

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล การวิจัย เรื่องการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามลำดับดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต
2. ผลการศึกษาสาเหตุของการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต

ผลการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต

ผลการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย พบว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตทั้งหมด 24 คน แต่แต่ละคนมีความแตกต่างออกไปในแต่ละลักษณะของหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตซึ่งพบความถี่ของการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตทั้งหมดจำนวน 432 ครั้ง และมีลักษณะย่อยของหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต แสดงความถี่และร้อยละ ปรากฏดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แสดงลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตด้วยความถี่และร้อยละของการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต

หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต	ความถี่	ร้อยละ
1. หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา		
1.1 นำทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง	58	13.43
1.2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์	52	12.04
1.3 ด้านการใช้ข้อมูลผิด	49	11.34

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต	ความถี่	ร้อยละ
1.4 ความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอคำตอบ	34	7.87
1.5 ด้านการแก้สมการ	16	3.70
1.6 ด้านการดำเนินการ	12	2.78
รวม	221	51.16
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา สัญลักษณ์และการให้เหตุผล		
2.1 ใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตไม่ถูกต้อง	72	16.67
2.2 ให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ไม่สมบรูณ์	65	15.05
รวม	137	31.71
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับมุม	43	9.95
3.1 เข้าใจผิดเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนาน	43	9.95
รวม		
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท และสมบัติ		
4.1 บิดเบือนทฤษฎีบท และสมบัติ	31	7.18
รวม	31	7.18
รวมทั้งหมด	432	100

จากตารางที่ 9 พบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหามากที่สุด ($f = 221$) คิดเป็น ร้อยละ 51.16 รองลงมาได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา สัญลักษณ์และการให้เหตุผล ($f = 137$) คิดเป็นร้อยละ 31.71 รองลงมาได้แก่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับมุม ($f = 43$) คิดเป็นร้อยละ 9.95 และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท และสมบัติเกิดขึ้นน้อยที่สุดจำนวน ($f = 31$) คิดเป็นร้อยละ 7.18 และจากในสี่ลักษณะข้างต้น พบว่า มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตอีก 10 ลักษณะ ย่อย ได้แก่ ใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตไม่ถูกต้อง ($f = 72$) คิดเป็นร้อยละ 16.67 ให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ไม่สมบรูณ์ ($f = 65$) คิดเป็นร้อยละ 15.05 นำทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหามิถูกต้อง ($f = 58$) คิดเป็นร้อยละ 13.43 ขั้นตอนการแก้ปัญหามิสมบรูณ์ ($f = 52$) คิดเป็นร้อยละ 12.04 ด้านการใช้ข้อมูลผิด ($f = 49$) คิดเป็นร้อยละ 11.34 เข้าใจผิดเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนาน ($f = 43$) คิดเป็นร้อยละ 9.95 ความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอคำตอบ ($f = 34$) คิดเป็นร้อยละ 7.87 บิดเบือนทฤษฎีบท และสมบัติ ($f = 31$) คิดเป็นร้อยละ

7.18 ด้านการแก้สมการ ($f=16$) คิดเป็นร้อยละ 3.70 ด้านการดำเนินการ ($f=12$) คิดเป็นร้อยละ 2.78 ตามลำดับ

ผลการศึกษสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิต

ผู้วิจัยศึกษาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางเรขาคณิตโดยการใช้การสัมภาษณ์เชิงลึกกับนักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

1.1 นำทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบ พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการนำทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้องดังนี้

4. จากรูปกำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่า x

นักเรียนนำทฤษฎีบทที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้สร้างสมการ

ข้อทำ $(x + 10)^\circ = 72^\circ$
 $x^\circ = 72^\circ - 10^\circ$
 $x^\circ = 62^\circ$
 ตอบ $x = 62$

แผนภาพที่ 3 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการนำทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

จากแผนภาพที่ 3 โจทย์กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่า x ผู้วิจัยต้องการให้นักเรียนหาค่า x โดยใช้ความสัมพันธ์ของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ซึ่งนักเรียนไม่สามารถใช้ความสัมพันธ์ของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศาแต่นักเรียนกลับมองว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

หลังจากที่ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการนำทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ดังตัวอย่างการสัมภาษณ์ต่อไปนี้

ผู้วิจัย : นักเรียนบอกครูสิว่ามุมสองมุมที่โจทย์กำหนดให้คือมุมอะไร

นักเรียน : มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วสองมุมนี้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

นักเรียน : หนูจำไม่ได้ค่ะ

ผู้วิจัย : อ้าว แล้วนักเรียนได้สมการการ $(x + 10)^\circ = 72^\circ$ เพราะนักเรียนคิดว่า มุมภายในสองมุมนี้เท่ากันใช่หรือไม่

นักเรียน : เปล่าค่ะ หนูใช้ทฤษฎีบทที่ว่า มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน หนูก็เลยได้สมการ $(x + 10)^\circ = 72^\circ$ ค่ะ

ผู้วิจัย : อ้าว แต่โจทย์ข้อนี้ไม่ได้กำหนดมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมาให้ แล้วนักเรียนนำทฤษฎีบทนี้มาใช้ได้อย่างไร

นักเรียน : หนูจำความสัมพันธ์ของมุมภายในไม่ได้ค่ะ ก็เลยคิดว่าใช้ทฤษฎีบทอื่นแทนกันก็ได้

จากการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนสามารถระบุหรือบอกลักษณะของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานได้ แต่นักเรียนไม่สามารถระบุหรือจดจำความสัมพันธ์ของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานที่ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานรวมกันแล้วเท่ากับ 180 องศา ซึ่งนักเรียนใช้ทฤษฎีบทที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการแก้ปัญหาเนื่องจากนักเรียนคิดว่าสามารถใช้ทฤษฎีบทอื่นทดแทนกันได้

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการนำทฤษฎีบทมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้องสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
2. นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าทฤษฎีบทสามารถใช้แทนกันได้
3. ขาดความเข้าใจในการนำทฤษฎีบทและสมบัติของเส้นขนานมาใช้แก้ปัญหา

ที่ถูกต้องคือ : เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

จะได้ $(x + 10)^\circ + 72^\circ = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

$$x^\circ = 180^\circ - 72^\circ - 10^\circ$$

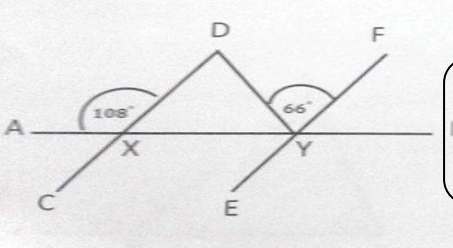
$$x^\circ = 98^\circ$$

ดังนั้น $x = 98$

1.2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์ห่ม โน้ตค้นที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบ พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์ ดังนี้

12. จากรูปกำหนดให้ $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ ถ้า $\angle X = 108^\circ$ และ $\angle Y = 66^\circ$ จงหาขนาด $\angle D$



นักเรียนไม่เขียนหน่วยลงคำสั่งเลย

จากโจทย์ $66 + x + 108 = 180$
 $x + 174 = 180$
 $x = 180 - 174$
 $x = 6$
 $\angle D = 6$

แผนภาพที่ 4 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์

จากแผนภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทที่ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันมาสร้างสมการหาขนาดมุม $\angle D$ ได้ถูกต้อง แต่ในระหว่างขั้นตอนการแก้สมการหาขนาดมุม $\angle D$ นั้น นักเรียนกลับไม่เขียนสัญลักษณ์องศา ส่งผลให้นักเรียนตอบผิด เพราะตามที่โจทย์ถามคือให้หาขนาดของมุม $\angle D$ ซึ่งจะต้องตอบเป็นองศา แต่นักเรียนไม่ได้ตอบเป็นองศาซึ่งเป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นระหว่างขั้นตอนการปัญหา

หลังจากที่ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์ ดังตัวอย่างการสัมภาษณ์ต่อไปนี้

- ผู้วิจัย : นักเรียนอ่าน โจทย์ให้ครูฟัง
 นักเรียน : นักเรียนอ่าน โจทย์
 ผู้วิจัย : นักเรียนบอกครูชื่อว่า โจทย์ถามอะไร
 นักเรียน : โจทย์ให้หาขนาดของมุม XYD ค่ะ
 ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่านักเรียนตอบถูกหรือไม่
 นักเรียน : ถูกค่ะ
 ผู้วิจัย : นักเรียนตอบชื่อว่าข้อนี้คำตอบคืออะไร
 นักเรียน : มุม XYD เท่ากับ 42 ค่ะ
 ผู้วิจัย : นักเรียนบอกครูว่า โจทย์ให้หาขนาดของมุม XYD เพราะฉะนั้นเวลาตอบหน่วยต้องเป็นองศาใช่หรือไม่
 นักเรียน : ใช่ค่ะ
 ผู้วิจัย : เพราะเหตุใดนักเรียนจึงไม่เขียนสัญลักษณ์องศา
 นักเรียน : หนูรีบก็เลยลืมเขียนค่ะ อีกร่างเขียนหรือไม่เขียนก็ได้คำตอบเหมือนกันค่ะ

จากการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนสามารถสร้างและแก้สมการในการหามุม XYD ได้ถูกต้อง ซึ่งตามที่โจทย์ถามคือให้หาขนาดของมุม XYD ซึ่งจะต้องตอบเป็นองศาแต่นักเรียนไม่ได้ตอบเป็นองศา สาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนรีบ ลืมเขียนไม่ได้ตรวจสอบให้ถี่ถ้วนก่อน

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์ สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
 2. เรียนรีบเร่ง ลืมรายละเอียดบางส่วน ไม่ได้ตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
- ที่ถูกต้องคือ : เนื่องจาก $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ และมี \overline{DY} เป็นเส้นตัด

จะได้ $\hat{A}XD = \hat{X}YF$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนด้านเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน)

