

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. ผลการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. ผลการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้แบบสัมภาษณ์พัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำเสนอผลการศึกษา ดังนี้

1.1 ผลการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นำเสนอผลในตารางที่ 4

1.2 ผลการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้แบบสัมภาษณ์พัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 ผลการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผลการศึกษาระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แสดงในตารางที่ 4 ดังนี้

ตารางที่ 4 จำนวนนักเรียนที่มีระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ
รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

พัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	จำนวน	ร้อยละ
ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน	4	15.38
ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ	5	19.23
ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ	5	19.23
ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ	7	26.92
ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม	5	19.23

จากตารางที่ 4 พบว่า ระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียงจากมากไปหาน้อย ดังนี้ ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ คิดเป็นร้อยละ 26.92 ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม คิดเป็นร้อยละ 19.23 และระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน คิดเป็นร้อยละ 15.38

1.2 ผลการศึกษาในระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้แบบสัมภาษณ์พัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ที่เป็นกรณีศึกษา พัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ระดับละ 3 คน รวมทั้งหมดจำนวน 15 คน ดังนี้ ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน ได้แก่ มิ่ง โอห์ม และดีด ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ ได้แก่ ยุทธ โก้ และวุฒิ ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ ได้แก่ ดา นัด และปิม ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ ได้แก่ เจน ยู้ย และฟาง และ ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม ได้แก่ บอล ทิพย์ และพิมพ์ จากการสัมภาษณ์ พบว่า

ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน ได้แก่ มิ่ง โอห์ม และ ดีด จากการสัมภาษณ์ ในประเด็น เพราะเหตุใด จึงต้องมีการเรียกชื่อรูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ และแต่ละชื่อมีความหมายอย่างไร ได้ผลสัมภาษณ์ดังต่อไปนี้

กรณีของมิ่ง จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ เพื่อเป็นสิ่งที่บ่งบอกลักษณะของรูปนั้น ๆ ว่ามีลักษณะอย่างไร โดยในแต่ละรูปมีความหมายของตัวเอง มีด้าน มีมุม แต่ทำไมจึงต้องเรียกสามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยม แต่ทำไมไม่เรียกรูปสามมุมหรือรูปสามด้าน

กรณีของโอห่ม จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ รูปสามเหลี่ยม มีสามด้าน สามมุม รูปสี่เหลี่ยมมีสี่ด้าน สี่มุม โดยมีการนำเส้นตรงหลายเส้นนำมาประกอบกัน ซึ่งเส้นตรงหนึ่งเส้นสามารถสร้างได้หลายเหลี่ยม โดยการบิดทำเป็นมุม และทำแต่ละด้านให้เท่ากัน ก็จะได้รูปสี่เหลี่ยมที่มีความยาวทุกด้านเท่ากัน มีมุมที่เท่ากัน จะเรียกว่า สี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปทรงกระบอก เป็นรูปที่คล้ายกับกระป๋อง มีวงกลมเป็นหัวและท้าย มีเส้นตรงเป็นความสูง มีพื้นที่ภายในสำหรับบรรจุสิ่งของต่าง ๆ เช่น น้ำ ปลากระป๋อง ขวด เสาวโรมัน เป็นต้น

กรณีของคืด จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ รูปเรขาคณิตมีสองมิติและสามมิติ โดยรูปสองมิติได้แก่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปหลายเหลี่ยม แต่ละรูปมีด้านและมุมเท่ากับชื่อจำนวนของเหลี่ยม เช่น รูปหกเหลี่ยม มีหกด้านและหกมุม ส่วนรูปสามมิติ ต้องมีฐานและความสูง ได้แก่ ทรงกลม ปริซึม พีระมิด ที่บ่งบอกว่าเป็นรูปสามมิติคือมีรูปทรงกระบอก มีวงกลม มีเส้นตรง มีความสูง มีด้านข้าง ด้านบน และ ด้านล่าง

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่อยู่ในระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบของรูปเรขาคณิต ได้มีการยกตัวอย่างสิ่งที่อยู่ใกล้ตัว ซึ่งพิจารณาในแต่ละมุม ด้าน เส้นตรง เส้นโค้ง และ จะเรียกชื่อรูปเรขาคณิตสองมิติ ตามจำนวนของด้าน หรือมุม โดยที่นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นรูปเรขาคณิตแล้วอธิบายลักษณะและส่วนประกอบของแต่ละรูป

ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ ได้แก่ ยุทธ โก้ และ วุฒิ จากการสัมภาษณ์ ในประเด็นในการสร้างรูปเรขาคณิตชนิดหนึ่ง นักเรียนต้องรู้อะไรสิ่งใดมาก่อน เพราะเหตุใด ได้ผลสัมภาษณ์ดังต่อไปนี้

กรณีของยุทธ จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ จุด เส้น เพราะจุดและเส้น เป็นพื้นฐานของการสร้างรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม โดยรูปสามเหลี่ยมจะมีสามจุด สามมุม สามด้าน ถ้าเหมือนกันทั้ง จุด มุม ด้าน จะเรียกชื่อตามจำนวนของมุม

กรณีของโก้ จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ จุด เส้นชนิดต่าง ๆ เช่น เส้นตรง เส้นโค้ง เพราะเส้นตรงและเส้นโค้งเป็นพื้นฐานของการสร้างรูปต่าง ๆ เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม ที่มีด้านตามจำนวนของชื่อ และมีมุมตามจำนวนของชื่อ ถ้าจะสร้างรูปทรงกระบอก ต้องมีวงกลม (ประกอบไปด้วยเส้นโค้ง) เส้นตรง (เป็นเส้นความยาวของความสูง)

กรณีของวุฒิ จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ พื้นฐานที่ต้องใช้สร้างรูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ คือ เส้นตรง เส้นโค้ง เส้นหยัก จุด ถ้าต้องสร้างรูปสามเหลี่ยม จะใช้

เส้นตรงสามเส้น แต่ถ้าจะสร้างวงกลมต้องใช้เส้นโค้ง 1 เส้นมาสร้าง โดยไม่มีเหลี่ยม พยายามวาดให้กลม ถ้าไม่กลม ให้นำเหรียญมาวางลงที่กระดาษแล้วขีดเส้นตามขอบของเหรียญ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่อยู่ในระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ สามารถสรุปได้ว่า ในการสร้างรูปเรขาคณิต จะต้องมียุทธศาสตร์ในการสร้าง ไม่ว่าจะเป็น จุด เส้นตรง เส้นโค้ง ซึ่งนักเรียนอธิบายส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตแล้วพิจารณาว่า ส่วนประกอบใดที่ต้องใช้ในการสร้างรูปเรขาคณิตและเริ่มสร้างรูปเรขาคณิตในส่วนใดก่อน เช่น ใช้จุดและเส้นตรงในการสร้างรูปสามเหลี่ยม ใช้จุดและเส้นโค้งในการสร้างวงกลม

ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ ได้แก่ ดา นัด และ บีม จากการสัมภาษณ์ เมื่อนักเรียนจินตนาการสิ่งของสิ่งหนึ่ง สิ่งดังกล่าวนั้น สามารถอธิบายได้ด้วยรูปเรขาคณิตได้อย่างไร ได้ผลสัมภาษณ์ดังต่อไปนี้

กรณีของดา จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ จินตนาการเป็นคน ตาหรือใบหน้าคนคล้ายวงกลม ตัวคนคล้ายสี่เหลี่ยม เ็บหรือหูคล้ายสามเหลี่ยม แขนหรือขาคล้ายทรงกระบอก สิ่งเหล่านี้เป็นเพียงการสมมติ แต่มีการบอกลักษณะสิ่งที่คิดที่ต่างแตกต่างกันออกไป

กรณีของนัด จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ รูปเรขาคณิตเป็นรูปสี่เหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม เป็นรูปลักษณะเฉพาะ เช่น โຕ้ะ มีส่วนประกอบหลายอย่าง ไม่ว่าจะเป็นสามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยม ที่มีด้านกว้าง ด้านยาว ด้านลึก ถ้ามีทั้ง 3 ส่วนประกอบกัน จะเป็นรูปเรขาคณิต 3 มิติ โดยได้มาจากรูปสองมิติหลาย ๆ รูป ซึ่งจินตนาการเป็นโน้ตบุ๊ก เป็นรูปสี่เหลี่ยมหลาย ๆ ชิ้น มาประกอบกันเป็นรูปทรง

กรณีของบีม จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ จินตนาการเป็นโน้ตบุ๊ก ประกอบไปด้วยรูปสี่เหลี่ยมหลาย ๆ รูป ทั้งหน้าจอ ปุ่มกด เป็นรูปสี่เหลี่ยม เพราะมีมุม มีด้าน มีความกว้าง ความยาว ลึก หนา บาง สามารถบอกลักษณะของสิ่งของได้ แต่นักเรียนอยากได้โน้ตบุ๊กที่เป็นรูปทรงหรือรูปทรงต่าง ๆ โดยรูปทรงจะประกอบไปด้วยเส้นโค้งหรือเส้นตรง

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่อยู่ในระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนอธิบายส่วนประกอบ ลักษณะ ตามจินตนาการสิ่งของสิ่งหนึ่ง โดยที่นักเรียนพิจารณาลักษณะเฉพาะ อธิบายแต่ละส่วนของรูปเรขาคณิตแล้วนำรูปเรขาคณิตแต่ละรูป มาประกอบกันเพื่อเป็นรูปทรงเรขาคณิต

ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ ได้แก่ เจน ยู้ย และฟาง จากการสัมภาษณ์ เพราะเหตุใดนักเรียนจึงคิดว่า รูปเรขาคณิตสามมิติจะประกอบด้วยรูปเรขาคณิตสองมิติ ได้ผลสัมภาษณ์ดังต่อไปนี้

กรณีของเจน จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ รูปเรขาคณิตสองมิติประกอบกันหลาย ๆ รูป แล้วจะกลายเป็นรูปสามมิติ แต่ต้องเป็นรูปปิดเท่านั้น จากการเรียนที่ผ่านมาในเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สามารถพิจารณาจากด้านหน้า ด้านบน และด้านข้าง เช่น พิจารณาการมองจากรูปที่ประกอบจากรูปทวิภาคหลาย ๆ รูป

กรณีของยู้ย จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ โดยปกติแล้ว สิ่งแวดล้อมทั่ว ๆ ไป เช่น โต๊ะ เก้าอี้ หนังสือ โน้ตบุ๊ก สามารถอธิบายเป็นรูปสี่เหลี่ยมได้ ลูกบอล ลูกปิงปอง (ส่วนมากจะเป็นเกี่ยวกับกีฬา) จะเป็นทรงกลม ซึ่งถ้ามองทรงกลมในด้านใดด้านหนึ่งจะเป็นได้เพียงรูปสองมิติ แต่ถ้ามีการจับต้องรูปทรงของจริง จะเป็นรูปสามมิติ ดังนั้น รูปสามมิติจะประกอบด้วยรูปสองมิติหลาย ๆ รูป อาจจะไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมอย่างเดียว แต่อาจมีรูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม เช่น ตัวอย่างการสร้างบ้านที่ต้องใช้แบบสองมิติมาเป็นพื้นฐานในการสร้างรูปทรงสามมิติ

กรณีของฟาง จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ ในห้องเรียนมีรูปเรขาคณิต เช่น พิวเจอร์บอร์ดเป็นรูปสี่เหลี่ยม เพราะมีมุมสี่มุม มีสี่ด้าน เป็นรูปปิด และรูปสองมิติเป็นส่วนประกอบของรูปสามมิติ เช่น โต๊ะ มีความยาว ความกว้าง ความสูง เมื่อพิจารณาแต่ละด้านจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมทุกด้าน แต่ความยาวกับความกว้าง จากการมองด้านหน้า ด้านบน และด้านข้างแตกต่างกัน พัดลมคล้ายวงกลม หลอดไฟคล้ายทรงกระบอก หนังสือเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ แต่ประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมที่เป็นรูปสองมิติ และรูปสี่เหลี่ยมหลาย ๆ รูป มารวมกันเป็นสามมิติ บ้าน 1 หลังเป็นสามมิติ แต่ละส่วนของบ้าน เช่น หลังคา ประตู ผนัง ต่างก็เป็น 2 มิติ เมื่อมารวมกันจะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่อยู่ในระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนสังเกตสิ่งที่อยู่รอบตัว แล้วอธิบายแต่ละสิ่งของนั้น ๆ โดยการพิจารณาคุณสมบัติของรูปเรขาคณิตสองมิติ ในการมองด้านบน ด้านข้าง และด้านหน้า จากนั้นมีการอธิบายแต่ละส่วนที่เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ แล้วนำมารวมกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ

ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม ได้แก่ บอล ทิพย์ และพิมพ์ จากการสัมภาษณ์ เพราะเหตุใดนักเรียนจึงคิดว่าสิ่งของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ต้องประกอบไปด้วยรูปเรขาคณิต ได้ผล สัมภาษณ์ดังต่อไปนี้

กรณีของบอล จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ รูปเรขาคณิตจะมีความสมดุล หมายถึง รูปเรขาคณิตสามารถสร้างเป็นรูปทรงต่าง ๆ ได้อย่างลงตัว ไม่ว่าจะเป็นการสร้างบ้าน หรือตึก อาคารต่าง ๆ ในส่วนย่อยของสิ่งเหล่านี้ นักเรียนมีมโนภาพที่สามารถบอกถึงลักษณะของสิ่งของต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นจุด จุดกึ่งกลาง เส้นตรง เส้นโค้ง ที่จะสร้างรูปสองมิติ และถ้านำรูปสองมิติมารวมกันหลาย ๆ รูป จะสามารถประกอบกันเป็นรูปสามมิติได้ แต่ในที่นี้ต้องเป็นรูปปิด เช่น ทรงกระบอก (ลำตัวของมังกร) รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปเรขาคณิตมีคุณสมบัติอย่างหนึ่งคือสามารถคำนวณหาพื้นที่ได้ หรือนำมาสรุปเป็นสูตรของตนเองได้

กรณีของทิพย์ จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ การเป็นรูปทรงต่าง ๆ เช่น กลอง ขลุ่ยฟลูท ฉาบ หมวก แซก โซโฟน เมื่อพิจารณาสิ่งของเหล่านี้ จะมีลักษณะที่คล้ายรูปเรขาคณิต เช่น ทรงกลม ทรงกระบอก ทรงสี่เหลี่ยม เป็นต้น ดังนั้น สิ่งของที่ถูกรอบ ๆ ตัวเรา ถ้าเรามีจินตนาการ จะสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของกับรูปเรขาคณิตได้ และสิ่งของต่าง ๆ มีทั้งที่เป็นรูปสองมิติและสามมิติ ความสัมพันธ์ทั้งรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิตินั้น จะเป็นพื้นฐานในการสร้างสรรค์สิ่งใหม่หรือสิ่งประดิษฐ์ต่าง ๆ

กรณีของพิมพ์ จากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ดังนี้ บ้านมีส่วนประกอบหลายส่วน เช่น หลังคา ถ้ามองจากด้านหน้าจะเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ผนังบ้าน เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เสาบ้านเป็นลักษณะทรงสี่เหลี่ยม หลอดไฟเป็นรูปหยดน้ำที่ประกอบไปด้วยครึ่งทรงกลมและทรงกรวย ดังนั้น สิ่งของทั่วไปที่ถูกรอบ ๆ ตัวเรา สามารถอธิบายได้โดยรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่อยู่ในระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม สามารถสรุปได้ว่า สิ่งต่าง ๆ ที่ถูกรอบตัวเรา สามารถอธิบายรูปร่าง ลักษณะ ได้ด้วยรูปเรขาคณิต ไม่ว่าจะเป็น รูปเรขาคณิตสองมิติหรือรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยการใช้ความรู้พื้นฐาน ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ และจะใช้รูปเหล่านี้ไปสร้างเป็นรูปร่างต่าง ๆ เพื่อเป็นข้อสรุปที่เกิดเป็นองค์ความรู้ของตนเอง

จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่อยู่ในระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 ระดับ สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนในแต่ละระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะใช้

พื้นฐานของแต่ละระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นตามระดับ กรณีที่นักเรียนยังไม่สามารถเข้าใจในระดับที่สูงขึ้น นักเรียนจะมีการย้อนกลับมาพิจารณาในระดับความรู้ที่ผ่านมา เมื่อพิจารณาแต่ละระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะใช้ความรู้พื้นฐานในการสร้างมโนภาพเพื่อที่จะเกิดมโนภาพใหม่ขึ้นมาซึ่งจะมีการสังเกตคุณสมบัติรูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติเพื่อที่จะสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม มีการพิจารณาจากลักษณะเฉพาะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยใช้การอธิบายที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหา

สรุปผลจากการศึกษาในระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียงจากมากไปหาน้อย ดังนี้ ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ คิดเป็นร้อยละ 26.92 ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม คิดเป็นร้อยละ 19.23 และระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน คิดเป็นร้อยละ 15.38 และผลการสัมภาษณ์ระดับพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้ ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ นักเรียนสังเกตสิ่งที่อยู่รอบตัว แล้วอธิบายแต่ละสิ่งของนั้น ๆ โดยการพิจารณาคูสมบัติของรูปเรขาคณิตสองมิติ ในการมองด้านบน ด้านข้าง และด้านหน้า จากนั้นมีการอธิบายแต่ละส่วนที่เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ แล้วนำมารวมกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ ในการสร้าง รูปเรขาคณิต จะต้องมีพื้นฐานในการสร้างไม่ว่าจะเป็น จุด เส้นตรง เส้นโค้ง ซึ่งนักเรียนอธิบายส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตแล้วพิจารณาว่า ส่วนประกอบใดที่ต้องใช้ในการสร้างรูปเรขาคณิตและเริ่มสร้างรูปเรขาคณิตในส่วนใดก่อน เช่น ใช้จุดและเส้นตรงในการสร้างรูปสามเหลี่ยม ใช้จุดและเส้นโค้งในการสร้างวงกลม ระดับที่ 4 การมีมโนภาพ นักเรียนอธิบายส่วนประกอบ ลักษณะตามจินตนาการสิ่งของสิ่งหนึ่ง โดยที่นักเรียนพิจารณาลักษณะเฉพาะ อธิบายแต่ละส่วนของรูปเรขาคณิตแล้วนำรูปเรขาคณิตแต่ละรูป มาประกอบกันเพื่อเป็น รูปทรงเรขาคณิต ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม สิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเรา สามารถอธิบายรูปร่าง ลักษณะ ได้ด้วยรูปเรขาคณิต ไม่ว่าจะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติหรือรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยการ ใช้ความรู้พื้นฐานในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ และจะใช้รูปเหล่านี้ไปสร้างเป็นรูปร่างต่าง ๆ เพื่อเป็นข้อสรุปที่เกิดเป็นองค์ความรู้ของตนเอง ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตได้มีการยกตัวอย่างสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวซึ่งพิจารณาในแต่ละมุม ด้าน เส้นตรง เส้นโค้ง และจะเรียกชื่อรูปเรขาคณิตสองมิติตามจำนวน

ของด้านหรือมุม โดยที่นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นรูปเรขาคณิตแล้วอธิบายลักษณะและ
ส่วนประกอบของแต่ละรูป