**บทที่ 4**

**ผลการวิจัย**

 ตลอดการดำเนินงานวิจัยนี้ เราให้เป็นสัญลักษณ์แทนการดำเนินการทวิภาค ชนิด 

โดย  แทนเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันซึ่งส่งไปที่ 

**4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างกึ่งกรูปย่อยของคลาสปรกติพิเศษของ (Relationship**

 **Between Subsemigroup of Special Regular Classes of** **)**

 **สำหรับ** **เราจะแนะนำบรรดานิยามแนวคิดของสัญลักษณ์ดังต่อไปนี้**

1.  ตัวแปรแรกที่เกิดขึ้น (จากทางซ้าย) ใน 

2.  ตัวแปรสุดท้ายที่เกิดขึ้น ใน 

3. เซตของตัวแปรทั้งหมดที่เกิดขึ้นใน 

ให้  เราจะแทน

 โดยที่ และ 

 โดยที่ และ 

 และ



 ใน ปี ค.ศ. 2010 W. Puninagool และ S. Leeratanavalee แสดงได้ว่า 



 ให้  เราจะแทน

 โดยที่ ,  และ 

 โดยที่ ,  และ 

และแทน

 

 

  และ

 

 ใน ปี ค.ศ. 2014 W. Wongpinit และ S. Leeratanavalee ได้หาว่า ,  และ เป็นเซตนิจพลย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของ 

 และในปีเดียวกันนั้นเอง W. Wongpinit และ S. Leeratanavalee ยังได้แสดงได้ด้วยว่า  เป็นเซตของสมาชิกโคปรกติ ปฏิปรกติ ปรกติบริบูรณ์ ปรกติทางซ้าย ปรกติทางขวา และปรกติอินทรา ทั้งหมดของ 

**นิยาม 4.1.1** ให้เป็นกึ่งกรูปใด ๆ เราเรียก ว่าเป็น *กึ่งกรูปย่อย (subsemigroup)* ของ ถ้า 

**นิยาม 4.1.2** เราเรียกกึ่งกรูปย่อย **ของ**ว่าเป็น *กึ่งกรูปย่อยปรกติ (regular subsemigroup)* ของ ถ้าแต่ละ**มี** ที่ทำให้ 

 ทำให้เราได้บทตั้งที่สำคัญมากต่อไปนี้

บทตั้ง 4.1.3 ให้ เป็นกึ่งกรูปย่อยของ  จะได้ว่าข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน

1. เป็นโคปรกติ

2. เป็นปฏิปรกติ

3. เป็นปรกติบริบูรณ์

4. เป็นปรกติทางขวา

5. เป็นปรกติทางซ้าย

6. เป็นปรกติทางซ้าย

โดยใช้ข้อเท็จจริงดังกล่าวในบทตั้งและเพื่อความสะดวก คลาสของโคปรกติ ปฏิปรกติ ปรกติบริบูรณ์ ปรกติทางขวา ปรกติทางซ้าย และปรกติอินทรา เราจะตกลงเรียกร่วมกันว่าเป็น *คลาสปรกติพิเศษ* (special regular classes) ของ 

**4.2 โมนอยด์ย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของคลาสปรกติพิเศษของ (All Maximal Subsemigroup of Special Regular Classes of** **)**

เราสามารถพิสูจน์พรอพโพสิชันได้ดังต่อไปนี้

**พรอพโพสิชัน 4.2.1 เราได้ว่า** ,  และ  เป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดของบรรดาคลาสปรกติพิเศษของ 

 **พิสูจน์** เนื่องจาก ,  และ  เป็นโมนอยด์ย่อยนิจพลใหญ่สุดของ  เราจะได้ว่า ,  และ  เป็นโมนอยด์ย่อยของคลาสปรกติพิเศษของ  เราจะแสดงว่า ,  และ  เป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดของบรรดาคลาสปรกติพิเศษของ

 **กรณีที่  :** เราให้  เป็นโมนอยด์ย่อยแท้ใด ๆ ของ  โดยที่  ให้  เราสมมติว่า  เราเลือก  โดยที่ ,  พิจารณา

 

 จะได้ว่า  ซึ่งเกิดข้อขัดแย้งที่  เป็นโมนอยด์ย่อยของ

ดังนั้น  นั่นคือ  เป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดของคลาสปรกติพิเศษของ

 **กรณีที่  :** เราให้  เป็นโมนอยด์ย่อยแท้ใด ๆ ของ  โดยที่  ให้  เราสมมติว่า  เราเลือก  โดยที่ ,  พิจารณา

 

 จะได้ว่า  ซึ่งเกิดข้อขัดแย้งที่  เป็นโมนอยด์ย่อยของ

ดังนั้น  นั่นคือ  เป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดของคลาสปรกติพิเศษของ

 **กรณีที่ ** สามารถพิสูจน์คล้ายกับกรณี **** 

**บทแทรก 4.2.2 ทุก ๆ** นิจพลย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของ  จะเป็นกึ่งกรูปย่อยใหญ่สุดของคลาสปรกติพิเศษของ 

**พิสูจน์** เห็นได้ชัดเจนโดยตรงจาก **พรอพโพสิชัน 4.2.1**

พรอพโพสิชันที่จะกล่าวต่อไปนี้ เราจะแสดงว่าบทกลับของ **บทแทรก 4.2.2** ไม่เป็นความจริงในกรณีทั่ว ๆ ไป

**พรอพโพสิชัน 4.2.3 เราได้ว่า**  เป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดของคลาสปรกติพิเศษของ 

 **พิสูจน์** เราจะแสดงว่าเซต  เป็นโมนอยด์ย่อยของ  โดยพิจารณาจาก  และ  และ  เราจะได้ว่า  ดังนั้น โมนอยด์ย่อยของ  ต่อไปเราจะแสดงว่า  เป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดของคลาสปรกติพิเศษของ **เรา**ให้  เป็นโมนอยด์ย่อยแท้ของคลาสปรกติพิเศษของ โดยที่  ให้  ถ้า โดยที่

โดยที่ พิจารณา

 

 จะได้ว่า  ไม่มีสมบัติปิดซึ่งเกิดข้อขัดแย้งที่  เป็นโมนอยด์ย่อยของ ดังนั้น 

 ถ้า โดยที่

โดยที่ พิจารณา

 

 จะได้ว่า  ไม่มีสมบัติปิดซึ่งเกิดข้อขัดแย้งที่  เป็นโมนอยด์ย่อยของ ดังนั้น  นั่นคือ 

**ทฤษฎีบท 4.2.4** เราได้ว่าเซต,   และ  เป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของคลาสปรกติพิเศษของ 

 **พิสูจน์**  เราให้ เป็นเป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดใด ๆ ของคลาสปรกติพิเศษของ 

เราจะแบ่งพิจารณาออกเป็นสองกรณี

 **กรณีที่ 1 :** ถ้าเราจะได้ว่า เป็นโมนอยด์ย่อยนิจพลใหญ่สุดของ  โดยการใช้ **บทแทรก 4.2.2** เราได้ว่า,  

  **กรณีที่ 2 :** ถ้า เราพิจารณา 

ถ้า โดยที่

โดยที่ พิจารณา

 

 ดังนั้น 

ถ้า โดยที่

โดยที่ พิจารณา

 

 ดังนั้น 

 จะได้ว่า  นั่นคือ 

 เนื่องจาก เป็นเป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดใด ๆ ของคลาสปรกติพิเศษของ  เราได้ว่า

 จากกรณีที่ 1 และกรณีที่ 2 เราจึงสรุปได้ว่า

,   และ  เป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของคลาสปรกติพิเศษของ 