บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Understanding)
    1.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    1.2 ลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    1.3 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    1.4 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    1.5 พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    1.6 ความเข้าใจเกี่ยวกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์
    1.7 การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
2. แนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบของ Pirie และ Kieren
3. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
4. รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
5. แบบทดสอบ
6. แบบสัมภาษณ์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
8. กรอบแนวคิดทฤษฎี

แนวคิดเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Understanding)

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นจุดประสงค์ที่สำคัญของการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ในที่นี้จะกล่าวถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังหัวข้อต่อไปนี้

1.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

Bloom (1956 : 1) ได้กล่าวถึงความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถหนึ่งซึ่งมีหกขั้นของความรู้ความสามารถทางปัญญา แบ่งความรู้ความสามารถทางด้านปัญญา (Cognitive Domain) ออกเป็น 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ความรู้ (Knowledge) หมายถึง ความสามารถในการจำความรู้ต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มา

ขั้นที่ 2 ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในการแปลความขยายความในสิ่งที่ได้เรียนรู้

ขั้นที่ 3 การนำไปใช้ (Application) หมายถึง ความสามารถในการใช้สิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อให้เกิดสิ่งใหม่

ขั้นที่ 4 การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการแยกความรู้ออกเป็นส่วนทำความเข้าใจในแต่ละส่วนที่สัมพันธ์หรือแตกต่างกันอย่างไร

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesis) หมายถึง ความสามารถในการรวมความรู้ต่าง ๆ หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ให้เกิดเป็นสิ่งแปลกใหม่

ขั้นที่ 6 การประเมินค่า (Evaluation) หมายถึง ความสามารถในการตัดสินคุณค่าอย่างมีเหตุผล

โครงการคณิตศาสตร์ในโรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิคาโก (1990 : 16-17) แบ่งความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ด้าน

1. ทักษะ ความเข้าใจขั้นตอนกระบวนการคิด ประกอบด้วยองค์ความรู้ที่ก่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์แก่ผู้เรียน 3 ด้านคือ

1.1 ด้านความรู้ (Knowledge : K) แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.1.1 เนื้อหาสาระของวิชานักคิด คือสาระวิชาที่ผู้เรียนต้องเรียนรู้ ประกอบด้วยเครื่องมือช่วยคิด กระบวนการคิด ทักษะการคิด

1.1.2 ความรู้บูรณาการ คือ สาระเรื่องราวต่าง ๆ ที่เป็นสภาพการณ์ที่กำหนด สภาพแวดล้อมรอบตัว ปัญหาในชีวิตประจำวัน ที่ถูกนำมาคิด ซึ่งเนื้อหาจะเป็นสาระของวิชาใดก็ได้จึงเป็นความรู้เชิงบูรณาการ

1.2 ด้านกระบวนการ (Process : P) คือ กระบวนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนากระบวนการคิดที่เน้นการฝึกปฏิบัติจริง ได้สร้างผู้เรียนให้เกิดทักษะชีวิตพื้นฐาน 7 ประการ ได้แก่ ทักษะการรู้จักตนเอง ทักษะการคิด การตัดสินใจและการแก้ปัญหาทักษะการแสวงหาข้อมูล ข่าวสารความรู้ ทักษะการปรับตัว ทักษะการสื่อสารและสร้างสัมพันธภาพ ทักษะการวางแผน และการจัดการ ทักษะการทำงานเป็นทีม

1.3 เจตคติ (Attitude : A) คือ คุณลักษณะที่ปลูกฝังของรายวิชา ได้แก่ ใจกว้าง ขยันใฝ่เรียนใฝ่รู้ กระตือรือร้น ช่างคิดผสมผสาน ขยัน ต่อสู้ อดทน เป็นธรรม มั่นใจในตนเอง ช่างวิเคราะห์ กล้าคิดกล้าเสี่ยง มีน้ำใจ

2. สมบัติ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในโลกยุคปัจจุบันเมื่อเราเรียนคณิตศาสตร์เราควรได้คุณสมบัติต่อไปนี้จากการเรียน

2.1 ความสามารถในการสำรวจ

2.2 ความสามารถในการคาดเดา

2.3 ความสามารถในการให้เหตุผล

2.4 ความสามารถในการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาที่ไม่เคยพบได้อย่างมีประสิทธิภาพ คุณสมบัตินี้เรียกว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) ไม่ว่าเราจะมีอาชีพอะไร ถ้าเรามีคุณสมบัตินี้ เรียกได้ว่าเป็นคนที่มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์

3. การใช้งานความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้

3.1 มีความรู้ในคำศัพท์ บทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท โครงสร้าง วิธีการ มีความเข้าใจในความคิดรวบยอดจนสามารถอธิบายได้ หรือเขียนได้ หรือยกตัวอย่างได้ แปลงปัญหาจากรูปหนึ่งไปสู่รูปหนึ่ง ประมาณคำตอบได้ ระบุความสัมพันธ์ได้ ตรวจสอบผลที่เกิดได้

3.2 มีทักษะต่าง ๆ ดังนี้ ทักษะการแก้ปัญหา การนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง การคิดอย่างมีเหตุผล การคิดคำนวณ การวัด การประมาณ การอ่านและแปลผลข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การทำนาย และการใช้คอมพิวเตอร์

3.3 มีความสามารถในการวิเคราะห์และประยุกต์ใช้

4. ความเข้าใจผ่านการแสดงแทน การแสดงแทน เป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร โดยแสดงแทนผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด

การอ่าน การเขียน การดู การแสดงท่าทาง โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชันและแบบจำลอง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมาย

Krathwohl (1968 : 25-26) ได้กล่าวถึงความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นพื้นฐานที่สำคัญทางปัญญาที่แสดงออกด้วยพฤติกรรม 3 แบบ ดังนี้

1. การแปลความ (Translation) คือ การบรรยายเรื่องเดิมโดยใช้ถ้อยคำภาษาใหม่

2. การตีความ (Interpretation) คือ การเก็บความจากเรื่องราวเดิมมาบันทึกใหม่จัดลำดับเนื้อเรื่องใหม่ โดยยังคงสาระสำคัญ และความสัมพันธ์ในเรื่องแล้วย่อเป็นข้อสรุป

3. การขยายความ (Extrapolation) คือ การขยายความคิดให้ไกลออกไป โดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์เดิมที่ได้รับในตอนแรก

Wilson (1971 : 661) ได้กล่าวถึงความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความเข้าใจ ความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และขยายความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมาไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Hiebert and Carpenter (1992 : 67) ได้กล่าวถึง ความหมายของเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิด ความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544 : 62) ได้กล่าวถึงความหมายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้

สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์หมายถึง การเชื่อมโยงระหว่างความคิด ความจริง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการนำความรู้เดิมมาสัมพันธ์กับความรู้ใหม่แล้วสามารถแก้สถานการณ์ปัญหานั้น ๆ โดยมีการแปลความของตนเอง ตีความจากเรื่องราวต่าง ๆ สรุปความหรือการขยายความคิดโดยอาศัยความสัมพันธ์เกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ หรือนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

1.2 ลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Bruner (1976 : 98) เห็นว่า ประสบการณ์เดิมของผู้เรียนจะมีบทบาทในการส่งเสริมการเรียนรู้ และเชื่อว่าวุฒิภาวะอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการพัฒนาโครงสร้างความรู้ใหม่ ต้องมีองค์ประกอบอื่นเกี่ยวข้อง เช่นการพัฒนาทางด้านภาษา และประสบการณ์เดิมเข้ามีส่วนที่สำคัญในการเพิ่มความเจริญงอกงามทางสติปัญญา

Ausubel (1977 : 90) ได้กล่าวถึงลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนมีความรู้พื้นฐาน การเรียนรู้อย่างมีความหมายที่สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่ได้กับโครงสร้างความรู้เดิมที่มีอยู่นำมาจัดเป็นการเรียนรู้อย่างมีความหมาย แต่ถ้าผู้เรียนไม่สามารถนำสิ่งใหม่ไปสัมพันธ์กับความรู้เดิมได้ เรียกว่าเป็นการเรียนรู้ที่ไม่มีความหมาย หรือเรียนแบบท่องจำ

Vygotsky (1987 : 86) ได้กล่าวถึงลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการเน้นบริบททางสังคม เรียกว่า Social constructivism เชื่อว่าผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้โดยผ่านทางการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่น ซึ่งมีบทบาทสำคัญในการพัฒนาด้านพุทธิปัญญา สำหรับ John Dewey (1982 : 73) ได้เนอแนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนรู้ Learning by doing ที่เชื่อว่าผู้เรียนต้องเรียนรู้ควบคู่ไปกับการกระทำ และผู้เรียนต้องมีการทำความเข้าใจความรู้ใหม่โดยอาศัยประสบการณ์เดิมที่สั่งสมมาเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ อันเป็นความพยายามเชิงสังคม ก่อให้เกิดรูปแบบการเรียนการสอนที่เรียกว่าการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นความสำคัญของการสร้างความรู้โดยกลุ่มคนในสังคม

Hiebert and Catpente (1992 : 1) ได้กล่าวถึงลักษณะของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า การเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Understanding) เป็นสิ่งที่ตรงกันข้ามกับการท่องจำ (Rote Learning) การเรียนรู้เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้นั้น จำเป็นต้องรู้กระบวนการที่เกิดขึ้นของผู้เรียนที่เน้นวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถคิดไตร่ตรองได้อย่างสร้างสรรค์ ช่วยพัฒนาสังคมและสิ่งแวดล้อม และนำความรู้ที่ได้รับไปบูรณาการในการดำรงชีวิตได้อย่างมีความสุข ตามหลักการของทฤษฎีนี้ผู้เรียน เป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่าง สิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีมาก่อนนำความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเหตุการณ์ และปรากฏการณ์ที่พบเห็นมาสร้างเป็นโครงสร้างใหม่ทางสติปัญญา

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ (2545 : 128-129) โดยทั่วไปคนมองข้ามความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน คนทั่วไปมองข้ามความเข้าใจว่าคือการทำได้ เช่น ผู้เรียนเข้าใจเรื่องเศษส่วน ถ้าเขาทำเศษส่วนได้ (คิดคำนวณเศษส่วนได้) ในขณะที่นักคณิตศาสตร์มองความเข้าใจที่แท้จริง เป็นความสามารถที่ผู้เรียนสามารถนำสมบัติต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ สำหรับกลุ่มที่ใช้คณิตศาสตร์มากมักคิดว่าผู้เรียนไม่เข้าใจคณิตศาสตร์อย่างแท้จริงหากไม่ได้ใช้ พวกที่ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้คิดว่าความเข้าใจที่แท้จริงต้องสะท้อนวิธีที่สมองทำงานหรือพัฒนาการของผู้เรียนเช่นเดียวดับนักประวัติศาสตร์และวัฒนธรรมที่คิดว่าประวัติศาสตร์และวัฒนธรรมจำเป็นต่อความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง จะเห็นว่ามุมมองความเข้าใจ

ทางคณิตศาสตร์ของคนแต่ละกลุ่ม แต่ละอาชีพ นั้นแตกต่างกัน ซึ่งบางครั้งก็ขึ้นอยู่กับบริบทของตนเองและบางครั้งก็ไม่ได้ตระหนักถึงคุณค่าของความเข้าใจในมุมมองของผู้อื่นเลย แล้วอะไรที่เป็นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่แท้จริง

สรุปได้ว่า ลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำประสบการณ์เดิมของผู้เรียนมาเชื่อมโยงหรือผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ในการเรียนรู้ซึ่งเป็นสิ่งที่ตรงข้ามกับการท่องจำ โดยมีความเข้าใจในการเรียนรู้เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้จริง สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง นำปรากฏการณ์ที่พบเห็นมาสร้างเป็นโครงสร้างใหม่ทางสติปัญญา เพื่อความสามารถในการคิดไตร่ตรองได้อย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนช่วยพัฒนาทั้งทางด้านสังคมและสิ่งแวดล้อม การเพิ่มความเจริญงอกงามทางสติปัญญา

1.3 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนรู้ที่ต้องทำให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Usiskin (2001 : 15-22) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียน มีความคิดที่ลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้ และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ

Sheffield and Cruikshank (2005 : 24) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า การที่มี สื่อ สิ่งเร้าต่าง ๆ หรือกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีความสามารถและความคงทนยาวนานกว่าการสอนด้วยชนิดอื่น ๆ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2539 : 12) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ควรมุ่งเน้นให้นักเรียน เกิดการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจอย่างถ่องแท้ เพราะนักเรียนที่มีความรู้และทักษะ แต่ปราศจากความเข้าใจหรือมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์น้อย จะมีข้อจำกัดในการเรียนระดับสูงหรือการทำงานดี ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2547 : 29) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้

ไพฑูล นารคร (2549 : 93-102) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ว่า เป็นการพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้น ทำให้นักเรียนสามารถ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีหรือประยุกต์ความเข้าใจนั้น ไปใช้ในการแก้ปัญหา และตัดสินใจกับสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีเหตุผล

สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มุ่งเน้นให้เกิดขึ้นกับนักเรียน เพราะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นการสร้าง การพิสูจน์ การค้นพบ ที่เป็นพื้นฐานในการ สร้างองค์ความรู้และการเชื่อมโยงในการเรียนหรือทักษะกระบวนการในระดับสูงขึ้นไป จะทำ ให้นักเรียนสามารถมีความคิดที่ลึกซึ้ง มีการสื่อสาร คิดอย่างสร้างสรรค์ นำไปแก้สถานการณ์ ปัญหาที่ซับซ้อนโดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและตัดสินใจได้อย่างมีเหตุผล

1.4 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะโดย สามารถแบ่งประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็น 4 ลักษณะได้ดังนี้ (Usiskin , 2001 : 22-28)

1. ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Skill – Algorithm Understanding) หรือที่ เรียกว่าความเข้าใจด้านทักษะ เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะการคูณเศษส่วน นักเรียน จะแสดง ความเข้าใจประเภทนี้เมื่อได้ลงมือทำงาน ความเข้าใจด้านนี้ประกอบด้วย

1.1 ความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิด ในรูป แบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

1.2 ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวนการ ที่นำมาซึ่ง ผลลัพธ์

1.3 การสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหาคำตอบ

2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ (Properties-Mathematical Understanding) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจแสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญ สื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง เช่น การสอนในชั้นเรียนเรื่อง การคูณเศษส่วน การที่ครูใช้คำว่า “ตัดทิ้ง” และ “ตัดตอน” บ่งบอกว่า ครูไม่ได้ส่งเสริมความเข้าใจ แต่ถ้าครูใช้ “การคูณจำนวนใด ๆ กับหนึ่ง” และ “เลือกเศษส่วนที่มี

ค่าเท่าเดิม” ได้ถ่ายทอดความเข้าใจให้กับนักเรียน งานที่แสดงถึงความเข้าใจสมบัติคณิตศาสตร์นี้ได้แก่

2.1 งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์

2.2 งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติ

2.3 งานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Use-Application Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท

4. ความเข้าใจในการนำเสนอ (Understanding through Representation) นักเรียนที่มีความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจผู้อื่น ได้เข้าใจด้วย

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ลักษณะนี้ แต่ลักษณะเป็นอิสระซึ่งกันและกัน ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสามารถประกอบด้วยลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มากกว่า 1 ลักษณะ ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมและประสบการณ์ของนักเรียน

1.5 พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

พฤติกรรมที่สามารถบ่งบอกถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกโดยอิงลำดับขั้นเชิงพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom’s Taxonomy) (1976 : 156-167) ไว้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ พฤติกรรมในระดับนี้ ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับที่ต่ำสุด แบ่งออกได้เป็น 3 ขั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำ เกี่ยวกับข้อเท็จจริง คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สะสมมาเป็นระยะเวลานาน

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณ เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับ ขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำเกี่ยวกับการคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งได้เป็น 6 ขั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริงเพราะมโนทัศน์เป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนทัศน์นั้นโดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ไขปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างคณิตศาสตร์ คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา จากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้ เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาหลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจความสามารถทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความตัวเลข ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน คือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือก

กระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 4ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจซึ่งการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งใช้ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นความสามารถในการตัดสินอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่กำหนดให้ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบรูปโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้การเปลี่ยนรูปปัญหาการจัดกระทำข้อมูลและการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาได้พบ

4. การวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลงแต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิธีที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพทางสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ขั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจมโนทัศน์ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลโดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ ความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์อาจเป็นพฤติกรรมที่ยุ่งยากซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป เป็นความสามารถในการค้นพบสูตร หรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไป

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนจำเป็นต้องรู้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่ครูสอนให้หรือไม้ ครูจึงจำเป็นต้องศึกษาถึงพฤติกรรมที่จะแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

อนันต์ จันทร์กวี (2537 : 256) ได้กล่าวว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะแสดงออกดังนี้

1. สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนขึ้นในรูปใหม่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมา ในชั้นเรียน

2. สรุปความหมายของเรื่องให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

3. แปลงหรือเปลี่ยนรูป จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ หรือจากสัญลักษณ์ให้เป็นภาพหรือกลับกัน

4. ชี้บ่งความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ได้

5. แปลความหรือตีโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ไว้ว่า ข้อความนั้น ๆ กำหนดอะไรให้และต้องการถามเรื่องอะไร

สรุปได้ว่า พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีดังต่อไปนี้ 1. สามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้ 2. สามารถสรุป อธิบาย หรือบอกความหมายของข้อความทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้คำพูดเป็นภาษาตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และ 3. สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ในชีวิตประจำวันกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสรุปเป็นกฎ หลักการ หรือกระบวนการทางข้อความทางคณิตศาสตร์ได้

1.6 **ความเข้าใจเกี่ยวกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์**

แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representations)

ความหมายของการแสดงแทน

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของการแสดงแทนไว้หลายทัศนะ ดังนี้

Brinker (1996 : 8) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนในแง่ของนิยามเชิงวัตถุในเชิงที่เอาวัตถุ (Object) เป็นตัวตั้งเชิงรูปธรรม โดยนิยามว่า การแสดงแทน หมายถึง สัญลักษณ์หรือรูปภาพที่นักเรียนได้วาดขึ้น ตัวอย่างเช่น การทำวัตถุให้มีโครงสร้างเป็นชั้นๆ การวาดตารางของเศษส่วนและการทำเศษเป็นท่อน ๆ ก็ถือว่าเป็นการแสดงแทนที่นักเรียนทำมา คำว่าโครงสร้างที่นี้หมายถึงการที่นักเรียนได้ออกแบบสำหรับคำสั่งที่เฉพาะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากนิยามจะเห็นเกี่ยวกับเรื่องการแยกแยะของการแสดงแทน ซึ่งการแสดงแทนเป็นผลผลิตออกมา เป็นตัววัตถุออกมา เพื่อแสดงแทนตัววัตถุที่มีอยู่แล้ว คือตัวสี่เหลี่ยม แผ่นแท่งมีอยู่แล้ว แต่การที่เด็กนำมาจัดกลุ่ม ถือว่าเป็นการแสดงแทน อีกมุมมองหนึ่ง การแสดงแทนจะถูกทำโดยแต่ละบุคคล นักเรียนที่เขียนรูปเขียนสัญลักษณ์ขึ้นมาเป็นการให้ความหมายของแต่ละคน หรือเป็นการให้ความหมายของนักเรียนเองหรือกลุ่มย่อย ๆ เพื่อใช้สำหรับคำตอบหรือปัญหาบางอย่าง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (1989 : 67) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนไว้ว่า เป็นวิธีการที่เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะทำให้บุคคลมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และนำมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ โดยการแทนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยการแสดงแทนต่าง ๆ เช่น การหาผลคูณโดยใช้ตัวเลขโรมันนั้นจะทำได้ยากกว่าหาผลคูณโดยใช้ตัวเลขอารบิกฐานสิบ นอกจากนี้ยังกล่าวถึงการแสดงแทนหลายชนิดไม่ว่าจะเป็นจำนวนที่แสดงอยู่ในรูปฐานสิบหรือฐานสอง เศษส่วน นิพจน์ทางพีชคณิตและสมการ กราฟ และการแสดงผลด้วยตาราง สิ่งเหล่านี้ล้วนเป็นผลของกระบวนการของการกลั่นกรองวัฒนธรรมที่มีมาช้านาน ซึ่งหากนักเรียนได้เข้าถึงการใช้การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ก่อนที่จะเข้าถึงก็ต้องมีเครื่องมือที่สามารถช่วยขยายความคิดในทางคณิตศาสตร์ได้

Goldin (2003 : 276) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนไว้ว่า เป็นการใช้สิ่งที่มีลักษณะ เป็นสัญลักษณ์ ตัวอักษร เครื่องหมาย หรือวัตถุต่าง ๆ เพื่อใช้แทนบางสิ่งบางอย่าง ซึ่งคำว่า “แสดงแทน” นั่นอาจแปลความหมายได้ในหลายแนวทาง เช่น แปลว่า สัมพันธ์กับ แสดงว่า เห็นดังรูป ถอดรหัส ก่อให้เกิด ชี้แจง อ้างอึง เสนอ กล่าวถึง หรือเป็นสัญลักษณ์ เป็นต้น

Brahier (2005 : 25) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนไว้ว่า เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อย่างหนึ่ง ที่ให้นักเรียนสามารถจำลองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดไว้ ในแนวทางที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา ซึ่งการจะเลือกตัวแสดงแทนต่าง ๆ ให้เหมาะสมกับปัญหานั้นต้องคำนึงถึงบริบทแวดล้อมที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหานั้น

อรุณศรี ดำบรรณ์ (2548 : 20) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการวาดภาพ การใช้แผนภูมิ การใช้กราฟ การใช้วัตถุจริง เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

สรินนา หมอนสุภาพ (2548 : 29) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนไว้ว่า เป็นตัวกลางในการสื่อความคิด ความเข้าใจในทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับตรงกัน ซึ่งเป็นทักษะกระบวนการที่แทรกอยู่ระหว่างทักษะการสื่อสารและสื่อความหมายตามหลักสูตรในประเทศไทย แต่ต่างประเทศโดยเฉพาะประเทศสหรัฐอเมริกา ได้ให้ความสำคัญกับทักษะกระบวนการนี้ จนเป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการแสดงแทนที่กล่าวนั้นอาจเป็น วัตถุ รูปภาพ กราฟ แผนภูมิ แผนภาพ ตาราง แบบจำลอง สัญลักษณ์ และนิพจน์ที่หลากหลาย

ไชยพร พิมพ์มะสอน (2555 :18) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนว่า การที่นักเรียนได้สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบต่าง ๆ ออกมาตามแนวคิดและความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของนักเรียนเอง

สรุปได้ว่า การแสดงแทนเป็นสื่อกลางในการสื่อสารความคิด ความเข้าใจ โดยใช้วัตถุจริง สัญลักษณ์ รูปภาพ ตาราง แบบจำลอง การอธิบาย ที่นักเรียนได้แสดงออกมาตามแนวคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในการรวบรวมความรู้ ช่วยในการอธิบายความคิดและการแปลความหมายโดยมีการเชื่อมโยงโครงสร้างทางเรขาคณิตเป็นลำดับขั้นตอนหรือเป็นโครงสร้างขององค์ความรู้

การแสดงแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (2000 : 279-283) ได้กล่าวถึงการแสดงแทนของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษา

ตอนต้นต้องเรียนรู้การแก้ปัญหาต่างๆ มากมายซึ่งต้องแปลงปัญหาให้เป็นรูปธรรมและใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูลและบันทึกเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเขา เช่น นักเรียนแสดงแทนในการพัฒนาหรือประยุกต์ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วน เมื่อเขาต้องทำหรือตีความหมายมาตรการวัดจากรูปหรือสร้างมาตราวัดจากวัตถุ เมื่อนักเรียนเชื่อมโยงความเข้าใจในเรื่องเรขาคณิตเข้ากับอัตราส่วน เมื่อนักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นฮิสโทรแกรม ในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาที่มีความท้าทาย นักเรียนต้องใช้ตัวแทนที่เป็นมาตรฐาน แต่ก่อนที่จะใช้ตัวแทนที่เป็นมาตรฐานนักเรียนต้องได้พัฒนาการแสดงแทนที่ไม่เป็นมาตรฐานในการแก้ปัญหาให้ได้ดีก่อน

กัลยา ทองสุ (2545 : 17) ได้กล่าวถึงการแสดงแทนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นว่า ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเป็นระดับการศึกษาที่ควรส่งเสริมการแสดงแทนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลายเพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดและเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งเพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2546 : 25) ได้กล่าวถึงการแสดงแทนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นว่า นักเรียนจะต้องรู้การแปลงปัญหาให้เป็นรูปนามธรรม โดยเลือกการแสดงแทนที่หลากหลายในการรวบรวมข้อมูล ซึ่งการแสดงแทน ที่หลากหลายนี้เป็นการดำเนินการแก้ปัญหาที่จะพัฒนาความเข้าใจในที่มีความหมายในทางคณิตศาสตร์ได้

สรุปได้ว่า การแสดงแทนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นสิ่งที่ให้นักเรียนทำการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ครูผู้สอนจะต้องสอนให้ผู้เรียนรู้จักตัวแทนทางคณิตศาสตร์ว่ามีอะไรบ้าง จากนั้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการนำตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในลักษณะต่างๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่จะใช้ตัวแทนนั้น แล้วค่อยให้นักเรียนได้รับการฝึกการแสดงแทนในการแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยต้องคำนึงถึงการเรียนรู้ที่จะทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดหาวิธีการแสดงแทนในการแก้ปัญหา การสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ สามารถเลือก ประยุกต์และแปลความหมายการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้

ความสำคัญของการแสดงแทน

การแสดงแทนเป็นสิ่งที่จำเป็นและสำคัญในการเรียนรู้หรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการแสดงแทน ไว้ดังนี้

Greeno and Hall (1997: 27-29) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแสดงแทนไว้ดังนี้

1. การใช้การแสดงแทนเป็นเครื่องมือสำหรับการคิด การใช้การแสดงแทนจะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์และช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลของนักเรียน

2. การใช้การแสดงแทนช่วยให้นักเรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันได้

3. เมื่อนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจระหว่างการใช้การแสดงแทนจากรูปแบบหนึ่งไปยังรูปแบบหนึ่งได้ ก็จะช่วยเพิ่มความเข้าใจ ทำให้เกิดความคิดรวบยอด และพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องได้รับการพัฒนาและใช้การแสดงแทนในปัญหาที่หลากหลายต่อไป

4. การสอนรูปแบบการแสดงแทนจะมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

5. นักเรียนสามารถใช้การแสดงแทนเป็นเครื่องมือช่วยในการสร้างความเข้าใจ การสื่อสาร และการแสดงการให้เหตุผลได้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (2000 : 280) กล่าวถึงความสำคัญของการแสดงแทนว่า การแสดงแทนเป็นศูนย์กลางของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง สามารถหาความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาได้สร้างขึ้น หรือเปรียบเทียบสิ่งต่าง ๆ ด้วยการแสดงแทนที่หลากหลาย ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวแทนเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเอง และการแสดงแทนเป็นความจำเป็นสำหรับความเข้าใจของนักเรียนในความคิดรอบยอดทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ การแสดงแทนทำให้นักเรียนเข้าใกล้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการอ้างเหตุผลสนับสนุนความเข้าใจของพวกและคนอื่น ๆ เป็นการรับรองการสื่อสารของนักเรียนในระหว่างความคิดรวบยอดกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหาในโลกแห่งความจริง การแสดงแทนจะกลายเป็นความรู้ที่ลึกซึ้งในบางรูปแบบ เช่น แผนภาพ (Diagrams) กราฟ และสัญลักษณ์ของการแสดงความคิด เป็นส่วนที่มีความสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ที่กล่าวมานี้แสดงขอบเขตของความสำคัญและประโยชน์ของการแสดงแทน ที่เป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนและการปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ การแสดงแทนเป็นความสำคัญที่นำไปสู่ระดับการเรียนรู้ที่สูงขึ้นโดยการแสดงแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในสิ่งที่นักเรียนจะสร้างความหมายทางความคิดทางคณิตศาสตร์ แม้ว่าการแสดงแทนเหล่านั้นไม่เป็นระเบียบแผน ขณะเดียวกันนักเรียนจะเรียนรูปแบบที่มีระเบียบแบบแผนของการแสดงแทนที่ง่ายต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการสื่อสารกับคนอื่นเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงเกี่ยวกับสื่อและเทคโนโลยี ที่มีโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน ที่ทำให้เกิดการแสดงแทนที่หลากหลายรูปแบบและทันสมัย

Dossey (2002 : 83-85) ได้ให้ความสำคัญของการแสดงแทนโดยคณิตศาสตร์ ในฐานะตัวแทน โดยเป็นการใช้สัญลักษณ์ในการแทนความคิดและความเข้าใจในการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ตัวแทนหลายรูปแบบ ที่บรรยายถึงสถานการณ์และความคิดทางคณิตศาสตร์ความสำคัญของรูปแบบต่าง ๆ เป็นการอธิบายในส่วนของการสื่อสารและการเชื่อมโยง

2. การแสดงแทนขยายความเข้าใจในความคิดรวบยอดของนักเรียน และชี้ให้เห็นความไม่เข้าใจในรูปแบบอย่างพอเพียง ความสามารถในการพัฒนาและตีความตัวแปร ของนักเรียนที่หลากหลายเพิ่มความสามารถในการทำและเข้าใจทางคณิตศาสตร์

3. การแสดงแทนที่หลากหลายเป็นเสมือนทรงพีระมิดฐานสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันทุกด้าน (Tetrahedron) ภาพเดียวที่มียอดมุมแสดงการแสดงแทนที่แตกต่าง

4. การแสดงแทนเป็นกระบวนการในการดำเนินการของการจับต้องความคิด รวบยอดหรือความสัมพันธ์การถ่ายทอดความคิดบางรูปแบบ นักเรียนในระดับมัธยมปลาย ควรจะมีความหลากหลายกว้างขวางในการแสดงแทน และนักเรียนควรยืดหยุ่นในการแสดงแทนที่หลากหลายบรรยายการแสดงแทนที่แสดงรูปแบบสถานการณ์และจุดประสงค์ของการแสดงแทน

5. การแสดงแทนเป็นภาพหรือการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ผู้สังเกตการณ์ เมื่อนักเรียนวิเคราะห์การแสดงแทน นักเรียนสามารถตัดสินใจว่าการแสดงแทนไหนที่ให้คุณค่า ในข้อมูลข่าวสาร และตัวแทนไหนไม่ใช่ ตัวอย่าง หลังจากการใช้กราฟและสัญลักษณ์เป็นตัวแทนของเซตในสถานการณ์ของระบบสมการ นักเรียนจะตระหนักว่าการแสดงแทนเป็นมากกว่าความถูกต้อง

6. นักเรียนมักต้องการแสดงแทนหลากหลายของความคิดรวบยอดก่อนที่เริ่มต้นเข้าใจความคิดรวบยอดให้เป็นรูปร่าง นักเรียนบางคนพัฒนาความเข้าใจที่แจ่มแจ้ง เมื่อเห็นภาพวาดหรือกราฟ บางคนชอบการแสดงแทนสัญลักษณ์ทางพีชคณิตมากกว่า ในขณะที่บางคนต้องการทั้งสองแบบ

7. การแสดงแทนช่วยให้เห็นภาพรวมและเป็นการบันทึกข้อมูลที่การบันทึก ทำมาสะดวกหรือเป็นการแสดงแทนข้อมูล