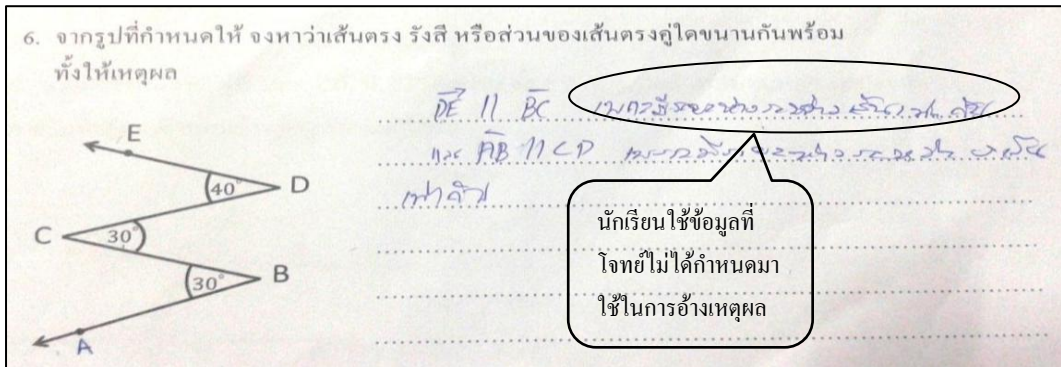
$$\text{เนื่องจาก } \hat{X}YD + 66^\circ = 108^\circ$$

$$\hat{X}YD = 108^\circ - 66^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{X}YD = 42^\circ$$

1.3 ด้านการใช้ข้อมูลผิด

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบ พบหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ข้อมูลผิดดังนี้



แผนภาพที่ 5 แสดงหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ข้อมูลผิด

จากแผนภาพที่ 5 จะเห็นได้ว่าโจทย์กำหนด รังสี BA ส่วนของเส้นตรง BC ส่วนของเส้นตรง CD และรังสี DE โดยที่ รังสี DE และ ส่วนของเส้นตรง BC มี ส่วนของเส้นตรง CD ตัดผ่านทำให้เกิดมุมแย้ง ซึ่งมีขนาดของมุมไม่เท่ากัน และ รังสี BA และ ส่วนของเส้นตรง CD มี ส่วนของเส้นตรง BC ตัดผ่านทำให้เกิดมุมแย้งซึ่งมีขนาดเท่ากัน ซึ่งนักเรียนไม่ได้ใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้เหล่านี้มาใช้ในการแก้ปัญหาหรือให้เหตุผล แต่นักเรียนกลับใช้ความรู้เรื่องระยะห่างระหว่างเส้นขนานมาใช้ในการแก้ปัญหา ทำให้คำตอบของนักเรียนคลาดเคลื่อน

หลังจากที่ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ข้อมูลผิดดังตัวอย่างการสัมภาษณ์ต่อไปนี้

ผู้วิจัย : จากที่นักเรียนตอบมา คิดว่าตอบถูกหรือไม่

นักเรียน : น่าจะถูกครับ

ผู้วิจัย : ทำไมจึงคิดเช่นนั้น

นักเรียน : จากรูปผมเห็นว่ารังสี DE กับเส้นตรง BC มีระยะห่างเท่ากัน
 รังสี AB กับเส้นตรง DC ก็เหมือนกันครับ

ผู้วิจัย : จากรูปที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนบอกครูซิว่าโจทย์ให้อะไรมาบ้าง

นักเรียน : ให้รังสี DE เส้นตรง BC รังสี AB เส้นตรง DC และขนาดของมุมสามมุมครับ

ผู้วิจัย : ทำไมนักเรียนจึงไม่ใช่สิ่งเหล่านี้ ที่โจทย์กำหนดมาให้มาใช้ในการแก้ปัญหาหรือให้เหตุผลข้อนี้ละ

นักเรียน : ผมไม่รู้ว่าโจทย์กำหนดมาให้ทำไมและจะเอาไปใช้อย่างไรครับ ก็เลยตอบตามที่เห็นว่าระยะห่างมันเท่ากัน มันก็เลขขนานกัน

จากการสัมภาษณ์พบว่า จากรูปที่เห็นในโจทย์ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดให้อะไรมาบ้าง แต่นักเรียนไม่ได้ใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้มาใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจว่าทำไมโจทย์จึงกำหนดสิ่งเหล่านี้มาให้ และจะนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างไร

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้ข้อมูลผิด สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ
2. ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นเช่น เมื่อโจทย์กำหนดค่ามุมมาให้แต่นักเรียนกลับไม่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

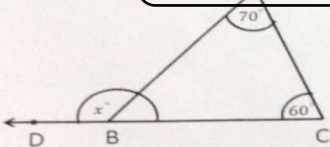
3. ขาดทักษะการเชื่อมโยง

ที่ถูกต้องคือ : เนื่องจาก \overline{BA} และ \overline{CD} มี \overline{BC} เป็นเส้นตัดมี $\hat{A}BC$ และ $\hat{D}CB$ เป็นมุมแย้ง และมีขนาดมุมเท่ากัน ดังนั้น $\overline{BA} \parallel \overline{CD}$ (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

1.4 ความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอคำตอบ

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบ พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการนำเสนอคำตอบดังนี้

15. จากรูปที่กำหนดให้ จงหาว่ามุมใดเป็นมุมประชิดของ ABD พร้อมทั้งแสดงวิธีการหาค่า x



