

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัย ได้สรุปผลการวิจัยตามลำดับดังนี้

1. วัตถุประสงค์การวิจัย
2. สรุปผลการวิจัย
3. อภิปรายผล
4. ข้อเสนอแนะ

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาสาเหตุของการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สรุปผลการวิจัย

ในการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถสรุปผลได้ดังนี้

1. หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต

หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปได้ 4 ด้าน ซึ่งแต่ละด้านมีลักษณะย่อย ดังนี้

- 1.1 หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา
 - 1.1.1 นำทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

- 1.1.2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์
- 1.1.3 ด้านการใช้ข้อมูลผิด
- 1.1.4 ความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอคำตอบ
- 1.1.5 ด้านการแก้สมการ
- 1.1.6 ด้านการดำเนินการ
- 1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา สัญลักษณ์และการให้เหตุผล
 - 1.2.1 ใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตไม่ถูกต้อง
 - 1.2.2 ให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์
- 1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับมุม
 - 1.3.1 เข้าใจผิดเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนาน
- 1.4 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท และสมบัติ
 - 1.4.1 บิดเบือนทฤษฎีบท และสมบัติ

2. สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต สรุปในแต่ละด้าน ได้ดังนี้

2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา สาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าทฤษฎีบทสามารถใช้แทนกันได้ ขาดความเข้าใจในการนำทฤษฎีบทและสมบัติของเส้นขนานมาใช้แก้ปัญหานักเรียนขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา รีบเร่ง ลืมรายละเอียดบางส่วน และไม่ไตร่ตรองในระหว่างการแก้ปัญหานักเรียนทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการเลือกใช้ข้อมูลไม่เหมาะสม ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็น และขาดทักษะการเชื่อมโยงนักเรียนไม่ตรวจคำตอบ นักเรียนไม่อ่านโจทย์ปัญหาให้ถี่ถ้วนและนักเรียนไม่เข้าใจคำถามขาดความรู้พื้นฐาน เรื่อง สมบัติการเท่ากัน นักเรียนขาดทักษะการแก้สมการ นักเรียนขาดความเข้าใจการบวกลบจำนวนเต็มและนักเรียนไม่ตรวจสอบคำตอบที่ได้

2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษาสัญลักษณ์และการให้เหตุผล สาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความเข้าใจในหลักการเขียนชื่อสัญลักษณ์ ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของ

สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตนักเรียนยึดติดกับรูปที่เห็นขาดทักษะในการให้เหตุผล ใช้ภาษาสัญลักษณ์หรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และนักเรียนนำเสนอข้อมูลจากภาษาสัญลักษณ์ไปสู่ภาษาพูดไม่ถูกต้อง

2.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับมุม สาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในลักษณะและความสัมพันธ์ของมุมภายนอก และมุมภายในของเส้นตัดเส้นขนานมุมแย้ง มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวของเส้นตัดเส้นขนาน

2.4 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท และสมบัติ สาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ขาดความเข้าใจมโนทัศน์เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้งขาดความเข้าใจมโนทัศน์เรื่อง เส้นขนานและภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานนักเรียนจำทฤษฎีบทผิด

อภิปรายผล

ในการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อภิปรายผล ได้ดังนี้

1. การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต 4 ด้านดังนี้

1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา จากการวิจัยพบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา 6 ลักษณะย่อยได้แก่การนำทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์ใช้ข้อมูลผิด ความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอคำตอบด้านการแก้สมการและด้านการดำเนินการตามลำดับ โดยพบว่านักเรียนไม่สามารถนำทฤษฎีบทและสมบัติของเส้นขนานมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนมองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทกับโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้นักเรียนเลือกใช้ข้อมูลไม่เหมาะสม ไม่ใช่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการแก้ปัญหานอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนบางส่วนสามารถนำทฤษฎีบท และสมบัติของเส้นขนานมาใช้สร้างสมการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของสมการได้และในระหว่าง

ขั้นตอนการแก้ปัญหาให้นักเรียนล้มละลายละเอียดบางส่วน เช่น ลืมเขียนหน่วยของค่าสัมประสิทธิ์ของสมการเส้นตรง รังสีหรือส่วนของเส้นตรงและในการนำเสนอคำตอบนักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ ส่งผลให้คำตอบผิดทั้งนี้อาจเนื่องมาจากเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยาก ซึ่งเป็นเรื่องของทฤษฎีบท และสมบัติ มีลักษณะเป็นนามธรรม ส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจไม่อยากเรียน ไม่ฝึกฝน ขาดทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหา ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทและสมบัติไม่ได้จึงทำให้เกิดความเบื่อหน่าย ไม่มีสมาธิในการเรียน และทำให้เกิดความรู้สึกว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก จึงไม่สนใจในการทำแบบทดสอบไม่อ่านโจทย์ไม่วิเคราะห์และไม่มีความพยายามจึงส่งผลให้ในขั้นตอนการแก้ปัญหาให้นักเรียนขาดการไตร่ตรอง ขาดความรอบคอบในการทำงาน ขาดการตรวจสอบการทำงานของตนเองอย่างละเอียดถี่ถ้วน ไม่วิเคราะห์โจทย์ปัญหาละเอียดการใช้ข้อมูลที่เป็นคำตอบไม่ตรงกับสิ่งที่โจทย์ถาม และนำทฤษฎีบทที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการแก้ปัญหาดังที่ อัมพร ม้าคะนอง (2557 : 99) ได้กล่าวไว้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์นั้นมีหลายลักษณะ ผสมกันอยู่เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา ผู้เรียนอาจมีความคลาดเคลื่อนทั้งในเรื่องของตัวแปรการแก้สมการ การดำเนินการ การคิดคำนวณ การนำทฤษฎีบท กฎ สูตร และบทนิยาม ละสมบัติมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง การตรวจสอบการแก้ปัญหา และการนำข้อมูลมาใช้ผิด เช่น นำข้อมูลที่กำหนดไว้ในโจทย์ มาใช้ในการแก้ปัญหา โดยข้อมูลดังกล่าวไม่เป็นประโยชน์ต่อการทำงานซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Movshovitz-hadaretal (1987 : 3-14) ซึ่งพบว่า นักเรียนมีลักษณะความคลาดเคลื่อนด้านการใช้ข้อมูลผิด นักเรียนใช้ข้อมูลที่ไม่ได้ระบุในโจทย์ และนักเรียนได้เพิ่มข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องเข้ามา ไม่ใช่ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา นักเรียนหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการนักเรียนสามารถแสดงวิธีทำถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ และนักเรียนแสดงวิธีทำผิดแต่คำตอบถูกซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ OngandLim (1987 : 199- 205) และ Barcellos (2005 : 98-114) ซึ่งพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการใช้บทนิยามสมบัติ มีการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาคำตอบได้

1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา สัญลักษณ์และการให้เหตุผล จากการวิจัยพบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษาสัญลักษณ์และการให้เหตุผล 2 ลักษณะย่อย คือใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตไม่ถูกต้อง และให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ โดยพบว่าเมื่อกำหนดรูป

เส้นตรง รังสีหรือส่วนของเส้นตรงมาให้ นักเรียนบางส่วนเขียนสัญลักษณ์ของเส้นตรง รังสี หรือ ส่วนของเส้นตรงไม่ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนเข้าใจผิดเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์แสดงการขนานกันของเส้นตรงสองเส้น ซึ่งเมื่อนักเรียนใช้สัญลักษณ์ดังกล่าวแล้วจะทำให้ความหมายของสัญลักษณ์เปลี่ยนไปและนักเรียนใช้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลจากภาษาสัญลักษณ์ไปสู่ภาษาพูดไม่ถูกต้อง เช่น นักเรียนอ่านสัญลักษณ์เกี่ยวกับเส้นขนานผิด โดยสัญลักษณ์คือ \overline{AB} แต่นักเรียนอ่านว่า ส่วนของเส้นตรง AB ซึ่งสัญลักษณ์ \overline{AB} อ่านว่า เส้นตรง AB และด้านการให้เหตุผลพบว่า นักเรียนใช้ภาษาในการเขียนอธิบายให้เหตุผลไม่สมบูรณ์ไม่ถูกต้อง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ความหมายของคำและสัญลักษณ์ที่ใช้ในคณิตศาสตร์ บางเนื้อหาที่มีความจำเป็นที่ต้องให้นักเรียนยอมรับข้อตกลงความหมายของคำบางคำ หรือความหมายของสัญลักษณ์บางตัวและนำไปใช้ก่อน โดยยังไม่ได้ให้ความรู้ ความเข้าใจที่ชัดเจน เนื่องจากมีข้อจำกัดความรู้พื้นฐานของนักเรียน จึงทำให้นักเรียนสับสนเข้าใจไม่ตรงกัน ขาดความเข้าใจในข้อตกลงอย่างเป็นทางการเกี่ยวกับการใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ ขาดความเข้าใจในความหมายของคำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ขาดความเข้าใจในหลักการใช้และหลักการเขียนสัญลักษณ์ทางเรขาคณิตขาดความคิดหาเหตุผลขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2554 : 69) ได้กล่าวไว้ว่า ในส่วนของเนื้อหาสาระเรขาคณิต พบว่า ยังมี ความเข้าใจคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์เกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ เช่น ส่วนของเส้นตรงและมุม เมื่อใช้ในแง่ของการสื่อความหมายในแง่ของการเรียกชื่อ และในแง่ของขนาด สับสนเกี่ยวกับการใช้และการเขียนสัญลักษณ์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Clement (1982 : 16-30) และ Schwartzman (1996 : 164-173) ซึ่งพบว่า นักเรียนมีปัญหาการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ตีความสัญลักษณ์ผิด มีปัญหาในการนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์ ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ทางเรขาคณิตหรือสัญลักษณ์การใช้วงเล็บ และนักเรียนเขียนนิพจน์ไม่ถูกต้องนักเรียนอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ นักเรียนมีปัญหาในการอธิบาย การให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูปของสัญลักษณ์

1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับมุม จากการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับมุม 1 ลักษณะย่อย คือเข้าใจผิดเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนาน โดยพบว่า เมื่อกำหนดเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งมาให้ นักเรียนไม่สามารถระบุได้ว่า มุมคูใดเป็นมุมแย้ง มุมคูใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดและมุม

คู่มือเป็นมูมภายนอกและมูมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากเนื้อหา เส้นขนานเป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับมูมหลายชนิด เช่นเส้นขนานและมูมภายในเส้นขนาน และมูมแย้งเส้นขนานและมูมภายในกับมูมภายนอกและมูมภายในรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความสับสน จำลักษณะและความสัมพันธ์ของแต่ละมูมสลับกันหรืออาจเนื่องมาจากนักเรียนขาดความรู้พื้นฐานที่ถูกต้องเกี่ยวกับเส้นขนานตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษาซึ่งนักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในลักษณะและความสัมพันธ์ของมูมบนเส้นขนานมาตั้งแต่ต้นสอดคล้องกับ Kemberitzky and Kimberle (2009 : 330) ซึ่งกล่าวไว้ว่าในการเรียนเกี่ยวกับเส้นขนาน นักเรียนมักเข้าใจผิดเกี่ยวกับเส้นขนานและมูม และเข้าใจผิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของมูมบนเส้นขนานซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ AysenOzerem (2012 : 724-727) ซึ่งพบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจในเรื่องของมูมเช่น มูมแย้งจะมีขนาดมูมเท่ากันนักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับผลบวกของมูมภายใน และขนาดของมูมภายนอกและมูมภายในเส้นขนาน และสอดคล้องกับงานวิจัยของ CagriBiber (2013 : 50-59) ซึ่งพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับเรื่อง "เส้นขนาน" นักเรียนไม่สามารถที่จะเข้าใจมูมบนเส้นขนานหรือมูมอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน นักเรียนคำนวณมูมบนพื้นฐานของสิ่งที่ปรากฏทางกายภาพของตัวเลข นักเรียนไม่สามารถที่จะรับรู้ถึงคุณสมบัติของเส้นขนาน

