

## บทที่ 5

### สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ การวิจัยเรื่องข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต ตามลำดับดังนี้

1. วัตถุประสงค์การวิจัย
2. สรุปผลการวิจัย
3. อภิปรายผลการวิจัย
4. ข้อเสนอแนะ

#### วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต
2. เพื่อศึกษาสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

#### สรุปผลการวิจัย

1. ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต แยกสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

##### 1.1 ข้อผิดพลาด

ข้อผิดพลาดที่พบจากการวิจัย ได้แก่ ข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานซึ่งสามารถจำแนกออกได้ดังนี้

- 1) ข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ
- 2) ข้อผิดพลาดด้านการละเลยข้อมูลที่จำเป็น

## 1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตที่พบจากการวิจัย ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์ และภาษาและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร ซึ่งสามารถจำแนกออกได้ดังนี้

### 1.2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

- 1) การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
- 2) การแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์
- 3) การนำเสนอคำตอบผิด

### 1.2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์และภาษา

- 1) การบิดเบือนสมบัติและหลักการในการแก้สมการ
- 2) การใช้สัญลักษณ์วงเล็บผิด
- 3) การบิดเบือนสมบัติการแจกแจง
- 4) การตีความด้านภาษา

### 1.2.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร

- 1) การมองข้ามตัวแปร
- 2) การนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร
- 3) การเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่

## 2. สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

### 2.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐาน เนื่องจาก นักเรียนขาดความระมัดระวังในการบวก ลบ คูณ หาร รีบเร่งในการหาคำตอบ ขาดความรอบคอบในการหาคำตอบและไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยในการหาคำตอบ

### 2.2 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

2.2.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับการแก้สมการ ไม่เข้าใจวิธีการตรวจสอบคำตอบ ไม่เข้าใจหลักในการตอบและตอบคำถามไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ

2.2.2 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์และภาษา เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติและหลักการในการแก้สมการ ไม่เข้าใจความหมาย การใช้สัญลักษณ์วงเล็บแทนการคูณ ไม่เข้าใจสมบัติการแจกแจงและไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้

2.2.3 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจหลักการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร

## อภิปรายผลการวิจัย

การอภิปรายผลการวิจัย เรื่องข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต ผู้วิจัยขออภิปรายผลการวิจัย ดังนี้

### 1. ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

#### 1.1 ข้อผิดพลาด

ข้อผิดพลาดที่พบจากการวิจัย ได้แก่ ข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐาน มีรายละเอียดการอภิปรายผล ดังนี้

ข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐาน จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนทำผิดพลาด โดยคำนวณผิด หาคำตอบเฉพาะจากเงื่อนไขแรก ทั้งที่มีเงื่อนไขในการพิจารณาหาคำตอบหลายเงื่อนไข ไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยในการหาคำตอบและละเอียดข้อมูลที่จำเป็นในการหาคำตอบ ทั้งนี้เนื่องจาก นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานในการคำนวณ ขาดความระมัดระวังในการบวก ลบ คูณ หาร เร่งรีบในการหาคำตอบ ขาดความรอบคอบในการหาคำตอบ ขาดความเอาใจใส่ ขาดความตระหนัก เกิดจากความประมาท เกิดจากการขาดการฝึกฝนและการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอซึ่งจะทำให้เกิดข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาคต่อไป เกิดจากการอ่าน โจทย์ไม่เข้าใจ อ่านโจทย์ไม่ละเอียด มองข้ามรายละเอียดที่โจทย์กำหนดให้ ขาดการไตร่ตรองอย่างรอบคอบ ไม่ตรวจคำตอบและไม่อ่านโจทย์ให้ถี่ถ้วน เข้าใจคำถามผิดจากที่ครูถาม จากการใช้ภาษาของครู การใช้คำถามและการให้ข้อมูลผิดพลาด ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Colgan (1991 : 91-92) และ Drew (2005 : 14-21) ที่กล่าวว่า นักเรียนมีความผิดพลาดเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณและการอ่านทำความเข้าใจ โจทย์ไม่รอบคอบ ขาดการเอาใจใส่ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบคำตอบและแปลความผิด และ

สอดคล้องกับงานวิจัยของเมตตา มาเวียง (2544 : 58) ที่พบว่า ข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณเบื้องต้นเนื่องมาจากความสะเพร่าของนักเรียน โดยเฉพาะในเรื่องของการหารซึ่งจะทำให้ผิดพลาดในการแก้ปัญหาต่อไป แนวทางแก้ไขครูควรให้นักเรียนฝึกฝนทักษะในการคิดคำนวณอย่างสม่ำเสมอ และฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้นักเรียนเกิดความชำนาญและเกิดกระบวนการคิดอย่างมีระบบระเบียบมากขึ้น

## 1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตที่พบจากการวิจัย ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์ และภาษาและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร มีรายละเอียดการอภิปรายผลแต่ละลักษณะดังนี้

### 1.2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สมบูรณ์ ไม่ตรวจสอบคำตอบหลังจากแก้ปัญหาเสร็จ ซึ่งการไม่ตรวจสอบคำตอบจะไม่สามารถทำให้รู้ได้ว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ นักเรียนตอบคำถามไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการและไม่สามารถนำเสนอคำตอบให้บุคคลอื่นเข้าใจได้ ทั้งนี้เนื่องจากเนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาเป็นเนื้อหาที่ยาก นักเรียนขาดประสบการณ์ในการเรียนรู้การแก้ปัญหา ขาดความสามารถในการแก้สมการ ขาดความเชื่อมั่นในตนเอง ขาดความรู้พื้นฐานในการคำนวณที่ดี ไม่มีความละเอียดรอบคอบในการตรวจสอบผลเฉลย ขาดความเข้าใจในการแก้สมการ ขาดความรู้พื้นฐานในการแก้สมการ มองข้ามขั้นตอนของกระบวนการคิด การเขียนขั้นตอนการแก้สมการไม่ถูกต้อง นักเรียนไม่มีความเข้าใจในการแก้ปัญหาลักษณะหรือจำมาผิดๆและนักเรียนมีพื้นฐานด้านการดำเนินการทางพีชคณิตที่ไม่ดี ขาดการไตร่ตรอง จึงทำให้นักเรียนสรุปคำตอบออกมาผิด สรุปผลไม่ครบ ขาดความรอบคอบในการสรุปคำตอบตามที่โจทย์กำหนดจึงเป็นอุปสรรคในการหาคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2557 : 98-129) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาลักษณะเกี่ยวกับสมการที่ไม่ถูกต้องเกิดจากความไม่เข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการแก้สมการ การนำขั้นตอนการแก้สมการไปใช้ไม่ถูกต้อง ขาดทักษะในการแก้สมการ ขาดประสบการณ์ในการพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ของสมการ ขาดความเข้าใจในการแก้สมการและขาดความรู้พื้นฐานในการแก้สมการ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Wollman (1983 : 169-181) และ Vlassis (2008 : 555-570) ที่ศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแปลความประโยคคู่สมการ ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสมการพีชคณิต พบว่านักเรียนแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์ ไม่ตรวจสอบวิธีแก้ปัญหา และขาดการ

ตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจสอบคำตอบ โดยการนำตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการไปแทนลงในสมการที่กำหนดให้เพื่อดูว่าค่าดังกล่าวเป็นคำตอบของสมการหรือไม่โดยไม่คำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Truran (1987 : 92) ที่วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนทางพีชคณิตและพบบนทศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการนำเสนอคำตอบ คือ นักเรียนไม่สามารถตอบคำถามตามที่โจทย์ต้องการได้

**1.2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์และภาษา** จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนใช้สมบัติในการแก้สมการไม่ถูกต้อง บิดเบือนสมบัติที่ใช้ในการแก้สมการ ไม่สามารถเขียนสัญลักษณ์วงเล็บแทนการคูณเพื่อสื่อความหมายที่ต้องการได้ ใช้สมบัติการแจกแจงผิด โดยนักเรียนจะกระจายการคูณเข้าเฉพาะในพจน์แรกของวงเล็บ ไม่สามารถทำความเข้าใจโจทย์ได้และไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้จึงทำให้เป็นอุปสรรคในการแก้ปัญหา ทั้งนี้เนื่องจาก นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติและหลักการในการแก้สมการ ไม่เข้าใจสมบัติการเท่ากันที่นำมาใช้ในการแก้สมการเมื่อนักเรียนนำสมบัตินั้นมาแก้สมการจึงส่งผลให้ได้คำตอบออกมาผิด ไม่เข้าใจในหลักการแก้ปัญหทางพีชคณิตอย่างลึกซึ้ง ไม่เข้าใจขั้นตอนวิธีที่ถูกต้อง และไม่มีความรู้เกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์ หรืออาจเกิดจากกระบวนการเรียนรู้อันเนื่องมาจากตัวผู้เรียนและครูผู้สอน โดยมุ่งเน้นแต่การท่องจำ จึงส่งผลให้ไม่เกิดกระบวนการคิดในการนำไปสู่ความรู้ความเข้าใจและหลักการในสมบัติของการแก้สมการอย่างแท้จริง อาจเป็นเพราะนักเรียนขาดการคิดอย่างเป็นขั้นเป็นตอน ไม่มีการจัดลำดับกระบวนการคิด ขาดทักษะในการอ่านทำความเข้าใจ ไม่อยากเรียน ไม่สนใจในการทำข้อสอบ ไม่อยากอ่านโจทย์ ไม่วิเคราะห์และไม่มีความพยายาม สรุปความคิดรวบยอดตามความเข้าใจของตนเองจากประสบการณ์เดิม คาดเดา หรือใช้วิธีลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ อัมพร ม้าคนอง (2557 : 98-129) ที่กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สมบัติในการแก้สมการ เกิดจากความไม่เข้าใจสมบัติการเท่ากัน จำสมบัติมาใช้แบบไม่ถูกต้อง ขาดทักษะในการเลือกใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการและประยุกต์ใช้สมบัติต่างๆกับข้อมูลที่มีอยู่ไม่ได้ และไม่สามารถสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ และสอดคล้องกับคำกล่าวของ Movshovitz-Hadar et al (1987 : 3-14) ที่กล่าวว่า นักเรียนจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิดเมื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาจึงทำให้แก้ปัญหาผิด และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Van de Walle (2010 : 104-105) ที่ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับพีชคณิต พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจกระบวนการแก้สมการ เข้าใจไม่ถูกต้องเกี่ยวกับสมบัติต่างๆที่ใช้ในการแก้สมการ

สอดคล้องกับงานวิจัยของเมตตา มาเวียง (2544 : 57) ที่พบว่า นักเรียนใช้ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ได้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Vinner et al (1981 : 555-570) Clement (1982 : 16-30) และ Kieran (1992 : 33-56) ที่พบว่า นักเรียนตีความสัญลักษณ์ผิด มีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร มีปัญหาในการนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์ การใช้สัญลักษณ์วงเล็บที่ผิด และคำตอบที่ไม่ถูกต้องเป็นผลมาจากการที่นักเรียนไม่เข้าใจสมบัติการแจกแจง

