก การลบ การบวก ลบ คูณ หารระคน โจทย์ปัญหาการบวก โจทย์ปัญหาการลบ และโจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน ซึ่งผู้วิจัยใช้เป็นกรอบด้านเนื้อหาในการวิจัยครั้งนี้

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ในที่นี้จะกล่าวถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังหัวข้อต่อไปนี้

1. ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นการรู้แจ้งหรือกระทำในข้อความรู้นั้นๆ ซึ่งผู้เรียนจะตอบสนองหรือแสดงออกมาผ่านการลงมือแก้ปัญหา การแสดงแนวคิด การแสดงแทน และการให้เหตุผล หรือการพูด และนอกจากนี้ยังมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้

Bloom (1956 : 71) ได้กล่าวว่า ความเข้าใจเป็นความสามารถหนึ่งซึ่งมีหกชั้นของ ความรู้ความสามารถทางปัญญา แบ่งความรู้ความสามารถทางด้านปัญญา (Cognitive Domain) ออกเป็น 6 ชั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ความรู้ (Knowledge) หมายถึง ความสามารถในการจำความรู้ต่าง ๆ ที่ได้ เรียนรู้มา

ขั้นที่ 2 ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในการแปลความ ขยายความในสิ่งที่ได้เรียนรู้

ขั้นที่ 3 การนำไปใช้ (Application) หมายถึง ความสามารถในการใช้สิ่งที่ได้เรียนรู้ มาก่อให้เกิดสิ่งใหม่

ขั้นที่ 4 การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการแยกความรู้ออกเป็น ส่วนทำความเข้าใจในแต่ละส่วนที่สัมพันธ์หรือแตกต่างกันอย่างไร

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesis) หมายถึง ความสามารถในการรวมความรู้ต่าง ๆ หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ให้เกิดเป็นสิ่งแปลกใหม่

ขั้นที่ 6 การประเมินค่า (Evaluation) หมายถึง ความสามารถในการตัดสินคุณค่า อย่างมีเหตุผล

โครงการคณิตศาสตร์ในโรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิคาโก (โครงการคณิตศาสตร์ใน โรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิคาโก, 1990 : 192) แบ่งความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ด้าน

1. ทักษะ ความเข้าใจขั้นตอนกระบวนการคิด ประกอบด้วยองค์ความรู้ที่ก่อให้เกิด ผลสัมฤทธิ์แก่ผู้เรียน 3 ด้านคือ

1.1 ด้านความรู้ (Knowledge : K) แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.1.1 เนื้อหาสาระของวิชานักคิด คือ สาระวิชาที่ผู้เรียนต้องเรียนรู้ ประกอบด้วย เครื่องมือช่วยคิด กระบวนการคิด ทักษะการคิด

1.1.2 ความรู้บูรณาการ คือ สาระเรื่องราวต่าง ๆ ที่เป็นสภาพการณ์ที่กำหนด สภาพแวดล้อมรอบตัว ปัญหาในชีวิตประจำวัน ที่ถูกนำมาคิด ซึ่งเนื้อหาจะเป็นสาระของวิชาใด ก็ได้จึงเป็นความรู้เชิงบูรณาการ

1.2 ด้านกระบวนการ (Process : P) คือ กระบวนการจัดการเรียนการสอนเพื่อ พัฒนาระบวนการคิดที่เน้นการฝึกปฏิบัติจริง ได้สร้างผู้เรียนให้เกิดทักษะชีวิตพื้นฐาน 7 ประการ ได้แก่ ทักษะการรู้จักตนเอง ทักษะการคิด การตัดสินใจและการแก้ปัญหาทักษะ

การแสวงหาข้อมูล ข่าวสารความรู้ ทักษะการปรับตัว ทักษะการสื่อสารและสร้างสัมพันธภาพ
ทักษะการวางแผน และการจัดการ ทักษะการทำงานเป็นทีม

1.3 เจตคติ (Attitude : A) คือ คุณลักษณะที่ปลูกฝังของรายวิชา ได้แก่ ใจกว้าง ขยัน
ใฝ่เรียนใฝ่รู้ กระตือรือร้น ช่างคิดผสมผสาน ขยัน ต่อสู้ อดทน เป็นธรรมชาติ มั่นใจในตนเอง ช่าง
วิเคราะห์ กล้าคิดกล้าเสี่ยง มีน้ำใจ

2. สมบัติความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในโลกยุคปัจจุบันเมื่อเราเรียนคณิตศาสตร์เรา
ควรได้คุณสมบัติต่อไปนี้จากการเรียน

2.1 ความสามารถในการสำรวจ

2.2 ความสามารถในการคาดเดา

2.3 ความสามารถในการให้เหตุผล

2.4 ความสามารถในการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาที่ไม่เคยพบได้อย่างมี

ประสิทธิภาพ

คุณสมบัตินี้เรียกว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) ไม่ว่าเราจะมี
อาชีพอะไร ถ้าเรามีคุณสมบัตินี้ เรียกได้ว่าเป็นคนที่มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์

3. การใช้งาน-ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้

3.1 มีความรู้ในคำศัพท์ บทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท โครงสร้าง วิธีการ
มีความเข้าใจในความคิดรวบยอดจนสามารถอธิบายได้ หรือเขียนได้ หรือยกตัวอย่างได้ แปลง
ปัญหาจากรูปหนึ่งไปสู่อีกหนึ่ง ประมาณคำตอบได้ ระบุความสัมพันธ์ได้ ตรวจสอบผลที่เกิดได้

3.2 มีทักษะต่าง ๆ ดังนี้ ทักษะการแก้ปัญหา การนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง การคิด
อย่างมีเหตุผล การคิดคำนวณ การวัด การประมาณ การอ่านและแปลผลข้อมูล การนำเสนอ
ข้อมูล การทำนาย และการใช้คอมพิวเตอร์

3.3 มีความสามารถในการวิเคราะห์และประยุกต์ใช้

4. ความเข้าใจผ่านการนำเสนอ การนำเสนอ เป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่ง
สารไปยังผู้รับสาร โดยแสดงแทนผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน
การเขียน การดู การแสดงท่าทาง โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ
ฟังก์ชันและแบบจำลอง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมาย

Wilson (1971 : 661) ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ว่า เป็น
ความเข้าใจ ความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และขยาย

ความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมา ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Hiebert and Carpenter (1992 : 67) ได้กล่าวถึง ความหมายของเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปว่า เป็นการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิด ความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Crowley (2000 : 1) ได้กล่าวว่า ความมากหรือน้อยของกระบวนการเชื่อมโยงอยู่ในโครงสร้างความรู้ไม่ได้เป็นตัวบ่งบอกถึงการศึกษาที่บุคคลนั้นจะมีความเข้าใจหรือมีโน้ตส์หรือประสบความสำเร็จในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่เผชิญ แต่ความเข้าใจมีโน้ตส์หรือความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้นจะขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพและคุณภาพในการเชื่อมโยงมากกว่า

พร้อมพรรณ อุคมสิน (2544 : 62) ได้กล่าวถึงความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้

สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิด ความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาสัมพันธ์กับสถานการณ์ใหม่หรือโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำให้สามารถแปลความ คือ การบรรยายเรื่องเดิมโดยใช้ถ้อยคำใหม่หรือภาษาใหม่ ตีความ คือ การนำเรื่องราวเดิมมาบันทึกใหม่จัดลำดับเนื้อเรื่องใหม่โดยยังคงสาระสำคัญและความสัมพันธ์ในเรื่องแล้วย่อเป็นข้อสรุป และขยายความ คือ การขยายความคิดให้ไกลออกไป โดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์เดิมที่ได้รับในตอนแรก

2. ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความจำเป็นมากที่จะต้องทำให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

Usiskin (2001 : 14-22) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีความคิดที่ลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ

Sheffield and Cruikshank (2005 : 24) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีความสามารถและความคงทนยาวนานกว่าการสอนชนิดอื่น ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2547 : 29) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้น ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้

ไพฑูล นารคร (2549 : 93-102) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีหรือประยุกต์ความเข้าใจนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจกับสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีเหตุผล

สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีความคิดที่ลึกซึ้ง และนักเรียนสามารถนำความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ไปประยุกต์นั้น ไปใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อน จนเกิดทักษะกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ

3. ลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่านดังต่อไปนี้

Bruner (1976 : 98) เห็นว่า ประสบการณ์เดิมของผู้เรียนจะมีบทบาทในการส่งเสริมการเรียนรู้ และเชื่อว่าวุฒิภาวะอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการพัฒนาโครงสร้างความรู้ใหม่ ต้องมีองค์ประกอบอื่นเกี่ยวข้อง เช่นการพัฒนาทางด้านภาษา และประสบการณ์เดิมเข้ามีส่วนสำคัญในการเพิ่มความเจริญงอกงามทางสติปัญญา

Ausubel (1977 : 90) ที่เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานการเรียนรู้ที่มีความหมายที่สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่ได้กับโครงสร้างความรู้เดิมที่มีอยู่นำมาจัดเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย แต่ถ้าผู้เรียนไม่สามารถนำสิ่งใหม่ไปสัมพันธ์กับความรู้เดิมได้ เรียกว่าเป็นการเรียนรู้ที่ไม่มีมีความหมาย หรือเรียนแบบท่องจำ

Vygotsky (1978 : 86) ได้เน้นบริบททางสังคม เรียกว่า Social constructivism เชื่อว่าผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้โดยผ่านทางการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่น ซึ่งมีบทบาทสำคัญ

ในการพัฒนาด้านพุทธิปัญญา สำหรับ John Dewey ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนรู้ Learning by doing ที่เชื่อว่าผู้เรียนต้องเรียนรู้ควบคู่ไปกับการกระทำ และผู้เรียนต้องมีการทำความเข้าใจความรู้ใหม่โดยอาศัยประสบการณ์เดิมที่สั่งสมมาเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ อันเป็นความพยายามเชิงสังคม ก่อให้เกิดรูปแบบการเรียนการสอนที่เรียกว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่เน้นความสำคัญของการสร้างความรู้โดยกลุ่มคนในสังคม

Hiebert and Carpenter (1992 : 1) การเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Understanding) ตรงกันข้ามกับการท่องจำ (Rote Learning) การเรียนรู้เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้ นั้น จำเป็นต้องรู้กระบวนการที่เกิดขึ้นในตัวเองของผู้เรียนที่เน้นวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถคิดไตร่ตรองได้อย่างสร้างสรรค์ ช่วยพัฒนาสังคมและสิ่งแวดล้อม และนำความรู้ที่ได้รับไปบูรณาการในการดำรงชีวิตได้อย่างมีความสุข ตามหลักการของทฤษฎีนี้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่าง สิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีมาก่อน นำความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเหตุการณ์ และปรากฏการณ์ที่พบเห็นมาสร้างเป็น โครงสร้างใหม่ทางสติปัญญา

Zalman and Usiskin (2002 : 1) มีความเห็นว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้น ไม่ได้อยู่เป็นตัวเป็นตนแต่มีอยู่และสัมพันธ์กับสิ่งที่เรารู้ หากเราเข้าใจเรื่องใดและสามารถแสดงให้คนอื่นทราบได้ว่าเรารู้ในเรื่องนั้น คนเหล่านั้นก็จะเข้าใจเรื่องนั้นด้วย ในทางตรงกันข้ามหากเรารู้สิ่งที่คนอื่นไม่รู้ เราสามารถบอกได้ว่าพวกเขายังไม่เข้าใจอย่างแท้จริง มิติของความเข้าใจที่ได้เสนอไปแล้วนั้นก็เพื่อให้เห็นว่าแนวคิดในเรื่องความเข้าใจนี้มีหลากหลายและขึ้นอยู่กับความเข้าใจของคนที่มีอาชีพต่างกัน และเราก็ไม่สามารถสอนผู้เรียนให้เกิดความเข้าใจที่แท้จริงได้ เพราะว่ามันไม่มี อย่างไรก็ตามไม่ว่าจะเป็นการศึกษาคณิตศาสตร์ในสมัยก่อนหรือสมัยนี้ เรายังจำเป็นที่จะต้องสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ (2545 : 128-129) โดยทั่วไปคนมองข้ามความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน คนทั่วไปมองข้ามความเข้าใจว่าเป็นการทำได้ เช่น ผู้เรียนเข้าใจเรื่องเศษส่วน ถ้าเขาทำเศษส่วนได้ (คิดคำนวณเศษส่วนได้) ในขณะที่นักคณิตศาสตร์มองความเข้าใจที่แท้จริง เป็นความสามารถที่ผู้เรียนสามารถนำสมบัติต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ สำหรับกลุ่มที่ใช้คณิตศาสตร์มากมักคิดว่าผู้เรียนไม่เข้าใจคณิตศาสตร์อย่างแท้จริงหากเขาไม่ได้ใช้ พวกที่ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้คิดว่าความเข้าใจที่แท้จริงต้องสะท้อนวิธีที่สมองทำงานหรือพัฒนาการของผู้เรียนเช่นเดียวกับนักประวัติศาสตร์และวัฒนธรรมที่คิดว่าประวัติศาสตร์และวัฒนธรรมจำเป็นต่อความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง จะเห็นว่ามุมมองความเข้าใจทาง

คณิตศาสตร์ของคนแต่ละกลุ่ม แต่ละอาชีพ นั้นแตกต่างกัน ซึ่งบางครั้งก็ขึ้นอยู่กับบริบทของตนเองและบางครั้งก็ไม่ได้ตระหนักถึงคุณค่าของความเข้าใจในมุมมองของผู้อื่นเลย แล้วอะไรที่เป็นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่แท้จริง

สรุปได้ว่า ลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำเอาประสบการณ์เดิมของผู้เรียน มาส่งเสริม เชื่อมโยง นำเสนอทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้ ซึ่งเป็นสิ่งที่ตรงข้ามกับการท่องจำ โดยมีการเรียนรู้เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้จริง สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถคิด ไตร่ตรอง ได้อย่างสร้างสรรค์ ช่วยพัฒนาทั้งทางด้านสังคมและสิ่งแวดล้อม หรือนำความรู้ที่ได้รับไปบูรณาการในการดำรงชีวิตได้อย่างมีความสุข ตามหลักการของทฤษฎีนี้ ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่าง สิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีมาก่อน นำความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเหตุการณ์ และปรากฏการณ์ที่พบเห็นมาสร้างเป็น โครงสร้างใหม่ทางสติปัญญา

4. ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ โดยที่ Usiskin (2001 : 15-22) ได้แบ่งความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็น 4 ลักษณะดังนี้

1. ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Skill – Algorithm Understanding) หรือที่เรียกว่าความเข้าใจด้านทักษะ เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะการคูณเศษส่วน นักเรียนจะแสดงความเข้าใจประเภทนี้เมื่อได้ลงมือทำงาน ความเข้าใจด้านนี้ประกอบด้วย

1.1 ความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิดในรูปแบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

1.2 ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวนการที่นำมาซึ่งผลลัพธ์

1.3 การสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหาคำตอบ

2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ (Properties-Mathematical Understanding) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็น โครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจแสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญ สื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง เช่น การสอนในชั้นเรียนเรื่อง การคูณเศษส่วน การที่ครูใช้คำว่า “ตัดทิ้ง” และ “ตัดตอน” บ่งบอกว่าครูไม่ได้ส่งเสริมความเข้าใจ แต่ถ้าครูใช้ “การคูณจำนวนใด ๆ กับหนึ่ง” และ “เลือกเศษส่วนที่มีค่าเท่าเดิม” ได้ถ่ายทอดความเข้าใจให้กับนักเรียน งานที่แสดงถึงความเข้าใจสมบัติคณิตศาสตร์นี้ได้แก่

2.1 งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์

2.2 งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติ

2.3 งานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Use-Application Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท

4. ความเข้าใจในการนำเสนอ (Understanding through Representation) นักเรียนที่มีความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจผู้อื่นได้เข้าใจด้วย

5. พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูผู้สอนจำเป็นต้องรู้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่ครูสอนให้หรือไม่ ครูจึงจำเป็นต้องศึกษาถึงพฤติกรรมที่จะแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะแสดงออกดังนี้ (อนันต์ จันทร์กวี, 2537 : 256)

1. สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเอง หรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนขึ้นในรูปแบบแตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียน
2. สรุปความหมายของเรื่องให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์
3. แปลงหรือเปลี่ยนรูป จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ หรือจากสัญลักษณ์ให้เป็นภาพหรือกลับกัน
4. ชี้แจงความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ได้
5. แปลความหรือตีโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ไว้ว่า ข้อความนั้น ๆ กำหนดอะไรให้ และต้องการถามเรื่องอะไร

6. การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ หรือโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในการแสดงความคิดหรือความสัมพันธ์ต่างๆเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยในการ

สื่อสารนั้น ผู้เรียนจะต้องแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551 : 2)

1. เชื่อมโยงสิ่งที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ หรือไอคอนเข้ากับความคิดทางคณิตศาสตร์
2. สะท้อนและให้เหตุผลเกี่ยวกับความคิดหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
3. เชื่อมโยงภาษาในชีวิตประจำวันเข้ากับภาษาทางคณิตศาสตร์
4. ตระหนักว่าการอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟังเป็นส่วนสำคัญ ในการเรียนรู้และการใช้คณิตศาสตร์ การพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรกำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ และเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน รวมถึงให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็น ด้วยตนเองโดยผู้สอนทำหน้าที่ในการชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร

เป้าหมายของการพัฒนาความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารคือ มุ่งพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้ ทักษะ และความสามารถทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ ทักษะ และความสามารถเหล่านั้นในการสื่อสารแนวคิดในกิจกรรมที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการ นำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาใน รูปแบบของ กราฟ ตาราง หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น ขั้นตอนใน การดำเนินการเริ่มจากการกำหนด โจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปของสมการหรืออสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

การเรียนรู้ที่จะช่วยให้นักเรียนมีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้น ต้องมีการส่งเสริมทักษะ ด้านการฟัง การอ่าน การอภิปราย และการเขียน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การนำเสนอ นักเรียนนำเสนอผ่านโมเดล หรือรูปภาพ เป็นวิธีการที่แสดงความคิดของนักเรียนที่ครอบคลุมมากที่สุด
2. การฟังผู้ปกครองและครูผู้สอน ควรกระตุ้นให้นักเรียนมีการคิดคำตอบอยู่ตลอดเวลาขณะที่ฟังผู้อื่นอยู่ ซึ่งเป็นส่วนที่สำคัญมาก และการส่งเสริมพัฒนาด้านการเคารพความคิดเห็นของผู้อื่นด้วย และนอกจากนี้แล้วควรมีเวลาที่เพียงพอในการรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนด้วย

3. การอ่าน ครูผู้สอนควรแนะนำให้นักเรียนอ่านบทความทางคณิตศาสตร์ที่ให้ เห็นขั้นตอน ไม่ใช่เพียงแต่การทำงานที่ได้รับมอบหมายหรือการบ้านเพียงอย่างเดียว

4. การอภิปราย นักเรียนควรมีการอภิปรายกันในชั้นเรียน โดยแบ่งเป็นการ อภิปรายในชั้นเรียน และการแบ่งกลุ่มในการแก้ปัญหาโจทย์

5. การเขียน ในการเรียนรู้ในการเขียนแบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ

5.1 ในการเรียนรู้โดยการเขียน ที่เน้นการพัฒนาในด้านการสรุปความ เช่น การพิสูจน์ไวยากรณ์ การจัดหมวดหมู่ และการสะกดคำ

5.2 การเรียนรู้แบบแสดงผลย้อนกลับ

จะเห็นได้ว่า ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกได้หลายลักษณะ ได้แก่ การ ฟัง การอ่าน การอภิปราย การเขียน และการนำเสนอ ระหว่างครูกับนักเรียน หรือระหว่าง นักเรียนด้วยกันมีส่วนสำคัญอย่างยิ่งที่จะทราบว่าผู้เรียนมีความสามารถทางการแก้ปัญหา ได้มากน้อยเพียงใด จากปัญหาในชั้นเรียนโดยทั่วไป ที่จะเห็นได้ว่า การสื่อสารที่แสดงถึง ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนและพูด ยังเป็นปัญหาสำหรับการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะค้นคว้าการสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดย การเขียนและพูด ดังต่อไปนี้

1. การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการเขียน

การส่งเสริมทักษะการเขียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ครูคณิตศาสตร์จำนวนไม่ น้อยที่ยังเชื่อว่า การเขียนไม่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (McIntosh, 1991 : 5) อย่างไรก็ตามได้มีงานวิจัยแสดงให้เห็นว่าการเขียนทางคณิตศาสตร์นั้นสนับสนุน การ พัฒนาการให้เหตุผล การสื่อสารการเชื่อมโยง และอภิปัญญา (Metacognition) ซึ่งล้วนเป็น ประโยชน์ต่อการเรียนคณิตศาสตร์การเขียนเป็นวิธีการเรียนรู้ที่มีความโดดเด่นและมีพลัง เนื่องจากเป็นสิ่งที่ถูกบันทึกและสร้างขึ้น โดยนักเรียน อีกทั้งทำให้ นักเรียนได้จัดการ ความคิด ให้ เป็นระบบ ชัดเจน ได้สะท้อนคิดเกี่ยวกับความคิดเหล่านั้น นอกจากนี้การเขียนของนักเรียน ยังเป็นประโยชน์สำหรับครูกล่าวคือ ทำให้ครูได้รับข้อมูลย้อนกลับในการประเมินความคิด และความเข้าใจของนักเรียน ยิ่งไปกว่านั้น ยังพบว่าความสามารถของนักเรียนในการเขียน อธิบายหลักการต่างๆ มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้ หลักการทางคณิตศาสตร์

จากที่ได้กล่าวมา จะเห็นได้ว่าการสอดแทรกการเขียนในชั้นเรียน คณิตศาสตร์ นั้นเป็นสิ่งที่ไม่ควรมองข้าม ทั้งนี้นักวิชาการ ได้เสนอแนวคิดและผลงานการวิจัย

ที่เกี่ยวข้องกับการส่งเสริมทักษะการเขียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ไว้ พอสรุปได้ดังนี้

การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการเขียน คือ การเขียนอธิบายหลักการต่างๆ มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ (Grossman, Smith and Miller. 1993:2-6) การเขียนมีความสำคัญและจำเป็นในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ เพราะช่วยให้นักเรียนสำรวจ (Explore) ทำใจชัดเจน (Clarify) ยืนยัน (Confirm) และขยาย (Extend) ความคิดและความเข้าใจของตนเอง ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภทหลัก (Sipka. 1990 : 11-14) คือ การใช้การเขียนอย่างเป็นทางการ และการเขียนอย่างไม่เป็นทางการ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. การใช้การเขียนอย่างเป็นทางการในชั้นเรียนคณิตศาสตร์เป็นการเขียนที่เน้นการประเมินทั้งด้านคุณภาพและเนื้อหา เช่น การเขียนพิสูจน์ (Proof Writing) การจดบันทึก การบรรยายในชั้นเรียน (Lecture Notes) รายงานการวิจัย (Research Papers) โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้การเขียนพิสูจน์เป็นการบันทึกการดำเนินการแสดงลำดับของความเป็นเหตุเป็นผลในตอนแรกนั้นการเขียนพิสูจน์ของนักเรียนนั้นอาจจะยังไม่สมบูรณ์หรือถูกต้องนักแต่ต่อมาการเขียนพิสูจน์ จะทำให้นักเรียน ได้มีโอกาสเขียนซ้ำหรือ ได้กลับมาทบทวนแก้ไขในสิ่งที่ได้เขียนไปแล้ว สำหรับการจดบันทึกการบรรยายในชั้นเรียนเป็นการเขียนในสิ่งที่เรียนในแต่ละวันครูสามารถตรวจสอบความถูกต้องแล้วนำไปให้เพื่อนร่วมชั้นเรียน อ่านซึ่งจะทำให้เด็กเกิดความตระหนักว่างานเขียนของเขานั้นมีคุณค่าเนื่องจากมีคนอ่านจึงเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนจดบันทึกเพิ่มเติมหรือเขียนซ้ำเพื่อให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ส่งผลให้นักเรียนได้ทบทวนเนื้อหาและมีการจดบันทึกที่ถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ส่วนรายงานการวิจัย จะทำให้นักเรียนมีโอกาสได้พัฒนาการแสดงการคิดให้มีความชัดเจนและพัฒนาโครงสร้างในการเขียนทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนอาจ พบปัญหาและอุปสรรคหลายอย่างที่ท้าทาย เช่น ปัญหาในการใช้เครื่องหมายสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ความยากลำบากในการเขียนอธิบาย สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของกราฟหรือตาราง

2. การใช้การเขียนอย่างไม่เป็นทางการในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการเขียนที่เน้นการประเมินด้านเนื้อหาสาระเพียงอย่างเดียว เช่น การเขียนอิสระ (Free Writing) การเขียนสะท้อนคิด (Reflective Writing) การเขียนอัตชีวประวัติทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Autobiography) และ การเขียนจดหมาย (Writing Letters) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้การเขียนอย่างอิสระเป็นการเขียนที่ไม่ได้มีการวางแผนหรือการจัดการล่วงหน้า โดยนักเรียนจะได้เขียนความคิดต่างๆที่เกิดขึ้นในช่วงขณะนั้นๆ อย่างไม่หยุดภายในระยะเวลาที่กำหนด (ไม่ควรรนาน

เกิน 5 นาที) ดังนั้น จึงจะ ไม่มีการกำหนดหัวข้อของการเขียนที่ชัดเจนหรือ ความคาดหวังใดๆ ในการเขียนดังกล่าว ทั้งนี้ครูจะต้องระมัดระวังอย่าขัดเยียดหรือตีกรอบความคิดของนักเรียน การเขียนแบบนี้เป็นประโยชน์สำหรับการส่งเสริมประเด็นความคิดและ การระดมความคิดต่างๆ ส่วนการเขียนบันทึกการเรียนรู้เป็นการบันทึกถึงสิ่งที่นักเรียน ได้ทำและ ได้เรียนรู้ในชั้นเรียน คณิตศาสตร์อาจบันทึกตาม ลำดับของเหตุการณ์การเรียนรู้ที่เกิดขึ้น หรือตั้ง ประเด็นคำถามเพื่อ ช่วยให้นักเรียนมีกรอบในการเขียน เช่น เขียนเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนทำ ได้เรียนรู้ในชั้นเรียนรวม ไปถึงสิ่งที่นักเรียนไม่แน่ใจสับสนหรือสงสัยตลอดจนสิ่งที่นักเรียนคิดว่าง่ายและยาก การเขียน บันทึกดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่นักเรียนเข้าใจและ ไม่เข้าใจในชั้นเรียน สำหรับการ เขียนอัตชีวประวัติทาง คณิตศาสตร์เป็นการบันทึกเกี่ยวกับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ในชั้น เรียนของนักเรียนที่มีมาก่อน หน้านี้อาจจะเป็นทั้งประสบการณ์ที่ดีและ ประสบการณ์ที่ไม่ดี การเขียนอัตชีวประวัติทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียน ได้ทำความรู้จักนักเรียนมากขึ้น โดยเฉพาะใน ด้านเจตคติและความเชื่อที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์โดยการตอบสนองที่ เหมาะสมของครูจะ นำไปสู่การสร้างสัมพันธภาพที่ดีระหว่างครูและนักเรียน ท้ายที่สุดคือการเขียนจดหมายเป็น การเขียนจดหมายถึงครูเกี่ยวกับหัวข้อคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีปัญหาไม่เข้าใจ พร้อมเหตุผล หรืออาจจะเป็นการเขียนจดหมายอธิบายความรู้สึกเกี่ยวกับผลการสอบคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา หรืออาจเป็นการเขียนจดหมายถึงผู้แต่งหนังสือเรียนเกี่ยวกับจุดเด่นจุดด้อยของหนังสือ เรียน นั้น ซึ่งการเขียนดังกล่าวสามารถช่วยให้นักเรียนได้ประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งในด้านความรู้ ความเข้าใจและ เจตคติที่มีต่อคณิตศาสตร์อีกทางหนึ่งทั้งนี้ประเด็นสำคัญในการส่งเสริมทักษะ การเขียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ คือ การให้นักเรียน ได้เกิดความตระหนักถึงความสำคัญและ ความจำเป็นในการเขียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ตลอดจนการให้นักเรียนได้คิดเกี่ยวกับสิ่งที่ จะลงมือเขียนซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความลึกซึ้ง ชัดเจนขึ้น โดยการส่งเสริมทักษะการ เขียนแก่ ผู้เรียนสามารถทำได้โดยใช้ 2 ประเภทที่น่าสนใจคือ การเขียนที่เป็นทางการในชั้น เรียน คณิตศาสตร์ เช่น การเขียนพิสูจน์ การจดบันทึก การบรรยายในชั้นเรียน การเขียนรายงาน สำหรับการ ใช้การเขียนที่ไม่เป็นทางการในชั้นเรียน คณิตศาสตร์ เช่น การเขียนอย่างอิสระ การ เขียนบันทึกการเรียนรู้ การเขียนอัตชีวประวัติทางคณิตศาสตร์และการเขียนจดหมายโดยครู จะต้องคอยติชมและ ให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนเกี่ยวกับสิ่งที่พวกเขาเขียนเพื่อให้เกิดแรงจูงใจ และ แรงกระตุ้นให้การเขียนต่อไป

สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการเขียน หมายถึง การเขียนอธิบายหลักการ ต่างๆ ที่แสดงความสามารถในการทำ ความเข้าใจและประยุกต์ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ และ

เป็นตัวช่วยในการสำรวจความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้ 1) การเขียนแบบเป็นทางการ คือ การเขียนที่เน้นการประเมิน ทั้งด้านคุณภาพและเนื้อหา เช่น การเขียนพิสูจน์ (Proof Writing) รายงานการวิจัย (Research Papers) 2) การเขียนแบบไม่เป็นทางการ คือ การเขียนที่เน้นการประเมินด้านเนื้อหาสาระเพียงอย่างเดียว เช่น การเขียนอิสระ (Free Writing) การเขียนสะท้อนคิด (Reflective Writing) การเขียนอัตชีวประวัติทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Autobiography) และ การเขียนจดหมาย (Writing Letters)

2. การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการพูด

การพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ครูผู้สอนควรเริ่มต้นด้วยการใช้ภาษาในชีวิตประจำวัน หรือภาษาที่ผู้เรียนคุ้นเคย หลังจากนั้นค่อยเชื่อมโยงไปสู่ภาษาทางคณิตศาสตร์ โดยครูผู้สอน สามารถช่วยให้ผู้เรียนเห็นคำที่ใช้ในชีวิตประจำวันแล้วนำมาปรับใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ด้วยการสื่อสารที่สำคัญอย่างหนึ่งนั่นคือการพูด จึงได้มีนักการศึกษา นักวิชาการ ได้ให้ความหมาย การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการพูดไว้ดังนี้

การสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการพูด คือ เครื่องมือสำคัญในการสื่อสารของมนุษย์ โดยใช้การพูดคุยสนทนา (Huinker and Laughlin, 1996 : 81-86) เช่น การพูดเกี่ยวกับประสบการณ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้พูดมีความตระหนักในอภิปัญญาหรือการทบทวนความคิดของตนเองและความตระหนักในปฏิสัมพันธ์ที่แยกจากกันไม่ได้ระหว่างความคิด ภาษาและการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากประสบการณ์การเรียนรู้ การพูดเกี่ยวกับแนวคิดหลักการความสัมพันธ์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นถือว่าเป็นสิ่งสำคัญบุคคลทั่วไปสามารถเรียนรู้และสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ การพูดหรือการกล่าวถ้อยคำเป็นวิถีทางหนึ่งที่ภาษาถูกใช้เพื่อพัฒนาความเข้าใจนั่นเอง (O'Regan, 1999 : 12) การพูดคุยสนทนาทางคณิตศาสตร์อาจแบ่งได้ 2 ประเภท คือ การพูดคุยสนทนาเกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์และการพูดคุยสนทนาเกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการพูดคุยสนทนาเกี่ยวกับหลักการนั้นคือการที่นักเรียนถ่ายทอดออกมาเป็นคำพูดเกี่ยวกับความเข้าใจใน ความหมายของสิ่งต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการอธิบายความเหมือนความต่างโดยในขณะที่การพูดคุยสนทนาเกี่ยวกับกระบวนการ คือ การที่นักเรียนพูดถึงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่าทำอย่างไร และทำไมจึงทำเช่นนั้น การพูดคุยสนทนา เกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์จะทำให้ผู้ร่วมสนทนาได้ขัดเกลาความคิดของพวกเขาและสร้างการเชื่อมโยงนักเรียนที่มีส่วนร่วมในการอภิปรายเกี่ยวกับ

การสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ จะช่วยให้พวกเขาได้รับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ในระหว่างที่พวกเขาใช้ความพยายามที่จะโน้มน้าวเพื่อน ๆ ให้ที่มีมุมมองแตกต่างออกไปให้ คล้อยตาม นอกจากนี้นักเรียนยังจะได้รับ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่ตนคิดเมื่อพวกเขาได้มีโอกาส นำเสนอวิธีการในการแก้ปัญหา เมื่อพวกเขาจะต้องแสดงเหตุผลหรือพิสูจน์ความสมเหตุสมผล ให้แก่เพื่อนๆ รวมชั้นเรียนและครูหรือเมื่อพวกเขาตั้งคำถามเกี่ยวกับบางสิ่งบางอย่างที่พวกเขา มองว่าสิ่งนั้นน่าฉงนสงสัยสำหรับกลยุทธ์ทางการส่งเสริมทักษะการพูดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ นั้น ได้มีนักวิชาการได้ให้ข้อเสนอแนะไว้หลายแนวคิด โดยในที่นี้จะกล่าวสรุป 3 กลยุทธ์ที่ นำสนใจคือ กลยุทธ์การแนะนำ (Guiding Strategy) กลยุทธ์การสมมติกำลังพูดให้กลุ่มคนฟัง (Talk Through Strategy) และ กลยุทธ์การสนทนาชั้นเรียน (Classroom Discourse)

1. กลยุทธ์การแนะนำ เป็นกลยุทธ์การส่งเสริมทักษะการพูดในชั้นเรียน คณิตศาสตร์ที่ได้ถูกเสนอโดยนักการศึกษาเมื่อประมาณ 20 ปีมาแล้วแต่ยังมีความทันสมัย เนื่องจากให้ความสำคัญแก่ นักเรียนในการสร้างความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง มี 4 องค์ประกอบสำคัญคือ

1.1 การพูดอธิบายให้เห็นภาพ (Illustration) นักเรียนจะต้องอธิบายหลักการ ทางคณิตศาสตร์ออกมาให้เห็นอย่างเป็นรูปธรรม โดย อาจยกตัวอย่างที่พบเห็นได้ใน ชีวิตประจำวัน

1.2 การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection) นักเรียนจะถูก กระตุ้นให้พูดถึงแนวทางหรือวิธีการที่แตกต่างกันในการพิจารณาหลักการ (หรือปัญหา) ทาง คณิตศาสตร์

1.3 การตระหนักถึงความผิดพลาด (Particularization) นักเรียนเกิดการ ตระหนักในการเลือกใช้แนวทางหรือวิธีการในการพิจารณาหลักการ (หรือปัญหา) ทาง คณิตศาสตร์ที่ไม่เหมาะสม โดยพูดเกี่ยวกับสิ่งที่ทำให้เกิดผลลัพธ์หรือข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง

1.4 การพูดสรุปนัยทั่วไป (Generalization) นักเรียนใช้กระบวนการอุปนัยใน การสร้างแบบรูปหรือข้อสรุปหลักการทั่วไปจากข้อมูลที่มีอยู่

2. กลยุทธ์การสมมติว่ากำลังพูดให้กลุ่ม คนฟังเป็นการให้นักเรียนได้พูดเปล่ง เสียงออกมาเกี่ยวกับหลักการหรือเนื้อหาที่สำคัญเสมือนว่าเขา กำลังพูดให้ผู้ฟังกลุ่มเล็ก ๆ กลุ่ม หนึ่งฟัง โดยนักเรียนอาจจะอธิบายถึงกระบวนการของการเลือกสรรการสรุปนัยทั่วไปและการ ตรวจสอบการคิด จากการกระทำดังกล่าวจะทำให้ให้นักเรียนได้บงบอกหรือเรียกชื่อของหลักการ สำคัญๆเปลี่ยนแปลงจากระบบใหม่ ตลอดจนเพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ โดยใช้ภาษาของตนเอง

โดยในขณะที่เดียวกันนั้นเองจะทำให้ให้นักเรียนได้ตรวจสอบและประเมินความก้าวหน้าการเรียนรู้ของตนเอง รวมทั้งประสิทธิภาพของวิธีการที่พวกเขาได้เลือกใช้

3. กลยุทธ์การสนทนาชั้นเรียนเป็นการสนทนาพูดคุยและถกอภิปรายในชั้นเรียนเป็นการทำให้นักเรียนได้จัดเกลาข้อมูลที่มีอยู่ให้มีความถูกต้องและช่วยให้ทั้งผู้พูดและผู้ฟังได้สร้างความหมายในสิ่งที่เรียนกล่าวคือในการสนทนานั้นนักเรียนจะใช้การพูดเป็นเสมือนเครื่องมือทางการคิดของพวกเขาเพื่อสร้างความเข้าใจในชั้นเรียน โดยเมื่อได้รับข้อมูลเข้ามาแล้ว นักเรียนจะตั้งคำถาม และขยายกรอบคิดในทันทีที่ฟังจากการเปล่งคำพูดออกมาและการพูดในใจ ดังนั้นจึงเป็นสิ่งจำเป็น อย่างยิ่งที่พวกเขาควรจะได้รับโอกาสที่จะได้ มีส่วนร่วมในการสนทนา พูดคุยและอภิปรายเพื่อสร้างความหมายจากสิ่งที่เรียน โดยนักเรียนจะต้องเห็นว่าตนเองเป็นผู้มีบทบาทในการสร้างความเข้าใจใน บทเรียน และการประเมินการเรียนรู้ร่วมกับครู ผู้สอน รูปแบบการสนทนาที่น่าสนใจในชั้นเรียนที่ใช้การโต้แย้งโดยใช้ข้ออ้างข้อพิสูจน์ที่สมเหตุสมผลมี 7 ชั้นคือ

3.1 การให้นักเรียนเตรียมอธิบายสำหรับคำตอบของปัญหา

3.2 การมีเพื่อนนักเรียนผู้ฟังบางคนที่แสดงการไม่เห็นด้วยโดยอาจบอกหรือไม่บอกว่าเหตุผลว่าทำไมเขาจึงไม่เห็นด้วย

3.3 การที่ผู้อธิบายในชั้นให้การโต้แย้งโดยใช้ข้ออ้างข้อพิสูจน์ที่สมเหตุสมผล (Justification) ประกอบการอธิบาย

3.4 การมีเพื่อนนักเรียนผู้ฟังบางคนอาจจะยอมรับการอธิบายดังกล่าวหรืออาจจะยังคงไม่เห็นด้วยโดยยังคงแสดงเหตุผลยืนยันความคิดเห็นที่ขัดแย้ง

3.5 การที่ผู้อธิบายดำเนินการโต้แย้ง โดยใช้ข้ออ้างข้อพิสูจน์ที่สมเหตุสมผลยืนยันคำตอบที่ได้อีกครั้ง

3.6 การที่กระบวนการถกอภิปราย ดำเนินต่อไปโดยนักเรียนผู้ฟังคนอื่นๆ อาจเข้ามา แลกเปลี่ยน และมีส่วนร่วมในการถกอภิปราย ประเด็นข้อโต้แย้งดังกล่าว

3.7 การที่การสนทนาแลกเปลี่ยนยังคงดำเนินต่อไปจนกระทั่งสมาชิกในชั้นเรียนรวมทั้งครูเห็นพ้องร่วมกันว่าความเห็นที่ขัดแย้งได้ถูกคลี่คลายลงแล้ว รูปแบบการสนทนาในชั้นเรียนที่ใช้การโต้แย้งนี้มีความคาดหวังให้นักเรียนสามารถตามความคิดและเหตุผลของผู้อื่นในการพิจารณาความสมเหตุสมผลพร้อมทั้งสามารถยกเหตุผลประกอบการไม่เห็นด้วยได้

สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการพูด หมายถึง การนำเสนอแนวคิด ความคิด ในการอธิบายหลักการต่างๆ ที่แสดงความสามารถในการทำความเข้าใจและ

ประยุกต์ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ เป็นวิธีหนึ่งที่ถูกใช้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แบ่งได้ 2 ประเภท ดังต่อไปนี้ 1) การพูดคุยสนทนาเกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์ คือ การที่นักเรียนถ่ายทอดออกมาเป็นคำพูดเกี่ยวกับความหมายของสิ่งต่างๆทางคณิตศาสตร์และการอธิบายความเหมือนความต่างโดยในขณะที่การพูดคุยสนทนา เช่น การพูดคุยแลกเปลี่ยนเกี่ยวกับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ การถามคำถามที่มีความหลากหลายควรเป็นคำถามปลายเปิดที่เปิด 2) การพูดคุยสนทนา เกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ การที่นักเรียนพูดถึงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่าทำอะไร และทำไมจึงทำเช่นนั้น

ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการพูด โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียน หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอสิ่งที่ผู้เรียนเข้าใจและการประยุกต์ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีเขียนอธิบายได้อย่างชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วน สมบูรณ์ ตลอดจนใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การพูด หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอสิ่งที่ผู้เรียนเข้าใจและการประยุกต์ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีพูดอธิบายได้อย่างชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วน สมบูรณ์ ตลอดจนใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

3. ปัญหาการสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเด็กปากแหว่งเพดานโหว่

ปัญหาการสื่อสารที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเด็กปากแหว่งเพดานโหว่ ประกอบด้วยหลายสาเหตุ โดยมีรายละเอียดดังนี้ (บวรศิลป์ เชาวน์ชื่น และคณะ. 2554 : 83-97)

ปัญหาทางภาษาและการพูดของเด็กปากแหว่งเพดานโหว่ หากเด็กปากแหว่งถ้าได้รับการผ่าตัดซ่อมริมฝีปากตั้งแต่เล็กๆ มัก จะไม่มีปัญหาด้านภาษาและการพูด สำหรับเด็กปากแหว่งเพดานโหว่หรือ เพดานโหว่อย่างเดียวส่วนหนึ่งที่มีพัฒนาภาษาและการพูดอยู่ในเกณฑ์ปกติ หรือช้ากว่าปกติเล็กน้อย ถ้าได้รับการผ่าตัดเย็บซ่อมเสริมริมฝีปากและเพดานรวมทั้งการส่งเสริมการพัฒนาภาษาและการพูดแต่เนิ่นๆ แต่ในรายที่ได้รับการผ่าตัดซ่อมเสริมริมฝีปากและเพดานช้า หรือได้รับการผ่าตัดซ่อมเสริมแล้วแต่ ยังคงมีความบกพร่องของ

การทำงานของเพดานและผนังคออยู่ จะทำให้เด็กมีปัญหาทางภาษาและการพูดหลายอย่างรวมกัน ได้แก่

1. การพัฒนาภาษาช้ากว่าวัย เนื่องจากเด็กเพดานโหว่จะพูดเสียงขึ้นจมูก และพูดไม่ชัดทำให้คนอื่น ฟังไม่ค่อยรู้เรื่อง ต้องถามซ้ำบ่อยๆ หรืออาจมีปฏิกิริยาไม่ดีจากผู้อื่น เช่น แสดงสีหน้าไม่เข้าใจ การพูดแทนในเด็กกรณีที่เด็กพูดแล้วคนอื่นฟังไม่เข้าใจ เด็กจึงขาดโอกาสที่จะพัฒนาภาษาและการพูดตามเกณฑ์ปกติ เป็นต้น เด็กเหล่านี้จึงไม่อยากพูด หรือไม่ตั้งใจพูดเท่าที่ควร จากการศึกษาพบว่าเด็กเพดานโหว่จะพูดคำแรกช้ากว่าปกติ มีคำศัพท์จำกัด ความยาวและความซับซ้อนของประโยคน้อยกว่าคนปกติ นอกจากนี้เด็กอาจมีปัญหาเรื่องการได้ยิน หรือหูน้ำหนวก ทำให้เด็กได้ยินไม่ชัด ทำให้เด็กไม่ได้ยินหรือได้ยิน ไม่ชัด และ/หรือเด็กปากแหว่ง เพดานโหว่บางรายอาจมีปัญหาเรื่องความพิการซ้ำซ้อน หรือเขาวนปัญญาต่ำกว่าเกณฑ์ปกติ ส่งผลให้เด็กมีการพัฒนา ภาษาและการพูดล่าช้าได้

2. ปัญหาด้านการพูด การพูดไม่ชัด เด็กเพดานโหว่จะมีความบกพร่องของโครงสร้างของ การทำงานของอวัยวะที่เกี่ยวข้องกับการพูดหรือฐานกรณ์ของเสียงพูด ที่ใช้เพดานและเพดานอ่อน ทำให้เสียงพูดที่ใช้ฐานกรณ์ หรืออวัยวะที่ใช้ ในการออกเสียงพูด ดังกล่าวไม่ชัด เช่น พูดเสียง “อ” แทน “ก, ข, จ” เป็นต้น หรือจากการที่เด็กมีความบกพร่องของโครงสร้างและการทำงาน ของเพดานอ่อนและผนังคอหอยทำให้เสียงขึ้นจมูกมากเด็กจึงพยายาม ลดเสียงขึ้นจมูกโดยการชดเชยด้วยการใช้เสียงที่มีฐานกรณ์ หรืออวัยวะที่ใช้ในการออกเสียงพูด อยู่ต่ำกว่าเพดานอ่อนและผนังคอ หรือเสียงที่ออกจมูกแทนเสียงที่ใช้ฐานกรณ์ หรืออวัยวะที่ใช้ในการออกเสียงพูด ในปากเช่น พูดเสียง “อ,ห” แทนเสียง “บ,ป,ช,ฟ” เป็นต้น

2.1 การพูดเสียงขึ้นจมูก ดังได้กล่าวแล้วว่าความบกพร่องเพดานอ่อนและผนังคอจะทำให้ลมและเสียงพูดออกทางจมูกมากกว่าปกติ เด็กจึงพูดเสียง ขึ้นจมูกตลอดเวลา

2.2 การพูดมีลมรั่วออกทางจมูก ในรายที่มีความบกพร่องของเพดานอ่อนของผนังคอมากๆ เวลาพูดจะมีเสียงลมรั่วออกทางจมูกและเสียงอู้อืดตลอดเวลา

2.3 การพูดเสียงผิดปกติ การที่เด็กพูดเสียงขึ้นจมูกมากๆ ความดังใน การพูด จะลดลงประมาณ 5-10 เดซิเบล เด็กจึงพยายามชดเชยด้วยการพูด ตะเบ็งเสียงให้ดังกว่าปกติเพื่อชดเชยความดังที่ขาดหายไปทางจมูก ทำให้ สายเสียงทำงานหนัก มีการบิดเกร็ง แล้วเกิดการฉีกขาดของเส้นเลือด ที่มาเลี้ยงเส้นเสียง และเกิดอาการบวมแดง อักเสบตามมาได้ ในบางราย อาจกลายเป็นปมเนื้อที่สายเสียง เสียงพูดจึงแหบ เบา มีลมแทรก และ พูดเสียงระดับเดียวตลอด

ปัญหาด้านการเรียนรู้ การอ่าน การออกเสียง และการเขียน เด็กส่วนใหญ่ที่มีภาวะปากแหว่ง เพดานโหว่ สามารถทำได้ดีในชั้นเรียน เมื่อเทียบกับเด็กอื่นๆ ที่อยู่ด้วยเดียวกัน อย่างไรก็ตามเด็กปากแหว่ง เพดานโหว่มักจะมีประสบการณ์ด้านความยากในการเรียนเป็นการเฉพาะ แม้ว่าจะมีความสามารถด้านสติปัญญาที่เป็นปกติก็ตาม มีปัจจัยจำนวนหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับภาวะปากแหว่งเพดานโหว่ที่ทำให้เพิ่มปัญหาการเรียนรู้ เช่น ปัญหาด้านการได้ยิน และโอกาสของการเกิดปัญหาในการเรียนรู้ในด้านการอ่าน การพูด และการเขียน ซึ่งทั้งบิดา มารดา และครูต้องรับรู้ปัจจัยเหล่านี้ด้วย โดยทั่วไปแล้วจะสามารถประมาณได้ว่า 10-20% ของเด็กนักเรียนมีความบกพร่องด้านการเรียนรู้ ความบกพร่องด้านการเรียนรู้มักจะเกี่ยวข้องกับความอ่อนแอในกระบวนการด้านจิตวิทยาซึ่งมีผลต่อการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย ด้านภาษา (เช่น การพูด การฟัง การเป็นเหตุเป็นผล) ด้านความจำ (เช่น การมองเห็น และหรือ การได้ยิน ความจำทั้งระยะสั้นและระยะยาว) ด้านทักษะการรับรู้เกี่ยวกับการมองเห็น (การลอกเลียนแบบ และการวางตัวในสถานการณ์) และด้านการประสานงานของกล้ามเนื้อ เป็นต้น ได้มีการศึกษาหลายแหล่งที่ แสดงว่ามีปัญหาการเรียนรู้ที่เป็นปัญหาเฉพาะและพบบ่อยในเด็กปากแหว่งเพดานโหว่

7. การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านให้ความหมายของการวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Perkins (1993 : 35) ได้กล่าวว่า การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหา ที่เรียนอย่างแท้จริงนั้น ครูควรคำนึงถึงข้อเสนอแนะต่อไปนี้

1. ควรเรียนรู้ด้วยกระบวนการคิดเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนได้ปฏิบัติมากกว่า

ครู

2. เตรียมการประเมินผลที่ต่อเนื่อง

3. ควรสนับสนุนการแสดงออกของนักเรียน ให้นักเรียนได้ใช้จินตนาการ

เพราะการแสดงออกจะบ่งบอกถึงความเข้าใจในทางปฏิบัติของนักเรียน

อนันต์ จันทร์ทวี (2545 : 256) ได้กล่าวว่า การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

มีดังนี้

1. สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบแตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียน

2. สรุปความหมายของเรื่องให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

3. แปลงหรือเปลี่ยนรูป จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ ซึ่งชี้แจงความสมเหตุสมผลของข้อความและแปลความหรือตีโจทย์ปัญหา

สรุปได้ว่า การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สามารถวัดได้ดังนี้ 1) สามารถสรุปเรื่องราวที่ได้เรียนมาแล้วได้ด้วยตนเอง เป็นคำพูดของตนเอง หรือ 2) ผู้เรียนจะสามารถสรุป กฎ หลักการ หรือหาค่าสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ โดยการอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และ 3) สามารถแปลงข้อความที่เป็นภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ หรือภาพ พร้อมทั้งอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อความและตีความได้

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกาซึ่งเป็นองค์กรสำคัญที่มีบทบาทอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับ โรงเรียนทั้งในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลก ได้กล่าวไว้ในหนังสือคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ในปี ค.ศ. 1980 ว่า “การแก้ปัญหาคือเป็นจุดเน้นสำคัญในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์” ทำให้นักการศึกษาได้หันมาสนใจการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Bruechner and Grossnikle (1957 : 301) ได้ให้ความหมาย ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีโดยใช้วิธีการที่เคยชิน และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อเวลานี้อาจไม่เป็นปัญหา วันนี้อาจได้

Aderson and Pingry (1973 : 228) ได้ให้ความหมายของปัญหา ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุปหรือเป็นคำตอบซึ่งผู้แก้ปัญหา ทำได้โดยจะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสมซึ่งใช้ความรู้ประสบการณ์การวางแผน และการตัดสินใจ ประกอบกัน

Adams and Others (1977 : 176) ได้ให้ความหมายของปัญหาทาง คณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ และคำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วย จะ รวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องราว ปัญหาที่เป็นคำพูด นอกจากนี้เขาได้กล่าวถึง ความแตกต่างระหว่างปัญหา กับการทำแบบฝึกหัดอีกว่า ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะต้องมี การตัดสินใจและลงมือกระทำ ส่วนการทำแบบฝึกหัดไม่ต้องการตัดสินใจ

Bell (1978 : 309 - 310) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ว่า สถานการณ์ใด ๆ จะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งบุคคลใดถ้าเอาใจใส่ มีความต้องการที่จะตอบสนอง สถานการณ์นั้นแต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ในทันทีใด การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้หาคำตอบด้วย

ปริชา เนาว์เย็นผล(2537 : 62) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้เป็นข้อดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือ จำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันที ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์ หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้และ สถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

ยุพิน พิพิธกุล (2542 : 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง กับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 7) ได้ให้ความหมายของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็น สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่ และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นได้ในทันที

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาที่จะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง กับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหาซึ่งสามารถสรุปได้เป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

- 1) เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือ จำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
- 2) เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อนที่จะต้องอาศัยทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้
- 3) สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหานั้นจะขึ้นอยู่กับบุคคล สถานการณ์ที่เป็นปัญหาของคนหนึ่งอาจจะไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่ง

2. ประเภทของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาค้นคว้าได้มีนักการศึกษาหลายท่านที่กล่าวถึง ประเภทของ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะที่สอดคล้องดังต่อไปนี้

Polya (1957 : 23 -29) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้คั่นคว้า เป็นปัญหาให้คั่นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณหรือหาวิธีการ และคำอธิบายการให้เหตุผล ซึ่งแบ่งเป็น 3 ส่วนคือสิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ เงื่อนไขที่ เชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการให้หาคับข้อมูลที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์เป็นปัญหาที่ต้องการให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ซึ่งแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และ ผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องการให้พิสูจน์

Charles and Lester (1982:6-10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหา ของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจในมโนคติทาง คณิตศาสตร์และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ชั้นหรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆแล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหาซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาและการประเมินผล คำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่นการเก็บรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์จัดระบบ ประมวลผลและแปลผลเพื่อตัดสินใจ เกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหา

ได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาคู่ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้ หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย

Baroody (1987 : 260–261) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาปกติ (Routine Problem) เป็นปัญหาที่นักเรียนพบในแบบเรียน
2. ปัญหาไม่ปกติ (Non-Routine Problem) เป็นปัญหาที่แสดงกระบวนการและปัญหาที่เป็นปริศนา (Puzzle problem)

Bitter, Hatfield and Edwards (1989 : 137) ได้แบ่ง ประเภทของปัญหาตามลักษณะของปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Opened) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ขึ้นอยู่กับ สภาพแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาลักษณะนี้จะให้ความสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหา เป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามustดำเนินการตามสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่กำหนดสืบค้นจนกระทั่งได้คำตอบในขั้นสุดท้ายของการแก้ปัญหา มัก เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางให้ค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่มีรายละเอียด ของปัญหา เช่น มีคำชี้แนะและคำชี้แจงในการแก้ปัญหาซึ่งผู้แก้ปัญหามสามารถดำเนินการแก้ปัญหา ตามคำชี้แนะได้เลยโดยไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

Reys, Suydum and Lindquist (1992 : 29) ได้แบ่งปัญหา คณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ซับซ้อนผู้แก้มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและ วิธีแก้ปัญหาเมื่อพบปัญหาสามารถแก้ได้ทันที

2. ปัญหาแปลกใหม่ (Non-routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนและผู้แก้ไม่คุ้นเคยกับปัญหานั้น ผู้แก้ต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงจะ แก้ปัญหาได้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538 : 52- 53) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาซึ่งแบ่งได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1.1 ปัญหาให้ค้นหาเป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณจำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบาย ให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ซึ่ง แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามองประมวล ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำไปแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2541 : 2) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะคือ

1. ปัญหาปกติ (Routine problems) เป็นปัญหาธรรมดาที่พบได้ทั่วไป เช่น ในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่ไม่ซับซ้อน

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (Non - routine problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหามองประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล(2542 : 3) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาที่ให้คำตอบ มี 4 ขั้นตอนในการหาคำตอบ คือ ทำความเข้าใจในปัญหา การวางแผน ดำเนินตามแผน และตรวจสอบผล

2. โจทย์ปัญหาที่ให้พิสูจน์เมื่ออ่านโจทย์แล้วต้องแยกเหตุ (สิ่งที่กำหนดให้) และแยกผล (สิ่งที่ต้องพิสูจน์) ให้ได้แล้วจึงวิเคราะห์จากผลไปสู่เหตุว่าผลเป็นเช่นนี้เหตุมาจากอะไร เมื่อ วิเคราะห์ได้แล้วจึงเรียบเรียง การพิสูจน์จากเหตุไปสู่ผล

สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ ปัญหาธรรมดาที่เป็นแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ซึ่งเป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบหรือปัญหาให้พิสูจน์ตามกฎ นิยาม ทฤษฎี เป็นปัญหาที่พบได้ทั่วไป ไม่ซับซ้อนผู้แก้มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและ วิธีแก้ปัญหาเมื่อพบปัญหาสามารถแก้ได้ทันทีและปัญหาที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งไม่ใช่แบบฝึกหัดที่นักเรียนเคยพบเห็นหรือเคยแก้ปัญหานั้นมาแล้ว เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เป็นปัญหาแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหานั้นผู้แก้ปัญหามองต้องอาศัยความรู้ความสามารถ และประสบการณ์หลายๆอย่างมาประมวลเข้าด้วยกันเพื่อที่จะนำไปใช้กำหนดวิธีการแก้ปัญหาคงต้องใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาเพื่อช่วยแก้ปัญหามา เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

3. ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้หลายท่านที่สอดคล้องกัน ดังต่อไปนี้

Bitter et al (1998 : 36) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็นการค้นหาวิธทางที่เหมาะสมเพื่อดำเนินการไปสู่คำตอบ โดยวิธทางนั้นไม่เคยรู้จักมาก่อนเป็นวิธีการที่ยากเป็นวิธีการที่มีอุปสรรคและการแก้ปัญหามองอาจไม่สามารถทำได้ในทันทีต้องใช้ความคิดวิเคราะห์จนได้วิธีการที่เหมาะสม

Brahier (2005 : 13) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการที่แต่ละบุคคลพยายามใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน

พิศมัย ศรีอำไพ (2534 : 56-57) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เราประสบ อยู่ทุกวันนี้ไม่ใช่ว่าจะเป็นปัญหาคณิตศาสตร์เท่านั้นเพราะฉะนั้นหน้าที่ของท่านในฐานะครูสอนคณิตศาสตร์ ก็คือการช่วยเด็กให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหามองในรูปแบบต่าง ๆ กันอย่างกว้างขวาง เราช่วยให้เด็กเรียนรู้ในการแก้ปัญหามองที่เป็นคำบรรยาย ให้เกิดทักษะในการทำความเข้าใจเมื่ออ่านโจทย์ ให้ใช้ทักษะที่จำเป็นที่ต้องการในทางวิทยาศาสตร์ให้รู้จักวิเคราะห์หาเหตุการณ์ต่างๆ เกิดขึ้น ได้อย่างไรในสังคมศึกษาและอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุขสำหรับในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีปัญหาที่มีคำบรรยาย (Story or work problems) และการประยุกต์ใช้นั้น ครูจำเป็นต้องพัฒนาความสามารถของเด็กให้สามารถใช้เทคนิคและกลยุทธ์ต่าง ๆ ในการแก้ปัญหามองเราทราบกันคืออยู่แล้วว่า ความรู้ ทักษะ และความ

เข้าใจเป็นองค์ประกอบสำคัญของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ แต่ในเรื่องการแก้ปัญหา นั้น เด็กต้องสังเคราะห์องค์ประกอบเหล่านี้เข้าด้วยกันอย่างมีหลักเกณฑ์เพื่อที่จะตอบคำถาม ตัดสินใจ และทำให้บรรลุจุดมุ่งหมาย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล(2542 : 5) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะไม่ขึ้นกับปัญหาเฉพาะ กระบวนการหรือวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่การพิจารณาที่สำคัญคือจะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหายังไง การแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นข้อความ (Word Problem) จะแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์แนวคิด (Analytic thinking) และกลวิธีการคิด (Thinking strategy) ซึ่งผู้สอนจะต้องฝึกให้มากพอ เพื่อผู้เรียนจะได้คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน / กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่แต่ละคนจะต้องใช้ความรู้ ความเข้าใจ ทักษะ เทคนิคและประสบการณ์ต่างๆทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำความเข้าใจในสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย และประมวลความรู้ ความสามารถ ทักษะ และประสบการณ์ต่างๆเหล่านั้น เพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่หรือในสถานการณ์ที่แตกต่างออกไปจากเดิมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นการค้นหาวิธีทางที่เหมาะสมเพื่อดำเนินการไปสู่คำตอบ โดยประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอน / กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งแต่ละบุคคลจะต้องนำความสามารถในการใช้เทคนิคและกลยุทธ์ต่าง ๆ เพื่อนำความรู้ ทักษะ และความเข้าใจเป็นองค์ประกอบสำคัญของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการไปสู่คำตอบ

3. ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การเรียนคณิตศาสตร์ระดับ โรงเรียนของทุกประเทศทั่วโลก มุ่งเน้นเพื่อนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่เป็นสถานการณ์จำลองที่หลากหลายและเกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ทำให้จุดเน้นที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับ

โรงเรียนทุกประเทศทั่วโลกเป็นการเรียนฝึกฝนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงมีนักการศึกษาได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

NCTM (1980 : 1-3) ได้เสนอให้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นจุดเน้นที่สำคัญของหลักสูตร เป็นเป้าหมายแรกของการเรียนการสอน และได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยกำหนดให้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่สำคัญและจำเป็นอันดับแรก ของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ เพราะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ หลักการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะก่อให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการแก่ผู้เรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2554 : 15) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถพื้นฐานของมนุษย์ในชีวิตประจำวันของมนุษย์นั้นต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมที่เปลี่ยนแปลงไปมนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้น จำเป็นต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างชาญฉลาด ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์

2. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทำให้เกิดการค้นพบองค์ความรู้ใหม่ จากการศึกษาประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาพบว่า การคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระความรู้ใหม่ๆ ทำให้วิชาคณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามของนักคณิตศาสตร์หลายท่านในการพิสูจน์สังพจน์การขนานในเรขาคณิตของยูคลิด มีอิทธิพลต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ๆ มาก เช่น เรขาคณิตนอกยูคลิด เมื่อพบปัญหา ความพยายามที่จะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะก่อให้เกิดการพัฒนากระบวนการทางความคิดเป็นประสบการณ์ใหม่ ซึ่งเมื่อผสมผสานกับประสบการณ์เดิมจะก่อให้เกิดสาระความรู้ใหม่ ทั้งเชิงเนื้อหาและวิธีการ

3. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เมื่อพิจารณาจุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย ความสอดคล้องกันประการหนึ่งของจุดประสงค์ คือมุ่งการให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถแสดงความคิดออกมาอย่างชัดเจน มีระเบียบและ

รัดกุม นอกจากนี้ในทุกระดับชั้นยังมุ่งให้นักเรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งความลึกซึ้งของจุดประสงค์จะแตกต่างกันในแต่ละระดับชั้น เพื่อเป็นการตอบสนองจุดประสงค์ดังกล่าว ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จึงได้มีการสอดแทรกกิจกรรมการแก้ปัญหาไว้ในคาบเวลาเรียนปกติ และในกิจกรรมเสริมหลักสูตรต่างๆ เช่น มุมคณิตศาสตร์ การจัดป้ายนิเทศ การจัดนิทรรศการ กิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติ หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการ และนอกจากนั้นยังเป็นการพัฒนาผู้เรียนด้านความสามารถพื้นฐานของมนุษย์ในชีวิตประจำวันของมนุษย์นั้นต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ต่อให้มีความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมที่เปลี่ยนแปลงไปมนุษย์ก็ยังคงต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา สิ่งสำคัญอีกข้อคือการทำให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ การคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระความรู้ใหม่ๆ ทำให้วิชาคณิตศาสตร์มีการพัฒนา นอกจากนี้ยังมีสิ่งสำคัญข้อสุดท้ายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ สามารถนำไปใช้ต่อในระดับการศึกษาที่สูงขึ้น เพราะการแก้ปัญหาเป็นความสามารถเป็นเนื้อหาที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนนั่นเอง

4. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นขั้นตอนที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหานำไปใช้ปฏิบัติตามและเมื่อปฏิบัติตามขั้นตอนแล้วจะนำสู่คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งในกระบวนการแก้ปัญหานั้นได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ออกมาเสนอขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาดังนี้

Bloom (1956 : 122) ได้เสนอขั้นตอนการคิดแก้ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 เมื่อนักเรียนได้พบปัญหา นักเรียนจะคิดค้นหาสิ่งหาที่เคยพบเห็นและเกี่ยวข้องกับปัญหา

ขั้นที่ 2 นักเรียนจะใช้ผลจากขั้นที่หนึ่งมาสร้างรูปแบบของปัญหาใหม่

ขั้นที่ 3 จำแนกแยกแยะปัญหา

ขั้นที่ 4 การเลือกใช้ทฤษฎีหลักการ ความคิด และวิธีการที่เหมาะสมกับปัญหา

ขั้นที่ 5 การใช้ข้อสรุปของวิธีการแก้ปัญหามา

ขั้นที่ 6 ผลที่ได้จากการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ Bloom ได้อธิบายเพิ่มเติมอีกว่าความสามารถทางสมองที่นำมาใช้แก้ปัญหาในขั้นที่ 1 – 4 เป็นส่วนของการนำมาใช้ขั้นที่ 5 และ 6 เป็นส่วนของความเข้าใจสำหรับความรู้ความจำถือว่าเป็นพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้ปัญหาส่วนความสามารถในการวิเคราะห์เป็นความสามารถทางสมองอย่างหนึ่งที่นำมาใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาในขั้นที่ 3