1.4 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท และสมบัติ จากการวิจัยพบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท และสมบัติ 1 ลักษณะย่อย คือ บิดเบือนทฤษฎีบท และสมบัติ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ต้องใช้เวลาและความช่วยเหลือมาก อีกทั้งนักเรียนขาดความสนใจในการเรียน ไม่มีแรงจูงใจในการเรียน ดังนั้น จึงไม่สามารถจดจำสิ่งที่ครูสอนได้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาที่เรียน หรืออาจเนื่องมาจากเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน เป็นเนื้อหาที่มีทฤษฎีบท และสมบัติหลายข้อ และแต่ละทฤษฎีบทใช้คำพูดที่คล้ายกันทำให้นักเรียนเกิดความสับสน จำทฤษฎีบทสลับกันจำทฤษฎีบทสลับกับสมบัติจำทฤษฎีบทผิดจำทฤษฎีบทและสมบัติไม่ได้ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบทและสมบัติของเส้นขนาน สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคะนอง (2557 : 99) ซึ่งกล่าวไว้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติเช่น จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด ขาดทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ที่เหมาะสม และการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร

บทนิยาม และสมบัติไม่ถูกต้องซึ่งส่งผลต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ (2556 : 129-130) ซึ่งพบว่า แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 2 แบบรูป คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติและการตีความจากโจทย์และสอดคล้องกับ งานวิจัยของ Movshovitz-Hadareta (1987 : 3-5) ซึ่งพบว่า นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ และนักเรียนจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิดซึ่งเมื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาแล้วทำให้การแก้ปัญหาผิดพลาด

2. สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต

โดยทั่วไปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการสะสมประสบการณ์ ถ้าประสบการณ์ด้านใดน้อยก็จะเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านนั้นอยู่เสมอ สำหรับรายละเอียดการอภิปรายผลของแต่ละสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต ดังต่อไปนี้

2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา สาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าทฤษฎีบทสามารถใช้แทนกันได้ ขาดความเข้าใจในการนำทฤษฎีบทและสมบัติของเส้นขนานมาใช้แก้ปัญหาเลือกใช้ข้อมูลไม่เหมาะสมละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นขาดความระมัดระวังในการใช้ข้อมูลจากโจทย์ขาดทักษะการเชื่อมโยงไม่อ่านโจทย์ปัญหาให้ถี่ถ้วนไม่เข้าใจคำถามขาดทักษะการแก้สมการ ขาดความเข้าใจการบวกลบจำนวนเต็ม ขาดการไตร่ตรองอย่างรอบขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหารีบเร่ง ลืมรายละเอียดบางส่วนและไม่ตรวจสอบคำตอบที่ได้ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากจากสติปัญญาและความพร้อมของนักเรียนเอง ซึ่งเด็กในวัยนี้อยู่ในวัยรุ่นมักจะมีความคิดที่เป็นของตัวเอง เชื่อมมันในตนเอง เวลาทำงานมักจะเร่งรีบส่งทำให้ไม่อ่าน และไม่วิเคราะห์โจทย์ให้ละเอียดถี่ถ้วน ขาดความระมัดระวังในการทำงาน และไม่ตรวจสอบคำตอบที่ได้สอดคล้องกับ สุชา จันทน์หอม (2544 : 34) ซึ่งได้กล่าวถึงวัยรุ่นว่าเป็นวัยที่มีอารมณ์เปลี่ยนแปลงได้ง่าย ชอบทำอะไรตามใจหรือตามความนึกคิดของตน ต้องการเป็นที่ยอมรับนับถือในหมู่เพื่อนซึ่งวัยนี้เป็นวัยที่มีความอดทนน้อย จึงขาด การไตร่ตรอง ขาดการฝึกฝนขาดความรอบคอบในการทำงานหรือขาดการตรวจสอบการทำงานของตนเองอย่างละเอียดถี่ถ้วนสอดคล้องกับงานวิจัยของ

