บทที่ 5

สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. วัตถุประสงค์การวิจัย
2. สรุปผลการวิจัย
3. อภิปรายผลการวิจัย
4. ข้อเสนอแนะ

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

สรุปผลการวิจัย

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการทำแบบทดสอบพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และแบบสัมภาษณ์ เป็นดังนี้

ผลการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีดังนี้

ผลจากการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียงจากมากไปหาน้อย ดังนี้ ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ คิดเป็นร้อยละ 26.92 ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม คิดเป็นร้อยละ 19.23 และระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน คิดเป็นร้อยละ 15.38 และผลการสัมภาษณ์ระดับพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ นักเรียนสังเกตสิ่งที่อยู่รอบตัว แล้วอธิบายแต่ละสิ่งของนั้น ๆ โดยการพิจารณาคุณสมบัติของรูปเรขาคณิตสองมิติ ในการมองด้านบน ด้านข้าง และด้านหน้า จากนั้นมีการอธิบายแต่ละส่วนที่เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ แล้วนำมารวมกันเป็นรูปเรขาคณิต

สามมิติ ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ ในการสร้าง รูปเรขาคณิต จะต้องมีพื้นฐานในการสร้าง ไม่ว่าจะเป็น จุด เส้นตรง เส้นโค้ง ซึ่งนักเรียนอธิบายส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตแล้ว พิจารณาว่า ส่วนประกอบใดที่ต้องใช้ในการสร้างรูปเรขาคณิตและเริ่มสร้างรูปเรขาคณิต ในส่วนใดก่อน เช่น ใช้จุดและเส้นตรงในการสร้างรูปสามเหลี่ยม ใช้จุดและเส้นโค้งในการสร้างวงกลม ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ นักเรียนอธิบายส่วนประกอบ ลักษณะตามจินตนาการสิ่งของสิ่งหนึ่ง โดยที่นักเรียนพิจารณาลักษณะเฉพาะ อธิบายแต่ละส่วนของรูปเรขาคณิต แล้วนำรูปเรขาคณิตแต่ละรูป มาประกอบกันเพื่อเป็น รูปทรงเรขาคณิต ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม สิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเรา สามารถอธิบายรูปร่าง ลักษณะ ได้ด้วยรูปเรขาคณิต ไม่ว่าจะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติหรือรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยการใช้ความรู้พื้นฐานในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ และจะใช้รูปเหล่านี้ไปสร้างเป็นรูปร่างต่าง ๆ เพื่อเป็นข้อสรุปที่เกิดเป็นองค์ความรู้ของตนเอง ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตได้มีการยกตัวอย่างสิ่งที่อยู่ใกล้ตัว ซึ่งพิจารณาในแต่ละมุม ด้าน เส้นตรง เส้นโค้ง และจะเรียกชื่อรูปเรขาคณิตสองมิติตามจำนวนของด้านหรือมุม โดยที่นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นรูปเรขาคณิตแล้วอธิบายลักษณะและส่วนประกอบของแต่ละรูป

อภิปรายผลการวิจัย

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

ผลการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยเรียงลำดับจากมากไปน้อย ซึ่งนักเรียนที่มีระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติอยู่ในระดับที่ 4 คือการสังเกตคุณสมบัติ คิดเป็นร้อยละ 26.92 ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงมโนภาพเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติมาสังเกตคุณสมบัติหรือสร้างบริบทที่เกี่ยวกับคุณสมบัตินั้นได้ โดยการจัดกระทำหรือการนำมโนภาพนั้นมาสร้างคุณสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น การสังเกตรูปขนมชั้น ที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิตินักเรียนจะต้องมีมโนภาพเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติมาเป็นพื้นฐานในการสังเกตคุณสมบัติ และนำไปสู่การสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติดังกล่าว ซึ่งสอดคล้องกับ สุวิทย์ มูลคำ (2547 : 10) กล่าวว่าความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับ

สิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นแล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกันซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ คิดเป็นร้อยละ 19.23 ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่า นักเรียนต้องมีความรู้ในระดับพื้นฐานมาก่อน ไม่ว่าจะเป็น จุด เส้นตรง และ เส้นโค้ง เพื่อนำมาสร้างเป็นมโนภาพเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติของนักเรียน เช่น การนำจุดและเส้นตรงหรือเส้นโค้ง มาสร้างเป็นรูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ ซึ่งในระดับนี้นักเรียนสามารถสร้างความหมายของรูปเรขาคณิตสองมิติ จากความรู้พื้นฐานหรือประสบการณ์เดิม สอดคล้องกับ สุรางค์ โค้วตระกูล (2544 : 210-211) กล่าวว่า ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง แบ่งออกเป็น 2 ทฤษฎีคือ Cognitive Constructivism รากฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการของพี อาเจต์ การสร้างองค์ความรู้คือความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการเฉพาะของแต่ละบุคคลโดยบุคคลจะสร้างองค์ความรู้หรือมีความเข้าใจในมโนทัศน์ที่คาดหวังบนพื้นฐานความรู้เดิมที่มีอยู่ โดยการนำเอาความรู้หรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่นั้นมาสร้างความหมายหรือความเข้าใจกับประสบการณ์ใหม่ที่กำลังเผชิญอยู่ ดังนั้นความหมายที่ถูกสร้างขึ้นในประสบการณ์เดียวกันของแต่ละบุคคลจะมีความแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้เดิมที่บุคคลนำมาสร้างความหมายนั้น มีความสอดคล้องและสัมพันธ์เชื่อมโยงกับประสบการณ์ใหม่ที่กำลังที่เผชิญหรือไม่ และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2543 : 74) กล่าวว่าทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยผู้เรียนเอง เป็นทฤษฎีที่เน้นว่าความรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นจากการสร้างของผู้เรียนโดยใช้ความรู้และประสบการณ์ที่ตนมีอยู่และการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมมากกว่าที่จะเป็นสิ่งที่ได้มาจากการจดจำสิ่งที่ถูกถ่ายทอดมา ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ คิดเป็นร้อยละ 19.23 ที่เป็นเช่นนี้เป็นเพราะว่า นักเรียนสามารถคิดในใจได้โดยไม่ต้องย้อนกลับไประดับพื้นฐานก่อนหน้านี้ เช่น การที่นักเรียนสามารถอธิบายภาพจากจินตนาการของนักเรียนเอง เป็นการให้นักเรียนได้มีโอกาสคิดตามจินตนาการ เพื่อให้เกิดความหลากหลายของความสามารถในการนำเสนอ ซึ่งสอดคล้องกับ ปานทอง กุลนาถศิริ (2541 : 65-68) ที่กล่าวว่า การเสริมสร้างความรู้ความเข้าใจให้เกิดมโนทัศน์ ทางเรขาคณิต กิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ควรท้าทาย น่าสนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สังเกต สัมผัส สำรวจ วิพากษ์วิจารณ์ พูด คิด แก้ปัญหาและแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม คิดเป็นร้อยละ 19.23 ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่า นักเรียนสามารถพิจารณารูปเรขาคณิตสองมิติ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานในการสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติและหาข้อสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เช่น นักเรียนสามารถเข้าใจความสัมพันธ์ของรูปลูกบาศก์ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของ จุดยอด 8 จุด เส้นตรง 12

เส้น หน้า 6 หน้าและรูปสี่เหลี่ยม สอดคล้อง Dubinsky and McDonald (2001 : 273-280) ที่ได้เสนอทฤษฎี APOS Theory ด้วยการจำแนกระดับความเข้าใจเป็น 3 ระดับ ได้แก่ 1) ระดับการกระทำ (Action) คือ ความเข้าใจที่เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าภายนอกโดยตัวผู้เรียนเองสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นลำดับที่ต่อเนื่อง แต่ละขั้นตอนจะถูกทำให้เสร็จก่อนที่จะทำขั้นตอนต่อไป 2) ระดับกระบวนการ (Process) คือ ความเข้าใจที่เกิดขึ้น เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจระดับการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลาย ๆ ครั้ง จนกระทั่งสามารถที่จะใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างความหมายที่ได้จากการคำนวณหรือการจัดกระทำ ที่เป็นลำดับขั้นตอนในรูปของมโนภาพ (Mental Image) โดยไม่จำเป็นต้องจัดกระทำหรือคิดคำนวณ อย่างเป็นลำดับขั้นตอน และ 3) ระดับวัตถุ (Object) คือความเข้าใจที่เกิดจากระดับกระบวนการ หลายๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างในขั้นต่อไป 4) โครงสร้างการรู้ (Schema) สามารถนำไปสร้างความคิดรอบยอดทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นหรือนำไปแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นได้ และสอดคล้องกับ Asiala (1996 : 137) ได้จำแนกกระบวนการสร้างความเข้าใจได้ดังนี้ 1) กระบวนการหาข้อสรุปกรณีทั่วไป (Interiorization) ความเข้าใจในระดับการกระทำ (Action) ถูกกระบวนการหาข้อสรุป (Interioriztion) เพื่อพัฒนาเป็นความเข้าใจในกระบวนการ (Process) โดยการพิจารณาหาข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไป 2) กระบวนการสร้างความสัมพันธ์ (Coordination) เป็นกระบวนการที่นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process) ใหม่จากความเข้าใจในระดับกระบวนการเดิมหลาย ๆ กระบวนการโดยการสร้างการเชื่อมโยงกระบวนการเหล่านั้นเพื่อสร้างข้อสรุปของกระบวนการใหม่ 3) การปฏิบัติการย้อนกลับ (Reversal) เป็นกระบวนการที่นักเรียนได้ปฏิบัติการย้อนกลับเพื่อทบทวนความรู้เดิม 4) การทำเป็นกรณีทั่วไป (Generalization) เป็นกระบวนการที่นักเรียนสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการเพื่อสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการใหม่ 5) กระบวนการสร้างความเข้าใจในระดับวัตถุของมโนทัศน์ใหม่ในระดับสูงขึ้น (Encapsulation) เป็นกระบวนการที่ใช้ความเข้าใจในระดับกระบวนการเพื่อสร้างความเข้าใจในมโนทัศน์ในระดับสูงขึ้น และระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน คิดเป็นร้อยละ 15.38 ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่า ผู้วิจัยได้ตรวจสอบชั่วโมงการเข้าเรียน พบว่านักเรียนที่มีพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน เข้าเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ไม่ถึงร้อยละ 20 และมีพฤติกรรม ไม่ค่อยตั้งใจเรียนอาจจะเป็นปัญหาหนึ่งที่ทำให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานที่ไม่ค่อยดี ซึ่งระดับนี้ เป็นการสร้างความหมายของรูปเรขาคณิต