Bruner (1966 : 123 –127) ได้ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาและได้สรุปว่าการคิดแก้ปัญหาของบุคคลนั้นต้องการกลไกแห่งความสามารถในการอ้างอิงและจำแนกประเภทของ สิ่งเร้า ประสบการณ์รับรู้ต่างๆที่เป็นปัจจัยที่สำคัญยิ่งของกระบวนการจัดประเภทอันที่จะนำไปสู่การตอบสนองในขั้นสุดท้าย ขั้นตอนต่างๆ ในการคิดแก้ปัญหามีดังนี้

1. รู้จักปัญหาเป็นขั้นที่บุคคลรับรู้สิ่งเร้าที่ตนกำลังเผชิญอยู่ว่าเป็นปัญหา
2. แสวงหาเค้าเงื่อนเป็นขั้นตอนที่บุคคลใช้ความพยายามอย่างมากในการระลึกถึงประสบการณ์เดิม
3. ตรวจสอบความถูกต้องเป็นขั้นตอนที่ตอบสนองในลักษณะของการจัดประเภทหรือแยกโครงสร้างเนื้อหา

4. การตัดสินใจตอบสนองที่สอดคล้องกับปัญหา

Wallas (1972 : 215 -247) ได้เสนอกระบวนการคิดแก้ปัญหามีอยู่ 4 ขั้นตอนคือ

1. ขั้นเตรียม (Preparation) เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาเลือกปัญหารวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับปัญหาเป็นความพยายามเบื้องต้นที่จะแก้ปัญหา
2. ขั้นฟักตัว (Incubation) เป็นขั้นที่ผู้แก้หันความสนใจออกไปจากปัญหาไปยังกิจกรรมอื่นๆ
3. ขั้นเกิดความคิดหรือขั้นเข้าใจปัญหา (Illumination) ผู้แก้ปัญหาจะมีความคิด “แว็บ” ขึ้นในสมอง
4. ขั้นตรวจสอบ (Verification) เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาลงมือตรวจสอบคำตอบของตนว่าสามารถใช้ได้หรือไม่

Polya (1973 : 5 – 40) ได้จัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาสิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจ คือสัญลักษณ์ต่างๆ ในโจทย์ ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่า ประเด็นของปัญหาอยู่ที่ใด สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หาคือ เงื่อนไขและถ้าจำเป็นจะต้องให้สื่อกับข้อมูลต่างๆ นักเรียนควรเลือก

สัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจซ้ำแล้วซ้ำอีกหลายๆแง่มุม จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่างๆ ในปัญหาอย่างชัดเจนมาก่อน สิ่งที่ต้องการหามีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่กำหนดให้อย่างไร สิ่งที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นตอนนี้ก็คือ การนิทบทวนความรู้ที่มีว่ามีความรู้ อะไรบ้างซึ่งสัมพันธ์กับปัญหาเทคนิคอย่างหนึ่งในการวางแผนแก้ปัญหาได้แก่ การพยายามนิทบทวนสิ่งที่เคยแก้ปัญหามาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาปัจจุบัน เพราะอาจจะช่วยให้สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรแบ่งเป็นขั้นๆ โดยแบ่งเป็นขั้นตอนใหญ่ๆ และในแต่ละขั้นใหญ่แต่ละขั้นก็แบ่งออกเป็นขั้นเล็กๆ อีกมากมาย นอกจากนี้ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อที่จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

3. ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนที่ วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการ คำนวณ การรู้จักเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

4. ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ ตรวจสอบปัญหานั้นๆ ว่า ได้ผลเป็นอย่างไรเป็นขั้นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์โดยพิจารณาและสำรวจดูผลว่ามีความถูกต้องและมีเหตุผลน่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน ทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

Wilson et al (1993 : 3-4) ได้เสนอแนะกรอบคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามขั้นตอนทั้ง 4 ของโพลยาที่เป็นพลวัตร ที่มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้เพิ่มจาก 4 ขั้นตอนเดิมที่ถูกลมองวาการแก้ปัญหา ต้องดำเนินการตามลำดับลงมา

สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนตามลำดับดังนี้ คือ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นของการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองอ่านโจทย์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ที่โจทย์กำหนดให้ได้ว่า อะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่โจทย์ถาม 2) ขั้นการวางแผน ในการแก้ปัญหา เป็นขั้นของการเสนอแนวคิดหรือการสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยที่นักเรียนต้องประมวลสิ่งต่างๆ ที่ได้ในขั้นที่ 1) และ 2) เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหาว่า จากสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ผู้แก้จะสามารถเขียนสิ่งเหล่านี้ออกมาเป็นความสัมพันธ์ในรูปของสมการได้

อย่างไร และจะมีสูตร ทฤษฎี ข้อเท็จจริงหรือข้อมูลอื่นใดที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้แต่ต้องใช้เพื่อมาช่วยในการแก้ปัญหานั้นและผู้เรียนสามารถแสดงความเข้าใจออกมาในรูปของการสร้างตัวแทน ได้แก่ การวาดรูป การสร้างตาราง การเขียนสัญลักษณ์ต่างๆแทนข้อความหรือการใช้วัตถุจริง ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนการสร้างทำความเข้าใจสู่ความเป็นนามธรรม เป็นขั้นของการประมวลความคิดหรือความเข้าใจในโจทย์ปัญหาเพื่อนำเสนอออกมาให้เห็นเป็นรูปธรรมโดยการสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์ 3) ขั้นตอนดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่ได้วางไว้ และ 4) ขั้นตรวจคำตอบ เป็นขั้นของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ตามสถานการณ์ที่โจทย์กำหนดให้

5. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นเป็นสิ่งสำคัญเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญห และได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1957 : 11) ได้กล่าวถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหามา หมายถึง เทคนิค วิธีการเฉพาะอย่างที่เหมาะสมกับการแก้ปัญห แต่ละปัญหา ซึ่งโพลยา เรียกว่า “Heuristics” เปรียบเสมือนเป็นเครื่องชี้แนะ หรือเป็นเครื่องนำทางช่วยในการแก้ปัญห ซึ่งผู้แก้ปัญหสามารถนำไปปรับใช้ให้เหมาะสมกับปัญหาได้ ยุทธวิธีการแก้ปัญหามีหลายแบบ ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดแล้วคาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผลจากการเดาครั้งแรก ๆ

2. ยุทธวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลองเพื่อแสดงสภาพการณ์ของปัญหาช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ สามารถกำหนดแนวทางและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

3. ยุทธวิธีสร้างตาราง การแจกแจงกรณีต่างๆ ที่เป็นไปได้ของสภาพการณ์ที่คำตอบของปัญหาที่แก้ได้แล้วคำตอบในรูปของคณิตศาสตร์ ปัญหาที่กำหนดโดยนำมาเขียนในรูปของตารางเป็นการจัดระบบของข้อมูล ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างชัดเจนซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

4. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร ปัญหาบางปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวน หรือปริมาณสามารถใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่แล้วศึกษาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น

5. ยุทธวิธีค้นหาแบบ เป็นการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย โดยอาศัยจากตัวอย่างที่มีอยู่แล้วกำหนดเป็นรูปแบบทั่วไป ซึ่งก่อนที่จะนำไปใช้จะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้อง โดยการให้เหตุผลแบบนิรนัยก่อน

6. ยุทธวิธีแบ่งเป็นกรณี ปัญหาบางปัญหา สามารถแบ่งเป็นกรณีได้มากกว่า 1 กรณี แล้วแก้ปัญหาหาคำตอบในแต่ละกรณี เมื่อพิจารณาคำตอบจากทุกกรณีรวมกันจะได้คำตอบของปัญหาเริ่มต้น

7. ยุทธวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรงเป็นการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหาคำหนดให้เป็นเหตุบังคับให้เกิดผลซึ่งเป็นคำตอบในแต่ละกรณี เมื่อพิจารณาคำตอบจากทุกกรณีรวมกันจะได้คำตอบของปัญหาเริ่มต้น

8. ยุทธวิธีใช้การให้เหตุผลทางอ้อม ปัญหาบางปัญหาไม่เหมาะสมที่จะใช้ยุทธวิธีการให้เหตุผลทางตรงในการแก้ปัญหา จำเป็นจะต้องใช้ยุทธวิธีการให้เหตุผลทางอ้อม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 12-34) ได้เสนอยุทธวิธี การแก้ปัญหาที่เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูปเป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบซึ่งคำตอบอาจจะถูกยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยันยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำ จะช่วยนักเรียนในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยยังไม่ต้องคิดคำนวณก่อนตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การค้นหาแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตลอดจนช่วยไม่ให้หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาคด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้

เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณีๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสมยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอนซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจงกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและการตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์แล้ว ตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไปนักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นใกล้เคียงคำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การทำงานแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

7. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปแบบของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ในการแกสมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไรหลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณและเมื่อใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหาถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาพีชคณิต

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้คือการเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัดยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้งยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากกว่าการแก้ปัญหาโดยตรงและง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่แสดงเป็นเท็จ

ฉวีวรรณ เสวตมัลย์ (2542 : 30 - 38) ได้สรุปยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the Problem) อะไรคือสิ่งที่กำหนดอะไรคือ สิ่งที่ต้องการอะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่จงดูตัวอย่างหลาย ๆ ข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมติหรือทำข้อความ "โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป" เพื่อโจทย์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before?) หรือท่านเคยเห็นปัญหานี้ในรูปแบบที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคยท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานี้แล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหาคเดิมมาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่าแล้วแก้ โดย "การคลาย" เงื่อนไขในข้อหนึ่ง หรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาคเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a Pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของอนุกรม $1 + 2 + \dots + 100$ หนุ่มน้อย ฟรีดริช เกาส์ (Frederick Gauss) ก็สร้างรูปแบบนี้ได้ $1 + 100 = 2 + 99 = 101$ ความเข้าใจหยั่งรู้นี้ได้นำไปสู่การสังเกตทันทีว่า ตัวเลขอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย $50 \times 101 = 5,050$

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่าย ๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ "ยุ่งเหยิง" จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่าย ๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลังการจัดพจน์ในนิพจน์ที่ซับซ้อนเสียใหม่ อาจนำไปสู่ผลสำเร็จที่ปลายทางเดียวกัน

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่ง เป็นปัญหาย่อย ๆ ที่จะแก้ไขได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work Backwards) เมื่อท่านพยายามจะพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปหาเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a List) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกขั้นตอนของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวบรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง (Simulation and Modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์หรือในโลกแห่งความเป็นจริงนั้นถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (Indirect Prove) ซึ่งเป็นที่รู้กันว่าเป็นการพิสูจน์ วิธีแย้งสลับที่ (Contrapositive) ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึกและการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

11. เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลายๆ วิธีเพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูป และระบุชื่อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียน

รายการแสดงความสัมพันธ์เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใดก็ยังมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์แอบแฝงอยู่ซึ่งจะเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

สรุปได้ว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พบบ่อย สามารถแบ่งออกได้เป็น 11 วิธี ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดา และตรวจสอบ เป็นการพิจารณาคาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นก็ตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผลจากการเดาครั้งแรก ๆ
2. ยุทธวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลองเพื่อแสดงสภาพการณ์ของปัญหา ช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น
3. ยุทธวิธีสร้างตาราง การแจกแจงกรณีต่างๆ ที่เป็นไปได้ของสภาพการณ์ที่คำตอบของปัญหาที่แก้ได้แล้วคำตอบในรูปของคณิตศาสตร์ ปัญหาที่กำหนดโดยนำมาเขียน ในรูปของตารางเป็นการจัดระบบของข้อมูล
4. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร ปัญหาบางปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวน หรือปริมาณสามารถใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า โดยจะกำหนดค่านั้นขึ้นเป็นตัวแปร
5. ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ เป็นการให้การให้เหตุผลแบบอุปนัย โดยอาศัยจากตัวอย่างที่มีอยู่แล้วกำหนดเป็นรูปแบบทั่วไป และอาศัยการให้เหตุผลแบบนิรนัยก่อน
6. ยุทธวิธีแบ่งเป็นกรณี ปัญหาบางปัญหา สามารถแบ่งเป็นกรณีได้มากกว่า 1 กรณี จึงต้องพิจารณาปัญหาออกเป็นกรณีแล้วจะได้คำตอบ
7. ยุทธวิธีให้การให้เหตุผลทางตรงเป็นการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหาที่กำหนดให้เป็นเหตุซึ่งจะทำให้เกิดผล และเมื่อพิจารณาคำตอบของทุกกรณีรวมกันเพื่อให้ได้คำตอบปัญหา
8. ยุทธวิธีให้การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง
9. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่าย ๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ดูวุ่นวายและยุ่งยากดังนั้นเราจึงจัดรูปแบบให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้นจึงจะทำให้ได้
10. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่ง เป็นปัญหาย่อย ๆ ที่จะแก้ไขได้ง่ายขึ้นหรือไม่

11. การทำย้อนกลับ (Work Backwards) เมื่อท่านพยายามจะพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปหาเหตุผล

6. องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Clyde (1967 : 112) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน สรุปได้ ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้ให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สถิติปัญหาหลายอย่าง เช่น สถิติปัญหาและองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ

Henny (1971 : 223-224) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ที่มีผลต่อความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่ามีปัจจัยต่างๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
2. ความเข้าใจในแนวคิดของปัญหา
3. การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณที่ถูกต้อง

Zalewsky (1978 : 2804-A) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้ประสบความสำเร็จมีปัจจัยต่างๆ ดังนี้

1. ความเข้าใจในการอ่านศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
3. ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์
4. ความสามารถในการจัดกระทำ
5. การมีทักษะในการคำนวณ

Heddens and speer (1992 : 34-35) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ ดังนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ

6. ความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหา

Baroody (1993 : 208) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านความรู้ความคิด ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบด้านความรู้ลึก เป็นแรงขับในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นใจตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อของนักเรียน

3. องค์ประกอบด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะตอบตนเองว่า ทฤษฎีอะไรบ้างที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามทฤษฎีเหล่านั้นได้อย่างไร

Cruikshank and Sheffield (2000 : 40) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ ดังนี้

1. เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

2. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

3. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของตนเอง

4. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5. ความสามารถทางสมองของนักเรียน

กรมวิชาการ (2544 : 106-107) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบที่ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ ดังนี้

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก

2. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา

3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

4. การเริ่มต้นแก้ปัญหา นักเรียนไม่สามารถทราบได้ว่าจะเริ่มต้นอย่างไร จะต้องทำอะไรก่อน

5. ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ

6. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีกำลังใจในการแก้ปัญหาดังกล่าว

7. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในกาปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งคล้ายกับการที่จะเป็นนักศิลปะที่เก่ง นักเล่นกอล์ฟฝีมือเยี่ยมก็ต้องฝึกฝนฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ

สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จะประกอบด้วยสติปัญญาหลายอย่าง เช่น สติปัญญาและองค์ประกอบทางการคิด ความยืดหยุ่นความสามารถในการอ่าน ความสามารถในการเข้าใจคำพูด การคิดคำนวณ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความเชื่อ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา รวมทั้งความซับซ้อนของปัญหา

7. การประเมินการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์

เทคนิคการประเมินการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปรายละเอียดได้ดังนี้ (ปรีชา เนาว่าเย็นผล, 2544 : 15)

1. การสังเกตและการใช้คำถาม การสังเกตและการใช้คำถามถามนักเรียนขณะที่กำลังแก้ปัญหา จะได้ข้อมูลที่มีคุณค่าเกี่ยวกับการแสดงออกของนักเรียน เจตคติและความเชื่อ การสังเกต และการถามคำถาม ครูสามารถทำได้อย่างไม่เป็นแบบแผน ขณะที่ครูเคลื่อนที่เข้าไปสังเกตตามกลุ่มต่าง ๆ เมื่อนักเรียนกำลังทำงานและสามารถกระทำอย่างเป็นแบบแผนผ่านการสัมภาษณ์อย่างมีโครงสร้างเป็นรายบุคคล การสังเกตโดยตรงและการถามคำถามอย่างระมัดระวังขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาถือว่าเป็นวิธีที่ดีที่สุดของการประเมินบางด้านของเป้าหมายของการแก้ปัญหาซึ่งการประเมินจากการวิเคราะห์งานจากการเขียนเพียงอย่างเดียวนั้นไม่เพียงพอ การสังเกตและการถามคำถาม มีจุดประสงค์สำคัญในการจดบันทึกการตอบสนองของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะหรือเจตคติที่ครูประเมิน การสังเกตอย่างไม่เป็นแบบแผนและการถามคำถามสามารถใช้ประเมินเมื่อนักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล ในกลุ่มเล็กหรือในขณะที่อภิปรายร่วมกันทั้งชั้น แต่น่าจะมีประสิทธิภาพที่สุดระหว่างที่นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล และในกลุ่มเล็ก เนื่องจากว่าครูมีข้อจำกัดในด้านเวลาในการจดบันทึกขณะที่มีการอภิปรายกันทั้งชั้นเรียน ก่อนเข้าสู่บทเรียนเลือกประเด็นของสิ่งที่ต้องประเมิน ครูต้องเตรียมเครื่องมือการประเมินไว้ล่วงหน้า เช่น แบบตรวจสอบรายการหรือมาตราประมาณค่า ในขณะที่นักเรียนที่หมายตาไว้แก้ปัญหา ครูเฝ้าสังเกตพวกเขา ฟังสิ่งที่เขาพูดกับเพื่อนๆ คนอื่น สอดแทรกการตั้งคำถามให้สอดคล้องกับประเด็นที่ต้องการประเมิน จดบันทึกสิ่งที่สังเกตได้ โดยทำเป็นจุดหรือเครื่องหมายไว้ ซึ่งดีกว่าการจำไว้เพียงอย่างเดียว เพราะอาจหลงลืมได้ กำหนดเป้าหมายไว้อย่าให้มากข้อเกินไป ในขณะที่ครูสังเกตและถามคำถามนักเรียนใน

สถานการณ์แก้ปัญหาต้องบันทึกสิ่งที่ต้องการทันทีเท่าที่จะทำได้ภายหลังการสังเกต การบันทึกอาจมีเครื่องมือช่วย ได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และมาตรฐานค่า

2. การสัมภาษณ์ เทคนิคนี้เกี่ยวกับการสังเกตและการถามคำถามนักเรียนระหว่างการแก้ปัญหา แต่ไม่เหมือนกันเสียทีเดียว การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง สัมภาษณ์นักเรียนคราวละไม่เกิน 2 คน โดยปกติให้สัมภาษณ์ทีละคน สัมภาษณ์อย่างเป็นระบบ โดยการถามปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งต้องวางแผนไว้ล่วงหน้า การใช้การจดบันทึก มาตรฐานค่า แบบตรวจสอบลำดับขั้นตอน ซึ่งต้องวางแผนไว้ล่วงหน้า การใช้การจดบันทึก มาตรฐานค่า และแบบตรวจสอบรายการ การบันทึกเสียงและวีดิทัศน์ก็สามารถนำมาใช้ประกอบกันได้ เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ภายหลัง ขั้นตอนการสัมภาษณ์ คือ

- 1 เลือกบุคคลที่จะสัมภาษณ์
- 2 เลือกปัญหาที่เหมาะสม
- 3 วางแผนแบ่งประเด็นที่จะสัมภาษณ์ด้วยตนเอง
- 4 ดำเนินการสัมภาษณ์

ข้อดีของการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง คือ

- 1 การประเมินอยู่ในกรอบที่วางไว้
- 2 มีเวลาที่จะประเมินได้ในแนวคิดเกี่ยวกับทักษะในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล
- 3 สามารถกำหนดโครงสร้างที่ตายตัวหรือยอมให้มีความยืดหยุ่นได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการประเมิน

วัตถุประสงค์ของการประเมิน

- 4 สามารถเก็บข้อมูลได้ในรายละเอียดเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนทำและคิด
- 5 ทำให้ทราบถึงกระบวนการคิดของนักเรียน ซึ่งโดยปกติอาจเห็นได้ไม่ชัดเจนจากการเขียนของนักเรียน

การเขียนของนักเรียน

การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างควรใช้เมื่อต้องการถามให้ลึกซึ่งเกี่ยวกับกระบวนการคิดของนักเรียน ในการแสดงการแก้ปัญหาหรือเจตคติ มีประโยชน์สำหรับการวิจัยในกระบวนการแก้ปัญหา

3. การประเมินสมรรถนะ สำหรับการวิจัยในชั้นเรียน สมรรถนะบันทึกการแก้ปัญหานักเรียนเป็นแหล่งข้อมูลที่สำคัญ ซึ่งในสมรรถนะมีข้อมูลพื้นฐานต่อไปนี้

- 3.1 วิธีการหาคำตอบและคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์
- 3.2 การอภิปรายถึงยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา

3.3 การอภิปรายถึงความคล้ายคลึงกันของคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาหนึ่ง และที่ใช้ในปัญหาอื่นๆ ที่นักเรียนเคยแก้มาแล้ว

3.4 การอภิปราย การขยายปัญหาที่เป็นไปได้

3.5 การสำรวจศึกษาปัญหาจากการขยายปัญหา

ครูสามารถใช้สมุดงานเหล่านี้ในการประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหานักเรียนและวิเคราะห์ความก้าวหน้าในภาพรวมเมื่อสิ้นภาคเรียนและสิ้นปีการศึกษา

4. การประเมินผลการรายงาน เทคนิคที่เกี่ยวกับการเขียนรายงาน หรือการบันทึก ประสิทธิภาพ การแก้ปัญหที่ทำให้นักเรียนคิดย้อนถึงคือ การถามนักเรียนให้คิดย้อนทวน อธิบายวิธีการที่ใช้แก้ปัญหา ทิศทางหรือตัวอย่างของคำถามทั่วไป เช่น “จงบอกแนวความคิด และอธิบายวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญห” เน้นสิ่งที่มีประโยชน์ในการช่วยให้นักเรียนได้เริ่มต้น รายงาน ครูสามารถใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อช่วยนักเรียนให้มองย้อนกลับ และอธิบายความคิดของ นักเรียนขณะที่แก้ปัญหา