AysenOzerem (2012 : 724-727) ซึ่งพบว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากนักเรียนขาดการฝึกฝน ขาดการเรียนรู้ ขาดการทำความเข้าใจในการแก้ปัญหา และสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุภัญญา สีสมบา (2554 : 97-98) ซึ่งพบว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือนักเรียนขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา สัญลักษณ์และการให้เหตุผล สาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความเข้าใจในหลักการเขียนชื่อสัญลักษณ์ ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของสัญลักษณ์ทางเรขาคณิตนักเรียนยึดติดกับรูปที่เห็นขาดทักษะในการให้เหตุผล ใช้ภาษาสัญลักษณ์หรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและนักเรียนนำเสนอข้อมูลจากภาษาสัญลักษณ์ไปสู่ภาษาพูดไม่ถูกต้องทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการสื่อสารที่ไม่ชัดเจนระหว่างครูผู้สอนกับนักเรียน ไม่ว่าจะเป็นการพูด หรือการเขียนผู้สอนใช้ภาษาที่ไม่เหมาะสมกับระดับหรือวัยของผู้เรียน และผู้สอนไม่คำนึงถึงข้อจำกัดหรือขีดความสามารถของผู้เรียนแต่ละคน จึงใช้วิธีสอนแบบเดียวกัน ทำให้ผู้เรียนบางคนเรียนรู้ไม่ทันเพื่อน นอกจากนี้อาจเนื่องมาจากการที่นักเรียนไม่ได้ใช้คำศัพท์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันหรือนักเรียนสรุปความรู้ตามความเข้าใจของตนเอง ไม่เข้าใจภาษาและสัญลักษณ์ที่สื่อสาร ไม่สามารถสรุปหรือเรียบเรียงคำพูดมาใช้ในการให้เหตุผลได้ ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2554 : 56-82) ที่ได้กล่าวเกี่ยวกับลักษณะความคลาดเคลื่อนในประเด็นที่เกี่ยวกับการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอที่ครูใช้ บางครั้งทำให้นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อน ทั้งที่ครูอาจมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องแต่การสื่อสารกับนักเรียนไม่ชัดเจนพอ ทำให้เข้าใจผิด หรือไม่มีการสื่อความหมายที่ลึกซึ้งในทางคณิตศาสตร์มากพอ ทำให้นักเรียนเข้าใจไม่ชัดเจน จนอาจกลายเป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในบางครั้ง สอดคล้องกับแนวคิดของ Radatz (1979 : 163-172) ได้กล่าวว่า ภาษาทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากล สำหรับนักเรียนที่ต้องรู้และเข้าใจแนวคิด สัญลักษณ์และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับความหมายภาษาทางคณิตศาสตร์ อาจก่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนที่จุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหาและสอดคล้องกับ Pines and West (1983 : 47-48) ที่กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ (Misconception Derived from a Symbolic Learning Situation) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่าง ๆ คือ

นักเรียนไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ (Symbolic Knowledge) ให้มาสัมพันธ์กับความรู้จริง (Real Knowledge) ได้

2.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตเกี่ยวกับมุม สาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในลักษณะและความสัมพันธ์ของมุมภายนอกและมุมภายในของเส้นตัดเส้นขนานขาดความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของมุมแย้ง และมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวของเส้นตัดเส้นขนานทั้งนี้อาจเนื่องมาจากวิธีการจัดการเรียนรู้ของครู ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความคลาดเคลื่อนในข้อมูลที่ได้รับ ส่งผลให้นักเรียนเข้าใจผิดและนำไปใช้ไม่ถูกต้อง หรืออาจเนื่องมาจากประสบการณ์เดิมของผู้เรียน ผู้เรียนขาดความสนใจในการเรียนรู้ นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนาน ซึ่งทำให้นักเรียนมองไม่เห็นความสัมพันธ์ของมุมบนเส้นขนาน นอกจากนี้ยังอาจเกิดจากระดับสติปัญญาของผู้เรียนทำให้นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์หรือเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของมุมบนเส้นขนานได้ และความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ ดังที่ อัมพร ม้าคะนอง (2557 : 98) ได้กล่าวถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากการขาดความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับความหมายและลักษณะของมโนทัศน์ ขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ความสามารถทางการคิด ระดับสติปัญญา และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน รวมทั้งบริบทและกระบวนการจัดการเรียนรู้ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ งามพร้อม อ่อนบัวขาว (2556 : 46-59) ซึ่งพบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ขาดความเข้าใจเรื่องเส้นขนานกับมุมแย้งนักเรียนไม่สามารถบอกลักษณะของเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันได้ไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมแย้งได้ เมื่อเส้นตรงคู่ขนานกันและขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมุมภายในกับมุมภายนอก และสอดคล้องกับงานวิจัยของ AysenOzerem (2012 : 724-727) ซึ่งพบว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากนักเรียนไม่ให้ความสำคัญเกี่ยวกับมุมภายในเส้นขนานนักเรียนขาดการฝึกฝนและการเรียนรู้ไม่สามารถซึมซับคุณสมบัติของเส้นขนานได้

2.4 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท และสมบัติ สาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ขาดความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง ขาดความเข้าใจมโนทัศน์เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน นักเรียนจำทฤษฎีบทผิด จำทฤษฎีบท

สลับกัน ทั้งนี้อาจอาจเนื่องมาจากความเข้าใจที่ได้มาจากแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ หรืออาจเป็นเพราะนักเรียนขาดความสนใจ ไม่มีแรงจูงใจในการเรียน หรืออาจเนื่องมาจากความรู้ของครูที่ไม่เพียงพอ เมื่อถ่ายทอดให้นักเรียนทำให้เกิดความคลาดเคลื่อน หรืออาจเนื่องมาจากวิธีการสอนของครูที่เน้นให้นักเรียนจำทฤษฎีบท บทนิยามและสมบัติ มากกว่าการทำให้ นักเรียนทำความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง ดังนั้นนักเรียนจึงไม่สามารถจำสิ่งที่ครูสอนได้ ดังคำกล่าวของ Renner et al. (1990 : 3) ซึ่งได้กล่าวไว้ว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากตำราเรียน วิธีการสอน โดยครู และข้อสรุปของนักเรียนที่มีอยู่ก่อน หรือแนวคิดที่ไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Swan (2001 : 148-150) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายประการ เช่นการได้รับความรู้จากครูที่มีความเข้าใจไม่เพียงพอในมโนทัศน์ที่สอน หรืออาจเกิดจากที่นักเรียนศึกษาจากตำราเรียนที่ให้ความรู้ไม่ชัดเจน ข้ามขั้นตอนวิธีทำ ทำให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ขึ้นเอง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อรรถโกวิท ไชยประเสริฐ (2555 : 3-4) พบว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนส่วนมากเป็นเพราะผู้เรียนขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์หรือแบบฝึกหัด ขาดการทำความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยามและสมบัติในเนื้อหาวิชานั้น ๆ หรือเป็นเพราะ กระบวนการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนท่องจำ ไม่สอนให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความหมายและหลักการของทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยามและสมบัติ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Clements (1982 : 65) ซึ่งพบว่าความเข้าใจผิดของนักเรียนเกี่ยวกับแนวคิดทางเรขาคณิต เกิดจากนักเรียนไม่เข้าใจในวิชาของพวกเขา นักเรียนเหมารวมกฎที่เฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับการแสดงออกทางเรขาคณิต ส่วนใหญ่นักเรียนเรียนรู้ด้วยการท่องจำ และนักเรียนไม่สามารถเข้าใจแนวคิดว่า ถ้า นักเรียนมีความเข้าใจผิดก่อนที่จะมีการเรียนรู้เรื่องนี้อาจนำไปสู่ความเข้าใจผิดใหม่

ข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ มีข้อเสนอแนะเพื่อประโยชน์ต่อการวิจัย ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรมีความระมัดระวังในการสื่อสาร การถ่ายทอดองค์ความรู้ เพื่อเป็นการสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องสำหรับนักเรียน

1.2 ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรมีการทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในเนื้อหาใหม่

1.3 ครูผู้สอนควรเน้นรูปแบบการสอนให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในทฤษฎีบทสมบัติ และบทนิยาม อย่างแท้จริง มากกว่าการสอนให้นักเรียนท่องจำ

1.4 ครูผู้สอนควรศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง เพื่อนำไปใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการวางแผนจัดการเรียนรู้และแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตของนักเรียนต่อไป

2. ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตในเนื้อหาอื่น ๆ เพื่อเป็นข้อควรระวังสำหรับครูผู้สอนที่จะนำไปจัดกระบวนการเรียนรู้ให้เกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

2.2 ควรมีการศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับการสร้างและวิธีการใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่หลากหลาย เพื่อให้ได้ข้อมูลที่สมบูรณ์และตรงกับสภาพความเป็นจริงมากที่สุด