บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาเกี่ยวกับประเภทของปัญหาและระดับพัฒนาการทางสติปัญญาที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักการและแนวคิดที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์
3. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
4. แบบทดสอบ
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
6. กรอบแนวคิดการวิจัย

หลักการและแนวคิดที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ทักษะการแก้ปัญหา เป็นทักษะสำคัญที่ทุกคนต้องเรียนรู้และพึงมีในปัจจุบัน เพราะการแก้ปัญหาเป็นลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมนุษย์ในการปรับตัวอยู่ในสังคม นอกจากนี้การแก้ปัญหายังเป็นกิจกรรมที่สำคัญในการดำรงชีวิตของมนุษย์ จากเหตุผลนี้ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมาก หลาย ๆ กิจกรรมได้เน้นการปลูกฝังทักษะการแก้ปัญหาให้เกิดกับตัวผู้เรียน ให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะความสามารถนี้จะทำให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ทั้งด้านเนื้อหาและวิธีการ และช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีหลักการและแนวคิดที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem)

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความจำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างมาก จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นที่คล้ายกัน ดังนี้

Anderson, K. B. and Pingry, R. E. (1973 : 228) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไข หรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ดีต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

Frederick, H. B. (1978 : 309 - 310) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ ใด ๆ จะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง บุคคลใดถ้าเอาใจใส่ มีความต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้นแต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ทันทีทันใด การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้หาคำตอบด้วย

ยุพิน พิพิธกุล (2542 : 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2550 : 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้เป็นข้อดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นได้ในทันที

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ในการแก้ปัญหานั้น จะต้องอาศัยการเชื่อมโยงทักษะ ความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ ประมวลเข้าด้วยกันแล้วกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ จึงจะหาคำตอบได้ และสถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้

2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับหลักเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่าน แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

Krulik, S. and Reys, R. E. (1980 : 24) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 5 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางด้านพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์หรือให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์

Charles, R. and Lester, F. (1982 : 6 - 10) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้เข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอน หรือมากกว่าสองขั้นตอน หรือมากกว่าสองการดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันทีจะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น

หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้ว หารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็น การพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนทัศน์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่นการจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนทัศน์และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่มไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

Polya, G. (1957 : 217) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นพบสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจจะเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติอาจจะเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

Reys, R. E. et al. (1992 : 29) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ (Non-routine Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

Hatfield, M. N. et al. (1993 : 37) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะและคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

ยุพิน พิพิธกุล (2542 : 3) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาที่ให้คำตอบ มี 4 ขั้นตอนในการหาคำตอบ คือ ทำความเข้าใจในปัญหา การวางแผน ดำเนินตามแผน และตรวจสอบผล

2. โจทย์ปัญหาที่ให้พิสูจน์เมื่ออ่านโจทย์แล้วต้องแยกเหตุ (สิ่งที่กำหนดให้) และแยกผล (สิ่งที่ต้องพิสูจน์) ให้ได้แล้วจึงวิเคราะห์จากผลไปสู่เหตุว่าผลเป็นเช่นนี้เหตุมาจากอะไร เมื่อ วิเคราะห์ได้แล้วจึงเรียบเรียง การพิสูจน์จากเหตุไปสู่ผล

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2550 : 66) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การแบ่งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวนหรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา และความซับซ้อนของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

สรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถจัดแบ่งเป็นกลุ่ม ตามลักษณะของแต่ละปัญหา โดยมีกฎเกณฑ์ในการแบ่งที่เชื่อถือได้ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาพื้นฐาน (Routine problems) หมายถึง ปัญหาที่พบเจอทั่ว ๆ ไป เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การดำเนินการเพียงขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน หรือเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างอย่างง่าย (Simple Problem Structure) ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาจะเป็นการมุ่งให้เข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ และปัญหาซับซ้อน (Non - routine problems) หมายถึง ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่มีการดำเนินการมากกว่าหนึ่งขั้นตอน เน้นกระบวนการคิด โดยเฉพาะการคิดหลายขั้นตอน มีโครงสร้างซับซ้อน (Complex Problem Structure) ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาแก้ปัญหา

4. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem solving)

ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่พบเจอและต้องแก้ไข ในการแก้ปัญหาแต่ละครั้งต้องใช้ความรู้ความสามารถอย่างมาก จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นที่คล้ายกัน ดังนี้

Bitter, G. G. (1980 : 36) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการค้นหาวิธีทางที่เหมาะสมเพื่อดำเนินการไปสู่คำตอบ โดยวิธีทางนั้นไม่เคยรู้จักมาก่อน เป็นวิธีการที่ยาก เป็นวิธีการที่มีอุปสรรคและการแก้ปัญหาอาจไม่สามารถทำได้ในทันทีต้องใช้ความคิด วิเคราะห์จนได้วิธีการที่เหมาะสม

Krulik, S. and Reys, R. E. (1980 : 3 - 4) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ สามารถสรุปเป็นข้อดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมาย (Problem Solving as a Goal) จะพบคำถามว่าทำไมต้องสอนคณิตศาสตร์ อะไรเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์ และบุคคลอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามเหล่านี้เข้าใจว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหาถูกนำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ (Specific Problem) กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญคือจะต้องคำนึงถึงว่าจะ

แก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับศึกษาคณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมด และมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) จะเห็นได้ชัดเจนเมื่อนักเรียนตอบปัญหา ตลอดจนกระบวนการ หรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อจะได้คำตอบ สิ่งสำคัญควรนำมาพิจารณาก็คือ วิธีการ กระบวนการและกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในกระบวนการแก้ปัญหาและเป็นจะสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) จะพิจารณาเฉพาะในเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหาว่า เป็นทักษะพื้นฐาน ที่จะช่วยในการจัดการเรียน การสอนของครู ซึ่งประกอบด้วย การสอนทักษะ (Skill) มโนทัศน์ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ในทุกครั้งของการสอน

Polya, G. (1980 : 1) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

Kennedy, L. M. (1984 : 81) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

Sovchik, R. J. (1989 : 256) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่พยามยามจะแก้สถานการณ์ให้ได้มาซึ่งคำตอบและคำตอบที่ได้จะไม่เกิดขึ้นทันที

Brahier, D. J. (2005 : 13) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่แต่ละบุคคลพยายามใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน

ยุพิน พิพิธกุล (2542 : 5) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะไม่ขึ้นกับปัญหาเฉพาะ กระบวนการหรือวิธีการตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่การพิจารณาที่สำคัญคือ จะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร การแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นข้อความ (Word Problem) จะแสดงให้เห็นถึงการวิเคราะห์

แนวคิด (Analytic thinking) และกลวิธีการคิด (Thinking strategy) ซึ่งผู้สอนจะต้องฝึกให้มากพอเพื่อผู้เรียนจะได้คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2550 : 62) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่แต่ละบุคคลพยายามใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน เพื่อให้ได้คำตอบโดยคำตอบนั้นอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือคุณภาพก็ได้ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

4. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องที่ยากสำหรับนักเรียน วิธีการที่จะช่วยให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประสบความสำเร็จคือ การทำเป็นขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนั้นจึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya, G. (1957 : 16 -17) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งเป็นที่ยอมรับแล้วนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย ซึ่งมี 4 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งเป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งได้แก่ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมาพิจารณาในหลากหลายมุมมองหรือ อาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิหรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเองได้

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และท้ายสุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่ได้วางไว้โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เพื่อต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมียุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติ ก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดาและคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้

Bruner, L. S. (1969 : 123 - 127) ได้ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาและได้สรุปว่า การคิดแก้ปัญหาของบุคคลนั้น ต้องการกลไกแห่งความสามารถในการอ้างอิง และจำแนกประเภทของสิ่งเร้า ประสบการณ์การรับรู้ต่าง ๆ ก็เป็นปัจจัยที่สำคัญยิ่งของกระบวนการจัดประเภท อันที่จะนำไปสู่การตอบสนองในขั้นสุดท้าย ขั้นตอนต่าง ๆในการคิดแก้ไขปัญหามีดังนี้

1. ขั้นรู้จักปัญหา (Problem isolation) เป็นขั้นที่บุคคลรับรู้สิ่งเร้าที่ตนกำลังเผชิญอยู่ว่าเป็นปัญหา

2. ขั้นแสวงหาเค้าเงื่อน (Search for cues) เป็นขั้นที่บุคคลใช้ความพยายามอย่างมากในการระลึกถึงประสบการณ์เดิม

3. ขั้นตรวจสอบความถูกต้อง (Conformation checer) ก่อนที่จะตอบสนองในลักษณะของการจัดประเภทหรือแยกโครงสร้างของเนื้อหา

Guilford, J. P. (1971 : 130) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหานั้นประกอบด้วย กระบวนการต่าง ๆ 5 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นเตรียมการ (Preparation) หมายถึง ขั้นในการตั้งปัญหาหรือค้นหาปัญหาว่าปัญหาที่แท้จริงของเหตุการณ์นั้น ๆ คืออะไร

2. ขั้นในการวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ขั้นในการพิจารณาดูว่าสิ่งใดบ้างที่เป็นสาเหตุที่สำคัญของปัญหา หรือสิ่งใดที่ไม่ใช่สาเหตุที่สำคัญของปัญหา

3. ขั้นในการเสนอแนวทางในการแก้ปัญหา (Production) หมายถึง การหาวิธีแก้ปัญหา ให้ตรงกับสาเหตุของปัญหาแล้วเสนอออกมาในรูปวิธีการสุดท้าย ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ออกมา

4. ขั้นตรวจสอบ (Verification) หมายถึง ขั้นในการเสนอเกณฑ์เพื่อการตรวจสอบวิธีการที่ได้จากการเสนอวิธีแก้ปัญหา ถ้าเห็นว่าผลลัพธ์นั้นยังไม่ใช่ผลลัพธ์ที่ถูกต้องก็ต้องมีการเสนอวิธีการแก้ปัญหานี้ใหม่จนกว่าจะได้วิธีการที่ดีที่สุดหรือถูกต้องที่สุด

5. ขั้นในการนำไปประยุกต์ใหม่ (Reapplication) หมายถึง การนำวิธีการแก้ปัญหา ที่ถูกต้องไปใช้ในโอกาสต่อไป เมื่อพบกับปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่เคย

Sund, R. B. and Trowbridge, L. W. (1973 : 2) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 6 ขั้น คือ

1. ระบุปัญหา
2. ตั้งสมมติฐาน
3. ออกแบบการทดลอง
4. สังเกตการปฏิบัติการทดลอง
5. รวบรวมข้อมูลจากการทดลอง
6. ลงข้อสรุป

Weir, B. J. (1974 : 18) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา ว่า การแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นระบุปัญหา (Statement of the Problem)
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (Defining the Problem or Distinguishing Essential Features)
3. ขั้นเสนอวิธีการแก้ปัญหา (Searching for and Formulating a Hypothesis)
4. ขั้นตรวจสอบผลลัพธ์ (Verifying the Solution)

Garafalo, J. and Lester, F. (1988 : 15) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ที่สำคัญดังนี้

1. การกำหนดทิศทางการแก้ปัญหา (Orientation) เป็นการแยกแยะปัญหา แบ่งการแก้ปัญหาออกเป็นขั้นตอน ซึ่งประกอบเป็นขั้นตอนย่อย คือ

1.1 การทำความเข้าใจ

1.2 การวิเคราะห์ข่าวสารข้อมูล และเงื่อนไข

1.3 การประเมินความคุ้นเคยกับงาน

1.4 การสร้างตัวแทนปัญหา

1.5 การประเมินความยาก และโอกาสที่จะสำเร็จ

2. การวางแผนการแก้ปัญหา (Organization) มีขั้นตอนดังนี้

2.1 ระบุเป้าหมาย

2.2 วางแผนรวม

2.3 วางแผนย่อย

3. การดำเนินการแก้ปัญหาหรือ การดำเนินการตามแผน (Execution) มีขั้นตอนดังนี้

3.1 ดำเนินการตามแผนย่อย

3.2 กำกับประเมินความก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผนย่อย และแผนรวม

4. การประเมินความถูกต้อง มีขั้นตอนดังนี้

4.1 ความถูกต้องของการดำเนินการ

4.2 ความสอดคล้องของแผน และการดำเนินการ

4.3 ความสอดคล้องของผลแต่ละขั้นตอนกับแผน และเงื่อนไขของปัญหา

4.4 ความสอดคล้องของผลขั้นสุดท้ายกับแผน และเงื่อนไขของปัญหา

Wilson, T. D. et al. (1993 : 3 - 4) ได้เสนอแนะกรอบคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนทั้ง 4 ของโพลยา ที่เป็นพลวัตร มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ เพิ่มจาก 4 ขั้นตอนเดิมที่ถูกมองว่าการแก้ปัญหาต้องดำเนินการตามลำดับลงมา

สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา ว่าปัญหากำหนดอะไรและต้องการหาอะไร ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้น ที่ต้องศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ทราบจากปัญหากับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทาง และเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา จะเป็นขั้นที่ลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่ได้วางไว้ และขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นที่ต้องการให้มองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา เพื่อดูความถูกต้องและความสมเหตุสมผล โดยทั้ง 4 ขั้นตอนนี้มีความยืดหยุ่นไม่ตายตัว ปัญหาหนึ่งอาจทำหนึ่งขั้น หรือสองขั้น หรือสามขั้น หรือทั้งสี่ขั้นก็ได้คำตอบ

5. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบ และแต่ละรูปแบบ ก็จะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมแตกต่างกันออกไป ดังนั้น จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้สรุปยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Billstein, R. et al. (1997, อ้างในสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550: 12-34) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบอาจจะถูกยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำ จะช่วยนักเรียนในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะ ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยยังไม่ต้องคิดคำนวณก่อน ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วย ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยไม่ให้หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพ

จะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจขจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสมยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจานวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอนซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจงกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและการตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไปนักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การทำงานแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุโดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

7. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปแบบ ของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไรหลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการมักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ และเมื่อใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาพีชคณิต

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ใน

กรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลาย ขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่ คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ใน ปัญหานั้นว่าเป็นจริงโดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทาง ตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้บางครั้ง เราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้ บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ใน ปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้งยุทธวิธี นี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากกว่าการแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ ข้อความที่แสดงเป็นเท็จ

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ (2542 : 30 - 38) ได้สรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the Problem) อะไรคือสิ่งที่กำหนด อะไร คือ สิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้ หรือไม่ จงดูตัวอย่างหลาย ๆ ข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมาตรหรือทำข้อความ "โดยไม่ สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป" เพื่อย่อโจทย์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before?) หรือท่านเคย เห็นปัญหานี้ในรูปที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานี้แล้วใช้ วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหาเดิมมาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่า แล้วแก้ดูโดย "การคลาย" เงื่อนไขในข้อหนึ่ง หรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับ ปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a Pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของ อนุกรม 1 + 2 + ... + 100 หนุ่มน้อย ฟรีดิช เกาส์ (Frederick Gauss) ก็สร้างรูปแบบนี้ได้ 1 + 100 = 2 + 99 = 101 ความเข้าใจหยั่งรู้นี้ได้นำ ไปสู่การสังเกตทันทีว่า ตัวเลขอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย, 50 ×101 = 5,050

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่าย ๆ อาจถูกจัด ให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ "ยุ่งเหยิง" จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่าย ๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง การจัดพจน์ในนิพจน์ที่ซับซ้อนเสียใหม่อาจจะนำไปสู่ผลสำเร็จที่ปลายทางเดียวกัน

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่ง เป็นปัญหาย่อย ๆ ที่จะแก้ไขได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work Backwards) เมื่อท่านพยายามจะพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทาจากข้อสรุปขึ้นไปหาเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a List) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกขั้นตอนของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวบรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง (Simulation and Modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์ หรือในโลกแห่งความเป็นจริงนั้น ถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (Indirect Prove) ซึ่งเป็นที่รู้กันว่าเป็นการพิสูจน์วิธีแย้งสลับที่ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึกและการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

11. เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลาย ๆ วิธีเพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูป และระบุชื่อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ

เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใด ก็ยิ่งมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์แอบแฝงอยู่ซึ่งจะเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

สรุปได้ว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแนวทางในการนำไปสู่คำตอบ ประกอบด้วย การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การคาดเดาและการตรวจสอบ การทำงานแบบย้อนกลับ การเขียนสมการ การเปลี่ยนมุมมอง การทำให้ง่ายลง การจัดทำรายการ เป็นต้น จะเห็นว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นมีหลายวิธี ดังนั้น การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา จะทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้น ขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหา ปัญหาข้อหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้หลายแบบ การกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาจะช่วยให้การดำเนินการแก้ปัญหาทำได้เร็วขึ้น

7. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นอกจากจะมีความรู้ในเนื้อหา ขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหาต้องมีประสบการณ์ ความคิด เหตุผล การพิจารณา การสังเกต การวิเคราะห์ และการสังเคราะห์ ในปัญหานั้นๆ ซึ่งสิ่งเหล่านี้เรียกว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้ความคิด เหตุผล ตรรกะ ประกอบกับประสบการณ์การแก้ปัญหาจนเกิดเป็นทักษะทางปัญญาในการเลือกกระบวนการ และยุทธวิธีที่เหมาะสม มาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ซึ่งกระบวนการและยุทธวิธี จะประกอบด้วย กระบวนการทำความเข้าใจ กระบวนการดำเนินการ กระบวนการจำ กระบวนการได้มาซึ่งผลลัพธ์ กระบวนการประเมินผล ยุทธวิธี และเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Clyde, C. G. 1967 : 112 ; Gagne, R. M. 1970 : 63 ; Henny, M. (1971 : 223 - 224) ;Good, C. V. 1973 : 518 ; Morgan, C. T. 1978 : 154 – 155 ; Zalewsky, C. J. 1978 : 280 ; Glieiman, H. 1992 : 202 ; สุวร กาญจนมยูร. 2535 : 3 – 4 และสุวิมล เขี้ยวแก้ว. 2540 : 67)

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้กรอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาจาก แนวคิดของ Kilpatrick, J. (1967 : 69) ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 7 ด้าน ดังนี้

1. กระบวนการทำความเข้าใจ ประกอบด้วย การอ่าน การทบทวน และการจำแนก

2. กระบวนการดำเนินการ ประกอบด้วย การดำเนินการจริงหรือการลงมือปฏิบัติ การเขียนแผนภาพ และการใช้เครื่องหมายช่วยในการจำ

3. กระบวนการจำ ประกอบด้วย การจำสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา การจำสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสาระสำคัญ และการจำวิธีการหรือผลลัพธ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

4. กระบวนการที่จะได้มาซึ่งผลลัพธ์ ประกอบด้วย การอนุมานด้วยเหตุผล ใช้การประมาณเป็นลำดับ และการประมาณ

5. กระบวนการประเมินผล ประกอบด้วย การตรวจสอบการดำเนินการจริงหรือการลงมือปฏิบัติ การตรวจสอบเงื่อนไข และการตรวจสอบโดยขั้นตอนการทำย้อนกลับ

6. ยุทธวิธี ประกอบด้วย การใช้วิธีการในแก้ปัญหาได้ถูกต้องแสดงเป็นขั้นตอนที่ชัดเจน การใช้วิธีการลองผิดลองถูกอย่างเป็นระบบ และวิธีการลองผิดลองถูกแบบสุ่มเดา

7. เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหา หมายถึง เวลาที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อ

7. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะสูงขึ้น เมื่อนักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของตนเอง ดังนั้น จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

National Council of Teacher of Mathematics (2000 : 341) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาจะประสบความสำเร็จจำเป็นจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา การกำกับตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ และการกำหนดประโยชน์ที่ได้รับจากการสร้างและแก้ปัญหานั้น ๆ การสอนการแก้ปัญหามีความจำเป็นเท่า ๆ กับครูผู้สอน ดังนั้น ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้และเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา ภาระหน้าที่ที่สำคัญของครูประกอบด้วยการวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาที่สำคัญโดยการสำรวจปัญหา การศึกษาค้นคว้า การปฏิบัติตามยุทธวิธีของตนเอง ครูต้องไม่ย่อท้อ ถึงแม้ว่าครูจะวางแผนการเรียนรู้ไว้เป็นอย่างดีแล้วแต่ไม่เป็นไปตามแผนการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ก็ตาม นักเรียนต้องการคำแนะนำในทุกครั้งที่พยายามจะแก้ปัญหา นักเรียนต้องสังเกตสิ่งที่เกิดขึ้นที่เป็นข้อคาดการณ์หรือสำรวจ นักเรียนอาจสรุปคำแนะนำของใครก็ได้ที่มีเหตุผล บางครั้งอาจไม่ใช่ครูผู้สอนก็ได้ ครูต้องฝึกวิพากษ์วิจารณ์ในส่วนของการตัดสินใจที่เป็นการตอบสนองต่อการปฏิบัติตาม และการทำความเข้าใจถึงความเป็นไปได้ทั้งในด้านการเรียนรู้และการส่งเสริมเจตคติเมื่อนักเรียน

แสดงแนวคิดใหม่ ๆ แต่ครูต้องยอมรับว่าการตอบทั้งหมดไม่ได้นำไปสู่การอธิบายได้ และในบางครั้ง ครูไม่ควรยอมรับแนวคิดทุกแนวคิดของนักเรียน ครูควรสะท้อนความคิดของนักเรียนเพื่อเป็นการสร้างบรรยากาศโดยให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดของตนเองในการทำงาน การสอนเป็นกิจกรรมของการแก้ปัญหาในตัวเอง ครูที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาต้องมีความรู้และมีวิธีการแก้ปัญหาที่ดีมีประสิทธิภาพ บทบาทของครูในการพัฒนาทักษะกระบวนการการแก้ปัญหาสรุปได้ว่า ครูไม่ได้มีหน้าที่ในการแก้ปัญหาหรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาแก่นักเรียน แต่ครูเป็นผู้ช่วย ผู้ชี้แนะ ผู้ให้คำแนะนำแก่นักเรียนในการแก้ปัญหา ครูควรสร้างบรรยากาศที่เอื้อต่อการแก้ปัญหา เช่น การฝึกการสำรวจปัญหา การฝึกอภิปรายแนวคิด เป็นต้น

Baroody, A. J. (2003 : 2 - 3) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า การสอนการแก้ปัญหามี 3 แบบ ได้แก่

1. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน

2. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนสามารถประยุกต์และฝึกใช้มโนมติและทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่าง ๆ ก่อน แล้วจึงเสนอตัวอย่างปัญหา นักเรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อย ๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่ได้มุ่งเพียงการเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลายด้วย

3. การสอนโดยการใช้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้เช่นกัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิดพัฒนาทักษะ และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์กล่าวคือใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหากับโลกที่เป็นจริง (Real world) ใช้ปัญหาในการแนะนำและทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปราย ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2550 : 62 - 74) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนำขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยามาใช้ ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน

1.2 การใช้วิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเปลี่ยนสถานการณ์ให้เป็นเรื่องใกล้ตัว เป็นต้น

1.3 การใช้ปัญหาที่มีลักษณะที่คล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้กับนักเรียนได้ทำความเข้าใจ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ซึ่งมีแนวทางดังนี้

2.1 ครูต้องไม่บอกแนวทางการแก้ปัญหาให้กับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดังๆ

2.3 สร้างลักษณะนิสัยให้นักเรียนคิดก่อนลงมือทำเสมอ

2.4 จัดหาปัญหามาให้นักเรียนคิดได้ฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ และเหมาะสมตามความสามารถของนักเรียน

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา ควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 วิธี

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ในขั้นการดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนสู่การปฏิบัติอย่างละเอียด ชัดเจนตามลำดับขั้นตอน

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ซึ่งจะครอบคลุมประเด็นสองประเด็นคือ ประเด็นแรก เป็นการมองย้อนกลับ ไปในขั้นตอนการแก้ปัญหาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนและขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ รวมทั้งพิจารณาในการหากระบวนการอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง เป็นการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์ของกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้นทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญญาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นใหม่ โดยมีแนวทางดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำถามที่ได้ให้เคยชินเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ที่หาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

อัมพร ม้าคนอง (2554 : 47) ได้กล่าวถึง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถสรุปเป็น 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การใช้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนฝึกใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างที่แตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค กลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหาของพลยา กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่เป็นการบูรนาการกระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้เป็น 3 แนวทาง คือ การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ การสอนให้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนฝึกใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างที่แตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ และการสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค กลวิธีการแก้ปัญหา

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development)

เพียเจต์ (Jean Piaget) เป็นนักจิตวิทยาชาวสวิสเซอร์แลนด์ที่มีบทบาทในวิชาชีพต่างๆ มากในช่วงปี 1930 – 1980 เขาได้เสนอทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งเพียเจต์ เชื่อว่า กิจกรรมทางกลไกและกล้ามเนื้อ เป็นรากฐานของการปฏิบัติทางสมอง การเจริญงอกงามทางสติปัญญา เป็นผลมาจากปฏิสัมพันธ์ (Interaction) กับสิ่งแวดล้อม สำหรับการคิดนั้น ก็เหมือนกับการพัฒนาการทางร่างกายด้านต่าง ๆ ที่ค่อย ๆ เติบโตจนถึงขีดสุดในระยะวัยรุ่น นอกจากนี้เพียเจต์ยังเชื่อว่า หลักสำคัญในการจัดระบบที่อยู่ภายในความคิดของมนุษย์ คือ พยายามที่จะทำความเข้าใจในสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัว ปัจจัยที่สำคัญในการพัฒนาทางสติปัญญาและความคิด คือการที่ได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมมาตั้งแต่แรกเกิด และในช่วงที่มีการพัฒนาการตั้งแต่แรกเกิดมานั้น มนุษย์จะมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อปรับระบบภายในของความคิดอย่างช้า ๆ เนื่องจากการมีปฏิสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่องระหว่างบุคคลกับสิ่งแวดล้อม จึงมีผลทำให้ระดับสติปัญญาและความคิดมีการพัฒนาขึ้นอย่างต่อเนื่อง อยู่ตลอดเวลา (Woolfolk, A. E. et al. 1980 ; สุรางค์ โค้วตระกูล. 2536 : 34 และ พรรณี ช. เจนจิต. 2538 : 133 - 136) ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ มีหลักการและแนวคิดที่สำคัญ ดังนี้

1. กระบวนการเรียนรู้

เพียเจต์เชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นโดยการกระทำ ระดับสติปัญญาของเด็กเริ่มพัฒนาจากการมีปฏิสัมพันธ์อย่างต่อเนื่องระหว่างร่างกายกับสิ่งแวดล้อม ซึ่งในการปฏิสัมพันธ์นี้จะเป็นการจัดและรวบรวมระบบภายใน (Oganization) และการปรับตัวของร่างกายกับสิ่งแวดล้อมภายนอก (Adaptation) ที่เป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องปรับปรุงเปลี่ยนแปลงได้ตลอดเวลา เพื่อให้สมดุลกับสิ่งแวดล้อม แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ (เพ็ญพิไล ฤทธาคณานนท์. 2536 : 4 - 5, สุรางค์ โค้วตระกูล. 2536 : 34 และ พรรณี ช. เจนจิต. 2538 : 133 - 136)

1.1 การจัดและรวบรวมระบบภายใน (Oganization) หมายถึง การจัดและรวบรวมกระบวนการต่างๆภายใน เข้าเป็นระบบอย่างต่อเนื่อง เป็นระเบียบ และมีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา ตราบที่ยังมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

1.2 การปรับตัวของร่างกายกับสิ่งแวดล้อมภายนอก (Adaptation) หมายถึง การปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมเพื่ออยู่ในสภาพสมดุล ซึ่งคนเรามีโครงสร้างทางสมองมาตั้งแต่เกิด เมื่อได้รับประสบการณ์ต่างๆ สมองก็จะรับเอาเข้ามากลมกลืนกับความรู้เดิม ความรู้ใหม่ ที่รับเข้าไปจะทำให้สมองขาดสมดุล ดังนั้นโครงสร้างสมองจึงต้องปรับเปลี่ยนเพื่อรักษา

สมดุลเอาไว้ การปรับเปลี่ยนเพื่อรักษาโครงสร้างของสมองนี้ ซึ่งการปรับตัวนี้ จะประกอบด้วยกระบวนการ 2 อย่าง คือ

1.2.1 กระบวนการซึมซาบหรือดูดซึม (Assimilation) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อมนุษย์มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยมนุษย์จะซึมซาบหรือดูดซึมประสบการณ์ใหม่ให้รวมเข้าอยู่ในโครงสร้างของสติปัญญา (Cognitive Structure) เดิมที่มีอยู่โดยอาศัยการตีความหรือการรับข้อมูลจากสิ่งแวดล้อม ส่วนบุคคลจะรับรู้มากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับความสามารถในการรับรู้ของแต่ละคน

1.2.2 กระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญา (Accomodation) เป็นกระบวนการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของสติปัญญาที่มีอยู่แล้วให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมหรือประสบการณ์ใหม่หรือเป็นการเปลี่ยนแปลงความคิดเดิมให้สอดคล้องกับสิ่งแวดล้อมใหม่ ซึ่งเป็นความสามารถในการปรับโครงสร้างทางปัญญา

สรุปได้ว่า กระบวนการเรียนรู้ตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ การเรียนรู้จะเกิดขึ้นโดยการกระทำระหว่างร่างกายกับสิ่งแวดล้อม ซึ่งอาศัยการจัดและรวบรวมระบบภายใน และการปรับตัวของร่างกายกับสิ่งแวดล้อมภายนอก ที่ประกอบด้วย กระบวนการซึมซาบและกระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญา

2. องค์ประกอบที่เสริมสร้างพัฒนาการทางสติปัญญา

เพียเจต์ถือว่า เด็กทุกคนเกิดมาพร้อมที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และปฏิสัมพันธ์นี้ทำให้เกิดพัฒนาการทางสติปัญญา เพียเจต์แบ่งองค์ประกอบที่มีส่วนเสริมสร้างพัฒนาการทางสติปัญญา มี 4 องค์ประกอบ (สุรางค์ โค้วตระกูล. 2536 : 36 และ พรรณี ช. เจนจิต. 2538 : 140) ดังนี้

2.1 วุฒิภาวะ (Maturation) เป็นการเจริญเติบโตด้านสรีระวิทยาโดยเฉพาะเส้นประสาทและต่อมไร้ท่อ ซึ่งมีส่วนสำคัญต่อการพัฒนาทางสติปัญญา หรือจะต้องจัดประสบการณ์หรือสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสมกับความพร้อมหรือวัยของเด็ก

2.2 ประสบการณ์ (Experience) ทุกครั้งที่คนเรามีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมก็จะเกิดประสบการณ์ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

2.2.1 ประสบการณ์ที่เนื่องมาจากปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติ

2.2.2 ประสบการณ์เกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Logical Mathematical Experience) ซึ่งมีความสำคัญในการแก้ปัญหาต่างๆ โดยเฉพาะทางคณิตศาสตร์

2.3 การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม (Social Transmission) หมายถึง การที่พ่อ แม่ ครู และคนที่อยู่รอบตัวเด็กจะถ่ายทอดความรู้ให้เด็ก หรือสอนเด็กที่พร้อมจะรับถ่ายทอดด้วยกระบวนการซึมซาบประสบการณ์หรือการปรับโครงสร้างทางสติปัญญา

2.4 กระบวนการพัฒนาสมดุล (Equilibration) หรือการควบคุมพฤติกรรมของตนเอง (Self Regulation) ซึ่งอยู่ในตัวของแต่ละบุคคลเพื่อจะปรับความสมดุลของพัฒนาการทางสติปัญญาขั้นต่อไปอีกขั้นหนึ่งซึ่งสูงกว่า โดยใช้กระบวนการซึมซาบประสบการณ์และการปรับโครงสร้างทางสติปัญญา

สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่เสริมสร้างพัฒนาการทางสติปัญญา แบ่งออกเป็น 4 องค์ประกอบ คือ วุฒิภาวะ ประสบการณ์ ได้แก่ ประสบการณ์ที่มาจากปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติและประสบการณ์เกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม คือ การที่พ่อ แม่ ครู และคนที่อยู่รอบตัวเด็กจะถ่ายทอดความรู้ให้เด็ก และกระบวนการพัฒนาสมดุลหรือการควบคุมพฤติกรรมของตนเอง

3. ระดับพัฒนาการทางสติปัญญา

พัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์พัฒนาขึ้นเป็นลำดับ 4 ระดับ โดยแต่ละระดับ จะแตกต่างกันในกลุ่มคน และอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละระดับก็จะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ระดับทั้งสี่ของเพียเจต์ ประกอบด้วย ระดับประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory – Motor Stage) ระดับเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (Preoperational Stage) ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม (Concrete operational Stage) และระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Formal Operational Stage) (บุญทัน อยู่ชมบุญ. 2529 : 29 และ อัมพร ม้าคนอง. 2546 : 1) ดังนี้

3.1 ระดับประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory – Motor Stage) เป็นระดับพัฒนาการในช่วงอายุ 0 – 2 ปี ความคิดของเด็กกลุ่มนี้ขึ้นกับการรับรู้และการกระทำ เด็กจะยึดตัวเองเป็นศูนย์กลางและยังไม่สามารถเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น

3.2 ระดับเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (Preoperational Stage) เป็นพัฒนาการในช่วง อายุ 2 – 7 ปี ความคิดของเด็กกลุ่มนี้ยังขึ้นอยู่กับการรับรู้เป็นส่วนใหญ่ ไม่สามารถใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้ง แต่สามารถเรียนรู้และใช้สัญลักษณ์ได้ การใช้ภาษาแบ่งเป็นขั้นย่อย ๆ 2 ระดับ คือ ระดับก่อนเกิดความคิดรวบยอด เป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 2 – 4 ปี และระดับการคิดด้วยความเข้าใจของตนเอง เป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 4 – 7 ปี

3.3 ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม (Concrete operational Stage) เป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 7 – 11 ปี เป็นระดับที่การคิดของเด็กไม่ขึ้นกับการรับรู้จากรูปร่างเท่านั้น เด็กสามารถสร้างภาพในใจและสามารถคิดย้อนกลับได้ และมีความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวเลขและสิ่งต่าง ๆ ได้มากขึ้น

3.4 ระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Formal Operational Stage) เป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 11 – 15 ปี เด็กจะสามารถคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ สามารถคิดตั้งสมมติฐาน และสามารถใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้

สรุปได้ว่า ระดับพัฒนาการทางสติปัญญา เป็นการพัฒนาทางสติปัญญาของมนุษย์ตามช่วงอายุ ลักษณะพันธุกรรม และสิ่งแวดล้อม แบ่งออกเป็น 4 ระดับ คือ ระดับประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว ระดับเตรียมพร้อมปฏิบัติการ ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม และระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมธรรม ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาระดับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน ที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage) และระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Formal Operational Stage) ซึ่งทั้งสองระดับนี้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage)

ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม เป็นระดับที่มีความสำคัญในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงมีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม ในทำนองที่คล้ายกัน ดังนี้

Paiget, J. and Inhelder, B. (1969 : 103) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบรูปธรรมไว้ว่า เด็กจะไม่สามารถเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและอัตราเร็วจนกว่าจะอายุ 10 - 11 ปี ในขั้นนี้ เด็กจะพิจารณาว่า รถคันหนึ่งจะวิ่งเร็วกว่ารถอีกคันหนึ่งก็ต่อเมื่อคันแรกแซงคันที่สองเท่านั้น แต่สำหรับเด็กในระดับก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational) จะตอบว่ารถคันแรกจะวิ่งเร็วกว่ารถอีกคันจากการพิจารณาเฉพาะตำแหน่งสุดท้ายที่รถไปถึง ว่ารถคันใดไปได้ไกลกว่ากัน โดยไม่คำนึงถึงจุดเริ่มต้นที่แตกต่างกัน ในการทดลองให้รถสองคันวิ่งจากจุด A ในเวลาเดียวกัน ไปถึงยัง จุด B ในเวลาเดียวกัน แต่ทั้งสองคันวิ่งคนละเส้นทาง ถ้าเป็นเด็กระดับก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational) จะบอกว่ารถ 2 คัน วิ่งด้วยอัตราเร็วเท่ากัน แต่เด็กในระดับการคิดแบบนามธรรม ที่มีอายุตั้งแต่ 8 ปีขึ้นไป จะตอบว่า รถสองคันวิ่งด้วยอัตราเร็วที่ต่างกัน ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเด็กระดับนี้ เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างเวลากับระยะทาง แม้ว่าเด็กในระดับนี้จะมีพัฒนาการทางความคิดก้าวหน้ามากขึ้น แต่การคิดของเด็กก็ต้องอาศัยพื้นฐาน

ของประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรมอยู่ เด็กยังไม่สามารถคิดเหตุผลที่เป็นนามธรรมได้เหมือนกับผู้ใหญ่

Dembo, M. H. (1991 : 54 - 55) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบรูปธรรมไว้ว่า เด็กในระดับการคิดอย่างเป็นรูปธรรม มีความเข้าใจในสิ่งต่อไปนี้

1 การรวมเข้ากันหรือการจัดประเภท (Combinativity or Classification) เป็นปฏิบัติการของการจัดรวมประเภทสิ่งต่างๆ เข้าด้วยกันเป็นองค์ประกอบใหม่ เช่น ลูกปัดสีน้ำตาล รวมกับลูกปัดสีเขียว เป็นลูกปัดพลาสติก โดยเด็กจะเข้าใจว่าบางอย่างสามารถจัดรวมเข้ากับประเภทอื่นได้

2. การคิดย้อนกลับ (Reversibility) เป็นการคิดย้อนกลับไปสู่จุดเริ่มต้นและกลับมา สู่จุดจบได้ เช่น เด็กทุกคน – เด็กหญิง = เด็กชาย หรือ 7 + 3 = 10 หรือ 10 – 7 = 3 เป็นต้น

3. การเชื่อมความสัมพันธ์ (Associativity) เป็นการหาวิธีรวมเข้าด้วยกัน แต่ได้ผลอย่างเดียวกัน เช่น การนำเอาไม้ยาว 6 นิ้ว สองอัน และ 24 นิ้ว หนึ่งอัน มาวางได้หลายวิธีเพื่อให้ได้ระยะทาง 1 หลา โดยอาจเรียงไม้สั้นก่อน หรือเรียงไม้ยาวก่อน หรือสลับกันก็ได้ การคิดแบบนี้ทำให้เด็กได้คำตอบหลายวิธี

4. ความเป็นเอกลักษณ์ (Identity) เป็นการรวมส่วนประกอบอันใดอันหนึ่งเข้ากับส่วนประกอบที่ตรงข้ามแล้วได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์ ซึ่งอาจเขียนในรูป A + (-A) = 0 เช่น มีน้ำ 1 หน่วย ตักออกไป 1 หน่วย มีค่าเท่ากับ ศูนย์หรือไม่มีน้ำเลย หรือถ้าเราเดินทางไปทิศตะวันตก 3 กิโลเมตร แล้วเดินทางกลับมายังทิศตะวันออก 3 กิโลเมตร เราจะอยู่ที่เดิม ลักษณะต่างๆ ดังกล่าวข้างต้น ทำให้เด็กรู้จักพิจารณาสองมิติในขณะเดียวกัน เช่น ดูทั้งความยาวและความกว้าง ซึ่งเป็นลักษณะของการลดการยึดตนเองเป็นศูนย์กลางลง นอกจากนี้เด็กยังสามารถจัดเรียงลำดับ (Seriation) สิ่งของต่าง ๆ โดยเปรียบเทียบคุณสมบัติเชิงปริมาณ (ซึ่งอาจเป็นความสูง ขนาด และปริมาตร) ในวัยนี้ภาษาจะเปลี่ยนไปด้วย เด็กจะรู้จักการสื่อสารมากขึ้น เด็กจะพยายามที่จะเข้าใจผู้อื่น และสื่อสารความรู้สึกนึกคิดทั้งกับผู้ใหญ่และเพื่อน กระบวนการคิดจึงลดความเป็นศูนย์กลางลง

Ojose, B. (2005 : 1) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบรูปธรรมไว้ว่า เด็กในระดับนี้สามารถพิจารณาในสองหรือสามมิติควบคู่กันไปอย่างต่อเนื่อง ตัวอย่างเช่น ในการทดสอบของเหลว ถ้าเด็กสังเกตระดับของเหลวลดลง ในขณะเดียวกันเขาก็จะเห็นของเหลวขยายกว้างออกมากขึ้น ซึ่งเป็นการมองสองมิติในเวลาเดียวกัน นอกจากนี้ ยังมีความสามารถใน

การจัดกลุ่มและการเรียงลำดับ ซึ่งความสามารถทั้งสองนี้มีความจำเป็นมากต่อการทำความเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับจำนวน การเรียงลำดับเป็นความสามารถมองวัตถุที่สัมพันธ์กัน เช่น ความยาวเพิ่มขึ้นหรือลดลง น้ำหนักหรือปริมาตร ในทางกลับกัน การจัดกลุ่มเป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการจัดกลุ่มของวัตถุบนพื้นฐานทั่ว ๆ ไป

Rathus, S. A. (2008 : 1) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบนามธรรมไว้ว่า เด็กในระดับนี้มีความสามารถในการมองหลาย ๆ ส่วนของปัญหา ในขณะเด็กที่อยู่ในระดับก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational Stage) จะมุ่งเน้นที่จะมองเพียงแง่มุมใดมุมหนึ่งของสถานการณ์ปัญหาเท่านั้น โดยเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรมจะมีความสามารถหนึ่งที่เรียกว่า decentration ทำให้สามารถมองความแตกต่างของลักษณะบัญหาได้ ซึ่งจะมีบทบาทสำคัญในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการอนุรักษ์

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529 : 30 - 31) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบรูปธรรมไว้ว่า เป็นเด็กที่อยู่ในช่วงอายุ 7 – 11 ปี เทียบได้กับชั้น ป. 1 – ป. 6 เด็กในวัยนี้เริ่มมีความคิดที่เป็นเหตุผล แต่ความคิดขึ้นอยู่กับเหตุการณ์เฉพาะหน้าหรือสิ่งที่เป็นรูปธรรม ยังไม่เข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม สามารถจัดหมวดหมู่และแบ่งสิ่งของออกเป็นพวกในเวลาเดียวกัน เพราะสามารถคิดถึงขนาดและปริมาตรไปพร้อมๆ กันได้ ลักษณะเด่นของระดับนี้คือ ความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility) เพียเจต์กล่าวว่า การคิดย้อนกลับเป็นหัวใจสำคัญในการพัฒนาการทางสติปัญญา เป็นสิ่งที่จะแสดงให้เห็นถึงความสามารถทางสมองที่จะคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ เช่น ตัวอย่างน้ำในแก้ว ถ้าเด็กรู้จักใช้ความคิดย้อนกลับว่า เดิมน้ำในแก้วที่หนึ่งกับสอง มีปริมาณเท่ากัน ถ้านำน้ำในแก้วที่หนึ่งเทใส่เหยือก ระดับน้ำจะไม่เท่ากับแก้วที่สอง ปริมาณน้ำย่อมมีจำนวนเท่าเดิม แม้จะเปลี่ยนใส่ภาชนะที่มีขนาดหรือรูปร่างต่างกันก็ตาม โดยลักษณะที่สำคัญของเด็กในระดับนี้ ได้แก่

1. สามารถคิดหาเหตุผลได้จากวัตถุหรือสิ่งของที่เป็นรูปธรรม
2. สามารถแก้ปัญหาได้จากสิ่งที่เห็นเป็นรูปธรรม
3. สามารถแบ่งประเภทสิ่งของ จัดเรียงลำดับ สร้างเกณฑ์ในการแบ่งได้ แต่ต้องให้เห็นของจริงที่มีตัวตน
4. สามารถเคลื่อนไหวได้คล่องแคล่ว
5. สามารถมองทีละหลายมิติได้ คิดและเห็นคุณสมบัติของวัตถุสิ่งของได้หลาย ๆ ด้าน
6. สามารถคิดย้อนกลับได้

7. ไม่มีความคิดความเข้าใจในการสร้างสมมติฐานยากๆ เช่น ถ้าเอาน้ำแข็งไสถ้วยแก้ว ถามว่าหยดน้ำที่เกาะถ้วยแก้ด้านนอกมาจากไหน เด็กจะตอบว่า ซึมออกมาจากถ้วย เพราะมองไม่เห็นว่าในอากาศมีละอองน้ำอยู่ ไอน้ำเป็นสิ่งที่มองไม่เห็น เด็กในวัยนี้จึงคิดสร้ามโนภาพไม่ได้

กัญญา โพธิวัฒน์ (2542 : 57) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบรูปธรรมไว้ว่า เด็กในระดับนี้ มีช่วงอายุ 7 – 11 ปี เด็กจะมีความสามารถในการจดจำภาพหรือเก็บภาพก่อนการเปลี่ยนแปลงของวัตถุไว้ได้ เรียกได้ว่ามีความสามารถในการอนุรักษ์ (Conserve) การเริ่มมีความสามารถในการอนุรักษ์นี้เป็นตัวบ่งชี้ว่า เด็กพร้อมแล้วที่จะเรียนคณิตศาสตร์ที่เป็นปฏิบัติการ เช่น การบวก การลบ เป็นต้น ความสามารถของเด็กวัยนี้ จะมีพัฒนาการถึงขั้นใช้สมองคิดอย่างมีเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหากับสิ่งต่าง ๆ อย่างเป็นรูปธรรมได้ สามารถที่จะเข้าใจความสัมพันธ์ของส่วนย่อยและส่วนรวม มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแบ่งหมู่และการจัดหมู่โดยมีเกณฑ์อย่างใดอย่างหนึ่งเป็นหลัก การมองอะไรของเด็กแทนที่จะมองเพียงลักษณะเดียวเหมือนตอนเด็ก ๆ เด็กจะสามารถมองวัตถุได้ถึงสองลักษณะในเวลาเดียวกัน คือ สามารถคิดถึงขนาดและน้ำหนัก หรือขนาดและปริมาตรไปพร้อม ๆ กันได้

สมทรง สุวพานิช (2549 : 166) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในการคิดแบบรูปธรรมไว้ว่า พัฒนาการทางความคิดของเด็กในวัยนี้เริ่มเข้ารูปเข้ารอย คือเริ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ โดยที่ปัญหาจะต้องเป็นรูปธรรม คือ เป็นสิ่งที่สามารถจับต้องได้ หรือสัมผัสได้ สามารถเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องความคงตัวของสิ่งของต่าง ๆ (Conservation) มีความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reservation) การที่เด็กได้เรียนรู้ประสบการณ์เชิงรูปธรรมจากวัตถุ จะทำให้มีความคิดความเข้าใจในเชิงคณิตศาสตร์ คือมีความเข้าใจในเรื่องการจำแนก การจัดลำดับ การนับ การวัด และอื่น ๆ นอกจากนี้ยังสามารถมองวัตถุได้ถึงสองลักษณะในเวลาเดียวกัน คือ ความสามารถในการคิดถึงขนาดและน้ำหนัก หรือขนาดและปริมาณไปพร้อม ๆ กันได้