**1.2.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร** จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนไม่เข้าใจการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร นักเรียนไม่ได้ให้ความสำคัญกับตัวแปร มองข้ามตัวแปรไม่นำมาดำเนินการ โดยนำเฉพาะสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรมาดำเนินการ นักเรียนนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปรซึ่งผิดหลักการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และนักเรียนตั้งใจเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้ ทั้งนี้เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับตัวแปร ไม่สามารถกำหนดค่าตัวแปรแทนสถานการณ์ได้ นักเรียนขาดประสบการณ์ในการเรียนรู้ อาจเกิดจากการถ่ายทอดความรู้ของครูผู้สอนที่ไม่ชัดเจน ทำให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดที่แท้จริงไม่ได้โดยเรียนรู้แบบการท่องจำ นักเรียนเกิดประสบการณ์ที่ขัดแย้งกันระหว่างประสบการณ์ในชีวิตจริงกับประสบการณ์ที่ครูสอน นอกจากนี้อาจเป็นเพราะตำราเรียนที่เขียนไม่ชัดเจนหรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง พัฒนาการทางสติปัญญาหรือวุฒิภาวะของผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานน้อย ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 74-83) ที่กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต เกิดจากการไม่ระบุตัวแปรที่นำมาใช้กำหนดสมการในการแก้โจทย์ปัญหาว่าตัวแปรนั้นแทนสิ่งใดขาดทักษะในการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร ไม่เห็นความสำคัญของการนำค่าของตัวแปรที่ได้ไปตรวจสอบว่าเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ และสอดคล้องกับคำกล่าวของ อัมพร ม้าคอง (2557 : 123-129) ที่กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปร เป็นเรื่องของการขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรและนำตัวแปรมาใช้ในการแก้สมการไม่ถูกต้อง และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Ong and Lim (1987 : 199-205) ที่ศึกษาความเข้าใจและความคลาดเคลื่อนในวิชาพีชคณิต พบว่า นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตต่างๆได้ โดยไม่เข้าใจการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Usiskin (1988 : 8-19) ที่ศึกษามโนทัศน์ของการเรียนพีชคณิตและการใช้ตัวแปร พบว่า นักเรียนมีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปรและไม่เข้าใจเกี่ยวกับตัวแปร และมีปัญหาในการทำความเข้าใจรูปแบบทางพีชคณิต และสอดคล้องกับ

งานวิจัยของ Omer and Yasin (2011 : 3322-3327) ที่ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแนวคิดของตัวแปร ของนักเรียนระดับประถมศึกษา พบว่า นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 6 ลักษณะ คือ การมองข้ามตัวแปร การนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร การมุ่งเน้นที่ตัวแปร x การตีความด้านภาษาผิด การเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่ และการใช้สัญลักษณ์ผิด

## 2. สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

### 2.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด มีรายละเอียดการอภิปรายผล ดังนี้

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐาน เนื่องจาก นักเรียนขาดความระมัดระวังในการบวก ลบ คูณ หาร คำนวณอย่างรีบเร่ง ไม่มีการทบทวนคำตอบ รีบเร่งในการหาคำตอบ ขาดความรอบคอบในการหาคำตอบและไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยในการหาคำตอบ ละเลยการใช้ข้อมูลที่เป็น ลีมารายละเอียดบางส่วน นักเรียนขาดการไตร่ตรองอย่างรอบคอบ ไม่ตรวจคำตอบและไม่อ่านโจทย์ให้ถี่ถ้วน ทั้งนี้เนื่องจาก นักเรียนคิดว่าตนเองมีความคล่องแคล่วในการคำนวณ เป็นการบวก ลบ คูณ หารจำนวนน้อยๆที่สามารถหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วหรืออาจเป็นเพราะสติปัญญาและความพร้อมของนักเรียนเอง เวลาทำงานมักจะเร่งรีบส่งงานขาดความรอบคอบ ขาดความระมัดระวังในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและการสรุปคำตอบของนักเรียนไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน รีบเร่งจนขาดความระมัดระวังรวมทั้งอาจเกิดจากการขาดการฝึกทักษะ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคอง (2557 : 98-129) ที่กล่าวว่า ข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ เกิดจากขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการคำนวณเบื้องต้น ขาดทักษะในการใช้หลักพีชคณิตเบื้องต้นแก่สมการ ขาดประสบการณ์ในการพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ของสมการ ทำให้แก่สมการไม่ถูกต้อง ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ เช่น ดำเนินการบวกก่อนการคูณและขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ และสอดคล้องกับคำกล่าวของ Colgan (1991: 91-92) ที่กล่าวว่า นักเรียนมีความผิดพลาดเนื่องจากการอ่านทำความเข้าใจโจทย์ไม่รอบคอบ ขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบ ไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยในการหาคำตอบ โดยตอบทันทีไม่มีการตรวจสอบคำตอบที่ได้มาว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ และสอดคล้องกับงานวิจัยของจงกล ทำสวน (2547 : 53) ที่พบว่า เมื่อนักเรียนคิดคำนวณคำตอบได้แล้ว นักเรียนก็มักจะตอบทันที โดยที่ไม่มีการแทนค่าของคำตอบหรือค่าของตัวแปรที่คำนวณได้ ว่าสอดคล้องกับโจทย์หรือไม่