8. มีเทคโนโลยีเปิดประตูสู่การคิดการแสดงแทน นักเรียนกับเครื่องคำนวณกราฟเบื้องต้นสามารถกระโดจากสัญลักษณ์สู่ตัวแทนกราฟสำหรับฟังก์ชันที่หลากหลาย นอกจากกราฟ โปรแกรมยังแสดงเป็น 3 มิติ เป็นการสู่โลกแห่งความเป็นจริงอย่างเต็มที่ การเปลี่ยนแปลงโปรแกรมทางเรขาคณิตทำให้เห็นวัตถุเคลื่อนไหวได้อย่างช้า ๆ

9. แม้ว่าจะมีหรือไม่มีเทคโนโลยี ก็จะมีกระบวนการแสดงแทนสถานการณ์ ของโลกจริงผ่านคณิตศาสตร์ เรียกว่าตัวแบบ (Model) ให้นักเรียนอธิบายสถานการณ์ที่สนใจผ่านสัญลักษณ์หรือแผนภาพ ตลอดจนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ สังเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา

Brahier (2005 : 24) กล่าวถึงความสำคัญของการแสดงแทนว่า เป็นกระบวนการที่สำคัญทั้งการสอน และการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนสามารถคิดหาการแสดงแทนได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยต้องพยายามเลือกใช้ตัวแทนที่ดีและเหมาะสมที่สุดเพื่อเป็นแบบจำลองสถานการณ์ปัญหา

สรินนา หมอนสุภาพ (2548 : 33) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแสดงแทนว่า การแสดงแทนมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เนื่องจากจะเป็นสิ่งที่จะทำให้ครูผู้สอนสามารถรู้เกี่ยวกับผู้เรียนว่า ผู้เรียนมีความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร หากผู้เรียนสามารถใช้สัญลักษณ์หรือการแสดงแทนภายนอกได้ถูกต้องโดยไม่มีความเข้าใจหรือการแสดงแทนภายในอย่างแท้จริง ครูก็สามารถเห็นปัญหาและย้อนกลับไปช่วยปูพื้นฐานได้ นอกจาการแสดงแทนเป็นการแสดงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว การแสดงแทน ยังเป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่นและการแสดงแทนยังช่วยสนับสนุนการพัฒนาแห่งความเป็นจริงสู่การเป็นตัวแทน

สุจินดา เอี่ยมโอภาส (2552 : 53-54) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแสดงแทนว่า ทักษะการแสดงแทนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เป็นการฝึกให้นักเรียนสามารถแปลเนื้อหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมหรือสร้างรูปแบบต่าง ๆ ขึ้นมาทั้งการแสดงแทนภายนอกหรืออาจเป็นตัวแทนภายในได้ ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้เข้าใจมากยิ่งขึ้น อีกทั้งเป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่นและการแสดงแทนยังช่วยสนับสนุนการพัฒนาความคิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น

สรุปได้ว่า การแสดงแทนเป็นเครื่องมือสำหรับการเชื่อมโยงความเข้าใจระหว่างการใช้การแสดงแทนจากรูปแบบหนึ่งไปยังรูปแบบหนึ่ง ที่สามารถช่วยในการทำความเข้าใจ ส่งเสริมการให้เหตุผลการแก้ปัญหาที่แตกต่างโดยการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเข้าใกล้

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการอ้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจ และยังเป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนได้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างนามธรรมและรูปธรรม ตลอดจนทำการแปลงสถานการณ์ในโลก แห่งความจริงสู่การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

การแสดงแทนเป็นเครื่องมือสำหรับการเชื่อมโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ การแสดงแทนจากรูปแบบหนึ่งไปยังรูปแบบหนึ่ง ที่สามารถช่วยในการทำความเข้าใจ ส่งเสริมการให้เหตุผล การแก้ปัญหาที่แตกต่างโดยการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียน เข้าใกล้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ในการอ้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจ และยังเป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนได้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างนามธรรมและรูปธรรม ตลอดจนทำการแปลงสถานการณ์ในโลก แห่งความจริงสู่การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

รูปแบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

การแสดงแทนมีความหมาย 2 ประการโดยความหมายแรกหมายถึง กระบวนการแสดงแทน (Representation Process) และความหมายที่สอง หมายถึง ผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการแสดงแทน (Representation Product) ผลลัพธ์ที่ได้นี้เรียกว่า รูปแบบของการแสดงแทน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงรูปแบบการแสดงแทนที่สอดคล้องกันดังต่อไปนี้

Hiebert (1990 : 121-123) ได้กล่าวถึงรูปแบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ว่า การแสดงแทนภายนอกว่าเป็นการสื่อสารแนวคิดหรือความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้คนอื่นรับรู้ การสื่อสารนั้นผ่านรูปแบบการแสดงแทน 5 รูปแบบ คือ

1. การแสดงแทนในรูปแบบของการพูดหรือข้อความ
2. การแสดงแทนโดยใช้สื่อรูปธรรม
3. การแสดงแทนเป็นรูปภาพหรือกราฟ
4. การแสดงแทนในรูปสถานการณ์ในชีวิตจริง (Real-life situations)
5. การแสดงแทนในรูปสัญลักษณ์ (Written symbols)

Goldin & Janvier (1998 : 232-235) ได้กล่าวถึงความหลากหลายของการใช้คำอธิบายการแสดงแทนกับระบบของการแสดงแทนในแง่มุมของการเชื่อมโยงกับการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์ และการพัฒนารวมอยู่ด้วย ดังนี้

1. แง่มุมภายนอก (An External) เป็นโครงสร้างของสถานการณ์เชิงกายภาพหรือโครงสร้างของสถานการณ์ในด้านของสิ่งแวดล้อมเชิงกายภาพ ที่สามารถถูกอธิบายใน

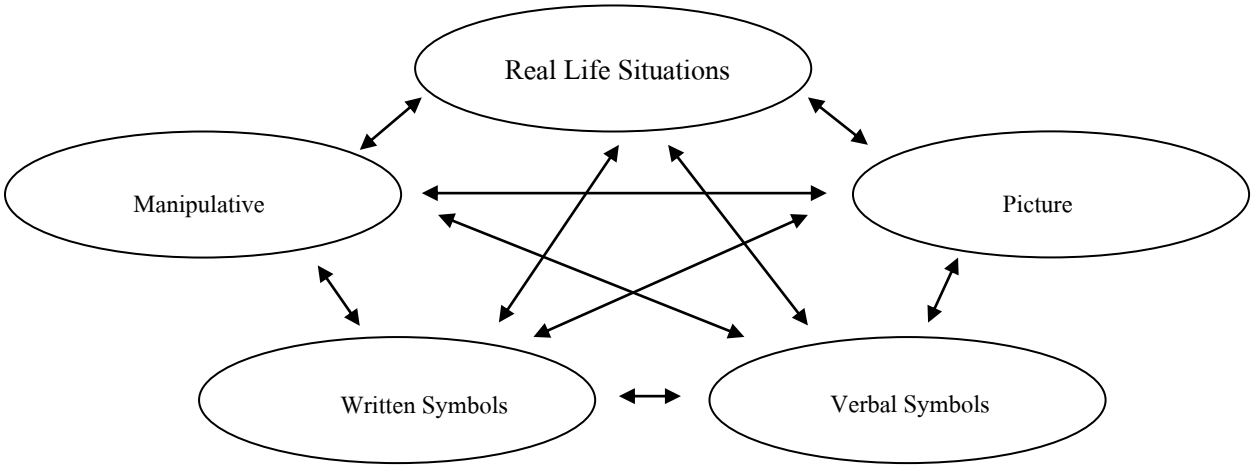
เชิงคณิตศาสตร์หรือการมองเห็นในฐานะที่เป็นการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์

2. การปรากฏเป็นรูปร่างเชิงภาษา หรือระบบของภาษา ในตำแหน่งของปัญหาที่ถูกกำหนดขึ้นหรือคณิตศาสตร์ได้ถูกอภิปราย กับการเน้นย้ำในเรื่องของโครงสร้างที่เป็นเอกลักษณ์ที่อยู่บนโครงสร้างที่เป็นระบบของสัญลักษณ์ (Syntactic) และความหมายของภาษา (Semantic)

3. การสร้างคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการ หรือระบบของการสร้าง สามารถที่จะนำเสนอด้วยสถานการณ์โดยผ่านสัญลักษณ์ หรือระบบสัญลักษณ์ ซึ่งมักจะตอบสนองในรูปของสัจพจน์หรือการทำตามนิยามที่มีความชัดเจน รวมไปถึงการสร้างคณิตศาสตร์ที่นำเสนอจากแง่มุมของการสร้างคณิตศาสตร์แง่มุมอื่น ๆ

4. แง่มุมภายใน (An internal) เป็นองค์ประกอบเชิงการรู้ส่วนบุคคลหรือ เป็นระบบที่มีความซับซ้อนเกี่ยวกับโครงร่าง หรือการสรุปถึงพฤติกรรมหรือการทบทวนความคิดของตัวเอง การอธิบายถึงบางแง่มุมที่เกี่ยวกับกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการในการแก้ปัญหา

Lesh (1995: 11) ได้กล่าวถึงรูปแบบการแสดงแทนของนักเรียนไว้ว่า นักเรียนจะมีวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เมื่อได้รับโอกาสในการแสดงแทนความคิดรวบยอดด้วยวิธีการที่หลากหลาย และเชื่อมโยงระหว่างวิธีการแสดงแทนที่แตกต่างกันไปนั้น แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 รูปแบบดังนี้



แผนภาพที่ 1 โมเดลของเลช (Lesh's Model)

1. การกระทำด้วยการใช้สื่ออุปกรณ์ (Manipulative aids) เป็นการสะท้อนความเข้าใจและความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยผ่านสื่อที่เป็นวัตถุเชิงกายภาพ (Physical Materials) เช่น กระดาน ตะปู ลูกบาศก์ แท่งสี เป็นต้น การแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์เชิงคุณภาพ (Manipulative aids) ของนักเรียนช่วยให้ครูเข้าใจระดับพัฒนาการของนักเรียน และเป็นพื้นฐานสำหรับการอภิปรายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย การแสดงแทนด้วยวิธีนี้สะท้อนให้เห็นถึงความเชื่อของนักเรียนซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องมีประสบการณ์เชิงนามธรรมเพื่อการเรียนคณิตศาสตร์

2. รูปภาพ (Picture/Diagram) เป็นการนำเอารูปมาช่วยสะท้อนแนวคิดความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การแสดงแทนด้วยรูปภาพช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

3. สัญลักษณ์ทางการเขียน (Written symbols) เป็นสื่อสะท้อนและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยผ่านเขียนสัญลักษณ์บางอย่าง เช่น การเขียนอธิบายวิธีการในการแก้ปัญหาของนักเรียน การเขียนเกี่ยวกับแนวคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้แนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนชัดเจนขึ้น

4. สัญลักษณ์ทางการพูด (Verbal symbols) การสื่อความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วยการพูด การฟัง หรือการอ่านเกี่ยวกับแนวคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น การพูดเพื่ออธิบายวิธีการที่สมาชิกในกลุ่มใช้เพื่อหาคำตอบของปัญหา เป็นต้น การแสดงแทนด้วยวิธีนี้จะช่วยให้แนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนชัดเจนยิ่งขึ้น

5. บริบทในชีวิตจริง (Real-life context) เป็นการแสดงแทนความคิด ทางคณิตศาสตร์ที่ฝังตัวอยู่ในบริบทที่คุ้นเคย ซึ่งจะก่อให้เกิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ ไม่เป็นทางการของนักเรียน

วิธีการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 วิธีดังกล่าวจะมีการเชื่อมโยงระหว่างวิธีที่แตกต่างกัน สามารถนำมาเป็นกรอบการประเมินกระบวนการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและนำมาใช้เป็นแนวทางในการสอนได้อีกด้วย ซึ่งครูจะค้นพบความเข้าใจในเชิงลึก จากการอ่านสิ่งที่นักเรียนเขียนและตรวจสอบระดับของความเข้าใจของนักเรียนด้วยการฟังสิ่งที่นักเรียนพูด สามารถประเมินการปฏิบัติของนักเรียนด้วยการจัดกิจกรรมให้ทำงานเป็นกลุ่ม โดยสังเกตว่านักเรียนคนใดแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์หรือแสดงแทนด้วยรูปภาพเป็นต้น นอกจากนี้ครูยังมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนมีโอกาสแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อส่งเสริมความเข้าใจของนักเรียนด้วย

สรุปได้ว่า รูปแบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่ใช้แทนปริมาณ แนวคิด และสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้มีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งการแสดงแทนเป็นสิ่งที่มีความคล้ายคลึงกัน ไม่ว่าจะเป็นภาพ โมเดล หรือการจำลองอื่น ๆ ถ้อยคำหรือคำอธิบายที่แสดงออกมา เป็นการสะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์ออกมาภายหลังที่ได้ใช้สื่อการเรียนรู้และการสื่อสารของการแสดงแทน ช่วยในการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการพูด การเขียน การอธิบาย ความเข้าใจในรูปแบบต่าง ๆ เช่น วาดรูปบล็อกสี่เหลี่ยม ไดอะแกรม สัญลักษณ์ การจัดทำสื่อและการเชื่อมโยงสู่ชีวิตประจำวันของนักเรียน

การแสดงแทนที่หลากหลาย

การแสดงแทนที่หลากหลายประกอบด้วยการแสดงแทนหลายชนิด การเชื่อมโยงระหว่างการแสดงแทนแต่ละรูปแบบสามารถช่วยในการอธิบาย ภายใต้แนวคิดของการแสดงแทนที่หลากหลาย มีลักษณะดังนี้ (Owens and Clements, 1998 : 5-11)

1. เป็นการระบุความคิดทางคณิตศาสตร์รูปแบบของการแสดงแทนที่แตกต่างกัน

2. เป็นการจัดการความคิดของระบบการแสดงแทนภายในที่มีความหลากหลาย

3. เป็นการแปลความคิดจากการแสดงแทนรูปแบบหนึ่งไปยังการแสดงแทนหนึ่ง

4. เป็นการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างการแสดงแทนภายใน จากการแสดงแทนรูปแบบหนึ่งไปยังอีกการแสดงแทนอีกรูปแบบหนึ่ง

5. เป็นความสามารถในการตัดสินใจใช้การแสดงแทนในปัญหาที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม

6. เป็นการระบุจุดแข็ง จุดอ่อน ความแตกต่าง และความคล้ายคลึง ของการ แสดงแทนแต่ละรูปแบบ

1.7 การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

Perkins (1993 : 35) ได้กล่าวว่า การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาที่เรียนอย่างแท้จริงนั้น ครูควรคำนึงถึงข้อเสนอแนะต่อไปนี้

1. ควรเรียนรู้ด้วยกระบวนการคิดเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนได้ปฏิบัติมากกว่าครู

2. เตรียมการประเมินผลที่ต่อเนื่อง

3. ควรสนับสนุนการแสดงออกของนักเรียน ให้นักเรียนได้ใช้จินตนาการ เพราะการแสดงออกจะบ่งบอกถึงความเข้าใจในทางปฏิบัติของนักเรียน

อนันต์ จันทร์กวี (2537 : 256) ได้กล่าวว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะแสดงออกดังนี้

1. สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูด ของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนขึ้นในรูปใหม่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียน

2. สรุปความหมายของเรื่องให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

3. แปลงหรือเปลี่ยนรูป จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ หรือจากสัญลักษณ์ให้เป็นภาพหรือกลับกัน

4. ชี้บ่งความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ได้

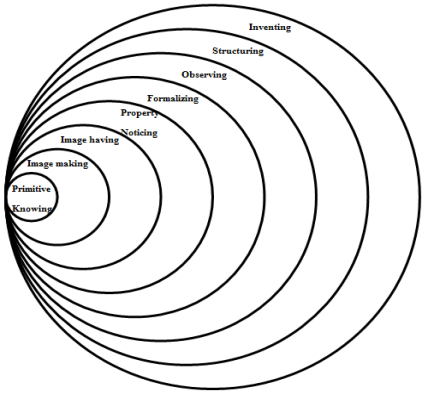
5. แปลความหรือตีโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ไว้ว่า ข้อความนั้น ๆ กำหนดอะไรให้และต้องการถามเรื่องอะไร

สรุปได้ว่า การวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นการสรุปหรือบอกความหมาย กฎ หลักการ เรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว ตลอดจนการขยายความรู้นั้นออกไปอย่างกว้างขวาง มีการประเมินผล จากการที่นักเรียนได้มีการแสดงแทนในสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ที่นักเรียนได้มีการแสดงออกมาไม่ว่าจะเป็นรูปแบบของการคิด แปลความ ตีความ สรุปผล และสามารถนำไปใช้ได้จริง และพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้ 1. สามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้ 2. สามารถสรุป อธิบาย หรือบอกความหมายของข้อความทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้คำพูดเป็นภาษาตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และ 3. สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ในชีวิตประจำวันกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสรุปเป็นกฎ หลักการ หรือกระบวนการทางข้อความทางคณิตศาสตร์ได้

แนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบของ Pirie and Kieren

Pirie and Kieren (1994 : 65-67) ได้เสนอกรอบทฤษฎีพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นกรอบทฤษฎีที่ใช้สำหรับวิเคราะห์ระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาพัฒนาการความเข้าใจในรูปแบบองค์รวมและกระบวนการที่เป็นไปในลักษณะที่ไม่หยุดนิ่ง มีความต่อเนื่องเป็นไปตามระดับ แต่กระบวนการของพัฒนาการความเข้าใจจะไม่เป็นลักษณะในแนวตรง เมื่อนักเรียนเจอปัญหาในระดับพัฒนาการความเข้าใจที่สูงกว่าและไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จะต้องย้อนกลับไปทำความเข้าใจในระดับความเข้าใจที่ต่ำกว่าเพื่อขยายความเข้าใจที่มีอยู่ให้เพียงพอหรือปรับเปลี่ยนให้

ถูกต้อง เพื่อสร้างความเข้าใจในระดับที่สูงกว่านั้นได้ นอกจากนี้แต่ละระดับของพัฒนาการความเข้าใจประกอบด้วยการเชื่อมโยงระหว่าง การกระทำของการอธิบายเพื่อให้แต่ละระดับสมบูรณ์ยิ่งขึ้น จะเห็นว่าทฤษฎีพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นไม่ได้เป็นปรากฏการณ์ที่เป็นเชิงเส้นหรือในแนวตรง แต่มีการย้อนกลับไปกลับมาเพื่อกลับไปจดจำและสร้างความเข้าใจใหม่ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น และทฤษฎีพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นการแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจที่เกิดจากการจัดการโครงสร้างความรู้ของบุคคลที่มีความต่อเนื่องและสอดคล้องกัน เป็นกระบวนการที่ไม่หยุดนิ่ง และเป็นทฤษฎีที่ช่วยให้สามารถศึกษาหรืออธิบายเกี่ยวกับระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาต่างๆ ของนักเรียน



แผนภาพที่ 2 ระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ระดับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 8 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน (Primitive Knowing) ความเข้าใจในระดับนี้เป็นความรู้พื้นฐาน หรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ เพื่อนำไปจัดกระทำกับสื่อที่เป็นรูปธรรม หรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความหมายเพื่อพัฒนาระดับความเข้าใจต่อไป สำหรับในระดับความรู้พื้นฐานนี้ไม่ได้หมายความว่าเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับต่ำ แต่ความเข้าใจในระดับนี้เป็นจุดเริ่มต้นของการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่เฉพาะ ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้สังเกต ครู หรือผู้วิจัยคาดเดาว่านักเรียนจะมีความรู้พื้นฐานนี้เพื่อไปสร้างมโนมติใหม่

ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ (Image Making) เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่ผู้เรียนนำความรู้พื้นฐานหรือประสบการณ์เดิมที่นักเรียนมีอยู่และที่เกี่ยวข้องกับมโนมติใหม่ มาสร้างสิ่ง

ที่แตกต่างจากความรู้พื้นฐานเพื่อใช้ในแนวทางใหม่ หรือมาสร้างความหมาย จากการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม หรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ (Image Having) ความเข้าใจระดับนี้ แนวคิด ทางคณิตศาสตร์หรือมโนภาพได้ถูกสร้างขึ้นแล้ว ซึ่งเป็นความเข้าใจที่พัฒนาจากการที่นักเรียนจัดกระทำกับสื่อที่เป็นรูปธรรมหรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ จนสามารถสร้างภาพความคิด ในใจโดยสามารถอธิบาย สะท้อน คิดย้อนกลับมโนภาพนั้น โดยไม่ต้องแสดงการจัดกระทำเหมือนการสร้างมโนภาพอีก แต่อย่างไรก็ตาม ความเข้าใจถูกเรียนกว่าการเชื่อมโยง ถ้าผู้เรียนย้อนกลับไปในระดับความเข้าใจที่ระดับก่อนหน้าเมื่อพิสูจน์ได้ว่ามีความจำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนมโนภาพที่มีอยู่ ซึ่งแสดงให้นักเรียนเห็นในภายหลังว่าไม่เพียงพอ หรือเป็นมโนมติที่ผิด

ระดับที่ 4 การสังเกตคุณสมบัติ (Property Noticing) ความเข้าใจระดับนี้เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนจัดการ หรือรวมแง่มุมของมโนภาพที่มีอยู่เพื่อสร้างคุณสมบัติที่เฉพาะ และสังเกตเห็นคุณสมบัติบางประการที่เกี่ยวข้องกัน รวมไปถึงการที่ผู้เรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงและหาข้อแตกต่างระหว่างมโนภาพที่มีอยู่นั้น

ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม (Formalizing) ความเข้าใจระดับนี้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปเชิงนามธรรม นิยาม สูตร หรือข้อสรุปทั่วไป ของมโนภาพ ที่เฉพาะเจาะจงที่มีอยู่จากขั้นตอนการสังเกตคุณสมบัติ

ระดับที่ 6 การสังเกต (Observing) ความเข้าใจระดับนี้นักเรียนสามารถสะท้อนเชื่อมโยง รวมข้อสรุปเชิงนามธรรมเพื่อสร้างเป็นทฤษฎีบทได้

ระดับที่ 7 การสร้างโครงสร้าง (Structuring) ความเข้าใจระดับนี้นักเรียนสามารถนึกถึงข้อสรุปเชิงนามธรรมที่เป็นทฤษฎีบท นักเรียนตระหนักถึงการเชื่อมโยงภายในกลุ่มทฤษฎีบทและสามารถนำมาใช้ในการให้เหตุผลและพิสูจน์โดยไม่ต้องจัดกระทำกับสื่อรูปธรรมหรือขั้นตอนที่กำหนด

ระดับ 8 การสร้างมโนมติใหม่ (Inventizing) เป็นความเข้าใจในระดับสูงสุด โดยนักเรียนมีโครงสร้างของความเข้าใจสมบูรณ์ และสามารถนำไปเป็นความรู้พื้นฐานในการสร้างมโนมติใหม่อยู่ในระดับที่สูงขึ้นได้

ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Understanding Development) หมายถึง การนำความรู้เดิมมาสัมพันธ์กับความรู้ใหม่แล้วสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ เพื่อพิจารณาองค์ความรู้และเป็นกระบวนการที่เป็นไปในลักษณะที่ไม่หยุดนิ่ง มีความต่อเนื่องเป็นไปตามระดับ แต่กระบวนการของพัฒนาการความ

เข้าใจจะไม่เป็นลักษณะในแนวตรง เมื่อนักเรียนเจอปัญหาในระดับพัฒนาการความเข้าใจที่สูงกว่าหรือไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จะย้อนกลับไปทำความเข้าใจในระดับความเข้าใจที่ต่ำกว่าเพื่อขยายความเข้าใจที่มีอยู่ให้เพียงพอหรือปรับเปลี่ยนให้ถูกต้อง เพื่อสร้างความเข้าใจในระดับที่สูงกว่านั้นได้ ซึ่งกรอบแนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการความเข้าใจตามแนวคิดของ Pirie and Kieren (1994 : 65-67) ผู้วิจัยได้พัฒนากรอบแนวคิดมาเป็น 5 ระดับ ดังต่อไปนี้ คือ ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน (Primitive knowing) ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ (Image making) ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ (Image having) ระดับที่ 4 สังเกตคุณสมบัติ (Property noticing) ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม (Formalizing) โดยมีรายละเอียดดังนี้

ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน (Primitive knowing) เป็นความรู้เดิมที่ใช้เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ ระดับความเข้าใจในระดับนี้จะเป็นจุดเริ่มต้นในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยการที่นักเรียนนำเอาความรู้นี้มาใช้ในการสร้างความหมายเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนกำลังจัดกระทำอยู่ เช่น ความรู้เกี่ยวกับลักษณะหรือความหมายของเส้นตรง เส้นโค้ง จุด ซึ่งจะเป็นความรู้พื้นฐานในการที่จะสร้างมโนมติเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

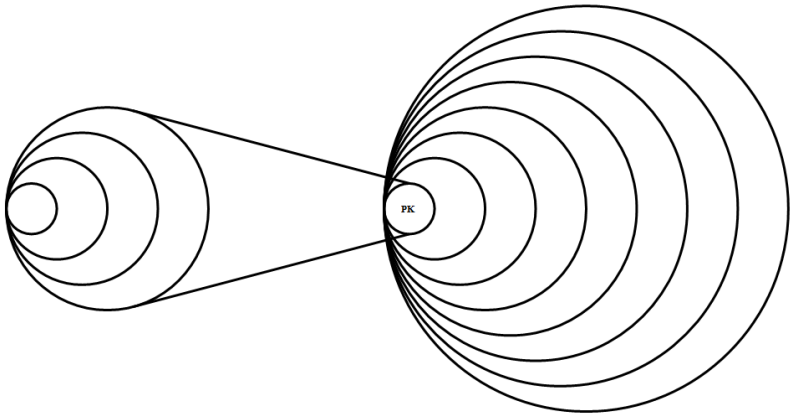
ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ (Image making) เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนใช้ความรู้พื้นฐานมาสร้างความหมายจากการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรมหรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนนำจุดสองจุดมาเพื่อสร้างเส้นตรง หรือนำจุดหลายจุดมาเพื่อสร้างเส้นโค้ง

ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ (Image having) ความเข้าใจในระดับนี้เป็น ความเข้าใจที่พัฒนาจากการที่นักเรียนจัดกระทำกับสื่อหรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์จนกระทั่งสามารถที่จะสร้างภาพที่คิดในใจได้ ทั้งสามารถอธิบาย สะท้อน หรือคิดย้อนกลับกระบวนการสร้างนั้นโดยไม่จำเป็นต้องแสดงการจัดกระทำดังเช่นในระดับการสร้างมโนภาพ เช่น นักเรียนสามารถบอกลักษณะของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม หรือรูปหลายเหลี่ยม โดยไม่จำเป็นต้องอาศัยการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม

ระดับที่ 4 สังเกตคุณสมบัติ (Property noticing) ความเข้าใจในระดับนี้เกิดจากการที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงมโนภาพที่มีโดยการจัดกระทำหรือรวมมโนภาพนั้นเพื่อสร้างบริบทที่เกี่ยวกับคุณสมบัติ เช่น นักเรียนสามารถเชื่อมโยงมโนภาพที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต สามมิติกับความรู้เดิมที่เกี่ยวกับรูปสองมิติ ซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์โดยใช้สื่อรูปธรรมในการประกอบการอธิบาย

ระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม (Formalizing) ความเข้าใจใน ระดับนี้เกิดจากการที่นักเรียนสามารถหาข้อสรุปในเชิงนามธรรม (นิยามหรือสูตร) หรือข้อสรุป ในกรณีทั่วไปได้ เช่น นักเรียนสามารถหาข้อสรุป ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสองมิติและ รูปสามมิติ

ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจนี้ ไม่ได้หมายความว่าเป็นกระบวนการที่เป็นทางตรงทางเดียว จะเป็นในลักษณะวงกลมที่คล้ายก้นหอย คลี่ออก ดังนั้นการเน้นแต่ละชั้นจะประกอบด้วยชั้นก่อนหน้าและอยู่ในระดับต่อมาทั้งหมด และมองการพัฒนาความเข้าใจ โดยการย้อนกลับและไปข้างหน้าระหว่างระดับความเข้าใจ ดังนั้นจึงเป็นกระบวนการที่ไม่หยุดนิ่ง และกระบวนการจัดการ ซึ่งใช้คำศัพท์ “ระดับ (Level)” และ “ชั้น (Layer)” ของความเข้าใจ และความหมายของความรู้พื้นฐาน ไม่ได้หมายถึงความรู้ระดับต่ำของคณิตศาสตร์ ดังนั้นไม่ได้มุ่งหมายที่จะเชื่อมโยงระดับความเข้าใจที่อยู่ชั้นนอกกว่าอย่างจำเป็นกับคณิตศาสตร์ที่ดีกว่าหรือระดับสูงกว่า แต่ความรู้พื้นฐานเป็นความเข้าใจพื้นฐานที่จำเป็นในการสร้างความเข้าใจในมโนทัศน์บางมโนทัศน์ ดังนั้นเป็นไปได้ว่าความเข้าใจที่สมบูรณ์หรือบางส่วนของมโนทัศน์หนึ่ง สามารถเป็นความรู้พื้นฐานในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ได้ นั่นคือ รูปแบบที่เป็นเพียงบางส่วนที่เฉพาะเจาะจงเป็นความรู้เป็นพื้นฐานที่อยู่ชั้นข้างในของความรู้ดังภาพ



แผนภาพที่ 3 การสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ลักษณะของทฤษฎี

ลักษณะของทฤษฎีพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Pirie and Kieren มีส่วนที่สำคัญอยู่ 3 ประเด็น คือ 1. ไม่จำเป็นต้องมีขอบเขต (Don’t Need Boundaries) 2. การย้อนกลับ และ 3. การทำให้สมบูรณ์ของการกระทำและการอธิบาย (The Complementarities of Acting and Expressing) ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละข้อดังต่อไปนี้

1. ไม่จำเป็นต้องมีขอบเขต (Don't Need Boundaries)

ทฤษฎีพัฒนาการความเข้าใจตามกรอบของ Pirie and Kieren ไม่จำเป็นต้องมีขอบเขต (Don't Need Boundaries) แสดงให้เห็น ดังภาพที่ 2 ที่เป็นรูปวงแหวนที่เป็นเส้นทึบ นั่นคือ ถัดจากเขตเส้นทึบนี้ นักเรียนสามารถพิจารณาหรือทำความเข้าใจกับความคิดที่ไม่คงทน นัก ที่จะทำให้เกิดสิ่งที่ความเข้าใจในความรู้ในขั้นที่เป็นพื้นฐานของแต่ละวง แต่รูปแบบของความเข้าใจก่อนหน้านี้ฝังอยู่ในระดับความเข้าใจระดับใหม่และพร้อมที่จะนำมาใช้งานเสมอเมื่อจำเป็น ซึ่งเรียกวงแหวนเหล่านี้ว่าเป็น "ไม่จำเป็นต้องมีขอบเขต (Don't Need boundaries)" เพื่อที่จะแสดงให้เห็นว่า เหนือจากขอบเขตนี้ นักเรียนไม่จำเป็นต้องไปทำความเข้าใจที่อยู่ระดับก่อนหน้าอย่างเฉพาะเจาะจงเพื่อให้เกิดความเข้าใจในระดับต่อมาอีก นั่นคือเมื่อเกิดความเข้าใจระดับเหนือจากเส้นที่ไม่จำเป็นต้องมีขอบเขตแล้ว สามารถทำงานในระดับนั้น ๆ หรือทำในเชิงนามธรรมได้โดยไม่จำเป็นต้องอ้างถึงมโนภาพที่เฉพาะเจาะจงในเชิงกายภาพหรือจิตใจอีก ซึ่งไม่ได้หมายความว่านักเรียนจะไม่สามารถย้อนกลับไปยังความเข้าใจพื้นฐานที่เฉพาะเจาะจง ถ้าความเข้าใจนั้นจำเป็นสำหรับการสร้างความเข้าใจในระดับถัดไปและแต่ละคนไม่จำเป็นต้องตระหนักถึงความเข้าใจในระดับก่อนหน้าอย่างต่อเนื่อง