สรุปได้ว่า ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม เป็นระดับสติปัญญาของเด็กที่อยู่ในช่วงอายุ 7 - 11 ปี เด็กในระดับนี้จะเริ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ สามารถคิดแบบเป็นรูปธรรม ทำให้แก้ปัญหาที่เป็นรูปธรรมได้ นอกจากนี้ยังมีความสามารถในอนุรักษ์ (Conserve) ทำให้สามารถบอกความคงตัวของสสาร (Conservation) นั้นคือ จะบอกได้ว่าของเหลวหรือของแข็งจำนวนหนึ่งจะมีจำนวนคงที่ แม้ว่าจะเปลี่ยนแปลงรูปร่างหรือสถานที่บรรจุ มีความสามารถในการคิดเปรียบเทียบ (Relational Terms) โดยจะสามารถคิดเปรียบเทียบ

และเข้าใจว่าสิ่งใดสิ่งหนึ่งจะใหญ่กว่า มากกว่า น้อยกว่า ขึ้นอยู่กับว่าเปรียบเทียบกับอะไร มีความสามารถในการแบ่งกลุ่มหรือการจัดหมู่ (Class Inclusion) เป็นความสามารถที่จะตั้งกฎเกณฑ์ช่วยในการแบ่ง หรือจัดสิ่งแวดล้อม หรือสิ่งรอบ ๆ ตัว เป็นหมวดหมู่ได้ มีความสามารถในการเชื่อมความสัมพันธ์ (Associativity) เป็นการหาวิธีรวมเข้าด้วยกันแต่ได้ผลอย่างเดียวกัน มีความสามารถในการเรียงลำดับ (Seriation) สิ่งของต่างๆ โดยเปรียบเทียบคุณสมบัติเชิงปริมาณ สามารถมองวัตถุได้ถึงสองลักษณะในเวลาเดียวกัน และมีความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility) โดยจะคิดกลับไปยังจุดเริ่มต้นได้ ซึ่งความสามารถนี้จะมีความสำคัญต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. ระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Formal Operational Stage)

ระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม เป็นระดับสูงสุดของระดับพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมในทำนองที่คล้ายกัน ดังนี้

Paiget, J. and Inhelder, B. (1969 : 104) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม ไว้ว่า เด็กในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม เมื่อประสบกับปัญหา จะสามารถใช้เหตุผลเหมือนนักวิทยาศาสตร์ เด็กจะตั้งสมมติฐาน ทดลอง ควบคุมตัวแปร บันทึกผลที่เกิดขึ้น จากผลนี้เด็กจะสรุปอย่างมีระบบ มีคุณลักษณะของการคิดแบบอุปมานเชิงวิทยาศาสตร์ประการหนึ่ง คือ ความสามารถที่จะคิดเกี่ยวกับผลของตัวแปรตัวหนึ่งโดยควบคุมตัวแปรตัวอื่น ๆ ให้คงที่ก่อนจะสรุปด้วยวิธีอุปมาน ซึ่งความสามารถนี้จะไม่ปรากฏในระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม

Dembo, M. H. (1991 : 54 - 55) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม ไว้ว่า ระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม มีความเข้าใจในสิ่งต่อไปนี้

1. ความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอนุมานเชิงสมบัติ (Hypothetical deductive reasoning) การคิดในวิธีนี้เป็นการสรุปเหตุผล จากกฎหรือหลักการทั่วไป (General) ไปสู่หลักการเฉพาะ (Specific) โดยใช้ข้อมูลที่สมมติขึ้น เช่น $A < B$ และ $B > C$ จึงอนุมานได้ว่า $A < C$ ความจริงแล้วเด็กในขั้นระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรมก็สามารถคิดหาเหตุผลแบบอนุมานได้ แต่การคิดของเด็กจะจำกัดเฉพาะเหตุการณ์ หรือข้อมูลที่เด็กคุ้นเคยและเป็นรูปธรรมเท่านั้น แต่เด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมนี้ จะสามารถคิดจากข้อมูลที่เป็นนามธรรมได้

2. ความสามารถในการคิดหาเหตุผลจากประพจน์ (Propositional reasoning) เด็กในระดับนี้จะไม่มีข้อจำกัดในการคิดหาเหตุผลจากข้อมูลที่เป็นนามธรรม เด็กจะสามารถสรุปเหตุผลจากประพจน์ซึ่งอธิบายเหตุการณ์ หรือสิ่งที่เป็นรูปธรรม แม้ข้อมูลนั้นจะเป็นประพจน์ที่เป็นข้อขดแย้งกับความเป็นจริงก็ตาม เช่น ถ้าถามเด็กในระดับนี้ว่า “สมมติว่าเป็นนายกรัฐมนตรี คิดว่าจะต้องเจอกับสถานการณ์หรือปัญหาอะไรบ้าง” ซึ่งเด็กในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมจะหาคำตอบอย่างมีเหตุผลจนได้ข้อสรุป โดยไม่คำนึงว่าประพจน์นั้นเป็นจริงหรือไม่

3. การคิดหาเหตุผลแบบอุปมานเชิงวิทยาศาสตร์ (Scientific inductive reasoning) เป็นวิธีการสรุปเหตุการณ์จากข้อเท็จจริงเฉพาะไปสู่กฎทั่วไป วิธีนี้นักวิทยาศาสตร์มักใช้สรุปกฎเกณฑ์หรือหลักการจากปรากฏการณ์เฉพาะที่เด็กสังเกต

Ojose, B. (2005 : 2) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมไว้ว่า เด็กในระดับนี้จะเริ่มต้นการพัฒนารูปแบบการคิดที่เป็นนามธรรม โดยอาศัยเหตุผล จะใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ โดยไม่จำเป็นต้องทำความเข้าใจในข้อมูลนั้น ตัวอย่างเช่น นักเรียนในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมจะสามารถแก้สมการ $x + 2x = 9$ ได้โดยไม่จำเป็นต้องอ้างถึงสถานการณ์ที่ครูบอกเหมือนเด็กในขั้นการคิดแบบรูปธรรม เช่น โทนี่กินลูกอมจำนวนหนึ่ง น้องสาวกินสองเท่าของเขา พวกเขากินรวมกันได้ 9 เม็ด โทนี่กินลูกอมกี่เม็ด นอกจากนี้ ทักษะการให้เหตุผลของเด็กในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม จะเป็นกระบวนการทางจิตใจที่เกี่ยวข้องกับการคิดและการประเมินผลของข้อโต้แย้ง

ประสาท อศรปรีดา (2521 : 20) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมไว้ว่า ระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Formal Operations State) จะมีอายุ 12 ปี ถึงวัยผู้ใหญ่ ในระดับนี้พัฒนาการทางสติปัญญา และความคิดของเด็กเป็นระดับสูงสุด คือ เด็กในวัยนี้จะเริ่มคิดเป็นแบบผู้ใหญ่ โดยความคิดแบบเด็กจะสิ้นสุดลง เด็กสามารถที่จะคิดหาสาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถคิดอย่างวิทยาศาสตร์ สามารถตั้งสมมติฐานและทฤษฎี และเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยกับการรับรู้ไม่สำคัญเท่ากับความคิดถึงสิ่งที่อาจเป็นไปได้ (Possibility) เพียเจต์ได้สรุปว่า “เด็กวัยนี้เป็นผู้ที่คิดเหนือไปกว่าสิ่งปัจจุบันสนใจโดยจะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่างและมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีตัวตนหรือสิ่งที่เป็นนามธรรม”

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529 : 32) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม ไว้ว่า อยู่ในช่วงอายุ 12 – 14 ปี เทียบได้กับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ระดับนี้พัฒนาการ

ทางสติปัญญาถือว่าสูงสุด เพาะเด็กวัยนี้เริ่มคิดแบบผู้ใหญ่ คือเรียนคิดเชิงนามธรรมได้ดี สามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ โดยจะระลึกถึงสิ่งที่ไม่มีตัวตนหรือเป็นนามธรรม เรียกว่า การคิดแบบตั้งสมมติฐาน (Hypotheticul-Deduction) สามารถพิจารณาได้ว่าสิ่งใดเป็นไปได้หรือเป็นไปไม่ได้ รู้จักทบทวน โต้แย้งเกี่ยวกับความคิดเห็นได้อย่างกว้างขวาง มีการวางแผนวิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นระเบียบ ดังนี้

1. เด็กคิดหาเหตุผลจากสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ แม้จะไม่เห็นของจริง หรือไม่พบประสบการณ์นั้นๆ โดยตรง เพียงแต่มีคนเล่าให้ฟัง หรืออย่างจากหนังสือ ก็สามารถสร้างมโนทัศน์ในเรื่องนั้นได้

2.สามารถคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกวิทยาได้

3. สามารถสร้างสมมติฐาน คิดแผนการทดลอง และวางแผนการทดลองได้

4. สามารถสรุปความจริงได้ จากข้อมูลที่พบ/ที่มีอยู่

5. สามารถถ่ายทอดความคิดเห็นจากรูปแบบหนึ่งไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งได้

6. สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้

7. มีความคิดเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

กัญญา โพธิวัฒน์ (2542 : 57) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม ไว้ว่าเป็นเด็กที่มีช่วงอายุ 11 ปี ถึง 15 ปี เป็นระดับพัฒนาการทางสติปัญญาสูงสุด เด็กวัยนี้จะมีความสามารถคิดอย่างมีเหตุผลกับปัญหาทุกชนิด สามารถแก้ปัญหาอย่างมีระบบระเบียบ สามารถคิดถึงตัวแปรต่าง ๆ ในเวลาเดียวกัน สามารถนำหลักการไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ เริ่มมีความคิดแบบผู้ใหญ่ สามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถระลึกถึงสิ่งที่ไม่มีตัวตนหรือสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ มีลักษณะการคิดแบบตั้งสมมติฐาน โดยพิจารณาถึงสิ่งที่เป็นไปได้หรือเป็นไปไม่ได้ รู้จักทบทวน โต้แย้งเกี่ยวกับความคิดเห็นได้อย่างกว้างขวาง

สมทรง สุวพานิช (2549 : 166) ได้กล่าวถึงเด็กที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมไว้ว่า เป็นระดับที่เริ่มเข้าสู่วัยรุ่นและเป็นผู้ใหญ่ เด็กในวัยนี้จะมีพัฒนาการทางด้านสติปัญญาและความคิดขั้นสูง คือ สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เป็นนามธรรม โดยใช้การคิดหาเหตุผลอย่างแท้จริง เริ่มมีความคิดแบบผู้ใหญ่ คือ ความสามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่มีความพอใจที่จะคิดถึงสิ่งที่ไม่มีตัวตนหรือสิ่งที่เป็นนามธรรม และมีลักษณะการคิดแบบตั้งสมมติฐาน

สรุปได้ว่า ระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม เป็นระดับสติปัญญาของเด็กที่อยู่ในช่วงอายุ 11 ปีขึ้นไป หรือเริ่มเข้าสู่วัยรุ่นและวัยผู้ใหญ่ ทำให้มีพัฒนาการทางด้านสติปัญญาและความคิดขั้นสูง คือ สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เป็นนามธรรม โดยใช้การคิดหาเหตุผลอย่างแท้จริง รู้จักการคิดเป็นเหตุเป็นผล เป็นผู้ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ ต้องตั้งสมมติฐาน หาข้อมูลมาประกอบ เพื่อพิสูจน์สมมติฐาน ซึ่งเป็นหลักการคิดแบบวิทยาศาสตร์ (Scientific thinking) มีความสามารถในการคิดเรื่องนามธรรมที่ยาก ๆ ได้ สามารถสร้างความคิดรวบยอดเรื่องนามธรรมต่าง ๆ ได้กว้างขวาง และลึกซึ้งขึ้น รวมทั้งมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังเข้าใจและมีความคิดรวบยอดเรื่อง กฎ ทฤษฎี หลักการต่าง ๆ ทำให้สามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ โดยไม่จำเป็นต้องทำความเข้าใจในข้อมูลนั้น และมีความสามารถในการอนุมาน ซึ่งประกอบด้วย ความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย ความสามารถในการคิดหาเหตุผลจากประพจน์ และความสามารถการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย

การศึกษาระดับพัฒนาการทางสติปัญญาของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สรุปความสามารถของเด็กที่มีระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Concrete Operational Stage) และระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Formal Operational Stage) ดังนี้

ตารางที่ 1 อธิบายความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage) และระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Formal Operational Stage)

ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage)	ระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Formal Operational Stage)
1. อยู่ในช่วงอายุ 7 - 11 ปี	1. อยู่ในช่วง 11 ปีขึ้นไป
2. ความสามารถคิดหาเหตุผลแบบเป็นรูปธรรม ทำให้สามารถแก้ปัญหาที่เป็นรูปธรรมได้	2. รู้จักการคิดเป็นเหตุเป็นผล
3. ความสามารถในการบอกความคงตัวของสสาร (Conservation)	3. สามารถคิดแบบวิทยาศาสตร์ (Scientific thinking)
4. ความสามารถในการคิดเปรียบเทียบ (Relational Terms)	4. ความสามารถในการคิดเรื่องนามธรรมที่ยาก ๆ
5. ความสามารถในการแบ่งกลุ่มหรือจัดหมู่ (Class Inclusion)	5. ความสามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่
	6. เข้าใจ และมีความคิดรวบยอดเรื่อง กฎ ทฤษฎี หลักการต่าง ๆ
	7. ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์ทาง

ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage)	ระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (Formal Operational Stage)
6. ความสามารถในการเชื่อมความสัมพันธ์ (Associativity) 7. ความสามารถในการเรียงลำดับ (Seriation) 8. ความสามารถในการมองวัตถุได้ถึงสองลักษณะในเวลาเดียวกัน 9. ความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility)	คณิตศาสตร์ในการดำเนินการ 8. ความสามารถในการอนุมาน

6. Longeot's test

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้จำแนกระดับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนตามแนวคิดของเพียเจต์ ออกเป็นสองระดับ คือ ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม และระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม โดยใช้แบบทดสอบจำแนกระดับพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งพัฒนามาจากแบบทดสอบ Longeot's test โดยแบบทดสอบ Longeot's test มีแนวคิดและหลักการดังต่อไปนี้

แบบทดสอบ Longeot's test เป็นแบบทดสอบที่จำแนกระดับพัฒนาการทางสติปัญญาออกเป็น 2 ระดับ ตามแนวคิดของเพียเจต์ คือ ระดับคิดแบบเป็นรูปธรรม และระดับคิดแบบเป็นนามธรรม แบบทดสอบ Longeot's test ถูกสร้างขึ้นโดย Longeot, f. (1964 : 220) นักการศึกษาชาวฝรั่งเศส และแบบทดสอบนี้ถูกตีพิมพ์ในภาษาฝรั่งเศส ต่อมา Sheehan นักการศึกษาชาวอเมริกัน ได้พัฒนาและแปลแบบทดสอบมาเป็นภาษาอังกฤษ แล้วใช้ทดสอบกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลปรากฏว่า Longeot's test สามารถจำแนกความแตกต่างระหว่างระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม และระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมของนักเรียนที่นำมาทดสอบได้ (Sheehan, D. J. 1970 : 1) ตั้งแต่นั้นมา Longeot's test จึงถูกนำมาใช้ในงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาระดับพัฒนาการทางสติปัญญาตามทฤษฎีทางสติปัญญาของเพียเจต์อย่างแพร่หลาย (Fajemidagba, O. 1986 ; Lew, A. A. 1987 ; Sweller, J. 1988 ; Lee, C. 1991 and Flieller, A. 1999) ลักษณะของข้อสอบในแบบทดสอบ Longeot's test จะเป็นข้อสอบที่ต้องใช้การเขียนตอบทั้งหมด (Paper and pencil test) จำนวน 28 ข้อ แบ่งออกเป็น 4 ส่วน (Lew, C. 1987 and Bhattacharyat, S. B. et al. 1993) ดังนี้

ส่วนที่ 1 เป็นข้อสอบที่เกี่ยวข้องกับการแบ่งกลุ่มหรือการจัดหมู่ (Class inclusion items) จำนวน 5 ข้อ

ส่วนที่ 2 เป็นข้อสอบที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตรรกะตามสัดส่วน (Proportional logic items) จำนวน 6 ข้อ