4.1 นักเรียนทำอะไร เมื่อแรกพบปัญหานักเรียนคิดถึงอะไร

4.2 นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหหรือไม่ ใช้ยุทธวิธีใด ผลเป็นอย่างไร มีอะไร เกิดขึ้นบ้าง ยุทธวิธีนั้นสามารถแก้ปัญหได้หรือไม่

4.3 ถ้าแก้ปัญหไม่สำเร็จ นักเรียนพยายามหายุทธวิธีอื่นมาลองใช้อีกหรือไม่ ผล เป็นอย่างไร

4.4 นักเรียนหาคำตอบของปัญหาได้หรือไม่ นักเรียนรู้สึกอย่างไร

4.5 นักเรียนตรวจสอบหรือไม่ ลองใช้วิธีการอื่นๆบ้างหรือไม่ นักเรียนแน่ใจไหมว่า คำตอบที่หาได้ถูกต้อง

4.6 โดยทั่ว ๆ ไปนักเรียนรู้สึกอย่างไรเกี่ยวกับการแก้ปัญหานี้

5. การประเมินแฟ้มผลงาน ในชั้นเรียนแฟ้มผลงานเป็นที่เก็บผลงานของนักเรียนซึ่ง นักเรียนคัดเลือกไว้ด้วยตนเอง แฟ้มผลงานจะอยู่ในตำแหน่งที่ห่างไกลในห้องเรียน แนวคิดที่อยู่ เบื้องหลังแฟ้มผลงาน ก็คือ เป็นการรวบรวมผลงานที่ดีที่สุดของนักเรียนอย่างเป็นระบบ แฟ้ม ผลงานเปิดโอกาสให้นักเรียนมีเวลาในการคิดที่จะพัฒนางาน จัดแสดงผลงานให้ดีขึ้นด้วยการ ใช้แฟ้มผลงานนักเรียนสามารถพัฒนาแนวความคิดที่สำคัญในคณิตศาสตร์ แฟ้มผลงานช่วยเปิด โอกาสให้นักเรียนได้แสดงออกและสังเกตการเติบโตและวุฒิภาวะของตนเองในคณิตศาสตร์ ได้ตลอดเวลาแฟ้มผลงานเป็นการบันทึกความก้าวหน้าของการเรียนรู้ตลอดเวลาอย่างต่อเนื่อง ในระยะยาวสอดคล้องกับธรรมชาติ เป็นผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในแง่มุมที่สอดคล้องกับความ

เป็นจริงแทนการสอบถามหรือทดสอบซึ่งทำเพียงบางช่วงเวลา เพิ่มผลงานใช้เป็นที่บันทึกความสำเร็จที่ภาคภูมิใจดีกว่าบันทึกความบกพร่อง ทักษะการสื่อสารจะได้รับการพัฒนาและส่งเสริมผ่านการใช้เพิ่มผลงานจากการที่นักเรียนรายงานถึงผลของการสำรวจศึกษาปัญหาและการทำกิจกรรม เพิ่มผลงานอาจจะบรรจุวิธีการและคำตอบของกิจกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนไว้ การได้สัมผัสผลงานของนักเรียนเป็นสิ่งสร้างสรรค์ที่ดีที่สุดหรือเป็นตัวบ่งชี้ที่ดีที่สุด เกิดความชัดเจนในกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ได้มองเห็นผลเฉลยที่สว่างหรือขยายแนวทางการวิเคราะห์ซึ่งแสดงความคิดริเริ่มและการสร้างระบบความคิด ในการแก้ปัญหาในเพิ่มผลงานนักเรียนสามารถเพิ่มเติมปัญหาหรือข้อคาบคาตซึ่งนักเรียนมีแนวคิดในการสร้าง

6. การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาจากงานเขียน ถึงแม้ว่าการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก็สามารถใช้เทคนิคหลายๆ อย่างในการประเมิน แต่การประเมินจากการเขียนแสดงการแก้ปัญหาของนักเรียนนับว่าเป็นสาระสำคัญ ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ความสามารถ และกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน การประเมินผลงานการแก้ปัญหของนักเรียน 3 วิธี คือ 1) การให้คะแนนโดยการวิเคราะห์ เป็นการกำหนดระดับคะแนนแยกแยะลงไปในช่วงตอนของกระบวนการแก้ปัญหา 2) การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการกำหนดคะแนนโดยพิจารณา ที่ภาพรวมของคำตอบของปัญหาซึ่งมีพื้นฐานอยู่บนเกณฑ์ที่สัมพันธ์กับกระบวนการคิดที่เฉพาะเจาะจง 4) การใช้คะแนนจากความประทับใจทั่ว ๆ ไป เป็นการให้คะแนนโดยใช้ความประทับใจทั่ว ๆ ไป ซึ่งมีเกณฑ์ที่แน่นอนชัดเจนจากผู้มีประสบการณ์สูง ความสำเร็จของการประเมินแต่ละวิธีขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากนักเรียน ซึ่งบันทึกผลของการคิดไว้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เพราะว่าการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนบางอย่างเป็นอิสระจากการสังเกต จึงจำเป็นต้องนำมาประกอบเสริมกับการสังเกตและการถามคำถาม หรือการรวบรวมข้อมูลการประเมินอื่นๆ จากนักเรียน เพื่อนำมาสร้างข้อวินิจฉัยในการแก้ปัญหของนักเรียน

6.1 การให้คะแนนโดยการวิเคราะห์ การให้คะแนนโดยการวิเคราะห์เป็นวิธีการประเมินที่กำหนดค่าของคะแนน โดยพิจารณาแยกแยะจากขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังนั้นขั้นตอนแรกของการพัฒนาสเกลสเกลการให้คะแนนของการวิเคราะห์ คือ การกำหนดขั้นตอนของการแก้ปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้ประเมินสนใจ ขั้นตอนที่สองคือการกำหนดพิสัยของคะแนนที่เป็นไปได้สำหรับแต่ละขั้นตอน

ข้อดีของการกำหนดสเกลการให้คะแนนโดยการวิเคราะห์

1. เป็นการพิจารณาขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาไม่ใช่พิจารณาเพียงคำตอบเท่านั้น
2. เป็นวิธีการกำหนดคุณค่าของงานของนักเรียนด้วยตัวเลขที่ชัดเจน
3. ช่วยครูในการเน้นเฉพาะที่จุดอ่อนและจุดแข็งของนักเรียนได้ตรงประเด็น
4. ได้ข้อสังเกตเฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับประสิทธิผลที่เกิดจากกิจกรรมการสอนที่หลากหลาย

5. สเกลการให้คะแนนโดยวิเคราะห์สามารถปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมได้ การให้คะแนนโดยวิเคราะห์อยู่บนความเชื่อว่าการประเมินการแก้ปัญหาคือการพิจารณาองค์ประกอบอื่นๆ มากกว่าการตรวจสอบง่ายๆ จากคำตอบเท่านั้น การกำหนดสเกลการวิเคราะห์สามารถที่จะประเมินการแสดงการแก้ปัญหของนักเรียนที่เกี่ยวกับขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาที่กำหนดไว้ล่วงหน้าก่อนที่จะได้คำตอบ ทำให้สามารถกำหนดของข่ายของจุดอ่อนจุดแข็งได้เฉพาะเจาะจง และประเมินประสิทธิผลของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เฉพาะเจาะจงได้ด้วยการพิจารณาสิ่งเหล่านี้ในสเกลการวิเคราะห์ที่มีประโยชน์มากภายใต้เงื่อนไขต่อไปนี้

1. เมื่อต้องการให้นักเรียนให้ผลย้อนกลับเกี่ยวกับประเด็นหลักๆ ที่สำคัญในการแสดงการแก้ปัญหา
2. เมื่อต้องการวินิจฉัยข้อสังเกตเกี่ยวกับจุดอ่อนและจุดแข็งของกระบวนการแก้ปัญหาย่างเฉพาะเจาะจง
3. เมื่อครูมีความสนใจในหลักฐานร่องรอยที่เฉพาะเจาะจงบางอย่างของการแก้ปัญหาซึ่งจำเป็นต้องเพิ่มเวลาในการเรียนการสอน
4. เมื่อครูมีเวลาเพียงพอในการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนอย่างระมัดระวังและละเอียดรอบคอบ

6.2 การให้คะแนนแบบองค์รวม การให้คะแนนงานการแก้ปัญหของนักเรียนแบบองค์รวมเป็นการให้คะแนนที่เน้นภาพรวมของคำตอบ แต่ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น การสร้างเกณฑ์การให้คะแนน มีความสัมพันธ์กับกระบวนการคิดแก้ปัญหาในมุมมองที่แตกต่างกับการให้คะแนนโดยการวิเคราะห์ที่กล่าวมาแล้ว การให้คะแนนแบบองค์รวมจะไม่กำหนดคะแนนแยกแยะลงไปถึงประเด็นต่างๆ ของกระบวนการคิด แต่จะกำหนดน้ำหนักคะแนนสำหรับภาพรวมของคำตอบทั้งหมด

ข้อดีของการให้คะแนนแบบองค์รวม

1. เปิดโอกาสให้มีการพิจารณาประเมินการเขียนของนักเรียนให้เป็นไปอย่างรวดเร็ว
2. เน้นการพิจารณากระบวนการที่ใช้ ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น
3. มีการจัดเตรียมเกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะเจาะจงชัดเจนสำหรับงานเขียน
4. ใช้คะแนนค่าเดียวซึ่งครอบคลุมภาพรวมของคำตอบในการแสดงผลงานการแก้ปัญหา

6.3 การให้คะแนนจากความประทับใจ การประเมินวิธีนี้ผู้ประเมินจะต้องมีประสบการณ์ในการประเมินสูงและมีเกณฑ์แน่นอนในการประเมิน

7. การประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ในการประเมินการแก้ปัญหา Kenedy and Tipps (1994 : 72) มีแนวคิดว่าการเก็บแต่เพียงคะแนนที่ได้จากจำนวนคำตอบที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือทำข้อสอบถูกต้อง โดยไม่ได้พิจารณาถึงวิธีการคิดและการให้เหตุผลที่นักเรียนใช้สร้างคำตอบไม่เพียงพอที่จะทำให้ทราบถึงความหมายที่นักเรียนมโนทัศน์และมีการคิดการทราบถึงความหมายของนักเรียนที่ใช้กำหนดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ นับว่าเป็นสาระสำคัญสำหรับผลของการเรียนการสอน เพื่อให้ครูทราบถึงวิธีการคิดของนักเรียนอย่างชัดเจนและสามารถค้นหาพฤติกรรมการคิดได้อย่างต่อเนื่องให้สามารถเข้าถึงสิ่งที่นักเรียนทำ วิธีการที่นักเรียนสร้างและนำมาใช้แก้ปัญหา การประเมินควรได้จากกิจกรรมที่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน โดยครูเข้าไปมีส่วนร่วมกับการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ครูสามารถใช้ข้อสังเกตนี้ในการประเมินกิจกรรมการเรียนการสอน และนำไปปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป การประเมินองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรจะแสดงผลที่เป็นข้อมูลที่มากกว่าทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งจะรวมถึงข้อสังเกตที่เกี่ยวกับองค์ความรู้ทางมโนทัศน์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล การประเมินทักษะการแก้ปัญหาคควรพิจารณาจัดหาหลักฐานและร่องรอยของความสามารถของนักเรียนในการถามคำตอบ การใช้ข้อมูลที่กำหนดให้กำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา การได้คำตอบของปัญหา การสร้างข้อความคาดการณ์ และการหาคำตอบทั่วไป

สรุปได้ว่า การประเมินการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ เราสามารถประเมินผู้เรียนได้หลากหลายวิธี ดังที่ได้กล่าวในเทคนิคการประเมินผู้เรียน เพราะในการประเมินเราไม่ควรประเมินเพียงแต่การทำข้อสอบในชั้นเรียนเท่านั้น ในการประเมินยังสามารถใช้เทคนิคอื่นๆ

เข้ามาช่วยในการประเมิน เพื่อให้ครูได้ทราบวิธีคิดของนักเรียนได้อย่างชัดเจน และยังสามารถค้นหาพฤติกรรมของนักเรียน นอกจากนั้นยังเป็นการทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ที่ดีระหว่างครูกับนักเรียนอีกด้วย

ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การพูดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอสิ่งที่นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 เข้าใจในการแก้ปัญหา เรื่อง การบวกและการลบจำนวนนับ ด้วยวิธีเขียนอธิบายขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ตามกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya ได้อย่างชัดเจนและมีรายละเอียดครบถ้วน สมบูรณ์ ตลอดจนใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การพูดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอสิ่งที่นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 เข้าใจในการแก้ปัญหา เรื่อง การบวกและการลบจำนวนนับ ด้วยวิธีการพูดอธิบายขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ตามกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya ได้อย่างชัดเจนและมีรายละเอียดครบถ้วน สมบูรณ์ ตลอดจนใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

แบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ในการวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สามารถเลือกใช้เครื่องมือได้อย่างหลากหลาย ซึ่ง เครื่องมือแต่ละชนิดก็มีข้อจำกัดและจุดเด่นที่แตกต่างกัน ดังนั้น ในการเลือกใช้เครื่องมือวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จึงควรคำนึงถึงความเหมาะสม ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้แบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนนับ เป็นเครื่องมือในการวิจัย มีลักษณะเป็นแบบทดสอบอัตนัย โดยแบบทดสอบอัตนัยมีรายละเอียด ดังนี้

ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้หลายทัศนะ ดังนี้

Mehrens and Lehmann (1969 : 206-227) กล่าวถึงแบบทดสอบอัตนัยว่ามีลักษณะของคำถามที่แตกต่างจากคำถามชนิดอื่น ดังนี้

1. ไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวที่สมบูรณ์และถูกต้อง
2. ผู้สอบได้ตอบอย่างอิสระ

3. คุณภาพของคำตอบมีระดับต่างกัน

Hopkins and Antes (1990 : 231-232) ได้เสนอรูปแบบของแบบทดสอบอัตนัยว่าข้อสอบประเภทนี้ต้องการคำตอบที่เป็นประโยชน์หลายประโยชน์ต่อเนื่องกัน ซึ่งแสดงความสมเหตุสมผล ผู้ตรวจความถูกต้องและคุณภาพของข้อสอบแบบนี้ ต้องเป็นผู้ที่มีความรู้ในวิชาที่สอบ

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548 : 34-38) กล่าวว่า แบบทดสอบแบบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ทำให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า แบบทดสอบอัตนัย คือ แบบทดสอบที่ทำให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น แสดงสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยเหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ ไม่มีข้อจำกัดในการเขียนคำตอบ

ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ดังนี้

Mehrens and Lehmann (1969 : 206-277) กล่าวถึงแบบทดสอบ โดยแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ตามลักษณะของควมมีอิสระในการตอบดังนี้

1. แบบตอบขยาย (Extended Response) หรือแบบไม่จำกัดคำตอบ (Unrestricted Response) ข้อสอบแบบนี้จะถามความรู้ความสามารถต่าง ๆ โดยให้อิสระในการตอบแก่นักเรียนหรือผู้สอบมาก เปิดโอกาสให้เขียนแสดงความคิดเห็น อธิบาย อภิปรายได้อย่างเต็มที่ ทุกแง่มุมตามที่ต้องการ ไม่จำกัด ลักษณะคำถามจึงกว้างขวาง เหมาะกับการวัดความสามารถด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะคิด และการประเมินค่า (Evaluation) เพราะข้อสอบแบบนี้ส่งเสริมให้นักเรียนผู้จักรวบรวมความคิดต่าง ๆ การประเมินคุณค่าของสิ่งเหล่านั้นและการใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุผลนี้ ปริมาณคำตอบของข้อสอบแบบนี้จึงขึ้นอยู่กับคำถามและความรู้ที่สั่งสมไว้ว่ามีมากน้อยเพียงใด ประกอบกับความสามารถในการจัดระบบการตอบ และความสามารถในการใช้ภาษาของนักเรียนแต่ละคนเป็นสำคัญ จุดอ่อนของคำถามแบบนี้อยู่ที่ การให้คะแนน เพราะยากที่จะหาเกณฑ์ในการให้คะแนนที่ถูกต้องเที่ยงตรงได้ คำถามที่ใช้มักจะเป็นคำถามประเภท “จงอภิปราย , เปรียบเทียบ , แสดงความคิดเห็น” เป็นต้น

2. แบบทดสอบจำกัด (Restricted Response หรือ Short – Essay Item) ข้อสอบนี้สามารถจุดจุดอ่อนของคำถามแบบแรกได้ ทั้งนี้เนื่องจากข้อสอบแบบขยายคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ให้อิสระในการตอบโดยไม่จำกัด ทำให้ได้คำตอบที่แตกต่างกันมาก จึงมักมีปัญหาในการตรวจคะแนน โดยเฉพาะในแง่ของการเปรียบเทียบกันในกลุ่ม ข้อสอบแบบนี้จึง

ถามแบบเจาะจง ผู้เขียนข้อจะกำหนดขอบเขต ลักษณะการตอบตลอดจนเนื้อหา ทิศทางการตอบและความยาวในการตอบไว้ด้วยคำตอบจึงสั้นและอยู่ภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้ ผู้ตอบต้องจัดเรียงเรียงความคิดเห็นให้เป็นระเบียบแล้วตอบให้ตรงประเด็นของคำถามเพียงสั้น ๆ โดยไม่มีโอกาสอภิปรายแสดงความคิดเห็นนอกเหนือที่กำหนดไว้ให้ ข้อสอบแบบนี้จึงมีความสะดวกในการให้คะแนนมากกว่าแบบแรก เพราะมีเกณฑ์ต่าง ๆ ที่จะตัดสินใจให้คะแนนมากขึ้น ผู้เขียนข้อสอบจึงจำเป็นต้องระมัดระวังในเรื่องคำสั่ง โจทย์ ขอบเขตเนื้อหา และเวลาที่กำหนดให้นักเรียนตอบคำถามที่ใช้มักอยู่ในรูป “จงนิยาม , ตอบสั้น ๆ , อธิบายสั้น ๆ ” อย่างไรก็ตาม ข้อสอบแบบนี้ให้โอกาสแก่นักเรียนน้อยมากในการแสดงความสามารถเกี่ยวกับการจัด การรวบรวม การแสดงความคิดเห็น และการจัดหาสิ่งต่าง ๆ ที่จำเป็นเกี่ยวกับการตอบ จึงมีประโยชน์สำหรับการวัดผลการเรียนรู้ระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์แต่จะมีความค่าน้อยมากถ้าจะนำไปใช้ในระดัการสังเคราะห์และการประเมินค่า

Hopkins and Antes (1990 : 231-232) แบ่งประเภทของแบบทดสอบอัตนัยออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. แบบที่มีขอบเขตกว้างแต่ให้เวลาจำกัด (Extended-Response) ข้อสอบลักษณะนี้จะทดสอบทักษะของผู้เขียนในการเลือกว่าเขียนอะไรและจะเขียนมากน้อยแค่ไหนในแต่ละส่วน รวมทั้งความสามารถในการจัดระเบียบและแสดงความคิดในเชิงตรรกะ ข้อสอบเขียนบรรยายแบบขยายความนี้เป็นข้อสอบประเภทปลายเปิด (Open-Ended) และไม่ได้จำกัดความคิดของนักเรียน ข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ในการประเมินการเขียน โดยเฉพาะศิลปะเกี่ยวกับการใช้ภาษา

2. แบบจำกัดคำตอบ (Limited-Response) จะมีขอบเขตกว้างหรือแคบก็ได้ แต่นักเรียนควรจะรู้อย่างแน่ชัดว่าขีดจำกัดนั้นคืออะไร ข้อสอบนี้จะให้ขีดจำกัดที่ระบุได้อย่างชัดเจน เพื่อสร้างขอบเขตในการตอบให้นักเรียน กล่าวคือนักเรียนต้องตอบในรอบเนื้อหาที่จำกัดข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ต่อครูผู้สอนที่ต้องการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งต่างจากแบบทดสอบอัตนัยแบบที่มีขอบเขตกว้างที่ต้องการวัดด้านทักษะการเขียนผู้ออกข้อสอบควรพิจารณาถึงจุดมุ่งหมายในการวัดผลก่อนตัดสินใจเลือกว่าจะใช้รูปแบบใด

ชาลูนชัย ยมดิษฐ์ (2548 : 34-38) กล่าวว่า ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบคือ แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended response) และแบบจำกัดคำตอบ (Restricted response) ซึ่งขึ้นอยู่กับ การให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษาพบว่าเด็กระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบ

กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ให้อิสระแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัย การสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่าคุณค่าอย่างยิ่งในการวัด ขบวนการทางสมองที่สูงขึ้นตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยากาศกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอกถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี – ข้อเสีย ของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น จงเปรียบเทียบข้อดี – ข้อเสียของการ ประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่มมาอย่างละเอียด เพราะเหตุใดเอ็ดสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมากจากการทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น จงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศเกาหลีและเวียดนามมา 3 ประเภท

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีเหตุผล เช่น จงเปรียบเทียบและอธิบาย เหตุผลการปกครองระบอบประชาธิปไตยของอังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือ มีความเชื่อมั่นค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือ นักเรียนมี โอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดคำตอบ (Restricted response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขต แบบฟอร์มและเนื้อหาที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบสั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนด ขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วย ตัวอย่างเช่น ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพ ของพลเมือง จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบอัตนัยมี 2 ประเภท คือ แบบขยายเป็นการทดสอบ ให้ผู้เขียนตอบได้อย่างอิสระ สามารถอภิปรายได้อย่างไม่จำกัดและแบบจำกัดคำตอบ เป็นการ ระบุอย่างชัดเจนหรือสร้างขอบเขตในการตอบของนักเรียน

หลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัย เป็นแบบทดสอบที่กำหนดปัญหาหรือเรื่องราวให้ โดยให้ผู้ตอบ อธิบาย หรือบรรยายแสดงความคิดเห็น หรือวิพากษ์วิจารณ์อย่างอิสระในเวลาที่กำหนดให้ ในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัยต้องพิจารณาหลายสิ่งอย่างเพื่อตรงตามจุดประสงค์ เนื้อหา และการวัดประเมินผล ให้สอดคล้องกันทั้งระบบ โดยมีหลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามดังต่อไปนี้

1. ต้องดูจุดประสงค์ของการสอบก่อน แล้วจึงเขียนข้อคำถาม เพื่อให้ตรงจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด
2. ควรใช้คำถามที่มีความกระชับ ชัด ด้วยหลักการถามและหลักภาษา
3. คำถามหนึ่ง ๆ ควรเป็นเรื่องเดียว เพื่อให้ผู้ตอบตอบได้ตรงเป้าหมายที่ผู้ถามต้องการ
4. คำถามควรคำนึงถึงเวลาที่จะให้ผู้ตอบทำการตอบ
5. คำถามทุกคำถามผู้สอบควรทำเฉลยไว้ และวางแผนการให้คะแนนแต่ละส่วนว่าเป็นเท่าไร เพื่อเปรียบเทียบ นอกจากนั้นต้องพิจารณาคำตอบที่มีโอกาสเป็นไปได้ที่ไม่จำเป็นจะต้องตรงกับเฉลยทุกตัว แต่ก็จะถูกสามารถได้คะแนนได้ด้วยลักษณะของแบบทดสอบอัตนัย

การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย

นักวัดผลการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายและวิธีการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย วิเคราะห์ย่อย และวิธีประเมินรวม ไว้มากมาย เช่น

Ebel (1972 : 149-152) ได้ให้ข้อเสนอแนะสำหรับการตรวจให้คะแนนไว้ 2 รูปแบบ คือ การให้คะแนนด้วยวิธีวิเคราะห์ และวิธีประเมินคุณภาพโดยรวม (Analytic Scoring or Global-quality Scaling)

1. วิธีวิเคราะห์ วิธีนี้ส่วนประกอบที่สำคัญต่าง ๆ ของคำตอบจะเป็นตัวกำหนดการให้คะแนนมากน้อยอย่างอิสระ การพิจารณาจะพิจารณาทั้งส่วนประกอบที่สำคัญของคำตอบ และความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบเหล่านั้นด้วยว่าเป็นองค์ประกอบเดียวกันของคำตอบหรือไม่ แต่ถ้าความสัมพันธ์นั้นซับซ้อนและเข้าใจยากวิธีการเทียบเกณฑ์ก็อาจจะทำได้ไม่สะดวกและใช้เวลานาน
2. วิธีประเมินคุณภาพโดยรวม วิธีนี้ผู้ตรวจให้คะแนนจะอ่านคำตอบโดยรวมและพิจารณาความประทับใจ แล้วจึงเปลี่ยนความประทับใจนั้นเป็นระดับคะแนนบันทึกไว้

ทำแบบนี้ทุกๆ ข้อ วิธีการที่ดีกว่า เพื่อควบคุมความสม่ำเสมอ หรือมาตรฐานในการตรวจ
กระดาษคำตอบที่ต่างกัน คือ การแบ่งกลุ่มคำตอบเป็นคล้าย ๆ กัน เมื่อแบ่งกลุ่มแล้ว ผู้ตรวจให้
คะแนนจึงมาพิจารณาตัดสินใจใหม่อีกครั้งว่าแต่ละกองเหมาะสมหรือยัง

ผู้ให้คะแนนจำกัดขนาดของแต่ละกองไว้ล่วงหน้าและพยายามแบ่งให้มีการ
แจกแจงใกล้เคียงกับที่กำหนดไว้ ในการแบ่งกลุ่มนั้นอาจแบ่งได้ดังนี้

1. แบ่งเป็น 3 กอง

ระดับต่ำ		ระดับปานกลาง	ระดับสูง	
25%		50%	25%	
ต่ำที่สุด	ต่ำกว่า	ปานกลาง	สูงกว่า	สูงที่สุด
5%	25%	40%	25%	5%

2. ตรวจให้คะแนนคำตอบแบบคำถามต่อคำถาม มากกว่า คนต่อคน

3. ถ้าเป็นไปได้ ควรปิดบังชื่อของนักเรียนที่ทำข้อสอบไม่ให้ผู้ตรวจให้คะแนน

ทราบ

4. ถ้าเป็นไปได้ ควรจัดให้มีการตรวจให้คะแนนอย่างอิสระ

Meherns and Lehmann (1973 : 229 - 238) ได้อธิบายถึงการตรวจให้คะแนนด้วยวิธี
ประเมินรวม (Holistic Method) ว่าวิธีนี้คำตอบจะไม่ถูกแบ่งออกเป็น ส่วน ๆ แต่ผู้ตรวจจะอ่าน
อย่างรวดเร็วแล้วใช้ความประทับใจและใช้มาตรฐานบางอย่างกำหนดระดับของคำตอบ การ
ตรวจคำตอบจะขึ้นอยู่กับระดับของการแบ่ง อาจแบ่งข้อสอบเป็น 2 กลุ่ม คือ “กลุ่มที่ยอมรับ
ได้ – กลุ่มที่ยอมรับไม่ได้” หรือ 5 กลุ่ม คือ “ดีมากจนถึงต่ำกว่ามาตรฐาน” โดยมากจะแบ่ง
ประมาณ 4 หรือ 5 กลุ่ม และอธิบายถึงการตรวจโดยวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Method) ว่าการ
ให้คะแนนวิธีวิเคราะห์เป็นวิธีที่มีรูปแบบคำตอบประกอบด้วยประเด็นเฉพาะที่กำหนดไว้ก่อน
แล้ว คะแนนของนักเรียนที่ได้จะขึ้นอยู่กับจำนวนประเด็นที่เขาตอบ รวมไปถึงส่วนอื่น ๆ เช่น
แสดงความคิดเห็นได้ชัดเจน การให้เหตุผล และการยกตัวอย่างสนับสนุนในประเด็นคำตอบ
และการกำหนดคะแนนในแต่ละประเด็นจะขึ้นอยู่กับเวลาที่ใช้ในการตอบ ความซับซ้อนของ
คำถาม และเนื้อหาที่ครูสอน

Whitney and Sabers (1976 : 5) ได้เสนอการตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบอัตโนมัติ
จำนวน 2 วิธี คือวิธีเทียบกับเกณฑ์กับวิธีจัดอันดับคุณภาพ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การตรวจสอบโดยวิธีเทียบกับเกณฑ์ (Analytic Method หรือ Point Method) การ
ตรวจให้คะแนนวิธีนี้ครูจะต้องกำหนดแนวการตอบไว้ล่วงหน้า โดยแยกแนวคำตอบออกเป็น

ตอนย่อย ๆ ตามองค์ประกอบของการตอบ เช่น การจัดเรียงความคิด หลักฐาน ที่ยกมาอ้าง ตัวอย่างประกอบ เป็นต้น จากนั้นก็กำหนดคะแนนเต็มของแต่ละตอนย่อย เมื่อครูอ่านข้อสอบของนักเรียนก็จะให้คะแนนแต่ละตอนย่อย ๆ มารวมกันเป็นคะแนนที่ได้รับทั้งข้อ

2. การตรวจโดยวิธีการจัดอันดับคุณภาพ (Rating Method หรือ Holistic Method หรือ Scoring Method หรือ Global Scoring) การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ ครูจะอ่านคำตอบของนักเรียนทีละคน เมื่ออ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะแยกกระดาษคำตอบเป็นกลุ่มหรือเป็นกองตามระดับคุณภาพของการตอบ เช่น แยกกระดาษคำตอบออกเป็น 5 กอง ดังเช่น ดีมาก ดี พอใช้ เกือบพอใช้ อ่อน เมื่อครูอ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะจัดกองใดกองหนึ่งในห้ากองนี้หลัง จากนั้นครูก็จะพิจารณากระดาษในแต่ละกอง โดยพิจารณาว่าใครตอบดีกว่ากัน แล้วเรียงกระดาษคำตอบตามลำดับของคุณภาพ แล้วให้คะแนนตามลำดับของคุณภาพอีกทีหนึ่ง

Wiersma and Jurs (1985 : 175-177) กล่าวว่า การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย ว่าเป็นแบบทดสอบที่มีความเคร่งครัดในการให้เกณฑ์การให้คะแนนอย่างมาก เพราะว่าเป็นการยากที่จะให้คะแนน กล่าวคือ จะมีความเชื่อถือได้ยาก ซึ่งมีจุดสำคัญอยู่ที่กระบวนการให้คะแนนของผู้ตรวจ วิธีการนี้จะช่วยเพิ่มความเป็นปรนัยในการให้คะแนนเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามต้องอาศัยเวลาที่มากขึ้นในการตรวจ ที่ก่อนจะให้คะแนนครูจะต้องมีวิธีการหรือกำหนดกรอบของคำตอบไว้ล่วงหน้า เรียกว่า โมเดลคำตอบ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นการกำหนดค่าให้ประเด็นสำคัญ ๆ ที่จะทำให้การตรวจแตกต่างกันน้อยที่สุด วิธีการให้คะแนนมี 2 วิธี คือ

1. การให้คะแนนวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Scoring) จุดสำคัญของการให้คะแนนคำตอบอยู่ที่การจำแนกและกำหนดขอบเขตของคำตอบเป็นรายละเอียด มีความชัดเจนมากจึงง่ายต่อการตรวจและมีความเชื่อถือได้

2. การให้คะแนนวิธีการให้คุณภาพโดยรวม หรือวิธีการประเมินรวม (Holistic Scoring) เป็นวิธีที่อาศัยความประทับใจกับคำตอบ คำตอบจะถูกมองในภาพรวมมากกว่าจะแยกออกมาเป็นส่วนย่อย โดยจะแยกกระดาษคำตอบออกเป็น 2 กองหรือมากกว่า เช่น กองดีมาก กองดี กองพอใช้ กองแย่มาก การตรวจจะรวดเร็วและง่ายกว่า แต่ทำให้ไม่มีความเป็นปรนัย มีความเชื่อถือได้น้อย

เยาเวตี วิบูลย์ศรี (2545 : 132-138) การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรง และเชื่อถือได้ หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและ

แบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานถัดไป คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. กำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด
2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับคำถามเท่านั้น
3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับ

การให้คะแนน

4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลาย แก่นักเรียนทุกคน สำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวาเป็น ปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจสอบแบบอัตโนมัติที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบันมี 2 วิธี คือ

4.1 การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method) การตรวจข้อสอบอัตโนมัติ โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวคำตอบไว้ก่อน โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนนผู้ตรวจจะนำเอากระดาษมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวทางคำตอบนั้น ครูผู้ออกข้อสอบควรจะทำไว้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวคำตอบเมื่อจะเริ่มตรวจการให้คะแนนแบบนี้เหมาะสมสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบ มากกว่าแบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบ

4.2 การตรวจโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตโนมัติโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระดาษคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนที่ละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจดูคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่น ในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกทีว่า ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้ว จึงให้คะแนน ใครอยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

สรุปได้ว่า การตรวจแบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นแบบทดสอบอัตโนมัติ มีการตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มี

ความเที่ยงตรง และเชื่อถือได้ จุดสำคัญของการตรวจอยู่ที่กระบวนการให้คะแนนของผู้ตรวจ แบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ วิธีเทียบกับเกณฑ์ และ วิธีการจัดอันดับคุณภาพ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. การตรวจสอบโดยวิธีเทียบกับเกณฑ์ การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ครูจะต้องกำหนดแนว การตอบไว้ล่วงหน้า โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อยๆ ตามองค์ประกอบของ การตอบ

2. การตรวจสอบโดยวิธีการจัดอันดับคุณภาพ การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ ครูจะอ่าน คำตอบของนักเรียนทีละคน เมื่ออ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะแยกกระดาษคำตอบเป็นกลุ่มหรือ เป็นกอง ตามระดับคุณภาพของการตอบ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียน และการพูดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้แบบวัดความเข้าใจทาง คณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือในการวิจัย มีการกำหนดเกณฑ์การประเมินแบบรูปรีค โดยผู้วิจัย ได้ปรับเกณฑ์การให้คะแนน มาจากเกณฑ์การให้คะแนนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555 : 130) โดยมีรายละเอียด ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.ความเข้าใจปัญหา

- | | |
|------------------|--------------------------------------|
| 3 (ดี) | เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง |
| 2 (พอใช้) | เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน |
| 1 (ต้องปรับปรุง) | เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา |

2.การวางแผน

3 (ดี) เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมและ สอดคล้องกับปัญหา

2 (พอใช้) เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา

1 (ต้องปรับปรุง) เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือก วิธีการแก้ปัญหาได้

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

3 (ดี) นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการ แก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอน ได้อย่างชัดเจน

2 (พอใช้) นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดง
ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน

1 (ต้องปรับปรุง) นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่อย่างถูกต้อง หรือไม่แสดง
ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

4. การสรุปคำตอบ

3 (ดี) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์

2 (พอใช้) สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่
ครบถ้วน

1 (ต้องปรับปรุง) ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบๆ ไม่ถูกต้อง
เกณฑ์การให้คะแนนสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. ความเข้าใจปัญหาในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

3 (ดี) เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง
คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วน
สมบูรณ์

2 (พอใช้) เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน ใช้ภาษาและ
สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาด
รายละเอียดในบางประเด็น

1 (ต้องปรับปรุง) เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา ใช้ภาษาและ
สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

2. การวางแผนในการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอ

3 (ดี) เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมและ
สอดคล้องกับปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับ
ขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์

2 (พอใช้) เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง
คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบาง
ประเด็น

1 (ต้องปรับปรุง) เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาในการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอ

3 (ดี) นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์

2 (พอใช้) นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น

1 (ต้องปรับปรุง) นำการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

4. การสรุปคำตอบในการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอ

3 (ดี) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์

2 (พอใช้) สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น

1 (ต้องปรับปรุง) ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

โดยการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การให้คะแนนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียนและการพูดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในการตรวจแบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียนและการพูดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1.การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการทำ ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
2.การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการวางแผนการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสมและสอดคล้องกับปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่ สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
		และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
3. การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ในการใช้ ยุทธวิธีแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	<p>- นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์</p> <p>- นำการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังสามารถรายละเอียดในบางประเด็น</p> <p>- นำการแก้ปัญหาไปใช้ไม่อย่างถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน</p>
4. การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ในการ สรุปคำตอบ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	<p>- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์</p> <p>- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังสามารถรายละเอียดในบางประเด็น</p> <p>- ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่</p>

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
		ถูกต้อง ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

จากเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ดังกล่าวในการตรวจให้คะแนนแบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และใช้ค่าร้อยละของคะแนนรวมมาแปลผลความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555 : 122)

ระดับดีมาก หมายถึง ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 80 ขึ้นไป

ระดับดี หมายถึง ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 60-79

ระดับพอใช้ หมายถึง ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 40-59

ระดับต้องปรับปรุง หมายถึง ได้คะแนนคิดเป็นร้อยละต่ำกว่า 40

คุณภาพเครื่องมือ

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอความคิดเกี่ยวกับคุณภาพเครื่องมือไว้ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2544 : 81) เครื่องมือรวบรวมข้อมูลจะต้องมีคุณภาพหลายประการประกอบกันดังนี้

1. ทุกข้อต้องมีคุณภาพเข้าเกณฑ์ ในด้านระดับความยาก อำนาจจำแนกความเที่ยงตรงตามเนื้อหา

2. เมื่อนำทุกข้อที่มีคุณภาพตามข้อ 1 มารวมกันเป็นฉบับ เครื่องมือทั้งฉบับนั้นจะต้องมีคุณภาพในด้านความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่น

สมนึก ภัททิยธานี (2551 : 193) กล่าวถึงการประเมินคุณภาพแบบทดสอบว่า หมายถึง การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นว่ามีคุณภาพดีเพียงใด ทั้งลักษณะเป็นรายข้อและทั้งฉบับ ถ้าข้อสอบข้อใดหรือฉบับใดมีคุณภาพดีก็ควรนำไปใช้ และถ้าบกพร่องก็ควรปรับปรุงแก้ไข

พิชิต ฤทธิจรูญ (2551 : 134) กล่าวถึงเครื่องมือวัดผลที่ดีจะต้องเป็นเครื่องมือที่มีคุณภาพจึงจะช่วยให้การวัดผลมีความถูกต้องเชื่อถือได้ และผลการประเมินที่ได้ย่อมเชื่อถือได้ด้วย ดังนั้นก่อนที่จะนำเครื่องมือไปใช้จริงควรตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือก่อนทุกครั้งในเรื่องความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยาก อำนาจจำแนกและความเป็นปรนัย เครื่องวัดผล

บางชนิดจำเป็นต้องตรวจคุณภาพให้ครบทั้ง 5 ประการ แต่บางชนิดอาจตรวจสอบเพียงบางประการแล้วแต่ลักษณะเครื่องมือ

ไพศาล วรคำ (2554 : 254) กล่าวว่า คุณภาพเครื่องมือ หมายถึง คุณลักษณะที่บ่งบอกถึงความสามารถของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย เช่น ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยาก และอำนาจจำแนก เป็นต้น คุณสมบัติที่บ่งชี้ถึงคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย ความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่นเป็นหลัก ส่วนอำนาจจำแนกนั้นจะใช้เฉพาะในกรณีของแบบทดสอบและแบบสอบถาม และความยากจะใช้เฉพาะกรณีแบบทดสอบเท่านั้น

สรุปได้ว่า คุณภาพของเครื่องมือ หมายถึง ลักษณะที่บ่งบอกถึงความสามารถของเครื่องมือที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถของเครื่องมือที่จะนำไปใช้ เครื่องมือที่ดีควรมีคุณลักษณะซึ่งคุณภาพของเครื่องมือประกอบด้วย ความเที่ยงตรง ความยาก อำนาจจำแนก และความเชื่อมั่น

ความเที่ยงตรง

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความเที่ยงตรง (Validity) หรือความตรง ดังนี้

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552 : 99) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงเป็นความใกล้เคียงกันระหว่างค่าที่วัดได้กับค่าที่แท้จริง ถ้าผลการวัดได้มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงเพียงใด ก็ถือว่าการวัดมีความเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้นเพียงนั้น

ความเที่ยงตรงจึงเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุดของแบบวัดความเที่ยงตรงจำแนกตามลักษณะ หรือจุดประสงค์ของการวัดได้ 3 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้ 1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) 2. ความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity) และ 3. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา หมายถึง เครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามเนื้อหาที่ต้องการวัด ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา จำแนกได้ 2 ชนิด

1.1 ความเที่ยงตรงเชิงเหตุผล (Logical Validity) เป็นความเที่ยงตรงที่ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดได้ตรงตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรหรือไม่

1.2 ความเที่ยงตรงเชิงพินิจ (Face Validity) เป็นคุณภาพของแบบทดสอบที่พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดได้ตรงตามคุณลักษณะที่นิยามไว้หรือไม่ ซึ่งเป็นความเที่ยงตรงที่เหมาะสมกับแบบวัดด้านความรู้สึก (Affective Domain) ก่อนสร้างข้อสอบ จะต้องนิยามสิ่งที่จะ

วัดให้ชัดเจนก่อน หลังจากนั้นจึงจะสร้างข้อสอบหรือข้อความแต่ละข้อว่าสร้างตรงตามที่นิยามไว้หรือไม่ ถ้าสร้างได้ตรงตามที่นิยามไว้ ก็แสดงว่าแบบทดสอบมีความเที่ยงตรงตามเนื้อหา ทางด้านความเที่ยงตรงเชิงพินิจ

2. ความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion – Related Validity) หมายถึง คุณภาพของเครื่องมือที่เอาผลการวัดของแบบทดสอบไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่ต้องการจำแนกได้ 2 ชนิด คือ

2.1 ความเที่ยงตรงเชิงสภาพ (Concurrent Validity) หมายถึง ความเที่ยงตรงที่เอาผลการวัดของแบบที่ทดสอบที่สร้างขึ้นไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ในสภาพปัจจุบัน (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2543 : 251) โดยการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบกับคะแนนเกณฑ์ จากเครื่องมืออื่นที่สามารถใช้บ่งบอกสถานภาพปัจจุบันของลักษณะที่มุ่งวัดนั้น ได้ เครื่องมือทั้งสองทำการวัดในเวลาเดียวกัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในทางบวกที่สูง แสดงถึงคะแนนจากแบบทดสอบ สามารถใช้เป็นตัวบ่งชี้ที่ดีของสถานภาพของลักษณะที่มุ่งวัดนั้น

2.2 ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity) หมายถึง ความเที่ยงที่ได้อา มาจากการเอาผลการวัดของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปคำนวณหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ในอนาคตเพื่อที่จะเอาผลการสอบไปพยากรณ์ผลความสำเร็จในอนาคต (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2543 : 257) โดยคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบกับคะแนนจากเกณฑ์ จากเครื่องมือที่สามารถบ่งบอกผลสำเร็จของลักษณะที่มุ่งวัดในอนาคต เนื่องจากเครื่องมือทั้งสองทำการวัดในเวลาต่างกัน โดยแบบทดสอบที่สร้างทำการวัดในปัจจุบัน แต่อีกเครื่องมือหนึ่งต้องช่วงเวลาทำการวัดในเวลาต่อมา เพื่อให้ได้คะแนนเกณฑ์ในอนาคต

3. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) หมายถึง การมองข้อความของแบบวัด โครงสร้างหรือแนวคิดทฤษฎีได้จากผลการตอบข้อความของแบบวัดนั้น ความเที่ยงตรงตาม โครงสร้างพิจารณาผลการตอบว่าเป็นไปตาม โครงสร้างที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยพิจารณาจากสหสัมพันธ์ระหว่างข้อความของแบบวัดฉบับนั้นกับฉบับอื่นที่พิสูจน์มาแล้ว ความเที่ยงเชิงตรง โครงสร้างมี 4 แบบ ดังนี้

3.1 วิธีหาสหสัมพันธ์

3.2 การวิเคราะห์หลายคุณลักษณะหลายวิธี (Multitrait-Multimethod : MTMM)

3.3 วิธีเปรียบเทียบองค์ประกอบ (Factor Analysis)

ไพศาล วรคำ (2554 : 262-263) กล่าวว่า นำผลการตรวจสอบของผู้เชี่ยวชาญมา คำนวณหาดัชนีที่บ่งบอกถึงความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งคำนวณได้จากความสอดคล้องระหว่าง ประเด็นที่ต้องการวัดกับข้อคำถามที่สร้างขึ้น ดัชนีนี้เรียกว่า ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อ คำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index : IOC) โดยแปลงระดับความ สอดคล้องเป็นคะแนนดังนี้

สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ	จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น -1

และหาดัชนีความสอดคล้องได้จาก

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่าง แบบทดสอบกับจุดประสงค์ การ เรียนรู้

R แทน เป็นคะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละประเมิน ในแต่ละข้อ

N แทน เป็นจำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยหาความเที่ยงตรงของแบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนนับ ด้วยวิธีการหาความเที่ยงตรงโดยพิจารณาค่าดัชนีความ สอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index : IOC) (ไพศาล วรคำ. 2554 : 262-263)

ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงค่าความยากและอำนาจจำแนกไว้หลายทัศนะ ดังนี้

พิชิต ฤทธิจรูญ (2551 : 138) กล่าวว่า ความยากและอำนาจจำแนกดังนี้

ความยาก (Difficulty) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่บอกให้ทราบว่าข้อสอบนั้นมีคน ตอบถูกมากหรือน้อย ถ้ามีคนตอบถูกมากข้อสอบข้อนั้นก็ง่าย ถ้ามีคนตอบถูกน้อยข้อสอบนั้นก็ ยาก ถ้ามีคนตอบผิดบ้างถูกบ้างหรือมีคนตอบถูกปานกลางข้อสอบข้อนั้นก็มีความยาก ปาน กลาง ข้อสอบที่ดีมีความยากพอเหมาะควรมีคนตอบถูกไม่ต่ำกว่า 20 คน และไม่เกิน 80 คน จาก

ผู้เข้าสอบ 100 คน ค่าความยากหาได้โดยการนำจำนวนคนที่ตอบถูกหารด้วยจำนวนที่ตอบทั้งหมด

อำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนได้ตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ใครรอบรู้ – ไม่รอบรู้ โดยยึดหลักการว่าคนเก่งจะต้องตอบข้อสอบข้อนั้นถูก คนไม่เก่งจะต้องตอบผิด ข้อสอบที่ดีจะต้องแยกคนเก่งกับคนไม่เก่งออกจากกันได้ อำนาจจำแนกมีความสัมพันธ์กับความเที่ยงตรงเชิงสภาพในทางบวก กล่าวคือ ถ้าเครื่องมือใดมีอำนาจจำแนกสูง เครื่องมือนั้นก็มีความเที่ยงตรงเชิงสภาพสูงด้วย

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552 : 225) กล่าวว่า ความยากและอำนาจจำแนกดังนี้

ความยาก (Difficulty) หรือระดับความยากของข้อสอบ (Level of Difficulty of the Items) หมายถึง สัดส่วนของจำนวนคนที่ตอบข้อสอบข้อนั้นถูก เช่น ข้อสอบข้อหนึ่งมีคนตอบ 100 คน ปรากฏว่าตอบถูก 30 คน แสดงว่าข้อสอบข้อนี้มีระดับความยาก (p) เท่ากับ 0.30 หรือ 30% ดังนั้นระดับความยากของข้อสอบจึงมีค่าตั้งแต่ 0 – 1.0 ถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกมาก p จะมีค่าสูง (ต้องเข้าใกล้ 1) แสดงว่าข้อนั้นง่าย ในทางตรงข้ามถ้าข้อสอบข้อใด มีคนตอบถูกน้อย p จะมีค่าต่ำ (เข้าใกล้ 0) แสดงว่าข้อนั้นยาก โดยทั่วไปข้อสอบมีค่า p ระหว่าง 0.20 – 0.80 ถือว่าเป็นข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะ และข้อสอบที่ทั้งฉบับควรมีระดับความยากเฉลี่ยประมาณ 0.50

อำนาจจำแนก (Discrimination) หรืออำนาจจำแนกของข้อสอบ หมายถึง ความสามารถของข้อสอบในการจำแนกหรือแยกให้เห็นความแตกต่างระหว่างผู้สอบที่มีผลสัมฤทธิ์ต่างกัน เช่น จำแนกคนเก่งกับคนอ่อนออกจากกันได้ ส่วนคนที่อ่อนหรือไม่มีความสามารถไม่ควรทำข้อสอบข้อนั้นได้ อำนาจจำแนกของข้อสอบจะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง +1 แต่อำนาจจำแนกที่ดีจะต้องมีค่าเป็นบวก ควรมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

ตารางที่ 3 ตารางเกณฑ์การแปลความหมายของค่าความยากและอำนาจจำแนก

ความยาก	ความหมาย	อำนาจจำแนก	ความหมาย
0.80-1.00	ง่ายมาก	0.60-1.00	ดีมาก
0.60-0.79	ค่อนข้างง่าย	0.40-0.59	ดี
0.40-0.59	ปานกลาง	0.20-0.39	พอใช้
0.20-0.39	ค่อนข้างยาก	0.10-0.19	ค่อนข้างต่ำควรปรับปรุง

ความยาก	ความหมาย	อำนาจจำแนก	ความหมาย
0.00-0.19	ยากมาก	0.00-0.09	ต่ำมาก ต้องปรับปรุง

ไพศาล วรคำ (2554 : 292-294) กล่าวว่า คุณลักษณะของข้อสอบหรือข้อคำถามที่สามารถแยกปริมาณของคุณลักษณะที่ต้องการวัดที่มีอยู่ในแต่ละบุคคลได้ เช่น แบบทดสอบข้อสอบที่มีอำนาจจำแนกก็คือข้อสอบที่สามารถแยกคนเก่งออกจากคนอ่อนได้ เทคนิคการหาค่าอำนาจจำแนกมีหลายวิธีตามลักษณะของเครื่องมือดังนี้

1. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงกลุ่ม มีหลายวิธีดังนี้

1.1 เทคนิคร้อยละ 50

1.2 เทคนิคร้อยละ 27

1.3 การหาสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนรายข้อกับคะแนนรวม

1.4 การหาสหสัมพันธ์แบบ Point Biserial

2. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงเกณฑ์ หาได้ 2 แบบ ดังนี้

2.1 การหาอำนาจจำแนกของเบรนนาน (Brennan's Index : B-Index)

2.2 ดัชนีความไวของข้อสอบ (Sensitive Index : S)

3. การหาอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย

ในกรณีของข้อสอบอัตนัย ค่าคะแนนในแต่ละข้อจะมีได้หลายค่า การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัยสามารถหาได้จากสูตรวิทนีย์และซาเบอร์ส

สรุปได้ว่า ค่าอำนาจจำแนก (r) คือ คุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนได้ตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน รอบรู้ ไม่รอบรู้ โดยยึดหลักการที่ว่าคนเก่ง ย่อมตอบข้อสอบนั้นถูก คนไม่เก่งจะต้องตอบผิด ข้อสอบที่ดีจะต้องสามารถแยกคนเก่งคนไม่เก่งออกจากกันได้

เกณฑ์ในการพิจารณา

1. แบบอิงเกณฑ์

2. แบบอิงกลุ่ม

ประเภทของการวิเคราะห์ข้อสอบแบบรายข้อ

1. ข้อสอบแบบเลือกตอบ

2. ข้อสอบแบบอัตนัย

เกณฑ์การพิจารณาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย

เกณฑ์การหาค่าอำนาจจำแนกค่าอำนาจจำแนก D ถ้าค่า D เข้าใกล้ +1 หมายถึง การเรียนการสอนบรรลุตามเป้าหมาย คือก่อนเรียนผู้ถูกทดสอบไม่มีความรู้ หลังจากเรียนแล้วปรากฏว่ามีความรู้ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ แต่ถ้าค่า D เข้าใกล้ -1 หมายถึง ก่อนเรียนผู้ถูกทดสอบมีความรู้ หลังเรียนแล้วปรากฏว่าผู้ถูกทดสอบไม่มีความรู้เลย กลุ่มผู้ถูกทดสอบจะแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มเก่ง (กลุ่มสูง) และกลุ่มอ่อน (กลุ่มต่ำ) โดยใช้เทคนิค 27% ของจำนวนผู้ถูกทดสอบที่เข้าสอบ โดยใช้สูตรของวิทย์นี้และซาเบอร์ส (กั้วล เทียนทัศน์เทศน์. 2552 : 152)

ความเชื่อมั่น (Reliability)

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านที่กล่าวถึงความเชื่อมั่น ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ลิวิน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 209) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบนักเรียนคนเดียวกันหลายครั้งในแบบทดสอบชุดเดิม การตรวจสอบหรือหาความเชื่อมั่น มีวิธีการอยู่หลายวิธีแต่ละวิธีก็เหมาะสมกับเครื่องมือแต่ละชนิด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของเครื่องมือและคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการศึกษาการหาค่า ความเชื่อมั่นแต่ละวิธีมีดังต่อไปนี้

1. แบบสอบซ้ำ (Test-retest Method) เป็นการนำเครื่องมือที่สร้างขึ้นไปสอบวัดกับคนกลุ่มเดียวกันสองครั้งในเวลาต่างกัน ได้คะแนนมาสองชุด นำคะแนนทั้งสองชุดมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ถ้าเป็นคะแนนดิบก็ใช้วิธีของเพียร์สัน ถ้าเป็นคะแนนในรูปอื่นก็หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ด้วยวิธีอื่น ถ้าได้ค่าสัมประสิทธิ์สูงก็แสดงว่าเครื่องมือที่มีความเชื่อมั่นสูงการหาค่าความเชื่อมั่นแบบนี้เป็นการวัดความคงที่ภายนอก (Stability) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่คำนวณได้อาจเรียกว่า สัมประสิทธิ์ของความคงที่ (Coefficient Stability)

2. แบบใช้เครื่องมือวัดที่มีลักษณะเท่าเทียมกันหรือคู่ขนาน (Equivalent form or Parallel form Method) เป็นการคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น โดยนำเครื่องมือที่สร้างขึ้นกับเครื่องมืออีกฉบับหนึ่งที่มีคุณภาพเหมือนกันทุกประการคือ เนื้อหา รูปแบบคำถาม จำนวนข้อความยากง่ายเหมือนกัน และมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนเท่ากันทั้งสองฉบับไปสอบวัดกับกลุ่มทดลองเครื่องมือเดียวกัน ได้คะแนนสองชุด นำมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ตามวิธีของเพียร์สัน (ถ้าเป็นคะแนนดิบ) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้เรียกว่า สัมประสิทธิ์ของความเท่าเทียมกัน (Coefficient of Equivalent)

3. แบบแบ่งครึ่ง (Split-half Method) เป็นการนำเครื่องมือที่ต้องการหาความเชื่อมั่น ไปสอบวัดกับกลุ่มทดลองด้วยเครื่องมือชุดเดียวกัน แล้วนำเครื่องมือที่พร้อมคำตอบ

มาแบ่งครึ่งเป็นสองฉบับ ส่วนมากแบ่งครึ่งมักจะเป็นข้อคู่ ข้อคี่ ซึ่งแบ่งแล้วจะได้ข้อสอบสองฉบับซึ่งมีจำนวนข้อเท่ากัน ตรวจสอบให้คะแนนข้อคู่ครึ่งหนึ่งและข้อคี่ครึ่งหนึ่ง ได้คะแนนสองชุดสมาชิกในกลุ่มแต่ละคนจะได้คะแนนตัวนำคะแนนทั้งสองชุดมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ตามวิธีของเพียร์สัน ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จะมีค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือนั้นเพียงครึ่งฉบับซึ่งต้องปรับค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ โดยใช้สูตรของสเปียร์แมน บราวน์ (Spearman-Brown)

4. แบบของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder - Richardson) การหาค่าความเชื่อมั่นวิธีนี้เป็นที่นิยมมาก เพราะมีข้อดีตรงที่ว่าสอบครั้งเดียวก็วัดกลุ่มตัวอย่างทดลองเครื่องมือกลุ่มเดียวแล้วหาความเชื่อมั่นได้ ข้อตกลงเบื้องต้นของวิธีนี้คือ เครื่องมือชุดนั้นต้องวัดลักษณะเดียวกันร่วมกันและการให้คะแนนที่เป็น Dichotomous คือ ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน การหาความเชื่อมั่นวิธีนี้เป็นการหาความคงตัวภายใน (Internal Consistency)

5. แบบของครอนบัค (Cronbach) ในกรณีที่เครื่องมือที่สร้างให้คะแนนแบบจัดอันดับหรือมาตราส่วนประมาณค่า เช่น ข้อสอบอัตนัย แบบสอบถาม มาตรการทัศนคติต่าง ๆ ครอนบัค เสนอแนะให้ใช้การหาค่าความเชื่อมั่นโดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient)

6. แบบวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of variance) ซึ่งเป็นวิธีที่ฮอยท์ (Hoyt) เป็นผู้คิดขึ้น เป็นวิธีที่ใช้กับเครื่องมือที่ระบุการให้คะแนนไม่เป็น Dichotomous เช่น สัมภาษณ์ ซึ่งมีผู้สัมภาษณ์และผู้ถูกสัมภาษณ์หลายคน

ความสอดคล้องระหว่างผู้ตรวจให้คะแนน (Interrater Agreement) การลงความเห็นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนนถูกอ้างอิงถึงระดับการตัดสินใจการให้คะแนนพฤติกรรมที่ต้องการศึกษา เป็นความแตกต่างทางความคิดเห็นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนน เป็นความจำทางการวัดผลทางจิตวิทยาที่นำข้อมูลเป็นรายบุคคลและคะแนนรวมในวิชาต่าง ๆ ที่มีจุดมุ่งหมายกำหนดไว้ตามวิธีการของการแสดงความคิดเห็นของผู้ตรวจให้คะแนน มีความตั้งใจในการนำมาใช้กับผู้ฝึกหัด หรือนักศึกษา หรือนักจิตวิทยา นักวัดผลและนักวิจัย

ไพศาล วรคำ (2554 : 272-282) ให้ความหมายของความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้ง ๆ การหาความเชื่อมั่นของแบบวัดพัฒนามาจากนิยาม คือเป็นความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลาย ๆ ครั้งแต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคลนั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอเมื่อเวลาผ่านไป จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดขึ้นมาหลายวิธี ภายใต้แนวคิดหลัก 3 แนวคิดคือ 1) การวัดความคงที่ ซึ่งจะวัดความคงที่ของผลการวัดหลาย ๆ ครั้ง 2) การวัดความ

สมมูลกัน เป็นการวัดด้วยแบบวัดที่เป็นคู่ขนานกันเพื่อหลีกเลี่ยงการวัดซ้ำ 3) การวัดความสอดคล้องภายใน ซึ่งเป็นการพิจารณาความเชื่อมั่นจากการวัดเพียงครั้งเดียวแล้วหาความสอดคล้องของผลการวัดในแบบวัดนั้น

สรุปได้ว่า ความเชื่อมั่น เป็นความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้งในแบบทดสอบชุดเดิม การตรวจสอบหรือหาความเชื่อมั่น มีวิธีการอยู่หลายวิธีแต่ละวิธีก็เหมาะสมกับเครื่องมือแต่ละชนิด ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของเครื่องมือและคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการศึกษาการหาค่าความเชื่อมั่นแต่ละวิธีมีดังต่อไปนี้

- 1) แบบสอบซ้ำ 2) แบบใช้เครื่องมือวัดที่มีลักษณะเท่าเทียมกันหรือคู่ขนาน 3) แบบแบ่งครึ่ง
- 4) แบบของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน 5) แบบของครอนบัก และ 6) แบบวิเคราะห์ความแปรปรวน

ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบของแบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

แบบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบทดสอบอันทันทีเพื่อวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยให้ผู้ตอบได้อธิบายหรือบรรยายแสดงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยการเขียนและการพูดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการกำหนดเกณฑ์ประเมินแบบรูปรีค

แบบสัมภาษณ์

ความหมายของแบบสัมภาษณ์ (Interview)

การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูล เพราะการสัมภาษณ์ นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้วยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีก และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงความหมายของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

นิภา เมธาวิชัย (2543 : 32) ให้ความหมายของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคลโดยการสนทนา ซักถาม โต้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ ตา หู และ ปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โครงสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคงแสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

คณะศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2547 : 127) ให้ความหมายของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการ

แก้ปัญหาทฤษฎีให้แก่นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะว่าทำให้ครูรู้ถึงความรู้อีก

ไพศาล วรคำ (2558 : 218) ให้ความหมายของแบบสัมภาษณ์ คือ เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้การสนทนา พูดคุย ซักถาม เพื่อให้ได้ข้อมูลตามจุดมุ่งหมายของผู้วิจัย หรือเป็นการสนทนาอย่างมีเป้าหมายนั่นเอง การสัมภาษณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ทำให้ได้ข้อมูลในเชิงลึก เพราะผู้วิจัยสามารถซักถามประกอบการสังเกตสีหน้าท่าทาง และความรู้สึกลึกซึ้งที่ซ่อนอยู่ของผู้รับการสัมภาษณ์ได้

สรุปได้ว่า แบบสัมภาษณ์ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคลโดยใช้การสนทนา ซักถาม โต้ตอบระหว่างบุคคล เพื่อให้ได้ข้อมูลตามจุดมุ่งหมายของผู้วิจัย หรือเป็นการสนทนาอย่างมีเป้าหมาย ซึ่งการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะจะทำให้ผู้วิจัยได้ทราบถึงความรู้อีก รวมไปถึงการสังเกตสีหน้าท่าทาง

ประเภทของแบบสัมภาษณ์

มีนักวิชาการหลายคน ได้สรุปประเภทของแบบสัมภาษณ์ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2545 : 78-80) กล่าวถึงประเภทของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่าการสัมภาษณ์อาจแบ่งออกได้หลายแบบ ในที่นี้จะกล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ที่แบ่งตามเทคนิคการสัมภาษณ์ ซึ่งแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured Interview) การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะทำการสัมภาษณ์ตามคำถามที่ได้สร้างขึ้นและพิมพ์ไว้ในแบบสัมภาษณ์ผู้ให้สัมภาษณ์ทุกคนจะตอบคำถามชุดเดียวกัน อย่างเดียวกัน ผู้สัมภาษณ์จะจดบันทึกคำตอบของผู้ให้สัมภาษณ์ลงในแบบสัมภาษณ์นั้น ข้อดีของการสัมภาษณ์แบบนี้คือผู้วิจัยสามารถจัดหมวดหมู่ สรุปได้ง่าย และลดเวลา ในการสัมภาษณ์

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview) เป็นการสัมภาษณ์ ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน และผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการคัดแปลงสถานการณ์ให้เหมาะสมตามวัตถุประสงค์ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ในการสัมภาษณ์แบบนี้ อาจมีแนวการสัมภาษณ์ (Interview Guide) ซึ่งจะมีหัวข้อของข้อมูลที่ต้องการระบุไว้เพื่อให้ผู้สัมภาษณ์จะได้ตั้งคำถามในแต่ละหัวข้อเอง ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความสามารถ

และความชำนาญในการสัมภาษณ์มาก

รวิวรรณ ชินตระกูล (2547 : 119-120) กล่าวถึงประเภทของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า ประเภทของการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) การสัมภาษณ์วิธีนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถามเหมือนกันทุกข้อ คำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured fom) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ(Non-directive interview) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนาผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุดเพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้วจึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้นๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อ

ต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริงไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความเข้าใจและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

ไพศาล วรคำ (2554 : 253-254) กล่าวถึงประเภทของแบบสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์เป็นการพูดคุยเพื่อให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ ข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้สัมภาษณ์ การสัมภาษณ์มี 2 ประเภท คือ

1. แบบมีโครงสร้าง มีลักษณะคล้ายกับแบบสอบถาม คือ มีการเตรียมคำถามไว้ในแบบฟอร์ม ผลจากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับคำถามในแบบฟอร์มที่กำหนด เหมาะสำหรับผู้สัมภาษณ์ที่ไม่ค่อยมีเวลาและยังไม่มี ความชำนาญในการสัมภาษณ์

2. แบบไม่มีโครงสร้าง จะมีเฉพาะหัวข้อหรือแนวทางในการสัมภาษณ์เท่านั้น เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ้ง เปิดโอกาสให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่

สรุปได้ว่า ประเภทแบบสัมภาษณ์แบ่งได้ 2 ประเภท ได้แก่ 1) การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง คือ การสัมภาษณ์ที่มีการเตรียมคำถามไว้ในแบบฟอร์ม ผู้ให้สัมภาษณ์ทุกคนจะตอบคำถามชุดเดียวกัน ผลของการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับคำถามในแบบฟอร์มที่กำหนด คำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างเหมาะสำหรับผู้สัมภาษณ์ที่ไม่ค่อยมีเวลาและยังไม่มี ความชำนาญในการสัมภาษณ์ และ 2) แบบสัมภาษณ์ไม่มีโครงสร้าง คือ เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน เปิดโอกาสให้ผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ ในการดัดแปลงสถานการณ์ให้เหมาะสมตามวัตถุประสงค์ ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ้ง ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความสามารถและชำนาญในการสัมภาษณ์มาก

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาส่วนประกอบของแบบสัมภาษณ์ หลักในการสัมภาษณ์ คุณสมบัติของผู้สัมภาษณ์ที่ดี ข้อดีและข้อจำกัดของการสัมภาษณ์ การสร้างแบบสัมภาษณ์ และการตรวจสอบคุณภาพของแบบสัมภาษณ์ ดังนี้ (ไพศาล วรคำ 2554 : 253-254)

ส่วนประกอบของแบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์โดยทั่วไปจะประกอบไปด้วยส่วนที่สำคัญ 3 ส่วน คือ