สองมิติชนิดต่าง ๆ ว่ามีลักษณะอย่างไร นักเรียนจะสามารถสร้างความหมายจากความรู้ระดับพื้นฐาน โดยการใช้ อนิยาม นิยาม สัจพจน์และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง เช่น รูปสามเหลี่ยม เป็นรูปปิดที่ประกอบไปด้วย จุด 3 จุด และเส้น 3 เส้น หากพิจารณาในระดับนี้จะเห็นว่า เป็นระดับที่มีความสำคัญเป็นจุดเริ่มต้นของการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและนำไปสู่มโนทัศน์หรือข้อสรุป ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2546 : 22) กล่าวว่า การเรียนรู้ที่ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ มีความสำคัญยิ่งต่อการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้เป็นพื้นฐานระดับสูงและใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ซึ่งครูไม่ควรปล่อยให้การขาดความรู้พื้นฐานเป็นอุปสรรคหรือสิ่งกีดขวางโอกาสการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ควรให้โอกาสผู้เรียนในการใช้ความรู้พื้นฐานไปแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าการศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ระดับ สอดคล้องกับงานวิจัยของ จารินี อิ่มด้วง (2553 : 81) ที่ได้ศึกษาระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ตามกรอบทฤษฎีของ Pirie and Kieren ได้จัดระดับความเข้าใจที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ 5 ระดับ ซึ่งผู้วิจัยวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทั้งหมด 5 ระดับ คือ ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน (Primitive knowing) ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ (Image making) ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ (Image having) ระดับที่ 4 สังเกตคุณสมบัติ (Property noticing) และระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม (Formalizing) นักเรียนมีระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในเรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนอยู่ระดับที่ 1 ระดับที่ 2 และระดับที่ 3 คือ ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน (Primitive Knowing) กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอกความรู้เกี่ยวกับความหมายของเศษส่วน การเท่ากันของเศษส่วน การบวกและการลบจำนวนเต็ม ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานในการที่จะสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับการบวกและการลบเศษส่วน ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ (Image Making) กล่าวคือ นักเรียนสามารถแสดงวิธีการบวกเศษส่วน โดยใช้สื่อที่เกี่ยวข้องและแสดงผลลัพธ์ของการบวกโดยอาศัยสื่อรูปธรรม และระดับที่ 3 การมีมโนภาพ (Image Having) กล่าวคือ นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการหาผลบวกโดยอาศัยการเขียนรูปเพื่อแสดงวิธีการบวกเศษส่วนได้โดยไม่จำเป็นต้องอาศัยการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ในการจัดการเรียนรู้จะต้องตระหนักถึงพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการวิจัยในครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และเป็นแนวทางในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.2 ข้อมูลจากการวิจัยครั้งนี้ หน่วยงานหรือบุคคลที่สนใจ จะนำไปเป็นข้อสนเทศเกี่ยวกับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเฉพาะการพัฒนาการสร้างมโนภาพเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

2. ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ และระดับชั้น ต่าง ๆ เพื่อจะได้ผลการวิจัยที่ชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหามากยิ่งขึ้น

2.2 ควรมีการศึกษาปฏิสัมพันธ์ของตัวแปรอื่น ๆ ที่ส่งผลต่อพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เจตคติของนักเรียน ความเชื่อ ฯลฯ