**บทที่ 1**

**บทนำ**

**ความเป็นมาและความสำคัญ**

**ทฤษฎีออโตมาตาและภาษา** (Theory of Automata and Language) เป็นสาขาที่มีบทบาทสำคัญเป็นอย่างมากในวิทยาการคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีประโยชน์มากมายต่อการพัฒนาด้านเทคโนโลยีสมัยใหม่ ทฤษฎีออโตมาตาเป็นการศึกษาการทำงานของเครื่องจักรแต่ละเครื่องในรูปแบบที่เป็นนามธรรม (abstract machine) คือพิจารณาจากตารางสถานะหรือแผนภาพสถานะนั่นเอง ซึ่งแต่ละเครื่องจักรนามธรรมเหล่านี้ เราเรียกว่า ออโตมาตา หรืออาจกล่าวอีกอย่างได้ว่า ทฤษฎีออโตมาตาเป็นการศึกษาคุณสมบัติทางคณิตศาสตร์ (mathematical properties) ของเครื่องจักรนามธรรมเพื่อรองรับการนำไปใช้ประโยชน์ได้จริงในเชิงรูปธรรม(concrete) นั่นเอง ทฤษฎีออโตมาตายังมีความใกล้เคียงกับทฤษฎีภาษาซึ่งในทางคอมพิวเตอร์จะใช้ทฤษฎีภาษาสำหรับการกำหนดนิยามหรือคำจำกัดความสำหรับการเขียนภาษาโปรแกรมต่าง ๆ นอกจากนี้ยังมีประโยชน์มากในการนำไปประยุกต์ใช้กับคอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการออกแบบออโตมาตาให้ทำหน้าที่เป็นเครื่องจำรูปแบบ (pattern recognizer) หรือแม้แต่การออกแบบโปรแกรมควบคุมระบบการทำงานของเครื่อง เช่น โปรแกรมแปลภาษาเครื่อง (compiler) โปรแกรมสร้างหรือแก้ไขเอกสาร (text editor) เป็นต้น ภาษา(language) คือกลุ่มของคำต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์จะแทนภาษาด้วยเซตของคำ (word) ต่าง ๆ แล้ว“คำ” คืออะไร? เราจะเริ่มด้วยการ ให้ สำหรับแต่ละจำนวนนับ  ใด ๆ เป็นอักขระ (alphabet) หรือเซตของตัวอักษร (letter) ที่มีสมาชิก  ตัว ดังนั้น คำที่เกิดจากอักขระ  ก็คือ ตัวอักษรหรือสตริงที่จำกัดตัวอักษรใด ๆ เราสามารถเขียนคำจำกัดความหรือให้นิยามของ “คำ” ได้ดังต่อไปนี้ :

1. แต่ละ เป็น คำที่เกิดจากอักขระ 
2. ถ้า เป็นคำที่เกิดจากอักขระ  และแล้วทั้ง และ ก็เป็นคำที่เกิดจากอักขระ 

เราสามารถให้นิยามโดยทั่วไปของคำในทางคณิตศาสตร์ได้ จากนั้นได้นำไปใช้ประโยชน์ในการศึกษา ทรีทรานสดิวเซอร์ (Tree transducer) ซึ่งเป็นการวางนัยทั่วไป (generalization) ของออโตมาตา เรายังได้อีกว่าทรีทรานสฟอร์เมชัน (tree transformation) ที่นิยามขึ้นมาจาก ฟังก์ชันไฮเพอร์สับสติตูชัน(hypersubstitution) นั้น เราก็สามารถศึกษาได้ด้วยทรีทรานสดิวเซอร์ การประกอบกันของฟังก์ชันทรีทรานสฟอร์เมชันได้ถูกนำมาใช้ในวิทยาการคอมพิวเตอร์เพื่อแปลภาษารูปนัย (formal language) จากภาษาหนึ่งไปสู่อีกภาษาหนึ่งได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน ดังนั้นความรู้เรื่องสมาชิกนิจพล(idempotent) ของไฮเพอร์สับสติตูชันได้กลายมาเป็นประโยชน์อย่างมากสำหรับทรีทรานสฟอร์เมชัน

ในงานวิจัยนี้เราจะแนะนำแนวคิดของกึ่งกรุปปรกติ (regular semigroup) ซึ่งถือว่ามีบทบาทสำคัญอย่างมากในทฤษฎีพีชคณิตของของกึ่งกรุป (algebraic theory of semigroups) และยังเป็นการวางนัยทั่วไปของกึ่งกรุปนิจพล (idempotent semigroup) ดังนั้นการศึกษาสมบัติทางพีชคณิตของเซตไฮเพอร์สับสติตูชันเรื่องนี้ เป็นการศึกษาโมนอยด์หรือกึ่งกรุปย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของบรรดาคลาสปรกติชนิดพิเศษของเซตเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด **** ซึ่งองค์ความรู้ใหม่ที่คาดว่าจะได้รับ คือ ทฤษฎีและองค์ความรู้ใหม่ ซึ่งองค์ความรู้ใหม่ที่ได้ข้างต้นนั้นจะเป็นพื้นฐานที่สำคัญยิ่งเพื่อรองรับการพัฒนาวิชาการในสาขาวิชาที่เกี่ยวข้องตามที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งในสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ อันจะเป็นรากฐานสำคัญยิ่งในการพัฒนาองค์ความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของประเทศให้เจริญก้าวหน้า ซึ่งนับว่าเป็นสิ่งสำคัญอย่างมาก

**วัตถุประสงค์ของการวิจัย**

เป้าหมายหลักของโครงการอยู่ที่การสร้างองค์ความรู้ใหม่และการขยายขอบเขตองค์ความรู้เดิมให้กว้างขวางยิ่งขึ้นกว่าเดิมตามรายละเอียดดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างบรรดาคลาสปรกติชนิดพิเศษบางชนิด

2. เพื่อหาโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของคลาสปรกติชนิดพิเศษของเซตเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด ****

**ขอบเขตการวิจัย**

การวิจัยนี้ผู้วิจัยจะศึกษาเฉพาะบนเซตของเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด****เท่านั้น

**สมมติฐานการวิจัย**

โมนอยด์ย่อยนิจพลใหญ่สุดของ ทั้งหมด จะเป็นโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดของคลาส

ปรกติชนิดพิเศษบางชนิดของเซตเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด ****

**ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ**

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยพื้นฐาน ซึ่งเป็นการสร้างองค์ความรู้ใหม่เกี่ยวกับทฤษฎีในทางพีชคณิตจักรวาล ผลจากการวิจัยจะมีประโยชน์ในด้านวิชาการ และเป็นความรู้พื้นฐานในการพัฒนาต่อยอดองค์ความรู้ทางด้านวิทยาการคอมพิวเตอร์อย่างดี หน่วยงานที่นำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์มากที่สุด คือ กลุ่มนักวิจัยทางพีชคณิตจักรวาล ทางคณิตศาสตร์ประยุกต์ทางสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ เราสามารถสรุปประโยชน์จากงานวิจัยนี้ได้ดังนี้

1. ได้องค์ความรู้ใหม่ทางด้านคณิตศาสตร์คือได้ความสัมพันธ์ระหว่างบรรดาคลาสปรกติชนิดพิเศษบางชนิดและทฤษฏีบทที่เกี่ยวข้อง

2. ได้ทราบโมนอยด์ย่อยใหญ่สุดทั้งหมดของคลาสปรกติชนิดพิเศษของเซตเจเนอรัลไลซ์ไฮเพอร์สับสติตูชันชนิด (2)

3. ใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอนในรายวิชาพีชคณิตนามธรรมและวิชาโครงงานวิจัยทางคณิตศาสตร์

4. เพื่อให้นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์และผู้สนใจทำงานวิจัยในทางคณิตศาสตร์ได้มองเห็นถึงแนว

คิดและวิธีการคิดงานวิจัย

5. เพื่อใช้เป็นองค์ความรู้พื้นฐานสำหรับผู้ที่สนใจในงานวิจัยในด้านนี้ให้สามารถนำไปใช้และประยุกต์กับงานวิจัยอื่น ๆ เช่น ในด้าน วิทยาการคอมพิวเตอร์ ฟิสิกส์ เคมี วิศวกรรมเป็นต้น