ส่วนที่ 3 เป็นข้อสอบที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลตามสัดส่วน (Proportional reasoning items) จำนวน 9 ข้อ

ส่วนที่ 4 เป็นข้อสอบที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เชิงการจัด (Combinatorial analysis items) จำนวน 8 ข้อ

Ward, T. et al. (1998 : 6) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบ Longeot's test ในลักษณะเป็นรูบริค (Scoring Rubric) ที่มีคะแนนตั้งแต่ 0 – 2 คะแนน ดังนี้ 0 คะแนน หมายถึง ผู้ทดสอบไม่สามารถแสดงขั้นตอนการแก้ปัญญาได้ หรือไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา 1 คะแนน หมายถึง ผู้ทดสอบสามารถแสดงขั้นตอนการแก้ปัญญาได้และได้คำตอบ แต่ยังไม่ถูกต้อง และ 2 คะแนน หมายถึง ผู้ทดสอบสามารถแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ และได้คำตอบที่ถูกต้องชัดเจน นอกจากนี้ Ward, T. et al. ยังได้กำหนดช่วงคะแนนตามระดับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน ดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบ Longeot' s test

ระดับพัฒนาการทางสติปัญญา	ช่วงคะแนน
ระดับคิดการแบบเป็นรูปธรรม (แบบ 1)	0 – 7
ระดับคิดการแบบเป็นรูปธรรม (แบบ 2)	8 – 22
ระดับคิดการแบบเป็นนามธรรม (แบบ 1)	23 - 29
ระดับคิดการแบบเป็นนามธรรม (แบบ 2)	30 - 42

โดยระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม (แบบ 1) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรมแบบอ่อนหรือนักเรียนพึ่งเข้าสู่ระดับพัฒนาการทางสติปัญญานี้ ระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม (แบบ 2) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรมแบบสมบูรณ์พร้อมที่จะพัฒนาไปสู่ระดับต่อไป ระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (แบบ 1) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมแบบอ่อนหรือนักเรียนพึ่งเข้าสู่ระดับพัฒนาการทางสติปัญญานี้ และระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม (แบบ 2) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมแบบสมบูรณ์พร้อมที่จะพัฒนาตนเองถึงขีดสุด

สรุปได้ว่า Longeot's test เป็นแบบทดสอบที่ใช้จำแนกระดับพัฒนาการทางสติปัญญาตามแนวคิดของเพียเจต์ออกเป็นสองระดับ คือระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม และระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม ถูกสร้างขึ้นโดย Longeot, f. (1964) นักการศึกษาชาวฝรั่งเศส ซึ่งแบบทดสอบนี้มีลักษณะเป็นแบบอัตนัย จำนวน 28 ข้อ แบ่งออกเป็น 4 ส่วน และมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Scoring Rubric) โดยผู้วิจัยได้พัฒนาแบบทดสอบนี้ มาเป็นแบบทดสอบจำแนกระดับพัฒนาการทางสติปัญญา เพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้ง เจตคติ ที่จำเป็นต่อการศึกษาต่อ การประกอบอาชีพ และการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่า ทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551 : 11)

1. ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

2. เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด : ความยาวระยะทางน้ำหนักพื้นที่ปริมาตรและความจุเงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่างๆการคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดอัตราส่วนตรีโกณมิติการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติ การนึกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิตทฤษฎีบททางเรขาคณิตการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต : แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชันเซตและการดำเนินการของเซตการให้เหตุผลนิพจน์สมการระบบสมการอสมการกราฟลำดับเลขคณิตลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็นการเขียนข้อคำถามการกำหนดวิธีการศึกษาการเก็บรวบรวมข้อมูลการจัดระบบข้อมูลการนำเสนอข้อมูลค่ากลางและการกระจายของข้อมูลการวิเคราะห์และการแปลความข้อมูลการสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆและช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายการให้เหตุผลการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเกณฑ์ในการกำหนดคุณภาพของผู้เรียนอันเป็นพื้นฐานในการดำเนินชีวิตซึ่งสาระมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์กำหนดไว้มี 5 สาระดังนี้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operations)

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 : การวัด (Measurement)

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 : เรขาคณิต (Geometry)

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization)ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ(Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต(Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 : พีชคณิต (Algebra)

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 : ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills and Processes)

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผลการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนาเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำหรับในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในสาระที่ 4 พีชคณิต ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สามารถอธิบายจากตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3 แสดงเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในสาระที่ 4 พีชคณิต ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

มาตรฐานและตัวชี้วัด	สาระแกนกลาง	เนื้อหา
มาตรฐาน ค 4.1 ม. 1/1 วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้	• ความสัมพันธ์ของแบบรูป	- แบบรูปและความสัมพันธ์
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 1/1 แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย	• สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	- สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 1/2 เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่าย	• การเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหา	- คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 1/3 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	• โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	- โจทย์สมการเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 1/4 เขียนกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากแสดงความเกี่ยวข้องของปริมาณสองชุดที่กำหนดให้	• กราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉาก	- ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ - ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิต

มาตรฐานและตัวชี้วัด	สาระแกนกลาง	เนื้อหา
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 1/5 อ่านและแปลความหมายของกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากที่กำหนดให้		สามมิติ - ภาพสองมิติที่ได้จากการมองทาง ด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view)หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ - การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 2/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	• โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	- โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 2/2 หาพิกัดของจุด และอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนบนระนาบในระบบพิกัดฉาก	• การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปเรขาคณิตบนระนาบในระบบพิกัดฉาก	- การเลื่อนขนานเรขาคณิต - การสะท้อนเรขาคณิต - การหมุนรูปเรขาคณิต
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	• อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการนำไปใช้	- ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - คำตอบของโจทย์ปัญหา อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/2 เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น	• กราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น	- การเขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/3 เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	• กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	- กราฟเส้นตรงกับการนำไปใช้

มาตรฐานและตัวชี้วัด	สาระแกนกลาง	เนื้อหา
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/4 อ่านและแปลความหมาย กราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟอื่น ๆ	• กราฟของระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปร • กราฟอื่น ๆ	- กราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/5 แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	• ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและการนำไปใช้	- สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร - การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร - การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้โจทย์ปัญหา

3. คุณภาพผู้เรียน เมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช๒๕๕๑ ยังได้กำหนดคุณภาพผู้ที่เรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีความรู้ความสามารถ ดังนี้

3.1 ผู้เรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

3.2 ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึมทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3.3 ผู้เรียนสามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรงอธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

3.4 ผู้เรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมเส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

3.5 ผู้เรียนสามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

3.6 ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟในการแก้ปัญหาได้

3.7 ผู้เรียนสามารถกำหนดประเด็นเขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์กำหนดวิธีการศึกษาเก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลมหรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

3.8 ผู้เรียนเข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตมัธยฐานและฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสมรวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

3.9 ผู้เรียนเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มเหตุการณ์และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆได้

3.10 ผู้เรียนใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. คุณภาพของผู้ที่เรียนตามสาระพีชคณิต

จากคุณภาพผู้ที่เรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ยังได้กำหนดคุณภาพผู้ที่เรียนที่เรียนในสาระที่ 4 พีชคณิต ให้มีความรู้ความสามารถในการวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือ

ปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟในการแก้ปัญหาได้ผู้เรียนใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา สามารถใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

แบบทดสอบ (Test)

แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธพิสัยของนักเรียน ว่านักเรียนได้ความรู้อะไรบ้างจากการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งแบบทดสอบจะแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น และแบบทดสอบมาตรฐาน โดยแบบทดสอบที่ดีนั้น จะต้องผ่านการวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่น ประสิทธิภาพ ความยาก อำนาจจำแนก ฯลฯ ซึ่งงานวิจัยนี้ได้กล่าวถึงแบบทดสอบ ในหัวข้อที่สำคัญ ดังนี้

1. ความหมายของแบบทดสอบ

แบบทดสอบเป็นเครื่องมือวัดผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบ ดังนี้

Brown, J. D. (1998 : 90) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่า แบบทดสอบเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม ตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ

1. แบบทดสอบเป็นวิธีการเชิงระบบ หมายความว่า แบบทดสอบนั้นจะต้องมีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนเกี่ยวกับโครงสร้างการบริหารจัดการและให้คะแนน

2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม ซึ่งจะวัดเฉพาะพฤติกรรมที่วัดได้โดยผู้ตอบสนองตอบต่อข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช้การวัดโดยตรง

3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรมที่ต้องการวัดทั้งหมดตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่จะมีข้อคำถามที่วัดพฤติกรรมที่ต้องการได้ทั้งหมด ฉะนั้นจะต้องตกลงว่า ข้อคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้น และถ้าผู้ตอบข้อคำถามใดคำถามหนึ่งถูก จะต้องให้คะแนนเท่ากัน

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542 : 72) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่า แบบทดสอบเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลคนเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

สมนึก ภัททิยธณี (2551 : 2) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่า แบบทดสอบเป็น เครื่องมือวัดพฤติกรรมด้านพุทธพิสัย และมีบทบาทสำคัญมากเพราะเป็นเครื่องมือที่มีลักษณะดีหลายประการ แต่ควรใช้ควบคู่ไปกับเครื่องมือชนิดอื่นๆ อย่างหลากหลาย

อรนุช ศรีสะอาด (2551 : 49) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่า แบบทดสอบหมายถึง ชุดของคำถาม หรือชุดงานใดๆ ที่สร้างขึ้นเพื่อนำไปเร้าหรือชักนำให้บุคคลแสดงพฤติกรรมตอบสนองออกมา และการตอบอาจอยู่ในรูปของการเขียนตอบ การพูด การปฏิบัติที่สามารถสังเกตได้ วัดให้เป็นปริมาณได้

ไพศาล วรคำ (2555 : 233) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่า แบบทดสอบหมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

สรุปได้ว่า แบบทดสอบ เป็นชุดของข้อคำถามที่สร้างขึ้น เพื่อวัดพฤติกรรมที่ต้องการ หรือเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลคนเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน ไม่ใช้การวัดโดยตรง จะต้อง มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนเกี่ยวกับโครงสร้างการบริหารจัดการและตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

2. ประเภทของแบบทดสอบ

การแบ่งประเภทของแบบทดสอบ สามารถแบ่งได้หลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับกฎเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประเภทของแบบทดสอบ ดังนี้

อรนุช ศรีสะอาด (มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.2551 : 41-51) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบหลายลักษณะ ดังนี้

1. แบ่งตามสมรรถภาพที่จะวัด นิยมแบ่งกันมาก ซึ่งแบ่งได้ 3 ประเภท คือ

1.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพทางสมองด้านต่างๆ ที่ผู้เรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วมีอยู่เท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1.1 แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นแบบทดสอบที่ใช้กันทั่ว ๆ ไป ในโรงเรียนและสถาบันการศึกษา

1.1.2 แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่ว ๆ ไป แบบทดสอบประเภทนี้ จะต้องผ่านการวิเคราะห์แล้วว่ามีคุณภาพดี มีมาตรฐาน คือ มีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ และมาตรฐานในการแปลความหมายคะแนน

1.2 2 แบบทดสอบวัดความถนัด หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดสมรรถภาพสมองของผู้เรียน ว่าจะสามารถเรียนไปได้ไกลหรือประสบความสำเร็จเพียงใด เพื่อใช้ในการพยากรณ์หรือทำนายอนาคตของผู้เรียน โดยอาศัยข้อเท็จจริงในปัจจุบันเป็นรากฐาน แบบวัดความถนัดแบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือ

1.2.1 แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดความถนัดทางด้านวิชาการต่าง ๆ เช่น ด้านภาษา ด้านคณิตศาสตร์ เป็นต้น

1.2.2 แบบทดสอบวัดความถนัดเฉพาะอย่าง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดความถนัดเฉพาะอย่างที่เกี่ยวกับงานอาชีพต่าง ๆ หรือความสามารถพิเศษ เช่น ความสามารถทางด้านดนตรี ศิลปะ เครื่องยนต์ การประดิษฐ์ เป็นต้น

1.3 แบบทดสอบบุคคล - สังคม หมายถึง แบบทดสอบที่วัดบุคลิกภาพและการปรับตัว ให้เข้ากับสังคม ซึ่งเป็นเครื่องมือที่วัดยาก ผลที่ได้ไม่แน่นอนตายตัว เนื่องจากความเปลี่ยนแปลงตายตัวในตัวบุคคลและสังคม

1.3.1 แบบทดสอบวัดเจตคติ ที่มีต่อตัวบุคคล สิ่งของ เรื่องราว เหตุการณ์สังคม เป็นต้น

1.3.2 แบบทดสอบวัดความสนใจที่มีต่อความสนใจในอาชีพ งานอดิเรก กีฬา ดนตรี เป็นต้น

1.3.3 แบบทดสอบวัดการปรับตัว เช่น การปรับตัวกับเพื่อนร่วมงาน เป็นต้น

2. แบ่งตามจุดมุ่งหมายในการสร้าง แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

2.1 แบบอัตนัยหรือแบบความเรียง หมายถึง แบบทดสอบที่มีคำถามให้และให้ผู้ตอบเขียนตอบยาวๆ ภายในเวลาที่กำหนด ข้อสอบประเภทนี้ แต่ละข้อจะวัดได้หลาย ๆ ด้าน เช่น ในด้านการใช้ภาษา ความคิด เจตคติ เป็นต้น

2.2 แบบปรนัยหรือแบบให้ตอบสั้น ๆ หมายถึง แบบทดสอบที่กำหนดให้ตอบสั้นๆ หรือมีคำตอบให้เลือก ได้แก่

2.2.1 แบบถูก – ผิด

2.2.2 แบบเติมคำหรือเติมความ

2.2.3 แบบจับคู่

2.2.4 แบบเลือกตอบ

3. แบ่งตามจุดมุ่งหมายในการใช้ประโยชน์ แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

3.1 แบบทดสอบเพื่อวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อหาข้อบกพร่องหรือจุดอ่อนในการเรียน และนำผลไปปรับปรุงแก้ไข

3.2 แบบทดสอบเพื่อทำนายหรือพยากรณ์ หมายถึง แบบทดสอบที่นำผลจากการสอบมาช่วยทำนายว่า ใครจะสามารถเรียนอะไรได้บ้าง และสามารถเรียนได้มากเพียงใด เป็นต้น แบบทดสอบประเภทนี้จะต้องมีความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์สูง ซึ่งนำไปใช้ประโยชน์ในการสอบคัดเลือก การวัดความถนัดทางการเรียน การแนะแนว

4. แบ่งตามเวลาที่กำหนดให้ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

4.1 แบบใช้ความเร็ว หมายถึง แบบทดสอบที่มีข้อสอบมาก ๆ ข้อ ข้อสอบมักจะง่ายและจำกัดเวลาในการตอบ บางที่เรียกข้อสอบประเภทนี้ว่า ข้อสอบวัดทักษะ

4.2 แบบใช้เวลา หมายถึง แบบทดสอบวัดความสามารถในเรื่องที่กำหนด ว่ามีอยู่มากและดีเพียงใด โดยให้เวลาในการตอบมากหรือจนกระทั่งทุกคนทำเสร็จหรือไม่จำกัดเวลาในการสอบ ต้อการให้ผู้เรียนแสดงศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่ มักเป็นข้อสอบที่ต้องแสดงความคิดเห็นหรือวิเคราะห์ บางครั้งเปิดหนังสือควบคู่กับการสอบ หรือไปให้ตอบที่บ้าน

5. แบ่งตามลักษณะการตอบ แบ่งได้เป็น 3 ประเภท คือ

5.1 แบบให้ลงมือกระทำ หมายถึง แบบทดสอบภาคปฏิบัติทั้งหลาย เช่น การปรุงอาหาร การแสดง การฝีมือ ศิลปะ เป็นต้น

5.2 แบบให้เขียนตอบ หมายถึง แบบทดสอบที่ต้องตอบโดยการเขียน ได้แก่ การสอบแบบอัตนัย ปรนัย ที่ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรียน และวัดความถนัด

5.3 แบบสอบปากเปล่า หมายถึง การสอบโดยการถาม – ตอบ ปากเปล่า มีการโต้ตอบกันทางคำพูด เช่น การสัมภาษณ์ เป็นต้น

สมนึก ภัททิยธนี (2551 : 62 - 67) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบไว้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง ดังนี้

1. แบ่งตามสมรรถภาพที่ต้องการวัด แบ่งเป็น 3 ประเภท คือ

1.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพของสมองด้านต่างๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้วมีอยู่เท่าใด แบบทดสอบนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด ได้แก่

1.1.1 แบบทดสอบที่ครูสร้าง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน จะไม่นำไปใช้กับกลุ่มอื่น เป็นแบบทดสอบที่ใช้กันทั่ว ๆ ไปในโรเรียน

1.1.2 แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์เช่นเดียวกันกับแบบทดสอบที่ครูสร้าง แต่มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบคุณภาพต่าง ๆ ของนักเรียนที่ต่างกลุ่มกัน

1.2 แบบทดสอบวัดความถนัด หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดสมรรถภาพสมองของผู้เรียน ว่าจะสามารถเรียนต่อไปหรือจะประสบความสำเร็จเพียงใดเพื่อใช้ในการพยากรณ์หรือทำนายอนาคตของผู้เรียน โดยข้อเท็จจริงในปัจจุบันเป็นพื้นฐาน แบบทดสอบวัดความถนัด แบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือ

1.2.1 แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดความถนัดทางวิชาการต่าง ๆ เช่น ด้านภาษา ด้านคณิตศาสตร์ เป็นต้น

1.2.2 แบบทดสอบวัดความถนัดเฉพาะ หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดความถนัดเฉพาะที่เกี่ยวกับงานอาชีพต่าง ๆ หรือความสามารถพิเศษ

2. แบ่งตามลักษณะของการตอบ แบ่งเป็น 3 ประเภท

2.1 แบบทดสอบภาคปฏิบัติ หมายถึง แบบทดสอบที่ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติจริง

2.2 แบบทดสอบข้อเขียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้การเขียนตอบ

2.3 แบบทดสอบปากเปล่า หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้การพูดโต้ตอบแทนการเขียน

3. แบบตามเวลาที่กำหนดให้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

3.1 แบบทดสอบที่จำกัดเวลาในการตอบ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้เวลาตอบน้อย แต่มีจำนวนข้อมากและค่อนข้างง่าย

3.2 แบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลาในการตอบ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้เวลาในการตอบมาก หรือไม่จำกัดเวลาในการตอบ แต่มีจำนวนข้อน้อย

4. แบ่งตามจำนวนผู้เข้าสอบ แบ่งเป็น 2 ประเภท

4.1 แบบทดสอบเป็นรายบุคคล หมายถึง การสอบทีละคนมักจะเป็นการสอบภาคปฏิบัติ

4.2 แบบทดสอบเป็นชั้นหรือเป็นหมู่ หมายถึง การสอบทีละหลาย ๆ คน เป็นชั้นหรือหมู่ วิธีนี้ควรใช้เมื่อคนเข้าสอบเป็นจำนวนมาก ๆ และสามารถจัดสอบพร้อมกันทั้งโรงเรียน จังหวัดหรือประเทศก็ได้

5. แบ่งตามสิ่งเร้าของการถาม แบ่งเป็น 2 ประเภท

5.1 แบบทดสอบทางภาษา หมายถึง แบบทดสอบที่ต้องอาศัยภาษาของสังคมนั้นๆ เป็นหลัก

5.2 แบบทดสอบที่ไม่ใช้ภาษา หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้สัญลักษณ์ รูปภาพ ตัวเลย แทนภาษา

6. แบ่งตามลักษณะของการใช้ประโยชน์ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

6.1 แบบทดสอบย่อย หมายถึง แบบทดสอบประจำบท หรือหน่วยการเรียน

6.2 แบบทดสอบรวม หมายถึง แบบทดสอบสรุปรวมเนื้อหาที่เรียนผ่านมาทุกบท ทุกตอน และทุกภาคเรียน จึงมักทดสอบปรายภาคหรือปลายปี และมีจุดมุ่งหมายเพื่อตัดสินผลการเรียน

7. แบ่งตามเนื้อหาของข้อสอบในฉบับ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

7.1 แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีเฉพาะคำถาม นักเรียนต้องคิดหาคำตอบเองโดยการเขียนอย่างเสรี

7.2 แบบทดสอบปรนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีทั้งคำถาม และคำตอบเฉพาะคงที่แน่นอน ได้แก่ แบบทดสอบแบบเลือกตอบ แบบจับคู่ และแบบกาถูก – ผิด ข้อสอบแบบตอบสั้น ๆ และแบบเติมคำ เป็นต้น

ไพศาล วรคำ (2555 : 233 – 234) ได้จำแนกประเภทของแบบทดสอบ โดยอาศัยกฎเกณฑ์ ออกเป็นดังนี้

1. จำแนกตามคุณลักษณะที่ต้องการวัด ซึ่งจำแนกออกเป็น 4 ประเภท คือ

1.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ และทักษะ

1.2 แบบทดสอบวัดบุคลิกภาพ (Personality Test)

1.3 แบบวัดความถนัด (Aptitude Test)

1.3.1 แบบวัดความถนัดทั่วไป (General Aptitude Test)

1.3.2 แบบวัดความถนัดเฉพาะ (Specific Aptitude Test)

1.3.3 แบบวัดความพร้อม (Readiness Test)

1.4 แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ (Creativity Test)

2. จำแนกตามลักษณะการตรวจให้คะแนน จำแนกได้ 3 ประเภท ได้แก่

2.1 แบบทดสอบปรนัย (Objective Test)

2.2 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective Test)

2.3 แบบทดสอบอัตนัยประยุกต์ (Modified Subjective Test)

3. จำแนกตามลักษณะการสร้าง จำแนกได้ 2 ประเภท คือ

3.1 แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test)

3.2 แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างเอง (non-Standardized Test)

4. จำแนกตามลักษณะการนำผลที่ได้ไปใช้ประเมิน จำแนกเป็น 2 ประเภท คือ

4.1 แบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion-Referenced Test)

4.2 แบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม (Norm- Referenced Test)

5. จำแนกตามลักษณะการตอบสนอง จำแนกได้ 3 ประเภท คือ

5.1 แบบทดสอบข้อเขียน (Paper-Pencil Test) ประกอบด้วย

5.1.1 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ (Multiple-Choices Test)

5.1.2 แบบทดสอบแบบความเรียน (Essay Test)

5.1.3 แบบทดสอบแบบเติมคำ (Completion Test)

5.1.4 แบบทดสอบโคลซ (Cloze Test)

5.2 แบบทดสอบปฏิบัติ (Performance Test)

5.3 แบบทดสอบปากเปล่า (Oral Test)

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบ สามารถแบ่งออกเป็น 8 ประเภทหลัก ๆ คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบทดสอบวัดบุคลิกภาพ แบบวัดความถนัด

แบบทดสอบปรนัย แบบทดสอบอัตนัย แบบทดสอบภาคปฏิบัติ แบบทดสอบข้อเขียน และแบบทดสอบมาตรฐาน

3. ลักษณะของแบบทดสอบที่ดี

ลักษณะของแบบทดสอบที่ดี จะต้องสามารถวัดพฤติกรรมของผู้เรียนที่ต้องการวัดได้ นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบที่ดี ต้องมีลักษณะดังต่อไปนี้

สมนึก ภัททิยธนี (2551 : 67 – 71) แบบทดสอบนับเป็นเครื่องมือวัดผลที่มีคุณค่าและสำคัญที่สุด แต่แบบทดสอบที่จะนำเอามาใช้จะต้องมีคุณภาพ โดยเฉพาะแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น หรือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งเกี่ยวข้องกับผู้สอนโดยตรง แบบทดสอบจะมีคุณภาพเพียงใด ต้องมีลักษณะที่ดี 10 ประการ ดังนี้

1. ความเที่ยงตรง หมายถึง คุณภาพของแบบทดสอบที่สามารถวัดได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ความเที่ยงตรงเปรียบเสมือนความถูกต้องของแบบทดสอบ เช่น ต้องการวัดว่าผู้เรียนมีความสามารถในการคำนวณหรือไม่ ก็ถามให้คำนวณ คะแนนจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความสามารถในเชิงคำนวณ มิใช่ได้คะแนนมากเพราะสะอาด ใช้ภาษาสละสลวย ลายมือสวยงาม เป็นต้น ลักษณะความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ แบ่งเป็น 4 ลักษณะ คือ

1.1 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่จะวัดได้ตรงกับเนื้อหาที่กำหนดไว้ตามหลักสูตร หรือตรงกับเนื้อหาที่ได้ทำการสอน กล่าวคือ เมื่อทำการสอนในเนื้อหาใดก็จะต้องออกข้อสอบให้ตรงตามเนื้อหานั้น และที่เน้นเป็นสำคัญอยู่ที่ต้องเขียนคำถามให้สอดคล้องกับน้ำหนักความสำคัญของเนื้อหาด้วย

1.2 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่จะวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ในหลักสูตร หรือวัดได้ตรงตามพฤติกรรมที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน

1.3 ความเที่ยงตรงตามสภาพ หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่วัดได้ตรงตามสภาพความเป็นจริงในชีวิตประจำวัน หรือปัจจุบันของนักเรียน หรือกล่าวได้ว่าเป็นความสามารถของแบบทดสอบ ที่ช่วยให้ครูประมาณสภาพอันแท้จริงของผู้เรียนในปัจจุบันได้ถูกต้อง

1.4 ความเที่ยงตรงตามการพยากรณ์ หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่วัดได้ตรงตามสภาพความเป็นจริงของนักเรียน ที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

2. ความเชื่อมั่น หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับ ที่สามารถวัดได้คงที่คงวาไม่เปลี่ยนแปลง ไม่ว่าจะทำข้อสอบใหม่กี่ครั้งก็ตาม

3. ความยุติธรรม หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการเปรียบเทียบ หรือเสียเปรียบในกลุ่มผู้เข้าสอบด้วยกัน ไม่เปิดโอกาสให้ผู้ทำข้อสอบได้โดยการเดา ไม่ให้ผู้ขี้เกียจหรือไม่สนใจในการเรียนทำข้อสอบได้ดี ผู้ที่ทำข้อสอบได้ ควรจะเป็นผู้ที่เรียนเก่งหรือขยันเท่านั้น

4. ความลึกของคำถาม หมายถึง ข้อสอบแต่ละข้อนั้นจะต้องไม่ถามผิวเผิน หรือถามประเภทความรู้ความจำ แต่ตั้งถามให้ผู้เรียนนำความรู้ความเข้าใจไปคิดดัดแปลงแก้ปัญหาแล้วจึงตอบได้

5. ความยั่วยุ หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้เรียนทำด้วยความสนุก เพลิดเพลิน ไม่ควรใช้คำถามซ้ำซากซึ่งน่าเบื่อหน่าย วิธีการที่จะทำให้แบบทดสอบมีความยั่วยุอยากตอบ ก็โดยเรียงจากข้อง่ายไปข้อยาก ใช้ข้อสอบรูปภาพบ้าง ถามข้อละปัญหาบ้าง รูปแบบของข้อสอบน่าสนใจ ถ้าข้อสอบเป็นแบอัตนัยก็ให้บรรยายพอเหมาะ และไม่ถามหลายประเด็นในข้อเดียวกัน

6. ความจำเพราะเจาะจง หมายถึง ข้อสอบที่มีแนวทางหรือทิศทางการถามการตอบชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝงกลเม็ดให้ผู้เรียนงง ผู้เรียนไม่ได้คะแนนเนื่องจากตอบไม่ถูกดีกว่าไม่ได้คะแนนเนื่องจากไม่เข้าใจคำถาม และความไม่จำเพราะเจาะจงของข้อสอบนี้อาจจะเกิดขึ้นกับข้อสอบทุกชนิด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับผู้เขียนข้อสอบว่าสามารถออกข้อสอบได้รัดกุมและชัดเจนเพียงใด

7. ความเป็นปรนัย หมายถึง คุณลักษณะของแบบทดสอบ ไม่ใช่ชนิดของแบบทดสอบ ซึ่งแบบทดสอบจะเป็นปรนัยหรือไม่ จะต้องมีคุณสมบัติ 3 ประการ คือ

7.1 ตั้งคำถามให้ชัดเจน ทำให้ผู้เข้าสอบทุกคนเข้าใจความหมายตรงกัน

7.2 ตรวจให้คะแนนตรงกัน แม้ว่าจะตรวจหลายครั้ง หรือตรวจหลายคน

7.3 แปรความหมายให้คะแนนได้เหมือนกัน

8. ประสิทธิภาพ หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมากพอประมาณ ใช้เวลาสอบพอเหมาะ ประหยัดค่าใช้จ่าย จัดทำแบบทดสอบด้วยความประณีต ตรวจให้คะแนน

ได้รวดเร็ว รวมถึงสถานการณ์ในการสอบที่ดี ได้แก่ สภาพห้องสอบเรียนร้อยไม่มีสิ่งรบกวนผู้เข้าสอบ กรรมการคุมสอบรัดกุม เป็นต้น

9. อำนาจจำแนก หมายถึง ความสามารถของข้อสอบที่จะจำแนกผู้สอบที่มีคุณลักษณะ หรือความสามารถที่แตกต่างกันออกจากกันได้ ข้อสอบที่ดีจะต้องมีอำนาจจำแนกสูง ตามทฤษฎีการวัดผลแบบอิงกลุ่ม อำนาจจำแนกของข้อสอบหมายถึง ความสามารถของข้อสอบที่จะจำแนกผู้เข้าสอบออกเป็นสองกลุ่ม คือ กลุ่มเก่งกับกลุ่มอ่อน ถ้าข้อสอบมีอำนาจจำแนกสูงแสดงว่า คนกลุ่มนั้นทำข้อสอบข้อนั้นถูก แต่คนกลุ่มอ่อนทำไม่ถูก

10. ความยาก หมายถึง จำนวนคนตอบข้อสอบถูกได้มากน้อยเพียงใด หรืออัตราส่วนของจำนวนคนตอบถูกกับจำนวนคนที่เข้าสอบทั้งหมด ตามทฤษฎีการวัดผลแบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดีคือไม่ยากหรือไม่ง่ายเกินไป เรียกว่า มีความยากพอเหมาะ เพราะคุณค่าของข้อสอบดังกล่าว จะช่วยจำแนกผู้เข้าสอบได้ว่าใครเก่งหรือใครอ่อน ข้อสอบข้อใดที่ไม่มีใครทำได้ถูก หรือข้อสอบที่ทุกคนทำถูก ต่างก็ไม่สามารถจำแนกได้ว่าใครเก่งหรือใครอ่อน จึงไม่มีคุณค่าในการจำแนก ดังนั้นสิ่งสำคัญของข้อสอบอยู่ที่ว่าสามารถวัดในจุดประสงค์ที่ต้องการได้จริงหรือไม่ ถ้าวัดได้จริงก็ถือว่าเป็นข้อสอบที่ดี แม้จะเป็นข้อสอบที่ง่ายก็ตาม

ไพศาล วรคำ (2555 : 232 - 233) ได้กล่าวถึงคุณลักษณะของเครื่องมือที่ดีมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. มีความเที่ยงตรง เครื่องมือที่ดีจะต้องสามารถวัดได้ตามจุดประสงค์หรือพฤติกรรมที่ต้องการวัด

2. มีความเชื่อมั่น เครื่องมือที่ดีจะต้องให้ผลการวัดที่มีความเชื่อมั่นสูง หรือมีความแน่นอน คงเส้นคงวา

3. มีความเป็นปรนัย เครื่องมือที่ดีควรมีความเป็นปรนัยสูง คือ มีความชัดเจนทั้งในข้อคำถาม คำตอบ และการให้คะแนน ที่ทำให้ทุกคนสามารถเข้าใจหรือตีความได้

4. มีความจำเพาะจงจง กล่าวคือ ในหนึ่งข้อคำถามหรือรายการคำถามใดๆ ควรถามประเด็นเดียวเป็นการเฉพาะ

5. มีประสิทธิภาพ เครื่องมือที่ดีควรเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิ์ภาพ สามารถนำไปใช้ได้อย่างสะดวก ประหยัด และคุ้มค่า

6. มีอำนาจจำแนก เครื่องมือที่ดีควรจะสามารถแยกแยะบุคคลออกเป็นกลุ่มๆ ตามปริมาณของคุณลักษณะที่ต้องการวัด

7. มีความยากเหมาะสม เครื่องมือควรจะมีระดับความยากที่เหมาะกับกลุ่มผู้ให้ข้อมูล

สรุปได้ว่า ลักษณะของแบบทดสอบที่ดี จะต้องมีคุณสมบัติ 8 ประการที่สำคัญ คือมีความเที่ยงตรงมีความเชื่อมั่นมีความเป็นปรนัยมีความจำเพาะจงจง ความยุติธรรมมีประสิทธิภาพมีอำนาจจำแนกและมีความยากเหมาะสม

4. แบบทดสอบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัยหรือแบบทดสอบความเรียง เป็นแบบทดสอบที่มีคุณค่ามากในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของนั้นเรียน จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ได้นี้

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542 : 72) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยว่า แบบทดสอบอัตนัยหมายถึง แบบทดสอบที่มีลักษณะ ผู้ตอบต้องเขียนบรรยาย ผู้ตอบมีสิทธิ์จะเขียนตอบอย่างเสรี อาจจะมีคำตอบถูกหลายๆ ทาง คำตอบของข้อสอบข้อเดียวกันอาจจะมีความแตกต่างทั้งในด้านคุณภาพและความถูกต้อง

สมนึก ภัททิยธนี (2551 : 67) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยว่า แบบทดสอบอัตนัยหมายถึง แบบทดสอบที่มีเฉพาะคำถามผู้เรียนต้องคิดหาคำตอบเองโดยการเขียนอย่างเสรี ลักษณะของคำตอบไม่คงที่แน่นอน ได้แก่ แบบทดสอบอัตนัย หรือความเรียน แบบตอบสั้น ๆ และแบบเติมคำ

อรนุช ศรีสะอาด (2551 : 50) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยว่า แบบทดสอบอัตนัยหรือแบบความเรียง หมายถึง แบบทดสอบที่มีคำถามให้ และให้ผู้ตอบเขียนตอบยาวๆ ภายในเวลาที่กำหนด ข้อสอบประเภทนี้แต่ละข้อ จะวัดได้หลาย ๆ ด้าน เช่น ในด้านการใช้ภาษา ความคิด เจตคติ เป็นต้น

ไพศาล วรคำ (2555 : 235) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยว่า แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีการตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยต่ำ หรือคะแนนที่ได้จะขึ้นอยู่กับการพิจารณาของผู้ตรวจให้คะแนนแต่ละคน เช่น แบบทดสอบความเรียง แบบทดสอบเติมคำ เป็นต้น

สรุปได้ว่า แบบทดสอบอัตนัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้คำถาม ให้ผู้ตอบจะต้องเขียนบรรยายตามความคิดของตน ซึ่งผู้ตอบมีสิทธิ์จะเขียนตอบอย่างเสรี เป็นข้อสอบที่วัดได้หลายด้าน โดยเฉพาะการแก้ปัญหา แต่มีการตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยต่ำ จึงต้องสร้างกฎเกณฑ์ในการให้คะแนนที่สมเหตุสมผล

5. ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย

แบบทดสอบแบบอัตนัยสามารถแบ่งได้หลายประเภท ตามลักษณะของแบบทดสอบ จึงมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประเภทของแบบทดสอบ ดังนี้

Gronlund. et al. (1981 : 26) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบอัตนัยตามลักษณะของความเป็นอิสระในการตอบ จะแบ่งอย่างกว้างๆ ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบจำกัดคำตอบ (Restricted Response Questions) เป็นแบบคำถามที่จำกัดให้ตอบทั้งเนื้อหาและรูปแบบการตอบ ปกติด้านเนื้อหาจะจำกัดให้แคบและสั้นลงด้วยการกำหนดขอบเขตและประเด็นที่ตอบ แบบทดสอบแบบความเรียงประเภทนี้มีทั้งข้อดีและข้อเสีย ข้อดีคือสร้างง่ายและใช้กับการวัดความรู้ความสามารถที่เฉพาะเจาะจงได้ดี แต่ให้โอกาสหรืออิสระแก่ผู้สอบน้อย ผู้ตอบไม่สามารถแสดงความรู้ความสามารถและความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่

2. แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended Response Questions) เป็นแบบคำถามที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบได้กว้างขวาง ไม่มีข้อจำกัดโดยทั่วไปผู้สอบมีอิสระที่จะเลือกใช้เท็จจริงหรือข้อความรู้ใดๆ มาตอบก็ได้ ผู้สอบจะต้องตัดสินใจกำหนดประเด็นในการตอบเอง รวมทั้งจะต้องจัดเรียงเนื้อหาความรู้ ความคิดเห็นเกี่ยวข้องจัดลำดับความสำคัญผสมผสานแนวความคิดต่างๆ เข้าด้วยกัน และประเมินความรู้ความคิดนั้น เสนอเป็นคำตอบให้มีความยาวที่เหมาะสมกับคำถามที่ต้องการ

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548 : 34 - 35) แบบทดสอบแบบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่จำกัดตอบ (extended response) และแบบจำกัดตอบ (restricted response) ซึ่งขึ้นนอยู่กับการให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษาพบว่าเด็กระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดตอบ (extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ให้อิสระ เสรีแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้ในการสอนโดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่ามีคุณค่าอย่างยิ่งในการวัดขบวนการทางสมองที่สูงขึ้น ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีเหตุผล

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือมีความเชื่อมั่นค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือนักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดตอบ (Restricted Response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขตแบบฟอร์มและเนื้อที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระ เสรีในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบสั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วยตัวอย่างเช่น ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพของพลเมือง จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ ส่วนดีของข้อสอบแบบนี้คือ ง่ายในการตรวจ มีความยุติธรรมและมีความเชื่อมั่นสูงกว่าข้อสอบประเภทไม่จำกัดคำตอบอีกด้วย

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ แบบจำกัดคำตอบ เป็นแบบคำถามที่จำกัดให้ตอบทั้งเนื้อหาและรูปแบบการตอบ และแบบไม่จำกัดคำตอบ เป็นแบบคำถามที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบได้ตอบกว้างขวาง ไม่มีข้อจำกัดโดยทั่วไปผู้สอบมีอิสระที่จะเลือกใช้เท็จจริงหรือข้อความรู้ใด ๆ มาตอบก็ได้

6. หลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

หลักในการสร้างข้อสอบอัตนัย ควรคำนึงถึงลำดับความสำคัญของจุดมุ่งหมายที่วางไว้ การเขียนคำสั่งต้องชัดเจนว่าข้อสอบนั้น ๆ ต้องการให้ผู้สอบทำอย่างไร มีเกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนอย่างไร ควรให้นักเรียนอ่านคำสั่งให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อนที่จะลงมือปฏิบัติ ถามปัญหาที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้จริง ๆ สามารถตอบปัญหาได้โดยพยายามนำกฎเกณฑ์ หรือความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ และควรสร้างข้อคำถามหลาย ๆ ข้อ ให้พอเหมาะกับเวลาที่สอบ (สมบูรณ์ ตันยะ. 2545 : 29)

นอกจากนี้แบบทดสอบอัตนัยที่ดีนั้น จะต้องมีหลักการสร้างที่ชัดเจนและมีการหาคุณภาพ โดยการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้หลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัย มาจากไพศาล วรคำ (2555 : 236 - 237) ซึ่งได้กล่าวถึงหลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัยมีขั้นตอนในการดำเนินงาน ดังต่อไปนี้

1. วิเคราะห์ปัญหาการวิจัยเพื่อกำหนดตัวแปรที่ต้องการวัด และเลือกชนิดของแบบทดสอบที่จะวัดตัวแปรนั้น

2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรที่ต้องการวัด

3. กำหนดนิยามเชิงทฤษฎีและนิยามเชิงปฏิบัติการของตัวแปรที่ต้องการวัดว่าตัวแปรนั้นมีองค์ประกอบอะไรบ้าง และแต่ละองค์ประกอบสามารถวัดได้อย่างไรบ้าง

4. เขียนข้อคำถามตามลักษณะและจำนวนในโครงสร้างแบบทดสอบ

5. พิจารณาปรับปรุงแก่ไขข้อสอบให้เหมาะสม เช่น การใช้ภาษาสัญลักษณ์ รูปภาพ ให้เข้าใจง่าย กระชับและชัดเจน

6. นำเสนอผู้เชี่ยวชาญให้พิจารณาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity)

7. ปรับปรุงแก้ไขข้อสอบตามผู้เชี่ยวชาญเสนอแนะ หรือตามผู้วิจัยเห็นสอดคล้องกับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

8. นำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กประมาณ 3 – 5 คน ที่ระดับความสามารถแตกต่างกัน เช่น เก่ง ปานกลาง อ่อน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของการใช้ภาษาว่าสามารถสื่อสารกับผู้ตอบได้ตรงกันหรือไม่ แล้วนำมาปรับปรุงการใช้ภาษาในแบบทดสอบต่อไป

9. นำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ประมาณ 30 คนขึ้นไป เพื่อหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และประมาณค่าความเชื่อมั่น

7. การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย

การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย เป็นสิ่งที่ยาก เพราะคำตอบที่ได้นั้นไม่ตายตัว เป็นสิ่งที่ออกมาจากกระบวนการคิดของผู้เรียน มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงหลักในการให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยไว้ดังนี้

Meherns, W. A. and Lehmann, I. J. (1969 : 229 - 238) ได้เสนอการตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบอัตนัย โดยให้คะแนนด้วยวิธีประเมินรวม (Holistic Method) ซึ่งวิธีนี้คำตอบจะไม่ถูกแบ่งออกเป็นส่วน ๆ แต่ผู้ตรวจจะอ่านอย่างรวดเร็วแล้วใช้ความประทับใจและใช้มาตรฐานบางอย่างกำหนดระดับของคำตอบ การตรวจคำตอบจะขึ้นอยู่กับระดับของการแบ่งอาจจะแบ่งข้อสอบเป็น 2 กลุ่ม คือ “กลุ่มที่ยอมรับได้ – กลุ่มที่ยอมรับไม่ได้” หรือ 5 กลุ่ม คือ “ดีมากจนถึงต่ำกว่ามาตรฐาน” โดยมากจะแบ่งประมาณ 4 หรือ 5 กลุ่ม และอธิบายถึงการตรวจโดยวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Method) ว่าการให้คะแนนวิธีวิเคราะห์เป็นวิธีที่มีรูปแบบคำตอบประกอบด้วยประเด็นเฉพาะที่กำหนดไว้ก่อนแล้ว คะแนนของนักเรียนที่ได้จะขึ้นอยู่กับจำนวน

ประเด็นที่เขาตอบ รวมไปถึงส่วนอื่น ๆ เช่น แสดงความคิดเห็นได้ชัดเจน การให้เหตุผล และการยกตัวอย่างสนับสนุนในประเด็นคำตอบ และการกำหนดคะแนนในแต่ละประเด็นจะขึ้นอยู่กับเวลาที่ใช้ในการตอบ ความซับซ้อนของคำถาม และเนื้อหาที่ครูสอน

Whitney, D. R. and Sabers, D. L. (1976 : 5) ได้เสนอการตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 วิธี คือวิธีเทียบกับเกณฑ์กับวิธีจัดอันดับคุณภาพ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การตรวจสอบโดยวิธีเทียบกับเกณฑ์ (Analytic Method หรือ Point Method) การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ครูจะต้องกำหนดแนวการตอบไว้ล่วงหน้า โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามองค์ประกอบของการตอบ เช่น การจัดเรียงความคิด หลักฐานที่ยกมาอ้าง ตัวอย่างประกอบ เป็นต้น จากนั้นก็กำหนดคะแนนเต็มของแต่ละตอนย่อย เมื่อครูอ่านข้อสอบของนักเรียนก็จะให้คะแนนแต่ละตอนย่อย ๆ มารวมกันเป็นคะแนนที่ได้รับทั้งข้อ

2. การตรวจโดยวิธีการจัดอันดับคุณภาพ (Rating Method หรือ Holistic Method หรือ Scoring Method หรือ Global Scoring) การตรวจให้คะแนนวิธีนี้ ครูจะอ่านคำตอบของนักเรียนทีละคน เมื่ออ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะแยกกระดาษคำตอบเป็นกลุ่มหรือเป็นกอง ตามระดับคุณภาพของการตอบ เช่น แยกกระดาษคำตอบออกเป็น 5 กอง ดังเช่น ดีมาก ดี พอใช้ เกือบพอใช้ อ่อน เมื่อครูอ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะจัดกองใดกองหนึ่งในห้ากองนี้ หลังจากนั้นครูก็จะพิจารณากระดาษในแต่ละกอง โดยพิจารณาว่าใครตอบดีกว่ากัน แล้วเรียงกระดาษคำตอบตามลำดับของคุณภาพ แล้วให้คะแนนตามลำดับของคุณภาพอีกทีหนึ่ง

Wiersma, E. W. and Jurs, S. G. (1985 : 175-177) ได้เสนอการตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบอัตนัยไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่มีความเคร่งครัดในการให้เกณฑ์การให้คะแนนอย่างมาก เพราะว่าเป็นการยากที่จะให้คะแนน กล่าวคือ จะมีความเชื่อถือได้ยาก ซึ่งมีจุดสำคัญอยู่ที่กระบวนการให้คะแนนของผู้ตรวจ วิธีการนี้ก็จะช่วยเพิ่มความเป็นปรนัยในการให้คะแนนเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามต้องอาศัยเวลาที่มากขึ้นในการตรวจ ที่ก่อนจะให้คะแนนครูจะต้องมีวิธีการหรือกำหนดกรอบของคำตอบไว้ล่วงหน้า เรียกว่า โมเดลคำตอบ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นการกำหนดค่าให้ประเด็นสำคัญ ๆ ที่จะทำให้การตรวจแตกต่างกันน้อยที่สุด วิธีการให้คะแนนมี 2 วิธี คือ

1. การให้คะแนนวิธีวิเคราะห์ย่อย (Analytic Scoring) จุดสำคัญของการให้คะแนนคำตอบอยู่ที่การจำแนกและกำหนดขอบเขตของคำตอบเป็นรายละเอียด มีความชัดเจนมากจึงง่ายต่อการตรวจและมีความเชื่อถือได้

2. การให้คะแนนวิธีการให้คุณภาพโดยรวม หรือวิธีการประเมินรวม (Holistic Scoring) เป็นวิธีที่อาศัยความประทับใจกับคำตอบ คำตอบจะถูกมองในภาพรวมมากกว่าจะแยกออกมาเป็นส่วนย่อย โดยจะแยกกระดาษคำตอบออกเป็น 2 กองหรือมากกว่า เช่น กองดีมาก กองดี กองพอใช้ กองแย่มาก การตรวจจะรวดเร็วและง่ายกว่า แต่ทำให้ไม่มีความเป็นปรนัย มีความเชื่อถือได้น้อย

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2545 : 132 - 138) ได้เสนอการตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบอัตนัยไว้ว่า การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานขั้นถัดไป คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือจะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. จึงจะกำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด

2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับคำถามเท่านั้น

3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับการให้คะแนน

4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคนสำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวานี้นับว่าเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจข้อสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบันมี 2 วิธี คือ

4.1 การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method) การตรวจข้อสอบอัตนัย โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวการตอบไว้ก่อนโดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนนผู้ตรวจจะนำเอากระดาษมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวคำตอบนั้น ครูผู้ออกข้อสอบควรจะทำไว้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวการตอบเมื่อจะเริ่มตรวจการให้คะแนนแบบนี้เหมาะสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบมากกว่าแบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบ

4.2 การตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระดาษคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนทีละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจดูคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่นในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกทีว่า ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดันของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้วจึงให้คะแนน ใครอยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

สรุปได้ว่า การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย มีรูปแบบการตรวจให้คะแนนที่สำคัญ 2 รูปแบบคือ การตรวจสอบโดยวิธีเทียบกับเกณฑ์ เป็นการตรวจให้คะแนนที่จะต้องกำหนดแนวการตอบไว้ล่วงหน้า โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามองค์ประกอบของการตอบ และการตรวจโดยวิธีการจัดอันดับคุณภาพ เป็นการตรวจให้คะแนนที่จะต้องอ่านคำตอบของนักเรียนทีละคน เมื่ออ่านกระดาษคำตอบแล้วก็จะแยกกระดาษคำตอบเป็นกลุ่มหรือเป็นกอง ตามระดับคุณภาพของการตอบ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับประเภทของปัญหาและระดับพัฒนาการทางสติปัญญาที่ส่งผลต่อความสามรถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งในและต่างประเทศ พบว่า มีนักการศึกษาหลายท่านได้ทำการศึกษาไว้ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. งานวิจัยในประเทศ

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวกับประเภทของปัญหา ระดับพัฒนาการทางสติปัญญา และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.1 งานวิจัยที่เกี่ยวกับประเภทของปัญหา

- ไม่มี

1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับระดับพัฒนาการทางสติปัญญา

- ไม่มี

1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สายสุณี สุทธิจักษ์ (2551 : 1) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหากับกลุ่ม ที่เรียนแบบปกติ 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหากับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนปทุมเทพวิทยาคาร จังหวัดหนองคาย จำนวน 103 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 51 คนและนักเรียนกลุ่มควบคุม 52 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นายชัยวัฒน์ อุ้ยปาอาจ (2551 : 1) ได้ศึกษาผลของการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 3) ศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนอู่ทอง จำนวน 109 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 55 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 54 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำคือร้อยละ 50 กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่าง

มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อนงค์ เมธีพิทักษ์ธรรม (2555 : 1) ได้ศึกษาผลของรูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่แตกต่างกันที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ได้รับรูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียด แบบชี้แนะ แบบผสม และแบบบอกคำตอบที่ถูกต้อง และ 2) ศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนกับรูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างคือ ผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 140 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย 1) แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และหลังเรียน 2) แบบฝึกทักษะ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ 3) โปรแกรมบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ในการวิเคราะห์ข้อมูลใช้สถิติเชิงบรรยาย การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวและการวิเคราะห์ความแปรปรวนสองทาง ผลการวิจัยพบว่า 1. ผู้เรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูงที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียดและแบบชี้แนะมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าผู้เรียนที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบบอกคำตอบที่ถูกต้องอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ .01 ตามลำดับ ส่วนผู้เรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับปานกลางที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียด แบบชี้แนะและแบบผสม มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าผู้เรียนที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบบอกคำตอบที่ถูกต้องอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผู้เรียนที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบผสมมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าผู้เรียนที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผู้เรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับต่ำที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบอธิบายรายละเอียด แบบชี้แนะและแบบผสม มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าผู้เรียนที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบบอกคำตอบที่ถูกต้องอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผู้เรียนที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบผสมมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าผู้เรียนที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับแบบชี้แนะอย่างมีนัยสำคัญ

ทางสถิติที่ระดับ .05 2. มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์กับรูปแบบการให้ข้อมูลย้อนกลับอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จุฑามาศ กันทา (2556 : 1) ได้ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 จังหวัดพิจิตร มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อศึกษาระดับปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดพิจิตร 2) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดพิจิตร 3) เพื่อสร้างสมการพยากรณ์ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดพิจิตร กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6จังหวัดพิจิตร ภาค เรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวนนักเรียนทั้งหมด 534 คน เครื่องมือที่ใช้ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบวัดปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ และวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณแบบขั้นตอน ผลการวิจัยพบว่า 1) ระดับปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดพิจิตร ภาพรวมอยู่ในระดับปานกลาง 2) ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่ามีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 3) แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ (X_4) เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ (X_2) ความตั้งใจเรียน (X_3) พฤติกรรมการ สอนของครู (X_5) สามารถพยากรณ์ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (Y) ได้ร้อยละ 50.2 (R^2) จากผลการวิเคราะห์สามารถเขียนเป็นสมการพยากรณ์ในรูปคะแนนดิบและสมการพยากรณ์ในรูป คะแนนมาตรฐาน ได้ดังนี้

สมการพยากรณ์ในรูปคะแนนดิบ $Y = .793 + .129 (X_2) + .135(X_5) + .183(X_4) + .201(X_3)$

สมการพยากรณ์ในรูปคะแนนมาตรฐาน $Z = .172 (Z_2) + .187(Z_5) + .254 (Z_4) + .241 (Z_3)$

เสาวลักษณ์ บุญจันทร์ (2557 : 1) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องกฎของไซน์และโคไซน์ ที่สอนโดยใช้กระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน ซึ่งการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยใช้กระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันและเพื่อศึกษาเจตคติต่อการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยใช้กระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่อง กฎของไซน์และโคไซน์

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนห้วยคตพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน รวมทั้งหมด 31 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องกฎของไซน์และโคไซน์ ที่ใช้การสอนโดยเน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยแบบแผนการวิจัย ครั้งนี้เป็นแบบ One-Group Pretest-Posttest Design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าความเบี่ยงเบน มาตรฐาน และดัชนีประสิทธิผล ผลการวิจัยพบว่า 1) ค่าดัชนีประสิทธิผลของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยใช้กระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่องกฎของไซน์และโคไซน์ มีค่าเท่ากับ 0.6624 2) เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยใช้กระบวนการ คิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่องกฎของไซน์และโคไซน์ อยู่ในระดับมาก

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศ พบว่า ไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับประเภทของปัญหา และระดับพัฒนาการทางสติปัญญา แต่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างแพร่หลาย แสดงให้เห็นว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ได้รับความสนใจในปัจจุบัน และเมื่อพิจารณางานวิจัยเกี่ยวกับเรื่องนี้อย่างละเอียด จะเห็นว่า งานวิจัยส่วนใหญ่มีลักษณะคล้าย ๆ กัน คือ เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบต่าง ๆ หรือเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาองค์ประกอบแต่ละด้านของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เลย ซึ่งองค์ประกอบแต่ละด้านนี้ เป็นพื้นฐานที่สำคัญในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. งานวิจัยต่างประเทศ

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวกับประเภทของปัญหา ระดับพัฒนาการทางสติปัญญา และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. งานวิจัยที่เกี่ยวกับประเภทของปัญหา

Ingle, J. A. (1975 : 36) ได้ศึกษาผลของปัญหาพื้นฐานและปัญหาซับซ้อนที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาผลของปัญหาพื้นฐานและปัญหาซับซ้อนที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของเด็กที่มี IQ ต่ำและ IQ สูง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งแต่ละชั้นได้จำแนกระดับ IQ ออกเป็น 2 ระดับคือ IQ ต่ำและ IQ สูง ผลการวิจัยพบว่า ประเภทของปัญหาที่แตกต่างกันส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งเด็กที่มี IQ ต่ำและสูง นอกจากนี้ปัญหาซับซ้อนส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนมากกว่าปัญหาพื้นฐาน ในนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มี IQ สูง

Carpenter,T. P. et al. (1981 : 1) ได้ศึกษาประเภทของปัญหาจากกระบวนการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาการบวก และปัญหาการลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 43 คน โดยใช้แบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ ที่เกี่ยวข้องกับการบวกและการลบ ซึ่งปัญหาในแบบทดสอบจะถูกคัดเลือกให้มีลักษณะเป็นปัญหาประเภท Joining, Separating, Part-Part-Whole, Comparison และ Equalizing ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบกระบวนการที่เด็กนำมาใช้ในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน และสามารถแก้ปัญหาได้ไม่แตกต่างกัน ทั้งที่เด็กมีพื้นฐานทางการเรียนไม่แตกต่างกัน จากการวิเคราะห์การแก้ปัญหายังพบอีกว่ารูปแบบในการแก้ปัญหาของเด็กขึ้นอยู่กับประเภทของปัญหาของแต่ละบุคคล

2. งานวิจัยที่เกี่ยวกับระดับพัฒนาการทางสติปัญญา

Grady, M. B. (1976 : 1) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับพัฒนาการทางสติปัญญากับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับพัฒนาการทางสติปัญญากับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม และกลุ่มที่มีระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม นอกจากนี้ยังพบว่าระดับพัฒนาการทางสติปัญญาส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่าหลาย ๆ ตัวแปร

Day, H. C. at el. (1977 : 1) ได้ศึกษากระบวนการที่ถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหาของเด็กที่มีระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมและเด็กที่มีระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรมที่ผ่านการทดสอบโดยใช้การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล กับปัญหาพื้นฐานและปัญหาซับซ้อนโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหามาใช้เป็นพื้นฐานสำหรับการกำหนดประเภทของปัญหาแต่ละประเภท ผลการวิจัยพบว่า เด็กที่มีระดับการคิดแบบเป็นนามธรรมมีความสามารถในการเลือกใช้กระบวนการได้หลากหลายกว่าเด็กที่มีระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม ทั้งสอง

กลุ่มใช้กระบวนการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาซับซ้อนมากกว่าปัญหาพื้นฐาน นอกจากนี้ ประเภทของปัญหาส่งผลต่อความยากของปัญหาในเด็กที่มีระดับการคิดแบบเป็นนามธรรม มากกว่าเด็กที่มีระดับการคิดแบบเป็นรูปธรรม

Bahar, A. and Maker, C. J. (2015 : 1) ได้ศึกษาระดับพัฒนาการทางสติปัญญาที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา โดยใช้ปัญหาปลายปิด และปัญหาปลายเปิด วัตถุประสงค์ของการศึกษาครั้งนี้คือ เพื่อศึกษาอิทธิพลของระดับพัฒนาการทางสติปัญญาที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษา โดยใช้ปัญหาปลายเปิดและปัญหาปลายปิด ผลการวิจัยพบว่า อิทธิพลของระดับพัฒนาการทางสติปัญญาส่งผลต่อความสามารถในการอธิบายปัญหาปลายเปิดได้ 32.3% และปัญหาปลายปิดได้ 48.2% และระดับพัฒนาการทางสติปัญญามีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนระดับประถมศึกษา ทั้งที่เป็นปัญหาปลายปิด และปัญหาปลายเปิด

3. งานวิจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Orhun, N. (2003 : 19) ได้ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเพศ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้และทักษะที่ได้มาจากการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน และการอ่านจับใจความ ที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 73 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมในการศึกษาครั้งนี้คือ 1) แบบทดสอบวัดการแก้ปัญหาในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ (MPSP) 2) แบบทดสอบวัดความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ (KS) 3) แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ (ATM) และ 4) แบบวัดเข้าใจในการอ่านการทดสอบ (RC) ผลการวิจัยพบว่า ความรู้และทักษะที่ได้มาในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาคือ การอ่านจับใจความ ส่วนตัวแปรที่ไม่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และเพศ ตามลำดับ

Bhat, M. A. (2014 : 1) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งวัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่าง ประกอบด้วยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 598 คน เครื่องมือที่ใช้จะเป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รูปแบบของ L.N.

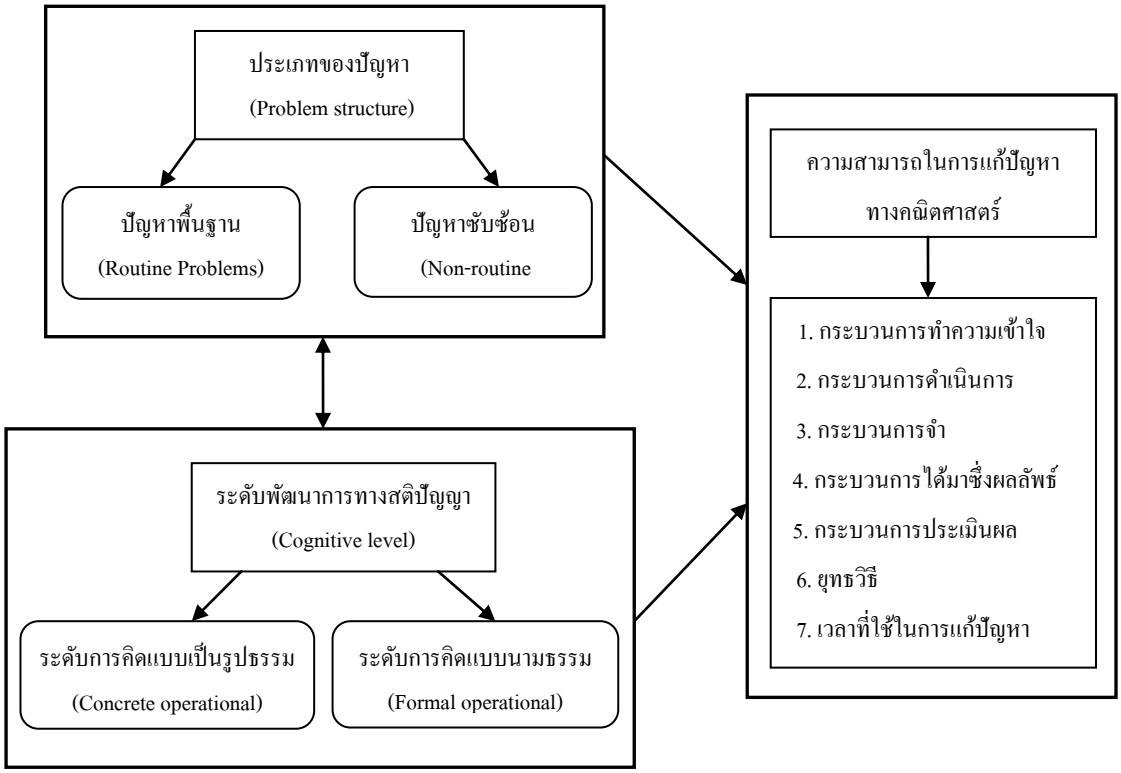
Dubey และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้มาจากบันทึกการเรียนในชั้นเรียนก่อนหน้านี้ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมากกว่าร้อยละ 79 และส่งผลต่อเพศชายร้อยละ 78.3 และเพศหญิงร้อยละ 78.2

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศ พบว่า ประเภทของปัญหาที่แตกต่างกัน และระดับพัฒนาการทางสติปัญญาที่แตกต่างกัน ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้ มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างแพร่หลาย จะเห็นว่า ในต่างประเทศได้ให้ความสำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างมาก และตัวแปรสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ประเภทของปัญหา และระดับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศ พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นประเด็นที่หลายคนให้ความสนใจเป็นอย่างมาก ทั้งนี้เพราะความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนั้น หลาย ๆ งานวิจัยจึงได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถด้านนี้ให้เกิดกับผู้เรียน แต่กลับมีงานวิจัยน้อยมากที่ศึกษาเกี่ยวกับประเภทของปัญหา และระดับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน ซึ่งทั้งสองเป็นตัวแปรสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในประเทศไทยไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับประเภทของปัญหาและระดับพัฒนาการทางสติปัญญาที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากเหตุผลดังกล่าว จึงทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะศึกษาประเภทของปัญหาและระดับพัฒนาการทางสติปัญญาที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับประเภทของปัญหา ระดับพัฒนาการทางสติปัญญา และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังแผนภาพต่อไปนี้



แผนภาพที่ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย