

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูล ตามลำดับดังนี้

1. ผลการศึกษาข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต
2. ผลการศึกษสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

## ผลการศึกษาข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

ผลการศึกษาข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา  
ปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต พบว่า นักเรียนกลุ่มเป้าหมายเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์  
ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตทั้งหมด 42 คน แต่ละคนจะมีความแตกต่างกัน  
ออกไปในแต่ละลักษณะของข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทาง  
พีชคณิต ซึ่งพบข้อผิดพลาดทั้งหมดจำนวน 60 ครั้ง และพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ  
ตัวแปรทางพีชคณิต ทั้งหมดจำนวน 130 ครั้ง และมีลักษณะย่อยของข้อผิดพลาดและมโนทัศน์  
ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต ปรากฏผลดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต แสดงด้วยความถี่และร้อยละของการศึกษาข้อผิดพลาด  
และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

ลักษณะที่ศึกษา	ลักษณะที่พบ	ความถี่	ร้อยละ
ข้อผิดพลาด	1. ข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐาน		
	1.1 ข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ	50	83.33
	1.2 ข้อผิดพลาดด้านการละเลยข้อมูลที่จำเป็น	10	16.67
รวมทั้งหมด		60	100
มโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อน เกี่ยวกับตัวแปร ทางพีชคณิต	1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา		
	1.1 การขาดการตรวจสอบในระหว่าง การแก้ปัญหา	22	16.91
	1.2 การแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์	18	13.85
	1.3 การนำเสนอคำตอบผิด	18	13.85
รวม		58	44.61

ลักษณะที่ศึกษา	ลักษณะที่พบ	ความถี่	ร้อยละ
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต	2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์ และภาษา		
	2.1 การบิดเบือนสมบัติและหลักการในการแก้สมการ	21	16.15
	2.2 การใช้สัญลักษณ์วงเล็บผิด	18	13.85
	2.3 การบิดเบือนสมบัติการแจกแจง	12	9.23
	2.4 การตีความด้านภาษาผิด	4	3.08
	รวม	55	42.31
	3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร		
	3.1 การมองข้ามตัวแปร	9	6.92
	3.2 การนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร	4	3.08
	3.3 การเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่	4	3.08
	รวม	17	13.08
รวมทั้งหมด		130	100

จากตารางที่ 6 สามารถสรุปข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตได้ดังนี้

### 1. ข้อผิดพลาด

ผลการศึกษาข้อผิดพลาดจากการตรวจแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต พบข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานจากการกระทำของนักเรียนใน 2 ลักษณะ คือ 1. ข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ มีความถี่เท่ากับ 50 คิดเป็นร้อยละ 83.33 และ 2. ข้อผิดพลาดด้านการละเลยข้อมูลที่จำเป็น มีความถี่เท่ากับ 10 คิดเป็นร้อยละ 16.67

### 2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

ผลการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตจากการตรวจแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต พบว่านักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตใน 3 ลักษณะ เรียงจากมาก

ไปน้อย ได้แก่ 1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา มีความถี่เท่ากับ 58 คิดเป็นร้อยละ 44.61 2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์และภาษา มีความถี่เท่ากับ 55 คิดเป็นร้อยละ 42.31 และ 3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร มีความถี่เท่ากับ 17 คิดเป็นร้อยละ 13.08 และจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตทั้ง 3 ลักษณะข้างต้น พบว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตอีก 10 ลักษณะย่อย คือ การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา มีความถี่เท่ากับ 22 คิดเป็นร้อยละ 16.91 การแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์ มีความถี่เท่ากับ 18 คิดเป็นร้อยละ 13.85 การนำเสนอคำตอบผิด มีความถี่เท่ากับ 18 คิดเป็นร้อยละ 13.85 การบิดเบือนสมบัติและหลักการในการแก้สมการ มีความถี่เท่ากับ 21 คิดเป็นร้อยละ 16.15 การใช้สัญลักษณ์วงเล็บผิด มีความถี่เท่ากับ 18 คิดเป็นร้อยละ 13.85 การบิดเบือนสมบัติการแจกแจง มีความถี่เท่ากับ 12 คิดเป็นร้อยละ 9.23 การตีความด้านภาษาผิด มีความถี่เท่ากับ 4 คิดเป็นร้อยละ 3.08 การมองข้ามตัวแปร มีความถี่เท่ากับ 9 คิดเป็นร้อยละ 6.92 การนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร มีความถี่เท่ากับ 4 คิดเป็นร้อยละ 3.08 และการเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่ มีความถี่เท่ากับ 4 คิดเป็นร้อยละ 3.08

### ผลการศึกษาสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

การศึกษสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตกระทำโดยการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตและการสัมภาษณ์เชิงลึก ดังนี้

#### 1. ผลการศึกษาสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่เกิดข้อผิดพลาด โดยใช้แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง มีรายละเอียด ดังนี้

#### ข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐาน

##### 1) ข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ

ตัวอย่างข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ

ข้อ 3 จงแก้สมการ  $18m+5-3m=0$  พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ  $18m+5-3m = 0$

$$15m+5 = 0$$

$$15m+5-5 = 0-5$$

$$15m = -5$$

$$\frac{15m}{15} = \frac{-5}{15}$$

$$m = -3$$

ข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ

□

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่เกิดข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ

ผู้วิจัย :  $\frac{-5}{13} = -3$  นักเรียนคิดอย่างไร

นักเรียน : นำมาหารกันค่ะ

ผู้วิจัย : การหารเศษส่วนตัวไหนเป็นตัวตั้งตัวไหนเป็นตัวหาร

นักเรียน : เศษเป็นตัวตั้ง ส่วนเป็นตัวหารค่ะ

ผู้วิจัย : แล้ว -5 หารด้วย 15 เท่ากับ -3 หนูคิดว่าหนูทำถูกหรือไม่

นักเรียน : ไม่ค่ะ -5 หารด้วย 15 ต้องเท่ากับ  $\frac{-1}{3}$  หนูทำผิดค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจในการหารแต่ขาดความระมัดระวังในการหาร จึงทำให้คำตอบผิด

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ เนื่องจาก นักเรียนขาดความระมัดระวังในการบวก ลบ คูณ หาร

ที่ถูกต้องคือ จาก  $18m+5-3m = 0$

ได้  $18m-3m = -5$

$$15m = -5$$

$$m = \frac{-5}{15}$$

ดังนั้น

$$m = \frac{-1}{3}$$

□

## 2) ข้อผิดพลาดด้านการละเอียดข้อมูลที่จำเป็น

ตัวอย่างข้อผิดพลาดด้านการละเอียดข้อมูลที่จำเป็นของนักเรียน

ข้อ 6 จงหาจำนวนจำนวนหนึ่งที่มีสามหลัก ซึ่งผลบวกของเลขโดดแต่ละหลักเท่ากับ 18 เลขโดดในหลักหน่วยเป็นสามเท่าของเลขโดดในหลักสิบ และเลขโดดในหลักร้อยเป็นสองเท่าของเลขโดดในหลักสิบ

### วิธีทำ

ผลบวก คือ 3, 6 และ 9

เนื่องจากนำจำนวนทั้งสามมาบวกกันแล้วได้ 18

□

↖ ข้อผิดพลาดด้านการละเอียดข้อมูลที่จำเป็นของนักเรียน

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่เกิดข้อผิดพลาดด้านการละเอียดข้อมูลที่จำเป็น

**ผู้วิจัย :** โจทย์ข้อนี้ นักเรียนมีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

**ผู้วิจัย :** หาจำนวนสามจำนวนที่รวมกันได้สิบแปดค่ะ

**ผู้วิจัย :** ถ้าพิจารณาจากเงื่อนไขในโจทย์ โจทย์ให้อะไรมาบ้าง นักเรียนพิจารณาสิ่งที่โจทย์ให้มาในการหาคำตอบทั้งหมดแล้วหรือยัง

**นักเรียน :** โจทย์ให้จำนวนจำนวนหนึ่งที่มีสามหลัก ผลบวกของเลขโดดแต่ละหลักเท่ากับ 18 เลขโดดในหลักหน่วยเป็นสามเท่าของเลขโดดในหลักสิบและเลขโดดในหลักร้อยเป็นสองเท่าของเลขโดดในหลักสิบ หนูไม่ได้พิจารณาเงื่อนไขทั้งหมด หนูพิจารณาเงื่อนไขเดียวก็ตอบเลย

**ผู้วิจัย :** ถ้าให้ตอบใหม่โดยพิจารณาทุกเงื่อนไขคำตอบยังเป็นเหมือนเดิมหรือไม่ หรือตอบเท่าไร

**นักเรียน :** ไม่ค่ะ ถ้าพิจารณาทุกเงื่อนไข จะตอบ 639

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนสามารถหาคำตอบสิ่งที่ต้องการได้ แต่นักเรียนรีบเร่งในการหาคำตอบมากเกินไป จึงทำให้ตอบผิด

### สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดด้านการละเอียดข้อมูลที่จำเป็น

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาดด้านการละเอียดข้อมูลที่จำเป็น เนื่องจาก นักเรียนรีบเร่งในการหาคำตอบ ขาดความรอบคอบในการหาคำตอบและไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยในการหาคำตอบ

**ที่ถูกต้องคือ**ให้  $x$  แทนเลขโดดในหลักสิบเลขโดดในหลักหน่วยเป็นสามเท่าของเลขโดดในหลักสิบเป็น  $3x$ เลขโดดในหลักร้อยเป็นสองเท่าของเลขโดดในหลักสิบเป็น  $2x$ 

เนื่องจากผลบวกของเลขโดดแต่ละหลักเท่ากับ 18

$$\text{จะได้สมการเป็น } x + 3x + 2x = 18$$

$$6x = 18$$

$$x = 3$$

ถ้าเลขโดดในหลักสิบคือ 3

$$\text{เลขโดดในหลักหน่วยคือ } 3 \times 3 = 9$$

$$\text{เลขโดดในหลักร้อยคือ } 2 \times 3 = 6$$

$$\text{ผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลัก } 3 + 9 + 6 = 18$$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น จำนวนที่ต้องการทราบคือ 639  $\square$ **2. ผลการศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต**

จากการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต โดยใช้แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง มีรายละเอียด ดังนี้

**2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา****1) การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา**

ตัวอย่างการขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

ข้อ 3 จงแก้สมการ  $18m + 5 - 3m = 0$  พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ**วิธีทำ**

$$18m + 5 - 3m = 0$$

$$15m + 5 = 0$$

$$15m + 5 - 5 = 0 - 5$$

$$15m = -5$$

$$\frac{15m}{15} = \frac{-5}{15}$$

$$m = -3$$

การขาดการตรวจสอบในระหว่าง

การแก้ปัญหา  $\square$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

**ผู้วิจัย :** นักเรียนอธิบายวิธีแก้สมการ  $18m+5-3m=0$  มีวิธีการคิดอย่างไร

**นักเรียน :** จากโจทย์จะแสดงวิธีทำเพื่อหาค่า  $m$  พจน์ที่มี  $m$  เหมือนกันก็นำมาดำเนินการกันจะได้  $15m+5 = 0$  จากนั้นก็กำจัด  $5$  และ  $15$  ตามลำดับ ก็จะได้  $m = -3$

**ผู้วิจัย :** ถ้าให้ตรวจสอบดูอีกรอบนักเรียนคิดว่าทำถูกแล้วหรือยัง

**นักเรียน :** ถูกแล้วค่ะ  $\frac{-5}{15} = -3$

**ผู้วิจัย :** นักเรียนมั่นใจในคำตอบหรือไม่ ทำไมไม่ตรวจสอบคำตอบ

**นักเรียน :** มั่นใจค่ะ หนูไม่เข้าใจวิธีการตรวจสอบคำตอบเลยไม่ได้ทำค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการตรวจสอบคำตอบจึงไม่ตรวจสอบคำตอบหลังจากแก้ปัญหาเสร็จ

#### สาเหตุการขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุของการขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการตรวจสอบคำตอบ ไม่ตรวจสอบคำตอบหลังจากแก้ปัญหาเสร็จ ซึ่งการไม่ตรวจสอบคำตอบจะไม่สามารถทำให้รู้ได้ว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่

**ที่ถูกต้องคือ** จาก  $18m+5-3m = 0$

จะได้  $18m-3m = -5$

$$15m = -5$$

$$m = \frac{-5}{15}$$

$$m = \frac{-1}{3}$$



แทน  $m$  ด้วย  $\frac{-1}{3}$  ในสมการ  $18m+5-3m=0$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad & 18\left(\frac{-1}{3}\right) + 5 - 3\left(\frac{-1}{3}\right) = 0 \\ & \left(\frac{-18}{3}\right) + 5 - \left(\frac{-3}{3}\right) = 0 \\ & \frac{-18 + 15 + 3}{3} = 0 \end{aligned}$$

$0 = 0$  เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น  $\frac{-1}{3}$  เป็นคำตอบของสมการ  $18m+5-3m=0$   $\square$

## 2) การแก้ปัญหาค่าไม่สมบูรณ์

ตัวอย่างการแก้ปัญหาค่าไม่สมบูรณ์

ข้อ 1 จงแก้สมการ  $3x-3=12$  พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ

$$3x - 3 = 12$$

$$3x + 3 - 3 = 12 - 3$$

$$\textcircled{3x = 9} \quad \leftarrow \text{การแก้ปัญหาค่าไม่สมบูรณ์}$$

ตรวจสอบคำตอบ แทน  $x$  ด้วย  $9$  ในสมการ  $3x-3=12$

$$\text{จะได้} \quad 3+9 = 12$$

$$12 = 12 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$\text{ตอบ} \quad 3x = 9 \quad \square$$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่แก้ปัญหาค่าไม่สมบูรณ์

**ผู้วิจัย** : นักเรียนมีวิธีการในการแก้สมการ  $3x-3 = 12$  อย่างไร

**นักเรียน** : นำ 3 มาลบออกทั้งสองข้างค่ะ

**ผู้วิจัย** : ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าต้องนำ 3 มาลบออกทั้งสองข้าง

**นักเรียน** : เพราะฝั่งซ้ายลบสามฝั่งขวาเลยต้องลบด้วยค่ะ

**ผู้วิจัย** : โจทย์ข้อนี้ นักเรียนทำเสร็จแล้วหรือยัง

**นักเรียน** : เสร็จแล้วค่ะ

**ผู้วิจัย** : โจทย์ต้องการให้หาอะไร

**นักเรียน** :  $3x$  ค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการแก้สมการ ไม่สามารถแก้สมการได้ คือ แก้สมการ โดยไม่รู้ว่าจุดมุ่งหมายต้องการอะไรจึงแก้สมการได้ไม่สมบูรณ์

### สาเหตุการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุของการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์ เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการแก้สมการ แก้สมการไม่สมบูรณ์ ไม่รู้จุดมุ่งหมายของการแก้สมการ

### ที่ถูกต้องคือ

$$\text{จาก } 3x - 3 = 12$$

$$\text{จะได้ } 3x = 12 + 3$$

$$x = \frac{15}{3}$$

$$x = 5$$

แทน  $x$  ด้วย 5 ในสมการ  $3x - 3 = 12$

$$\text{จะได้ } 3(5) - 3 = 12$$

$$15 - 3 = 12$$

$$12 = 12 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 5 เป็นคำตอบของสมการ  $3x - 3 = 12$       $\square$

### 3) การนำเสนอคำตอบผิด

ตัวอย่างการนำเสนอคำตอบผิด

ข้อ 6 จงหาจำนวนจำนวนหนึ่งที่มีสามหลัก ซึ่งผลบวกของเลขโดดแต่ละหลักเท่ากับ 18 เลขโดดในหลักหน่วยเป็นสามเท่าของเลขโดดในหลักสิบ และเลขโดดในหลักร้อยเป็นสองเท่าของเลขโดดในหลักสิบ พร้อมทั้งอธิบายวิธีการตรวจสอบคำตอบ

#### วิธีทำ

$$2x + x + 3x = 18$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{18}{6}$$

$$x = 3$$

การนำเสนอคำตอบผิด

$$\text{ตรวจสอบคำตอบ } 2(3) + 3 + 3(3) = 18$$

$$18 = 18 \quad \square$$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่นำเสนอคำตอบผิด

ผู้วิจัย : โจทย์ข้อนี้นักเรียนตอบเท่าไร

นักเรียน : ตอบ  $x = 3$  ค่ะ

ผู้วิจัย :  $x$  คืออะไร

นักเรียน :  $x$  คือ จำนวนที่โจทย์ต้องการค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนมั่นใจในคำตอบหรือไม่

นักเรียน : มั่นใจค่ะ  $x = 3$

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้แต่นักเรียนไม่เข้าใจหลักการตอบ คือ ตอบคำถามไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ

#### สาเหตุการนำเสนอคำตอบผิด

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึกของนักเรียน พบว่า สาเหตุการนำเสนอคำตอบผิด เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจหลักในการตอบ ตอบคำถามไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ ไม่สามารถนำเสนอคำตอบให้บุคคลอื่นเข้าใจได้

ที่ถูกต้องคือ ให้  $x$  แทนเลขโดดในหลักสิบ

เลขโดดในหลักหน่วยเป็นสามเท่าของเลขโดดในหลักสิบเป็น  $3x$

เลขโดดในหลักร้อยเป็นสองเท่าของเลขโดดในหลักสิบเป็น  $2x$

เนื่องจากผลบวกของเลขโดดแต่ละหลักเท่ากับ 18

จะได้สมการเป็น  $x + 3x + 2x = 18$

$$6x = 18$$

$$x = 3$$

ถ้าเลขโดดในหลักสิบคือ 3

เลขโดดในหลักหน่วยคือ  $3 \times 3 = 9$

เลขโดดในหลักร้อยคือ  $2 \times 3 = 6$

ผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลัก  $3 + 9 + 6 = 18$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้นจำนวนที่ต้องการทราบคือ 639

ตอบ                    639                    □

## 2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์และภาษา

### 1) การบิดเบือนสมบัติและหลักการในการแก้สมการ

ตัวอย่างการบิดเบือนสมบัติและหลักการในการแก้สมการ

ข้อ 5 จงแก้สมการ  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$  พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ

$$\frac{3x}{4} - \frac{5 \times 2}{2 \times 2} = -7$$

$$\frac{3x}{4} - \frac{10x}{4} = -7$$

$$\frac{-7x}{4} + 7 = -7 + 7$$

$$\frac{x}{4} = 0$$

$$\frac{x}{4}(4) = 0(4)$$

$$x = 4$$

การบิดเบือนสมบัติและหลักการ  
ในการแก้สมการ

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า  $x$  ด้วย  $4$  ในสมการ  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$

$$\frac{3}{4}(4) - \frac{5}{2}(4) = -7$$

$$\frac{12}{4} - \frac{20 \times 2}{2 \times 2} = -7$$

$$\frac{12-40}{4} = -7$$

$$\frac{-28}{4} = -7$$

ดังนั้น  $-7 = -7$   $\square$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่บิดเบือนสมบัติและหลักการในการแก้สมการ

ผู้วิจัย : จาก  $\frac{-7x}{4} + 7 = -7 + 7$  นักเรียนใช้สมบัติอะไรในการแก้สมการ

นักเรียน : สมบัติการบวกค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนใช้สมบัติการบวกอย่างไร

นักเรียน : จาก  $\frac{-7x}{4}$  จะกำจัด  $-7$  หนุจึงนำ  $7$  มาบวกเข้าทั้งสองข้างค่ะ

ผู้วิจัย : ทำไมนักเรียนถึงคิดแบบนั้น

นักเรียน : เพราะหนูเข้าใจว่า เราต้องกำจัดจำนวนทุกจำนวนที่ติดอยู่กับ  $x$  เพื่อจะหาค่า  $x$  ค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่ามีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ที่จะทำให้ได้ค่า  $x$

นักเรียน : หนูคิดว่าไม่น่าจะมีแล้วค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติและหลักการในการแก้สมการ

#### สาเหตุการบิดเบือนสมบัติและหลักการในการแก้สมการ

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึกของนักเรียน พบว่า สาเหตุการบิดเบือนสมบัติและหลักการในการแก้สมการ เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติและหลักการในการแก้สมการ

ที่ถูกต้องคือ

จาก  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$

จะได้  $-\frac{7}{4}x = -7$

$$-7x = -7 \times 4$$

$$x = \frac{-28}{-7}$$

$$x = 4$$

แทน  $x$  ด้วย 4 ในสมการ  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$

จะได้  $\frac{3}{4}(4) - \frac{5}{2}(4) = -7$

$$\frac{12}{4} - \frac{20}{2} = -7$$

$$-7 = -7 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 4 เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$   $\square$

## 2) การใช้สัญลักษณ์วงเล็บปิด

ตัวอย่างการใช้สัญลักษณ์วงเล็บปิด

ข้อ 7 เพื่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 13 บาท จงหาจำนวนเงินที่เพื่อนำมาสมทบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \frac{x+50}{5} &= 13 && \swarrow \text{การใช้สัญลักษณ์วงเล็บปิด} \\ \frac{x+50(5)}{5} &= 13(5) \\ x+50 &= 65 \\ x+50-50 &= 65-50 \\ x &= 15 \quad \square \end{aligned}$$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่ใช้สัญลักษณ์วงเล็บปิด

**ผู้วิจัย :** จาก  $\frac{x+50}{5} = 13$  นักเรียนทำอะไรเป็นลำดับแรก

**นักเรียน :** กำจัด 5 โดยนำ 5 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ  
จะได้  $x+50 = 65$

**ผู้วิจัย :** นักเรียนเขียนแบบนี้คิดว่าทำถูกแล้วหรือยัง

**นักเรียน :** ถูกแล้วค่ะ เพราะว่า คุณครูเคยบอกว่าเครื่องหมายวงเล็บใช้แทนการคูณได้

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจความหมายการใช้สัญลักษณ์วงเล็บแทนการคูณ จึงทำให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ผิด

### สาเหตุการใช้สัญลักษณ์วงเล็บปิด

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุการใช้สัญลักษณ์วงเล็บปิดเนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจความหมายการใช้สัญลักษณ์วงเล็บแทนการคูณ

**ที่ถูกต้องคือ** ให้  $x$  แทนเงินจำนวนหนึ่งที่เพื่อนำมาสมทบกับเงินแม่  
เพื่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่เป็น  $x + 50$   
นำไปแบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 13 บาท

$$\begin{aligned} \text{จะได้สมการเป็น} \quad \frac{x + 50}{5} &= 13 \\ x + 50 &= 65 \\ x &= 65 - 50 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

ถ้าเงินจำนวนหนึ่งที่พ่อนำมาสมทบกับเงินแม่คือ 15 บาท  
เมื่อรวมกับเงินแม่ 50 บาท แล้วเป็น  $15 + 50 = 65$  บาท  
แบ่งให้ลูก 5 คน คนละเท่าๆกัน จะได้  $65 \div 5 = 13$   
ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์  
ดังนั้น พ่อนำเงินมาสมทบกับเงินแม่อีก 15 บาท  $\square$

### 3) การบิดเบือนสมบัติการแจกแจง

ตัวอย่างการบิดเบือนสมบัติการแจกแจง

ข้อ 4 จงแก้สมการ  $4x+3(x-5)=0$  พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 4x + 3(x-5) &= 0 && \leftarrow \text{การบิดเบือนสมบัติ} \\ 4x + 3x - 5 &= 0 && \text{การแจกแจง} \\ 7x - 5 &= 0 \\ 7x &= 0 + 5 \\ \frac{7x}{7} &= \frac{5}{7} \\ x &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า  $x$  ด้วย  $\frac{5}{7}$  ในสมการ  $4x+3(x-5) = 0$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 4\left(\frac{5}{7}\right) + 3\left(\frac{5}{7} - 5\right) &= 0 \\ \frac{20}{7} + \frac{15}{7} - 5 &= 0 \\ \frac{20}{7} + \frac{15}{7} - \frac{35}{7} &= 0 \\ 0 &= 0 \quad \square \end{aligned}$$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่บิดเบือนสมบัตการแจกแจง

- ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีการคิดอย่างไรจึงได้  $4x+3x-5=0$
- นักเรียน : คุณ 3 เข้ากับตัวแปร  $x$  ค่ะ
- ผู้วิจัย : ทำไมจึงนำ 3 คูณกับตัวแปร  $x$
- นักเรียน : เพราะว่า 3 อยู่ติดกับ  $x$  ถ้าไม่มีสัญลักษณ์ใดๆ คั่นหรือถ้าเป็นวงเล็บคุณครูเคยบอกมาให้เอามาคูณกันค่ะ
- ผู้วิจัย : แล้วในลักษณะแบบนี้ต้องนำ 3 คูณกับ 5 ด้วยหรือไม่
- นักเรียน : ไม่ค่ะ เพราะหน้า 5 มีสัญลักษณ์ลบ
- ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าทำถูกแล้วหรือยัง
- นักเรียน : ถูกแล้วค่ะ เพราะหนูตรวจสอบคำตอบแล้วได้  $0=0$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริงค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจสมบัตการแจกแจง จึงทำผิด

#### สาเหตุการบิดเบือนสมบัตการแจกแจง

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุการบิดเบือนสมบัตการแจกแจง เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจสมบัติพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ โดยไม่เข้าใจสมบัตการแจกแจง

#### ที่ถูกต้องคือ

$$\text{จาก } 4x+3(x-5) = 0$$

$$\text{จะได้ } 4x+3x-15 = 0$$

$$4x+3x = 15$$

$$7x = 15$$

$$x = \frac{15}{7}$$

$$\text{แทน } x \text{ ด้วย } \frac{15}{7} \text{ ในสมการ } 4x+3(x-5)=0$$

$$\text{จะได้ } 4\left(\frac{15}{7}\right) + 3\left(\left(\frac{15}{7}\right)-5\right) = 0$$

$$\left(\frac{60}{7}\right) + 3\left(-\frac{20}{7}\right) = 0$$

$$0 = 0$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{15}{7} \text{ เป็นคำตอบของสมการ } 4x+3(x-5)=0 \quad \square$$



## 4) การตีความด้านภาษาผิด

ตัวอย่างการตีความด้านภาษาผิด

ข้อ 7 พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 13 บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

วิธีทำ

$$x + 50 - 5 = 13 \quad \leftarrow \text{การตีความด้านภาษาผิด}$$

$$x + 45 = 13$$

$$x + 45 - 45 = 13 - 45$$

$$x = -32$$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า  $x$  ด้วย  $-32$  ลงในสมการ  $x + 50 - 5 = 13$

$$\text{จะได้ } -32 + 50 - 5 = 13$$

$$18 - 5 = 13 \quad \square$$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่ตีความด้านภาษาผิด

**ผู้วิจัย :** นักเรียนอธิบายวิธีการหาเงินจำนวนที่พ่อนำมาสมทบกับเงิน 50 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 13 บาท

**นักเรียน :** จากโจทย์เขียนประโยคสัญลักษณ์ออกมาได้  
 $x + 50 - 5 = 13$

**ผู้วิจัย :** คิดอย่างไรนักเรียนถึงได้ประโยคสัญลักษณ์ออกมาแบบนี้

**นักเรียน :** เงินที่พ่อนำมาสมทบเรายังไม่ทราบให้แทนด้วยตัวแปร  $x$  รวมกับเงินของแม่ 50 บาท จะได้  $x + 50$  แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 13 บาท จะได้  $x + 50 - 5 = 13$

**ผู้วิจัย :** นักเรียนคิดว่านักเรียนทำถูกแล้วหรือยัง แบ่งให้ลูกนักเรียนมั่นใจหรือไม่ว่าต้องนำมาลบออก

**นักเรียน :** หนูคิดว่าถูกแล้วค่ะ การแบ่งคือการลบออกไป และหนูตรวจสอบคำตอบแล้วก็ได้สมการที่เป็นจริง

**ผู้วิจัย :** แล้วสรุปว่าพ่อมีเงินอยู่เท่าไร

**นักเรียน :** 32 บาท ค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยค  
สัญลักษณ์ได้

#### สาเหตุการตีความด้านภาษาผิด

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน  
เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุการตีความด้านภาษาผิด  
เนื่องจาก นักเรียนขาดทักษะในการอ่านแปลความหมาย ไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้  
เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ จึงไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้

#### ที่ถูกต้องคือ

ให้  $x$  แทนเงินจำนวนหนึ่งที่พ่อนำมาสมทบกับเงินแม่

พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่เป็น  $x + 50$

นำไปแบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 13 บาท

จะได้สมการเป็น  $\frac{x + 50}{5} = 13$

$$x + 50 = 65$$

$$x = 65 - 50$$

$$x = 15$$

ถ้าเงินจำนวนหนึ่งที่พ่อนำมาสมทบกับเงินแม่คือ 15 บาท

เมื่อรวมกับเงินแม่ 50 บาท แล้วเป็น  $15 + 50 = 65$  บาท

แบ่งให้ลูก 5 คน คนละเท่าๆกัน จะได้  $65 \div 5 = 13$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้นพ่อนำเงินมาสมทบกับเงินแม่อีก 15 บาท



## 2.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร

### 1) การมองข้ามตัวแปร

ตัวอย่างการมองข้ามตัวแปร

ข้อ 5 จงแก้สมการ  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$  พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x &= -7 \\ x + \frac{3}{4} - \frac{5}{2} &= -7 \quad \leftarrow \text{การมองข้ามตัวแปร} \\ x + \frac{3}{4} - \frac{10}{4} &= -7 \\ x - \frac{7}{4} &= -7 \\ x - \frac{7}{4} + \frac{7}{4} &= -7 + \frac{7}{4} \\ x &= \frac{14}{4} \quad \square \end{aligned}$$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่มองข้ามตัวแปร

ผู้วิจัย : นักเรียนอธิบายวิธีแก้สมการ  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$  ว่ามีวิธีการคิดอย่างไร

นักเรียน : จาก  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$  ผังซ้ายมี x เหมือนกัน ดึงออกมาแล้วนำ  $\frac{3}{4} - \frac{5}{2}$  ค่ะ จากนั้นก็แก้สมการหาค่า x จะได้  $x = \frac{14}{4}$  ค่ะ

ผู้วิจัย : ทำไมถึงทำแบบนี้

นักเรียน : เพราะหนูคิดว่ามี x เหมือนกันก็ดึงออกมาแล้วนำจำนวนที่เหลือมาบวก ลบกันค่ะ

ผู้วิจัย : มีวิธีการอื่นในการหาคำตอบหรือไม่

นักเรียน : หนูคิดว่าไม่น่าจะมีนะค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจหลักในการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนสองจำนวนซึ่งคิดตัวแปรเหมือนกัน จึงนำเฉพาะสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรมาดำเนินการกัน

### สาเหตุการมองข้ามตัวแปร

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุการมองข้ามตัวแปร เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจหลักการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร ไม่สามารถบวก ลบ คูณ หาร จำนวนสองจำนวนซึ่งติดตัวแปรเหมือนกันได้

ที่ถูกต้องคือ จาก  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$

จะได้  $-\frac{7}{4}x = -7$

$$-7x = -7 \times 4$$

$$x = \frac{-28}{-7}$$

$$x = 4$$

แทน x ด้วย 4 ในสมการ  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$

จะได้  $\frac{3}{4}(4) - \frac{5}{2}(4) = -7$

$$\frac{12}{4} - \frac{20}{2} = -7$$

$$-7 = -7$$

ดังนั้น 4 เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}x = -7$  □

### 2) การนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร

ตัวอย่างการนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร

ข้อ 8 จงแก้สมการ  $4x + 3(x - 5) = 0$  พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ  $4x + 3(x - 5) = 0$

$$4x + 3x - 15 = 0$$

$$7x - 15 = 0$$

← การนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร

$$\textcircled{-8x = 0}$$

$$-8x \left( \frac{1}{8} \right) = 0 \left( \frac{1}{8} \right)$$

$$x = 0$$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า  $x$  ด้วย 0 ในสมการ  $4x+3(x-5)=0$

$$\text{จะได้ } 4x+3x-15 = 0$$

$$7(0)+3(0)-15 = 0$$

$$10(0)-15 = 0$$

$$-5(0) = 0$$

$$0 = 0 \quad \square$$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่นำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร

**ผู้วิจัย** : ทำไมนักเรียนจึงนำ  $7x-15$

**นักเรียน** : หนูคิดว่าต้องทำฝั่งซ้ายให้เหลือพจน์เดียวเพื่อที่จะหาค่า  $x$

**ผู้วิจัย** : นักเรียนมั่นใจในคำตอบแล้วหรือยัง

**นักเรียน** : มั่นใจค่ะ เพราะหนูตรวจสอบคำตอบแล้วได้สมการที่เป็นจริง

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจหลักในการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนสองจำนวนซึ่งจำนวนหนึ่งติดตัวแปรอีกจำนวนหนึ่งเป็นค่าคงที่ นักเรียนจะนำมาบวก ลบ คูณ หารกันเลยเพื่อให้ได้คำตอบ

**สาเหตุการนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร**

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุการนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจหลักการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร ไม่เข้าใจว่าจำนวนสองจำนวนถ้าจำนวนหนึ่งติดตัวแปรอีกจำนวนหนึ่งเป็นค่าคงที่อยู่ในประโยคสัญลักษณ์เดียวกันจะแก้ปัญหายังไง

**ที่ถูกต้องคือ** จาก  $4x+3(x-5) = 0$

จะได้  $4x+3x-15 = 0$

$$4x+3x = 15$$

$$7x = 15$$

$$x = \frac{15}{7}$$

แทน  $x$  ด้วย  $\frac{15}{7}$  ในสมการ  $4x+3(x-5)=0$

$$\text{จะได้} \quad 4\left(\frac{15}{7}\right) + 3\left(\frac{15}{7}-5\right) = 0$$

$$\left(\frac{60}{7}\right) + 3\left(-\frac{20}{7}\right) = 0$$

$$0 = 0$$

ดังนั้น  $\frac{15}{7}$  เป็นคำตอบของสมการ  $4x+3(x-5)=0$   $\square$

### 3) การเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่

ตัวอย่างการเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่

ข้อ 4 จงแก้สมการ  $4x+3(x-5)=0$  พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ

$$4x+3(x-5) = 0$$

$$4(1)+3(1)-5 = 0$$

$$4(1)+3(1)-5+5 = 5$$

$$3+2 = 5$$

$$5 = 5$$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า  $x$  ด้วย 5 ในสมการ  $4x+3(x-5)=0$

$$\text{จะได้} \quad 5-5 = 0$$

$$0 = 0 \quad \square$$

ตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายที่เปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่

ผู้วิจัย : จากโจทย์นักเรียนนำ 1 ไปแทนค่าตัวแปร  $x$  ทำไมนักเรียนจึงทำแบบนั้น

นักเรียน : เพื่อที่จะได้คำตอบออกมาค่ะ

ผู้วิจัย : มีวิธีการหาคำตอบอื่นอีกหรือไม่

นักเรียน : หนูคิดว่าต้องหาจำนวนมาแทนค่า  $x$  ค่ะถึงจะได้คำตอบ

ผู้วิจัย : จาก  $4(1)+3(1)-5+5 = 5$  แล้ว  $3+2 = 5$  มาจากไหน

นักเรียน : เมื่อฝั่งขวาเป็น 5 หนูคิดว่าฝั่งซ้ายต้องหาจำนวนสองจำนวนที่บวกกันแล้วได้ 5 เพื่อให้สมการเป็นจริง

**ผู้วิจัย** : แล้วในขั้นตรวจสอบคำตอบ  $5-5 = 0$  นักเรียนได้มาอย่างไร

**นักเรียน** : เพราะว่า  $x = 5$  หาจำนวนที่ลบห้าแล้วได้ศูนย์ค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปรไม่สามารถดำเนินการกับจำนวนที่ติดตัวแปรได้ จึงนำค่าคงที่มาแทนค่าตัวแปรเพื่อให้ได้คำตอบ

**สาเหตุการเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่**

จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต และการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า สาเหตุการเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่ เนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจหลักการดำเนินการเกี่ยวกับตัวแปร

**ที่ถูกต้องคือ**

จาก  $4x+3(x-5) = 0$

จะได้  $4x+3x-15 = 0$

$$4x+3x = 15$$

$$7x = 15$$

$$x = \frac{15}{7}$$

แทน  $x$  ด้วย  $\frac{15}{7}$  ในสมการ  $4x+3(x-5)=0$

จะได้  $4\left(\frac{15}{7}\right) + 3\left(\left(\frac{15}{7}\right) - 5\right) = 0$

$$\left(\frac{60}{7}\right) + 3\left(-\frac{20}{7}\right) = 0$$

$$0 = 0$$

ดังนั้น  $\frac{15}{7}$  เป็นคำตอบของสมการ  $4x+3(x-5)=0$  □