นักเรียนตอบไม่ตรงคำถาม ไม่สรุปคำตอบ

ABC และ ABC เป็นมุมประชิด
 $\text{มุม } A + \text{มุม } C = 70^\circ + 60^\circ = 130^\circ$
 มุมใดที่ประชิดกันโดยที่มุมหนึ่งคือมุมประชิดของมุมใด
 ออกไปมุมภายนอกก็เกิดจึงจะมีขนาดเท่ากัน
 มุมใดของมุมใดของมุมใดที่ 130° มุม
 ประชิด 130° มุมภายนอก

แผนภาพที่ 6 แสดงความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอคำตอบ

จากแผนภาพที่ 6 จะเห็นได้ว่า โจทย์ถามสองคำถาม คือ จงหาว่ามุมใดเป็นมุมประชิดของมุม ABD และให้แสดงวิธีการหาค่า x ซึ่งนักเรียนสรุปคำตอบไม่ครบตามที่โจทย์ถาม นักเรียนตอบเพียงหนึ่งคำถาม คือ มุมใดเป็นมุมประชิด ถึงแม้ว่านักเรียนจะแสดงวิธีการหาค่า x แต่นักเรียนไม่ได้สรุปว่า x มีค่าเท่าไร

หลังจากที่ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอคำตอบดังกล่าว การสัมภาษณ์ต่อไปนี้

ผู้วิจัย : นักเรียนอ่านโจทย์ให้ครูฟัง

นักเรียน : นักเรียนอ่านโจทย์

ผู้วิจัย : นักเรียนบอกครูซิว่า โจทย์ถามอะไร

นักเรียน : โจทย์ให้หาว่ามุมใดเป็นมุมประชิดของมุม ABD และแสดงวิธีการหาค่า x

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่านักเรียนตอบครบตามที่โจทย์ถามหรือไม่

นักเรียน : ครบค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนมองกระดาษคำตอบของตนเอง พร้อมกับพูดว่า
ค่ะ ตอบครบค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนลองดูกระดาษคำตอบตัวเอง แล้วดูซิว่า นักเรียนได้ตอบหรือไม่ว่า x มีค่าเท่าไร

นักเรียน : นักเรียนสังเกตกระดาษคำตอบอีกครั้งแล้วตอบว่า ไม่ได้ตอบค่ะ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนตอบคำถามไม่ครบตามที่โจทย์ถาม ถึงแม้ว่านักเรียนจะแสดงวิธีการหาค่า x แต่นักเรียนไม่ได้สรุปว่า x มีค่าเท่าไร

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุของการเกิดความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอคำตอบสรุปได้ ดังนี้

1. นักเรียนไม่ตรวจคำตอบ
2. นักเรียนไม่อ่านโจทย์ปัญหาให้ถี่ถ้วน เช่น นักเรียนอ่านเฉพาะประโยคสุดท้ายของคำถาม ซึ่งทำให้นักเรียนตอบคำถามไม่ครบ ซึ่งประโยคก่อนหน้านั้นก็เป็นคำถามเหมือนกัน
3. นักเรียนไม่เข้าใจคำถาม

ที่ถูกต้องคือ : มุมประชิดของ \widehat{ABD} คือ \widehat{ABC}

เนื่องจาก $\widehat{ABD} = \widehat{ACB} + \widehat{BAC}$ (ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูป

สามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอก
ที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวก
ของขนาดมุมภายในที่ไม่ใช่
มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)

$$x^\circ = 60 + 70$$

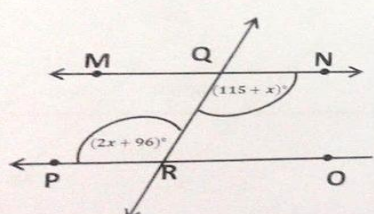
$$x^\circ = 130^\circ$$

ดังนั้น $x = 130$

1.5 ด้านการแก้สมการ

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์ห่ม โน้ตสน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบและแบบฝึก
ทักษะ พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้สมการดังนี้

7. จากรูปกำหนดให้ $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$ มี \overline{QR} และ \overline{ST} เป็นเส้นตัด $\widehat{RQN} = (115 + x)^\circ$ และ $\widehat{PRQ} = (2x + 96)^\circ$ จงหาค่าของ x



กำหนดให้ $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$ มี \overline{QR} และ \overline{ST} เป็นเส้นตัด
 $(115 + x) = (2x + 96)$
 $115 = x - 2x + 96$
 $115 = -x + 96$
 $x = 96 - 115$
 $x = 99$

นักเรียนแก้สมการไม่ถูกต้อง

แผนภาพที่ 7 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้สมการ

จากแผนภาพที่ 7 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถสร้างสมการหาค่า x ได้ถูกต้อง โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทที่ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แต่นักเรียนไม่สามารถแก้สมการหาค่า x ได้ ซึ่งนักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับหลักการแก้สมการ

หลังจากที่ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้สมการดังตัวอย่างการสัมภาษณ์ต่อไปนี้

ผู้วิจัย : นักเรียนอ่าน โจทย์ให้ครูฟัง

นักเรียน : นักเรียนอ่าน โจทย์

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายให้ครูฟังว่า จากสมการบรรทัดที่สองมาเป็นสมการบรรทัดที่สาม ได้อย่างไร

นักเรียน : จากบรรทัดที่สอง $115^{\circ} + x^{\circ} = 2x^{\circ} + 96^{\circ}$ หนูย้าย x มาฝั่งซ้าย ทำให้ได้สมการ $115^{\circ} = x - 2x^{\circ} + 96^{\circ}$ ค่ะ

ผู้วิจัย : จากบรรทัดที่สี่ $115 = 2 + 96$ นักเรียนอธิบายให้ครูฟังว่า สองมาได้อย่างไร

นักเรียน : สองเกิดจาก $x - 2x$ ค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไร $x - 2x$ จึงมีค่าเท่ากับสอง

นักเรียน : หนูนำ x ลบกับ x ซึ่งทำให้ x หายไปเหลือแค่สองค่ะ

ผู้วิจัย : จากบรรทัดสุดท้าย $x=27$ มาได้อย่างไรเพราะบรรทัดก่อนหน้านี้ไม่มีค่า x เลย

นักเรียน : ตามโจทย์ค่ะ โจทย์ถามหาค่า x หนูก็เลยเขียนสรุป $x = 27$ ค่ะ ซึ่ง 27 ก็มาจาก $98-115$

ผู้วิจัย : นักเรียนแน่ใจหรือไม่ว่า $98-115 = 27$

นักเรียน : นักเรียนคิดชักรู้ ไม่ใช่ค่ะ ที่จริงแล้วต้องเป็น -27 ค่ะ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีบทที่ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน และนักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องนี้มาใช้ในการแก้ปัญหา หาค่า x โดยการสร้างสมการ $115^{\circ} + x^{\circ} = 2x^{\circ} + 96^{\circ}$ แต่นักเรียนไม่สามารถแก้สมการหาค่า x ได้ เนื่องจากนักเรียนบวกลบพหุนามไม่เป็น ขาดความรู้เกี่ยวกับสมบัติการเท่ากันและนักเรียนไม่การตรวจสอบคำตอบที่ได้

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้สมการ สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดความรู้พื้นฐาน เรื่อง สมบัติการเท่ากัน
2. ขาดทักษะการบวกลบพหุนาม

ที่ถูกต้องคือ : เนื่องจาก $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$ และมี \overline{QR} เป็นเส้นตัด

จะได้ $115^\circ + x^\circ = 2x^\circ + 96^\circ$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันแล้ว มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

$$115^\circ + x^\circ = 2x^\circ + 96^\circ$$

$$115^\circ - 96^\circ = 2x^\circ - x^\circ$$

$$x^\circ = 19^\circ$$

ดังนั้น $x = 19$

1.6 ด้านการคำนวณ

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์ห่ม โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบ พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการดังนี้

3.2

CD // AB
 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์ห่ม โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการดังนี้

$112^\circ + 58^\circ = 170^\circ$ ผิด

นักเรียนบวกไม่ถูกต้อง

แผนภาพที่ 8 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการ

จากแผนภาพที่ 8 จะเห็นได้ว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานที่ว่า ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้อนุมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน แต่นักเรียนบวกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไม่ถูกต้อง จึงส่งผลให้คำตอบของนักเรียนผิดไปด้วย

หลังจากที่ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการดังตัวอย่างการสัมภาษณ์ต่อไปนี้

ผู้วิจัย : เส้นตรงแต่ละคู่ต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : ขนานกันค่ะ

ผู้วิจัย : ทำไมนักเรียนถึงคิดว่าเส้นตรงคู่นี้ขนานกัน

นักเรียน : หนูนำมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมาบวกกัน
แล้วได้ขนาดมุมเท่ากับ 180 องศาค่ะ หนูจึงสรุปว่าเส้นตรง
คู่นี้มันขนานกันค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนลองดูอีกทีสิว่า $112 + 158 = 180$ จริงหรือไม่

นักเรียน : (นักเรียนนั่งคิดสักครู่ แล้วยิ้มเงินๆ) ได้ 170 ค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วทำไมคำตอบของนักเรียนถึงรวมแล้วได้ 180 ค่ะ

นักเรียน : หนูสังเกตเห็นว่าตัวเลขที่อยู่ท้ายสองตัวรวมกันแล้วได้ 10
หนูก็เลยสรุปรวมกันได้ 180 เลยค่ะ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นขนาน รวมกันเท่ากับ 180 องศา ซึ่งนักเรียนสามารถนำความรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่นักเรียนกลับตอบผิด เพราะนักเรียนบวกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไม่ถูกต้อง

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการ สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดความเข้าใจการบวกเลขจำนวนเต็ม
2. นักเรียนไม่ตรวจสอบคำตอบที่ได้

ที่ถูกต้องคือ : \overline{AB} และ \overline{CD} ไม่ขนานกัน

เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
รวมกันไม่เท่ากับ 180° และ $117^\circ + 58^\circ = 170^\circ$

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา สัญลักษณ์และการให้เหตุผล

2.1 ใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตไม่ถูกต้อง

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบ พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตไม่ถูกต้องดังนี้

11. จากรูป เส้นตรง ส่วนของเส้นตรงหรือรังสีใดขนานกัน พร้อมทั้งให้เหตุผล

นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ไม่ถูก

$MN \parallel QP$ และ $NP \parallel QR$

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันแล้วมีเส้นตัด
แล้วมุมภายในนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบน
ข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

แผนภาพที่ 9 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนการใช้ด้านสัญลักษณ์ทางเรขาคณิตไม่ถูกต้อง

จากแผนภาพที่ 9 พบว่า นักเรียนเขียนชื่อสัญลักษณ์รังสี QP ได้ถูกต้อง แต่กลับเขียนสัญลักษณ์รังสี NM ไม่ถูกต้อง สังเกตได้ว่านักเรียนเขียนชื่อรังสีตามลำดับตัวอักษรภาษาอังกฤษ โดยไม่คำนึงถึงหลักการเขียนชื่อรังสี ว่าต้องเขียนจากจุดเริ่มต้นของรังสีก่อนแล้วตามด้วยจุดปลาย และในการเขียนสัญลักษณ์นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ของรังสี NM โดยการเขียนหัวลูกศรไปตามทิศทางเดียวกับรูปที่นักเรียนเห็น ซึ่งเป็นการเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในการเขียนชื่อและสัญลักษณ์รังสี

หลังจากที่ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตไม่ถูกต้องดังตัวอย่างการสัมภาษณ์ต่อไปนี้

ผู้วิจัย : นักเรียนอ่านคำตอบที่นักเรียนเขียนให้ครูฟัง

นักเรียน : รังสี MN ขนานกับ เส้นตรง QP และ เส้นตรง NP ขนานกับ รังสี QR

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าเขียนสัญลักษณ์ถูกหรือไม่

นักเรียน : อืม...ไม่แน่ใจค่ะ

- ผู้วิจัย : จากรูป ทำไมเวลาที่นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ จึงเขียนอักษร M ก่อนอักษร N
- นักเรียน : เพราะอักษร M มาก่อนอักษร N ค่ะ
- ผู้วิจัย : ทำไมนักเรียนจึงเขียนสัญลักษณ์รังสี MN หัวลูกศรชี้ไปทางซ้าย และสัญลักษณ์รังสี QR หัวลูกศรชี้ไปทางขวา
- นักเรียน : จากรูปหนูเห็นรังสี MN หัวลูกศรชี้ไปทางซ้ายมือหนูเลยเขียนสัญลักษณ์รังสีหัวลูกศรชี้ไปทางซ้ายเหมือนรูปค่ะ
- ผู้วิจัย : อ้าว แล้วถ้ารูปหัวลูกศรชี้ไปด้านบนหรือด้านล่างละ นักเรียนจะเขียนสัญลักษณ์อย่างไร
- นักเรียน : (นักเรียนเงิบตักครู่) อืม..... ไม่ทางซ้ายก็ทางขวาค่ะ หลังจากนั้นผู้วิจัยได้กำหนดเส้นตรง AB ขึ้นมา 1 รูป แล้วถามนักเรียนดังนี้
- ผู้วิจัย : จากรูปที่เห็นนักเรียนเห็น นักเรียนเขียนสัญลักษณ์
- นักเรียน : นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ \overline{AB}
- ผู้วิจัย : อืม...นักเรียนคิดว่าเขียนแบบอื่นได้หรือไม่
- นักเรียน : นักเรียนเงิบไม่ตอบ
- ผู้วิจัย : เช่น แบบ \overline{BA}
- นักเรียน : ไม่ได้ค่ะ เพราะ ต้องเขียน A ก่อน B

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนเขียนสัญลักษณ์รังสีไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนเข้าใจว่า ถ้ารูปหัวลูกศรชี้ไปทางไหน เวลาเขียนสัญลักษณ์หัวลูกศรต้องชี้ไปทิศทางเดียวกับรูป และนักเรียนไม่เข้าใจว่าในการเขียนชื่อสัญลักษณ์รังสีต้องเขียนจุดเริ่มต้นของรังสีก่อนแล้วค่อยตามด้วยจุดปลาย นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนอ่านสัญลักษณ์ส่วนของเส้นตรง QP และส่วนของเส้นตรง NP ไม่ถูกต้อง

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ แบบฝึกทักษะและการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตไม่ถูกต้องสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดความเข้าใจในหลักการเขียนชื่อสัญลักษณ์ทางเรขาคณิต เช่น รังสี เส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรง เป็นต้น

2. นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของสัญลักษณ์ทางเรขาคณิตเช่น รังสี เส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรง เป็นต้น

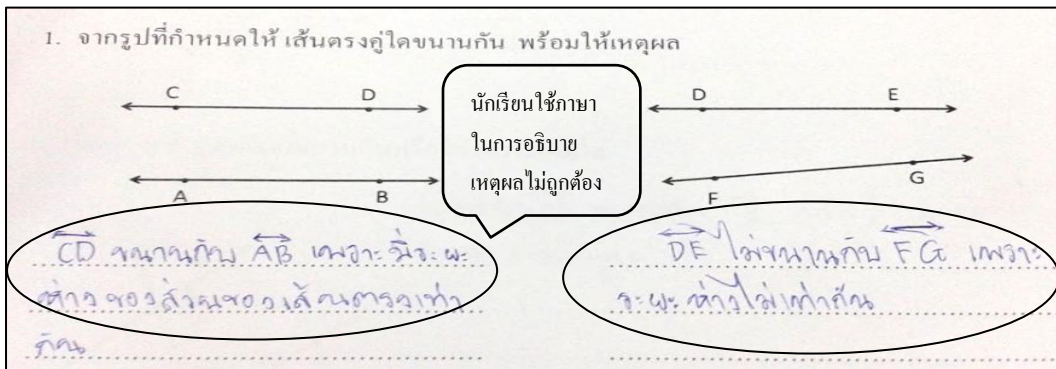
3. นักเรียนยึดติดกับรูปที่เห็น

ที่ถูกต้องคือ : $\overrightarrow{NM} // \overrightarrow{QP}$ และ $\overrightarrow{NP} // \overrightarrow{QR}$

เพราะถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

2.2 ให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ดังนี้



แผนภาพที่ 10 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์

จากแผนภาพที่ 10 พบว่า นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง และเขียนให้เหตุผลไม่สมบูรณ์ไม่ชัดเจน

หลังจากที่ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ ดังตัวอย่างการสัมภาษณ์ต่อไปนี้

ผู้วิจัย : โจทย์ข้อที่ 1 ถามอะไร

นักเรียน : เส้นตรงคู่ใดขนานกันพร้อมให้เหตุผลค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนอ่านคำตอบของนักเรียนให้ครูฟังสิ

นักเรียน : ส่วนของเส้นตรง CD ขนานกับส่วนของเส้นตรง AB เพราะ ระยะห่างของส่วนของเส้นตรงเท่ากันค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วอีกข้อละ

นักเรียน : ส่วนของเส้นตรง DE ไม่ขนานกับส่วนของเส้นตรง FG
เพราะระยะห่างไม่เท่ากันค่ะ

ผู้วิจัย : จากทั้งสองข้อ นอกจากเหตุผลที่นักเรียนอ้างอิงยังมีเหตุผลอื่น
อีกหรือไหม

นักเรียน : มีค่ะ แต่หนูไม่รู้จะอธิบายอย่างไร มันอธิบายไม่เป็นค่ะ
หลังจากนั้นผู้วิจัยได้สัมภาษณ์เพิ่มเติม โดยกำหนดสัญลักษณ์ขึ้นมาแล้วถาม
นักเรียนดังนี้

ผู้วิจัย : สัญลักษณ์ \overline{AB} อ่านว่าอย่างไร

นักเรียน : อืม...เส้นตรง AB ค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วสัญลักษณ์ \overline{PQ} อ่านว่าอย่างไร

นักเรียน : ส่วนของเส้นตรง PQ ค่ะ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนอ่านหรือแปลความหมายของสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
และในการให้เหตุผลนักเรียนเขียนอธิบายให้เหตุผลไม่สมบูรณ์ แทนที่นักเรียนจะตอบว่า
 $\overline{AB} // \overline{CD}$ เพราะ ระยะห่างระหว่าง \overline{AB} และ \overline{CD} เท่ากันเสมอนอกจากนี้ในการสัมภาษณ์ยัง
พบว่านักเรียนอ่านสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุ
ของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดทักษะในการให้เหตุผลเช่น นักเรียนไม่สามารถอ้างทฤษฎีบทที่
นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหาค่าของมุมบนเส้นขนานได้

2. นักเรียนใช้ภาษาสัญลักษณ์หรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

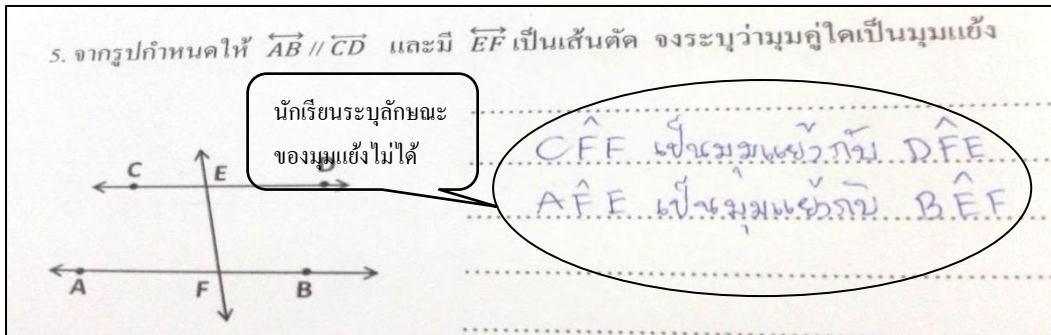
3. นักเรียนนำเสนอข้อมูลจากภาษาสัญลักษณ์ไปสู่ภาษาพูดไม่ถูกต้อง

ที่ถูกต้องคือ : $\overline{AB} // \overline{CD}$ เพราะ ระยะห่างระหว่าง \overline{AB} และ \overline{CD} เท่ากันเสมอ
และ \overline{DE} ไม่ขนานกับ \overline{DE} เพราะ ระยะห่างระหว่าง \overline{DE} และ \overline{FG}
ไม่เท่ากันเสมอหรือ เมื่อลาก \overline{DE} และ \overline{DE} ต่อกันไปทำให้ \overline{DE} ตัดกับ \overline{DE}

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับมุม

3.1 เข้าใจผิดเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนาน

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบ พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านเข้าใจผิดเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนานดังนี้



แผนภาพที่ 11 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการเข้าใจผิดเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนาน

จากแผนภาพที่ 11 พบว่า นักเรียนไม่สามารถระบุหรือบอกได้ว่ามุมคู่ใดเป็นมุมแย้งกันหลังจากที่ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการเข้าใจผิดเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนานดังตัวอย่างการสัมภาษณ์ต่อไปนี้

ผู้วิจัย : โจทย์ถามอะไร

นักเรียน : จงระบุว่ามุมคู่ใดเป็นมุมแย้งค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าตอบถูกไหม

นักเรียน : ถูกค่ะ

ผู้วิจัย : ทำไมจึงคิดเช่นนั้น

นักเรียน : เพราะ CFE กับ DFE อยู่คนละด้านของเส้นตัด EF จึงทำให้เป็นมุมแย้งกัน ส่วน AEF กับ BEF ก็เหมือนกันค่ะ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนไม่สามารถระบุหรือบอกลักษณะของมุมแย้งได้ แต่นักเรียนกลับเข้าใจว่ามุมภายในที่อยู่คนละข้างของเส้นตัดซึ่งติดกันเป็นมุมแย้ง

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการเข้าใจผิดเกี่ยวกับมุมบนเส้นขนานสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในลักษณะและความสัมพันธ์ของมุมภายนอกและมุมภายในของเส้นตัดเส้นขนาน

2. นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในลักษณะและความสัมพันธ์ของมุมแย้ง

3. นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในลักษณะและความสัมพันธ์ของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน

ที่ถูกต้องคือ : \widehat{CFE} เป็นมุมแย้งกับ \widehat{BEF}

\widehat{AEF} เป็นมุมแย้งกับ \widehat{DFE}

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท และสมบัติ

4.1 บิดเบือนทฤษฎีบท และสมบัติ

จากการที่ผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบ พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท และสมบัติ ดังนี้

10. จากรูปกำหนดให้ $\overline{MN} \parallel \overline{PQ}$ มี \overline{AF} เป็นเส้นตัด จงหาค่า x

นักเรียนจำผิด คำนวณมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา

$$\begin{aligned} (x + 40) + (3x - 10) &= 140 \\ x + 40 + 3x - 10 &= 140 \\ 2x + 70 &= 140 \\ 2x &= 140 - 70 \\ 2x &= 70 \\ x &= \frac{70}{2} \\ x &= 35 \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 12 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท และสมบัติ

จากแผนภาพที่ 12 โจทย์กำหนดให้ $\overline{MN} \parallel \overline{PQ}$ มี \overline{AF} เป็นเส้นตัด ผู้วิจัยต้องการให้นักเรียนหาค่า x โดยใช้ความสัมพันธ์มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานมาใช้แก้ปัญหา ซึ่งมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน แต่เมื่อนักเรียนนำไปเขียนเป็นสมการเพื่อหาค่า x นักเรียนกลับนำมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมารวมกันแล้วมีเท่ากับ 180 องศา

หลังจากที่ผู้วิจัยตรวจสอบแบบทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท และสมบัติทางเรขาคณิต ดังตัวอย่างการสัมภาษณ์ต่อไปนี้

ผู้วิจัย : จากรูปนักเรียนบอกครูสิว่ามุมสองมุมที่โจทย์กำหนดให้เป็นมุมอะไร

นักเรียน : มุมภายนอกกับมุมภายในครับ

ผู้วิจัย : แล้วสองมุมนี้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

นักเรียน : สองมุมนี้รวมกันแล้วมีค่าเท่ากับ 180 องศาครับ

ผู้วิจัย : นักเรียนแน่ใจหรือไม่ว่าสองมุมนี้รวมกันแล้วมีค่าเท่ากับ 180°

นักเรียน : แน่ใจครับ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนสามารถระบุหรือบอกลักษณะมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ แต่นักเรียนไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ เมื่อเส้นตรงคู่ขนานกัน เช่น นักเรียนว่า มุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันมีเท่ากับ 180 องศา ซึ่งบิดเบือนจากทฤษฎีบทที่ถูกต้องคือถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

สาเหตุ : จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท และสมบัติ สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
2. นักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง
3. นักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์เรื่อง เส้นขนานและภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน
4. นักเรียนจำทฤษฎีบทผิด

ที่ถูกต้องคือ : จาก $\overline{MN} \parallel \overline{PQ}$ มี \overline{AF} เป็นเส้นตัด

$$\text{จะได้ } x^\circ + 80^\circ = 3x^\circ - 10^\circ$$

$$80^\circ + 10^\circ = 3x^\circ - x^\circ$$

$$70^\circ = 2x^\circ$$

$$x^\circ = 35^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } x = 35$$