1. ส่วนแรก เป็นส่วนที่ใช้บันทึกข้อมูลเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ เช่น ชื่อ โครงการวิจัย วัน เดือน ปี ที่สัมภาษณ์ ชื่อหมู่บ้าน ตำบล อำเภอ จังหวัด ฯลฯ ในส่วนนี้ผู้ สัมภาษณ์ควรกรอกไว้ล่วงหน้า
2. ส่วนที่สอง เป็นส่วนที่ใช้บันทึกรายละเอียดส่วนตัวของผู้ให้การสัมภาษณ์ เช่น เพศ อายุ อาชีพ ศาสนา สถานภาพสมรส จำนวนบุตร ฯลฯ
3. ส่วนที่สาม เป็นส่วนที่เป็นข้อความ และที่จะเป็นคำตอบตามจุดมุ่งหมาย ของการสัมภาษณ์

หลักในการสัมภาษณ์

เพื่อให้การรวบรวมข้อมูลโดยการสัมภาษณ์ดำเนินไปได้อย่างดี ได้ข้อมูลที่ถูกต้อง เทียบตรง ควรมีหลักดังนี้

1. การเตรียมตัวก่อนไปสัมภาษณ์

- 1.1 ผู้สัมภาษณ์ต้องเข้าใจจุดประสงค์ของการวิจัยอย่างแจ่มชัด
- 1.2 ทำการนัดแนะเวลาและสถานที่สัมภาษณ์กับกลุ่มตัวอย่างที่จะไปสัมภาษณ์ กรณีที่จะไปสัมภาษณ์กับประชาชนในหมู่บ้าน ควรทำหนังสือขออนุญาตไป ยังฝ่ายปกครอง เช่น นายอำเภอ กำนัน ไว้ล่วงหน้า อาจนัดสัมภาษณ์รวมกันที่วัดหรือไป สัมภาษณ์ตามบ้านของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งจะต้องศึกษาแผนที่หมู่บ้านและกำหนดเขตสัมภาษณ์ ของแต่ละคนให้ชัดเจน จะได้ไม่สัมภาษณ์ซ้ำซ้อนกัน

ในกรณีสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง ผู้วิจัยเข้าไปคลุกคลีอยู่ในบ้านอยู่แล้ว และจะพบปะพูดคุยกันตามโอกาสที่เหมาะสม จึงไม่จำเป็นต้องดำเนินการตามข้อ 1.2

1. กรณีสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง จะต้องเตรียมแบบสัมภาษณ์ไว้ ล่วงหน้า

2. ทำการซักซ้อมการสัมภาษณ์รวมทั้งวิธีบันทึกข้อมูลไว้ล่วงหน้าให้ คล่องแคล่วไม่ประหม่าหรือเก้อเขิน ถ้าเป็นไปได้ควรท่องจำคำถามต่าง ๆ ไว้ ซึ่งจะช่วยให้ ดำเนินการสัมภาษณ์ไปได้อย่างราบรื่น

2. การเริ่มต้น

- 2.1 ก่อนเริ่มสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรแนะนำตนเอง บอกจุดมุ่งหมายของการ สัมภาษณ์ให้ผู้ที่จะให้สัมภาษณ์เข้าใจ

2.2 สร้างความคุ้นเคย ความเป็นมิตร โดยสนทนาในเรื่องที่คาดว่าผู้ให้สัมภาษณ์จะสนใจ โดยใช้เวลาเล็กน้อย

3. การดำเนินการสัมภาษณ์

3.1 ผู้สัมภาษณ์ต้องมีกิริยาสุภาพเรียบร้อย ยิ้มแย้มแจ่มใส

3.2 ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย ชัดเจน ไม่แปลกได้หลายทาง เหมาะสำหรับระดับผู้ให้สัมภาษณ์

3.3 ใช้คำถามที่สามารถตอบได้ทันที

3.4 สัมภาษณ์ทีละคำถาม

3.5 ผู้สัมภาษณ์ต้องมีพื้นฐานความรู้อย่างดีในเรื่องที่จะสัมภาษณ์

3.6 ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจคำถาม ก็ตั้งคำถามใหม่หรืออธิบายคำถามให้เข้าใจ

3.7 การจดบันทึกคำตอบควรทำอย่างรวดเร็ว

3.8 ไม่เร่งรัดหรือคาดคั้นคำตอบจากผู้ให้สัมภาษณ์

3.9 ไม่ใช้คำถามที่เป็นการชี้แนะคำตอบ

3.10 ไม่วิพากษ์วิจารณ์หรือชุดในลักษณะที่เป็นการตั้งสอนผู้ให้สัมภาษณ์

3.11 กล่าวแสดงความขอบคุณผู้ให้สัมภาษณ์ หลังจากสัมภาษณ์เสร็จแล้ว

คุณสมบัติของผู้สัมภาษณ์ที่ดี

สัมภาษณ์ที่ดีควรมีคุณสมบัติ ดังนี้

1. มีบุคลิกภาพที่ดี ผู้สัมภาษณ์ควรมีกิริยามารยาทสุภาพ เรียบร้อย นุ่มนวล แจ่มใส ซึ่งจะช่วยให้บรรยากาศการสัมภาษณ์เป็นไปด้วยดี โน้มน้าวให้ผู้สัมภาษณ์อยากให้ความร่วมมือ อย่างจริงใจ

2. มีมนุษยสัมพันธ์ดี ผู้สัมภาษณ์ควรเป็นผู้มีมนุษยสัมพันธ์ดี สามารถติดต่อสื่อสารกับคนอื่นได้อย่างคล่องแคล่ว

3. มีไหวพริบดี ผู้สัมภาษณ์ที่ดีควรรับรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว แก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้อย่างมีประสิทธิภาพและทันต่อเหตุการณ์

4. เป็นคนช่างสังเกต ในการสัมภาษณ์ถ้าผู้สัมภาษณ์เป็นคนช่างสังเกตจะช่วยให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์และเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งช่วยในการตัดสินใจ และนำมาประกอบการแปลความหมายข้อมูล

5. มีความซื่อสัตย์ ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความซื่อสัตย์ต่อข้อมูล ไม่ทำการบิดเบือน

แปลความ ตีความหรือสรุป ชัดแย้งไปจากข้อความจริงที่ตนได้รับ

6. มีความรับผิดชอบในการสัมภาษณ์ ทำการสัมภาษณ์ด้วยความสนใจใคร่รู้มีความตั้งใจให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้องเที่ยงตรง

7. มีความอดทนในการสัมภาษณ์บุคคลอื่น บางครั้งต้องเดินทางไปสัมภาษณ์คนที่ไม่รู้จักและอยู่ห่างไกลใช้เวลาสัมภาษณ์นาน ผู้ให้สัมภาษณ์บางคนอาจมีกิริยาอาการหรือนบุคลิกภาพที่ไม่ค่อยเหมาะสมในสายตาของผู้สัมภาษณ์การแต่งกายไม่สะอาด ฯลฯ ซึ่งผู้สัมภาษณ์จะต้องใช้ความอดทนมีความเห็นอกเห็นใจคนอื่น

ข้อดีและข้อจำกัดของการสัมภาษณ์

ข้อดีของการสัมภาษณ์

1. เป็นเทคนิคที่ใช้รวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างตั้งแต่วัยเด็กถึงวัยชรา เหมาะอย่างยิ่ง สำหรับผู้ที่อ่านไม่ออกเขียนไม่ได้หรือมีปัญหาในการอ่านและเขียน
2. สามารถปรับคำถามให้ชัดเจนขึ้นได้ ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจก็เปลี่ยนคำถามให้เกิดความเข้าใจได้
3. ผู้ให้สัมภาษณ์จะให้ความร่วมมือมากกว่าวิธีส่งแบบสอบถามไปให้ตอบ
4. ระหว่างการสัมภาษณ์สามารถสังเกตความจริงใจในการตอบของผู้ถูกสัมภาษณ์จากกิริยา ท่าทางได้
5. ระหว่างการสัมภาษณ์ตรวจสอบคำตอบได้และสามารถหาข้อมูลได้ลึกขึ้นเมื่อเกิดข้อสงสัยในคำตอบ

ข้อจำกัดของการสัมภาษณ์

1. ต้องใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูลมาก การสัมภาษณ์แต่ละครั้งจะต้องใช้เวลาในการเดินทางไปกลับในการสัมภาษณ์แต่ละคน ดังนั้นจึงต้องใช้ความพยายามและค่าใช้จ่ายสูง
2. ผู้ให้สัมภาษณ์อาจตอบไม่ตรงกับข้อความจริงของตนด้วยความจงใจ
3. คุณภาพข้อมูลที่ได้ขึ้นอยู่กับคุณภาพของผู้สัมภาษณ์

การสร้างแบบสัมภาษณ์

การสร้างแบบสัมภาษณ์มีขั้นตอนน้อยกว่าประเภทอื่นๆ เพราะ มักเป็นคำถามกว้างๆ ให้ผู้ตอบ ตอบโดยอิสระและได้ข้อมูลที่เป็นความจริงมากที่สุด ซึ่งมี 3 ขั้นตอนสำคัญ คือ

1. ศึกษาทฤษฎี หลักการ ตัวแปร หรือประเด็นสำคัญที่ต้องการทราบข้อมูล
2. สร้างข้อคำถามให้สัมพันธ์กับประเด็นหรือคำสำคัญที่ต้องการทราบข้อมูลโดยยึดหลัก ดังนี้

- 2.1 ไม่ใช่คำถามที่เป็นการชักนำให้เกิดคำตอบที่ต้องการ
- 2.2 ไม่ใช่คำถามที่ทำให้ผู้ตอบรู้สึกต่อต้าน หรือทำให้เกิดอคติในการตอบข้อมูล
- 2.3 ไม่ใช่คำถามที่เป็นความขัดแย้งค่านิยมของสังคม เพราะผู้ตอบจะตอบตามค่านิยม ทำให้ไม่ได้รับความจริง

3. นำแบบสัมภาษณ์ที่ออกแบบข้อคำถามไปตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา
4. นำแบบสัมภาษณ์ที่ผ่านการทดสอบความตรงทดลองใช้กับผู้ที่มีลักษณะใกล้เคียง

การตรวจสอบคุณภาพของแบบสัมภาษณ์

1. ความตรง: ตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ
 - 1.1 ความครบถ้วนของคำถาม
 - 1.2 ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ถาม
2. ความเที่ยง : เพื่อดูความสอดคล้องของคำตอบได้

เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

1.1 งานวิจัยในประเทศ

จารินี อิ่มด้วง (2550 : 80) ได้ศึกษาระดับความเข้าใจเชิงมโนคติ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ตามกรอบทฤษฎีของ Pirie และ Kieren รูปแบบของการวิจัยเป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ โดยใช้รูปแบบการทดลองสอน (Teaching Experiment) กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านโนนม่วง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น จำนวน 6 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ กิจกรรมการเรียนการสอน 6 กิจกรรม เก็บข้อมูลในระหว่างที่ครูดำเนินการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนทำกิจกรรมแก้ปัญหาด้วยวิธีการคิดพร้อมออกเสียง (Thinking Aloud Method) วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์โปรโตคอล การแก้ปัญหาของนักเรียนจำนวน 12 โปรโตคอล งานเขียนของนักเรียนและบันทึกภาคสนาม เพื่อวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเชิงมโนคติเรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนอยู่ในระดับที่ 1 คือ ความรู้พื้นฐาน (Primitive Knowing) กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอกความรู้เกี่ยวกับความหมายของเศษส่วน การเท่ากันของเศษส่วน การบวกและการลบจำนวนเต็มได้ ระดับที่ 2 คือ การสร้างมโนภาพ (Image Making) กล่าวคือ นักเรียนสามารถแสดงวิธีการบวกเศษส่วน โดยใช้สื่อที่เกี่ยวข้อง

และแสดงผลลัพธ์ของการบวกโดยใช้สื่อรูปธรรม และระดับที่ 3 คือการมีมโนภาพ (Image Having) กล่าวคือ นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการหาผลบวกโดยอาศัยการเขียนรูปเพื่อแสดงวิธีการบวกเศษส่วนได้โดยไม่จำเป็นต้องจัดกระทำสื่อรูปธรรมอีก

มลิวรรณ พวงจำปี (2555 : 70-81) ได้ศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนนาคนูประชาสรรค์ จังหวัดมหาสารคาม ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวนนักเรียน 45 คนแล้วคัดเลือกจำนวน 6 คน มาเป็นกรณีศึกษาเพื่อสัมภาษณ์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบ ถอดเทปจากการบันทึกเสียง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ข้อที่ 1 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 88 และระดับกระบวนการร้อยละ 85 ข้อที่ 2 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 85 และระดับกระบวนการร้อยละ 67 ข้อที่ 3 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 84 ระดับกระบวนการร้อยละ 66 และระดับโครงสร้างร้อยละ 23 ข้อที่ 4 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 86 ระดับกระบวนการร้อยละ 65 และระดับโครงสร้างร้อยละ 27 และข้อที่ 5 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 80 ระดับกระบวนการร้อยละ 68 และระดับโครงสร้างร้อยละ 20

อลิสรา ชมชื่น (2550 : 95 - 126) ได้ทำการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น และศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยการพิจารณาจากโดยพิจารณาจากสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการสื่อสารและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนห้วยยอด จังหวัดตรัง จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 48 คนระยะเวลาในการทำการทดลอง 12 สัปดาห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการ ความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญที่สถิติที่ระดับ 0.05 และ ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการ ความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนสูงขึ้นกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่สถิติที่ระดับ 0.05

วิรัชดา ทานิล (2553 : 57-69) ได้ศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎี Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมายของการวิจัยครั้งนี้เป็น ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 3 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวิจัย พบว่า ครูใช้การนำเสนอภายนอกที่หลากหลายในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้แก่ ภาษาพูดและภาษาเขียน สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวอย่างที่หลากหลาย ประกอบการอธิบาย สถานการณ์จริง แบบฝึกหัด และพบว่า ครูใช้แผนภาพ ตาราง และรูปภาพ เพื่อแสดงการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และ ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎี Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎี Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงระดับการมีมโนภาพ ระดับการสังเกตคุณสมบัติ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม และนักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงระดับการมีมโนภาพ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม และนักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับการมีมโนภาพ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม

ธวัตรชัย เดนชา (2558 : 1719-1734) ได้สำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้การสอน ด้วยวิธีการแบบเปิด กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/15 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนผดุงนารี อำเภอเมืองจังหวัดมหาสารคาม 6 คน (3 คู่) ผู้วิจัยจัดการเรียนการสอนตาม 4 ขั้นตอนของ วิธีการเปิดตามแนวคิดของ Inprasitha (2010) จากการสอนในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 6 แผน 6 ชั่วโมง ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลในชั้นเรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้แบบสำรวจระดับความเข้าใจทาง คณิตศาสตร์ เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ ผลงานนักเรียน และการสัมภาษณ์

นักเรียน และวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการ วิเคราะห์โพรโทคอล (Protocol Analysis) โดยอาศัยกรอบ APOS Theory ของ Dubinsky and McDonald (2001) มาใช้ในการดำเนินการวิจัยและวิเคราะห์ข้อมูล ผลการวิจัยพบว่า ขั้นตอนการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการ จัดกระทำและระดับกระบวนการ ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการ จัดกระทำ ระดับกระบวนการ และระดับวัตถุประสงค์ขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน นักเรียนมีความเข้าใจในระดับกระบวนการและระดับวัตถุประสงค์และขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นักเรียนสามารถเชื่อมโยง ระดับกระบวนการ และความเข้าใจในระดับวัตถุประสงค์ ให้เป็นส่วนหนึ่งของ โครงสร้างเชิงการรู้ได้ นอกจากนี้งานวิจัยนี้ยังพบว่าชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ใช้ การสอนด้วยวิธีการแบบเปิดทำให้ครูมีวิธีการและแนวทาง “How to” เข้าถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิด

1.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Pinzka (1999 : 1491A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง ฟังก์ชัน กับความเข้าใจและการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เรื่อง อนุพันธ์ ในวิชาแคลคูลัสของ นักศึกษาระดับอุดมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจ เรื่อง ฟังก์ชันและมโนทัศน์ เรื่อง อนุพันธ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนมีกระบวนการและแนวคิดในแต่ละมโนทัศน์แตกต่างกัน นอกจากนี้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง อนุพันธ์เกี่ยวกับ เรขาคณิต สามารถตีความหมายและอธิบายกราฟของฟังก์ชัน สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอ รูปแบบต่างๆ ของฟังก์ชันเข้าใจถึงการใส่เครื่องหมาย กระบวนการ โดเมนของฟังก์ชัน และสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน

Rittle-Johnson (1999 : 121-123) ได้ทำการศึกษาการเสนอรูปแบบซ้ำเพื่อความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาความรู้ด้านมโนทัศน์และรู้ด้านการดำเนินการ และรวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงการนำเสนอปัญหา โดยทำการศึกษานักเรียนเกรด 6 ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ด้านมโนทัศน์ที่มีอยู่ก่อนของนักเรียนจะสนับสนุนประโยชน์ของความรู้ด้าน การดำเนินการ และความรู้ด้านการดำเนินการก็ส่งเสริมการปรับปรุงความรู้ด้านมโนทัศน์ด้วย ดังนั้น การนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องจึงเป็นสื่อสัมพันธ์ระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการได้รับการปรับปรุง ผลการทดลองนักเรียนเกรด 6 พบว่า มีการเชื่อมโยงการนำเสนอปัญหาที่ได้รับการปรับปรุงไปสู่ความรู้ด้านการดำเนินการที่ปรับปรุงแล้ว นักเรียน

ได้รับการส่งเสริมให้แสดงออกจะนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องมากกว่าและได้รับประโยชน์จากความรู้ด้านการดำเนินการมากกว่าด้วย

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ

ทงเกียรติ พลไชยา (2556 : 103-121) ได้ศึกษาความเชื่อทางคณิตศาสตร์ เมตาคอกนิชัน ความเข้าใจทางมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัยและศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อทางคณิตศาสตร์ เมตาคอกนิชัน ความเข้าใจทางมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย และศึกษาลักษณะความเชื่อทางคณิตศาสตร์ เมตาคอกนิชัน ความเข้าใจทางมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัยที่มีความเชื่อทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน เป็นการวิจัยแบบผสมผสาน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัยจำนวน 306 คน ผลการวิจัยพบว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัยอยู่ในระดับค่อนข้างสูง เมตาคอกนิชันอยู่ในระดับการปฏิบัติเป็นประจำเกือบทุกครั้ง นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อทางคณิตศาสตร์ เมตาคอกนิชัน ความเข้าใจทางมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกทุกตัวและมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และลักษณะความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเชื่อระดับต่ำจะมีระดับการปฏิบัติเมตาคอกนิชันต่ำ ความเข้าใจทางมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับการจัดกระทำและมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ส่วนนักเรียนที่มีความเชื่อระดับสูงจะมีระดับการปฏิบัติเมตาคอกนิชันสูง ความเข้าใจทางมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับการจัดกระทำ ระดับกระบวนการ ระดับโครงสร้างและมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง

ปริสา วงศ์คำพระ (2555 : 1250-1261) ได้เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญหาและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ระหว่าง

ก่อนเรียนและหลังเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสตรีราชินูทิศ อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 11.40 คิดเป็นร้อยละ 35.61 และหลังเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 24.69 คิดเป็น ร้อยละ 77.15 ความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 8.19 คิดเป็นร้อยละ 30.32 และหลังเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 18.91 คิดเป็นร้อยละ 70.02 เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่าหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

2.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Hall (1992 : 1718) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมทางเมตาคอกนิชันและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาให้นักเรียนคิด ซึ่งมี 2 แบบ คือ แบบที่ 1 เป็นแบบง่ายในการหาคำตอบ แต่ปัญหาแบบที่ 2 เป็นปัญหาที่ยากในการหาคำตอบ นักเรียนแสดงการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าการแก้ปัญหาแบบที่ 1 ซึ่ง เป็นปัญหาที่ง่ายกว่า และในการแก้ปัญหาแบบที่ 1 จะมีการนำ เอามेटาคอกนิชันมาใช้ในการแก้ปัญหาเฉพาะของการดำเนินการแก้ปัญหาเท่านั้นแสดงให้เห็นว่าการสอนใช้กระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน ส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

Tougaw (1994 : 2934 - A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาพฤติกรรมในการแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง หมายถึง การสร้างข้อาคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิด และเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ผ่านการทดสอบโดยการใช้ปัญหาแบบเปิดกว้างมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนและเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

Teachey (2003 : 88-93) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันและพหุนาม ของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

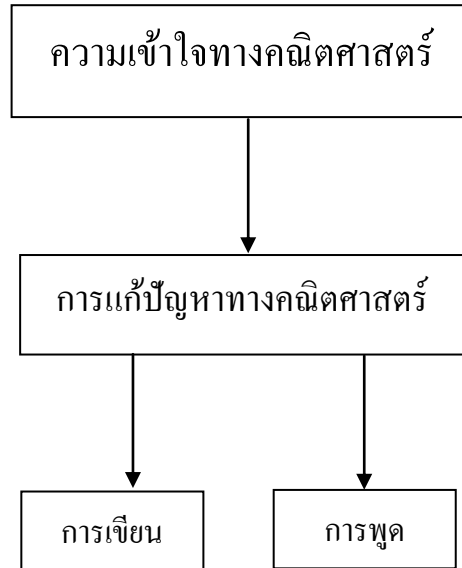
โดยประเมินทั้งความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ และ ศึกษาผลของความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ต่างๆ ที่สัมพันธ์กับฟังก์ชันและพหุนามได้อย่างหลากหลายและสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และจากการศึกษาความเชื่อทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะนำไปต่อยอดในการศึกษาระดับที่สูงขึ้นและยังเป็นส่วนหนึ่งของเครือข่ายทางสติปัญญา จึงได้มีนักวิจัยหลายท่านได้ให้ความสำคัญกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจจะทำให้เกิดความคิดที่ลึกซึ้งจนเกิดความเข้าใจในทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เคยพบได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากการศึกษางานวิจัยพบว่า ยังไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียนและการพูดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียนและการพูดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนนับ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเขียนและการพูดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนนับ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และเป็นแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาและชั้นอื่นๆ ต่อไป

กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังแผนภาพต่อไปนี้



แผนภาพที่ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย