

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญ

ทฤษฎีออโตมาตาและภาษา (Theory of Automata and Language) เป็นสาขาที่มีบทบาทสำคัญเป็นอย่างมากในวิทยาการคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีประโยชน์มากมายต่อการพัฒนาด้านเทคโนโลยีสมัยใหม่ ทฤษฎีออโตมาตาเป็นการศึกษาการทำงานของเครื่องจักรแต่ละเครื่องในรูปแบบที่เป็นนามธรรม (abstract machine) คือพิจารณาจากตารางสถานะหรือแผนภาพสถานะนั่นเอง ซึ่งแต่ละเครื่องจักรนามธรรมเหล่านี้ เราเรียกว่า ออโตมาตา หรืออาจกล่าวอีกอย่างได้ว่า ทฤษฎีออโตมาตาเป็นการศึกษาคุณสมบัติทางคณิตศาสตร์ (mathematical properties) ของเครื่องจักรนามธรรมเพื่อรองรับการนำไปใช้ประโยชน์ได้จริงในเชิงรูปธรรม (concrete) นั่นเอง ทฤษฎีออโตมาตายังมีความใกล้เคียงกับทฤษฎีภาษาซึ่งในทางคอมพิวเตอร์จะใช้ทฤษฎีภาษาสำหรับการกำหนดนิยามหรือคำจำกัดความสำหรับการเขียนภาษาโปรแกรมต่าง ๆ นอกจากนี้ยังมีประโยชน์มากในการนำไปประยุกต์ใช้กับคอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการออกแบบออโตมาตาให้ทำหน้าที่เป็นเครื่องจำรูปแบบ (pattern recognizer) หรือแม้แต่การออกแบบโปรแกรมควบคุมระบบการทำงานของเครื่อง เช่น โปรแกรมแปลภาษาเครื่อง (compiler) โปรแกรมสร้างหรือแก้ไขเอกสาร (text editor) เป็นต้น ภาษา (language) คือกลุ่มของคำต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์จะแทนภาษาด้วยเซตของคำ (word) ต่าง ๆ แล้ว “คำ” คืออะไร? เราจะเริ่มด้วยการให้ $X_n := \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $X := \{x_1, x_2, x_3, \dots\}$ สำหรับแต่ละจำนวนนับ n ใด ๆ X_n เป็นอักขระ (alphabet) หรือเซตของตัวอักษร (letter) ที่มีสมาชิก n ตัว ดังนั้น คำที่เกิดจากอักขระ X_n ก็คือ ตัวอักษรหรือสตริงที่จำกัดตัวอักษรใด ๆ เราสามารถเขียนคำจำกัดความหรือให้นิยามของ “คำ” ได้ดังต่อไปนี้ :

- (1) แต่ละ $x_i \in X_n$ เป็น คำที่เกิดจากอักขระ X_n
- (2) ถ้า t เป็นคำที่เกิดจากอักขระ X_n และ $x_j \in X_n$ แล้วทั้ง $x_j t$ และ $t x_j$ ก็เป็นคำที่เกิดจากอักขระ X_n

เราสามารถให้นิยามโดยทั่วไปของคำในทางคณิตศาสตร์ได้ จากนั้นได้นำไปใช้ประโยชน์ในการศึกษาทรีทรานสดิวเซอร์ (Tree transducer) ซึ่งเป็นการวางนัยทั่วไป (generalization) ของออโตมาตา เรายังได้อีกว่าทรีทรานสฟอร์มเมชัน (tree transformation) ที่นิยามขึ้นมาจาก ฟังก์ชันไฮเพอร์สับสติตูดชัน

(hypersubstitution) นั้น เราก็สามารถศึกษาได้ด้วยทฤษฎีทรานสดิวเซอร์ การประกอบกันของฟังก์ชันทฤษฎีทรานสฟอร์มเมชันได้ถูกนำมาใช้ในวิทยาการคอมพิวเตอร์เพื่อแปลภาษารูปนัย (formal language) จากภาษาหนึ่งไปสู่อีกภาษาหนึ่งได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน ดังนั้นความรู้เรื่องสมาชิกนิพจน์ (idempotent) ของไฮเพอร์สับสติตูชันได้กลายมาเป็นประโยชน์อย่างมากสำหรับทฤษฎีทรานสฟอร์มเมชัน

ในงานวิจัยนี้เราจะแนะนำแนวคิดของกึ่งกรุปปกติ (regular semigroup) ซึ่งถือว่ามีความสำคัญอย่างมากในทฤษฎีพีชคณิตของกึ่งกรุป (algebraic theory of semigroups) และยังเป็น การวางนัยทั่วไปของกึ่งกรุปนิพจน์ (idempotent semigroup) ดังนั้นการศึกษาสมบัติทางพีชคณิตของเซตไฮเพอร์สับสติตูชันเรื่องนี้ เป็นการศึกษามโนยต์หรือกึ่งกรุปย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของบรรดาคลาสปรกติชนิดพิเศษของเซตเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด $\tau = (2)$ ซึ่งองค์ความรู้ใหม่ที่คาดว่าจะได้รับ คือ ทฤษฎีและองค์ความรู้ใหม่ ซึ่งองค์ความรู้ใหม่ที่ได้ข้างต้นนั้นจะเป็นพื้นฐานที่สำคัญยิ่งเพื่อรองรับการพัฒนาวิชาการในสาขาวิชาที่เกี่ยวข้องตามที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งในสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ อันจะเป็นรากฐานสำคัญยิ่งในการพัฒนาองค์ความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของประเทศให้เจริญก้าวหน้า ซึ่งนับว่าเป็นสิ่งสำคัญอย่างมาก

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เป้าหมายหลักของโครงการอยู่ที่การสร้างองค์ความรู้ใหม่และการขยายขอบเขตองค์ความรู้เดิมให้กว้างขวางยิ่งขึ้นกว่าเดิมตามรายละเอียดดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างบรรดาคลาสปรกติชนิดพิเศษบางชนิด
2. เพื่อหาโมนอยต์ย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของคลาสปรกติชนิดพิเศษของเซตเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด $\tau = (2)$

ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยนี้ผู้วิจัยจะศึกษาเฉพาะบนเซตของเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด $\tau = (2)$ เท่านั้น

สมมติฐานการวิจัย

โมนอยต์ย่อยนิพจน์ใหญ่สุดของ $Hyp_G(2)$ ทั้งหมด จะเป็นโมนอยต์ย่อยใหญ่สุดของคลาสปรกติชนิดพิเศษบางชนิดของเซตเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด $\tau = (2)$

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยพื้นฐาน ซึ่งเป็นการสร้างองค์ความรู้ใหม่เกี่ยวกับทฤษฎีในทางพีชคณิตจักรวาล ผลจากการวิจัยจะมีประโยชน์ในด้านวิชาการ และเป็นความรู้พื้นฐานในการพัฒนาต่อยอดองค์ความรู้ทางด้านวิทยาการคอมพิวเตอร์อย่างดี หน่วยงานที่นำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์มากที่สุดคือ กลุ่มนักวิจัยทางพีชคณิตจักรวาล ทางคณิตศาสตร์ประยุกต์ ทางสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ เราสามารถสรุปประโยชน์จากงานวิจัยนี้ได้ดังนี้

1. ได้องค์ความรู้ใหม่ทางด้านคณิตศาสตร์คือได้ความสัมพันธ์ระหว่างบรรดาคลาสปรกติชนิดพิเศษบางชนิดและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้อง
2. ได้ทราบโมโนมัยด์ย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของคลาสปรกติชนิดพิเศษของเซตเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด (2)
3. ใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอนในรายวิชาพีชคณิตนามธรรมและวิชาโครงงานวิจัยทางคณิตศาสตร์
4. เพื่อให้ให้นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์และผู้สนใจทำงานวิจัยในทางคณิตศาสตร์ได้มองเห็นถึงแนวคิดและวิธีการคิดงานวิจัย
5. เพื่อใช้เป็นองค์ความรู้พื้นฐานสำหรับผู้ที่สนใจในงานวิจัยในด้านนี้ให้สามารถนำไปใช้และประยุกต์กับงานวิจัยอื่น ๆ เช่น ในด้าน วิทยาการคอมพิวเตอร์ ฟิสิกส์ เคมี วิศวกรรม เป็นต้น