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยไม่จำเป็นต้องมีขอบเขตเส้นแรกเกิดขึ้นระหว่างความเข้าใจระดับการสร้างมโนภาพ และการมีมโนภาพ นั่นคือ เมื่อมีมโนภาพของแนวคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว ไม่จำเป็นต้องไปจัดกระทำกับวัตถุที่เป็นรูปธรรมหรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เฉพาะเจาะจงในระดับการสร้างมโนภาพอีก แต่ในทางตรงข้าม การสังเกตคุณสมบัติถูกนิยามว่าเป็นผลของการทำงานด้วยมโนภาพที่มีอยู่ในการสังเกตคุณสมบัติทั่วไป ดังนั้นระหว่างระดับการมีมโนภาพและระดับการสังเกตคุณสมบัติขอบเขตจึงจำเป็นต้องมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

พัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยไม่จำเป็นต้องมีขอบเขตระดับต่อไป คือ ระหว่างความเข้าใจในระดับการสังเกตคุณสมบัติและระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม นั่นคือเมื่อนักเรียนมีแนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นนามธรรมหรือมีสูตร นิยาม ข้อสรุปทั่วไปแล้ว นักเรียนไม่จำเป็นต้องมีการสังเกตคุณสมบัติจากมโนภาพที่มีอยู่อีก แต่ความสัมพันธ์ระหว่างการมี มโนภาพและการสังเกตคุณสมบัติระดับการสังเกตเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย แต่โดยนิยามแล้วเน้นเพียงแค่ข้อสรุปเชิงนามธรรม หรือข้อสรุปทั่วไปเท่านั้น ไม่ถึงขั้นสะท้อนเชื่อมโยงและสร้างทฤษฎีบทตามความเข้าใจระดับการสังเกต

พัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยไม่จำเป็นต้องมีขอบเขตที่สามเกิดขึ้นระหว่างระดับความเข้าใจระดับการสังเกต และระดับการสร้างโครงสร้าง นั่นคือ เมื่อนักเรียนมีโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แล้วไม่จำเป็นต้องมีความหมายที่นำไปสู่โครงสร้างจากระดับก่อนหน้าอีก นั่นคือถ้าสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทได้แล้วไม่จำเป็นต้องไปเชื่อมโยง หรือรวมความเข้าใจหรือเชื่อมโยงข้อสรุปทั่วไป ไม่ต้องไปจัดกระทำกับสื่อ หรือขั้นตอนที่กำหนด

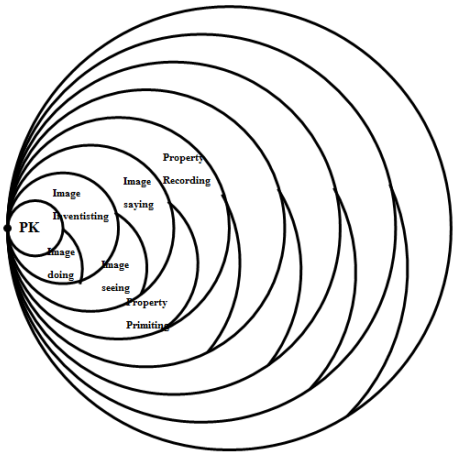
2. การย้อนกลับ (Folding Back)

การย้อนกลับเป็นลักษณะที่สำคัญ เป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญเชิงโครงสร้างของทฤษฎีการพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบของ Pirie and Kieren ซึ่งแสดงให้เห็นถึงธรรมชาติที่ไม่ได้เป็นทางตรงของการได้มาซึ่งความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เมื่อเจอปัญหาหรือคำถามในแต่ละระดับที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทันที จะมีการย้อนกลับไปยังระดับความเข้าใจก่อนหน้าเพื่อที่จะขยายความเข้าใจที่มีอยู่อย่างไม่เพียงพอให้มีความเข้าใจเพิ่มมากขึ้น แต่อย่างไรก็ตาม การย้อนกลับไปยังระดับความเข้าใจก่อนหน้านี้ไม่ได้เหมือนกับการกระทำในระดับความเข้าใจก่อนหน้าแบบดั้งเดิม นั่นคือในขณะที่ย้อนกลับไปนั้น จะสร้างโดยระดับความเข้าใจหรือความสนใจในระดับที่สูงกว่า การกระทำในระดับความเข้าใจที่ต่ำกว่า จะเป็นส่วนของการวกกลับไปสร้างความรู้อีกครั้ง ซึ่งมีความจำเป็นต่อการสร้างความเข้าใจในระดับที่สูงขึ้น นักเรียนแต่ละคนจะมีวิธีการที่เชื่อมโยงความเข้าใจ และความรวดเร็วในการผ่านแต่ละระดับที่แตกต่างกัน อาจจะต้องมีการย้อนกลับหลาย ๆ ครั้ง ซ้ำไปซ้ำมาเพื่อที่จะสร้างความเข้าใจที่กว้างขึ้น หรือมีความชำนาญมากขึ้น หรือสร้างความเข้าใจที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น และการย้อนกลับ ไม่ได้หมายความเพียงแต่การย้อนกลับไปรวบรวมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือ ส่วนของข้อมูลเท่านั้น แต่เป็นการรวมไปถึงการให้วิธีการโดยนักเรียนหรือกลุ่มของนักเรียนสามารถกลับไปสร้าง หรือบูรณาการ หรือประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง เพื่อที่จะสามารถเกิดความเข้าใจในระดับสูงขึ้นได้

3. การทำให้สมบูรณ์ของการกระทำและการอธิบาย (The Complementarities of Acting and Expressing)

ลักษณะสุดท้ายของทฤษฎีนี้คือ ในระดับความเข้าใจแต่ละระดับนอกจากระดับความรู้พื้นฐานประกอบด้วย การทำให้สมบูรณ์ของการกระทำ (Acting) และอธิบาย (Expressing) และแต่ละลักษณะของการพัฒนาความเข้าใจมีความจำเป็นก่อนที่จะย้ายจากแต่ละระดับความเข้าใจ นอกจากนี้การพัฒนาความเข้าใจอย่างน้อยที่สุดเกิดขึ้นผ่านการกระทำก่อน จากนั้นการอธิบายตามมา แต่มากกว่านั้น เป็นการเคลื่อนย้ายระหว่างส่วนที่ทำให้สมบูรณ์ใน แต่ละแง่มุม ในแต่

ละระดับการกระทำรวมเข้าใจทั้งหมดของความเข้าใจในระดับก่อนหน้า เป็นความต่อเนื่องกับระดับก่อนหน้า และการอธิบายให้เนื้อหาสาระที่แตกต่างในระดับ ที่เฉพาะเจาะจง โดยใช้คำว่า การทำ (Doing) และการทบทวน (Reviewing) การมองเห็น (Seeing) และการพูด (Saying) การทำนาย (Predicting) และการบันทึก (Recording) สำหรับ การแบ่งเป็นส่วนที่ทำให้สมบูรณ์โดยการกระทำ และการอธิบายที่อยู่ในความเข้าใจระดับ การสร้างมโนภาพ การมีมโนภาพ และการสังเกตคุณสมบัติ ตามลำดับ นอกจากนี้ยังใช้คำว่า การประยุกต์ใช้วิธีการ (Method Applying) และการให้เหตุผลวิธีการ (Method Justifying) ที่แสดงถึงการกระทำและการอธิบายในระดับสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม ใช้คำว่า การระบุลักษณะ (Feature Identifying) และการกำหนดลักษณะ (Feature Predicting) ที่แสดงถึง การกระทำและการอธิบายในระดับการสังเกต และใช้คำว่าการคาดเดาทฤษฎีบท (Theorem Conjecturing) และการพิสูจน์ทฤษฎีบท (Theorem Proving) ที่แสดงให้เห็นถึงการกระทำและการอธิบายในระดับการสร้างโครงสร้าง ดังภาพที่ 4



แผนภาพที่ 4 ระดับการสร้างโครงสร้าง

การกระทำสามารถรวมไปถึงกิจกรรมที่อยู่ภายในจิตใจและกิจกรรมเชิงกายภาพ สำหรับการอธิบายคือ เพื่อที่จะทำเกี่ยวกับการสร้างให้ชัดเจนยิ่งขึ้น หรือเพื่อสร้างธรรมชาติของกิจกรรมเหล่านั้นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ถึงแม้ว่าการอธิบายเป็นภาษาไม่ได้มีความจำเป็นอย่างเคร่งครัดนัก แต่การอธิบายนี้เป็นเพียงแค่การแสดงออกภายนอกที่ผู้สังเกตสามารถอ้างไปยังความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนกำลังสร้างเท่านั้น อย่างไรก็ตามการอธิบายไม่ได้มีจุดมุ่งหมายเหมือนกับคำว่าการสะท้อน (Reflecting) การสะท้อนเป็นส่วนประกอบของการกระทำกิจกรรม ตั้งแต่การสะท้อนรวมอยู่ในกระบวนการของการมองกลับไปที่ความเข้าใจ

ในระดับก่อนหน้าที่ถูกสร้างขึ้นแล้ว ในทางตรงกันข้ามการอธิบายนำมาซึ่งการมองไปที่หรือเป็นการสื่อสารไปที่สิ่งที่เกี่ยวข้องกับกระทำ เช่น สำหรับระดับความเข้าใจระดับการสร้างมโนภาพ ตามทฤษฎีนี้ได้ใช้คำว่า การทำให้เกิดมโนภาพแสดงการกระทำ และการทบทวนมโนภาพเป็นการอธิบายซึ่งการที่จะบอกว่านักเรียนเข้าใจระดับการสร้างมโนภาพ จะต้องมีหลักฐานแสดงว่า นักเรียนแสดงพฤติกรรมให้เห็นทั้งการทำให้เกิดมโนภาพ และการทบทวนมโนภาพด้วย มีเพียงแค่การทำให้มโนภาพนี้ไม่เพียงพอในการบอกว่านักเรียนมีความเข้าใจระดับการสร้างมโนภาพ

นักเรียนทบทวนงานที่ทำก่อนหน้าเพื่อที่จะนำไปใช้ในงานใหม่โดยเป็นแนวคิดชั่วคราวที่เหมาะสมที่พวกเขามีเกี่ยวกับงานที่ทำ ถ้าแต่ละบุคคลกำลังทำให้เกิดมโนภาพอย่างง่ายก็จะมองว่างานที่กำลังทำก่อนหน้านี้สมบูรณ์และไม่ย้อนกลับไปทบทวนอีกครั้ง พฤติกรรมที่เป็นการทบทวนมโนภาพจะพิจารณาการเปลี่ยนแปลงแก้ไขที่ได้สร้างขึ้นของพฤติกรรมก่อนหน้านี้โดยไม่ต้องดูรูปแบบอาจจะเป็นการบอกว่า “ยังไม่ถูกต้อง” หรือ “ไม่ใช่อย่างนั้น” หรือเลือกวิธีการใหม่ความเข้าใจในระดับต่อไปคือ การมีมโนภาพ ซึ่งจะแบ่งเป็นการมองเห็นมโนภาพ คือการกระทำและการพูดถึงมโนภาพ ซึ่งไม่ได้ไปจัดกระทำอีกบอกเหตุผลได้ว่าทำไม่เป็นลักษณะเช่นนั้น ซึ่งคำว่ามโนภาพ ไม่ใช่เพียงแค่การนำเสนอที่อยู่ในลักษณะที่เป็นรูปภาพเท่านั้น และในแต่ละหัวข้ออาจประกอบด้วยรูปแบบของมโนภาพที่หลากหลาย ซึ่งการเชื่อมโยงระหว่างมโนภาพเหล่านั้นจะนำไปสู่ความเข้าใจในระดับการสังเกตคุณสมบัติ สำหรับในระดับการมีมโนภาพไม่ได้หมายความว่าจำเป็นที่ต้องมีมโนภาพที่สมบูรณ์หรือถูกต้องเท่านั้น

การที่แต่ละคนแสดงถึงการทำให้เกิดมโนภาพ และการทบทวนมโนภาพ แสดงให้เห็นประเภทของความเข้าใจบางประเภทในการกระทำและกล่าวได้อีกว่าคนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับการมีมโนภาพจะอยู่ในกิจกรรมของความเข้าใจประเภทที่แตกต่างไป ในเชิงคุณภาพไม่ใช่เป็นผลสำเร็จของการจัดกระทำกิจกรรม แต่เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการระบุลักษณะที่ได้

เมื่อนักเรียนกำลังจำแนกความแตกต่างและเชื่อมโยงลักษณะของลักษณะหลาย ๆ อย่างของมโนภาพ เพื่อสร้างกลุ่มของมโนภาพ นั่นคือกิจกรรมความเข้าใจประเภทใหม่และเมื่อครูเข้าไปแนะแนวทางเพื่อให้ขยายจากกิจกรรมขั้นการกระทำไปยังกิจกรรมขั้นการอธิบายจะเรียกว่า การบันทึกคุณสมบัติ การบันทึกนี้ไม่จำเป็นต้องเป็นการเขียน แต่จะต้องเกี่ยวข้องกับการอธิบายอย่างชัดเจนของรูปแบบบางรูปแบบที่ชัดเจน เมื่อนักเรียนได้เข้าร่วมกับการทำนายคุณสมบัติโดยไม่มีการบันทึกหรืออย่างน้อยที่สุดการสร้างข้อสังเกตภายในจิตใจที่ชัดเจนอย่าง

มีสติที่คุณสมบัตินั้นมีอยู่หรือดูเหมือนกับว่าคุณสมบัตินั้นใช้ได้ ความเข้าใจระดับการมีมโนภาพและการสังเกตคุณสมบัติ แนวคิดของการกระทำอยู่ได้ไม่นานและปราศจากการเติมเต็มด้วยการอธิบายจะไม่เหลืออยู่กับนักเรียนจากระดับหนึ่งไปสู่ระดับต่อไป ซึ่งขาดกิจกรรมการอธิบายดูเหมือนจะขัดขวางให้นักเรียนเคลื่อนย้ายไปมากกว่ามโนภาพที่มีอยู่ก่อนแล้ว

เมื่อพิจารณาธรรมชาติของความเข้าใจที่เป็นกิจกรรมและไม่ได้เป็นเนื้อหาที่เฉพาะเจาะจง ครูให้โอกาสนักเรียนได้ตรวจสอบคุณสมบัติโดยการทดสอบกรณีอื่น ๆที่ขัดแย้งซึ่งจะถูกเลือกว่าการย้อนกลับอาจทำได้ดี หรือไปสร้างมโนภาพต่อและต่อไปยังการสังเกตคุณสมบัติ ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่แสดงให้เห็นการปรับเปลี่ยนหรือขยายมโนภาพของนักเรียนที่มีอยู่ รูปแบบของการพัฒนาความเข้าใจนี้ทำให้ครูและนักวิจัยกับภาษาซึ่งสามารถใช้เพื่อพิจารณามโนภาพที่นักเรียนได้มองเห็นและได้พูดอย่างแท้จริง มากกว่าจะคาดเดาว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสอดคล้องกับคณิตศาสตร์พื้นฐานที่จัดให้ และทำให้เชื่อได้ว่าการทำให้สมบูรณ์ของการกระทำและการอธิบายมีอยู่และเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับทุกระดับของรูปแบบการพัฒนาความเข้าใจนี้ และสามารถรวบรวมข้อมูลที่จะสามารถอธิบายกิจกรรมต่าง ๆ เหล่านี้ที่ในระดับที่สูงกว่า ซึ่งการนำข้อมูลมาพิจารณาจะพิจารณากิจกรรมที่มีความสมบูรณ์อย่างมีศักยภาพ จากหลักฐานที่แสดงให้เห็นการพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นักเรียนอาจมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมที่สอดคล้องกับความรู้พื้นฐานของนักเรียนจากประสบการณ์เดิมที่นักเรียนมีอยู่

จากทฤษฎีการพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบของ Pirie and Kieren (1994: 65-67) ธรรมชาติของแต่ละระดับของทฤษฎีนี้ แสดงให้เห็นโดยวงกลม 8 วง ที่คลี่ออกซึ่งแต่ละวงแทนระดับความเข้าใจในแต่ละระดับ นั่นคือมี 8 ระดับ ซึ่งจะเป็นกิจกรรมที่สามารถกระทำสำเร็จได้สำหรับแนวคิดที่เฉพาะเจาะจงและเฉพาะบุคคล ซึ่งระดับเหล่านี้ขยายจากวงในไปสู่วงนอกโดยเริ่มต้นด้วยความรู้พื้นฐานหรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ของแต่ละคนที่เกี่ยวข้องกับงานที่กำลังจะทำ โดยผ่านการสร้างมโนภาพ และการมีมโนภาพ จากนั้นเพื่อสังเกตคุณสมบัติต่าง ๆ และสร้างเป็นข้อสรุปเชิงนามธรรมของมโนภาพนั้น จากนั้น การสะท้อนการเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงนามธรรมจะนำไปสู่การสังเกต และเกิดเป็นโครงสร้างต่อไป และการกลับไปจัดการกับความรู้เดิมที่สอดคล้องกัน ในระดับต่อไปนักเรียนจะมีโครงสร้างความรู้ที่จำเป็นที่จะทำให้ความเข้าใจสมบูรณ์ในแต่ละมโนทัศน์ และสามารถนำไปสร้างมโนทัศน์ใหม่ในระดับที่สูงขึ้นได้ ความเชื่อที่สำคัญของทฤษฎีนี้คือ ระดับความเข้าใจที่อยู่วงนอกกว่าไม่จำเป็นว่าเป็นระดับที่สูงกว่าของคณิตศาสตร์ ในทางตรงกันข้าม แนวคิดทางคณิตศาสตร์

ที่อยู่ในระดับสูงจำเป็นจะต้องผ่านกระบวนการในระดับการสร้างมโนภาพก่อนจึงไปถึงข้อสรุปเชิงนามธรรมหรือโครงสร้างที่เหมาะสมได้ ทฤษฎีนี้ จะประกอบด้วยความเข้าใจที่อยู่วงในเป็นลักษณะที่ขยายออก ดังภาพที่ 2 ลักษณะที่สำคัญของทฤษฎีคือการไม่จำเป็นต้องมีขอบเขต คือ เมื่อเกิดมโนภาพหรือคุณสมบัติเชิงนามธรรมแล้ว ไม่จำเป็นต้องไปจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม หรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์หรือจัดกระทำกับมโนภาพที่มีอยู่อีก นอกจากนี้แล้ว เมื่อนักเรียนเจอปัญหาในระดับความเข้าใจที่สูงกว่าแต่ไม่สามารถแก้ได้ในทันที จะต้องย้อนกลับไประดับความเข้าใจที่ต่ำกว่าเพื่อขยายความเข้าใจที่มีอยู่ให้เพียงพอ หรือปรับเปลี่ยนให้ถูกต้อง เพื่อสร้างความเข้าใจในระดับที่สูงกว่านั้นได้ และมากไปกว่านั้นแต่ละระดับของความเข้าใจประกอบด้วยการเชื่อมโยงระหว่างการกระทำของการอธิบายเพื่อให้แต่ละระดับสมบูรณ์ยิ่งขึ้น สำหรับทฤษฎีการพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นี้ไม่ได้เป็นปรากฏการณ์ที่เป็นเชิงเส้น แต่มีการย้อนกลับไปกลับมาเพื่อกลับไปจดจำและกลับไปสร้างความเข้าใจใหม่ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งเป็นเส้นทางระหว่างในแต่ละระดับ

มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

สาระสำคัญของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาเรียนทุกคนให้มีความสามารถในการสื่อสาร ความสามารถในการคิด ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อและประกอบอาชีพ

ความสำคัญของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกันกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ในการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้องตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงานและการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อมและการรู้จัดหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคมในด้านการเรียนรู้ การสื่อสารการทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

คุณภาพของนักเรียนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว นักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์พัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาระดับที่สูงขึ้นไป การที่นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้นจะต้องมีความสมดุลระหว่าง สาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับจริยธรรมและค่านิยมดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้

2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นักเรียนควรจะมีความสามารถดังนี้

1. มีความคิดรอบคอบเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังชี้ยกกำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะ สมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่ง ได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และการนำไปใช้

5. สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรตัวเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟในการแก้ปัญหาได้

7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสมได้

9. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและ การดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูล สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต

สองมิติและสามมิติ มีสาระการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง คือ สาระที่ 3 เรขาคณิต ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลางดังแสดงในตารางที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 การวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

มาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	เนื้อหาที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตและสามมิติ	**ม 1/2** สร้างรูปเขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตและบอกขั้นตอนการสร้างโดยไม่เน้นการพิสูจน์ **ม 1/3** สืบเสาะ สังเกต และคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติทางเรขาคณิต **ม 1/4** อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพที่กำหนดให้	1. สร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต (ใช้วงเวียนและสันตรง) 2.สมบัติทางเรขาคณิตที่ต้องการการสืบเสาะ สังเกต และคาดการณ์ เช่น ขนาดของมุมตรงข้ามที่เกิดจากส่วนของเส้นตรงสองเส้นตัดกัน และมุมที่เกิดจากการตัดกัน ของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม 3.ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ	1. รูปเรขาคณิต 2. รูปเรขาคณิตสามมิติ 3. การเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ทรงกระบอก ปริซึม และทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก) 4. การเขียนภาพของรูปเรขาคณิต (กรวย ,ทรงกลมและพีระมิด) 5. การเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติแบบไอโซเมตริก 6. รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ปริซึม) 7. รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

มาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	เนื้อหาที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตและสามมิติ	**ม 1/4** อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพที่กำหนดให้	1. ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ	8. หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ทรงกระบอก) 9. หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ปริซึมและพีระมิด)
	ม 1/5 ระบุภาพ สองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้	1. ภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ	10. ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ
	ม 1/6 วาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนให้	1. การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนให้	11. รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ 12. การระบุจำนวนลูกบาศก์ของรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

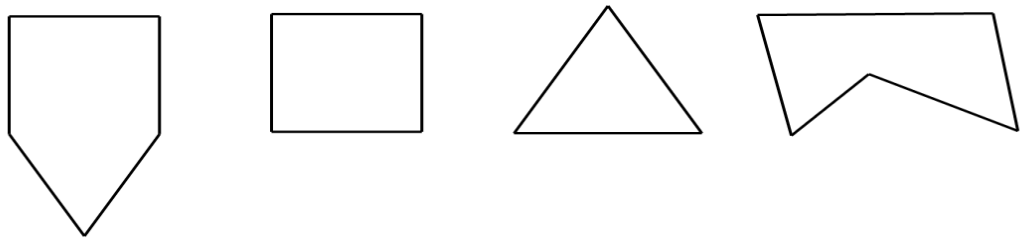
รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีความสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์ เมื่อพิจารณาจากสิ่งของทั่วทุกมุมโลกล้วนอธิบายลักษณะได้ด้วยรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เป็นเนื้อหาของที่เป็นรูปธรรม สามารถเข้าใจได้ด้วยการมองเห็น การนึกภาพ การสัมผัส เป็นรูปที่ประกอบด้วยจุด เส้นตรง เส้นโค้ง ระนาบ ฯลฯ อย่างน้อยหนึ่งอย่าง ตัวอย่างของรูปเรขาคณิต ได้แก่ รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสี่เหลี่ยม ด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ปริซึม และทรงกระบอก (อัมพร ม้าคนอง , 2557 : 64-65)

รูปเรขาคณิตสองมิติ

เมื่อพิจารณารูปเรขาคณิตสองมิติ จะเห็นว่า เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบ เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ซึ่งมีรายละเอียดของรูปเรขาคณิตสองมิติดังต่อไปนี้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช , 2537 : 141-149)

รูปเรขาคณิตสองมิติสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ ตามลักษณะของขอบหรือด้านของรูป ได้แก่กลุ่มที่มีขอบหรือด้านที่เส้นโค้ง กลุ่มนี้ไม่มีชื่อสำหรับเรียกโดยเฉพาะอย่าง กลุ่มแรก ตัวอย่างของรูปที่จัดอยู่ในกลุ่มนี้ได้แก่รูปวงกลม และรูปวงรี

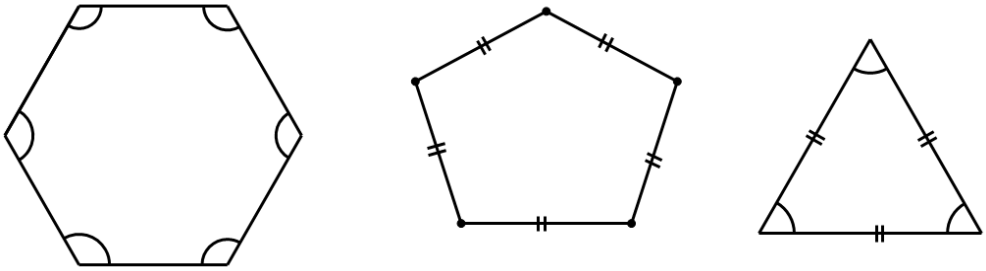
1. รูปหลายเหลี่ยม เป็นชื่อเรียกอย่างรวม ๆ ของรูปเรขาคณิตใดที่มีลักษณะดังต่อไปนี้ คือ เป็นรูปปิดเชิงเดียวที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายร่วมกัน โดยที่ไม่มีส่วนของเส้นตรงใดที่อยู่ติดกันร่วมเป็นเส้นตรงเดียวกันเลย จำนวนมุมในรูปหลายเหลี่ยมจะเท่ากับจำนวนด้านเสมอ ตัวอย่างของรูปหลายเหลี่ยมดังภาพต่อไปนี้



แผนภาพที่ 5 รูปหลายเหลี่ยม

1.1 รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า (Regular polygons) รูปหลายเหลี่ยมอาจมีความยาวของด้านทุกด้านเท่ากัน หรือมีขนาดของมุมทุกมุมเท่ากันอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างก็ได้

ถ้ารูปหลายเหลี่ยมใดมีความยาวของด้านทุกด้านเท่ากัน และมีขนาดของมุมทุกมุมเท่ากัน รูปหลายเหลี่ยมใดมีความยาวของด้านทุกด้านเท่ากัน และมีขนาดของมุมทุกมุมเท่ากัน รูปหลายเหลี่ยมนั้นชื่อว่า รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า (regular polygons) ดังภาพที่ 5 รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่าคือ (3) ส่วน (1) ไม่เป็นรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า เพราะ (1) มีเฉพาะ ความยาวของด้านทุกด้านเท่ากัน และ (2) มีเฉพาะขนาดของมุมทุกมุมเท่ากัน

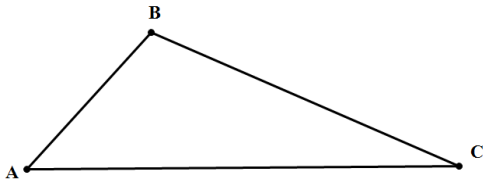


(1)	(2)	(3)
รูปหกเหลี่ยมที่มุมทุกมุมเท่ากัน ที่ด้านทุกด้านยาวเท่ากัน	รูปห้าเหลี่ยม ด้านมีความยาวเท่ากันและ	รูปสามเหลี่ยมที่ด้านทุก มุมทุกมุมมีขนาดเท่ากัน

แผนภาพที่ 6 รูปหลายเหลี่ยมที่มีด้านเท่าหรือมุมเท่า

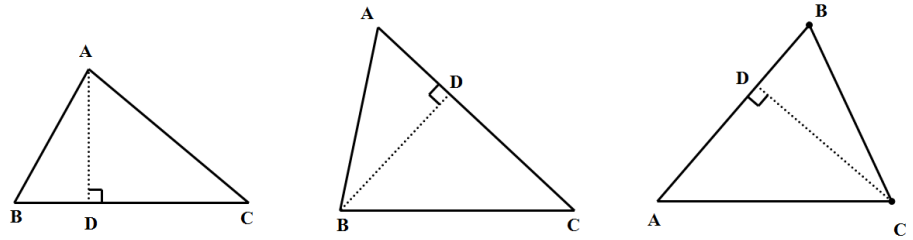
1.2 รูปสามเหลี่ยม (triangle) เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดหนึ่งซึ่งประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงเพียง 3 เส้น ส่วนของเส้นตรงทั้งสามเส้นนี้ต้องไม่อยู่ใน แนวเดียวกันด้วย จึงทำให้เกิดมุม 3 มุม ส่วนของเส้นตรงแต่ละเส้นเรียกว่า ด้าน (side) ของรูปสามเหลี่ยม จุดทั้งสามเรียกว่าจุดยอด ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่ารูปสามเหลี่ยมประกอบด้วยด้าน 3 ด้าน และมีจุดยอด 3 จุด

1.2.1 การเรียกชื่อรูปสามเหลี่ยม เรียกตามจุดทั้งสามของรูป จะเริ่มที่จุดใดก่อนก็ได้ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนรูปสามเหลี่ยมคือ Δ ดังนั้นถ้ากำหนดให้ A , B , C เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ดังภาพที่ 7 สามเหลี่ยมรูปนี้จะมีชื่อได้ถึง 6 ชื่อ ดังนี้ คือ ΔABC , ΔBAC , ΔCAB , ΔACB และ ΔCBA



แผนภาพที่ 7 รูปสามเหลี่ยมใด ๆ

1.2.2 ส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังแสดงในภาพต่อไปนี้



(1) (2) (3)

แผนภาพที่ 8 ส่วนประกอบของรูปสี่เหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยมดังภาพ 8 มีส่วนประกอบดังนี้

1. ฐาน สามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะกำหนดให้ด้านใดด้านหนึ่งเป็นฐานก็ได้ ดังแผนภาพที่ 8.1 แสดงฐานของรูปสามเหลี่ยม ΔABC ว่าจะเป็น $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ก็ได้

2. มุมที่ฐาน คือมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่มีฐานเป็นแขนของมุม แผนภาพที่ 8.2 แสดงมุมที่ฐานดังนี้คือ (1) มุมที่ฐานคือ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$

3. มุมยอด คือมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่อยู่ตรงข้ามกับฐาน แผนภาพที่ 3.4 แสดงมุมดังนี้ (1) มุมยอดคือ $\hat{A}$ (2) มุมยอดคือ $\hat{B}$ (3) มุมยอดคือ $\hat{C}$

4. ส่วนสูง คือส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับฐาน มีจุดปลายข้างหนึ่งบนฐาน และอีกข้างหนึ่งเป็นจุดยอดของมุมยอด ความยาวของส่วนสูงของสามเหลี่ยมเรียกว่าความสูงของสามเหลี่ยม ภาพที่ 3.4 แสดงส่วนสูงของสามเหลี่ยมดังนี้ (1) ส่วนสูงคือ $\overline{AD}$
(2) ส่วนสูงคือ $\overline{BD}$ (3) ส่วนสูงคือ $\overline{CD}$

1.2.3 มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมมีลักษณะที่สำคัญประการหนึ่งคือ ขนาดของมุมภายในรวมกันเท่ากับสองมุมฉากหรือ 180 องศาเสมอ

1.2.4 ชนิดของรูปสามเหลี่ยม การจำแนกชนิดของรูปสามเหลี่ยมโดยถือเอาแนวคิดเกี่ยวกับการวัดเป็นเกณฑ์จำแนกได้ดังนี้

1) ชนิดของรูปสามเหลี่ยมจำแนกตามความยาวของด้าน ได้แก่

ก. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (equilateral triangle) คือรูปสามเหลี่ยม ที่ด้านทั้งสามมีความยาวเท่ากัน

ข. รูปสี่เหลี่ยม (isosceles triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่ด้านสองด้าน มีความยาวเท่ากัน

ค. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่ากัน (scalene triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่ด้านทั้งสามด้านมีความยาวไม่เท่ากัน

2) ชนิดของรูปสี่เหลี่ยมจำแนกตามขนาดของมุม ได้แก่

ก) รูปสามเหลี่ยมมุมเท่า (equiangular triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่ด้านทั้งสามมีความยาวเท่ากัน

ข) รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งขนาดเท่ากับมุมฉาก

ค) รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม (acute triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่มุมทั้งสามมีขนาดเล็กกว่ามุมฉาก

ง) รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน (obtuse triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่ มุมหนึ่งขนาดใหญ่กว่ามุมฉาก

1.3 รูปสี่เหลี่ยม (quardrilaterals) เป็นรูปหลายเหลี่ยมชนิดหนึ่งซึ่งประกอบด้วยส่วนของเส้นตรง 4 เส้น ส่วนของเส้นตรงเหล่านี้เมื่อมาประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมแต่ละเส้นเรียกว่าด้านของรูปสี่เหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมจึงประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน มุม 4 มุมและจุดยอด 4 จุด

1.3.1 การเรียกชื่อรูปสี่เหลี่ยม เรียกตามชื่อของจุดยอดทั้งสี่ของรูป จะเริ่มที่จุดใดก่อนก็ได้เช่นเดียวกับรูปสามเหลี่ยม สัญลักษณ์แทนรูปสี่เหลี่ยมคือ

1.3.2 ส่วนประกอบของรูปสี่เหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ประกอบด้วย ส่วนต่าง ๆ ดังนี้

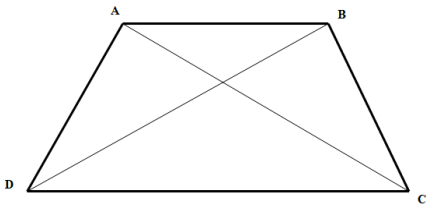
1) ด้านประชิด (adjacent sides) คือด้านสองด้านของรูปสี่เหลี่ยมที่มีจุดปลายร่วมกัน รูปสี่เหลี่ยมจึงมีด้านประชิดอยู่ 4 คู่

2) ด้านตรงข้าม (opposite side) คือด้านสองด้านของรูปสี่เหลี่ยมที่ ไม่มีจุดปลายร่วมกัน รูปสี่เหลี่ยมจึงมีด้านตรงข้ามอยู่ 2 คู่

3) มุมประชิด (adjacent angles) คือมุมสองมุมของรูปสี่เหลี่ยมที่มีแขนของมุมร่วมกันอยู่แขนหนึ่ง รูปสี่เหลี่ยมจึงมีมุมประชิดอยู่ 4 คู่

4) มุมตรงข้าม (opposite angles) คือมุมสองมุมของรูปสี่เหลี่ยมที่ ไม่มีแขนของมุมร่วมกัน รูปสี่เหลี่ยมย่อมมีมุมตรงข้ามกันอยู่ 2 คู่

5) เส้นทแยงมุม (diagonal) คือส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่ที่จุดยอดของมุมตรงข้าม รูปสี่เหลี่ยมจึงมีเส้นทแยงมุมได้ 2 เส้น



แผนภาพที่ 9 ส่วนประกอบของรูปสี่เหลี่ยม

จากภาพ 9 แสดงส่วนประกอบของรูปสี่เหลี่ยมดังนี้

ด้านประชิดมุมได้แก่ $\overline{AB}$ กับ $\overline{BC}$, $\overline{BC}$ กับ $\overline{CD}$

$\overline{CD}$ กับ $\overline{DA}$, $\overline{DA}$ กับ $\overline{AB}$

ด้านตรงข้าม ได้แก่ $\overline{AB}$ กับ $\overline{DC}$

$\overline{AD}$ กับ $\overline{BC}$

มุมประชิด ได้แก่ $\angle A$ กับ $\angle B$, $\angle B$ กับ $\angle C$

$\angle C$ กับ $\angle D$, $\angle D$ กับ $\angle A$

มุมตรงข้าม ได้แก่ $\angle A$ กับ $\angle C$, $\angle B$ กับ $\angle D$

เส้นทแยงมุม ได้แก่ $\overline{AC}$ กับ $\overline{BD}$

1.3.3 มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมมีลักษณะที่สำคัญประการหนึ่งคือ ขนาดของมุมภายในรวมกันได้สี่มุมฉากหรือ 360 องศาเสมอ

1.3.4 ชนิดและลักษณะของรูปเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมแบ่งเป็น 5 ชนิด ได้ดังนี้

1) สี่เหลี่ยมด้านขนาน (parallelogram) คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันและมีความยาวเท่ากัน เส้นทแยงมุมมีความยาวไม่เท่ากันแต่แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

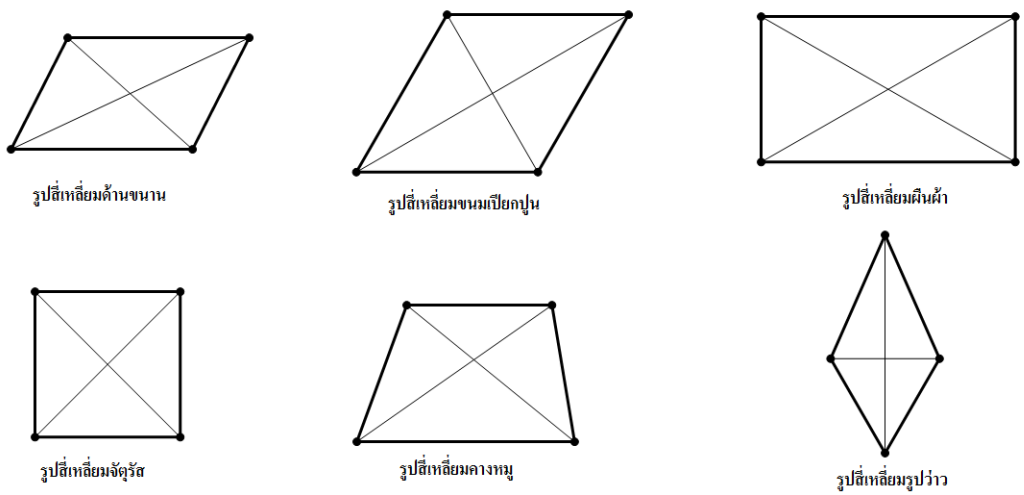
2) สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน (rhombus) คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้าน ตรงข้ามขนานกันและมีความยาวเท่ากัน เส้นทแยงมุมมีความยาวไม่เท่ากันแต่แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน และตัดกันเป็นมุมขนาดเท่ากับหนึ่งมุมฉาก

3) สี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangle) คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันและมีความยาวเท่ากัน และมุมทุกมุมมีขนาดเท่ากับหนึ่งมุมฉาก เส้นทแยงมุม มีความยาวเท่ากัน และแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

4) สี่เหลี่ยมจัตุรัส (square) คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน และทุกด้านมีความยาวเท่ากัน มีมุมทุกมุมมีขนาดเท่ากับมุมฉาก เส้นทแยงมุมมี ความยาวเท่ากัน แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันและตัดกันเป็นมุมขนาดเท่ากับหนึ่งมุมฉาก

5) สี่เหลี่ยมคางหมู (trapazoid) คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันเพียงคู่เดียว

นอกจากนี้ยังมีรูปสี่เหลี่ยมอีกชนิดหนึ่งซึ่งเรียกกันว่ารูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว (kite) ซึ่งหมายถึง รูปสี่เหลี่ยมที่ด้านประชิดมีความยาวเท่ากันอยู่ 2 คู่ เส้นทแยงมุมยาวไม่เท่ากัน ไม่แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน แต่ตัดกันเป็นมุมขนาดเท่ากับมุมฉาก การจัดประเภทรูปสี่เหลี่ยมชนิดนี้ไม่เป็นมาตรฐานเหมือนรูปสี่เหลี่ยมชนิดอื่น ๆ แต่ที่นำมากล่าวไว้ด้วยเพราะมีปรากฏในหลักสูตร



แผนภาพที่ 10 ชนิดและลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ

1.3.5 ความสัมพันธ์ของรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ รูปสี่เหลี่ยมดังกล่าวแล้วข้างต้น 4 ชนิดแรก คือ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อพิจารณาลักษณะร่วมกันแล้วจะทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมทั้ง 4 ชนิดที่กล่าวแล้วดังนี้

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าชนิดพิเศษคือ ชนิดที่ด้านทุกด้านมีความยาวเท่ากัน

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนชนิดพิเศษคือ ชนิดที่ มุมทุกมุม

มีขนาดเท่ากับหนึ่งมุมฉาก

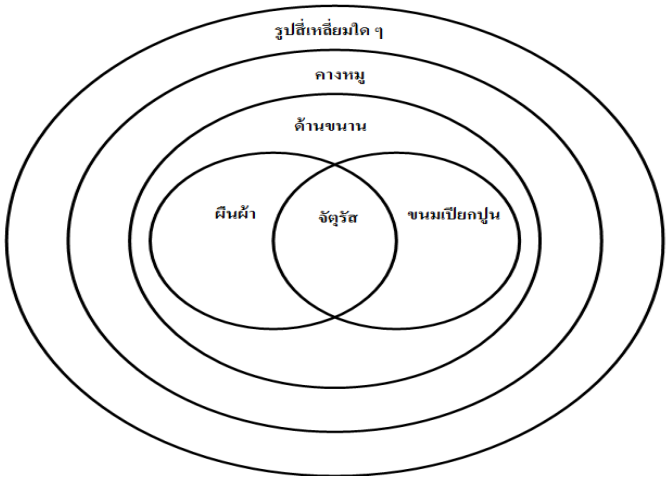
รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานชนิดพิเศษคือ ชนิดที่ มุมทุกมุม มีขนาดเท่ากับมุมฉาก

รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานชนิดพิเศษคือ ชนิดที่ด้านทุกด้านมีความยาวเท่ากัน

ถ้านำรูปสี่เหลี่ยมอีก 2 ชนิดคือ รูปสี่เหลี่ยมคางหมูและรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เข้ามาพิจารณาความสัมพันธ์ด้วย จะพบความสัมพันธ์เพิ่มเติมดังนี้คือ

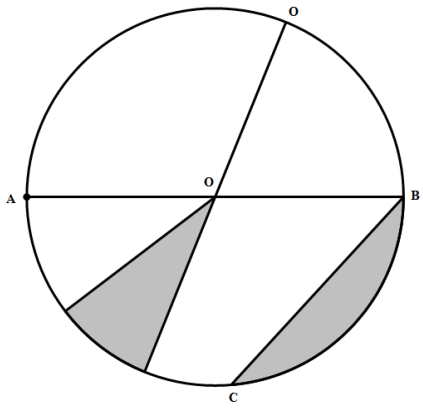
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนและ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูชนิดพิเศษ คือชนิดที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน อีกคู่หนึ่ง

รูปสี่เหลี่ยมที่กล่าวมาแล้ว คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ต่างก็เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดพิเศษคือมีลักษณะเฉพาะอย่างแตกต่างกันไป



แผนภาพที่ 11 ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ

2. รูปวงกลม (circle) คือ กลุ่มของจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน จุดคงที่นี้จึงไม่เป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มของจุดที่เป็นวงกลม เป็นแต่เพียงจุดที่ใช้สำหรับกำหนดวงกลมเท่านั้น วงกลมเป็นรูปปิด ส่วนต่าง ๆของวงกลม แสดงให้เห็นในแผนภาพที่ 12 ดังนี้



แผนภาพที่ 12 ส่วนประกอบของวงกลม

2.1 จุดศูนย์กลาง (center) คือจุดคงที่ที่อยู่ห่างจากกลุ่มของจุดที่เป็นวงกลมเป็นระยะทางเท่า ๆ กัน ชื่อของจุดศูนย์กลางใช้เป็นชื่อเรียกวงกลมด้วยเช่นในภาพที่ 12 เรียกว่าวงกลม O เพราะเป็นวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง

2.2 เส้นรอบวง (circumference) หรือเส้นรอบรูปของวงกลม ก็คือตัววงกลมนั่นเอง

2.3 รัศมี (radius) คือส่วนของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายข้างหนึ่งบนวงกลม ส่วนจุดปลายอีกข้างหนึ่งอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม รัศมีของวงกลมเดียวกันย่อมมีความยาวเท่ากัน ในภาพที่ 3.8 ตัวอย่างของรัศมีคือ $\overline{AO}$, $\overline{OD}$ และ $\overline{OB}$

2.4 เส้นผ่านศูนย์กลาง (diameter) คือส่วนของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมโดยผ่านจุดศูนย์กลาง ในภาพที่ 3.8 เส้นผ่านศูนย์กลางคือ $\overline{AB}$ ซึ่งมีความยาวเป็น 2 เท่าของความยาวของรัศมี เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมแบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน

2.5 คอร์ด (chord) คือส่วนของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลม ตามความหมายนี้จึงแสดงว่าเส้นผ่านศูนย์กลางเป็นคอร์ด และเป็นคอร์ดที่มีความยาวมากที่สุด จากภาพที่ 12 $\overline{CB}$ คือคอร์ดของวงกลม O และ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลม O

2.6 ส่วนของเส้นรอบรูปวงกลม (arc) คือส่วนใดส่วนหนึ่งของเส้นรอบรูปวงกลมดังภาพที่ 3.8 ตัวอย่างของส่วนของเส้นรอบรูปวงกลมก็คือส่วนโค้ง AC

2.7 เซกเมนต์ (segment) คือ บริเวณ (region) ที่ล้อมรอบด้วยคอร์ดกับส่วนของเส้นรอบรูปวงกลม ดังแสดงด้วยส่วนที่แรเงาในภาพที่ 12

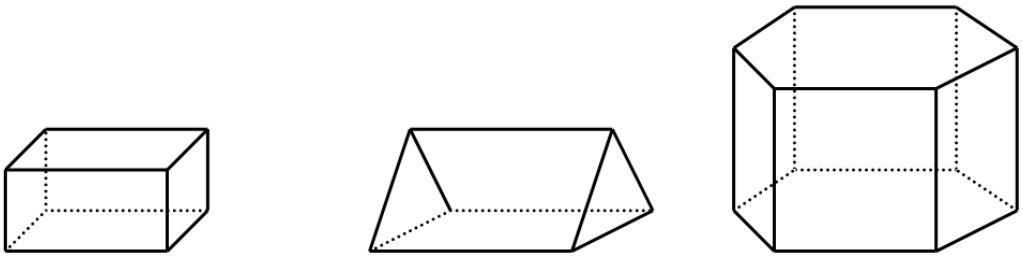
2.8 เซกเตอร์ (sector) คือ บริเวณ (region) ที่ล้อมรอบด้วยส่วนของเส้นรอบรูปวงกลมและรัศมี ดังแสดงด้วยส่วนที่แรเงาในภาพที่ 12

รูปเรขาคณิตสามมิติหรือรูปทรงเรขาคณิต

รูปเรขาคณิตสามมิติหรือรูปทรงเรขาคณิต มีความสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์ เมื่อพิจารณาจากสิ่งที่มีชีวิตและสิ่งที่ไม่มีชีวิต ล้วนแต่มีรูปร่างลักษณะต่าง ๆ ปรากฏให้เห็นสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ เช่น ใบไม้ ก้อนอิฐ นก มีลักษณะสำคัญอยู่หลายประการคือ มีความกว้าง ความยาว และความหนาหรือความสูง (ประสิทธิ์ พลศรีพิมพ์ , 2542 : 255)

รูปเรขาคณิตสามมิติ โดยพิจารณาจากรูปร่างลักษณะของรูปเรขาคณิตที่ประกอบกันเป็นรูปทรงดังนี้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช , 2537 : 111-114)

1. **ปริซึม** เป็นรูปทรงที่มีหน้าตัดเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการและขนานกับหน้าข้างของปริซึมทุกหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก การแบ่งครึ่งปริซึมตามแนวขนานกันกับหน้าตัดย่อมทำให้ได้ปริซึมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ การตั้งชื่อปริซึมที่มีหน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยม ฐานของปริซึมก็คือ หน้าตัดของปริซึม จะใช้ด้านใดก็ได้



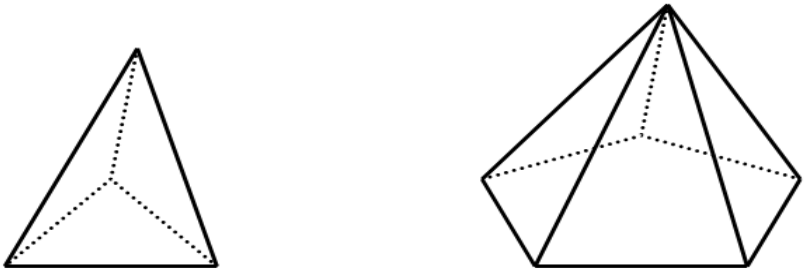
(ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า) (ปริซึมสามเหลี่ยม) (ปริซึมรูปหกเหลี่ยม)

แผนภาพที่ 13 รูปปริซึม

ทรงกระบอก เป็นรูปทรงเรขาคณิตที่มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลมซึ่งเท่ากันทุกประการ และเมื่อคลี่ทรงกระบอกออกตามแนวความสูง จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งสมบัตินี้สอดคล้องกับสมบัติของปริซึมดังที่กล่าวมาแล้ว แต่เป็นปริซึมที่มีลักษณะพิเศษคือมีหน้าตัดเป็นวงกลม ดังนั้นในบางกรณีจะพบว่ามีผู้จัดประเภททรงกระบอกไว้ในประเภทของปริซึมที่มีลักษณะพิเศษคือ มีฐานเป็นวงกลม

แผนภาพที่ 14 ทรงกระบอก

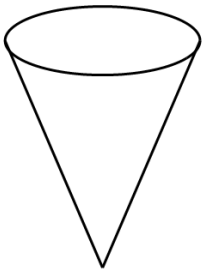
2. พีระมิด เป็นรูปทรงที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม และมียอดรวมเป็นจุดเดียวซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน หน้าข้างของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยม การตั้งชื่อพีระมิดตั้งตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นฐาน เช่น พีระมิดสามเหลี่ยม หมายถึง พีระมิดที่มีฐานเป็นสามเหลี่ยม



พีระมิดสามเหลี่ยม พีระมิดห้าเหลี่ยม

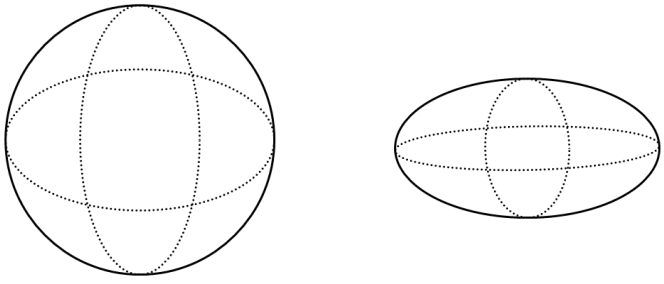
แผนภาพที่ 15 พีระมิด

กรวย เป็นรูปทรงเรขาคณิตที่เข้าลักษณะของพีระมิดเช่นกัน แต่เป็นพีระมิด ที่มีลักษณะพิเศษคือไม่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม แต่มีฐานเป็นรูปวงกลม



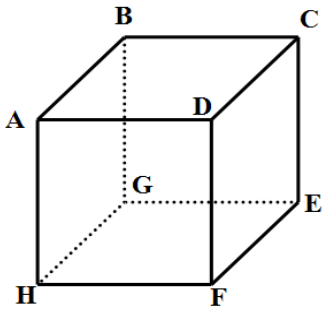
แผนภาพที่ 16 กรวย

3. รูปทรงอื่น ๆ เป็นรูปทรงที่มีลักษณะผิวโค้ง ได้แก่ ทรงกลม ทรงรี



แผนภาพที่ 17 ทรงกลมและทรงรี

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษารูปทรงเรขาคณิตที่เป็นลูกบาศก์ โดยมีส่วนประกอบได้แก่ ขอบ (edge) จุดยอด (vertices) และหน้า (face) ดังแสดงในแผนภาพที่ 3.13



แผนภาพที่ 18 ส่วนประกอบของลูกบาศก์

รูปทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์หรือปริซึมที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีส่วนประกอบดังนี้

จุดยอด 8 จุด ได้แก่ A, B, C, D, E, F, G, H

ของ 12 ขอบ ได้แก่ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$

$\overline{EF}$, $\overline{FH}$, $\overline{HG}$, $\overline{GE}$

$\overline{AH}$, $\overline{DF}$, $\overline{CE}$, $\overline{BG}$

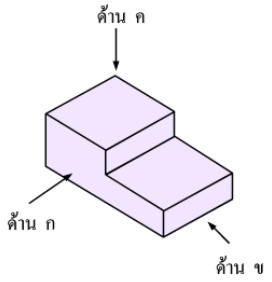
หน้า 6 หน้า ได้แก่ $\square ABCD$ $\square ADFH$ $\square ABGH$

$\square EFHG$ $\square BCEG$ $\square FECD$

ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิต

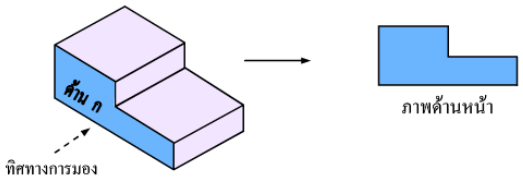
ในการพิจารณารูปเรขาคณิตสามมิติ มีการพิจารณาจากด้านต่าง ๆ ของรูปเรขาคณิตสามมิติดังต่อไปนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2552 : 203-205) การมองรูปเรขาคณิตในทิศทางหรือแนวตั้งฉากกับด้าน ก ด้าน ข และด้าน ค ซึ่งเป็นด้านหน้า ด้านข้างและด้านบน ตามลำดับดังรูป



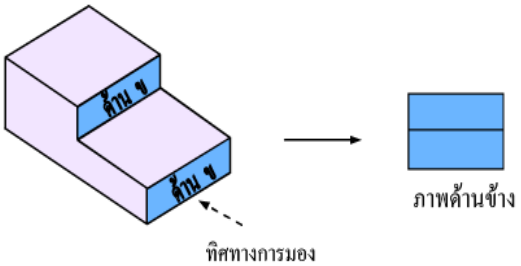
แผนภาพที่ 19 ทิศทางในการมองภาพ

แผนภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้าน ก ซึ่งได้แก่ส่วนที่แรเงาข้างล่างนี้ เรียกว่า ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า



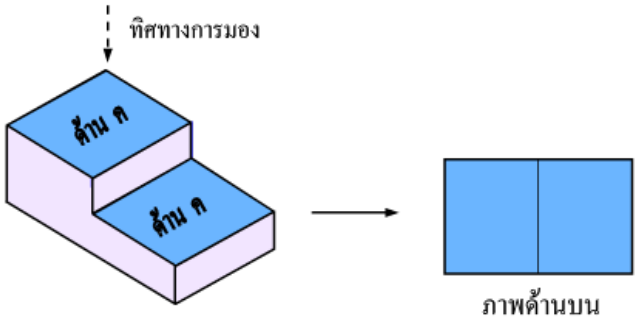
แผนภาพที่ 20 ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า

แผนภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้าน ข ซึ่งได้แก่ส่วนที่แรเงาข้างล่าง เรียกว่า แผนภาพที่ได้จากการมองทางด้านข้าง



แผนภาพที่ 21 ภาพที่ได้จากการมองด้านข้าง

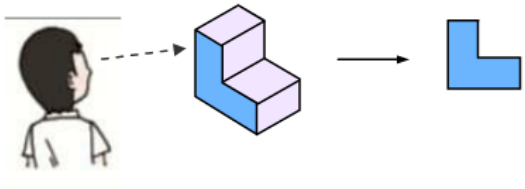
แผนภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้าน ค ซึ่งได้แก่ส่วนที่แรเงาข้างล่าง เรียกว่า แผนภาพที่ได้จากการมองทางด้านบน



แผน**ภาพที่ 22** ภาพที่ได้จากการมองด้านบน

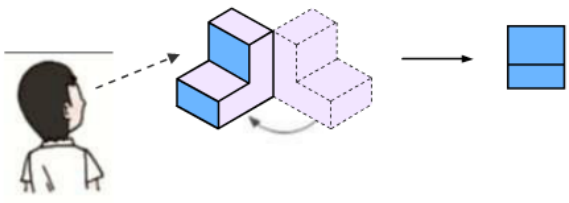
เมื่อต้องการเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ได้จากการมองวัตถุทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบน ถ้าเป็นวัตถุที่สามารถนำมาตั้งหรือหยิบยกมองดูได้ จะมีวิธีการมองในแต่ละด้านตามแนวสายตาที่ตั้งฉากกับด้านที่มอง ดังนี้

1. เลื่อนด้านหน้าของวัตถุเข้าหาตัวผู้มอง เขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงแผนภาพด้านหน้า



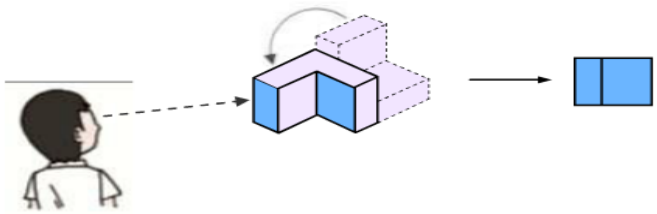
แผนภาพที่ 23 การมองภาพด้านหน้าของวัตถุ

2. จากวัตถุที่หันด้านหน้าเข้าหาตัว หมุนวัตถุให้ด้านข้างทางขวาหันเข้าหาตัว เขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงแผนภาพด้านข้าง



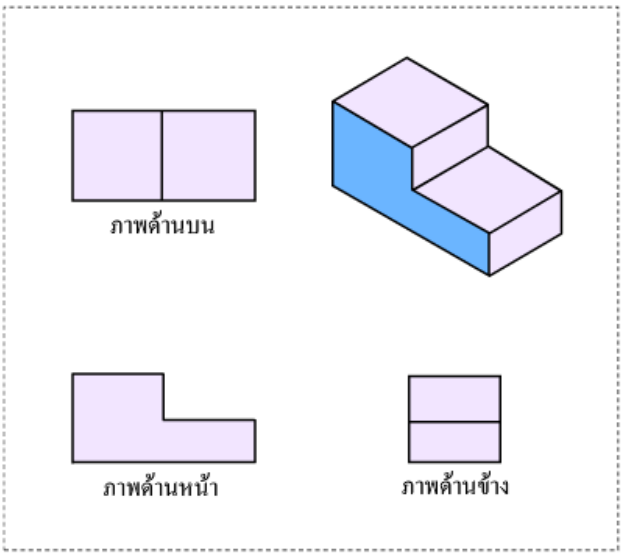
แผนภาพที่ 24 การมองภาพด้านข้างของวัตถุ

3. จากวัตถุที่หันหน้าเข้าหาตัว พลิกวัตถุให้ด้านบนหันเข้าหาตัว เขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงแผนภาพบน



แผนภาพที่ 25 การมองภาพด้านบนของวัตถุ

ในการเขียนภาพเพื่อแสดงลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ไม่ซับซ้อน นิยมเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นประกอบกับภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติอีก 3 แผนภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน และเขียนภาพทั้งสี่ไว้ภายในกรอบรูปสี่เหลี่ยม ดังตัวอย่าง



แผนภาพที่ 26 ภาพที่ได้จากการมองด้านบน ด้านหน้า และด้านข้าง

แบบทดสอบ

แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ด้านพุทธพิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่มากน้อยเพียงใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้างขึ้น และแบบมาตรฐานแบบทดสอบที่ดีต้องมี ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึกของคำถาม ความยั่วยุ ความจำเพาะเจาะจง ความเป็นปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542 : 72) ให้ความหมายแบบทดสอบว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

สมนึก ภัททิยธณี (2546 : 72) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่า เป็นเครื่องมือวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย และมีบทบาทสำคัญมากเพราะเป็นเครื่องมือที่มีลักษณะดีหลายประการ แต่ควรใช้คู่กับเครื่องมือชนิดอื่น ๆ อย่างหลากหลาย

ไพศาล วรคำ (2554 : 233) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่า เป็นชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผล

บราวน์ (Brown. 1998 : 90) ให้ความหมายแบบทดสอบว่าเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม ตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ

1. แบบทดสอบเป็นวิธีเชิงระบบ (Systematic Procedure) หมายความว่า แบบทดสอบนั้นจะต้องมีกฎเกณฑ์แน่นอนเกี่ยวกับโครงการบริหารจัดการและให้คะแนน

2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม (Behaviors) ซึ่งจะวัดเฉพาะพฤติกรรมที่ วัดได้เท่านั้น โดยผู้ตอบสนองตอบต่อข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช่เป็นการวัดโดยตรง

3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรรมที่ต้องการวัดทั้งหมด (Sample of all possible items) ตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่จะมีข้อคำถามวัดพฤติกรรมที่ต้องการได้ทั้งหมด ฉะนั้นจึงต้องตกลงว่าขอคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้นและถ้าผู้ต้องตอบข้อคำถามใดคำถามหนึ่งถูกต้องให้คะแนนเท่ากัน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้น ๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเสียง

สรุปได้ว่า แบบทดสอบ หมายถึง ชุดของข้อคำถาม เงื่อนไข ปัญหา สถานการณ์ ที่ใช้วัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง ที่เร้าให้ผู้ถูกทดสอบได้แสดงความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการประเมิน เปรียบเทียบ วัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย อย่างเป็นระบบผ่านกระบวนการคุณภาพและมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

ประเภทของแบบทดสอบ

แบบทดสอบมีการแบ่งออกเป็นหลายประเภทตามเกณฑ์หรือรูปแบบหรือวัตถุประสงค์ในการใช้ โดยสามารถแบ่งประเภทของแบบทดสอบได้ดังต่อไปนี้ (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ , 2542 : 33-34)

1. แบ่งตามลักษณะทางจิตวิทยาที่ใช้วัด แบ่งเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1.1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ความเข้าใจตามพุทธิพิสัย (Cognitive domain) ซึ่งเกิดขึ้นจากการเรียนรู้ แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1.1 แบบทดสอบที่ครูสร้างเอง (Teacher – Made Test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างกันโดยทั่วไป เมื่อต้องการใช้ก็สร้างขึ้น ใช้แล้วก็เลิกกัน ถ้านำไปใช้อีกก็ต้องดัดแปลงปรับปรุงแก้ไข เพราะเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นใช้เฉพาะครั้ง อาจยังไม่มีการวิเคราะห์คุณภาพ

1.1.2 แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) เป็นแบบทดสอบ ที่ได้มีการพัฒนาด้วยการวิเคราะห์ทางสถิติมาแล้วหลายครั้งหลายหน จนมีคุณภาพสมบูรณ์ทั้งด้านความตรง ความเที่ยง ความยากง่าย อำนาจจำแนก ความเป็นปรนัยและมีเกณฑ์ปกติ (Norm) ไว้เปรียบเทียบด้วยรวมความจ้องมีมาตรฐานทั้งด้านการดำเนินการสอบและแปลผลคะแนน ที่ได้