และสอดคล้องกับงานวิจัยของสุกัญญา สีสมบา (2554: 97-98) ที่ทำการวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ พบว่า แบบรูปของข้อผิดพลาดมี 2 แบบรูป คือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และผิดพลาดในเทคนิคการทำ สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด ได้แก่ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณและขาดความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ

## 2.2 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

มีรายละเอียดการอภิปรายผลในแต่ละลักษณะ ดังนี้

### 2.2.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา เนื่องจาก

นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการตรวจสอบคำตอบ ไม่ตรวจสอบคำตอบหลังจากแก้ปัญหาเสร็จ ซึ่งการไม่ตรวจสอบคำตอบจะไม่สามารถทำให้รู้ได้ว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ นักเรียนไม่เข้าใจหลักในการตอบ ตอบคำถามไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการและไม่สามารถนำเสนอคำตอบให้บุคคลอื่นเข้าใจได้ ทั้งนี้เนื่องจาก นักเรียนขาดการฝึกฝน นักเรียนขาดประสบการณ์ ขาดการทำความเข้าใจในการแก้ปัญหา ต้องการเป็นที่ยอมรับในหมู่เพื่อน พยายามทำอะไรให้คล้ายๆกันและเลียนแบบกัน หรืออาจเกิดจากการจัดการเรียนรู้ของครูที่ยังไม่ดีพอ ลำดับเนื้อหาที่ใช้ในการสอนไม่เหมาะสม ใช้คำพูดไม่ชัดเจนในการสื่อความหมาย อาจเกิดจากเนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาเป็นนามธรรมมากจนยากที่จะจินตนาการ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ อัมพร ม้าคนอง (2557 : 98-129) ที่กล่าวว่า การนำเสนอคำตอบผิด เกิดจากความไม่เข้าใจความแตกต่างระหว่างคำตอบของสมการและคำตอบของปัญหา ซึ่งคำตอบของสมการเป็นคำตอบที่สอดคล้องกับสมการและได้มาจากการแก้สมการ ส่วนคำตอบของปัญหา เป็นคำตอบที่สอดคล้องกับข้อกำหนดหรือเงื่อนไขของปัญหา จึงทำให้สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง เกิดจากความไม่เข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการแก้สมการ ทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้องและเกิดจากการนำขั้นตอนการแก้สมการ ไปใช้ไม่ถูกต้อง และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Blando et al (1989 : 301-308) ที่พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเนื่องจากการอ่าน การทำความเข้าใจโจทย์ไม่รอบคอบ คำนวณตามวิธีและหลักการที่ตนเองเข้าใจเมื่อคำนวณได้แล้วรีบตอบโดยไม่พิจารณาถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการ มีปัญหาในการเขียนอธิบายคำตอบ และสอดคล้องกับงานวิจัยของพรทิพา โสภักดิ์ (2551 : 40-45) ที่พบว่า สาเหตุของการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนไม่ทราบว่าต้องทำอะไร ไม่เข้าใจว่าต้องแทนค่าสมการอย่างไรเมื่อตรวจสอบคำตอบและไม่เข้าใจการแก้สมการจึงไม่สามารถแก้สมการได้

### 2.2.2 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์และภาษา

เนื่องจาก นักเรียนใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้สมการผิด ใช้สัญลักษณ์วงเล็บแทนการคูณผิด โดยนักเรียนมีความเข้าใจว่าในการคูณจำนวนซึ่งมีหลายๆพจน์นั้นจะใช้สัญลักษณ์วงเล็บอย่างไรก็ได้ นักเรียนไม่เข้าใจสมบัติการแจกแจงและนักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักเรียนขาดความสนใจในการเรียน ไม่มีแรงจูงใจในการเรียน ไม่มีความรู้เกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่ใช้ทางคณิตศาสตร์ มีปัญหาในการอธิบายการให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูปสัญลักษณ์ การสื่อสารของครูที่ไม่ชัดเจน ใช้วิธีการสอนที่เน้นให้นักเรียนจำสมบัติและวิธีการมากกว่าการทำความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง ขาดการเตรียมการสอนและลำดับเนื้อหาที่ใช้ในการสอนไม่เหมาะสม หรืออาจเกิดจากนักเรียนขาดทักษะในการอ่าน อ่านและวิเคราะห์โจทย์ไม่ได้ ไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาได้ทั้งหมด ขาดประสบการณ์และขาดความเข้าใจ ขาดการคิดหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆที่โจทย์กำหนดให้และไม่มีพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับสมบัติการแก้สมการที่ดี ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Simson and Marek (1988 : 231) ที่กล่าวว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากครูอธิบายมโนทัศน์นั้นไม่ดีพอ หรือ เรื่องที่เรียนมีความเป็นนามธรรมมากจนยากที่จะเกิดจินตนาการ หรือนักเรียนเกิดประสบการณ์ที่ขัดแย้งกันระหว่างประสบการณ์ในชีวิตจริง และสิ่งที่ครูสอน นอกจากนี้ ตำราเรียนที่เขียนไม่ชัดเจนหรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง พัฒนาการทางสติปัญญาและวุฒิภาวะของผู้เรียนและมีความรู้พื้นฐานเดิมน้อย นักเรียนไม่เข้าใจภาษาที่สื่อสารและสัญลักษณ์ที่ใช้ และครูให้ความรู้ที่ไม่ชัดเจนหรือครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหา ขาดการเตรียมการสอน การลำดับเนื้อหาและใช้วิธีสอนที่ไม่เหมาะสม และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Barnard (1989 : 3-20) ที่พบว่านักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์และหลักการพื้นฐานที่จำเป็น ไม่เข้าใจขั้นตอนวิธีที่ถูกต้องและไม่มีความรู้เกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่ใช้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีปัญหาในการอธิบาย การให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูปสัญลักษณ์ และงานวิจัยของ Blando et al (1989 : 301-308) ที่พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเนื่องจากขาดความรอบคอบในการอ่านทำความเข้าใจ โจทย์ ไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ จึงเขียนประโยคสัญลักษณ์และคำนวณตามวิธีและหลักการที่ตนเข้าใจ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Swan (2001 : 148-150) ที่พบว่า การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายๆประการ เช่น การรับความรู้จากครูที่ไม่มีความเข้าใจเพียงพอ จากตัวผู้เรียนเองหรือแม้แต่จากหนังสือตำราเรียนต่างๆ

**2.2.3 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร** เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจหลักการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร ไม่สามารถบวก ลบ คูณ หาร จำนวนสองจำนวนซึ่งคิดตัวแปรเหมือนกันได้ จึงนำเฉพาะสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรมาดำเนินการ โดยไม่นำตัวแปรมาพิจารณา ไม่เข้าใจว่าจำนวนสองจำนวนถ้าจำนวนหนึ่งคิดตัวแปรอีกจำนวนหนึ่งเป็นค่าคงที่อยู่ ในประโยคสัญลักษณ์เดียวกันจะแก้ปัญหาอย่างไร ไม่สามารถดำเนินการกับประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวแปรได้จึงตั้งใจเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่เพื่อหาคำตอบ ทั้งนี้อาจเนื่องจากการขาดประสบการณ์ ขาดความมุ่งมั่น ตั้งใจ ไม่มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนรู้ ทำตามวิธีการที่ตนเองคิด และอาจเกิดจากการถ่ายทอดความรู้ของครูผู้สอนที่ไม่ชัดเจน ทำให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดที่แท้จริงไม่ได้โดยเรียนรู้แบบการท่องจำ นักเรียนเกิดประสบการณ์ที่ขัดแย้งกันระหว่างประสบการณ์ในชีวิตจริงกับประสบการณ์ที่ครูสอน นอกจากนี้อาจเป็นเพราะตำราเรียนที่เขียนไม่ชัดเจนหรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง พัฒนาการทางสติปัญญาหรือวุฒิภาวะของผู้เรียน มีความรู้พื้นฐานเดิมน้อย ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Omer and Yasin (2011: 3322-3327) ที่กล่าวว่า สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแนวคิดของตัวแปร คือ นักเรียนขาดความเข้าใจในหลักการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร ไม่เข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับตัวแปร ไม่สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับตัวแปรได้ จึงไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Ong and Lim (1987 : 199-205) ที่ทำการศึกษาความเข้าใจและความคลาดเคลื่อนในวิชาพีชคณิต พบว่า สาเหตุความคลาดเคลื่อนส่วนใหญ่ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจในการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ นักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการ โดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปได้

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ครูควรสร้างความคิดรวบยอดจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม ควรเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหา และครูต้องมีความชัดเจนในการสร้างความคิดรวบยอด

1.2 หลังจากเรียนจบเนื้อหาหนึ่งก่อนที่จะขึ้นเนื้อหาต่อไป ครูควรตรวจสอบนักเรียนว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในประเด็นใดบ้าง เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความต่อเนื่อง ซึ่งหากครูสามารถประเมินผลการเรียนรู้แต่ละเนื้อหาก่อนที่จะเรียนเนื้อหาต่อไปได้ก็จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งทั้งต่อนักเรียนและครู โดยจะทำให้นักเรียนทราบถึงข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของตนที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนและสามารถปรับปรุงแก้ไขได้

และครูก็จะทราบถึงข้อมูลของนักเรียนว่ามีข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตรงส่วนไหนเพื่อนำไปเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ต่อไป

1.3 ควรมีเครื่องมือการเก็บรวบรวมข้อมูลที่หลากหลาย เช่น แบบบันทึกพฤติกรรมของนักเรียน แบบบันทึกหลังการสอน แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด แบบทดสอบ และแบบบันทึกการสัมภาษณ์ เพื่อนำข้อมูลเหล่านี้มาประกอบการพิจารณาว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากน้อยเพียงใด รวมทั้งมีข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ควรแก้ไขอย่างไรบ้าง

1.4 ครูควรฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง ระบุนิยามข้อมูลที่จำเป็นรวมถึงคำสั่งที่โจทย์ต้องการและส่งเสริมให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบทุกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งจะช่วยลดความถี่ในการเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

## 2. ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรทำการศึกษาข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ให้ครบทุกเนื้อหาในแต่ละระดับชั้น เนื่องจากแต่ละเนื้อหาจะมีลักษณะการเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่แตกต่างกัน เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับครูในการเตรียมการจัดการเรียนรู้เพื่อป้องกันการเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนให้น้อยลง

2.2 แบบทดสอบที่ใช้ในการศึกษาข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไม่ควรจะมากเกินไป เนื่องจากจะทำให้เกิดความเหนื่อยล้าในการทำแบบทดสอบ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนไม่ตั้งใจทำแบบทดสอบหรือไม่ทำแบบทดสอบ