1.2 แบบทดสอบความถนัด (Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดสมรรถภาพทางสมองของคนว่า มีความรู้ ความสามารถมากน้อยเพียงใด และมีความสามารถทางด้านใดเป็นพิเศษ แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.2.1 แบบทดสอบความถนัดทางการเรียน (Scholastic Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบความถนัดที่วัดความสามารถทางวิชาการว่ามีความถนัดในวิชาอะไร ซึ่งจะแสดงถึงความสามารถในการเรียนต่อแขนงวิชานั้น และจะสามารถเรียนไปได้มากน้อยเพียงใด

1.2.2 แบบทดสอบความถนัดพิเศษ (Specific Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถพิเศษของบุคคล เช่น ความถนัดทางดนตรี ทางการแพทย์ทางศิลปะ เป็นต้น ใช้สำหรับการแนะแนวการเลือกอาชีพ เช่น แบบทดสอบวัดความถนัดทางศิลป์

2. ถ้าแบ่งตามรูปแบบของการถามการตอบ จะแบ่งเป็น 2 ประเภท

2.1 แบบวัดความเรียง (Essay Test) แบบนี้จะกำหนดคำถามให้ผู้ตอบจะต้องเรียบเรียงคำตอบเอง การวัดความรู้ด้วยคำถามแบบความเรียงหรือที่รู้จักว่า เป็นแบบอัตนัย รูปแบบจะมีเฉพาะตัวคำถามเท่านั้น ส่วนคำตอบจะเว้นที่ว่างหรือกำหนดกระดาษคำตอบให้ไว้เป็นพิเศษ สำหรับให้ผู้ตอบเขียนคำตอบลงไปเองผู้ตอบมีอิสระในการตอบคำถามแบบนี้จะมีปัญหาในการตรวจให้คะแนนทั้งความเป็นธรรมและความสะดวกรวดเร็ว ฉะนั้นจึงไม่นิยมไปใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.2 แบบทดสอบสั้นและเลือกตอบ (Short Answer and Multiple Choice Test) หรือที่รู้จักกันทั่วไปคือ แบบปรนัย (Objective Test) แบบนี้จะกำหนดคำถามให้ และกำหนดให้ตอบสั้น ๆ หรือกำหนดคำตอบมาให้เลือกตอบตามนั้น

2.3 แบบเลือกตอบ (Multiple Choice Item) รูปแบบทั่วไปของแบบวัดชนิดเลือกตอบจะมีตัวคำถามซึ่งเป็นประโยคสมบูรณ์และมีตัวเลือกตอบ กำหนดไว้ให้เลือกตอบอาจจะมี 3 4 5 หรือ 6 ตัวเลือกในส่วนที่เป็นตัวเลือกตอบประกอบด้วยตัวถูกและตัวลวง คำถามแบบเลือกตอบมีหลายชนิด

2.4 แบบทดสอบอัตนัย คือ แบบทดสอบที่มีลักษณะ ผู้ตอบต้องเขียนบรรยายตอบ ผู้ตอบมีสิทธิจะเขียนตอบอย่างเสรี อาจจะมีคำตอบถูกหลาย ๆ ทาง คำตอบของข้อสอบเดียวกันอาจจะมีความแตกต่างทั้งในด้านคุณภาพและความถูกต้อง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบตอบสั้นๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

แบบทดสอบอัตนัย

ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548 : 34-38) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ

Mehrens and Lehmann (1969 : 206-227) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้ว่า เป็นลักษณะของคำถามที่แตกต่างจากคำถามชนิดอื่น ดังนี้

1. ไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวที่สมบูรณ์และถูกต้อง
2. ผู้สอบได้ตอบอย่างอิสระ
3. คุณภาพของคำตอบมีระดับต่างกัน

Hopkins and Antes (1990 : 231-232) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้ว่า ข้อสอบที่เป็นสิ่งที่ต้องการคำตอบที่เป็นประโยคหลายประโยคต่อเนื่องกัน ซึ่งแสดงความสมเหตุสมผล ถูกต้องและคุณภาพของข้อสอบแบบนี้ ต้องเป็นผู้ที่มีความรู้ในวิชาที่สอบ

สรุปได้ว่า แบบทดสอบอัตนัย คือ แบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น แสดงสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ แบบต่อเนื่อง โดยผู้ตอบได้ตอบอย่างอิสระ ไม่มีเพียงคำตอบเดียว

แสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งเหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจไม่มีข้อจำกัดในการเขียนคำตอบ

ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ดังนี้

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548 : 34-38) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบ เป็น 2 แบบคือ แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended response) และแบบจำกัดคำตอบ (Restricted response) ซึ่งขึ้นอยู่กับการให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษาพบว่าเด็กระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบ ไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ให้อิสรเสรีแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัย การสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่าคุณค่าอย่างยิ่งในการวัดขบวนการทางสมองที่สูงขึ้นตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยากาศกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอกถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี – ข้อเสีย ของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น จงเปรียบเทียบข้อดีและข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่มมาอย่างละเอียด เพราะเหตุใดเอดิสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมากจากการทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น จงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศเกาหลีและเวียดนามมา 3 ประเภท

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออมาอย่างมีเหตุผล เช่น จงเปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลการปกครองระบอบประชาธิปไตยของอังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือ มีความเชื่อมั่นค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือ นักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดตอบ (Restricted response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขตแบบฟอร์มและเนื้อหาที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบ

สั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วย ตัวอย่างเช่น ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพของพลเมือง จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

Mehrens and Lehmann.(1969 : 206-277) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบเป็น 2 ประเภท ตามลักษณะของความมีอิสระในการตอบดังนี้

1. แบบตอบขยาย (Extended Response) หรือแบบไม่จำกัดคำตอบ (Unrestriced Response) ข้อสอบแบบนี้จะถามความรู้ความสามารถต่าง ๆ โดยให้อิสระในการตอบแก่นักเรียนหรือผู้สอบมาก เปิดโอกาสให้เขียนแสดงความคิดเห็น อธิบาย อภิปรายได้อย่างเต็มที่ทุกแง่ทุกมุมตามที่ต้องการไม่จำกัด ลักษณะคำถามจึงกว้างขวาง เหมาะกับการวัดความสามารถด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทัศนคติ และการประเมินค่า (Evaluation) เพราะข้อสอบแบบนี้ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักรวบรวมความคิดต่าง ๆ การประเมินคุณค่าของสิ่งเหล่านั้นและการใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุผลนี้ ปริมาณคำตอบของข้อสอบแบบนี้จึงขึ้นอยู่กับคำถามและความรู้ที่สั่งสมไว้ว่ามีมากน้อยเพียงใด ประกอบกับความสามารถในการจัดระบบการตอบ และความสามารถในการใช้ภาษาของนักเรียนแต่ละคนเป็นสำคัญ จุดอ่อนของการถามแบบนี้อยู่ที่ การให้คะแนน เพราะยากที่จะหาเกณฑ์ในการให้คะแนนที่ถูกต้องเที่ยงตรงได้ คำถามที่ใช้มักจะเป็นคำถามประเภท “จงอภิปราย , เปรียบเทียบ , แสดงความคิดเห็น” เป็นต้น

2. แบบทดสอบจำกัด (Restricted Response หรือ Short – Essay Item) ข้อสอบนี้สามารถอุดจุดอ่อนของคำถามแบบแรกได้ ทั้งนี้เนื่องจากข้อสอบแบบขยายคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ให้อิสระในการตอบโดยไม่จำกัด ทำให้ได้คำตอบที่แตกต่างกันมาก จึงมักมีปัญหาในการตรวจคะแนน โดยเฉพาะในแง่ของการเปรียบเทียบกันในกลุ่ม ข้อสอบแบบนี้จึงถามแบบเจาะจง ผู้เขียนข้อจะกำหนดขอบเจต ลักษณะการตอบตลอดจนเนื้อหา ทิศทางการตอบและความยาวในการตอบไว้ด้วยคำตอบจึงสั้นและอยู่ภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้ ผู้ตอบต้องจัดเรียบเรียงความคิดเห็นให้เป็นระเบียบแล้วตอบให้ตรงประเด็นของคำถามเพียงสั้น ๆ โดยไม่มีโอกาสอภิปรายแสดงความคิดเห็นนอกเหนือที่กำหนดไว้ให้ ข้อสอบแบบนี้จึงมีความสะดวกในการให้คะแนนมากกว่าแบบแรก เพราะมีเกณฑ์ต่าง ๆ ที่จะตัดสินใจให้คะแนนมากขึ้น ผู้เขียนข้อสอบจึงจำเป็นต้องระมัดระวังในเรื่องคำสั่งโจทย์ ขอบเขตเนื้อหา และเวลาที่กำหนดให้นักเรียนตอบคำถามที่ใช้มักอยู่ในรูป “จงนิยาม , ตอบสั้นๆ , อธิบายสั้น ๆ ” อย่างไรก็ดี ข้อสอบแบบนี้ให้โอกาสแก่นักเรียนน้อยมากในการแสดงความสามารถเกี่ยวกับการจัด

การรวบรวม การแสดงความคิดเห็น และการจัดหาสิ่งต่าง ๆ ที่จำเป็นเกี่ยวกับการตอบ จึงมีประโยชน์สำหรับการวัดผลการเรียนรู้ระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ แต่จะมีคุณค่าน้อยมากถ้าจะนำไปใช้ในระดับการสังเคราะห์และการประเมินค่า

Hopkins and Antes (1990 : 231-232) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบ เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบที่มีขอบเขตกว้างแต่ให้เวลาจำกัด (Extended-Response) ข้อสอบลักษณะนี้จะทดสอบทักษะของผู้เขียนในการเลือกว่าเขียนอะไรและจะเขียนมากน้อยแค่ไหนในแต่ละส่วน รวมทั้งความสามารถในการจัดระเบียบและแสดงความคิดในเชิงตรรกะ ข้อสอบเขียนบรรยายแบบขยายความนี้เป็นข้อสอบประเภทปลายเปิด (Open-Ended) และไม่ได้จำกัดความคิดของนักเรียน ข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ในการประเมินการเขียน โดยเฉพาะศิลปะเกี่ยวกับการใช้ภาษา

2. แบบจำกัดคำตอบ (Limited-Response) จะมีขอบเขตกว้างหรือแคบก็ได้ แต่นักเรียนควรจะรู้อย่างแน่ชัดว่าขีดจำกัดนั้นคืออะไรข้อสอบนี้จะให้ขีดจำกัดที่ระบุได้อย่างชัดเจน เพื่อสร้างขอบเขตในการตอบให้นักเรียน กล่าวคือนักเรียนต้องตอบในกรอบเนื้อหาที่จำกัดข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ต่อครูผู้สอนที่ต้องการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งต่างจากแบบทดสอบอัตนัยแบบที่มีขอบเขตกว้างที่ต้องการวัดด้านทักษะการเขียนผู้ออกข้อสอบควรพิจารณาถึงจุดมุ่งหมายในการวัดผลก่อนตัดสินใจเลือกว่าจะใช้รูปแบบใด

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบอัตนัยมี 2 ประเภท คือ 1. แบบไม่จำกัดคำตอบ เป็นแบบทดสอบที่นักเรียนได้แสดงความเข้าใจ การจัดระเบียบทางความคิด ตรรกะ ให้อิสระในการตอบ อภิปรายได้อย่างเต็มที่ 2. แบบจำกัดคำตอบ เป็นแบบทดสอบที่นักเรียนได้แสดงความเข้าใจตามกรอบเนื้อหาที่กำหนดไว้ ถามแบบเจาะจงโดยมีการกำหนดทิศทางของการตอบคำถาม

หลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัย เป็นแบบทดสอบที่กำหนดปัญหาหรือเรื่องราวให้ โดยให้ผู้ตอบอธิบาย หรือบรรยายแสดงความคิดเห็น หรือวิพากษ์วิจารณ์อย่างอิสระในเวลาที่กำหนดให้ ในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัยต้องพิจารณาหลายสิ่งอย่างเพื่อตรงตามจุดประสงค์ เนื้อหา และการวัดประเมินผล ให้สอดคล้องกันทั้งระบบ โดยมีหลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามดังต่อไปนี้

1. ต้องดูจุดประสงค์ของการสอบก่อน แล้วจึงเขียนข้อคำถาม เพื่อให้ตรงจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด

2. ควรใช้คำถามที่มีความกระจ่างชัด ด้วยหลักการถามและหลักภาษา

3. คำถามหนึ่ง ๆ ควรเป็นเรื่องเดียว เพื่อให้ผู้ตอบตอบได้ตรงเป้าหมายที่ผู้ถามต้องการ

4. คำถามควรคำนึงถึงเวลาที่ให้ผู้ตอบทำการตอบ

5. คำถามทุกคำถามผู้สอบควรทำเฉลยไว้ และวางแผนการให้คะแนน แต่ละส่วนว่าเป็นเท่าไร เพื่อเปรียบเทียบ นอกจากนั้นต้องพิจารณาคำตอบที่มีโอกาสเป็นไปได้ที่ไม่จำเป็นจะต้องตรงกับเฉลยทุกตัว แต่ก็จะถูกสามารถได้คะแนนได้ด้วยลักษณะของแบบทดสอบอัตนัย

การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย

นักวัดผลการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายและวิธีการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย วิธีเคราะห์ย่อย และวิธีประเมินรวม ไว้มากมาย เช่น

Ebel (1972 : 149-152) ได้ให้ข้อเสนอแนะสำหรับการตรวจให้คะแนนไว้ 2 รูปแบบ คือ การให้คะแนนด้วยวิธีวิเคราะห์ และวิธีประเมินคุณภาพโดยรวม (Analytic Scoring or Global-quality Scaling)

1. วิธีวิเคราะห์ วิธีนี้ส่วนประกอบที่สำคัญต่าง ๆ ของคำตอบจะเป็นตัวกำหนดการให้คะแนนมากน้อยอย่างอิสระ การพิจารณาจะพิจารณาทั้งส่วนประกอบที่สำคัญของคำตอบและความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบเหล่านั้นด้วยว่าเป็นองค์ประกอบเดียวกันของคำตอบหรือไม่ แต่ถ้าความสัมพันธ์นั้นซับซ้อนและเข้าใจยากวิธีการเทียบเกณฑ์ก็อาจทำได้ไม่สะดวกและใช้เวลานาน

2. วิธีประเมินคุณภาพโดยรวม วิธีนี้ผู้ตรวจให้คะแนนจะอ่านคำตอบโดยรวมและพิจารณาความประทับใจ แล้วจึงเปลี่ยนความประทับใจนั้นเป็นระดับคะแนนบันทึกไว้ ทำแบบนี้ทุกๆ ข้อ วิธีการที่ดีกว่า เพื่อควบคุมความสม่ำเสมอ หรือมาตรฐานในการตรวจกระดาษคำตอบที่ต่างกัน คือ การแบ่งกลุ่มคำตอบเป็นคล้าย ๆ กัน เมื่อแบ่งกลุ่มแล้ว ผู้ตรวจให้คะแนนจึงมาพิจารณาตัดสินใจใหม่อีกครั้งว่าแต่ละกองเหมาะสมหรือยัง

ผู้ให้คะแนนจำกำหนดขนาดของแต่ละกองไว้ล่วงหน้าและพยายามแบ่งให้มี การแจกแจงใกล้เคียงกับที่กำหนดไว้ ในการแบ่งกลุ่มนั้นอาจแบ่งได้ดังนี้

1. แบ่งเป็น 3 กอง

ระดับต่ำ		ระดับปานกลาง	ระดับสูง	
25%		50%	25%	
ต่ำที่สุด	ต่ำกว่า	ปานกลาง	สูงกว่า	สูงที่สุด
5%	25%	40%	25%	5%

2. ตรวจให้คะแนนคำตอบแบบคำถามต่อคำถาม มากกว่า คนต่อตน

3. ถ้าเป็นไปได้ ควรปิดบังชื่อของนักเรียนที่ทำข้อสอบไม่ให้ผู้ตรวจให้คะแนนทราบ

4. ถ้าเป็นไปได้ ควรจัดให้มีการตรวจให้คะแนนอย่างอิสระ

Meherns and Lehmann (1973 : 229 - 238) ได้เสนอแนะการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยไว้ ด้วยวิธีประเมินรวม (Holistic Method) ว่าวิธีนี้คำตอบจะไม่ถูกแบ่งออกเป็นส่วน ๆ แต่ผู้ตรวจจะอ่านอย่างรวดเร็วแล้วใช้ความประทับใจและใช้มาตรฐานบางอย่างกำหนดระดับของคำตอบ การตรวจคำตอบจะขึ้นอยู่กับระดับของการแบ่ง อาจจะแบ่งข้อสอบเป็น 2 กลุ่ม คือ “กลุ่มที่ยอมรับได้ " กลุ่มที่ยอมรับไม่ได้” หรือ 5 กลุ่ม คือ “ดีมากจนถึงต่ำกว่ามาตรฐาน” โดยส่วนมากจะแบ่งประมาณ 4 หรือ 5 กลุ่ม และอธิบายถึงการตรวจโดยวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Method) ว่าการให้คะแนนวิธีวิเคราะห์เป็นวิธีที่มีรูปแบบคำตอบประกอบด้วยประเด็นเฉพาะที่กำหนด ไว้ก่อนแล้ว คะแนนของนักเรียนที่ได้จะขึ้นอยู่กับจำนวนประเด็นที่เขาตอบ รวมไปถึงส่วนอื่น ๆ เช่น แสดงความคิดเห็นได้ชัดเจน การให้เหตุผลและการยกตัวอย่างสนับสนุนในประเด็นคำตอบ และการกำหนดคะแนนในแต่ละประเด็นจะขึ้นอยู่กับเวลาที่ใช้ในการตอบความซับซ้อนของคำถาม และเนื้อหาที่ครูสอน

Whitney and Sabers (1976 : 5) ได้เสนอแนะการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยไว้ จำนวน 2 วิธี คือวิธีเทียบกับเกณฑ์กับวิธีจัดอันดับคุณภาพ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การตรวจสอบโดยวิธีเทียบกับเกณฑ์ (Analytic Method หรือ Point Method) การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ครูจะต้องกำหนดแนวการตอบไว้ล่วงหน้า โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามองค์ประกอบของการตอบ เช่น การจัดเรียงความคิด หลักฐานที่ยกมาอ้าง ตัวอย่างประกอบ เป็นต้น จากนั้นก็กำหนดคะแนนเต็มของแต่ละตอนย่อย เมื่อครูอ่านข้อสอบของนักเรียนก็จะให้คะแนนแต่ละตอนย่อย ๆ มารวมกันเป็นคะแนนที่ได้รับทั้งข้อ

2. การตรวจโดยวิธีการจัดอันดับคุณภาพ (Rating Method หรือ Holistic Method หรือ Scoring Method หรือ Global Scoring) การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ ครูจะอ่านคำตอบของ

นักเรียนทีละคน เมื่ออ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะแยกกระดาษคำตอบเป็นกลุ่มหรือเป็นกอง ตามระดับคุณภาพของการตอบ เช่น แยกกระดาษคำตอบออกเป็น 5 กอง ดังเช่น ดีมาก ดี พอใช้ เกือบพอใช้ อ่อน เมื่อครูอ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะจัดกองใดกองหนึ่งในห้ากองนี้หลังจากนั้นครูก็จะพิจารณากระดาษในแต่ละกอง โดยพิจารณาว่าใครตอบดีกว่ากัน แล้วเรียงกระดาษคำตอบตามลำดับของคุณภาพ แล้วให้คะแนนตามลำดับของคุณภาพอีกทีหนึ่ง

Wiersma and Jurs (1985 : 175-177) ได้เสนอแนะการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่มีความเคร่งครัดในการให้เกณฑ์การให้คะแนนอย่างมาก เพราะว่าเป็นการยากที่จะให้คะแนน กล่าวคือ จะมีความเชื่อถือได้ยาก ซึ่งมีจุดสำคัญอยู่ที่กระบวนการให้คะแนนของผู้ตรวจ วิธีการนี้ก็จะช่วยเพิ่มความเป็นปรนัยในการให้คะแนนเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามต้องอาศัยเวลาที่มากขึ้นในการตรวจ ที่ก่อนจะให้คะแนนครูจะต้องมีวิธีการหรือกำหนดกรอบของคำตอบไว้ล่วงหน้า เรียกว่า โมเดลคำตอบ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นการกำหนดค่าให้ประเด็นสำคัญ ๆ ที่จะทำให้การตรวจแตกต่างกันน้อยที่สุด วิธีการให้คะแนนมี 2 วิธี คือ

1. การให้คะแนนวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Scoring) จุดสำคัญของการให้คะแนนคำตอบอยู่ที่การจำแนกและกำหนดขอบเขตของคำตอบเป็นรายละเอียด มีความชัดเจนมากจึงง่ายต่อการตรวจและมีความเชื่อถือได้

2. การให้คะแนนวิธีการให้คุณภาพโดยรวม หรือวิธีการประเมินรวม (Holistic Scoring) เป็นวิธีที่อาศัยความประทับใจกับคำตอบ คำตอบจะถูกมองในภาพรวมมากกว่าจะแยกออกมาเป็นส่วนย่อย โดยจะแยกกระดาษคำตอบออกเป็น 2 กองหรือมากกว่า เช่น กองดีมาก กองดี กองพอใช้ กองแย่มาก การตรวจจะรวดเร็วและง่ายกว่า แต่ทำให้ไม่มีความเป็นปรนัย มีความเชื่อถือได้น้อย

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2545 : 132-138) ได้เสนอแนะการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยไว้ว่า ข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบเพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรง และเชื่อถือได้ หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานถัดไป คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. กำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด

2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องคำถามเท่านั้น

3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับการให้คะแนน

4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคน สำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวาเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา ก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบันมี 2 วิธี คือ

4.1 การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method) การตรวจข้อสอบอัตนัย โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวการตอบไว้ก่อนโดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนน ผู้ตรวจจะนำเอากระดาษมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวทางคำตอบนั้น ครูผู้ออกข้อสอบควรจะทำไว้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวการตอบเมื่อจะเริ่มตรวจการให้คะแนนแบบนี้เหมาะสมสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบ มากกว่าแบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบ

4.2 การตรวจโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระดาษคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนทีละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจดูคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่น ในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกทีว่า ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้วจึงให้คะแนน ใครอยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะในการตรวจสอบแบบทดสอบอัตนัย

1. ให้ตรวจคำตอบทีละข้อ นั่นคือ ถ้าจะตรวจคำตอบข้อ 1 ก็ให้ตรวจข้อ 1 ของนักเรียนทุกคนจนจบ แล้วจึงเริ่มตรวจข้อ 2 ครูไม่ควรตรวจข้อสอบให้เสร็จทีละคน

2. ให้มีความคงเส้นคงวาในการตรวจ เกณฑ์ในการให้คะแนนจะเหมือนกันสำหรับทุก ๆ คำตอบ ครูบางคนอาจจะให้คะแนนค่อนข้างน้อย สำหรับคำตอบแผ่นแรก ๆ แต่จะให้คะแนนมากขึ้นสำหรับคำตอบแผ่นหลัง ๆ ทั้ง ๆ ที่คำตอบเหล่านั้นเป็นแนวเดียวกัน

3. เวลาตรวจไม่ควรดูชื่อนักเรียน เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในเวลาตรวจ

4. ถ้าสามารถให้มีผู้ตรวจ 2 คน ในแต่ละคำตอบแล้วหาค่าเฉลี่ยของคะแนนนำมาเป็นคะแนนที่คำตอบนั้น ๆ ควรจะได้จริง ๆ จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น

5. ควรหยิบกระดาษคำตอบมาตรวจแบบสุ่ม

6. ไม่ควรดูชื่อผู้ตอบในการตรวจกระดาษคำตอบ

7. ในเวลาตรวจนั้น ครูไม่ควรนำเอาเรื่อง “ลายมือ” ของผู้ตอบมาเป็นส่วน ในการให้คะแนน

8. พยายามตรวจข้อใดข้อหนึ่งให้เสร็จรวดเร็ว ไม่ควรหยุดพักจนกว่าจะตรวจข้อนั้นเสร็จแล้ว

9. พยายามเขียนข้อแนะนำและแก้ไขความผิดในกระดาษคำตอบ เพื่อให้ผู้ตอบรู้ว่าตนบกพร่องตรงไหน

ในการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิตสอดคล้องกับแนวคิดของไพรีและไคเรน และทฤษฎีของเลช (Lesh) ใช้แบบทดสอบอัตนัย แบบกำหนดขอบเขตของคำตอบ และมีเกณฑ์การให้คะแนนโดยวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Scoring)

คุณภาพเครื่องมือ

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอความคิดเกี่ยวกับคุณภาพเครื่องมือไว้ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2544 : 81) ได้กล่าวถึงคุณภาพของเครื่องมือไว้ว่า เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลมี่จะต้องมีคุณภาพหลายประการประกอบกันดังนี้

1. ทุกข้อต้องมีคุณภาพเข้าเกณฑ์ ในด้านระดับความยาก อำนาจจำแนก ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา

2. เมื่อนำทุกข้อที่มีคุณภาพตามข้อ 1 มารวมกันเป็นฉบับ เครื่องมือทั้งฉบับนั้นจะต้องมีคุณภาพในด้านความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่น

สมนึก ภัททิยธานี (2551 : 193) ได้กล่าวถึงคุณภาพของเครื่องมือไว้ว่า การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นว่ามีคุณภาพดีเพียงใด ทั้งลักษณะเป็นรายข้อและทั้งฉบับ ถ้าข้อสอบข้อใดหรือฉบับใดมีคุณภาพดีก็ควรนำไปใช้ และถ้าบกพร่องก็ควรปรับปรุงแก้ไข

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551 : 134) ได้กล่าวถึงคุณภาพของเครื่องมือไว้ว่า เครื่องมือวัดผลที่ดีจะต้องเป็นเครื่องมือที่มีคุณภาพจึงจะช่วยให้การวัดผลมีความถูกต้องเชื่อถือได้ และผลการประเมินที่ได้ย่อมเชื่อถือได้ด้วย ดังนั้นก่อนที่จะนำเครื่องมือไปใช้จริงควรจะตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือก่อนทุกครั้ง ในเรื่องความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยาก อำนาจจำแนกและ

ความเป็นปรนัย เครื่องวัดผลบางชนิดจำเป็นต้องตรวจคุณภาพให้ครบทั้ง 5 ประการ แต่บางชนิดอาจตรวจสอบเพียงบางประการแล้วแต่ลักษณะเครื่องมือ

ไพศาล วรคำ (2554 : 254) ได้กล่าวถึงคุณภาพของเครื่องมือไว้ว่า เป็นคุณลักษณะที่บ่งบอกถึงความสามารถของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย เช่น ความเที่ยงตรง ความเชื่อมัน ความยาก และอำนาจจำแนก เป็นต้น คุณสมบัติที่บ่งชี้ถึงคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยความเที่ยวตรงและความเชื่อมั่นเป็นหลัก ส่วนอำนาจจำแนกนั้นจะใช้เฉพาะในกรณีของแบบทดสอบและแบบสอบถาม และความยากจะใช้เฉพาะกรณีแบบทดสอบเท่านั้น

สรุปได้ว่า เป็นการประเมินคุณภาพของแบบทดสอบว่ามีความถูกต้องเชื่อถือได้ หรือเครื่องมือมีคุณภาพเหมาะสมในการนำไปใช้ในการวิจัยมากน้อยเพียงใด คุณภาพของเครื่องมือจะเชื่อถือได้ จะต้องมีการตรวจสอบรายละเอียดที่สามารถบ่งบอกถึงความสามารถของเครื่องมือนั้น ๆ ไม่ว่าจะเป็นความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยาก อำนาจจำแนกและความเป็นประนัย

ความเที่ยงตรง

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความเที่ยง (Validity) หรือความตรง ดังนี้

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552 : 99) ได้กล่าวถึงความเที่ยงตรงไว้ว่า เป็นความใกล้เคียงกันระหว่างค่าที่วัดได้กับค่าที่แท้จริง ถ้าผลการวัดได้มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงเพียงใด ก็ถือว่าการวัดมีความเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้นเพียงนั้น

ความเที่ยงตรงจึงเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุดของแบบวัดความเที่ยงตรงจำแนกตามลักษณะ หรือจุดประสงค์ของการวัดได้ 3 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity)
2. ความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity)
3. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity)

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา หมายถึง เครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามเนื้อหาที่ต้องการวัด ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา จำแนกได้ 2 ชนิด

1.1 ความเที่ยงตรงเชิงเหตุผล (Logical Validity) เป็นความเที่ยงตรงที่ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดได้ตรงตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรหรือไม่

1.2 ความเที่ยงตรงเชิงพินิจ (Face Validity) เป็นคุณภาพของแบบทดสอบ

ที่พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดได้ตรงตามคุณลักษณะที่นิยามไว้หรือไม่ ซึ่งเป็นความเที่ยงตรงที่เหมาะกับแบบวัดด้านความรู้สึก (Affective Domain) ก่อนสร้างข้อสอบ จะต้องนิยามสิ่งที่จะวัดให้ชัดเจนก่อน หลังจากนั้นจึงจะสร้างข้อสอบหรือข้อความแต่ละข้อว่าสร้างตรงตามที่นิยามไว้หรือไม่ ถ้าสร้างได้ตรงตามที่นิยามไว้ ก็แสดงว่าแบบทดสอบมีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาทางด้านความเที่ยงตรงเชิงพินิจ

2. ความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion – Related Validity) หมายถึง คุณภาพของเครื่องมือที่เอาผลการวัดของแบบทดสอบไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่ต้องการจำแนกได้ 2 ชนิด คือ

2.1 ความเที่ยงตรงเชิงสภาพ (Concurrent Validity) หมายถึง ความเที่ยงตรง ที่เอาผลการวัดของแบบที่ทดสอบที่สร้างขึ้นไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ในสภาพปัจจุบัน (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2543 : 251) โดยการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบกับคะแนนเกณฑ์ จากเครื่องมืออื่นที่สามารถใช้บ่งบอกสถานภาพปัจจุบันของลักษณะที่มุ่งวัดนั้นได้ เครื่องมือทั้งสองทำการวัดในเวลาเดียวกัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในทางบวกที่สูง แสดงถึงคะแนนจากแบบทดสอบ สามารถใช้เป็นตัวบ่งชี้ที่ดีของสถานภาพของลักษณะที่มุ่งวัดนั้น

2.2 ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity) หมายถึง ความเที่ยวที่ได้เอามาจากการเอาผลการวัดของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปคำนวณหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ในอนาคตเพื่อที่จะเอาผลการสอบไปพยากรณ์ผลความสำเร็จในอนาคต (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2543ข : 257) โดยคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบ กับคะแนนจากเกณฑ์ จากเครื่องมือที่สามารถบ่งบอกผลสำเร็จของลักษณะที่มุ่งวัดในอนาคตเนื่องจากเครื่องมือทั้งสองทำการวัดในเวลาต่างกัน โดยแบบทดสอบที่สร้างทำการวัดในปัจจุบัน แต่อีกเครื่องมือหนึ่งต้องช่วงเวลาทำการวัดในเวลาต่อมา เพื่อให้ได้คะแนนเกณฑ์อนาคต

3. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) หมายถึง การมอง ข้อคำถามของแบบวัดโครงสร้างหรือแนวคิดทฤษฎีใดจากผลการตอบข้อคำถามของแบบวัดนั้น ความเที่ยงตรงตามโครงสร้างพิจารณาผลการตอบว่าเป็นไปตามโครงสร้างที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยพิจารณาจากสหสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามของแบบวัดฉบับนั้นกับฉบับอื่นที่พิสูจน์มาแล้ว ความเที่ยงเชิงตรงโครงสร้างมี 4 แบบ ดังนี้

3.1 วิธีหาสหสัมพันธ์

3.2 การวิเคราะห์หลากคุณลักษณะหลายวิธี (Multitrait-Multimethod : MTMM)

3.3 วิธีเปรียบเทียบองค์ประกอบ (Factor Analysis)

ไพศาล วรคำ (2554 : 262-263) กล่าวว่า นำผลการตรวจสอบของผู้เชี่ยวชาญ มาคำนวณหาดัชนีที่บ่งบอกถึงความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งคำนวณได้จากความสอดคล้องระหว่างประเด็นที่ต้องการวัดกับข้อคำถามที่สร้างขึ้น ดัชนีนี้เรียกว่า ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index : IOC) โดยแปลงระดับความสอดคล้องเป็นคะแนนดังนี้

สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น	+1
ไม่แน่ใจ	จะมีคะแนนเป็น	0
ไม่สอดคล้อง	จะมีคะแนนเป็น	-1

และหาดัชนีความสอดคล้องได้จาก

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่าง แบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้

R แทน เป็นคะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละประเมินในแต่ละข้อ

N แทน เป็นจำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดความเข้าใจ ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ด้วยวิธีการหาความเที่ยงตรงโดยพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (Item-Objective Congruence Index : IOC) (ไพศาล วรคำ. 2554 : 262-263)

ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก

ไพศาล วรคำ (2554 : 292-294) ได้กล่าวถึงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกไว้ว่า เป็นคุณลักษณะของข้อสอบหรือข้อคำถามที่สามารถแยกปริมาณของคุณลักษณะที่ต้องการวัดที่มีอยู่ในแต่ละบุคคลได้ เช่น แบบทดสอบข้อสอบที่มีอำนาจจำแนกก็คือข้อสอบที่สามารถแยกคนเก่งออกจากคนอ่อนได้ เทคนิคการหาค่าอำนาจจำแนกมีหลายวิธีตามลักษณะของเครื่องมือดังนี้

1. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงกลุ่ม มีหลายวิธีดังนี้

1.1 เทคนิคร้อยละ 50

1.2 เทคนิคร้อยละ 27

1.3 การหาสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนรายข้อกับคะแนนรวม

1.4 การหาสหสัมพันธ์แบบ Point Biserial

2. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงเกณฑ์ หาได้ 2 แบบ ดังนี้

2.1 การหาอำนาจจำแนกของเบรนแนน (Brennan's Index : B-Index)

2.2 ดัชนีความไวของข้อสอบ (Sensitive Index : S)

3. การหาอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย

ในกรณีของข้อสอบอัตนัย ค่าคะแนนในแต่ละข้อจะมีได้หลายค่า การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัยสามารถหาได้จากสูตรวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney & Sabers)

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551 : 138) ได้กล่าวถึงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกไว้ ดังนี้

ความยาก (Difficulty) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่บอกให้ทราบว่าข้อสอบนั้นมีคนตอบถูกมากหรือน้อย ถ้ามีคนตอบถูกมากข้อสอบข้อนั้นก็ง่าย ถ้ามีคนตอบถูกน้อยข้อสอบนั้นก็ยาก ถ้ามีคนตอบผิดบ้างถูกบ้างหรือมีคนตอบถูกปานกลางข้อสอบข้อนั้นก็มี ความยากปานกลาง ข้อสอบที่ดีมีความยากพอเหมาะควรมีคนตอบถูกไม่ต่ำกว่า 20 คน และ ไม่เกิน 80 คน จากผู้เข้าสอบ 100 คน ค่าความยากหาได้โดยการนำจำนวนคนที่ตอบถูกหารด้วยจำนวนที่ตอบทั้งหมด

อำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนได้ตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ใครรอบรู้ – ไม่รอบรู้ โดย ยึดหลักการว่าคนเก่งจะต้องตอบข้อสอบข้อนั้นถูก คนไม่เก่งจะต้องตอบผิด ข้อสอบที่ดีจะต้องแยกคนเก่งกับคนไม่เก่งออกจากกันได้ อำนาจจำแนกมีความสัมพันธ์กับความเที่ยงตรงเชิงสภาพในทางบวก กล่าวคือ ถ้าเครื่องมือใดมีอำนาจจำแนกสูง เครื่องมือนั้นก็มีความเที่ยงตรง เชิงสภาพสูงด้วย

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552 : 225) ได้กล่าวถึงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกไว้ ดังนี้

ความยาก (Difficulty) หรือระดับความยากของข้อสอบ (Level of Difficulty of the Items) หมายถึง สัดส่วนของจำนวนคนที่ตอบข้อสอบข้อนั้นถูก เช่น ข้อสอบข้อหนึ่ง มีคนตอบ 100 คน ปรากฏว่าตอบถูก 30 คน แสดงว่าข้อสอบข้อนั้นมีระดับความยาก (p) เท่ากับ 0.30 หรือ 30% ดังนั้นระดับความยากของข้อสอบจึงมีค่าตั้งแต่ 0 – 1.0 ถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกมาก p จะมีค่าสูง (ต้องเข้าใกล้ 1) แสดงว่าข้อนั้นง่าย ในทางตรงข้ามถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกน้อย p จะมีค่าต่ำ (เข้าใกล้ 0) แสดงว่าข้อนั้นยาก โดยทั่วไปข้อสอบมีค่า p ระหว่าง 0.20 – 0.80 ถือว่า

เป็นข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะ และข้อสอบทั้งฉบับควรมีระดับความยากเฉลี่ยประมาณ 0.50

อำนาจจำแนก (Discrimination) หรืออำนาจจำแนกของข้อสอบ หมายถึง ความสามารถของข้อสอบในการจำแนกหรือแยกให้เห็นความแตกต่างระหว่างผู้สอบที่มีผลสัมฤทธิ์ต่างกัน เช่น จำแนกคนเก่งกับคนอ่อนออกจากกันได้ ส่วนคนที่อ่อนหรือไม่มีความสามารถไม่ควรทำข้อสอบข้อนั้นได้ อำนาจจำแนกของข้อสอบจะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง +1 แต่อำนาจจำแนกที่ดีจะต้องมีค่าเป็นบอก ควรมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

เกณฑ์การแปลความหมายของค่าความยากและอำนาจจำแนก เป็นดังนี้

ความยากที่มีค่า 0.80-1.00 มีความหมายคือ ง่ายมาก

ความยากที่มีค่า 0.60-0.79 มีความหมายคือ ค่อนข้างง่าย

ความยากที่มีค่า 0.40-0.59 มีความหมายคือ ปานกลาง

ความยากที่มีค่า 0.20-0.39 มีความหมายคือ ค่อนข้างยาก

ความยากที่มีค่า 0.00-0.19 มีความหมายคือ ยากมาก

และเกณฑ์การแปลความหมายของค่าอำนาจจำแนก เป็นดังนี้

ค่าอำนาจจำแนกที่มีค่า 0.60-1.00 มีความหมายคือ ดีมาก

ค่าอำนาจจำแนกที่มีค่า 0.40-0.59 มีความหมายคือ ดี

ค่าอำนาจจำแนกที่มีค่า 0.20-0.39 มีความหมายคือ พอใช้

ค่าอำนาจจำแนกที่มีค่า 0.10-0.19 มีความหมายคือ ค่อนข้างต่ำควรปรับปรุง

ค่าอำนาจจำแนกที่มีค่า 0.00-0.09 มีความหมายคือ ต่ำมาก ต้องปรับปรุง

สรุปได้ว่า ค่าอำนาจจำแนก (r) คือ คุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนได้ตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน รอบรู้ไม่รอบรู้โดยยึดหลักการที่ว่า คนเก่ง ย่อมตอบข้อสอบนั้นถูก คนไม่เก่งจะต้องตอบผิด ข้อสอบที่ดีจะต้องสามารถแยกคนเก่งคนไม่เก่งออกจากกันได้

เกณฑ์ในการพิจารณา

1. แบบอิงเกณฑ์
2. แบบอิงกลุ่ม

ประเภทของการวิเคราะห์ข้อสอบแบบรายข้อ

- ข้อสอบแบบเลือกตอบ
- ข้อสอบแบบอัตนัย

เกณฑ์การพิจารณาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย

เกณฑ์การหาค่าอำนาจจำแนกว่า ค่าอำนาจจำแนก D ถ้าค่า D เข้าใกล้ +1 หมายถึง การเรียนการสอนบรรลุตามเป้าหมาย คือก่อนเรียนผู้ถูกทดสอบไม่มีความรู้ หลังจากเรียนแล้วปรากฏว่ามีความรู้ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ แต่ถ้าค่า D เข้าใกล้ -1 หมายถึง ก่อนเรียนผู้ถูกทดสอบมีความรู้หลังเรียนแล้วปรากฏว่าผู้ถูกทดสอบไม่มีความรู้เลย กลุ่มผู้ถูกทดสอบจะแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มเก่ง (กลุ่มสูง) และกลุ่มอ่อน (กลุ่มต่ำ) โดยใช้เทคนิค 27% ของจำนวนผู้ถูกทดสอบที่เข้าสอบโดยใช้สูตรของวิทย์นีและซาเบอร์ส (กังวล เทียนทัณฑ์เทศน์ , 2552 : 152)

ความเชื่อมั่น (Reliability)

ไพศาล วรคำ (2554 : 272-282) ให้ความหมายของความเชื่อมั่นไว้ว่า ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้ง ๆ การหาความเชื่อมั่นของแบบวัดพัฒนามาจากนิยาม คือเป็นความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลาย ๆ ครั้งแต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคลนั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอเมื่อเวลาผ่านไป จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดขึ้นมาหลายวิธี ภายใต้แนวคิดหลัก 3 แนวคิดคือ

1. การวัดความคงที่ ซึ่งจะวัดความคงที่ของผลการวัดหลาย ๆ ครั้ง

2. การวัดความสมมูลกัน เป็นการวัดด้วยแบบวัดที่เป็นคู่ขนานกัน เพื่อหลีกเลี่ยงการวัดซ้ำ

3. การวัดความสอดคล้องภายใน ซึ่งเป็นการพิจารณาความเชื่อมั่นจากการวัดเพียงครั้งเดียวแล้วหาความสอดคล้องของผลการวัดในแบบวัดนั้น

ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ (2543 : 209) ให้ความหมายของความเชื่อมั่นไว้ว่า เป็นความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบนักเรียนคนเดียวกันหลายครั้งในแบบทดสอบชุดเดิม การตรวจสอบหรือหาความเชื่อมั่น มีวิธีการอยู่หลายวิธีแต่ละวิธีก็เหมาะสมกับเครื่องมือแต่ละชนิด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของเครื่องมือและคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการศึกษา การหาค่าความเชื่อมั่นแต่ละวิธีมีดังต่อไปนี้

1. แบบสอบซ้ำ (Test-retest Method) เป็นการนำเครื่องมือที่สร้างขึ้นไป สอบวัดกับคนกลุ่มเดียวกันสองครั้งในเวลาต่างกัน ได้คะแนนมาสองชุด นำคะแนนทั้งสองชุดมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ถ้าเป็นคะแนนดิบก็ใช้วิธีของเพียร์สัน ถ้าเป็นคะแนนในรูปอื่นก็หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ด้วยวิธีอื่น ถ้าได้ค่าสัมประสิทธิ์สูงก็แสดงว่าเครื่องมือนั้น มีความเชื่อมั่นสูงการหาค่าความเชื่อมั่นแบบนี้เป็นการวัดความคงที่ภายนอก (Stability) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่คำนวณได้อาจเรียกว่า สัมประสิทธิ์ของความคงที่ (Coefficient Stability)

2. แบบใช้เครื่องมือวัดที่มีลักษณะเท่าเทียมกันหรือคู่ขนาน (Equivalent form or Parallel form Method) เป็นการคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นโดยนำเครื่องมือที่สร้างขึ้นกับเครื่องมืออีกฉบับหนึ่งที่มีคุณภาพเหมือนกันทุกประการคือ เนื้อหา รูปแบบคำถาม จำนวนข้อ ความยากง่ายเหมือนกัน และมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนเท่ากันทั้งสองฉบับไปสอบวัดกับกลุ่มทดลองเครื่องมือเดียวกัน ได้คะแนนสองชุด นำมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ตามวิธีของเพียร์สัน (ถ้าเป็นคะแนนดิบ) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้เรียกว่า สัมประสิทธิ์ของความเท่าเทียมกัน (Coefficient of Equivalent)

3. แบบแบ่งครึ่ง (Split-half Method) เป็นการนำเครื่องมือที่ต้องการหา ความเชื่อมั่นไปสอบวัดกับกลุ่มทดลองด้วยเครื่องมือชุดเดียวกัน แล้วนำเครื่องมือนั้นพร้อมคำตอบมาแบ่งครึ่งเป็นสองฉบับ ส่วนมากแบ่งครึ่งมักจะเป็นข้อคู่ ข้อคี่ ซึ่งแบ่งแล้วจะได้ข้อสอบสองฉบับซึ่งมีจำนวนข้อเท่ากัน ตรวจให้คะแนนข้อคู่ครั้งหนึ่งและข้อคี่ครั้งหนึ่ง ได้คะแนนสองชุด สมาชิกในกลุ่มแต่ละคนจะได้คะแนนตัวนำคะแนนทั้งสองชุดมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ตามวิธีของเพียร์สัน ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จะมีค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือนั้นเพียงครึ่งฉบับ ซึ่งต้องปรับค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ โดยใช้สูตรของ สเปียร์แทน บราวน์ (Spearman-Brown)

4. แบบของ Kuder - Richardson) การหาค่าความเชื่อมั่นวิธีนี้เป็นที่นิยมมาก เพราะมีข้อดีตรงที่ว่าสอบครั้งเดียวกับกลุ่มตัวอย่างทดลองเครื่องมือ กลุ่มเดียวแล้วหาความเชื่อมั่นได้ ข้อตกลงเบื้องต้นของวิธีนี้คือ เครื่องมือชุดนั้นต้องวัดลักษณะเดียวกันร่วมกันและการให้คะแนนที่เป็น Dichotomous คือ ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน การหาความเชื่อมั่นวิธีนี้เป็นการหาความคงตัวภายใน (Internal Consistency)

5. แบบของ Cronbach ในกรณีที่เครื่องมือที่สร้างให้คะแนนแบบจัดอันดับหรือมาตราส่วนประมาณค่า เช่น ข้อสอบอัตนัย แบบสอบถาม มาตรวัดทัศนคติต่าง ๆ ครอนบัคเสนอแนะให้ใช้การหาค่าความเชื่อมั่นโดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient)

6. แบบวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of variance) ซึ่งเป็นวิธีที่ฮอยท์ (Hoyt) เป็นผู้คิดขึ้น เป็นวิธีที่ใช้กับเครื่องมือที่ระบุการให้คะแนนไม่เป็น Dichotomous เช่น สัมภาษณ์ ซึ่งมีผู้สัมภาษณ์และผู้ถูกสัมภาษณ์หลายคน

ความสอดคล้องระหว่างผู้ตรวจให้คะแนน (Interrater Agreement) การลงความเห็นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนนถูกอ้างอิงถึงระดับการตัดสินใจการให้คะแนนพฤติกรรม ที่ต้องการศึกษา เป็นความแตกต่างทางความคิดเห็นระหว่างผู้ตรวจให้คะแนน เป็นความจำทางการวัดผลทางจิตวิทยาที่นำข้อมูลเป็นรายบุคคลและคะแนนรวมในวิชาต่าง ๆ ที่มีจุดมุ่งหมายกำหนดไว้

ตามวิธีการของการแสดงความคิดเห็นของผู้ตรวจให้คะแนน มีความตั้งใจในการนำมาใช้กับผู้ฝึกหัด หรือนักศึกษา หรือนักจิตวิทยา นักวัดผลและนักวิจัย

สรุปได้ว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบนักเรียนคนเดียวกันหลายครั้งในแบบทดสอบชุดเดิม ซึ่งการหาความเชื่อมั่นของแบบวัด คือความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลาย ๆ ครั้งแต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคลนั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอเมื่อเวลาผ่านไป จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดขึ้นมาหลายวิธีเพื่อให้แบบทดสอบได้มีคุณภาพต่อไป

กฎเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubric)

1. ความหมายของกฎเกณฑ์การให้คะแนน

เสาวนีย์ เกียร์ (2540 : 159) ได้กล่าวถึงความหมายของเกณฑ์การให้คะแนนไว้ว่า กฎเกณฑ์การให้คะแนนเป็นเครื่องมือในการให้คะแนนที่ประกอบด้วยประเด็นต่างๆ ที่จะใช้พิจารณางานหนึ่งๆ และคำอธิบายระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นประเมิน ซึ่งอาจเรียงลำดับตั้งแต่ดีเลิศไปจนถึงต้องปรับปรุง หรือให้เป็นระดับตัวเลขตั้งแต่มากที่สุด (เช่น 4) ไปจนถึงน้อยสุด (เช่น 0) ประเด็นประเมินอาจกำหนดเพิ่มเติมได้หลายข้อ คำอธิบาย ระดับคุณภาพควรอธิบายให้ชัดเจนที่กระชับที่สุด เป็นคำอธิบายที่สามารถบอกได้ว่า ทำไมต้องดีเลิศ ดี ปรับปรุง

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ (2544 : 90) ได้กล่าวถึงความหมายของเกณฑ์การให้คะแนนไว้ว่า เป็นชุดของแนวทางในการให้คะแนนผลการปฏิบัติเรื่องใดเรื่องหนึ่ง สำหรับใช้ประเมินคุณภาพ การปฏิบัติงานของผู้เรียน แนวทางในการให้คะแนนนั้น อาจทำในรูปของมาตรประเมินค่าหรือแบบตรวจสอบรายการจากการศึกษาดังกล่าว สรุปได้ว่า กฎเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubric) หมายถึง แนวทางที่กำหนดขึ้นเพื่อชี้บอกระดับของพฤติกรรมคุณภาพกระบวนการทำงานและผลลัพธ์หรือสิ่งที่ต้องการ ซึ่งได้มาจากการพิจารณาผลของผู้ตรวจให้คะแนนทำให้เกิดความเข้าใจตรงกัน กฎเกณฑ์การให้คะแนนมีส่วนสำคัญในการส่งเสริมการเรียนรู้ ทำให้เป้าหมายการแสดงออกของนักเรียนชัดเจนขึ้น นำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์หรือสมรรถภาพที่สำคัญของมาตรฐานการศึกษา

การสร้างกฎเกณฑ์การให้คะแนน

การสร้างกฎเกณฑ์การให้คะแนนมีขั้นตอนในการดำเนินการ 7 ขั้นตอน (โครงการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์. ม.ป.ป.) ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ของนักเรียน

วิเคราะห์ผลการเรียนของนักเรียนในแต่ละจุดประสงค์ หรือแต่ละหัวเรื่อง(Theme)

เมื่อ นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนแล้วจะเกิดผลการเรียนรู้อะไรบ้าง ผลการเรียนเของ นักเรียนไม่จำเป็นจะต้องมีครบทุกประเภท ทุกครั้งที่นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมการเรียน บางครั้งในการวางแผนการสอนครูคาดหวังในผลการเรียนรู้ของนักเรียนเพียงกระบวนการ อย่างเดียวบางครั้งครูคาดหวังทั้งกระบวนการและผลงาน

ตัวอย่าง

การพูดอภิปรายเกี่ยวกับเรื่องราวต่างๆ ในชีวิตประจำวันผลการเรียนรู้ของนักเรียน ที่ครูคาดหวัง

1. การวางแผนการจัดอภิปราย
2. การกำหนดเค้าโครงและรูปแบบการอภิปราย
3. การพูดอภิปรายที่ดี

ขั้นที่ 2 กำหนดประเด็นที่จะต้องประเนิน

กำหนดประเด็นที่ต้องการประเนิน อาจให้นักเรียนร่วมกันเสนอความคิดในการ กำหนด ประเด็นประเนินผลการเรียนรู้แต่ละอย่างของเขาเอง เช่น ครูกำหนดว่า ถ้าเราจะดูคนดี จะดูอย่างไรบ้าง ให้นักเรียนช่วยกันเสนอประเด็นที่จะดูคนดี ซึ่งมีประเด็นมากมายเป็นของ นักเรียนเอง แต่อย่างไรก็ ตามเนื่องจากในการวางแผนการสอน ครูผู้สอนได้มีการคาดหวัง ความสำเร็จจากการเรียนของนักเรียน เอาไว้ล่วงหน้าแล้ว จึงควรกำหนดรายการประเมิน ที่สำคัญๆของความสำเร็จจากการเรียนแต่ละด้าน เอาไว้ล่วงหน้าด้วยเพื่อจะได้แจ้งให้นักเรียน ทราบและเพื่อการตรวจสอบผลงานของนักเรียนเอง

ตัวอย่างประเนินการอภิปราย / รายการประเนิน

1. การแสดงความคิดเห็น
2. เนื้อหาสาระ
3. การกำหนดประเด็นอภิปราย
4. การใช้ถ้อยคำ
5. การรักษาเวลา

ขั้นที่ 3 การคัดเลือกประเด็นประเมินที่สำคัญ

การกำหนดประเด็นที่จะต้องประเมิน เราจะพบว่า ในผลการเรียนรู้หนึ่งอย่างจะมี ประเด็น ที่ต้องการประเมินมาก โดยเฉพาะถ้าเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเสนอ ประเด็นประเมินด้วยแล้ว จะมีมุมมองในการประเมินที่หลากหลาย หรือรวมประเด็นที่สำคัญ ๆ

ขั้นที่ 4 เลือกรูปแบบในการสร้างเกณฑ์

การประเมินการสร้างเกณฑ์การประเมินผลการเรียนเของนักเรียน เพื่อพิจารณาตัดสินให้ คะแนน (Scoring Rubric) มีรูปแบบในการสร้าง 2 แบบ

รูปแบบที่ 1 การให้คะแนนแบบรวมองค์ประกอบ (Holistic Scoring Rubric)

การสร้างเกณฑ์การประเมินแบบองค์ประกอบ หมายถึง การให้คะแนนผลการเรียนรู้โดยรวมทุกประเด็นที่กำหนดเพื่อการประเมิน แล้วเขียนอธิบายคุณภาพของผลการเรียนรู้แต่ละระดับ

ตัวอย่าง รูปแบบการให้คะแนนเป็นภาพรวม

ประเมินความสามารถในการอ่านจับใจความสำคัญ/ประเด็นประเมิน

1. การตอบคำถามจากเรื่องที่อ่าน
2. การบอกความสำคัญของเรื่องที่อ่าน
3. การมีข้อคิดจากเรื่องที่อ่าน
4. การเสนอความคิดเห็นจากเรื่องที่อ่าน

คุณภาพระดับ 3 หมายถึง ตอบคำถามจากเรื่องที่อ่านถูกต้อง บอกเนื้อหาสาระถูกต้อง ได้ใจความต่อเนื่อง บอกข้อคิดได้ตรงประเด็นสมบูรณ์เสนอแนะ ความคิดเห็นถ้วยเหคุผลและประโยชน์

คุณภาพระดับ 2 หมายถึง ตอบคำถามจากเรื่องที่อ่านผิดไม่เกิน 3 ข้อ จาก 5 ข้อ บอกเนื้อหาสาระได้ถูกต้อง แต่วกวน บอกข้อคิดได้ตรงประเด็น แต่ไม่ต่อเนื่อง เสนอความคิดเห็นด้วยเหตุผล

คุณภาพระดับ 1 หมายถึง ตอบคำถามจากเรื่องที่อ่านผิดมากกว่า 3 ข้อ ใน 5 ข้อบอกเนื้อหาสาระได้บ้าง บอกข้อคิดได้บ้าง แต่วกวน เสนอความ คิดเห็นแต่ไม่แสดงเหตุผล

รูปแบบที่ 2 การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring Rubric)

การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ หมายถึง การให้คะแนนโดยการแยกองค์ประกอบ ของสิ่งที่จะประเมิน เพื่อให้มองเห็นคุณภาพของงาน หรือความสามารถของนักเรียนให้อย่างชัดเจน ผลการประเมินจะบ่งบอกถึงจุดเด่น จุดห้อยของแต่ละประเด็นได้ชัดเจน การสร้างเกณฑ์การประเมิน ในรูปแบบนี้จะต้องเขียนคำอธิบายคุณภาพของงานในแต่ละองค์ประกอบ และแต่ละระดับขององค์ประกอบให้ชัดเจน

ตัวอย่าง รูปแบบการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ

ประเมิน ความสามารถในการอ่านจับใจความสำคัญประเด็นประเมิน

1. การตอบคำถามจากเรื่องที่อ่าน

2. การบอกความสำคัญของเรื่องที่อ่าน

3. การมีข้อคิดจากเรื่องที่อ่าน

4. การเสนอความคิดเห็นจากเรื่องที่อ่าน

ประเด็นประเมิน

1. การตอบคำถามจากเรื่องที่อ่าน

3 (ดี) หมายถึง ตอบคำถามถูกต้อง

2 (พอใช้) หมายถึง ตอบคำถามไม่เกิน

1 (ควรปรับปรุง) หมายถึง ตอบคำถามผิดมากกว่า 3 ข้อจาก 5 ข้อ

2. การบอกความสำคัญของเรื่องที่อ่าน

3 (ดี) หมายถึง บอกเนื้อหาสาระถูกต้องได้ใจความต่อเนื่อง

2 (พอใช้) หมายถึง บอกเนื้อหาสาระถูกต้อง แต่กำกวม

1 (ควรปรับปรุง) หมายถึง บอกเนื้อหาสาระได้บ้าง

3. การบอกข้อคิดจากเรื่องที่อ่าน

3 (ดี) หมายถึง บอกข้อคิดได้ตรงประเด็นสมบูรณ์

2 (พอใช้) หมายถึง บอกข้อคิดได้ตรงประเด็นแต่ไม่ต่อเนื่อง

1 (ควรปรับปรุง) หมายถึง บอกข้อคิดได้บ้างแต่กำกวม

4. การเสนอความคิดเห็นจากเรื่องที่อ่าน

3 (ดี) หมายถึง เสนอความคิดเห็นด้วยเหตุผลและประโยชน์

2 (พอใช้) หมายถึง เสนอความคิดเห็นด้วยเหตุผล แต่มีประโยชน์น้อย

1 (ควรปรับปรุง) หมายถึง เสนอความคิดเห็นแต่ไม่แสดงเหตุผล

ขั้นที่ 5 กำหนดคาระดับคุณภาพในการประเมิน

ค่าระดับคุณภาพ คือ ตัวเลขที่บ่งบอกถึงคะแนนการประเมินผลการเรียนเของนักเรียน ซึ่งผู้สอนเป็นผู้กำหนด หรืออาจให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการกำหนดค่าระดับคุณภาพก็ได้ ตัวเลขค่าระดับคุณภาพอาจจะมีระดับ 0-1-2-3 หรือ 0-1-2-3-4 หรือ 0-10-15-20 ในกรณีกำหนดค่าระดับต่ำสุดที่เลข 0 นั้นหมายถึง นักเรียนไม่มีผลการเรียนรู้ หรือไม่มีผลงานเข้ารับการประเมินหรือไม่ดำเนินการประเมิน ตามรายการนั้น และกำหนดค่าระดับจาก 0-10 แสดงว่าผู้กำหนดค่าระดับคุณภาพ พิจารณาแล้วเห็นว่า คุณภาพของงานหรือสิ่งที่จะประเมินควรมีคะแนนสูงสุดคือ 10 เช่นการกำหนดค่าระดับในการ ประเมินการแข่งขันทักษะทางวิชาชีพระดับเขตการศึกษา ผู้เข้าแข่งขันเป็นผู้ได้รับการคัดเลือกจากจังหวัดมาแล้ว ถือว่าเคยผลิต

ผลงานที่มีคุณภาพมาก่อน

ขั้นที่ 6 บรรยายคุณภาพการประเมินแค่ละระดับ

เมื่อได้เลือกรูปแบบในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน และกำหนดค่าตัวเลขระดับแล้ว จะต้องเขียนคำอธิบายขอบข่ายการพิจารณาตัดสินให้คะแนนแค่ละระดับคุณภาพให้ชัดเจน ผลงาน หรือกระบวนการ

คุณภาพระดับ 4 ดีมาก

หมายถึง มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีการนำเสนอขอเท็จจริงและแสดงเหตุผลอย่างเหมาะสม มีการยกตัวอย่างเพื่อสนับสนุนประเด็นอภิปรายการออกเสียงถูกต้องชัดเจน มีมารยาทในการพูด และรักษาเวลาได้

คุณภาพระดับ 3 ดี

หมายถึง แสดงเหตุผลอย่างเหมาะสม แต่ขาดตัวอย่างเพื่อสนับสนุนประเด็นอภิปรายส่วนการออกเสียงคุกต้องชัดเจน มีมารยาทในการพูดและ รักษาเวลาได้ดี

คุณภาพระดับ 2 ใช้ได้

หมายถึง ไม่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีการนำเสนอข้อเท็จจริงและข้อคิดเห็นแต่ขาดการยกตัวอย่างเพื่อสนับสนุนประเด็นอภิปราย การออก

คุณภาพระดับ 1 ใช้ไม่ได้

หมายถึง มีการนำเสนอข้อเท็จจริงและข้อคิดเห็น แต่ขาดการยกตัวอย่างเพื่อสนับสนุนประเด็นอภิปราย การออกเสียงไม่ถูกต้อง ชัดเจน ขาดการรักษาเวลาและมารยาทในการพูด

คุณภาพระดับ 0

หมายถึง ไม่มีการอภิปราย

ขั้นที่ 7 กำหนดคะแนนการตัดสินระดับคุณภาพ

การประเมินผลงานหรือชิ้นงานเรามักจะได้ยินคำพูดเชิงการบ่งบอกถึงการจัดระดับคุณภาพ (เกรด) ของผลงาน เช่นพูดว่า ผลงานชิ้นนั้นดีมาก ชิ้นนั้นดี ชิ้นนั้นดีพอใช้แต่ไม่ได้บอกว่า คะแนนระหว่างเท่าไรถึงเท่าไรที่แสดงว่าผลงานดีมาก การกำหนดคะแนนการตัดสินระดับคุณภาพ เป็นการกำหนดช่วงคะแนนจากการประเมินผลการเรียนรู้

คะแนน 9-12 อยู่ในระดับ ดี

คะแนน 5-8 อยู่ในระดับพอใช้

คะแนน 1-4 อยู่ในระดับควรปรับปรุง

ชัยฤทธิ์ ศิลาเดช (2540 :68) ได้เสนอลำดับขั้นตอนการสร้างกฎเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) ไว้ดังนี้

1. กำหนดขั้นตอนหรือลักษณะเด่นของผลงานที่คาดหวังไว้ตามจุดมุ่งหมาย

2. จดหัวข้อรายการที่มีความสำคัญ และแสดงออกถึงการบรรลุจุดมุ่งหมายไว้อย่างชัดเจน

3. คัดเลือกเฉพาะรายการที่สามารถสังเกตได้หรือประเมินตัดสินได้

4. นำรายการที่เลือกไว้มากำหนดเป็นกระทงในการประเมิน โดยขยายให้ชัดเจนมากขึ้น ในลักษณะของพฤติกรรมที่สังเกตได้ หรือคุณลักษณะเด่นชัดที่ของผลงาน

5. สร้างเกณฑ์การประเมินในลักษณะของมาตรจัดอันดับคุณภาพ ที่ประกอบด้วยเกณฑ์ การประเมินผลงานในแต่ละทักษะย่อย

6. นำเกณฑ์การประเมินไปให้ผู้เชี่ยวชาญทางการวัดผลพิจารณาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา วิธีของโรวิเนลลี และเฮมเบิลตัน

7. เลือกตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่ไม่ได้เลือกเป็นผลงานดีเด่นมาทักษะละ 1 ผลงาน นำไปให้ผู้ตรวจให้คะแนนจำนวน 2 คน ทดลองใช้เกณฑ์การประเมินผลงานประเมินให้คะแนน ผลงานจนครบทุกทักษะ

8. หาความสอดคล้องของการให้คะแนนโดยใช้สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน และทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติด้วย t-test

กิ่งกาญจน์ สิรสุคนธ์ (2550 : 2) กล่าวว่า รูบริคเป็นเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่งใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานของทักเรียน รูบริคประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ที่ใช้ประเมิน การปฏิบัติหรือผลผลิตของทักเรียน และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน เกณฑ์จะบอกผู้สอนหรือผู้ประเมินว่าการปฏิบัติงานหรือผลงานนั้นๆจะต้องพิจารณาสิ่งใดบ้าง ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนจะบอกว่า การปฏิบัติหรือผลงานที่สมควรจะได้รับคุณภาพหรือระดับคะแนนนั้นๆของเกณฑ์ แต่ละตัวมีลักษณะอย่างไร รูบริคจึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะ (Specification) ของการปฏิบัติหรือผลงานนั้นๆในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณหรือทั้งสองประการรวมกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน การใช้รูบริคมีประโยชน์สำหรับครูและนักเรียนหลายประการ ดังนี้

1. รูบริคเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพมากทั้งในการเรียนและการสอนการประเมินช่วย ปรับปรุงพัฒนาการปฏิบัติหรือการแสดงออกของนักเรียน ในขณะเดียวกันก็ช่วยควบคุมการปฏิบัตินั้นๆด้วยโดยครูต้องกำหนดความต้องการหรือความคาดหวังในผลงานขอนักเรียน

อย่างชัดเจน และแสดงให้นักเรียนทราบว่าจะทำให้ถึงความคาดหวังนั้นได้อย่างไร ซึ่งมักปรากฏในผลงานและการเรียนรู้ของนักเรียนพัฒนาขึ้นอย่างเห็นชัดเจน

2. รูบริคช่วยให้นักเรียนตัดสินใจตัดสินคุณภาพผลงานของตนเองและของคน อื่นๆ อย่างมีเหตุผล เมื่อรูบริคเป็นแนวทางการประเมินนักเรียนจะสามารถชีแนะและแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลงานของตนเองและผู้อื่นได้ตรงจุด

3. รูบริคช่วยลดเวลาครูในการประเมินงานของนักเรียนผลงานที่ผ่านการประเมินโดยเจ้าของผลงานเองและโดยกลุ่มซึ่งยึดเกณฑ์หรือรูบริคเป็นหลักนั้น ทำให้ข้อบกพร่องมีน้อยมากเมื่อมาถึงมือครู หากมีสิ่งใดต้องปรับปรุงบอกกล่าวกัน ครูก็เพียงแต่วางประเด็นนั้นในรูบริค นอกจากนี้ รูบริคยังช่วยให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนมากขึ้น เกี่ยวกับจุดเด่นและสิ่งที่ต้องปรับปรุง

4. รูบริคมีความยืดหยุ่น คือ มีระดับคุณภาพตั้งแต่ดีเยี่ยมจนถึงต้องปรับปรุง ทำให้ครูนำไปใช้กับนักเรียนที่คละความสามารถได้คือนำไปใช้กับนักเรียนที่เรียนเก่งจนถึงนักเรียนที่เรียนอ่อน โดยใช้เกณฑ์สะท้อนผลงานของเขา

5. รูบริคใช้ง่ายและอธิบายได้ง่าย นักเรียนจะรู้ชัดเจนว่าเรียนรู้อะไรบ้าง ในปลายปีเขาก็จะประเมินได้อย่างถูกต้อง ผู้ปกครองก็เกิดความกระตือรือร้น และรู้ชัดเจนว่าลูกหลานจะต้องทำ อย่างไรเพื่อให้ประสบความสำเร็จ

ชนิดของรูบริค

รูบริดมี 2 ชนิด คือ แบบภาพรวม (Holistic) และแบบแยกส่วน (Analytic) ดังนี้

รูบริคแบบภาพรวม

Nitko (2001 : 159) กล่าวว่า รูบริคแบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้ นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงานคะแนนที่ ใช้รูบริคแบบภาพรวมคือ คุณภาพโดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะซึ่งเป็นการประเมินระดับมิติเดียว (Mertler. 2001 : 145) การใช้รูบริคแบบภาพรวม ทำให้กระบวนการให้คะแนนเร็วกว่า การใช้รูบริคแบบแยกส่วน (Nitko. 2001 : 159) ดังนั้น ครูจึงต้องอ่านพิจารณาและตรวจสอบการปฏิบัติของนักเรียนโดยตลอดเพื่อให้รู้สึกรับรู้ถึงภาพรวมว่านักเรียน ทำอะไรได้และยังใช้เป็นการประเมินสรุปได้ด้วย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

5 คะแนน แสดงความเข้าใจปัญหาอย่างสมบูรณ์ คำตอบประกอบด้วยทุกประเด็นที่ต้องการ

4 คะแนน แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ

3 คะแนน แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ

2 คะแนน แสดงความเข้าใจปัญหาเพียงเล็กน้อย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ตองการไม่ปรากฏ

1 คะแนน แสดงความไม่เข้าใจปัญหา

รูบริคแบบแยกส่วน

นิยมใช้เมื่อต้องการเน้นชนิดหรือลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง (Nitko.2001 : 159) นั่นคือ ใช้สำหรับการปฏิบัติงานที่ยอมรับการตอบสนอง 1 หรือ 2 ลักษณะ และความคิดสร้างสรรค์ ไม่ได้เป็นประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการตอบสนองของนักเรียนนอกจากนี้ผลลัพธ์ขั้นต้นจะมีคะแนนหลายตัว ตามด้วยคะแนนรวมซึ่งใช้เป็นตัวแทนการประเมินหลายมิติ (Mertler.2001:145) การใช้รูบริค แบบแยกส่วนทำให้กระบวนการให้คะแนนช้า เนื่องจากเป็นการประเมินหลายทักษะหรือหลายคุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครูต้องใช้เวลาตรวจผลงานหลายครั้ง การสร้างและการใช้รูบริค แบบแยกส่วนจึงใช้เวลามาก ซึ่งมีกฎทั่ว ๆไปว่าผลงานของแต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ละด้านในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนั้นการใช้รูบริคแบบแยกส่วนจึงได้ผลค่อนข้างสมบูรณ์ผล สะท้อนกลับของการปฏิบัติของตนตามเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งถ้าใช้รูบริคแบบภาพรวมจะไม่ปรากฏ รายละเอียดนี้ ครูที่ใช้รูบริคแบบแยกส่วนจึงสามารถที่จะสร้างเส้นภาพ(Profile) จุดเด่น - จุดด้อยของ นักเรียนแต่ละคนได้ ดังต้นแบบรูบริคแบบแยกส่วน

จากตัวอย่างรูบริคทั้ง 2 แบบ จะเห็นว่า ระดับการปฏิบัติที่หลากหลายของนักเรียนสามารถบรรยายได้ทั้งในด้านปริมาณหรือคุณภาพ บางครั้งครูอาจต้องการใช้ด้านปริมาณและคุณภาพหารูบริคมี 4 ระดับ ทางด้านปริมาณก็มักใช้ 1 ถึง 4 ทางด้านคุณภาพก็มักใช้คำที่ยืดหยุ่นได้มาก คำที่ใช้ กันทั่วๆไปก็คือ เชี่ยวชาญ ชำนาญ ขั้นฝึกหัด นั่นคือ ใช้คำอธิบายที่เหมาะสมกับงาน

ข้อยุ่งยากประการหนึ่งในการให้คะแนนงานของนักเรียนโดยใช้รูบริค คือ การแปลงเป็นเกรด ไม่ควรคิดถึงรูบริคโดยนำไปเทียบกับคะแนนร้อยละ (Trice. 2000 :134) เช่น ถ้ารูบริคมี 6 ระดับ ระดับ 3 ไม่ควรถือว่าเท่ากับ 50% กระบวนการเปลี่ยนแปลงคะแนนรูบริคเป็นเกรดนั่นเป็น กระบวนการทางตรรกะมากกว่ากระบวนการทางคณิตศาสตร์ Trice แนะนำว่า ระบบ

การใช้คะแนนรูบริคมักพิจารณาจากค่าเฉลี่ย คือ คะแนนอยู่ที่ค่าเฉลี่ยหรือสูงกว่าค่าเฉลี่ย (ซึ่งที่ค่าเฉลี่ยจะแปลงเป็น เกรด C) มากกว่ากล่าวถึงคะแนนที่ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย ตัวอย่างเช่น ถ้ารูบริคประกอบด้วย 9 ลำดับขั้น การปรับเกรดและลำดับขั้น การปรับเกรดและลำดับขั้นจะเป็น ดังนั้น

เมื่อเปลี่ยนคะแนนรูบริคกลับไปเป็นเกรด (โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษา) หรือเปลี่ยน คะแนนรูบริคเป็นการบรรยายภาพผลสะท้อนกลับ (ในระดับประถมศึกษา) แล้วต้อง

แนวทาง ที่จะทำให้สำเร็จนั้นไม่ได้มีเพียงทางเดียว ครูจะต้องหาหรือจัดทำระบบของตนเองที่จะเปลี่ยนรูบริค เป็นเกรดได้อย่างเหมาะสมลงตัว ตลอดจนระบบการรายงานผลการปฏิบัติของตนเอง

ขั้นตอนการออกแบบรูบริคมี 7 ประการ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตรวจทานจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องใช้ในการทำงาน เป็นการจับคู่แนวทางการให้คะแนนกับจุดประสงค์และการชี้แนะตามความเป็นจริง

ขั้นที่ 2 อธิบายคุณลักษณะที่ต้องการสังเกตเป็นพิเศษซึ่งครูต้องการเห็น (และที่ไม่ต้องการเห็น) นักเรียนแสดงออกในผลผลิตกระบวนการหรือการปฏิบัติ นั้นคืออธิบายคุณลักษณะทักษะหรือพฤติกรรมที่ครูต้องการเห็น รวมทั้งข้อผิดพลาดทั่ว ๆ ไปที่ไม่ต้องการเกิด

ขั้นที่ 3 หาวิธีการต่างๆที่จะอธิบายลักษณะการปฏิบัติที่สูงกว่าระดับค่าเฉลี่ย และต่ำกว่าระดับค่าเฉลี่ยสำหรับแต่ละคุณลักษณะที่สังเกตจากขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 สำหรับรูบริคแบบภาพรวม เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานที่ไม่ดีโดยรวมทุกเกณฑ์เข้าด้วยกันเป็นข้อความเดียว สำหรับรูบริคแบบแยกส่วนเขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานไม่ดี โดยแยกต่างหากแต่ละเกณฑ์

ขันที่ 5 สำหรับแบบภาพรวม เขียนรายละเอียดการปฏิบัติที่อยู่ในระหว่างกลางของระดับสูงกว่าค่าเฉลี่ย ระดับค่าเฉลี่ยและระดับต่ำกว่าค่าเฉลี่ย เพื่อให้รูบริคสมบูรณ์สำหรับรูบริคแบบแยกส่วน เขียนรายละเอียดสำหรับการปฏิบัติที่อยู่ระหว่างกลางของทุกเกณฑ์

ขั้นที 6 รวบรวมตัวอย่างผลงานของนักเรียน ซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละระดับ ซึ่งจะช่วยการให้คะแนนของครูในอนาคต

ขั้นที่ 7 ทบทวนรูบริคที่ทำแล้ว (ถ้าจำเป็น)

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนและเกณฑ์การแปลความหมายพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวมมาจาก Nitko (2001 : 159) โดยมี

รายละเอียดดังต่อไปนี้

0 คะแนน หมายถึงไม่สามารถบอกส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

1 คะแนน หมายถึง อธิบายไม่เข้าใจ ใช้สัญลักษณ์ถูกต้องบางส่วน หรือ แสดงความเข้าใจไม่เป็นลำดับขั้นตอน ไม่ชัดเจน

2 คะแนน หมายถึง สามารถอธิบายได้เป็นบางส่วน ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์

3 คะแนน หมายถึง สามารถอธิบายได้ชัดเจน ให้เหตุผลได้ถูกต้อง แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ ข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

4 คะแนน หมายถึง ให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบทั้งหมดของสถานการณ์ปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

และมีการเกณฑ์การแปลความหมายพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

0-8 คะแนน มีระดับพัฒนาการในระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน หมายถึง ความรู้เดิมที่ใช้เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ ระดับความเข้าใจในระดับนี้จะเป็นจุดเริ่มต้นในการพัฒนาความรู้ ทางคณิตศาสตร์ โดยการที่นักเรียนนำเอาความรู้นี้มาใช้ในการสร้างความหมายเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนกำลังจัดกระทำอยู่

9-16 คะแนน มีพัฒนาการในระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนใช้ความรู้พื้นฐานมาสร้างความหมายจากการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรมหรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

17-24 คะแนน มีพัฒนาการในระดับที่ 3 การมีมโนภาพ หมายถึง ความเข้าใจที่พัฒนาจากการที่นักเรียนจัดกระทำกับสื่อหรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์จนกระทั่งสามารถที่จะสร้างภาพที่คิดในใจได้ ทั้งสามารถอธิบาย สะท้อน หรือคิดย้อนกลับกระบวนการสร้างนั้นโดยไม่จำเป็นต้องแสดงการจัดกระทำดังเช่นในระดับการสร้างมโนภาพ โดยไม่จำเป็นต้องอาศัยการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม

25-32 คะแนน มีพัฒนาการในระดับที่ 4 สังเกตคุณสมบัติ หมายถึง เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงมโนภาพที่มีโดยการจัดกระทำหรือรวมมโนภาพนั้นเพื่อสร้างบริบทที่เกี่ยวกับคุณสมบัติ

33-40 คะแนน มีพัฒนาการในระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนสามารถหาข้อสรุปในเชิงนามธรรม (สร้างมโนทัศน์ได้) หรือข้อสรุปในกรณีทั่วไปได้

แบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์ (Interview)

การสัมภาษณ์ เป็นการสนทนาหรือการพูดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูลเพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้วยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีก และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

นิภา เมธาวีชัย (2543 :32) กล่าวถึงความหมายของการสัมภาษณ์ว่า เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคลโดยการสนทนา ซักถามโต้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์โครงสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดง ความสนใจขณะสัมภาษณ์และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

วัฒนา พัชราวานิช (2540 : 127-128) กล่าวถึงความหมายของการสัมภาษณ์ว่า เป็นการค้นหาข้อเท็จจริง และทำให้ทราบความต้องการของเด็กเป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้นทำให้ ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริงโดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้ นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

คณะศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. 2547 : 127) กล่าวถึงความหมายของการสัมภาษณ์ว่า เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียน

เข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุด ในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์ หมายถึง การค้นหาความจริง โดยมีวิธีเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยวิธีการ สนทนา พูดคุย ซักถาม เพื่อวิเคราะห์เหตุผล และแนวคิดในการทำแบบทดสอบซึ่งสนการสนทนา ดังกล่าวนอกจากการใช้คำพูดแล้วยังต้องใช้ตาและหูเพื่อดูและฟังประกอบการพิจารณาเพื่อหาข้อเท็จจริงอีกด้วย ซึ่งในการสัมภาษณ์นั้นผู้สัมภาษณ์จะต้องมีการวางแผนการสัมภาษณ์ก่อนการสัมภาษณ์ ไม่ว่าจะเป็นในส่วนของคำถาม เครื่องมือที่ใช้ ในการบันทึกหรือแม้กระมั่งสิ่งที่ต้องการจาก การสัมภาษณ์ในแต่ละครั้ง

ประเภทของแบบสัมภาษณ์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ทัศนะของประเภทของแบบสัมภาษณ์ ดังนี้

ไพศาล วรคำ (2554 : 253-254) กล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ มี 2 ประเภท คือ

1. แบบมีโครงสร้าง มีลักษณะคล้ายกับแบบสอบถาม คือ มีการเตรียมคำถามไว้ในแบบฟอร์ม ผลจากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับคำถามในแบบฟอร์มที่กำหนด เหมาะสำหรับผู้สัมภาษณ์ที่ ไม่ค่อยมีเวลาและยังไม่มีความชำนาญในการสัมภาษณ์

2. แบบไม่มีโครงสร้าง จะมีเฉพาะหัวข้อหรือ แนวทางในการสัมภาษณ์เท่านั้น เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ้ง เปิดโอกาสให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็น ได้อย่างเต็มที่

บุญชม ศรีสะอาด (2545 : 78-80) กล่าวถึงแบ่งประเภทของการสัมภาษณ์ออกเป็นหลายแบบ ในที่นี้จะกล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ที่แบ่งตามเทคนิคการสัมภาษณ์ ซึ่งแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured Interview) การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะทำการสัมภาษณ์ตามคำถามที่ได้สร้างขึ้นและพิมพ์ไว้ในแบบสัมภาษณ์ผู้ให้สัมภาษณ์ทุกคนจะตอบคำถามชุดเดียวกัน อย่างเดียวกัน ผู้สัมภาษณ์จะจดบันทึกคำตอบของผู้ให้สัมภาษณ์ลงใน แบบสัมภาษณ์นั้น ข้อดีของการสัมภาษณ์แบบนี้คือผู้วิจัยสามารถจัดหมวดหมู่ สรุปได้ง่าย และลดเวลา ในการสัมภาษณ์

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview) เป็นการสัมภาษณ์ ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน และผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงสถานการณ์ให้เหมาะสมตามวัตถุประสงค์ในขณะสัมภาษณ์ได้ในการสัมภาษณ์แบบนี้อาจมีแนวการสัมภาษณ์ (Interview Guide) ซึ่งจะมีหัวข้อของข้อมูลที่ต้องการระบุไว้ เพื่อให้ผู้

สัมภาษณ์จะได้ตั้งคำถามในแต่ละหัวข้อเอง ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความสามารถและความชำนาญในการสัมภาษณ์มาก

รวีวรรณ ชินตระกูล (2547 : 119-120) ได้แบ่งประเภทของการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) การสัมภาษณ์วิธีนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแปนอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถามเหมือนกันทุกข้อ คำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่ จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำ ความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่ จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured fom) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ(Non-directive interview) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้น สิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถาม ตามสถานการณ์ระหว่าง การสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่างๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึก นึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์ จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็น ในเรื่องต่างๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็น การสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุดเพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้วจึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้นๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการ

ทราบถึงเหตุผลต่างๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้ยเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

นอกจากนี้ แบบสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อค้นหาข้อมูลความเป็นจริง ซึ่งแบบสัมภาษณ์ที่ดีจะต้องมีลักษณะที่สำคัญ 6 ประเด็น ได้แก่ 1. ส่วนประกอบของแบบสัมภาษณ์ 2. หลักในการสัมภาษณ์ 3. คุณสมบัติของผู้สัมภาษณ์ที่ดี 4. ข้อดีและข้อจำกัดของการสัมภาษณ์ 5. การสร้างแบบสัมภาษณ์ และ 6. การหาคุณภาพของแบบสัมภาษณ์ โดยมีรายละเอียดแต่ละประเด็นดังต่อไปนี้ (รวีวรรณ ชินตระกูล , 2547 : 125-132)

1. ส่วนประกอบของแบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์โดยทั่วไป จะประกอบไปด้วยส่วนที่สำคัญ 3 ส่วน คือ

1. ส่วนแรก เป็นส่วนที่ใช้บันทึกข้อมูลเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ เช่น ชื่อโครงการวิจัย วัน เดือน ปี ที่สัมภาษณ์ ชื่อหมู่บ้าน ตำบล อำเภอ จังหวัด ฯลฯ ในส่วนนี้ ผู้สัมภาษณ์ควรกรอกไว้ล่วงหน้า

2. ส่วนที่สอง เป็นส่วนที่ใช้บันทึกรายละเอียดส่วนตัวของผู้ให้การสัมภาษณ์ เช่น เพศ อายุ อาชีพ ศาสนา สถานภาพสมรส จำนวนบุตร ฯลฯ

3. ส่วนที่สาม เป็นส่วนที่เป็นข้อคำถาม และที่จะเป็นคำตอบตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์

2. หลักในการสัมภาษณ์

เพื่อให้การรวบรวมข้อมูลโดยการสัมภาษณ์ดำเนินไปได้อย่างดี ได้ข้อมูล ที่ถูกต้องเที่ยงตรง ควรมีหลักดังนี้

1. การเตรียมตัวก่อนไปสัมภาษณ์

ผู้สัมภาษณ์ต้องเข้าใจจุดประสงค์ของการวิจัยอย่างแจ่มชัด

1.1 ท่าการนัดแนะเวลาและสถานที่สัมภาษณ์กับกลุ่มตัวอย่างที่จะไปสัมภาษณ์ กรณีที่จะไปสัมภาษณ์กับประชาชนในหมู่บ้าน ควรทำหนังสือขออนุญาตไปยัง ฝ่ายปกครอง เช่น นายอำเภอ กำนัน ไว้ล่วงหน้า อาจนัดสัมภาษณ์รวมกันที่วัด หรือไปสัมภาษณ์ตามบ้านของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งจะต้องศึกษาแผนที่หมู่บ้านและกำหนดเขตสัมภาษณ์ของ แต่ละคนให้ชัดเจน จะได้ไม่สัมภาษณ์ซ้ำซ้อนกันในกรณีสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง ผู้วิจัยเข้าไปคลุกคลีอยู่ในบ้าน อยู่แล้ว และจะพบปะพูดคุยกันตามโอกาสที่เหมาะสม จึงไม่จำเป็นต้องดำเนินการตามข้อ 1.2

1.2 กรณีสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง จะต้องเตรียมแบบสัมภาษณ์ไว้ล่วงหน้า

1.3 ทำการซักซ้อมการสัมภาษณ์รวมทั้งวิธีบันทึกข้อมูลไว้ล่วงหน้า ให้คล่องแคล่ว ไม่ ประหม่าหรือเก้อเขิน ถ้าเป็นไปได้ควรท่องจำคำถามต่าง ๆ ไว้ ซึ่งจะช่วยให้ดำเนินการสัมภาษณ์ไปได้อย่างราบรื่น

2. การเริ่มต้น

2.1 ก่อนเริ่มสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรแนะนำตนเอง บอกจุดมุ่งหมาย ของการสัมภาษณ์ให้ผู้ที่จะให้สัมภาษณ์เข้าใจ

2.2 สร้างความคุ้นเคย ความเป็นมิตร โดยสนทนาในเรื่องที่คาดว่าผู้ให้สัมภาษณ์จะสนใจ โดยใช้เวลาเล็กน้อย

3. การดำเนินการสัมภาษณ์

3.1 ผู้สัมภาษณ์ต้องมีกิริยาสุภาพเรียบร้อย ยิ้มแย้มแจ่มใส

3.2 ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย ชัดเจน ไม่แปลได้หลายทาง เหมาะสำหรับระดับผู้ให้สัมภาษณ์

3.3.ใช้คำถามที่สามารถตอบได้ทันที

3.4 สัมภาษณ์ทีละคำถาม

3.5 ผู้สัมภาษณ์ต้องมีพื้นความรู้อย่างดีในเรื่องที่จะสัมภาษณ์

3.6 ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจคำถาม ก็ตั้งคำถามใหม่หรืออธิบายคำถาม ให้เข้าใจ

3.7 การจดบันทึกคำตอบควรทำอย่างรวดเร็ว

3.8 ไม่เร่งรัดหรือคาดคั้นคำตอบจากผู้ให้สัมภาษณ์

3.9 ไม่ใช้คำถามที่เป็นการชี้แนะคำตอบ

3.10 ไม่วิพากษ์วิจารณ์หรือชุดในลักษณะที่เป็นการสั่งสอนผู้ให้สัมภาษณ์

3.11 กล่าวแสดงความขอบคุณผู้ให้สัมภาษณ์ หลังจากสัมภาษณ์เสร็จแล้ว

3. คุณสมบัติของผู้สัมภาษณ์ที่ดี

สัมภาษณ์ที่ดีควรมีคุณสมบัติ ดังนี้

1. มีบุคลิกภาพที่ดี ผู้สัมภาษณ์ควรมีกิริยามารยาทสุภาพ เรียบร้อย นิ่มนวล แจ่มใส ซึ่งจะช่วยให้บรรยากาศการสัมภาษณ์เป็นไปด้วยดี โน้มน้าวให้ผู้สัมภาษณ์อยากให้ความร่วมมืออย่างจริงใจ

2. มีมนุษยสัมพันธ์ดี ผู้สัมภาษณ์ควรเป็นผู้มีมนุษยสัมพันธ์ที่ดี สามารถติดต่อสื่อสารกับคนอื่นได้อย่างคล่องแคล่ว

3. มีไหวพริบดี ผู้สัมภาษณ์ที่ดีควรริบรูสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว แก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้อย่างมีประสิทธิภาพและทันต่อเหตุการณ์

4. เป็นคนช่างสังเกต ในการสัมภาษณ์ถ้าผู้สัมภาษณ์เป็นคนช่างสังเกต จะช่วยให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์และเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งช่วยในการตัดสินใจ และนำมาประกอบการแปลความหมายข้อมูล

5. มีความซื่อสัตย์ ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความซื่อสัตย์ต่อข้อมูล ไม่ทำการบิดเบือน แปลความ ตีความหรือสรุป ขัดแย้งไปจากข้อความจริงที่ตนได้รับ

6. มีความรับผิดชอบในการสัมภาษณ์ ทำการสัมภาษณ์ด้วยความสนใจใคร่รู้มีความตั้งใจให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้อง เที่ยงตรง

7. มีความอดทน ในการสัมภาษณ์บุคคลอื่น บางครั้งต้องเดินทางไปสัมภาษณ์คนที่ไม่รู้จักและอยู่ห่างไกล ใช้เวลาสัมภาษณ์นาน ผู้ให้สัมภาษณ์บางคนอาจมีกริยาอาการหรือบุคลิกภาพที่ไม่ค่อยเหมาะสมในสายตาของผู้สัมภาษณ์การแต่งกายไม่สะอาด ฯลฯ ซึ่งผู้สัมภาษณ์จะต้องใช้ความอดทนมีความเห็นอกเห็นใจคนอื่น

4. **ข้อดีและข้อจำกัดของการสัมภาษณ์**

ข้อดีของการสัมภาษณ์

1. เป็นเทคนิคที่ใช้รวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างตั้งแต่วัยเด็กถึงวัยชรา เหมาะอย่างยิ่งสำหรับผู้ที่อ่านไม่ออกเขียนไม่ได้หรือมีปัญหาในการอ่านและเขียน

2. สามารถปรับคำถามให้ชัดเจนขึ้นได้ ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจก็เปลี่ยนคำถามให้เกิดความเข้าใจได้

3. ผู้ให้สัมภาษณ์จะให้ความร่วมมือมากกว่าวิธีส่งแบบสอบถามไปให้ตอบ

4. ระหว่างการสัมภาษณ์สามารถสังเกตความจริงใจในการตอบของ ผู้ถูกสัมภาษณ์จากกิริยา ท่าทางได้

5. ระหว่างการสัมภาษณ์ตรวจสอบคำตอบได้และสามารถหาข้อมูลได้ลึกขึ้นเมื่อเกิดข้อสงสัยในคำตอบ

ข้อจำกัดของการสัมภาษณ์

1. ต้องใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูลมาก การสัมภาษณ์แต่ละครั้งจะต้องใช้เวลาในการเดินทางไปกลับ ในการสัมภาษณ์แต่ละคน ดังนั้นจึงต้องใช้ความพยายามและค่าใช้จ่ายสูง

2. ผู้ให้สัมภาษณ์อาจตอบไม่ตรงกับข้อความจริงของตนด้วยความจงใจ

3. คุณภาพข้อมูลที่ได้ขึ้นอยู่กับคุณภาพของผู้สัมภาษณ์

5. การสร้างแบบสัมภาษณ์

การสร้างแบบสัมภาษณ์มีขั้นตอนน้อยกว่าประเภทอื่นๆ เพราะ มักเป็นคำถามกว้างๆ ให้ผู้ตอบ ตอบโดยอิสระและได้ข้อมูลที่เป็นความจริงมากที่สุด ซึ่งมี 3 ขั้นตอนสำคัญ คือ

1. ศึกษาทฤษฎี หลักการ ตัวแปร หรือประเด็นสำคัญที่ต้องการทราบข้อมูล

2. สร้างข้อคำถามให้สัมพันธ์กับประเด็นหรือคำสำคัญที่ต้องการทราบข้อมูล โดยยึดหลัก ดังนี้

2.1 ไม่ใช้คำถามที่เป็นการชักนำให้เกิดคำตอบที่ต้องการ

2.2 ไม่ใช้คำถามที่ทำให้ผู้ตอบรู้สึกต่อต้าน หรือทำให้เกิดอคติในการตอบข้อมูล

2.3 ไม่ใช้คำถามที่เป็นความขัดแย้งค่านิยมของสังคม เพราะผู้ตอบจะตอบตามค่านิยม ทำให้ไม่ได้รับความจริง

2.4 นำแบบสัมภาษณ์ที่ออกแบบข้อคำถามไปตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา

2.5 นำแบบสัมภาษณ์ที่ผ่านการทดสอบความตรงทดลองใช้กับผู้ที่มีลักษณะใกล้เคียง

6. การตรวจสอบคุณภาพของแบบสัมภาษณ์

1. ความตรง: ตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ

1.1 ความครบถ้วนของคำถาม

1.2 ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ถาม

2. ความเที่ยง : เพื่อดูความสอดคล้องของคำตอบได้

ดังนั้น ในการศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1ใช้แบบสัมภาษณ์พัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อการค้นหาข้อเท็จจริง หรือการศึกษาความคิดเห็น หลักการ ในแต่ละระดับของพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีวิธีเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยวิธีการ สนทนา พูดคุย ซักถาม เพื่อวิเคราะห์เหตุผล แนวคิด วิธีการในการแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยมีการวางแผนการสัมภาษณ์ก่อนการสัมภาษณ์นักเรียน ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้เป็นการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

รสอุบล ธรรมพานิชวงค์ (2545 : 49-52) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุธิดา นานช้า (2549: 71-74) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง มีวัตถุประสงค์ 1.ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 2. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มปกติ 3. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มปกติ โดยประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาตรัง เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จำนวน 90 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 45 คน โดยนักรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบ

วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยนำมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า 1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการคือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น 2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติที่ระดับนัยสำคัญ .05

จารินี อิ่มด้วง (2550: 81-82) ได้ศึกษาระดับความเข้าใจเชิงมโนมติเรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ตามกรอบทฤษฎีของ Pirie และ Kieren รูปแบบของการวิจัยเป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ โดยใช้รูปแบบการทดลองสอน (Teaching Experiment) กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านโนนม่วง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น จำนวน 6 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ กิจกรรมการเรียนการสอน 6 กิจกรรม เก็บข้อมูลในระหว่างที่ครูดำเนินการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนทำกิจกรรมแก้ปัญหาด้วยวิธีการคิดพร้อมออกเสียง (Thinking Aloud Method) วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์โปรโตคอล การแก้ปัญหาของนักเรียนจำนวน 12 โปรโตคอล งานเขียนของนักเรียนและบันทึกภาคสนาม เพื่อวิเคราะห์ระดับความเข้าใจเชิงมโนมติเรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนอยู่ในระดับที่ 1 คือ ความรู้พื้นฐาน (Primitive Knowing) กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอกความรู้เกี่ยวกับความหมายของเศษส่วน การเท่ากันของเศษส่วน การบวกและการลบจำนวนเต็มได้ ระดับที่ 2 คือ การสร้างมโนภาพ (Image Making) กล่าวคือ นักเรียนสามารถแสดงวิธีการบวกเศษส่วน โดยใช้สื่อที่เกี่ยวข้องและแสดงผลลัพธ์ของการบวกโดยใช้สื่อรูปธรรม และระดับที่ 3 คือการมีมโนภาพ (Image Having) กล่าวคือ นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการหาผลบวกโดยอาศัยการเขียนรูปเพื่อแสดงวิธีการบวกเศษส่วนได้โดยไม่จำเป็นต้องจัดกระทำสื่อรูปธรรมอีก

วิรัชดา ทานิล (2553: 71-72) ได้ศึกษาการแสดงแทนภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของ Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมายของการวิจัย เป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 1 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้จากครูกลุ่มเป้าหมายจำนวน 3 คน ซึ่งเป็นครูและนักเรียนโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) ระดับมัธยมศึกษา โดยวิจัยเป็นแบบกรณีศึกษา ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า 1) ครูใช้การแสดงแทนภายนอกที่หลากหลายในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้แก่ การใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวอย่างที่หลากหลายประกอบการอธิบาย สถานการณ์จริง แบบฝึกหัด และพบว่า ครูใช้แผนภาพ ตาราง และรูปภาพ เพื่อแสดงการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา 2) ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่า นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับการมีมโนภาพ ระดับการสังเกตคุณสมบัติและระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม

เอกพงษ์ ขันทะ (2555: 73-79) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนและหลังการพัฒนาเพื่อศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน ในกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 โรงเรียนบ้านทุ่งนาน้อย สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาเชียงราย เขต 4 ประจำภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 50 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบวัดเจคติของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติโดยการหาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบสมมติฐานด้วย t ผลการวิจัยพบว่า 1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อ

พัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 2. เจตคติของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยภาพรวม นักเรียนมีเจตคติในระดับในระดับที่เห็นด้วยขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 เป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย 3. พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน ในกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ภาพรวมการแสดงพฤติกรรมการเรียนรู้โดยทำเป็นประจำขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย

งานวิจัยต่างประเทศ

Copi and Cohen (1990: 16) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการเรียนการสอนแบบใช้ทักษะโดยตรงในการหารเศษส่วนฐานสิบกับความเข้าใจคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามทฤษฎีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมของ Vygotsky โดยศึกษากับนักเรียน 9 คน ที่มีอายุ 11 ปีและ 12 ปี ด้วยการสัมภาษณ์การแก้ปัญหาที่ได้รับมอบหมายในบทเรียน จากการวิเคราะห์การสัมภาษณ์แสดงว่าความเข้าใจไม่ได้มีความคิดเดียว แต่ประกอบด้วย 3 แนวทาง คือ 1) ความเข้าใจด้านกระบวนการ ซึ่งรวมถึงความคิดเกี่ยวกับการใช้วิธีการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ (algorithms) 2) ความเข้าใจด้านภาษา ซึ่งประกอบด้วย การควบคุมตัวเองด้านภาษาซึ่งช่วยให้จำลำดับขั้นตอน และวลีอธิบายที่ใช้ในการอธิบายขั้นตอน 3) ความเข้าใจด้านความสัมพันธ์ ซึ่งรวมถึงความสัมพันธ์เรื่องค่าของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการ ความเข้าใจของนักเรียนมี 2 ประเภท คือ ผู้ที่ทำตามกฎและผู้ที่มีไหวพริบ ผู้ที่ทำตามกฎใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ แต่ขาดความสามารถในการยืดหยุ่นในการใช้ แนวทางการทำความเข้าใจไม่ได้มีการประสมประสานและแนวทางที่สัมพันธ์กันยังไม่ได้รับการพัฒนา ผู้ที่มีไหวพริบใช้กลวิธีมากกว่าและประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ไม่คุ้นเคย แนวทางความเข้าใจมีการประสมประสานดีกว่าความสามารถในการหารของนักเรียนไม่มีความแตกต่างเมื่อจบหน่วยการเรียน หน่วยการเรียนการสอนประกอบด้วย 5 บทเรียน แต่ละบทเรียนมีทักษะและอธิบายด้วยจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยครูใช้เทคนิคการสอน 6 ชนิด คือ 1) เน้นวิธีการทางคณิตศาสตร์ 2) การควบคุมตัวเองด้านภาษา 3) ช่องทางสู่ความเข้าใจเดี่ยว 4) ภาษาในการอธิบาย 5) การอ้างการเรียนการสอนที่ผ่านมา 6) การอ้างกฎใช้เทคนิคเหล่านี้เพื่อเพิ่มทักษะและความเข้าใจ

ผลการวิจัยนำไปสู่การเสนอแนะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่อยู่บนฐานของการให้ความหมาย

Coston (1994: 156-A) ได้ทำการศึกษาอิทธิพลของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเรียนรู้ (Co-operative learning) และการใช้เชื่อมเครื่องคิดเลขกราฟฟิกในกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อความเข้าใจมโนมติของฟังก์ชัน ทักษะทางพีชคณิต และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผู้ร่วมวิจัยประกอบด้วยนักเรียน นักศึกษาระดับอุดมศึกษาที่เรียนในรายวิชาพีชคณิต 4 ห้องเรียน จำนวน 176 คน กลุ่มทดลองประกอบด้วย 3 ชั้นเรียน คือ ชั้นเรียนที่ใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้จำนวน 44 คน ชั้นเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก จำนวน 46 คนและชั้นเรียนที่ใช้ทั้งการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้และเครื่องคิดเลขกราฟิก จำนวน 45 คน กลุ่มควบคุม 1 ชั้นเรียน จำนวน 41 คน ในกลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก ทั้งครูและนักเรียนใช้เครื่องเลขกราฟิกรุ่น TI-81 ทั้งในชั้นเรียนและนอกชั้นเรียน ส่วนรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับเรียนรู้นั้นใช้เทคนิค Learning Together กลุ่มควบคุมใช้รูปแบบการสอนแบบบรรยายและการอภิปราย เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัยประกอบด้วยแบบสอบถามเจตคติ ข้อสอบวัดทักษะทางพีชคณิต แบบทดสอบเกี่ยวกับความรับผิดชอบของสมาชิกในกลุ่ม และแบบทดสอบเกี่ยวกับฟังก์ชัน แบบทดสอบเกี่ยวกับความรับผิดชอบของสมาชิกในกลุ่ม และแบบทดสอบเกี่ยวกับฟังก์ชัน ผลการวิจัยพบว่า ไม่มีความแตกต่างทางสถิติ

Pirie & Kieren (1994 : 281-A) ได้ศึกษาการเพิ่มความเข้าใจในหลักคณิตศาสตร์ เราจะสามารถแบ่งลักษณะของการทำความเข้าใจได้อย่างไร และเราจะสามารถอธิบายแสดงตัวอย่างได้อย่างไร วิธีการเรียนรู้และทำความเข้าใจในหลักคณิตศาสตร์นั้นมีอยู่หลากหลายวิธีและบางวิธีได้มีการนำมาพิจารณาทบทวนอีกครั้งก่อนที่จะมีการวางโครงร่างของหลักต่าง ๆ เพื่อที่จะสร้างตัวอย่าง เพื่อการนำเสนอถึงหลักที่สามารถเพิ่มความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ได้ โดยตัวอย่างนั้นจะถูกอธิบายและแสดงตัวอย่างอย่างละเอียดด้วยการอ้างอิงถึงหลักการใช้เศษส่วน โดยจุดสำคัญของตัวอย่างนี้จะรวมไปถึงการไม่มีข้อจำกัดการยับยั้ง หรือแม้แต่การช่วยเสริมเข้าไปของการแสดงวิธีทำหรือการแสดงความคิดที่จะเกิดขึ้นในแต่ละระดับของการกระทำความเข้าใจ โดยทฤษฎีนี้จะแสดงตัวอย่างของนักเรียนที่ได้ร่วมทำในแต่ละหัวข้อและขั้นตอนที่แตกต่างกัน และสุดท้ายวิธีหนึ่งของทฤษฎีที่ได้มีการวางเค้าโครงร่างเอาไว้ ก็จะสามารถอธิบายข้อมูลรายละเอียดได้เป็นอย่างดี

Droujkova (2004 : 79) ศึกษาบทบาทของการเปรียบเทียบในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องสัดส่วน ซึ่งจุดมุ่งหมายสุดท้ายของการศึกษานี้คือการออกแบบซอฟแวร์ที่จะ

ช่วยให้บุคคลเกิดการเรียนรู้เรื่องสัดส่วนที่จัดให้แก่นักเรียน 6 คน ซึ่งมีอายุตั้งแต่ 13-16ปี ในระหว่างการสัมภาษณ์ส่วนตัว กระบวนการออกแบบซอฟแวร์ช่วยให้เข้าถึงการเปรียบเทียบที่นักเรียนพัฒนาขึ้นเพื่อการคิดเรื่องสัดส่วน การศึกษาครั้งนี้ใช้ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรนร่วมกับรูปแบบเพื่อการพัฒนาสัดส่วนเชิงเหตุผลที่สร้างขึ้น โปรแกรมซอฟแวร์ที่นักเรียนสร้างขึ้นส่งเสริมระบบการเปรียบเทียบ ซึ่ง ช่วยให้ประสารกับกระบวนการพัฒนาความรู้ในเรื่องสัดส่วน รูปแบบที่ใช้เพื่อการทำกระบวนการนี้ประกอบด้วยความคิดเห็นจากชั้นเรียนเดียวกันซึ่งมีความสัมพันธ์กันและ ไม่แปรปรวน การค้นพบแสดงว่าความคิดเห็นแต่ละอย่างนี้อาจจะถูกพัฒนาขึ้นผ่านทางการกระทำในโลกที่คล้ายคลึงกันทางด้านคุณภาพและการคุณภาพและการเพิ่มขึ้นอย่างทวีคูณ

Warner (2005: 663-679) ได้ศึกษาพฤติกรรมที่แสดงถึงความคิดที่ยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์และการช่วยเหลือนักเรียนให้พัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ รวมถึงพฤติกรรมที่บอกถึงความสามารถในการอธิบายความคิดของตนเองและความคิดของบุคคลอื่น (ด้วยวิธีต่าง ๆ เช่น การอธิบาย การใช้ การสร้างสิ่งต่าง ๆ บนฐานความคิดนั้น ผ่านทางการตั้งคำถามและการแสดงถึงความสมบูรณ์หรือไม่สมบูรณ์ของความคิดนั้น) เชื่อมโยงเนื้อหา มีไหวพริบต่อสถานการณ์ทางปัญหาโดยอาศัยปัญหาที่มีอยู่ และนำเสนอความคิดเดิมด้วยวิธีใหม่ ๆ หรือเชื่อมโยงการนำเสนอกับความคิดอื่น ๆ กลุ่มทดลองในการวิจัยคือนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีระดับความสามารถแตกต่างกัน โดยสำรวจปัญหาการรวมเชิงซ้อน (Complex combinatorics Problem) กับการมีส่วนร่วมนอกเวลาเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ด้วยการอธิบายความคิดของตนเอง ตั้งคำถาม แสดงเหตุผลปกป้องความคิดของตนเอง และพิสูจน์ผลลัพธ์ทั้งหมด รวบรวมข้อมูลด้วยการบันทึกวีดีโอและวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการศึกษารายกรณีผลจากการวิเคราะห์นำไปสู่การสรุปทั่วไปของการสร้างมโนทัศน์ของความยืดหยุ่นของความคิดทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงที่สัมพันธ์กับทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน การเชื่อมโยงเหล่านี้มีแสดงให้เห็นในการศึกษา 3 กรณีที่แสดงถึงความยืดหยุ่นของพฤติกรรมและการพัฒนาความเข้าใจ ผลการวิจัยแสดงว่า ความเข้าใจมีการพัฒนา โดยมีการเปลี่ยนแปลงทั่วไปจากพฤติกรรมต่าง ๆ เช่น การตั้งคำถาม การอธิบาย และการใช้ความคิดของตนเองหรือความคิดของคนอื่น การตั้งสมมติฐาน การเชื่อมโยงการนำเสนอและการเชื่อมโยงทางเนื้อหา

Thom & Pirie (2006: 198-A) ได้ศึกษาความซับซ้อนในความเข้าใจด้านจำนวนของเด็กทั้ง 2 คน งานวิจัยเชิงคุณภาพนี้ จัดทำขึ้นเพื่อตรวจสอบและวิเคราะห์ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวน

ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 คน โดยมีการบันทึกภาพ การทำงานของเด็กทั้งสองคนตลอดเวลา เพื่อบันทึกทุก ๆ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางด้านจำนวน “72” ของเด็ก ๆ บทสนทนาหรือสิ่งต่าง ๆ ที่เด็กได้จัดทำขึ้นจะถูกนำมาวิเคราะห์โดยใช้แบบจำลองตามหลักการ Pirie และ Kieren เพื่อวิเคราะห์การพัฒนาความเข้าใจทางด้านคณิตศาสตร์ ผลจากการวิจัยพบว่า ความเข้าใจทางด้านจำนวนนับของเด็ก 2 คน นั้นเป็น ตามรูปแบบซับซ้อนในกรอบของความคิดและเป็นไปตามหลักการต่าง ๆ ของแบบจำลองตามแบบทฤษฎี Pirie และ Kieren นอกจากนี้ กรณีนัยสำคัญของกลุ่มความรู้เบื้องต้น การสร้างภาพ การเกิดภาพในใจ การสังเกตคุณสมบัติ การจัดระเบียบ การสังเกต เหมือนได้กล่าวมาข้างต้นว่าความเข้าใจของเด็ก ๆ ที่เกิดขึ้นนอกเหนือไปจากขอบเขตของ “ไม่จำเป็นต้องใช้” ก็ถูกนำมาตรวจสอบและวิเคราะห์ด้วย สำหรับในหมวดอื่น ๆ ของแบบจำลอง เช่น การสร้างโครงสร้าง การสร้าง การทบทวนย้อนกลับ และความเข้าใจที่เชื่อมต่อและสัมพันธ์กัน ก็ได้นำมาอธิบายและเป็นตัวอย่างสำหรับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กันกับความเข้าใจของเด็กทางด้านจำนวนด้วย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

เบญจวรรณ ชัยปลิด (2550. 31-44) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การแสดงแทนที่แสดงถึงมโนมติเกี่ยวกับเศษส่วนของครูคณิตศาสตร์ ในบริบทของการจัดการเรียนการสอนในหน่วยการเรียนรู้เศษส่วนโดยเป็นการศึกษาที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล และบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มเป้าหมายที่เข้าร่วมในการวิจัยครั้งนี้เป็นครูจำนวน 3 คน ที่เข้าร่วมการพัฒนาวิชาชีพครูแบบการศึกษาชั้นเรียน และเป็นครูที่สอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนชุมชนบ้านชนบท จังหวัดขอนแก่น ผลการวิจัยพบว่า การแสดงแทนที่แสดงถึงมโนมติของครูในทั้งสามระยะของการจัดการเรียนการสอนเรื่อง เศษส่วน ตามกระบวนการศึกษาชั้นเรียน ครูมีการแสดงแทนในรูปของภาษา ตัวหนังสือ สัญลักษณ์ และภาพ ในการแสดงแทนถึงมโนมติเกี่ยวกับเศษส่วน ในระยะที่หนึ่ง ครูใช้ภาษาเพื่อแสดงและอภิปรายในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกับเพื่อนครูและที่วิจัยที่แสดงให้เห็นถึงมโนมติเกี่ยวกับเศษส่วนในแง่มุมของส่วนย่อยจากส่วนร่วม ในระยะที่สอง เป็นระยะของการนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้ในชั้นเรียน ครูใช้เป็นการสอนในชั้นเรียน ครูใช้การแสดงแทนที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ ตัวหนังสือ และภาพ ในการนำเสนอมโนมติเกี่ยวกับเศษส่วนในชั้นเรียน ในระยะที่สามเป็นระยะของการสะท้อนผลหลังการนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้ ครูใช้ภาษาเพื่อแสดงถึงมโนมติเกี่ยวกับเศษส่วนในแง่ของเหตุผลของการใช้การแสดงแทนที่เกิดขึ้นในกระบวนการระยะที่สอง

สะท้อนให้เห็นว่ามีการใช้ประเด็นอภิปรายของนักเรียนเป็นข้อมูลในการแสดงแทนที่แสดงถึงมโนมติเกี่ยวกับเศษส่วนในช่วงระยะที่สองของกระบวนการ

อรชร ภูบุญเติม (2550 : 66-72) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการแสดงแทน (Representation) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 60 คน ได้จากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม จากการจับสลากมา 1 ห้องเรียน โดยดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาโดยการแสดงแทนที่แบ่งออกเป็น 4 แผน ตามวิธีการแสดงแทนในการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 วิธี คือ การแก้โจทย์สมการโดยการใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การใช้ตารางและการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการแสดงแทน สูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชมพู สีสัน (2551: 34) ได้ศึกษาการใช้รูปแบบการนำเสนอเชิงคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 วิทยาลัยการอาชีพศีขรภูมิ จังหวัดสุรินทร์ โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพและบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มเป้าหมาย 6 คน โดยเลือกมา 2 กลุ่ม จากกลุ่มที่มีคะแนนสูง 3 คน และจากกลุ่มที่มีคะแนนต่ำ 3 คน ดำเนินการวิจัย โดยผู้วิจัยสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร หลังจากนั้นให้กลุ่มเป้าหมายทำแบบทดสอบหลังเรียน เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร วิเคราะห์ข้อมูลจากผลการตอบแบบทดสอบ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ตามกรอบทฤษฎีของ Janiver ซึ่งจำแนกการนำเสนอออกเป็น 4 ลักษณะ คือ ภาษาพูด หรือการอธิบาย ตาราง กราฟ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นการใช้รูปแบบการนำเสนอในการแก้ปัญหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรสองตัวแปร ได้แก่ 1) รูปแบบการนำเสนอ VEVTG 2) รูปแบบการนำเสนอ TGV 3) รูปแบบการนำเสนอ VEV 4) รูปแบบการนำเสนอ VTGV 5) รูปแบบการนำเสนอ VEVTGV เวลาที่ใช้รูปแบบการนำเสนอจากการตอบแบบทดสอบหลังเรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 5 ข้อ พบว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ที่อยู่ในกลุ่มที่ได้คะแนนสูงและในกลุ่มที่ได้คะแนนต่ำ ใช้เวลาในการนำเสนอแต่ละรูปแบบไม่แตกต่างกันมาก แต่ในการนำเสนอสูตร สมการ และสัญลักษณ์ (E) ทั้งสองกลุ่มใช้เวลาเฉลี่ยนานกว่าการใช้รูปแบบการนำเสนอแบบอื่น

วารุณี เพ็ชรสุวรรณ์ (2557: 41) การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถของนักเรียนในการแสดงแทนที่หลากหลาย เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กลุ่มที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเชียงของวิทยาคม จังหวัดเชียงราย ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จานวน 37 คน เครื่องมือที่ใช้ ในการศึกษาได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบทดสอบหลังเรียนที่วัดความสามารถ ในการแสดงแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นอกจากนี้ได้สร้างเกณฑ์การวัดระดับคุณภาพระดับตั้งแต่ 0 ถึง 3 เพื่อใช้ประเมินการแก้ปัญหา เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนใช้และตีความหมายการแสดงแทน ที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ได้แก่การแสดงแทนในรูปกราฟ ตาราง สัญลักษณ์ และข้อความ การเก็บรวบรวมข้อมูลผู้ศึกษาทาการสอนด้วยตนเองจานวน 3 หน่วย จากนั้นให้นักเรียนทาแบบทดสอบหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า จานวนนักเรียนที่ตอบได้ถูกต้องในแก้ปัญหาที่แสดงแทนในรูปกราฟ ตาราง และสัญลักษณ์ จากใบงาน คิดเป็นร้อยละ 98, 87 และ 92 ตามลาดับ และจากแบบทดสอบหลังเรียน คิดเป็นร้อยละ 89, 74 และ 92 ตามลาดับ นอกจากนี้ในการแก้ปัญหาที่กำหนด การแสดงแทนในรูปสัญลักษณ์และข้อความ จากใบงานและแบบทดสอบหลังเรียน นักเรียนเลือกใช้การแสดงแทนในการแก้ปัญหา 2 รูปแบบคือในรูปสัญลักษณ์ และตาราง ซึ่งความสามารถในระดับ 3 จากใบงานคิดเป็นร้อยละ 84 และ 96 ตามลาดับ และจากแบบทดสอบหลังเรียนคิดเป็นร้อยละ 74 และ 58 ตามลำดับ

งานวิจัยต่างประเทศ

Noll (1983 : 43-12A) ได้ศึกษาผลของการแนะนำด้วยวาจาและการแสดงแทนในการแก้ปัญหาร้อยละ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา 60 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มเก่งกับกลุ่มอ่อนในด้านการอ่าน ทดสอบก่อนเรียนในด้านทักษะการคิดคำนวณและการแก้ปัญหาของทั้งสองกลุ่ม ทั้งสองกลุ่มจะได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนที่มีการแนะนำด้วยวาจากับการใช้แผนภาพในการแก้ปัญหาชุดการสอนนี้ออกแบบมาเพื่ออธิบายและพัฒนาภาษาและโครงสร้างที่ใช้ในการแก้ปัญหาร้อยละเมื่อเสร็จสิ้นการสอนทดสอบหลังเรียน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า 1) กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการสอนโดยใช้การแนะนำทางวาจาผสมกับการแสดงแทนมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ใช้การแนะนำทางวาจาอย่างเดียว 2) นักเรียนกลุ่มที่อ่านเก่งมีคะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มอ่อน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และ 3) ปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับระดับการอ่านไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

Goldin and Shteingold (2001 : 11) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนของจำนวนลบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยทำการทดลอง ดังนี้ เริ่มแรกใช้แถบกระดาษยาวที่มีวงกลมวางเรียงต่อกันเพื่อให้นักเรียนซึ่งได้รับการ์ดที่มีตัวเลข 0 – 7 รวมทั้งการ์ดเปล่าให้ไปวางตัวเลข โดยผู้วิจัยคาดว่าเด็กจะวางตัวเลขตามลำดับจากตัวเลขซ้ายมือสุดจนถึง 0 แต่ไม่เป็นเช่นนั้น หลังจากที่เด็กวางตัวเลขแล้ว ผู้วิจัยพยายามถามถึงเลข 0 และเลขที่ติดลบ (หากมีช่องว่างเหลือ) เด็กก็จะตอบว่าซ้ายสุด จะเห็นว่า เด็กจะมีความเข้าใจว่าไม่มีจำนวนที่น้อยกว่าศูนย์ จากนั้นเป็นขั้นการให้ความหมายโดยการให้เด็กหมุนเข็มที่อยู่บนวงกลม โดยแบ่งครึ่งวงกลมเป็น 2 รูป คือ รูปหน้ายิ้มกับหน้าบึ้ง ถ้าหมุนเข็มหยุดที่หน้ายิ้มจะมีค่าเป็น 1 และหยุดที่หน้าบึ้งมีค่าเป็น -1 ถามเด็กในแต่ละรอบว่าจะได้ในลักษณะของการแสดงแทนภายใน แต่มีปัญหาในเรื่องของความเข้าใจและการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนลบ ซึ่งเป็นตัวแทนภายนอกที่เด็กยังไม่สามารถใช้ได้ถูกต้อง ซึ่งผลการวิจัยนี้ทำให้ความคิดเกี่ยวดับความเข้าใจเดิมที่ว่าเด็กเล็กยังไม่สามารถเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนลบนั้นเปลี่ยนไป โดยมีการแนะนำว่า น่าจะมีการสร้างหลักสูตรเกี่ยวกับการลบในเด็กชั้นประถมตอนต้น

Cooper and Swller (1989: 1) ได้ศึกษาความสามารถในการแสดงแทนของรูปสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ที่มีการอธิบายเป็นคำพูด การอธิบายระบบพิกัดฉาก การแสดงแทนโดยการใช้กราฟ และการนำการแสดงแทนไปใช้ ก่อนที่จะมีการแสดงแทนของรูปสามมิติ ต้องมีการแสดงแทนของรูปสองมิติ ซึ่งมีการวางแผนในการเชื่อมโยงรูปภาพ และสามารถเขียนเป็นภาพได้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 , 3 และ 5 โดยใช้ลูกบาศก์ไม้ 4 อัน และโครงสร้างของแบบสัมภาษณ์ที่มีความสอดคล้องในการวิเคราะห์การแสดงแทนที่เกี่ยวกับการอธิบายเป็นคำพูด การแสดงแทนเกี่ยวกับกราฟ หรือการประกอบเป็นภาพสามมิติ ทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่างทั้งการวางแผน มุมมองในการเขียน และการแสดงเป็นภาพสามมิติ การแปลความหมายของการวางแผน ระดับของการแสดงแทนและการอธิบายระบบพิกัดฉาก มุมมองของการแปลความหมายและการคัดลอกซึ่งเป็นเรื่องง่ายในการใช้มุมมองในการเขียน นักเรียนชั้นม. 3 และ 5 ประสบความสำเร็จมากกว่านักเรียนชั้น ม. 1 แต่ในการแปลความหมาย ระดับของการแสดงแทนและการอธิบายของระบบพิกัดฉาก ไม่มีความแตกต่างบนพื้นฐานของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ระหว่าง ม. 3 และ 5

Hail (2000 : 61-79A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลการใช้รูปแบบการแสดงแทนที่หลากหลายที่มีต่อระดับความรู้ของนักเรียนและทัศนคติที่มีต่อพื้นฐานพีชคณิต วัตถุประสงค์ของการศึกษาคือต้องการบรรยายผลของการใช้รูปแบบการแสดงแทนที่หลากหลาย เช่น พื้นฐานการเขียน

ภาษาที่ใช้พูด การจัดการ กราฟ ตาราง และการเขียนสัญลักษณ์ การใช้รูปแบบการแสดงแทนที่หลากหลายส่งผลต่อความเข้าใจของนักเรียนและทัศนคติที่มีต่อพื้นฐานพีชคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนใช้กราฟและการจัดการต่าง ๆ เพื่อให้เข้าใจสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และยังสามารถใช้การแสดงแทนเหล่านี้ อธิบายสัญลักษณ์และข้อผิดพลาดต่าง ๆ ได้ นอกจากนี้การจัดการต่าง ๆ ยังช่วยให้นักเรียนทราบวิธีการแก้สมการในรูปแบบที่หลากหลายได้ กราฟช่วยให้นักเรียนมองเห็นตัวแปรมากกว่าคำย่อต่าง ๆ และทำให้เห็นภาพรวมของตัวแปรต่าง ๆ สุดท้ายพบว่า กราฟและการจัดการต่าง ๆ ช่วยให้นักเรียนเห็นสัญลักษณ์ในสมการโดยการเปรียบเทียบความหมายของสัญลักษณ์แต่ละตัว

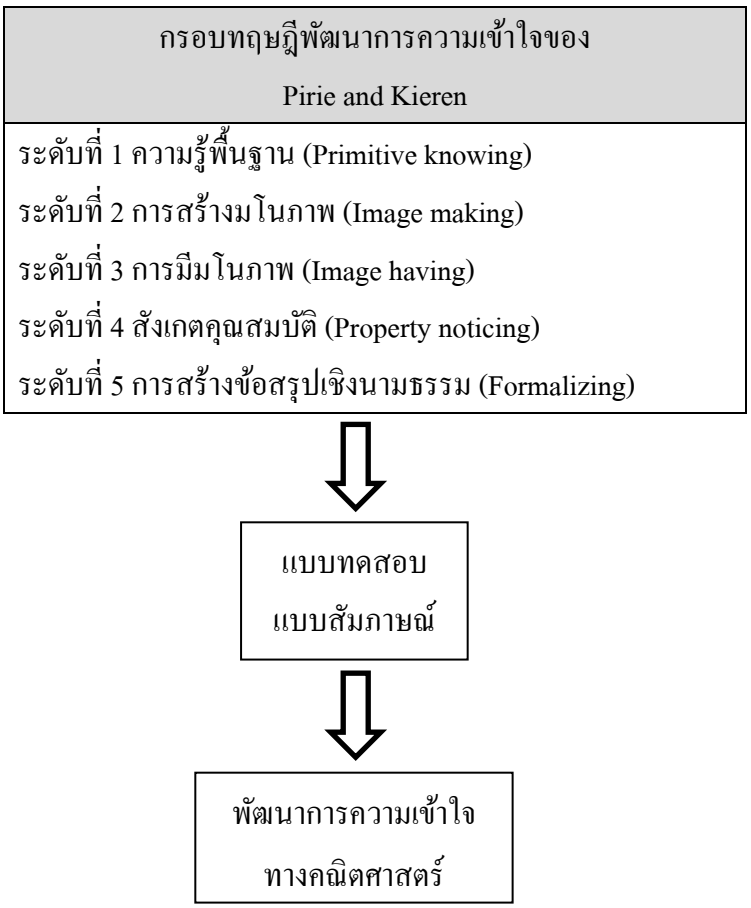
จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศสามารถสรุปได้ว่า การศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นการวิเคราะห์แนวคิด วิธีการการคิดของนักเรียนในการทำความเข้าใจ โดยสามารถแสดงออกมาในรูปแบบต่าง ๆ ที่หลากหลายตามความเหมาะสมของเนื้อหานั้น ๆ ทั้งการใช้กราฟ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พื้นฐานการเขียน การใช้วัตถุจริงหรือการจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่างที่ทำให้นักเรียนมีพัฒนาการความเข้าใจที่ดี เช่น การเชื่อมโยง การแก้สถานการณ์ปัญหา การแสดงแทน เป็นต้น ซึ่งทำให้ครูทราบถึงลักษณะการคิดของนักเรียน และเป็นแนวทางในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศยังพบว่า ยังไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งเป็นเนื้อหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

กรอบแนวคิดทฤษฎี

กรอบทฤษฎีพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Pirie & Kieren (1994 : 64-67) ได้เสนอระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ 8 ระดับ แต่ผู้วิจัยได้ทำการปรับมาเป็น 5 ระดับ คือ ระดับที่ 1 ความรู้พื้นฐาน (Primitive knowing) ระดับที่ 2 การสร้างมโนภาพ (Image making) ระดับที่ 3 การมีมโนภาพ (Image having) ระดับที่ 4 สังเกตคุณสมบัติ (Property noticing) และระดับที่ 5 การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม (Formalizing) เพื่อ

จะใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เนื่องจากเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยได้จำกัดให้หาข้อสรุปในเชิงนามธรรม หรือสรุปในกรณีทั่วไปได้



แผนภาพที่ 27 กรอบแนวคิดในการวิจัย