

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ข้อผิดพลาด
3. มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
5. ตัวแปรทางพีชคณิต
6. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต
7. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
8. แบบทดสอบ
9. การสัมภาษณ์
10. การหาคุณภาพเครื่องมือ
11. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงรายละเอียดของหลักสูตรตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิด
สร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์
ได้อย่างถี่ถ้วนช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้าน
วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วย
พัฒนาชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีความสุข

2. เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่าง
ต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบ
จำนวน จริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การ
แก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วย
วัดระบบต่างๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด
และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

เรขาคณิต : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ
การนี้กภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต
(Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection)
และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต : แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต
การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต
อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิยาม (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปล ความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สรุปได้ว่า สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่บ่งบอกถึงความคาดหวัง หรือจุดหมายปลายทางของการเรียน คณิตศาสตร์ว่า อะไรคือสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนทุกคนรู้และปฏิบัติได้ เพื่อการดำเนินชีวิตเป็น พลเมืองดีในสังคม และสำหรับการศึกษาต่อในระดับสูงต่อไป

4. คุณภาพผู้เรียน

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและ รากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับ จำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และ ปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัด ในระบบต่างๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำ ความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียน และสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่ง ได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการ และความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric - transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้

5. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหา

7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูล โดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สรุปได้ว่า คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นเป้าหมายความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่คาดหวังให้ได้ตามมาตรฐานของหลักสูตร เพื่อให้ครูสอนคณิตศาสตร์นำไปเป็นแนวทางในการวางแผนและจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับที่สอนต่อไป

5. คำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน

คำอธิบายรายวิชา ค 22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 4 เวลา 3 ชั่วโมง/สัปดาห์/ภาคเรียน จำนวน 1.5 หน่วยกิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 กล่าวไว้ดังนี้

ศึกษา ฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อันได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในสาระต่อไปนี้

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ รากที่สอง รากที่สาม

การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การนำไปใช้

เส้นขนาน เส้นขนานและมุมภายใน เส้นขนานและมุมแย้ง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันทีใกล้เคียงให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิดทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

รหัสตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/1, ม.2/2, ม.2/3, ม.2/4

ค 1.2 ม.2/1, ม.2/2, ม.2/3

ค 3.2 ม.2/1, ม.2/2, ม.2/3, ม.2/4

ค 4.2 ม.2/1

ค 6.1 ม.2/1, ม.2/2, ม.2/3, ม.2/4, ม.2/5, ม.2/6

สรุปได้ว่า คำอธิบายรายวิชา เป็นขอบข่ายเนื้อหาที่ทำการสอนรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ประกอบด้วยชื่อ รหัสวิชา ชื่อรายวิชา จำนวนชั่วโมงต่อปี จำนวนหน่วยกิต ชั้น ภาคเรียนที่ สาระการเรียนรู้ และรหัสตัวชี้วัดที่สอดคล้องกับมาตรฐานในหลักสูตร

6. การวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้

การวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับมาตรฐานและตัวชี้วัด จำนวนชั่วโมง และน้ำหนักคะแนน ภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค22102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน เป็นดังนี้

ตารางที่ 1 การวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้

ลำดับ ที่	มาตรฐานการเรียนรู้ /ตัวชี้วัด	ชื่อหน่วยการเรียนรู้/สาระสำคัญ	เวลา (ชม.)	คะแนน
1	ค 3.2 ม 2/1	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	13	11
	ค 3.2 ม 2/2	- สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	3	2
	ค 3.2 ม 2/3	- ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	5	5
		- บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	5	4
2	ค 1.1 ม 2/1	ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง	16	14
	ค 1.1 ม 2/2	- จำนวนตรรกยะ	3	3
	ค 1.1 ม 2/3	- จำนวนอตรรกยะ	4	3
	ค 1.1 ม 2/4	- รากที่สอง	4	4
	ค 1.2 ม 2/1	- รากที่สาม	5	4
	ค 1.2 ม 2/2			
	ค 1.2 ม 2/3			
สอบกลางภาค			1	20

ลำดับ ที่	มาตรฐานการเรียนรู้ /ตัวชี้วัด	ชื่อหน่วยการเรียนรู้/สาระสำคัญ	เวลา (ชม.)	คะแนน
3	ค 4.2 ม 2/1	การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	14	12
		- ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	7	4
		- การนำไปใช้	7	8
4	ค 3.2 ม 2/3 ค 3.2 ม 2/4	เส้นขนาน	15	13
		- เส้นขนานและมุมภายใน	3	3
		- เส้นขนานและมุมแย้ง	4	3
		- เส้นขนานและมุมภายนอก กับมุมภายใน	5	4
		- เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	3	3
สอบปลายภาค			1	30
รวม			60	100

สรุปได้ว่า ตารางการวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ เป็นการแสดงสัดส่วนความสำคัญของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับมาตรฐาน ตัวชี้วัดที่ต้องการ ซึ่งมีประโยชน์ต่อการกำหนดน้ำหนักชั่วโมงสอน น้ำหนักคะแนนของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ และการวัดผลการศึกษา

ดังนั้น จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ข้างต้น ประกอบด้วย ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์ สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คำอธิบายรายวิชา และการวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ เป็นกรอบและทิศทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีคุณภาพด้านความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคม

ข้อผิดพลาด

ข้อผิดพลาด (Mistakes) เป็นผลที่เกิดจากการขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดความเอาใจใส่และขาดการตรวจสอบ ซึ่งในการทำกิจกรรมใดๆนั้นถ้าเกิดข้อผิดพลาดแล้วก็จะทำให้ไม่ประสบความสำเร็จในสิ่งที่ทำ

1. ความหมายของข้อผิดพลาด

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของข้อผิดพลาด ไว้ดังต่อไปนี้

Marinas and Clements (1990 : 15) กล่าวว่า ข้อผิดพลาด คือ สาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคในการเรียนให้มีประสิทธิภาพ

Drews (2005 : 14-21) กล่าวว่า ข้อผิดพลาด คือ สิ่งที่เกิดจากการขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดการเอาใจใส่ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบ การแปลความผิด การขาดประสบการณ์หรือความรู้ที่เกี่ยวข้องในเรื่องที่เรียน หรือข้อผิดพลาดอาจเป็นผลที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

Ashlock (2010 : 18) กล่าวว่า ข้อผิดพลาด คือ สิ่งที่เกิดจากการขาดความใส่ใจ เกิดจากการได้รับข้อมูลมากเกินไป พลาดที่จะจดจำประเด็นสำคัญ หรือให้เหตุผลที่ขาดการไตร่ตรอง

<https://www.ncetm.org.uk/mathemapedia/Misconceptions>. (Retrieved November 20, 2015) กล่าวว่า ข้อผิดพลาด คือ สิ่งที่เกิดจากการที่ครูให้ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ไม่เหมาะสมกับวัยและวุฒิภาวะตลอดจนพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียนทำให้เกิดการสับสน สงสัยและเข้าใจผิด หรือ ข้อผิดพลาดอาจเกิดจากการใช้สื่ออุปกรณ์ในบริบทที่ไม่เหมาะสมทำให้นักเรียนเกิดความสับสน ไม่แน่ใจ และเข้าใจผิด

สรุปได้ว่า ข้อผิดพลาด หมายถึง สิ่งที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคในการเรียน เกิดจากการขาดความเอาใจใส่ ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล ขาดประสบการณ์และความรู้ หรืออาจเกิดจากความสับสน ไม่แน่ใจ

2. ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2537 : 44) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกได้ 6 ประเภท ดังนี้

1. ข้อผิดพลาดจากการไม่ตอบของเด็ก
2. ข้อผิดพลาดอย่างสุ่ม อาจเกิดจากการเลินเล่อ หรือไม่รู้ว่าจะทำอย่างไรจึงคิดวิธีการขึ้นมาเอง
3. ข้อผิดพลาดที่สัมพันธ์กับการเรียนรู้มโนทัศน์
4. ข้อผิดพลาดที่สัมพันธ์กับลำดับขั้นตอนในการแสดงวิธีทำ
5. ข้อผิดพลาดที่สัมพันธ์กับการเลือกวิธี คือ ทำผิดเพราะไปทำวิธีที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้
6. ข้อผิดพลาดที่สัมพันธ์กับการเรียน

Inbar (1987 : 3-14) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถจัดกลุ่มได้ 6 ด้าน ดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีบทและนิยาม
5. การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความผิดพลาดในเทคนิคการทำ

Blando et al (1989 : 301 -308) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกได้ 4 ลักษณะ ดังนี้

1. ข้อผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการมีลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ข้อผิดพลาดด้านการละเลยข้อมูลที่จำเป็น
3. ข้อผิดพลาดด้านแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์
4. ข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

สรุปได้ว่า ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกออกได้หลายแบบ ซึ่งอาจเป็นข้อผิดพลาดจากเด็ก คือ การไม่รู้ว่าจะทำอย่างไรจึงคิดวิธีการขึ้นมาเอง ข้อผิดพลาดที่สัมพันธ์กับการเรียนรู้โมโนทัศน์ การใช้ข้อมูล การใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ข้อผิดพลาดด้านการละเลยข้อมูลที่จำเป็น และข้อผิดพลาดด้านการคิดคำนวณเนื่องจากขาดความระมัดระวัง

มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. มโนทัศน์

มโนทัศน์ (Concept) เป็นภาพรวมขององค์ความรู้ที่เกิดขึ้นแก่ผู้เรียน การสร้างมโนทัศน์จะต้องมีการรับรู้สิ่งต่างๆ อาจจะเป็นประสบการณ์เดิม ความรู้เดิมบวกกับการแสวงหาความรู้ใหม่นำมาผสมผสานกัน การที่ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหาใดๆย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน ดังนั้นมโนทัศน์จึงมีความสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนรู้

1.1 ความหมายของมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546 : 2) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน ภาพตัวแทน หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิดหรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะต่างๆ ไปคล้ายกัน

Guildford (1967 : 1-3) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง สัญลักษณ์อย่างหนึ่งที่ได้มาจากประสบการณ์ของการพบเห็นสิ่งต่างๆ โดยรู้จัก แยกแยะสิ่งเหล่านั้นออกเป็นจำพวก และในจำพวกหนึ่งๆ จะมีลักษณะร่วมกันอยู่ เช่น เมื่อเราเห็นแมวหลายๆ ตัว เราจะมีลักษณะร่วมของแมว นั่นหมายความว่าเรามีมโนทัศน์เกี่ยวกับแมวเกิดขึ้น

McDonald (1967 : 184) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจและความคิดขั้นสุดท้ายของคนคนหนึ่งที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นนามธรรมและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้นในระยะหนึ่งหรือตลอดไปก็ได้

De Cecco (1968 : 275) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง กลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกัน อาจจะแยกออกเป็นประเภทของสิ่งของ การกระทำหรือความคิด

Klausmeier (1985 : 275) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง สิ่งที่จะทำให้เราทราบคุณลักษณะของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่างๆ ออกจากสิ่งอื่นได้ ในขณะที่เดียวกันก็สามารถโยงเข้ากับกลุ่ม/ประเภทเดียวกันได้

McCown and Roup (1992 : 338) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้หรือการสังเกต วัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกัน หรือเหมือนกัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่างๆเข้าด้วยกัน และสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

Arends (1994 : 299) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆรอบตัว และสามารถบอกความเหมือนและความแตกต่างได้

Goodwin and Klausmeier (1995 : 303) กล่าวว่า มโนทัศน์ จะบอกให้เราทราบถึงลักษณะของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่างๆ นั้นออกจากสิ่งอื่นได้ และในขณะที่เดียวกันก็สามารถเชื่อม โยงเข้ากับกลุ่มของสิ่งของประเภทเดียวกันได้ เราสามารถพูดถึงได้สองลักษณะ คือ Mental Construct เป็นมโนทัศน์ที่ขึ้นอยู่กับประสบการณ์การเรียนรู้โดยเฉพาะของแต่ละบุคคล ซึ่งจะมีอิทธิพลต่อการที่คนจะคิดเกี่ยวกับสิ่งต่างๆรอบๆตัว และ Public Entity ได้แก่ความหมายของคำต่างๆที่จะพบในพจนานุกรม สารานุกรม และตามหนังสือต่างๆ ซึ่งความหมายเหล่านี้จะเป็นที่รับรู้ร่วมกันในกลุ่มคนที่พูดภาษาเดียวกัน

Beeth and Hennessey (1996 : 5) กล่าวว่า มโนทัศน์เกี่ยวข้องกับความเข้าใจ ความมีเหตุผล และความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่ได้รับจากประสบการณ์ ไม่ว่าจะเป็นการสังเกตวัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆแล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของสิ่งเหล่านั้นออกเป็นหมวดหมู่ได้ และในขณะที่เดียวกันก็สามารถเชื่อม โยงเข้ากับกลุ่ม/ประเภทเดียวกันได้ ซึ่งความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้นสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้

1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546 : 58-59) กล่าวว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่างๆเป็นกรอบต้นแบบหรือ

โครงสร้างคร่าวๆของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่างๆจะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่าข้อสมมติหรือการคาดเดาวาน่าจะเป็น สิ่งนั้น สิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจเพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

สุรางค์ โคว์ตระกูล (2553 : 32) กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิดมนุษย์ เพราะ มโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่จะเผชิญได้ นอกจากนี้ มโนทัศน์ที่ดียังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะทำให้มนุษย์มีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

Cooney et al (1975 : 89-90) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ 3 ประการ ได้แก่ ประการแรก การให้เหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์เรื่อง จำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวนจำนวนหนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น ประการที่สอง มโนทัศน์ช่วยให้วางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่นๆที่นอกเหนือจากได้ให้ความหมายไว้ และประการที่สาม มโนทัศน์จะทำให้เรากลับพบความรู้ใหม่

Cockburn and Littler (2010 : 3-6) กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากมโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นๆ ได้ถึงระดับสูงสุด และยังช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้อย่างรวดเร็วยิ่งขึ้น มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์พื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และยังช่วยให้สามารถแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ ในการเริ่มต้นเรียนรู้เรื่องต่างๆ การสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียนจึงเป็นเรื่องที่สำคัญที่สุด

สรุปได้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญในการจัดการเรียนรู้ ช่วยในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล เป็นรากฐานของความคิด ช่วยจัดระบบการคิดไม่ให้ซับซ้อน ช่วยให้สามารถแก้ปัญหา และช่วยให้สามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องต่างๆ ได้ถึงระดับสูงสุด

1.3 ประเภทของมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงประเภทของมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

ประยูร อาษานาม (2537 : 21) กล่าวว่า มโนทัศน์จำแนกได้ 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติ (Qualitative Concepts) เป็นการจำแนกสิ่งต่างๆ ตามขนาด รูปร่าง และสี เป็นต้น ซึ่งสามารถรับรู้และสัมผัสได้
2. มโนทัศน์เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concepts) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ

สุวัฒน์ เอี่ยมอรพรรณ (2549 : 33) กล่าวว่า ประเภทของมโนทัศน์สามารถจำแนกออกได้เป็น 2 ประเภท คือ มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น และมโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดและประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว โຕ้ะ เก้าอี้ เป็นต้น

Russell (1961 : 124-155) กล่าวว่า มโนทัศน์แบ่งได้เป็น 8 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับจำนวน การวัด
2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concept of Time) คือ มโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวกับเวลา
3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับเวลาและการวัด เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอน เวลา และปรากฏการณ์ต่างๆ
4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Self Concept) คือ การที่บุคคลมีความรู้สึกรู้ว่าตัวเองคือใคร เป็นอะไร และเป็นอย่างไร
5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concept) คือ มโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศิลธรรม
6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concept) คือ มโนทัศน์ซึ่งสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับความสวยงาม และขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ทางสังคม
7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Humour Concept) คือ มโนทัศน์ที่อยู่ในขอบข่ายของสังคมนั้น เช่น อาจเป็นสิ่งขบขันในสังคมหนึ่งแต่ไม่อาจขบขันในอีกสังคมหนึ่ง
8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concept)

Travers Robert (1967 : 137-138) กล่าวว่า มโนทัศน์สามารถจำแนกออกได้เป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมมุติเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือ สิ่งเร้าที่เราพบเห็นโดยทั่วไปมีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน มักเป็นมโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunctive Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เป็นโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนกหรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท สัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (Zero) : วงกลมตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เป็นโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน เช่น การทำไม้จืดไฟไปสัมพันธ์กับบุหรี่ปริมาณ เพราะเราใช้ไม้จืดไฟจุดบุหรี่ปริมาณ หรือภายในเงินได้สัมพันธ์กับรายได้

Gibson (1980 : 276) กล่าวว่า มโนทัศน์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ประเภทมโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete Concept) เป็นความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้ เช่น บ้าน หนังสือ สุนัข หรือคุณภาพของวัตถุ เช่น สี ขนาด รูปร่าง และประเภทมโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract Concept) เป็นความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง มีลักษณะเป็นนามธรรม

Klausmeier (1985 : 276) กล่าวว่า มโนทัศน์สามารถจำแนกออกได้ 2 ประเภท คือ Mental Construct เป็นมโนทัศน์ที่ขึ้นกับกระบวนการเรียนรู้โดยเฉพาะของแต่ละคน อันมีอิทธิพลต่อการคิดรอบๆตัว และ Public Entity เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของคำต่างๆ ซึ่งอาจจะพบในพจนานุกรม สารานุกรม ความหมายเหล่านี้เป็นที่รับรู้ร่วมกันในกลุ่มที่ใช้ภาษาเดียวกัน

สรุปได้ว่า ประเภทของมโนทัศน์สามารถจำแนกได้เป็นมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ประกอบด้วย มโนทัศน์เชิงรูปธรรม มโนทัศน์เชิงนามธรรม และมโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น ประกอบด้วย มโนทัศน์ที่ขึ้นกับกระบวนการเรียนรู้ของแต่ละบุคคล มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลา มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ มโนทัศน์ทางสังคม มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ มโนทัศน์เกี่ยวกับความซับซ้อน มโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของคำต่างๆ มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน มโนทัศน์แยกลักษณะ และมโนทัศน์เชิงสัมพันธ์

1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

Russell (1956 : 249) กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์เป็นผลมาจากการรับรู้ความจำ และจินตนาการ รวมทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอกและภายในอินทรีย์ ได้แก่ องค์ประกอบทางอารมณ์ ความตึงเครียด ความต้องการ หรือปัญหาที่ต้องแก้ไข การที่จะสร้างมโนทัศน์ได้

นั้นต้องผ่านกระบวนการ 3 ชั้น คือ การแยกแยะ การย่นย่อ และการสรุปครอบคลุม กระบวนการทั้ง 3 นี้ จะต้องมีการบูรณาการเข้าด้วยกัน และเกิดขึ้นในระหว่างที่มีการสัมผัส (Sensory Impression) การทำงานของกล้ามเนื้อ การใช้กล้ามเนื้อ การตั้งคำถาม การอ่าน และการแก้ปัญหา ซึ่งทั้งหมดนี้จะรวมกันเข้าเป็น โครงสร้างของมโนทัศน์

Bruner et al (1957 : 1) กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทำให้เกิดการเรียนรู้ ที่เป็นระบบ ไม่สับสนและเรียนรู้ง่ายไม่ยุ่งยาก

Podell (1958 : 1-20) กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์มี 2 ลักษณะ คือ ลักษณะการเห็นลักษณะร่วม (Composite Photograph) คือ การที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นหรือเข้าใจลักษณะร่วมกันของวัตถุหรือสถานการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง โดยผู้เรียนมิได้กระทำการ เพื่อค้นหา โททัศน์มากนัก ลักษณะที่สอง การกระทำเพื่อค้นหา โททัศน์ (Active Search) คือ การที่ผู้เรียนต้องการกระทำการกิจกรรมต่างๆ เพื่อค้นหา โททัศน์โดยที่นักเรียนต้องคาดการณ์ไว้ ก่อนล่วงหน้าว่าลักษณะร่วมของสิ่งต่างๆ เหล่านั้นคืออะไร แล้วจึงค่อยทำการกิจกรรมเพื่อเป็นการ ทดสอบการสร้างมโนทัศน์แบบนี้ผู้เรียนไม่ได้ยุ่งยาก แต่ต้องกระทำการกิจกรรมอยู่เสมอ

Krech and Crutchfield (1959 : 464-465) กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ เป็นกระบวนการค้นพบลักษณะบางประการที่เป็นลักษณะร่วมของวัตถุ ซึ่งเป็นจำพวกเดียวกัน เช่น พบว่าหมู ช้าง คน ปลา วาฬ ต่างก็มีต่อมน้ำนมสำหรับเลี้ยงลูกอ่อน ลักษณะร่วมเช่นนี้ แตกต่างไปจากสัตว์จำพวกอื่นๆ การค้นพบลักษณะร่วมนี้เป็นการสร้างมโนทัศน์ของ คำว่า “สัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม” ขึ้น

Bourne (1966 : 24-44) กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์มีดังนี้

1. ทฤษฎีความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง (S.R. Association Theories) กล่าวว่า การมีมโนทัศน์คือ การที่สามารถแยกแยะสิ่งเร้าซึ่งมีลักษณะซับซ้อน (Complex Stimuli) และสามารถมองเห็นลักษณะที่สัมพันธ์กันหรือเหมือนกันในสิ่งเร้าเหล่านั้น

2. ทฤษฎีการสร้างมโนทัศน์โดยอาศัยการทดสอบสมมติฐาน (Theories Based on Hypothesis Testing) ทฤษฎีบทนี้ได้อธิบายการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

2.1 ไม่เลือกตอบสนองต่อคุณลักษณะทั่วไปของสิ่งเร้าแต่จะเลือกตอบสนองเฉพาะลักษณะที่ตั้งสมมติฐานเอาไว้ในใจ

2.2 การตอบสนองตามสมมติฐานที่ตั้งไว้เพื่อทดสอบว่าสมมติฐานนั้นๆ ถูกหรือไม่ ถ้าถูกก็เกิดมโนทัศน์ขึ้นมา ถ้าผิดก็ต้องตั้งสมมติฐานใหม่และทดสอบใหม่

McDonald (1967 : 162) กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนจะผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้ คือ การแยกแยะ (Discrimination) คือ นักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างของสิ่งที่เรียนกับสิ่งอื่นๆ และการสรุปครอบคลุม (Generalization) คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของสิ่งที่เรียนเชื่อมโยงกับสิ่งอื่นๆ ได้

Lovell (1996 : 12-13) กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ มี 3 กระบวนการ คือ การรับรู้ (Perception) การย่อ (Abstraction) และการสรุปครอบคลุม (Generalization) ซึ่งกระบวนการย่อ นับเป็นจุดสำคัญของการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งได้แก่ ลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นจึงสรุปครอบคลุมจนได้ลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบสรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์เป็นผลมาจากการรับรู้ ความจำ จินตนาการ รวมทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอกและภายในอินทรีย์ การที่จะสร้างมโนทัศน์ได้นั้นต้องผ่านกระบวนการต่างๆ คือ การมองสิ่งต่างๆ เป็นรูปธรรม การรับรู้ การย่อ การสรุปครอบคลุม การเห็นลักษณะร่วม ซึ่งกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่เป็นระบบ ไม่สับสน เรียนรู้ง่ายไม่ยุ่งยาก

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

อัมพร ม้าคอนง (2547 : 5) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น เช่น มโนทัศน์ทางการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

Good (1959 : 118) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์ จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ รวมถึงคุณลักษณะ

ภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Donovan and Gerald (1972 : 168) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดของบุคคลซึ่งเป็นนามธรรมเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น สมบัติของวัตถุ หรือเหตุการณ์ต่างๆ โดยสามารถบอกลักษณะร่วมและลักษณะที่แตกต่างของแต่ละมโนทัศน์ได้ เช่น มโนทัศน์ สาม เป็นมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรมที่ใช้แทนความหมายของสิ่งของสามสิ่ง

Cooney et al (1975 : 85) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Bell (1981 : 108) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของหรือเหตุการณ์ใดๆ ที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมีและเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นั่นคือคนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่างๆเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่เป็นสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

Toumasis (1995 : 98) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

Eggen and Kauchak (1996 : 108) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมพื้นผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

Schwarz and Hershkowitz (1999 : 363) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์

Cockburn and Littler (2010 : 3-6) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดสำคัญในการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวนรวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ

หรือความคิดสำคัญเกี่ยวกับลักษณะภายนอกของสิ่งของที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ที่มีการนำมาประมวลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนสามารถแยกแยะวัตถุ เหตุการณ์ ความเข้าใจต่างๆ ออกจากกันได้ สามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้นๆ โดยอาศัยประสบการณ์แล้วนำมาประมวลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

2.2 แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้

Travers (1967 : 142) กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์อย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู ครูจะต้องใช้วิธีสอนให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ซึ่งแนวทางในการจัดสภาพการเรียนการสอน เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ มีดังนี้

1. สิ่งที่จะอำนวยความสะดวกให้แก่นักเรียนในการเรียนมโนทัศน์ คือ นักเรียนเห็นความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ
2. ปัญหาที่มีลักษณะซ้ำๆ กันมักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่มีลักษณะไม่ซ้ำกัน
3. นักเรียนจะเรียนมโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น ถ้ามีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน
4. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า นักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ได้ง่ายกว่าถ้าลดคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป
5. ทักษะการเรียนมโนทัศน์จะเพิ่มขึ้นตามอายุ
6. มโนทัศน์ที่ง่าย ความวิตกกังวลอาจจะช่วยในการเรียนรู้ได้ แต่ถ้าเป็นมโนทัศน์ที่ซับซ้อน ความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพของนักเรียน
7. การเรียนมโนทัศน์จะง่ายขึ้นถ้าครูเน้นจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตได้ให้นักเรียนทราบ
8. บางครั้งควรจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลายๆ ตัวอย่างพร้อมๆ กัน แต่ไม่ควรจะให้เกิน 4 ตัวอย่าง
9. การเรียนมโนทัศน์จะง่ายขึ้นและสามารถที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่

ได้ ถ้านักเรียนสามารถสื่อสารมโนทัศน์ให้แก่ตัวเองได้

10. การทราบผลการเรียนทันที จะช่วยให้เกิดการเรียนดียิ่งขึ้น
11. การเรียนมโนทัศน์ใหม่ๆ ในชั้นสูงจะง่ายขึ้นถ้านักเรียนได้เรียนมโนทัศน์ขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์ โดยได้เรียนจากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ
12. ควรสอนมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน
13. ควรใช้วิธีการหลากหลายในการสอนมโนทัศน์ ควรให้นักเรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมดให้กับโครงสร้างของมโนทัศน์เดิม

De Cecco (1968 : 402-416) กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

1. กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่า หลังจากที่ได้เรียนมโนทัศน์นั้น ไปแล้ว นักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง
2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอน ถ้ามโนทัศน์ที่จะสอนมีลักษณะเฉพาะหลายลักษณะ ครูควรลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง เน้นลักษณะเด่นและสำคัญ โดยการจัดเป็นหมู่ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย
3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่าย และเข้าใจความหมายได้ถูกต้อง
4. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างทางลบและตัวอย่างทางบวกต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสามารถสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้น และจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นออกไปได้
5. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบในเวลาใกล้เคียงกันหรือพร้อมกัน
6. เสนอตัวอย่างทางบวกใหม่ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนพิจารณา เพื่อต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปจากความคิดทั่วไปและตอบสนองสิ่งเร้าใหม่ได้
7. เสนอตัวอย่างใหม่ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลายๆ ตัวอย่างมาให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างทางบวกหรือที่เกี่ยวข้องเท่านั้น
8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น
9. ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และเสริมแรงให้นักเรียนได้เรียนมโนทัศน์อื่นๆ

Klausmeier and Ripple (1971 : 422 -432) กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนา
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ ครูควรชี้แจงให้นักเรียนเห็นถึง
คุณลักษณะของสิ่งเรานั้น เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันได้
ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเรียนมโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น
2. การใช้คำที่เหมาะสม การสอนมโนทัศน์ต้องให้นักเรียนใช้คำที่ใช้แทน
มโนทัศน์นั้น ครูควรให้นักเรียนสามารถใช้คำที่เหมาะสมกับมโนทัศน์นั้นหรือมโนทัศน์อื่นๆ
3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน การสอนมโนทัศน์ครูจะต้อง
สอนให้นักเรียนทราบพื้นฐาน นิยาม โครงสร้างของมโนทัศน์นั้นเสียก่อนตั้งแต่ต้น
4. การพิจารณาการจัดลำดับการเสนอตัวอย่าง ครูควรเสนอตัวอย่างทางบวก
และทางลบให้มากพอเพื่อให้นักเรียนสามารถแยกแยะ ความแตกต่างและสรุปมโนทัศน์ได้
5. ส่งเสริมให้นักเรียนต้องการค้นคว้า ครูควรให้นักเรียนมีทั้งความรู้และ
แนวทางในการแก้ปัญหาพอๆกับการที่นักเรียนมีโอกาสในการตัดสินใจ และรับผิดชอบสิ่งที่
ตนกระทำ
6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ ครูควรมีส่วนช่วยเหลือให้นักเรียน
สามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์
7. ให้นักเรียนรู้จักวัดผลตนเองว่าเข้าใจในความรู้ที่นั้นหรือไม่ ถ้าไม่เข้าใจก็
จะได้เริ่มต้นใหม่

สรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีวิธีการดังนี้ คือ
ครูควรวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่จะสอน ควรสอนมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน ควรใช้วิธีการสอน
ที่หลากหลาย มีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน ครูควรแนะจุดเด่นหรือลักษณะที่
สังเกตได้ให้นักเรียนทราบ ควรกำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนควรส่งเสริมให้นักเรียน
ค้นคว้า แนะนำให้นักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และเสริมแรงให้นักเรียนได้เรียนรู้อ
มโนทัศน์ใหม่ๆ เพื่อให้มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องสมบูรณ์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions) เป็นความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงเป็นแนวคิดหรือความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับทั่วไป

1. ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ไว้ดังต่อไปนี้

Dykstra et al (1992 : 615) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นคำตอบที่เข้าใจผิดของผู้เรียน เมื่อผู้เรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ที่เฉพาะเจาะจงหนึ่งๆ เป็นความเชื่อพื้นฐานต่างๆ ที่ผู้เรียนมีเกี่ยวกับเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นบนโลก ซึ่งผู้เรียนนำมาใช้อย่างหลากหลายในสถานการณ์ต่างๆ ที่แตกต่างกัน และเป็นสิ่งที่ผู้เรียนยึดถือในการที่จะอธิบายความหมายของการเกิดเหตุการณ์เหล่านั้น

Chinn and Brewster (1993 : 5) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความเชื่อบางอย่างที่ไม่ถูกต้อง นักเรียนจะเชื่ออย่างรวดเร็วและฝังรากลึกในใจของนักเรียนและนักเรียนจะไม่เปลี่ยนความเชื่อนี้ได้ง่ายดาย

Lawson (2001 : 165) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความรู้ของตนเองที่ไม่สอดคล้องกับทฤษฎี ซึ่งเกิดจากประสบการณ์ของตนเอง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนี้ถ้าเกิดขึ้นกับนักเรียนแล้วจะฝังแน่นยากที่จะเปลี่ยนแปลงแก้ไขได้

Chi and Roscoe (2002 : 165) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ที่ไม่ถูกต้องและยากต่อการเปลี่ยนแปลง

Drews (2005 : 11-17) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงเป็นแนวคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนการเรียนรู้หรือระหว่างการเรียนรู้ โดยนักเรียนมักจะไม่ว่างานตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไร

Ashlock (2010 : 311-314) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นความเข้าใจผิดที่อาจจะเกิดจากความคลาดเคลื่อนของกฎ หรือความคลาดเคลื่อนตามลักษณะทั่วไปหรือผลของการตีความของนักเรียนที่ยังมีบางสิ่งยังไม่เข้าใจอย่างชัดเจน

Cockburn and Littler (2010 : 6-10) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการใช้สูตร กฎคิด การสรุปที่เกินความเป็นจริงหรือน้อยกว่าความเป็นจริง การแปลความคิดที่คลาดเคลื่อนหรือนักเรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนคิดยังไม่ชัดเจน

สรุปว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง คลุมเครือ เกี่ยวกับความคิดรวบยอดต่างๆที่ได้รับจากการเรียนรู้ เป็นแนวคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป โดยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้ก็ได้และจะฝังแน่นยากที่จะเปลี่ยนแปลงแก้ไข

2. สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ไว้ดังต่อไปนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 56- 82) กล่าวว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอเนื้อหาของครูผู้สอนที่ไม่ชัดเจนพอ ไม่มีการสื่อความหมายในทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้ง ทั้งที่ครูอาจมีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนเข้าใจไม่ชัดเจนจนอาจกลายเป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในบางครั้ง

อัมพร ม้าคะนอง (2557 : 98) กล่าวว่า สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากการขาดความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับความหมายและลักษณะของมโนทัศน์ การละเลยเงื่อนไขของทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยามทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีปัจจัยอีกมากมายที่ส่งผลต่อความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ เช่น ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ความสามารถทางการคิด ระดับสติปัญญา และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน รวมทั้งบริบทและกระบวนการจัดการเรียนรู้

Pines and West (1983 : 47) กล่าวว่า สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ขาดความเข้าใจในมโนทัศน์เรื่องนั้นจากจินตนาการ จากคำอธิบายที่เป็นนามธรรม การแปลความหมาย จากความเข้าใจผิด ความขัดแย้งระหว่างประสบการณ์ในชีวิตจริงกับประสบการณ์ในโรงเรียนและการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยใช้ได้ผลในบางสถานการณ์มาเป็นข้อสรุปในวิธีการแก้ปัญหาของตนต่อสถานการณ์ทั่วไป

Halloun and Hestenes (1985 : 1056) กล่าวว่า สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในบางครั้งการแปลความหมายเกี่ยวกับปรากฏการณ์ทางธรรมชาติตามความเชื่อของนักปราชญ์ในอดีต ก็เป็นผลให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้นๆได้

Osborne and Freyberg (1985 : 27) กล่าวว่า สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นจริงในตัวนักเรียนที่แตกต่างจากมโนทัศน์ที่ครูต้องการให้นักเรียนมี ซึ่งมโนทัศน์ที่นักเรียนมักจะเข้าใจคลาดเคลื่อนจากที่ครูต้องการได้แก่ มโนทัศน์ที่ได้จากตำราเรียน มโนทัศน์ที่เกิดจากการแก้ปัญหาทางด้านวิทยาศาสตร์ มโนทัศน์ที่เกิดจากการทำกิจกรรม และมโนทัศน์ที่ได้จากการสรุปความรู้ต่างๆ

Simson and Marek (1988 : 362) กล่าวว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไม่ใช่มาจากประสบการณ์ในโรงเรียนเพียงสาเหตุเดียว แต่อาจเกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ยังไม่เข้าใจมโนทัศน์นั้นๆ ดีพอ จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจผิดโดยรู้เท่าไม่ถึงการณ์

Renner et al (1990 : 3) กล่าวว่า สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากตำราเรียนและวิธีการสอนโดยครู

สรุปได้ว่า สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากความขัดแย้งระหว่างประสบการณ์ในชีวิตจริงกับประสบการณ์ในโรงเรียน เกิดจากการแปลความหมาย เกิดจากครูเกิดจากการแก้ปัญหา เกิดจากการนำเสนอข้อมูลหรือความหมายไม่ชัดเจน เกิดจากความไม่พร้อมทางวุฒิภาวะและการพัฒนาทางด้านสติปัญญา

ตัวแปรทางพิชคณิต

ตัวแปรทางพิชคณิตเป็นองค์ประกอบพื้นฐานในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการเรียนรู้สมการซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของพิชคณิต แนวคิดและพื้นฐานของตัวแปรเป็นรากฐานสำคัญในการเรียนรู้พิชคณิตและคณิตศาสตร์ระดับสูง (Omer and Yasin, 2011 : 3322-3327) ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับตัวแปรทางพิชคณิตจะช่วยให้เข้าใจเรื่องสมการได้ดียิ่งขึ้น ตัวแปรทางพิชคณิตเป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องทำความเข้าใจเพื่อที่จะนำไปใช้เป็นเครื่องมือสำหรับหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่างๆ ซึ่งในงานวิจัยนี้ กล่าวถึงเนื้อหาของตัวแปรทางพิชคณิตที่เกี่ยวข้องกับเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีเนื้อหาดังต่อไปนี้

1. ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (สสวท. 2555 : 83-98)

1.1 ความหมายของสมการ

สมการ เป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ = บอการเท่ากัน สมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ เช่น $3x+2=59$ เป็นสมการที่มี x เป็นตัวแปร และ $8-11=-3$ เป็นสมการที่ไม่มีตัวแปร

สมการซึ่งมี x เป็นตัวแปรและมีรูปทั่วไปเป็น $ax+b=0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่างของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- | | |
|------------------|-----------------------|
| 1. $2x=0$ | 3. $\frac{1}{2}x+3=0$ |
| 2. $-0.8y-1.4=0$ | 4. $3x-5=0$ |

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง การแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการ

คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะมีเพียงคำตอบเดียว เช่น

สมการ $2x-5=0$ มี $\frac{5}{2}$ เป็นคำตอบ

สมการ $-\frac{4}{5}y=0$ มี 0 เป็นคำตอบ

สมการ $\frac{1}{2}x-7=0$ มี 14 เป็นคำตอบ

การหาคำตอบของสมการใช้วิธีลองหาจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการและใช้สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการ

1.2 สมบัติของการเท่ากัน

1.2.1 สมบัติสมมาตร

ถ้า $a=b$ แล้ว $b=a$ เมื่อ a และ b แทนจำนวนจริงใดๆ

อาศัยสมบัติสมมาตรเขียนแสดงการเท่ากันของจำนวนได้สองแบบ ดังนี้

- 1) $a+b=c$ หรือ $c=a+b$
- 2) $x-3=2x+7$ หรือ $2x+7=x-3$

1.2.2 สมบัติถ่ายทอด

ถ้า $a=b$ และ $b=c$ แล้ว $a=c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ

ใช้สมบัติถ่ายทอด ดังนี้

- 1) ถ้า $x=5+7$ และ $5+7=12$ แล้วจะสรุปได้ว่า $x=12$
- 2) ถ้า $x=-3y$ และ $-3y=0.5$ แล้วจะสรุปได้ว่า $x=0.5$

1.2.3 สมบัติการบวก

ถ้า $a=b$ แล้ว $a+c = b+c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ

ใช้สมบัติการบวก ดังนี้

- 1) ถ้า $a=5$ แล้ว $a+3 = 5+3$
- 2) ถ้า $x+7 = 2$ แล้ว $(x+7) - 7 = 2 - 7$

1.2.4 สมบัติการคูณ

ถ้า $a=b$ แล้ว $ca = cb$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ

ใช้สมบัติการคูณ ดังนี้

- 1) ถ้า $m+1 = 2n$ แล้ว $3(m+1) = 3(2n)$
- 2) ถ้า $-3x = 15$ แล้ว $\frac{-3x}{-3} = \frac{15}{-3}$

ตัวอย่างการนำสมบัติของการเท่ากันไปใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $-\frac{1}{2}y + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

วิธีทำ จาก $-\frac{1}{2}y + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

นำ $\frac{2}{3}$ มาลบทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } -\frac{1}{2}y + \frac{2}{3} - \frac{2}{3} &= \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{2}y &= -\frac{1}{6} \end{aligned}$$

นำ -2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } (-2) \times \left(-\frac{1}{2}y\right) = (-2) \times \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\text{ดังนั้น } y = \frac{1}{3}$$

ตรวจสอบ แทน y ด้วย $\frac{1}{3}$ ในสมการ $-\frac{1}{2}y + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

จะได้ $\left[\left(-\frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{3} \right] + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

$$-\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น $\frac{1}{3}$ เป็นคำตอบของสมการ $-\frac{1}{2}y + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ □

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $1.4x + 7 = 3.4x - 3$

วิธีทำ จาก $1.4x + 7 = 3.4x - 3$

นำ $-3.4x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $(-3.4x) + 1.4x + 7 = (3.4x) + 3.4x - 3$

$$(-3.4 + 1.4)x + 7 = (-3.4 + 3.4)x - 3$$

$$-2x + 7 = -3$$

นำ 7 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $-2x + 7 - 7 = -3 - 7$

$$-2x = -10$$

นำ -2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{-2x}{2} = \frac{-10}{-2}$

ดังนั้น $x = 5$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย 5 ในสมการ $1.4x + 7 = 3.4x - 3$

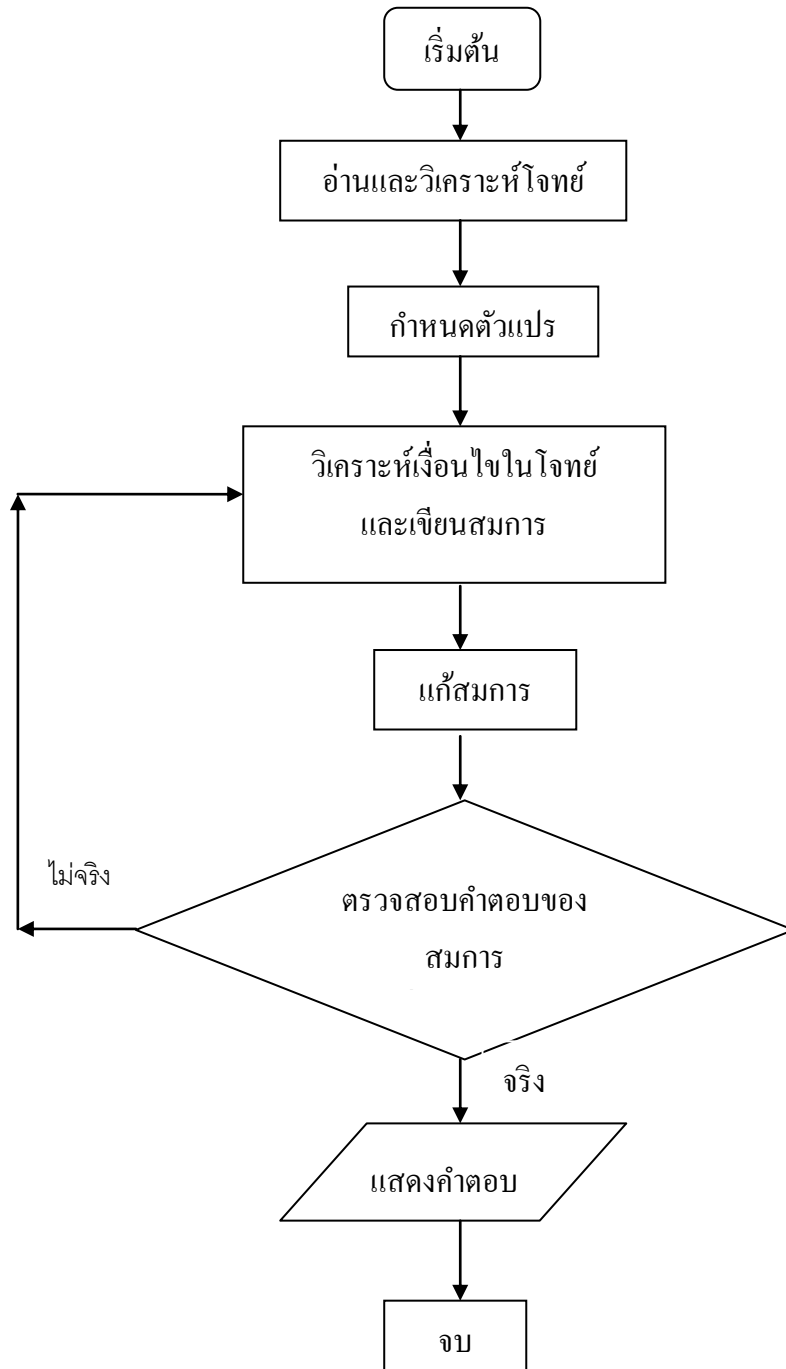
จะได้ $(1.4 \times 5) + 7 = (3.4 \times 5) - 3$

$$7 + 7 = 17 - 3$$

$$14 = 14 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 5 เป็นคำตอบของสมการ $1.4x + 7 = 3.4x - 3$ □

2. การนำไปใช้



แผนภาพที่ 1 ลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ

ตัวอย่างการนำความรู้เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้

ตัวอย่างที่ 3 ผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนเป็น -51 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 13 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า
จะได้จำนวนเต็มอีกจำนวนหนึ่งที่น้อยกว่า x อยู่ 13 เป็น $x-13$
เนื่องจากผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนนั้นเป็น -51
จะได้สมการเป็น $x+(x-13) = -51$
$$x+x-13 = -51$$
$$2x-13 = -51$$
$$2x = -38$$
$$x = -19$$

ตรวจสอบ ถ้าจำนวนเต็มจำนวนที่มากกว่า คือ -19
จำนวนเต็มอีกจำนวนหนึ่ง คือ $-19 - 13 = -32$
ผลบวกของจำนวนเต็มทั้งสองเป็น $(-19)+(-32) = -51$ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไข
ในโจทย์
ดังนั้น จำนวนเต็มสองจำนวนนั้น คือ -19 และ -32
ตอบ -19 และ -32 □

ตัวอย่างที่ 4 ปัจจุบันเด็ยอายุมากกว่าเต่า 6 ปี อีก 14 ปีข้างหน้าอัตราส่วนของอายุของเด็ยต่ออายุของเต่าเป็น $5:4$ ปัจจุบันเด็ยและเต่าอายุเท่าใด

วิธีทำ ให้ปัจจุบันเด็ยมีอายุ x ปี
เต่ามีอายุ $x - 6$ ปี
อีก 14 ปีข้างหน้าเด็ยจะมีอายุ $x + 14$ ปี
อีก 14 ปีข้างหน้าเต่าจะมีอายุ $x - 6 + 14 = x + 8$ ปี
เนื่องจากอีก 14 ปีข้างหน้าอายุของเด็ยต่ออายุของเต่าเป็น $5:4$
ดังนั้นจึงเขียนเป็นสัดส่วนได้เป็น $\frac{x+14}{x+8} = \frac{5}{4}$

เมื่อใช้การคูณไขว้จะได้สมการเป็น

$$(x+14) \times 4 = (x+8) \times 5$$

$$4x+56 = 5x+40$$

$$4x-5x = 40-56$$

$$-x = -16$$

$$x = 16$$

ตรวจสอบ ถ้าปัจจุบันเต๋ยมียายุ 16 ปี เต้าจะมีอายุ $16 - 6 = 10$ ปี

อีก 14 ปีข้างหน้าเต๋ยมียายุ $16 + 14 = 30$ ปี

เต้าจะมีอายุ $10 + 14 = 24$ ปี

อัตราส่วนของอายุของเต๋ยมียายุของเต้าเป็น $30:24$ หรือเท่ากับ $5:4$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น ปัจจุบันเต๋ยมียายุ 16 ปี และเต้ามีอายุ 10 ปี

ตอบ เต๋ยมียายุ 16 ปี และเต้ามีอายุ 10 ปี \square

สรุปได้ว่า ตัวแปรทางพีชคณิต หมายถึง สิ่งที่ใช้แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า ที่ปรากฏอยู่ในประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของตัวอักษร หรือสัญลักษณ์ต่างๆ โดยตัวแปรทางพีชคณิตสามารถนำมาดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ตามหลักการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตเป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ การดำเนินการ และการแก้ปัญหาทางพีชคณิตที่ไม่ถูกต้อง คลุมเครือ เป็นความคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป เป็นสิ่งที่ครุควรทำความเข้าใจและให้ความสำคัญ เพื่อนำไปเป็นแนวทางในการการพัฒนาศักยภาพของนักเรียนและพัฒนาระบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตจากนักคณิตศาสตร์ศึกษา

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต ไว้ดังต่อไปนี้

Radatz (1979 : 163-172) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สรุปได้ดังนี้

1. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากด้านภาษา (Errors Due to Language Difficulties)
2. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากในการรับข้อมูลเชิงพื้นที่ (Errors Due to Difficulties on Obtaining Spatial Information)
3. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความบกพร่องในทักษะที่จำเป็น ข้อเท็จจริง และแนวคิด (Errors Due to Deficient Mastery of Prerequisite Skill, Fact and Concept)
4. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการเชื่อมโยงที่ไม่ถูกต้องหรือความคิดที่ไม่ยืดหยุ่น (Errors Due to Incorrect Associations or Rigidity of Thinking)
5. การประยุกต์ใช้กฎหรือกลยุทธ์ที่ไม่เกี่ยวข้อง (Errors Due to the Application of Inelevant Rules of Strategies)

ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากด้านภาษา ภาษาทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากลสำหรับนักเรียนที่ต้องรู้และเข้าใจแนวคิด สัญลักษณ์และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับความหมายภาษาทางคณิตศาสตร์อาจก่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนที่จุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหา
2. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากในการรับข้อมูลเชิงพื้นที่ ตำราคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาในโรงเรียนได้แสดงให้เห็นแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นในเนื้อหาการประมวลผลแทนสัญลักษณ์และการนำเสนอความทางคณิตศาสตร์ การตีความทางการศึกษาของบรูเนอร์เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแนวคิด (Concept) ที่เกิดขึ้นให้มีความหลากหลาย มีคำแนะนำที่เป็นสัญลักษณ์ โดอะแกรมและการสร้างของเงื่อนไขโดยใช้ภาพในการทำงานทางคณิตศาสตร์ สิ่งเหล่านี้ทำให้เกิดความต้องการ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และความสามารถในการแยกแยะภาพ แม้ว่าความต้องการดังกล่าวจะน้อยกว่าความต้องการให้นักเรียนรู้เรื่องเนื้อหาที่เฉพาะเจาะจง จากตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการเรียนรู้ของนักเรียนจะเป็นตัวแทนที่เฉพาะเจาะจงสำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ทั้งหมดที่เรียนในโรงเรียน จำนวนความคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์จะแตกต่างกันระหว่างบุคคลอย่างมีนัยสำคัญในภาพเชิงพื้นที่และความคิดเชิงพื้นที่ (Spatial Imagery and Spatial Thinking) หรือข้อมูลที่เป็นภาพหรือในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์

3. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความบกพร่องในทักษะที่จำเป็น ข้อเท็จจริง และแนวคิด ประเภทของความคลาดเคลื่อนนี้รวมถึงการขาดความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และการขาดความรู้เกี่ยวกับปัญหาที่เฉพาะเจาะจง การประสบความสำเร็จในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ความรู้คือสิ่งที่จำเป็น แต่นักเรียนยังขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนยังมีการเรียนรู้ที่ยังไม่เพียงพอในเรื่องข้อเท็จจริงพื้นฐานและนักเรียนใช้กระบวนการและเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง และนักเรียนยังไม่มีความรู้เพียงพอในเรื่องสัญลักษณ์

4. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการเชื่อมโยงที่ไม่ถูกต้องหรือความคิดที่ไม่ยืดหยุ่น (Errors Due to Incorrect Associations or Rigidity of Thinking) ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการถ่ายโยงการเรียนรู้จากกันดีในทางทฤษฎี การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนในการศึกษาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญในการศึกษากระบวนการแก้ปัญหา ความยืดหยุ่นในการถอดรหัสและการเข้ารหัสข้อมูลใหม่ หมายถึง ประสิทธิภาพของนักเรียนในการแก้ปัญหาที่คล้ายกันที่จะนำไปสู่ความคิดที่ไม่ยืดหยุ่น (Rigidity of Thinking) ในกรณีดังกล่าวนักเรียนจะพัฒนาองค์ความรู้ด้านการดำเนินการ นักเรียนยังคงใช้เงื่อนไขพื้นฐานในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงด้านเนื้อหาหรือกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการบางอย่างต้องทำการประมวลผลข้อมูลใหม่

5. การประยุกต์ใช้กฎหรือกลยุทธ์ที่ไม่เกี่ยวข้อง (Errors Due to the Application of Irrelevant Rules of Strategies) ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการที่นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการประยุกต์ใช้กฎหรือกลยุทธ์ที่ไม่เกี่ยวข้อง ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนคิดว่าตนเองได้แก้ปัญหาที่ถูกต้องแล้วและไม่ตระหนักถึงการนำทฤษฎี บทนิยาม กฎ มาประยุกต์ใช้การแก้ปัญหา

Chai and Ang (1987 : 189-198) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต คือ ความเข้าใจเนื้อหาเกี่ยวกับพีชคณิตและสมการที่ไม่ถูกต้อง สามารถจำแนกออกได้เป็น 4 ลักษณะ คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในระหว่างการแก้ปัญหา
3. การตีความหมายที่ผิดจากการอ่าน โจทย์ ความคิดที่ผิด
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการใช้วงเล็บ

Truran (1987:92) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสามารถสรุปได้ 9 ด้าน คือ

1. การแปลความคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความคลาดเคลื่อนซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้
9. ความคลาดเคลื่อนซึ่งจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

Movshovitz-hadar et al (1987: 3-14) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่ความคลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สรุปได้ 6 ด้าน คือ 1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) 2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) 3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) 4. ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) 5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) 6. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error)

ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data)
 - 1.1 กำหนดข้อมูลที่ไม่ได้ระบุในโจทย์ และนักเรียนได้เพิ่มข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องเข้ามา
 - 1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
 - 1.3 เพิ่มข้อมูลที่ไม่สอดคล้องในการแก้ปัญหา (เช่น การใช้ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมแก้ปัญหาการหาค่ามัธยฐาน)
 - 1.4 นักเรียนไม่เห็นด้วยกับข้อมูลที่กำหนดให้ (เช่น ใช้คุณสมบัติของเส้นแบ่งครึ่งมุมผ่านจุดยอดของมุม)
 - 1.5 ใช้ค่าของตัวแปรที่ไม่ถูกต้อง (เช่น ใช้ระยะทางแทนความเร็ว)
 - 1.6 คัดลอกโจทย์ผิด

2. ด้านการตีความคำภาษา (Misinterpreted Language) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) สรุปลงเอนไซ (ถ้า p แล้ว q) Converse ทั้งในรูปแบบบวก (ถ้า p แล้ว q) หรือในรูปแบบของ Contrapositive (ถ้าไม่ p แล้วไม่ q)
4. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 4.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม
 - 4.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด
5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 5.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ
 - 5.2 ขั้นตอนผิดแต่คำตอบถูก
6. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

Colgan (1991 : 91) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักเรียนสามารถอธิบายได้โดยใช้การแจกแจงลักษณะความคลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของ Movshovitz-Hadar, Zaslavky and Inbar (1987 :18) ได้ดังนี้

 1. ไม่มีการนำเสนอคำตอบ
 2. ความคลาดเคลื่อนจากข้อมูล
 3. ความคลาดเคลื่อนจากภาษา
 4. ความคลาดเคลื่อนจากตรรกะ (Logic)
 5. คลาดเคลื่อนจากนิยาม ทฤษฎีบทหรือกฎ
 6. วิธีการแก้ปัญหที่ไม่สมบูรณ์
 7. ความคลาดเคลื่อนทางเทคนิค (เช่นขาดทักษะพื้นฐานในการคำนวณ)

การขาดความรู้

Omer and Yasin (2011 : 3322-3327) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตที่ไม่ถูกต้อง สามารถจำแนกได้ 6 ด้าน คือ

1. การมองข้ามตัวแปร
2. การนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร
3. การมุ่งเน้นไปที่ตัวแปร x
4. การตีความด้านภาษา
5. การเปลี่ยนตัวแปรให้เป็นค่าคงที่
6. การใช้สัญลักษณ์

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตจากเอกสาร รายงานการวิจัย วารสารและหนังสือ

เอกสาร รายงานการวิจัย วารสารและหนังสือต่างๆ กล่าวถึง ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต ดังต่อไปนี้

ทัศนีย์ อินธิเดช (2555 : 114-115) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 2 แบบรูป คือ การตีความด้านภาษา และการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตรบทนิยามและสมบัติ

นวนพล นนทภา (2556 : 129-130) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนากลวิธีในการแก้ห้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรี สรุปได้ 3 ลักษณะเรียงจากน้อยไปมาก ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์และการให้เหตุผลทางพีชคณิต มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหทางพีชคณิตและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางพีชคณิต

อัมพร ม้าคนอง (2557 : 98-129) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต เป็นเรื่องของการขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ตัวแปร การใช้ขั้นตอนการแก้สมการและอสมการที่ไม่ถูกต้อง และการหาคำตอบ ไม่ครบถ้วนหรือไม่สมบูรณ์ การแก้ปัญหเกี่ยวกับตัวแปร การแก้สมการ การดำเนินการ การคิดคำนวณ และการตรวจสอบการแก้ปัญหาดังตัวอย่างการวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต ต่อไปนี้

1. ด้านการตีความจากโจทย์

1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด เช่น นำข้อมูลที่กำหนดให้ในโจทย์มาใช้ในการแก้สมการ โดยข้อมูลดังกล่าวไม่เป็นประโยชน์ต่อการทำงาน

2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

2.1 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด

2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

2.3 ขาดทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติที่

เหมาะสม

2.4 ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติกับข้อมูลไม่ถูกต้อง

3. ด้านการคิดคำนวณ

3.1 ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการคำนวณเบื้องต้น เช่น ไม่เข้าใจ

ความสัมพันธ์ระหว่างการบวกกับการคูณ

3.2 ขาดทักษะในการใช้หลักพีชคณิตเบื้องต้นแก้สมการและอสมการ

เช่น ขาดประสบการณ์ในการพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ของสมการ ทำให้แก้สมการไม่ถูกต้อง

3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ เช่น ดำเนินการบวกก่อนการคูณ

3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

3.5 สรุปลงไม่ถูกต้องหรือสรุปลงไม่ครบทุกกรณี เช่น การหาคำตอบโดย

การแทนค่าจำนวนบางจำนวน หรือไม่มีการใช้กระบวนการหาคำตอบที่เหมาะสม ทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือครบถ้วน

Clement (1982 : 16-30) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต คือ กระบวนการคิดพื้นฐานเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษรที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งเกิดจากปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร

Wollman (1983 : 16-30) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต คือ นักเรียนไม่ตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหา

Booth (1984 : 2-14) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตของนักเรียน คือ ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับลำดับของการคำนวณ สมการพีชคณิต และสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษรตามลำดับ ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับลำดับของการคำนวณ คือ นักเรียนใช้วงเล็บและเรียงลำดับก่อนหลังการคำนวณไม่ถูกต้อง

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมการพีชคณิต คือ การนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร คือ การรวมพจน์

Ong and Lim (1987 : 199-205) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต คือ การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ที่ไม่ถูกต้อง การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้

Usiskin (1988 : 8-19) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตสามารถจำแนกออกได้เป็น 2 ลักษณะ คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการกำหนดค่าตัวแปร

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งเกิดจากการไม่เข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรและมีปัญหาในการทำความเข้าใจรูปแบบทางพีชคณิต

Lockhead and Mester (1988 : 127-135) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต พบใน 2 ลักษณะ คือ

1. ความคลาดเคลื่อนของลำดับการผกผัน

2. นักเรียนมีความเข้าใจไม่ถูกต้องเกี่ยวกับความหมายของตัวแปร

Kieran (1992 : 33-56) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตสามารถจำแนกออกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน เช่น มีปัญหาเรื่องความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปร ว่าตัวแปรสามารถแทนปริมาณต่างๆได้

Stacey and MacGregor (1997 : 110-113) ได้ระบุมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ไว้ดังนี้

1. นักเรียนมีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร

2. นักเรียนมีความเชื่อเกี่ยวกับค่าของตัวแปรที่ไม่ถูกต้อง

3. นักเรียนไม่สามารถเขียนนิพจน์พีชคณิตสำหรับสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

4. นักเรียนไม่สามารถที่จะลดความซับซ้อนได้อย่างถูกต้อง เพราะนักเรียนไม่เข้าใจแนวคิดของพจน์

5. นักเรียนมีความเชื่อว่าคำตอบจะไม่สามารถเป็นจำนวน

6. นักเรียนมีปัญหาในการรวมพจน์

Asquith (2007 : 249-272) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต สามารถจำแนกออกได้เป็น 5 ลักษณะ คือ

1. ความเข้าใจแนวคิดของพีชคณิต เครื่องหมายเท่ากับและตัวแปรที่ไม่ถูกต้อง
2. สัญลักษณ์ที่เกี่ยวกับพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับภาวะเท่ากัน (Equality) ซึ่งเกิดจากปัญหาในเรื่องภาวะเท่ากัน และการใช้การอินเวอร์ส (inverse Operations)
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร
5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมการทางพีชคณิต คือ นักเรียนไม่สามารถทำให้เป็นพจน์อย่างง่ายได้และใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง

Van de Walle (2010 : 104-105) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต สรุปได้ดังนี้

1. การนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์
2. การใช้วงเล็บเรียงลำดับก่อนหลังของการคำนวณ และการรวมพจน์
3. มีความเชื่อว่าการหาคำตอบในพีชคณิตไม่สามารถเป็นจำนวนได้
4. การแปลความฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ปัญหาในเรื่องสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน และความเข้าใจในเรื่องความเป็นสัดส่วนและความไม่เป็นสัดส่วนของฟังก์ชัน
5. ไม่เข้าใจกระบวนการแก้สมการ เข้าใจไม่ถูกต้องเกี่ยวกับสมบัติต่างๆ ที่ใช้ในการแก้สมการ
6. ไม่สามารถทำให้เป็นพจน์อย่างง่ายได้

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต หมายถึง ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง คลุมเครือ เกี่ยวกับความคิดรวบยอดของสัญลักษณ์ การดำเนินการและการแก้ปัญหาทางพีชคณิต สามารถจำแนกออกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสมบัติ สัญลักษณ์และภาษา และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านตัวแปร

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตของสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 74 - 83) ได้นำเสนอ ตัวอย่างความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาพีชคณิต พบว่า ส่วนใหญ่ เป็นความคลาดเคลื่อนที่น่าจะเกิดจากความไม่รอบคอบ ทำให้เกิดข้อผิดพลาดในหลายๆเรื่อง เช่น การระบุดีกรีของเอกนาม เอกนามที่คล้ายกัน การไม่ระบุตัวแปรที่นำมาใช้กำหนดสมการ ในการแก้โจทย์ปัญหาว่าตัวแปรนั้นแทนสิ่งใด ที่สำคัญคือการขาดทักษะในการดำเนินการทาง พีชคณิต ทำให้ได้คำตอบคลาดเคลื่อนในขั้นตอนดำเนินการ

สำหรับความเข้าใจคลาดเคลื่อนที่เกิดกับครูและพบมากที่สุด คือ ในการแก้ สมการมักไม่เห็นความสำคัญของการนำค่าของตัวแปรที่ได้ ไปตรวจสอบว่าเป็นคำตอบของ สมการหรือไม่ ทั้งในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ก็ไม่ได้เน้นและให้ความสำคัญกับการ นำค่าของตัวแปรที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์

ตารางที่ 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตของสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
1. มีความคลาดเคลื่อนในการเขียนอธิบาย เช่น <ul style="list-style-type: none"> สมการ $2x+1=3$ มี $x=1$ เป็นคำตอบ แทน $x=3$ ลงในสมการ (1) 	1. จากสมการ $2x+1=3$ <ul style="list-style-type: none"> $x=1$ ไม่ใช่คำตอบของสมการดังกล่าว เนื่องจากเขียนอยู่ในรูปสมการ ซึ่งไม่ใช่สิ่งที่ต้องการตอบควรตอบว่า 1 เป็นคำตอบของสมการ $2x+1=3$ ในการแทนตัวแปรของสมการด้วยจำนวน ควรเขียนว่า แทน x ในสมการที่ (1) ด้วย 3 ทั้งนี้เพราะ $x=3$ เป็นสมการ ไม่ใช่จำนวน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
<p>2. สับสนเกี่ยวกับการหาดีกรีของเอกนาม ดังตัวอย่าง</p> <p>เข้าใจว่า เอกนามที่มีตัวแปรมากกว่าหนึ่งตัว และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นหนึ่งเป็น เอกนามที่มีดีกรี 1 เช่น $3xy$ มีดีกรี 1</p> <p>เข้าใจว่าให้ใช้เลขชี้กำลังที่สูงสุดของตัว แปรในชุดของเอกนามเป็นดีกรีของเอกนาม เช่น x^2y มีดีกรี 2</p> <p>เข้าใจว่าให้หาผลบวกของเลขชี้กำลังทุกตัว ที่มีในเอกนามนั้นเป็นดีกรีของเอกนาม เช่น 3^2x^3 มีดีกรี 5</p>	<p>2. ตามข้อตกลง เรียกผลบวกของเลขชี้ กำลังของตัวแปรแต่ละตัวในเอกนามว่า ดีกรีของเอกนาม</p> <p>ดังนั้น $3xy$ มีดีกรี $1+1=2$ x^2y มีดีกรี $2+1=3$ 3^2x^3 มีดีกรี 3</p>
<p>3. เข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเอกนามที่คล้ายกัน เช่น</p> <p>1) เข้าใจผิดว่า $5x^2y^3$ และ $-7y^3x^2$ ไม่คล้ายกัน</p> <p>2) เข้าใจผิดว่า $4x^3y^2$ และ $3y^3x^2$ คล้ายกัน</p>	<p>1) เนื่องจากเอกนามสองเอกนามคล้ายกัน เมื่อเอกนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน และเลขชี้กำลังของตัวแปรตัวเดียวกันใน แต่ละเอกนามเท่ากัน ดังนั้น $5x^2y^3$ และ $-7y^3x^2$ คล้ายกัน เพราะมีตัวแปรชุดเดียว กันคือ x กับ y และเลขชี้กำลังของ x ใน เอกนามทั้งสองเท่ากัน คือ 2 และเลขชี้กำลัง ของ y ในเอกนามทั้งสองเท่ากัน คือ 3</p> <p>2) เอกนามทั้งสองเอกนาม ถึงแม้จะมีตัว แปรชุดเดียวกัน แต่ $4x^3y^2$ และ $3y^3x^2$ ไม่คล้ายกัน เพราะตัวแปรตัวเดียวกันของ แต่ละเอกนามมีเลขชี้กำลังไม่เท่ากัน เอก นามแรกตัวแปร x มีเลขชี้กำลังเป็น 3 แต่ เอกนามหลังตัวแปร x มีเลขชี้กำลังเป็น 2 และเอกนามแรกตัวแปร y มีเลขชี้กำลัง เป็น 2 แต่เอกนามหลังตัวแปร y มีเลขชี้ กำลังเป็น 3</p>

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
<p>4. ขาดทักษะในการลบพหุนามเนื่องจากเข้าใจคลาดเคลื่อนเรื่องการดำเนินการของพหุนาม เช่น $8x^4 - 5x^3 = 3x$ โดยนักเรียนเข้าใจผิดว่าสามารถนำสัมประสิทธิ์ของพหุนามลบกันและนำจำนวนซึ่งเป็นเลขชี้กำลังของตัวแปรตัวเดียวกันมาลบกัน ซึ่งทำให้ได้ว่า $8x^4 - 5x^3 = 3x$</p>	<p>4. ที่ถูกต้อง คือ เอกนามทั้งสองไม่คล้ายกัน จึงหาผลลบที่เป็นเอกนามไม่ได้ ต้องได้ว่า ผลลบอยู่ในรูปของพหุนาม คือ $8x^4 - 5x^3$</p>
<p>5. ในการทำโจทย์สมการ นักเรียนมักเข้าใจคลาดเคลื่อนว่าคำตอบที่ได้จากสมการเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น เช่น นายแดงเลี้ยงแพะและไก่อรวมกันจำนวน 80 ตัว เมื่อนับจำนวนขาของแพะและขาของไกรวมกันได้ 294 ขา จงหาว่ามีจำนวนแพะและจำนวนไก่อ่างละกี่ตัว</p> <p>ให้มีจำนวนแพะ x ตัว และไก่อจำนวน $80 - x$ ตัว สมการคือ $4x + 2(80 - x) = 294$ จากการแก้สมการได้ $x = 67$ นักเรียนก็นำ 67 ไปแทน x ในสมการ แล้วคิดว่าได้สมการที่เป็นจริงหรือไม่ โดยถือว่าเป็นการตรวจคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น ความเข้าใจเช่นนี้เป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตรวจคำตอบและการหาคำตอบของโจทย์สมการ</p>	<p>5. ครูต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่า คำของตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการ ไม่ใช่คำตอบของโจทย์ปัญหาในทันที ที่ถูกต้องนักเรียนจะต้องนำค่าของตัวแปรที่ได้จากสมการไปตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์ปัญหาว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขจริงหรือไม่ ถ้าสอดคล้องก็จะสรุปได้ว่าเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหา</p> <p>ในกรณีนี้จะต้องนำ 67 ไปแทนจำนวนแพะ และนำ $80 - 67$ หรือ 13 ไปแทนจำนวนไก่อ และนำ 67 และ 13 ไปหาจำนวนขาของสัตว์ทั้งสองชนิดได้ $(4 \times 67) + (2 \times 13)$ ทำให้ได้จำนวนทั้งหมดเป็น 294 ขา ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์ จึงจะสรุปเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหา</p> <p>ได้ว่ามีแพะ 67 ตัว และมีไก่อ 13 ตัว</p>

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คือ ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง คุณสมบัติเกี่ยวกับแนวคิดของตัวแปร เอกนาม พหุนาม การแก้สมการและการเขียนอธิบายคำตอบ

แบบทดสอบ

แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธิพิสัย โดยแบบทดสอบที่ดีจะต้องมีความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความเป็นปรนัย มีค่าอำนาจจำแนกที่เหมาะสม มีความยากและมีประสิทธิภาพ

1. ความหมายของแบบทดสอบ

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบ ไว้ดังต่อไปนี้

บุญธรรม กิจปรีดาวิสุทธิ (2542 : 72) กล่าวว่า แบบทดสอบ เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลคนเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

ไพศาล วรคำ (2554 : 233) กล่าวว่า แบบทดสอบ หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผล

Brown (1998 : 90) กล่าวว่า แบบทดสอบ เป็นวิธีการเชิงระบบ ที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม ตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ ได้แก่

1. แบบทดสอบเป็นวิธีเชิงระบบ (Systematic procedure) หมายความว่าแบบทดสอบนั้นจะต้องมีกฎเกณฑ์แน่นอนเกี่ยวกับโครงการบริหารจัดการและให้คะแนน
2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม (Behaviors) ซึ่งจะวัดเฉพาะพฤติกรรมที่วัดได้เท่านั้น โดยผู้ตอบสนองตอบต่อข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช่เป็นการวัดโดยตรง
3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรมที่ต้องการวัดทั้งหมด (Sample of all possible items) ตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่จะมีข้อคำถามวัดพฤติกรรมที่ต้องการได้ทั้งหมด ฉะนั้นจึงต้องตกลงว่าข้อคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้นและถ้าผู้ตอบสนองตอบข้อคำถามใดคำถามหนึ่งถูกต้องให้คะแนนเท่ากัน

สรุปได้ว่า แบบทดสอบ หมายถึง ชุดของคำถามที่ใช้วัดความรู้ สติปัญญา ความถนัด และบุคลิกภาพของบุคคล โดยบุคคลจะตอบสนองโดยการแสดงพฤติกรรมออกมาในรูปแบบต่างๆ

2. ประเภทของแบบทดสอบ

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงประเภทของแบบทดสอบ ไว้ดังต่อไปนี้

สมนึก ภัททิยธนี (2546 : 62-67) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบ ไว้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง ดังนี้

1. แบ่งตามสมรรถภาพที่จะวัด แบ่งเป็น 3 ประเภท

1.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพของสมองด้านต่างๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้วมีอยู่เท่าใด แบบทดสอบนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1.1 แบบทดสอบที่ครูสร้าง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน จะไม่นำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มอื่นเป็นแบบทดสอบที่ใช้กันทั่วไปในโรงเรียน

1.1.2 แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ เช่นเดียวกับแบบทดสอบที่ครูสร้าง แต่มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบคุณภาพต่างๆของนักเรียนที่ต่างกลุ่มกัน

1.2 แบบทดสอบความถนัด หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดสมรรถภาพสมองของผู้เรียนว่าจะสามารถเรียนต่อไปหรือจะประสบความสำเร็จเพียงใดเพื่อใช้ในการพยากรณ์หรือทำนายอนาคตของผู้เรียน โดยข้อเท็จจริงในปัจจุบันเป็นพื้นฐาน แบบทดสอบวัดความถนัด แบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือ

1.2.1 แบบทดสอบความถนัดทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดความถนัดทางวิชาการต่างๆ เช่น ด้านภาษา ด้านคณิตศาสตร์ เป็นต้น

1.2.2 แบบทดสอบวัดความถนัดเฉพาะ หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดความถนัดเฉพาะที่เกี่ยวกับงานอาชีพต่างๆ หรือความสามารถพิเศษ

1.3 แบบทดสอบวัดบุคลิกภาพและทางสังคม หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดบุคลิกภาพ และการปรับตัวให้เข้ากับสังคมซึ่งเป็นเรื่องที่วัดได้ยาก

2. แบ่งตามลักษณะการตอบ แบ่งเป็น 3 ประเภท

2.1 แบบทดสอบภาคปฏิบัติ หมายถึง แบบทดสอบที่ให้ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ

2.2 แบบทดสอบข้อเขียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้การเขียนตอบ

2.3 แบบทดสอบปากเปล่า หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้การพูดได้ตอบ

3. แบ่งตามเวลาที่กำหนดให้ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท

3.1 แบบทดสอบที่จำกัดเวลาในการตอบ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้เวลาตอบน้อย แต่มีจำนวนข้อสอบมากและค่อนข้างง่าย

3.2 แบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลาในการตอบ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้เวลาในการตอบมาก หรือไม่จำกัดเวลาในการตอบ แต่มีจำนวนข้อสอบน้อย

4. แบ่งตามจำนวนผู้เข้าสอบ แบ่งเป็น 2 ประเภท

4.1 แบบทดสอบเป็นรายบุคคล หมายถึง การสอบทีละคนมักจะเป็นการสอบภาคปฏิบัติ

4.2 แบบทดสอบเป็นชั้นหรือเป็นหมู่ หมายถึง การสอบทีละหลายๆ คน เป็นชั้นหรือหมู่วิธีนี้ควรใช้เมื่อมีคนเข้าสอบเป็นจำนวนมากๆ และสามารถจัดสอบพร้อมกันทั้งโรงเรียน จังหวัดหรือประเทศก็ได้

5. แบ่งตามสิ่งเร้าของการถาม แบ่งเป็น 2 ประเภท

5.1 แบบทดสอบทางภาษา หมายถึง แบบทดสอบที่ต้องอาศัยภาษาของสังคมนั้นๆเป็นหลัก

5.2 แบบทดสอบที่ไม่ใช้ภาษา หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้รูปภาพ สัญลักษณ์ หรือตัวเลขแทนภาษา

6. แบ่งตามลักษณะของการใช้ประโยชน์ แบ่งเป็น 2 ประเภท

6.1 แบบทดสอบย่อย หมายถึง แบบทดสอบประจำบทหรือหน่วยการเรียนรู้

6.2 แบบทดสอบรวม หมายถึง แบบทดสอบสรุปรวมเนื้อหาที่เรียนผ่านมาทุกบททุกตอนทุกภาคเรียนจึงมักทดสอบปลายภาคหรือปลายปี และมีจุดมุ่งหมายเพื่อตัดสินผลการเรียน

7. แบ่งตามเนื้อหาของข้อสอบในฉบับ แบ่งเป็น 2 ประเภท

7.1 แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีเฉพาะคำถามนักเรียนต้องคิดหาคำตอบเองโดยการเขียนอย่างเสรี

7.2 แบบทดสอบปรนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีทั้งคำถามและคำตอบเฉพาะคงที่แน่นอน ได้แก่ แบบทดสอบแบบเลือกตอบ แบบจับคู่ และแบบกาถูก-ผิด ข้อสอบแบบตอบสั้นๆและแบบเติมคำ เป็นต้น

บุญชม ศรีสะอาด (2553 :69-70) ได้จำแนกแบบทดสอบตามสมรรถภาพที่วัดได้ 3 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดผลการเรียนรู้ในเนื้อหา จุดประสงค์หรือพฤติกรรมปลายทางในรายวิชาต่างๆที่โรงเรียน และสถาบันการศึกษาต่างๆ เป็นเครื่องมือหลักของการวัดผล

2. แบบทดสอบวัดเชาว์ปัญญาและความถนัด เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดสมรรถภาพสมองของผู้เรียนเพื่อพยากรณ์ว่าจะสามารถเรียนในด้านใดจะประสบความสำเร็จเพียงใดถ้าได้รับการฝึกฝนอย่างเหมาะสม

3. แบบทดสอบวัดบุคลิกและสังคม เป็นเครื่องมือที่ใช้วัดบุคลิกภาพ คุณลักษณะในตัวบุคคล โดยทั่วไปเรียกว่าแบบวัดลักษณะ

ไพศาล วรคำ (2554 : 233-254) แบบทดสอบสามารถจำแนกได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับเกณฑ์ในการจำแนก ซึ่งการจำแนกประเภทของแบบทดสอบที่สำคัญ มีดังนี้

1. จำแนกตามคุณลักษณะที่ต้องการวัด ซึ่งจำแนกออกเป็น 4 ประเภท

1.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ และทักษะ

1.2 แบบทดสอบวัดบุคลิกภาพ (Personality Test)

1.3 แบบวัดความถนัด (Aptitude Test)

1.3.1 แบบวัดความถนัดทั่วไป (General Aptitude Test)

1.3.2 แบบวัดความถนัดเฉพาะทาง (Specific Aptitude Test)

1.3.3 แบบวัดความพร้อม (Readiness Test)

1.4 แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ (Creativity Test)

2. จำแนกตามลักษณะการตรวจให้คะแนน จำแนกได้ 3 ประเภท ได้แก่

2.1 แบบทดสอบปรนัย (Objective Test)

2.2 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective Test)

2.3 แบบทดสอบอัตนัยประยุกต์ (Modified Subjective Test)

3. จำแนกตามลักษณะการสร้าง จำแนกได้ 2 ประเภท คือ

3.1 แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test)

3.2 แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างเอง (Standardized Test)

4. จำแนกตามลักษณะการนำผลที่ได้ไปใช้ประเมิน จำแนกเป็น 2 ประเภท คือ
 - 4.1 แบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion-Referenced Test)
 - 4.2 แบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม (Norm-Referenced Test)
5. จำแนกตามลักษณะการตอบสนอง จำแนกได้ 3 ประเภท คือ
 - 5.1 แบบทดสอบข้อเขียน (Paper-Pencil Test)
 - 5.1.1 แบบทดสอบเลือกตอบ (Multiple-Choices Test)
 - 5.1.2 แบบทดสอบความเรียง (Essay Test)
 - 5.1.3 แบบทดสอบเติมคำ (Completion Test)
 - 5.1.4 แบบทดสอบโคลซ (Cloze Test)
 - 5.2 แบบทดสอบปฏิบัติ (Performance Test)
 - 5.3 แบบทดสอบปากเปล่า (Oral Test)

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบ แบ่งได้เป็น 9 ประเภท คือ แบ่งตามสมรรถภาพที่จะวัด แบ่งตามลักษณะการสร้าง แบ่งตามจุดมุ่งหมายในการใช้ประโยชน์ แบ่งตามเวลาที่กำหนด แบ่งตามลักษณะการตอบ แบ่งตามจำนวนผู้เข้าสอบ แบ่งตามสิ่งเร้าของการถาม แบ่งตามเนื้อหาของข้อสอบในฉบับ และแบ่งตามลักษณะการตรวจให้คะแนน

3. ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ดังต่อไปนี้ ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ (2543 : 86) กล่าวว่า แบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบได้แสดงความสามารถโดยใช้ภาษาของตนเอง ในการทำแบบทดสอบประเภทนี้ผู้สอบต้องมีความสามารถในการจัดระเบียบความรู้ แสดงความคิดริเริ่ม และรู้จักการสังเคราะห์ข้อความ ได้อย่างเหมาะสม และสามารถใช้วัดในลักษณะกระบวนการต่างๆ ได้อย่างมาก ให้ผู้ตอบเปรียบเทียบ ให้คำจำกัดความ ดีความหรือแปลความ ประเมินผล หรืออธิบายความสัมพันธ์ ดังนั้นในการตรวจให้คะแนนข้อสอบประเภทนี้จึงต้องสร้างเกณฑ์ไว้ให้ดี มีแนวการตรวจที่ตรงกัน

สมนึก ภัททิยธนี (2546 : 67) กล่าวว่า แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีเฉพาะคำถามผู้เรียนต้องคิดหาคำตอบเองโดยการเขียนอย่างเสรี ลักษณะของคำตอบจะไม่คงที่แน่นอน ได้แก่ แบบทดสอบอัตนัย หรือความเรียง แบบตอบสั้นและแบบเติมคำ

ณรงค์ ปิ่นน้อม (2551 : 15-17) กล่าวว่า แบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ทำให้ผู้เรียนเขียน ตอบแบบบรรยาย เพื่อวัดผลว่าผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ ตลอดจนมีความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนไปแล้วอย่างไรบ้าง แบบทดสอบอัตนัยเปิด โอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ความรู้ ความคิด และทัศนคติได้อย่างกว้างขวาง ทั้งนี้ผู้เขียนต้องมีความสามารถในการรวบรวม เรียบเรียง และลำดับความคิดของตนให้เป็นระบบระเบียบ ทั้งยังต้องมีความสามารถในการเขียน ถ่ายทอดความรู้ ความคิดเหล่านั้น ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

ไพศาล วรคำ (2554 : 235) กล่าวว่า แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีการตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยต่ำหรือคะแนนที่ได้จะขึ้นอยู่กับ การพิจารณาของผู้ตรวจให้คะแนนแต่ละคน เช่น แบบทดสอบความเรียง แบบทดสอบเติมคำ เป็นต้น

สรุปได้ว่า แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีคำถามให้ โดยให้ผู้ตอบได้ แสดงความสามารถของตน โดยเขียนบรรยายตอบ ผู้ตอบมีสิทธิจะเขียนตอบอย่างเสรี ลักษณะของคำตอบจะไม่คงที่แน่นอน อาจจะมีคำตอบถูกหลายๆทาง คะแนนที่ได้จะขึ้นอยู่กับ การพิจารณาของผู้ตรวจให้คะแนนแต่ละคนซึ่งต้องมีการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนไว้อย่างเหมาะสม

4. หลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงหลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัยไว้ดังต่อไปนี้

สมบุญ ณันตะ (2545 : 24-29) กล่าวว่า จุดอ่อนของแบบทดสอบอัตนัยก็คือการสร้าง โดยขาดการวางแผนที่ดี การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัยก็มีความสำคัญ เช่นเดียวกับการวางแผนสร้างแบบทดสอบปรนัยถึงแม้ว่าจะมีวิธีการสร้างและธรรมชาติต่างกันก็ตาม สิ่งที่ผู้ออกข้อสอบจะต้องคำนึงถึงในการออกข้อสอบแบบอัตนัย มีดังนี้

1. จุดมุ่งหมายของกลุ่มสาระนั้นๆ เหมาะสมกับแบบทดสอบอัตนัยหรือไม่
2. ผู้เข้าสอบมีพื้นฐานทั้งในด้านความเรียง และเนื้อหาวิชาเพียงพอที่จะเขียนตอบแบบอัตนัยหรือไม่ เช่น เด็กเล็กๆ ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัยทดสอบอย่างเด็ดขาด
3. ข้อสอบนั้นเปิดโอกาสให้ผู้ตอบมีอิสระในการตอบ เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็นหลายแง่หลายมุมหรือไม่ หรือจำกัดวงคำตอบให้ตอบแค่แคบๆ เพียงด้านเดียว เช่นถามแต่ความจำในเนื้อหาที่ครูสอนไปก็ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัย
4. กำหนดเวลาที่ใช้ในการสอบมากเพียงพอหรือไม่ เพราะการสอบแบบอัตนัยนั้นต้องใช้เวลาในการเขียนตอบนานมากกว่าแบบทดสอบปรนัย

สมนึก ภัททิยธนี (2546 : 72-75) กล่าวว่า ลักษณะทั่วไปของแบบทดสอบอัตนัย เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถามแล้วทำให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรีเขียนบรรยายตามความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน ซึ่งมีหลักการสร้าง ดังนี้

1. เขียนคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีการตอบให้ชัดเจนระบุจำนวนข้อคำถาม เวลาที่ใช้สอบและคะแนนเต็มของแต่ละข้อ
2. เนื่องจากข้อสอบแบบนี้มีเฉพาะคำถาม และแต่ละข้อมักจะทำให้คะแนนมาก ดังนั้นควรเขียนคำถามให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้ไขว้เขวในการตอบ
3. ไม่ควรตั้งคำถามเฉพาะประเภทความรู้ความจำหรือถามปัญหาที่มีคำตอบในหนังสือ ซึ่งเป็นการให้ตอบจำกัด แต่พยายามถามประเภทสูงกว่าความรู้ความจำ คือถามให้ใช้ความคิด ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบขยาย มักขึ้นต้นด้วยคำว่าจงอธิบาย จงอภิปราย จงบรรยาย จงเปรียบเทียบ จงวิเคราะห์ ให้ประมาณค่า ให้บอกความสัมพันธ์วิเคราะห์ เป็นต้น
4. กำหนดเวลาให้ตอบนานพอสมควร เพราะผู้ตอบต้องใช้เวลารวบรวมความคิด จัดระบบความคิด และเขียนคำตอบด้วยถ้อยคำของตัวเอง หากกำหนดเวลาน้อย ไม่สามารถใช้พลังความคิดได้เต็มความสามารถ
5. เลือกถามเฉพาะจุดที่สำคัญของเรื่อง เพราะไม่สามารถถามได้ทุกจุดเนื้อหา
6. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเพียงบางข้อ เช่น 7 ข้อให้เลือกทำ 6 ข้อ หรือ 4 ข้อ ให้เลือกทำ 3 ข้อ เหตุผลมีดังนี้
 - 6.1 ไม่สามารถวัดเรื่องที่สำคัญได้ทุกเรื่อง
 - 6.2 คำถามแต่ละข้อมีความยากง่ายไม่เท่ากัน จะมีปัญหาในการจัดตำแหน่งผู้เข้าสอบว่าใครจะเก่งกว่ากันโดยเฉพาะการประเมินผลแบบอิงกลุ่ม
 - 6.3 ไม่ยุติธรรมกับผู้ที่สามารถตอบได้ทุกข้อ ซึ่งมีโอกาสได้คะแนนเท่ากับผู้ที่ตอบได้เพียงบางข้อ
7. การตรวจให้คะแนน ควรปฏิบัติดังนี้
 - 7.1 เขียนแนวคำตอบไว้ก่อน และระบุคะแนนว่า ประเด็นใดตอนใดควรได้ที่คะแนน
 - 7.2 ควรตรวจเฉพาะข้อเดียวจนครบทุกคน แล้วตรวจข้อต่อไป
 - 7.3 ไม่ควรดูชื่อผู้สอบ เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในการให้คะแนน

ไพศาล วรคำ (2554 : 238-240) กล่าวว่า หลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัยมีดังนี้ แบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างได้ง่ายกว่าแบบทดสอบชนิดอื่นๆ และสามารถวัดความสามารถทางสมองได้ทุกระดับ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถทางสมองในระดับสูง เช่น การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า ทั้งยังสามารถพัฒนาทักษะการใช้ภาษา พัฒนาระบบความคิดและการถ่ายทอดความคิดได้เป็นอย่างดี แต่ก็มีข้อจำกัดในเรื่องของการตรวจให้คะแนนที่มีความเป็นปรนัยต่ำและยุ่งยากในการตรวจ แบบทดสอบอัตนัยจึงควรใช้เมื่อต้องการให้ผู้ตอบแสดงความคิดสร้างสรรค์ หรือแสดงความคิดเห็นอย่างมีอิสระ มีผู้เข้าสอบจำนวนน้อยและต้องการวัดความสามารถระดับสูง ในการสร้างแบบทดสอบอัตนัยมีหลักการที่ควรคำนึงดังต่อไปนี้

1. กำหนดคำชี้แจงให้ชัดเจนเกี่ยวกับจำนวนข้อ เวลา คะแนนแต่ละข้อ และคะแนนรวมทั้งฉบับ
2. ใช้ภาษาที่ชัดเจนเข้าใจง่าย
3. พยายามตั้งคำถามที่ครอบคลุมเนื้อหาที่สำคัญที่เป็นตัวแทนของเนื้อหาทั้งหมดซึ่งจะมีลักษณะค่อนข้างกว้าง โดยอาจจะระบุประเด็นย่อยที่ต้องการให้ตอบให้ชัดเจน
4. ไม่ควรให้เลือกตอบเพียงบางข้อ เพราะการให้ทำงานที่แตกต่างกันจะไม่สามารถเปรียบเทียบกันได้ นอกจากจะมั่นใจได้ว่าข้อสอบทุกข้อมีลักษณะเป็นข้อสอบคู่ขนานกันจริง
5. ควรกำหนดประเด็นคำตอบที่ถูกต้อง เพื่อให้การตรวจเป็นไปในทิศทางเดียวกัน กำหนดคกฏเกณฑ์การให้คะแนนให้ชัดเจน เพื่อให้ผู้ตรวจทุกคนให้คะแนนได้ใกล้เคียงกัน
6. ควรตรวจข้อสอบข้อเดียวกันของผู้เข้าสอบให้ครบทุกคน แล้วจึงเริ่มตรวจในข้อต่อไป
7. ไม่ควรออกข้อสอบจำนวนมากและใช้เวลาในการสอบนานเกินไป เพราะจะทำให้ผู้ตอบเกิดความเหนื่อยล้า

สรุปได้ว่า หลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัย ควรเขียนคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีการตอบ ระบุจำนวนข้อ เวลา และคะแนนให้ชัดเจน ควรเลือกถามเฉพาะจุดที่สำคัญของเรื่อง ไม่ควรให้มีการเลือกตอบบางข้อ ควรกำหนดประเด็นคำตอบที่ถูกต้อง ควรตรวจข้อสอบข้อเดียวกันให้ครบทุกคนแล้วจึงเริ่มตรวจข้อต่อไป และไม่ควรรอกข้อสอบจำนวนมากและใช้เวลาในการสอบนานเกินไป

5. เกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics)

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนไว้ดังต่อไปนี้

เสาวนีย์ เกียรติ (2540 : 159) กล่าวว่า กฎเกณฑ์การให้คะแนนเป็นเครื่องมือในการให้คะแนนที่ประกอบด้วยประเด็นต่างๆ ที่จะใช้พิจารณางานหนึ่งๆ และคำอธิบายระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นประเมิน ซึ่งอาจเรียงลำดับตั้งแต่ดีเลิศไปจนถึงต้องปรับปรุง หรือให้เป็นระดับตัวเลขตั้งแต่มากที่สุด (เช่น 4) ไปจนถึงน้อยสุด (เช่น 0) ประเด็นประเมินอาจกำหนดเพิ่มเติมได้หลายข้อ คำอธิบาย ระดับคุณภาพควรอธิบายให้ชัดเจนที่ระดับที่สุด เป็นคำอธิบายที่สามารถบอกได้ว่า ทำไมต้องดีเลิศ ดีและปรับปรุง

บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์ (2544 : 90) กล่าวว่า กฎเกณฑ์การให้คะแนนเป็นชุดของแนวทางในการให้คะแนนผลการปฏิบัติเรื่องใดเรื่องหนึ่ง สำหรับใช้ประเมินคุณภาพ การปฏิบัติงานของผู้เรียน แนวทางในการให้คะแนนนั้นอาจทำในรูปของมาตรฐานประเมินค่าหรือแบบตรวจสอบรายการจากการศึกษา เป็นแนวทางที่กำหนดขึ้นเพื่อชี้บอกระดับของพฤติกรรมคุณภาพกระบวนการทำงานและผลลัพธ์หรือสิ่งที่ต้องการ ซึ่งได้มาจากการพิจารณาผลของผู้ตรวจให้คะแนนทำให้เกิดความเข้าใจตรงกัน เกณฑ์การให้คะแนนมีส่วนสำคัญในการส่งเสริมการเรียนรู้ ทำให้เป้าหมายการแสดงผลออกของนักเรียนชัดเจนขึ้น นำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์หรือสมรรถภาพที่สำคัญของมาตรฐานการศึกษา

กึ่งกาญจน์ สิริสุคนธ์ (2550 : 2) กล่าวว่า รูบริกเป็นเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่งใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานของนักเรียน รูบริกประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลผลิตของนักเรียนและระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน เกณฑ์จะบอกผู้สอนหรือผู้ประเมินว่าการปฏิบัติงานหรือผลงานนั้นๆจะต้องพิจารณาสิ่งใดบ้าง ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนจะบอกว่าการปฏิบัติหรือผลงานที่สมควรจะได้รับคุณภาพหรือระดับคะแนนนั้นๆของเกณฑ์แต่ละตัวมีลักษณะอย่างไร รูบริกจึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะ (Specification) ของการปฏิบัติหรือผลงานนั้นๆในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้งสองประการรวมกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน การใช้รูบริกมีประโยชน์สำหรับครูและนักเรียนหลายประการ ดังนี้

1. รูบริกเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพมากทั้งในการเรียนและการสอน การประเมิน ช่วยปรับปรุงพัฒนาการปฏิบัติหรือการแสดงผลออกของนักเรียน ในขณะเดียวกันก็ช่วยควบคุมการปฏิบัตินั้นๆด้วย โดยครูต้องกำหนดความต้องการหรือความคาดหวังในผลงานของ

นักเรียนอย่างชัดเจน และแสดงให้เห็นนักเรียนทราบว่าทำให้ถึงความคาดหวังนั้นได้อย่างไร ซึ่งมักปรากฏในผลงานและการเรียนรู้ของนักเรียนพัฒนาขึ้นอย่างเห็นชัดเจน

2. RUBRIC ช่วยให้นักเรียนตัดสินใจ ตัดสินคุณภาพผลงานของตนเองและของคนอื่น ๆ อย่างมีเหตุผล เมื่อ RUBRIC เป็นแนวทางการประเมินนักเรียนจะสามารถชี้แนะและแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลงานของตนเองและผู้อื่นได้ตรงจุด

3. RUBRIC ช่วยลดเวลาครูในการประเมินงานของนักเรียน ผลงานที่ผ่านการประเมินโดยเจ้าของผลงานเองและโดยกลุ่มซึ่งยึดเกณฑ์หรือ RUBRIC เป็นหลักนั้น ทำให้ข้อบกพร่องมีน้อยมากเมื่อมาถึงมือครู หากมีสิ่งใดต้องปรับปรุงบอกกล่าวกัน ครูก็เพียงแต่วางประเด็นนั้นใน RUBRIC นอกจากนี้ RUBRIC ยังช่วยให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนมากขึ้น เกี่ยวกับจุดเด่นและสิ่งที่ต้องปรับปรุง

4. RUBRIC มีความยืดหยุ่น คือ มีระดับคุณภาพตั้งแต่ดีเยี่ยมจนถึงต้องปรับปรุง ทำให้ครูนำไปใช้กับนักเรียนที่ความสามารถได้ คือ นำไปใช้กับนักเรียนที่เรียนเก่งจนถึงนักเรียนที่เรียนอ่อน โดยใช้เกณฑ์สะท้อนผลงานของเขา

5. RUBRIC ใช้ง่ายและอธิบายได้ง่าย นักเรียนจะรู้ชัดเจนว่าเขาเรียนรู้อะไรบ้าง ในปลายปีเขาก็จะประเมินได้อย่างถูกต้อง ผู้ปกครองก็เกิดความกระตือรือร้น และรู้ชัดเจนว่าลูกหลานจะต้องทำอะไรเพื่อให้ประสบความสำเร็จ

สรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนเป็นเครื่องมือในการให้คะแนนที่ประกอบด้วยประเด็นต่างๆ ที่จะใช้พิจารณางานหนึ่งๆ และคำอธิบายระดับคุณภาพของแต่ละประเด็น เป็นแนวทางที่กำหนดขึ้นเพื่อชี้บอกระดับของพฤติกรรม คุณภาพ กระบวนการทำงานและผลลัพธ์ หรือสิ่งที่ต้องการ ได้มาจากการพิจารณาผลของผู้ตรวจให้คะแนน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจตรงกัน

6. RUBRIC แบบภาพรวมและ RUBRIC แบบแยกส่วน

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึง RUBRIC แบบภาพรวมและ RUBRIC แบบแยกส่วนไว้ดังต่อไปนี้

Nitko (2001 : 159) กล่าวว่า RUBRIC แบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงานคะแนนที่ใช้ RUBRIC แบบภาพรวม คือ คุณภาพโดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะซึ่งเป็นการประเมินระดับมิติเดียว การใช้ RUBRIC แบบภาพรวม ทำให้กระบวนการให้คะแนนเร็วกว่าการใช้ RUBRIC แบบแยกส่วน ดังนั้น ครูจึงต้องอ่าน

พิจารณาและตรวจสอบการปฏิบัติของนักเรียนโดยตลอด เพื่อให้รู้สึกรับรู้ถึงภาพรวมว่านักเรียน ทำอะไรได้และยังใช้เป็นการประเมินสรุปได้ด้วย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

คะแนน	รายละเอียด
5	แสดงความเข้าใจปัญหาอย่างสมบูรณ์ คำตอบประกอบด้วยทุกประเด็นที่ต้องการ
4	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
3	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นที่ต้องการ
2	แสดงความเข้าใจปัญหาเพียงเล็กน้อย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการไม่ปรากฏ
1	แสดงความไม่เข้าใจปัญหา
0	ไม่ตอบ / ไม่ทำงาน

รูบริกแบบแยกส่วนนิยมใช้เมื่อต้องการเน้นชนิดหรือลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง นั่นคือ ใช้สำหรับการปฏิบัติงานที่ยอมรับการตอบสนอง 1 หรือ 2 ลักษณะ และความคิดสร้างสรรค์ ไม่ได้เป็นประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการตอบสนองของนักเรียนนอกจากนี้ ผลลัพธ์ขั้นต้นจะมีคะแนนหลายตัว ตามด้วยคะแนนรวมซึ่งใช้เป็นตัวแทนการประเมินหลายมิติ การใช้รูบริกแบบแยกส่วนทำให้กระบวนการให้คะแนนช้า เนื่องจากการประเมินหลายทักษะหรือหลายคุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครูต้องใช้เวลาตรวจผลงานหลายครั้ง การสร้างและการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงใช้เวลามาก ซึ่งมีกฎทั่วไปว่าผลงานของแต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ละด้านในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนั้นการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงได้ผลค่อนข้างสมบูรณ์ ผลสะท้อนกลับของการปฏิบัติของตนตามเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งถ้าใช้รูบริกแบบภาพรวมจะไม่ปรากฏรายละเอียดนี้ ครูที่ใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงสามารถที่จะสร้างเส้นภาพ (Profile) จุดเด่น - จุดด้อยของนักเรียนแต่ละคนได้ ดังนั้นแบบรูบริกแบบแยกส่วน

จากตัวอย่างรูบริกทั้ง 2 แบบ จะเห็นว่า ระดับการปฏิบัติที่หลากหลายของนักเรียนสามารถบรรยายได้ทั้งในด้านปริมาณหรือคุณภาพ บางครั้งครูอาจต้องการใช้ด้านปริมาณและคุณภาพหากรูบริกมี 4 ระดับ ทางด้านปริมาณก็มักใช้ 1 ถึง 4 ทางด้านคุณภาพก็มักใช้คำที่

ยึดหยุ่น ได้มาก คำที่ใช้กันทั่วไปก็คือ เชี่ยวชาญ ชำนาญ ขึ้นฝึกหัด นั่นคือ ใช้คำอธิบายที่เหมาะสมกับงาน

Trice (2000 : 134) กล่าวว่า ข้อยุ่งยากประการหนึ่งในการให้คะแนนงานของนักเรียนโดยใช้รูบริก คือ การแปลงเป็นเกรด ไม่ควรคิดถึงรูบริกโดยนำไปเทียบกับคะแนนร้อยละ เช่น ถ้ารูบริก มี 6 ระดับ ระดับ 3 ไม่ควรถือว่าเท่ากับ 50% กระบวนการเปลี่ยนแปลงคะแนนรูบริกเป็นเกรดนั้นเป็นกระบวนการทางตรรกะมากกว่ากระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระบบการใช้คะแนนรูบริกมักพิจารณาจากค่าเฉลี่ย คือ คะแนนอยู่ที่ค่าเฉลี่ยหรือสูงกว่าค่าเฉลี่ย (ซึ่งที่ค่าเฉลี่ยจะแปลงเป็นเกรด C) มากกว่ากล่าวถึงคะแนนที่ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย ตัวอย่างเช่น ถ้ารูบริกประกอบด้วย 9 ลำดับชั้น การปรับเกรดและลำดับชั้นจะเป็น ดังนี้

เมื่อเปลี่ยนคะแนนรูบริกกลับไปเป็นเกรด (โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษา) หรือเปลี่ยนคะแนนรูบริกเป็นการบรรยายภาพผลสะท้อนกลับ (ในระดับประถมศึกษา) แล้วต้องจำไว้ว่าแนวทางที่จะทำให้สำเร็จนั้นไม่ได้มีเพียงทางเดียว ครูจะต้องหาหรือจัดทำระบบของตนเองที่จะเปลี่ยนรูบริกเป็นเกรดได้อย่างเหมาะสมลงตัว ตลอดจนระบบการรายงานผลการปฏิบัติของตนเองขึ้นตอนการออกแบบรูบริกมี 7 ประการ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องใช้ในการทำงาน เป็นการจับคู่แนวทางการให้คะแนนกับจุดประสงค์และการชี้แนะตามความเป็นจริง

ขั้นที่ 2 อธิบายคุณลักษณะที่ต้องการสังเกตเป็นพิเศษซึ่งครูต้องการเห็น (และที่ไม่ต้องการเห็น) นักเรียนแสดงออกในผลผลิตกระบวนการหรือการปฏิบัติ นั่นคือ อธิบายคุณลักษณะ ทักษะหรือพฤติกรรมที่ครูต้องการเห็น รวมทั้งข้อผิดพลาดต่างๆ ไปที่ไม่ต้องการให้เกิด

ขั้นที่ 3 หาวิธีการต่างๆที่จะอธิบายลักษณะการปฏิบัติที่สูงกว่าระดับค่าเฉลี่ย และต่ำกว่าระดับค่าเฉลี่ยสำหรับแต่ละคุณลักษณะที่สังเกตจากขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 สำหรับรูบริกแบบภาพรวม เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานที่ไม่ดี โดยรวมทุกเกณฑ์เข้าด้วยกันเป็นข้อความเดียว สำหรับรูบริกแบบแยกส่วน เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานไม่ดี โดยแยกต่างหากแต่ละเกณฑ์

ขั้นที่ 5 สำหรับแบบภาพรวม เขียนรายละเอียดการปฏิบัติที่อยู่ในระหว่างกลางของระดับสูงกว่าค่าเฉลี่ย ระดับค่าเฉลี่ยและระดับต่ำกว่าค่าเฉลี่ย เพื่อให้รูบริกสมบูรณ์ สำหรับรูบริกแบบแยกส่วน เขียนรายละเอียดสำหรับการปฏิบัติที่อยู่ระหว่างกลางของทุกเกณฑ์

ขั้นที่ 6 รวบรวมตัวอย่างผลงานของนักเรียน ซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละระดับ ซึ่งจะช่วยการให้คะแนนของครูในอนาคต

ขั้นที่ 7 ทบทวนรูบรีคที่ทำแล้ว (ถ้าจำเป็น)

สรุปได้ว่า รูบรีคแบบภาพรวม เป็นรูบรีคที่เหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ในการตอบ ไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน เน้นคุณภาพ ความคล่องแคล่ว ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระและทักษะของผู้สอบ ส่วนรูบรีคแบบแยกส่วน เป็นรูบรีคที่ใช้สำหรับการตรวจวัดความคิดสร้างสรรค์ เป็นตัวแทนการประเมินหลายมิติ ซึ่งเป็นการประเมินหลายทักษะและหลายคุณลักษณะในตัวบุคคล

การสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์เป็นการสนทนาหรือการคุยโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้

1. ความหมายของการสัมภาษณ์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของการสัมภาษณ์ ไว้ดังต่อไปนี้

นิภา เมธาวีชัย (2543 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคล โดยการสนทนา ชักถามโต้ตอบระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถชี้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

วัฒนา พัทธราวนิช (2540 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นการค้นหาข้อเท็จจริง และทำให้ทราบความต้องการของเด็กเป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้นทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้ นักเรียนเข้าใจตนเองสามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2547 : 127) กล่าวว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนได้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูชักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดของบุคคลโดยการสนทนา ซักถาม โต้ตอบระหว่างบุคคล เพื่อค้นหาข้อเท็จจริง ซึ่งการสัมภาษณ์จะดีกว่าการสังเกตเพราะผู้สัมภาษณ์สามารถชี้ ตา หู และปากในขณะที่สัมภาษณ์ การสัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ สร้างความน่าเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจและบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

2. หลักการของการสัมภาษณ์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงหลักการของการสัมภาษณ์ ไว้ดังต่อไปนี้

ไพศาล วรคำ (2554 : 212-213) กล่าวว่า หลักการของการสัมภาษณ์ มีดังนี้

1. เตรียมการสัมภาษณ์ เตรียมหัวข้อที่จะสัมภาษณ์ กำหนดเวลาในการสัมภาษณ์ เตรียมสถานที่สัมภาษณ์
2. เริ่มต้นสัมภาษณ์เด็กด้วยการสร้างมิตรภาพ ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์รู้สึกเป็นกันเองและให้ความไว้วางใจผู้สัมภาษณ์
3. ผู้สัมภาษณ์ต้องแสดงตนเป็นผู้รับฟังที่ดี ไม่แสดงอาการเบื่อหน่าย ต้องแสดงว่ามีความสนใจและตั้งใจฟัง
4. ผู้สัมภาษณ์ต้องใช้คำที่เข้าใจง่าย ถามซ้ำๆ และพูดอย่างชัดเจน ชัดถ้อยชัดคำ ไม่เป็นคำถามรวดเร็วเกินไปจนผู้ตอบงงหรือสับสน
5. ผู้สัมภาษณ์ไม่ควรจะพูดหรือคุยมากเกินไป ต้องคอยเป็นผู้รับฟัง ให้โอกาสเด็กพูดให้มากที่สุด
6. ไม่ควรบันทึกคำตอบของเด็กในระหว่างการสัมภาษณ์ จะทำให้เด็กเกิดความกังวลหวาดระแวง
7. ในการยุติการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์ต้องสร้างบรรยากาศที่ดี ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์พึงพอใจที่จะกลับมาอีกครั้งหนึ่ง
8. การบันทึกการสัมภาษณ์ต้องทำทันทีเมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ไม่ควรทิ้งไว้นานๆ เพราะอาจลืมรายละเอียดได้

Newman (1977 : 18) กล่าวว่า หลักการของการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแบบทดสอบเสร็จแล้วทันที โดยต้องแยกสัมภาษณ์ทีละคน ระหว่างการสัมภาษณ์นั้นก็ควรมีการบันทึกไว้ด้วย ส่วนสิ่งแวดล้อมรอบข้างควรมีสภาพที่ไม่รบกวนผู้สัมภาษณ์และนักเรียนมากนัก ถ้าสังเกตเห็นว่า นักเรียนเกิดอาการเกร็งหรือไม่มีสมาธิที่จะให้สัมภาษณ์ต่อไปได้ก็ควรหยุดสัมภาษณ์ทันที และนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ต้องระวัง

ในเรื่องของการพูดด้วย เพราะอาจจะทำให้นักเรียน ไขว้เขวหรือเปลี่ยนความคิดได้ และที่สำคัญผู้สัมภาษณ์ไม่ควรบอกนักเรียนว่า โจทย์ที่นำมาสัมภาษณ์นั้นเป็นของที่นักเรียนเคยทำคิดมาแล้ว ส่วนวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์นั้นนิวมานเสนอว่า คำถามดังต่อไปนี้จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบคณิตศาสตร์

Hammill and Bartel (1995 : 30) กล่าวว่า หลักการของการสัมภาษณ์ มีดังนี้

1. ให้เลือกตัวอย่างทีละอย่าง และให้ลำดับก่อนหลัง
2. เริ่มต้นด้วยปัญหาง่ายๆ ก่อน เพราะจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ
3. บันทึกการสัมภาษณ์ด้วยเทปเสียงหรือในสมุดบันทึก
4. ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาและอธิบายโดยการพูด
5. ให้นักเรียนแก้ปัญหอย่างอิสระโดยใช้วิธีการของนักเรียนเอง โดยที่ครู ไม่ต้องให้คำแนะนำหรือเสนอแนะว่านักเรียนกำลังทำผิด
6. หลีกเลี่ยงการเร่งให้นักเรียนตอบ เพราะอาจจะเป็นการสร้างความกดดันหรือสกัดกั้นความคิดของนักเรียน

สรุปได้ว่า หลักการของการสัมภาษณ์ที่ดี ผู้สัมภาษณ์จะต้องเตรียมหัวข้อที่จะสัมภาษณ์ มีการกำหนดเวลาที่แน่นอน ให้ความเป็นมิตร เป็นผู้ฟังที่ดี ใช้คำถามที่เข้าใจง่าย เริ่มต้นด้วยปัญหาง่ายๆ ไปปัญหาที่ยาก ควรมีการบันทึกการสัมภาษณ์ และในการยุติการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์ต้องสร้างบรรยากาศที่ดีให้เป็นที่ประทับใจกับผู้ให้สัมภาษณ์

3. เทคนิคการสัมภาษณ์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงเทคนิคการสัมภาษณ์ ไว้ดังต่อไปนี้

ไพศาล วรคำ (2554 : 214) กล่าวว่า การสัมภาษณ์ที่ดีต้องมีการบันทึกการสัมภาษณ์ไว้ด้วย โดยวิธีการบันทึกการสัมภาษณ์มี 2 วิธี ดังนี้

1. การจดบันทึก วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการที่ประหยัด แต่ก็ยังมีข้อที่ถกเถียงกันว่าควรจะมีการจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์หรือหลังสัมภาษณ์ แบบใดจะเหมาะสมที่สุด เพราะแต่ละแบบก็มีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างกันไป ถ้าการสัมภาษณ์เพื่อหาข้อเท็จจริงที่มีรายละเอียดมาก ยากแก่การจำ ก็อาจจะจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์ แต่ถ้าเป็นเรื่องที่เป็นประเด็นใหญ่ๆ หรือเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ต้องการรายละเอียดก็อาจจะจดบันทึกหลังการสัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้วก็ได้

2. การบันทึกเทป โดยปกติแล้วจะจัดทำในห้องสัมภาษณ์ที่มีลักษณะพิเศษ และซ่อนเทปไว้โดยไม่ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้ตัว แต่ถ้าใช้บันทึกเทปแบบธรรมดาที่ห้องขออนุญาตและชี้แจงเหตุผลหรือจุดมุ่งหมายในการบันทึกเทปการสัมภาษณ์ในครั้งนั้นให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจ และถ้าผู้ถูกสัมภาษณ์อนุญาตให้บันทึกเทปได้ ผู้สัมภาษณ์จึงจะทำการบันทึกได้

Clements and Ellerton (1969 : 48-50) กล่าวว่า เทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวแมน เป็นวิธีการวิเคราะห์ความผิดพลาด 5 ขั้นตอน ที่เกิดจากการตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่นักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้วจะใช้การสัมภาษณ์ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นวิธีที่ได้ผลดี และเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนในปี ค.ศ. 1997 นิวแมนได้ใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ดังกล่าว และได้เผยแพร่ใช้ในวงการศึกษาระดับประเทศ ออสเตรเลียจนได้ผลดีและมีการวิจัยอย่างต่อเนื่อง โดยวิธีวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิวแมน มีทั้งหมด 5 ขั้นตอน มีดังนี้ ขั้นแรกคือความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ พิจารณาได้จากการที่นักเรียนไม่สามารถอ่านคำสำคัญ (Keyword) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในคำถาม ทำให้นักเรียนถูกจำกัดขอบเขตที่ดำเนินการแก้ปัญหาให้ครบสมบูรณ์ได้ ขั้นที่สองคือความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจ (Comprehension errors) แม้ว่านักเรียนจะสามารถอ่านคำทุกคำที่อยู่ในคำถามได้ แต่นักเรียนอาจจะไม่เข้าใจความหมายของคำเหล่านั้นได้ทั้งหมด ทำให้นักเรียนก็ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ ขั้นที่สามคือความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation errors) ในขั้นนี้ถึงแม้นักเรียนจะเข้าใจโจทย์แต่นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Operation) เช่น การบวก การลบ การคูณและการหาร ได้ หรือไม่สามารถบอกลำดับการกระทำที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ ขั้นที่สี่ คือความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skill errors) ในขั้นนี้นักเรียนไม่สามารถนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้อย่างถูกต้อง แม่นยำได้ ซึ่งทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาดขึ้น และขั้นสุดท้ายคือความผิดพลาดจากการสรุปคำตอบ (Encoding errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ เกิดจากการที่นักเรียนทำตามกระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถแสดงคำตอบในรูปแบบที่โจทย์ต้องการ

Newman (1977 : 18) กล่าวว่า เทคนิคการสัมภาษณ์ที่ดีต้องมีวิธีการบันทึกการสัมภาษณ์ลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์ ดังต่อไปนี้

1. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการอ่าน (Reading recognition) การสัมภาษณ์นักเรียนในขั้นนี้ ผู้ศึกษาจะให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาจากแบบทดสอบ ถ้านักเรียนอ่านได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C (Correct) ในช่องของ Word แต่ถ้านักเรียน

อ่านคำใดคำหนึ่งผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E (Errors) ในส่วนของ Word เช่นกัน พร้อมกับบันทึกรายละเอียดของการอ่านผิดอย่างย่อๆ ในส่วนของการอ่าน สัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหานั้น ถ้านักเรียนอ่านสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbol แต่ถ้านักเรียนอ่านผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbol เช่นกัน พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของการอ่าน สัญลักษณ์ที่ผิดอย่างย่อๆ

2. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจคำศัพท์เฉพาะ (Comprehension (a)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกความหมายของคำสำคัญ (Key words) หรือ สัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ Terms ถ้านักเรียนสามารถบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

3. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจโจทย์ (Comprehension (b)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการให้นักเรียนทำแล้วผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ General โดยถ้านักเรียนบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

4. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการเปลี่ยนรูป (Transformation) ในขั้นนี้ถ้านักเรียนสามารถบอกแนวคิด หรือวิธีที่จะใช้หาคำตอบๆได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะบันทึกผลโดยวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบ อักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

5. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skills) ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิด หรือแสดงวิธีคิดคำนวณไม่ได้ ผู้ศึกษาจะบันทึกสิ่งที่ผิดลงในส่วนต่างๆ ของขั้น Process skills ดังนี้

5.1 ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณซึ่งเป็นการเดาคำตอบที่ผิด ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของการเดาคำตอบ โดยวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ R (Random response)

5.2 ถ้าพบว่านักเรียนเลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคำนวณไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม หรือไม่ตรงกับโจทย์ที่ต้องการแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลการวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ WO (Wrong operation)

5.3 ถ้าพบว่านักเรียนได้นำการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตรงกับที่โจทย์ต้องการให้ทำแล้วมาใช้คำนวณอย่างผิดๆ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ E ในแถวของ FA

5.4 ถ้าพบว่านักเรียนคิดคำนวณผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ FC (Faulty computation)

5.5 ถ้าพบว่านักเรียนไม่แสดงวิธีคิดคำนวณ หรือทำได้เลยผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ E ในแถวของ NR (No response) ทั้งนี้ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิดพลาดทุกกรณีดังกล่าวข้างต้นแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกความผิดพลาดโดยวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวสุดท้ายในขั้นนี้

6. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการสรุปคำตอบ (Encoding ability)

ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปข้อความ หรือภาษาได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ C ในส่วนของ Words ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในส่วนของ Words เช่นเดียวกัน ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbols ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbols เช่นเดียวกัน

สรุปได้ว่า เทคนิคการสัมภาษณ์ที่ดี ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีการวางแผนการสัมภาษณ์ก่อนการสัมภาษณ์ ไม่ว่าจะเป็นในส่วนของคำถาม เครื่องมือที่ใช้ในการสัมภาษณ์ เครื่องมือที่ใช้ในการบันทึกหรือแม้กระทั่งสิ่งที่ต้องการจากการสัมภาษณ์ในแต่ละครั้ง

4. การสัมภาษณ์เชิงลึก

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการสัมภาษณ์เชิงลึก ไว้ดังต่อไปนี้

สรัญ ภูงค์ (2545 : 119-120) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เชิงลึก เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงคุณภาพที่มีชื่อเรียกที่แตกต่างกันออกไป เช่น การสัมภาษณ์เจาะลึก การสัมภาษณ์ลุ่มลึก การสัมภาษณ์แนวลึก เป็นต้น ซึ่งเป็นวิธีการรวบรวมข้อมูลโดยไม่ใช้แบบสอบถาม จะมีแนวของข้อคำถามให้ผู้สัมภาษณ์เป็นผู้สอบถามผู้ให้สัมภาษณ์ในลักษณะการเจาะลึก และต้องอาศัยความสามารถพิเศษของผู้สัมภาษณ์ในการค้นหารายละเอียดในประเด็นที่ศึกษาอย่างลึกซึ้ง ซึ่งการสัมภาษณ์เชิงลึกมักจะศึกษาในประชากรกลุ่มเล็กๆ เช่น ผู้บริหาร นักการเมือง ผู้นำทางวิชาการ ผู้นำท้องถิ่น ปราชญ์ชาวบ้าน เป็นต้น โดยที่การสัมภาษณ์เชิงลึกนั้นมิได้มุ่งหวังว่าจะให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เลือกคำตอบที่นักวิจัยคิดไว้ก่อนหรือสัมภาษณ์เพียงครั้งเดียวแต่ต้องการให้ผู้

ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็น ให้คำอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับความสำคัญของเรื่องและสถานการณ์ ตลอดจนความเชื่อ ความหมายต่างๆ อย่างลึกซึ้งในแง่มุมต่างๆ

รวีวรรณ ชินตระกูล (2547 : 117-119) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เชิงลึก

(In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่างๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

มานพ คณะโต (2550 : 57-59) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เชิงลึก (In-depth interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่มีการกำหนดกฎเกณฑ์เกี่ยวกับคำถามและลำดับขั้นตอนของการสัมภาษณ์ไว้ล่วงหน้าเป็นการพูดคุยสนทนาตามธรรมชาติ(Naturalistic Inquiry)

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์เชิงลึก (In-depth Interview) หมายถึง การสัมภาษณ์แบบเจาะลึกรายบุคคล (In-depth interview) เป็นการซักถามพูดคุยกันระหว่างผู้สัมภาษณ์และผู้ให้สัมภาษณ์อย่างละเอียด เป็นการสัมภาษณ์ที่ให้ผู้สัมภาษณ์ได้อธิบายเหตุผลของตนเอง เพื่อให้ทราบถึงสาเหตุในสิ่งนั้นๆ

5. ประเภทของแบบสัมภาษณ์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านจำแนกประเภทของแบบสัมภาษณ์ไว้ดังต่อไปนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2545 : 78-80) กล่าวว่า แบบสัมภาษณ์สามารถแบ่งออกได้หลายแบบ ในที่นี้จะกล่าวถึงประเภทของแบบสัมภาษณ์ที่แบ่งตามเทคนิคการสัมภาษณ์ ซึ่งแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured Interview) การสัมภาษณ์ตามแบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง ผู้สัมภาษณ์จะทำการสัมภาษณ์ตามคำถามที่ได้สร้างขึ้นและพิมพ์ไว้ในแบบสัมภาษณ์ผู้ให้สัมภาษณ์ทุกคนจะตอบคำถามชุดเดียวกัน อย่างเดียวกัน ผู้สัมภาษณ์จะจดบันทึกคำตอบของผู้ให้สัมภาษณ์ลงในแบบสัมภาษณ์นั้น ข้อดีของการสัมภาษณ์แบบนี้คือผู้วิจัยสามารถจัดหมวดหมู่ สรุปได้ง่าย และลดเวลาในการสัมภาษณ์

2. แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview) เป็นแบบสัมภาษณ์ ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน และผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการตัดแปลงสถานการณ์ให้เหมาะสมตามวัตถุประสงค์ การสัมภาษณ์แบบนี้ อาจมีแนวทางสัมภาษณ์ (Interview Guide) ซึ่งจะมีหัวข้อของข้อมูลที่ต้องการระบุไว้ เพื่อให้ผู้

สัมภาษณ์จะได้ตั้งคำถามในแต่ละหัวข้อเอง ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความชำนาญในการสัมภาษณ์
 รวีวรรณ ชินตระกูล (2547 : 119-120) กล่าวว่า แบบสัมภาษณ์แบ่งออกได้เป็น 2
 ประเภท ได้แก่

1. แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) แบบสัมภาษณ์แบบมี
 โครงสร้าง เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง
 วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถาม
 เหมือนกันทุกข้อ คำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่จะ
 ทำการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้
 ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured form) สามารถทำการ
 สัมภาษณ์ได้ 3 รูปแบบ ดังต่อไปนี้

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ (Non-directive interview) เป็นการ
 สัมภาษณ์ที่ไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมชาติ ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะ
 เริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์
 ระหว่างการสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนา
 ความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่างๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบโต้ด้วย
 ความเข้าใจในความรู้สึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามี
 อิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่างๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่
 ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการ
 สัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรงซึ่งจะต้องใช้เทคนิคใน
 การสัมภาษณ์ โดยส่วนมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทาง
 อารมณ์ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์แบบไม่
 จำกัดคำตอบจำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้
 สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุดเพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบาย
 ออกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็น
 วิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้วจึงพยายาม
 ตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้นๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่างๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศจะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

กิตติพัฒน์ นนทปัทมะคุลย์ (2547 : 123-129) กล่าวว่า แบบสัมภาษณ์สามารถจำแนกได้เป็น 3 ประเภท คือ

1. แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างหรือแบบมาตรฐาน (Structured or standardized interviews) เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดคำถามเฉพาะเจาะจงและชัดเจนหลักการและเหตุผลของแบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง คือ การพยายามทำให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ได้รับชุดคำถามชุดเดียวกัน เพื่อว่าจะสามารถเปรียบเทียบคำตอบของแต่ละคนได้

2. แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างหรือแบบปลายเปิด (Unstructured or open-ended interviews) เป็นวิธีการเก็บข้อมูลที่เหมาะสมที่สุดในการเก็บรวบรวมสาระด้านการรับรู้โลกและประสบการณ์ของผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างคือยืดหยุ่นและคล่องไปตามสถานการณ์เพราะแบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างไม่ได้ใช้ข้อคำถามที่กำหนดไว้อย่างตายตัว แต่จะมีลักษณะรวบรวมชุดของคำถามที่สำคัญๆ ที่มีที่มาจากข้อสันนิษฐานอันหลากหลายกว่าการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง

3. แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-structured or guided interviews) หรือเรียกอีกอย่างว่าแบบสัมภาษณ์แบบชี้นำ โดยปกติเป็นการสัมภาษณ์ที่นักวิจัยจะกำหนดคำถามที่พอจะตัดสินใจได้ว่าจะถามอะไรบ้าง หรือใช้คำสำคัญ (Keywords) เป็นเครื่องชี้นำการสัมภาษณ์ซึ่งเน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก

ไพศาล วรคำ (2554 : 253-254) กล่าวว่า แบบสัมภาษณ์สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง มีลักษณะคล้ายกับแบบสอบถาม คือ มีการเตรียมคำถามไว้ในแบบฟอร์ม ผลจากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับคำถามในแบบฟอร์มที่กำหนด เหมาะสำหรับผู้สัมภาษณ์ที่ไม่ค่อยมีเวลาและยังไม่มีประสบการณ์ในการสัมภาษณ์

2. แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง จะมีเฉพาะหัวข้อหรือแนวทางในการสัมภาษณ์เท่านั้น เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ่งเปิดโอกาสให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่

สรุปได้ว่า แบบสัมภาษณ์แบ่งออกได้เป็น 3 ประเภท ได้แก่ แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างเป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างเป็นแบบสัมภาษณ์ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน ผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระและผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงสถานการณ์ให้เหมาะสมตามวัตถุประสงค์ในขณะสัมภาษณ์ได้ และแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความและสามารถเพิ่มคำถามได้ในระหว่างการสัมภาษณ์ ซึ่งเน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก

การหาคุณภาพเครื่องมือ

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการหาคุณภาพเครื่องมือ ไว้ดังต่อไปนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2545 : 81) กล่าวว่า เครื่องมือรวบรวมข้อมูลจะต้องมีคุณภาพหลายประการประกอบกัน ดังนี้

1. ทุกข้อต้องมีคุณภาพเข้าตามเกณฑ์ในด้านระดับความยาก อำนาจจำแนก ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา
2. เมื่อนำทุกข้อที่มีคุณภาพตามข้อ 1 มารวมกันเป็นฉบับ เครื่องมือทั้งฉบับนั้นจะต้องมีคุณภาพในด้านความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่น

สมนึก กัททิษฺฐิ (2551 : 193) กล่าวว่า การประเมินคุณภาพของแบบทดสอบ เป็นการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นว่ามีคุณภาพดีเพียงใด ทั้งลักษณะเป็นรายข้อและทั้งฉบับ ถ้าข้อสอบข้อใดหรือฉบับใดมีคุณภาพดี ก็ควรนำไปใช้ แต่ถ้าบกพร่องก็ควรปรับปรุงแก้ไข

พิชิต ฤทธิจฺรณู (2551 : 134) กล่าวว่า เครื่องมือวัดผลที่ดีจะต้องเป็นเครื่องมือที่มีคุณภาพจึงจะช่วยให้การวัดผลมีความถูกต้องเชื่อถือได้และผลการประเมินที่ได้ย่อมเชื่อถือได้ด้วย ดังนั้นก่อนที่จะนำเครื่องมือไปใช้จริงจึงควรตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือก่อนทุกครั้ง การตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือเป็นการตรวจสอบคุณสมบัติของเครื่องมือในเรื่อง ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยาก อำนาจจำแนก และความเป็นปรนัย

ไพศาล วรคำ (2554 : 254) กล่าวว่า คุณภาพเครื่องมือ หมายถึง คุณลักษณะที่บ่งบอกถึงความสามารถของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย เช่น ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยาก และอำนาจจำแนก เป็นต้น คุณสมบัติที่บ่งชี้ถึงคุณภาพของเครื่องมือ

ที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วยความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่นเป็นหลัก ส่วนอำนาจจำแนกนั้น จะใช้เฉพาะในกรณีของแบบทดสอบและแบบสอบถาม และความยากจะใช้ได้เฉพาะกรณี แบบทดสอบเท่านั้น

สรุปได้ว่า การหาคุณภาพเครื่องมือ หมายถึง การตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ ในการวัดผล ประกอบด้วย การหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ความเที่ยงตรงตามเนื้อหาและ ค่าความเชื่อมั่น ซึ่งจะช่วยให้การวัดผลมีความถูกต้อง เชื่อถือได้

1. ความเที่ยงตรง

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความเที่ยงตรง (Validity) หรือ ความตรง (Validity) ไว้ดังต่อไปนี้

พิชิต ฤทธิเจริญ (2551 : 1344- 135) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงเป็นคุณสมบัติของ เครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการวัด ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบนั้น มี สิ่งที่ควรพิจารณาดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเป็นเรื่องที่อ้างถึงการตีความหมายของผลที่ได้จากเครื่องมือที่ ใช้ในการทดสอบหรือการประเมินผล มิใช่เป็นความเที่ยงตรงของเครื่องมือ แต่เป็นความ เที่ยงตรงของการตีความหมายที่ได้จากผลของการทดสอบ

2. ความเที่ยงตรงเป็นเรื่องของระดับ (Matter of Degree) มิใช่เป็นเรื่องมีหรือไม่มี การบอกความเที่ยงตรงของแบบทดสอบควรเสนอในรูประดับที่เจาะจง เช่น มีความเที่ยงตรง สูง ปานกลาง หรือต่ำ

3. ความเที่ยงตรงจะเป็นความเที่ยงตรงเฉพาะเรื่องที่ต้องการวัดเสมอ (Specific to Some Particular Use) ไม่มีแบบทดสอบใดที่มีความเที่ยงตรงทุกวัตถุประสงค์ เช่น แบบทดสอบเลขคณิตอาจมีความเที่ยงสูงในการวัดทักษะการคำนวณ แต่มีความเที่ยงตรงต่ำใน การวัดเหตุผลเชิงตัวเลข และอาจมีความเที่ยงตรงปานกลางในการคาดคะเนผลการเรียน

4. ความเที่ยงตรงเป็นมโนทัศน์เดี่ยว (Unitary Concept) หมายความว่าความ เที่ยงตรงเป็นค่าตัวเลขเดี่ยวที่ได้มาจากหลักฐานหลายแหล่ง หลักพื้นฐานที่ใช้ยึดในการ ตีความหมายของความเที่ยงตรงก็คือเนื้อหา เกณฑ์ที่กำหนดและโครงการ

ศิริชัย กาญจนวาสิ (2552 : 99) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุด ของแบบทดสอบ สามารถจำแนกความตรงเป็น 3 ประเภทหลักๆ ได้แก่ ความเที่ยงตรงตามเนื้อ เรื่อง ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพัทธ์ และความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี การตรวจสอบความ เที่ยงตรงเป็นกระบวนการรวบรวมและวิเคราะห์หลักฐาน เพื่อการสนับสนุนความเหมาะสม

และความถูกต้องของการนำคะแนนจากเครื่องมือวัดไปสรุป ในการตรวจสอบความเที่ยงตรง สามารถจำแนกตามเป้าหมายที่สำคัญได้ 3 ประเภท ได้แก่ การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อเรื่อง การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพัทธ์และการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี

ไพศาล วรคำ (2554 : 254) กล่าวว่า ความเที่ยงตรง หมายถึง ความถูกต้อง แม่นยำ ของเครื่องมือในการวัดสิ่งที่ต้องการจะวัด หรือความสอดคล้องเหมาะสมของผลการวัดกับเนื้อเรื่อง หรือเกณฑ์ หรือทฤษฎีเกี่ยวกับลักษณะที่มุ่งวัด ความเที่ยงตรงจึงถือว่าเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุดของเครื่องมือวัดทุกประเภท เพราะเป็นคุณสมบัติเกี่ยวข้องกับคุณภาพ ด้านความถูกต้องของผลที่ได้จากการวัด เนื่องจากความเที่ยงตรงของค่าวัดจากเครื่องมือวัดเป็นความสัมพันธ์ หรือความ สอดคล้องระหว่างค่าวัดของเครื่องมือวัดนั้นกับสิ่งที่ต้องการวัดหรือตัวเกณฑ์ ดังนั้น การแสดงหลักฐานความเที่ยงตรง จึงเป็นการหาความสัมพันธ์หรือความสอดคล้องระหว่างค่าวัดของตัวแปร วิธีการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงจึงขึ้นอยู่กับชนิดของค่าวัดที่ได้จากตัวแปร ดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) เป็นการแสดงหรือหาว่า เครื่องมือวัดนั้น สามารถวัดได้ตรงและครอบคลุมเนื้อหาวิชาการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรง มากน้อยเพียงใด โดยการเทียบกับตารางวิเคราะห์หลักสูตร หรือตารางกำหนดข้อสอบ สิ่ง กำหนดตัวอย่างหัวข้อเนื้อหาสาระวิชาและพฤติกรรมจากเนื้อหาสาระวิชาทั้งหมด และถือว่าเป็นตัวแทนที่ดีแล้ว การแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือวัด สามารถ พิจารณาจากความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ของวิชา โดยคำนวณจากดัชนีความ สอดคล้องของระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ ค่า IOC ที่มีค่า 0.50 ขึ้นไปแสดงว่ามีความ สอดคล้องหรือเป็นตัวแทนจุดประสงค์ของวิชา

สำหรับสูตรที่ใช้ในการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบ โดย คำนวณจากสูตรของบุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์ (ไพศาล วรคำ. 2554 : 262-263) เป็นดังนี้

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง

R_i แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$\sum_{i=1}^n R_i$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพัทธ์ (Criterion-related Validity) ของค่าที่วัดได้จากเครื่องมือวัดที่ต้องการกับค่าที่วัดได้จากเกณฑ์ ซึ่งสามารถคำนวณได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับค่าที่วัดได้ซึ่งอาจใช้สูตร Pear Product Moment (เมื่อข้อมูลเป็นคะแนนทั้ง 2 ชุด) หรือ Spearman Rank Order (เมื่อข้อมูลเป็นการจัดอันดับ) ซึ่งแยกตามเกณฑ์เป็นการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงตามสภาพ และการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงตามพยากรณ์

3. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) เป็นการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงว่าเครื่องมือวัดนั้นสามารถวัดขอบเขตความหมาย หรือคุณลักษณะประจำตามโครงสร้างทฤษฎีที่สมมุติขึ้นได้เพียงใด

สรุปได้ว่า ความเที่ยงตรง หมายถึง ความถูกต้อง แม่นยำของเครื่องมือในการวัดสิ่งที่ต้องการจะวัด หรือความสอดคล้องเหมาะสมของผลการวัดกับเนื้อเรื่องในการตรวจสอบความเที่ยงตรงสามารถจำแนกตามเป้าหมายที่สำคัญได้ 3 ประเภท ได้แก่ ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพัทธ์ และความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง

2. ความยากและอำนาจจำแนก

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความยากและอำนาจจำแนก ไว้ดังต่อไปนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551 : 138) กล่าวว่า ความยาก (Difficulty) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่บอกให้ทราบว่าข้อสอบข้อนั้นมีคนตอบถูกมากหรือน้อย ถ้ามีคนตอบถูกมากข้อสอบนั้นก็ง่าย ถ้ามีคนตอบถูกน้อย ข้อสอบข้อนั้นก็ยาก ถ้ามีคนตอบถูกบ้างผิดบ้างหรือมีคนตอบถูกปานกลางข้อสอบข้อนั้นก็มีความยากปานกลาง ข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะควรมีคนตอบถูกไม่ต่ำกว่า 20 คน และไม่เกิน 80 คน จากผู้สอบ 100 คน ค่าความยากหาได้โดยการนำจำนวนคนที่ตอบถูกหารด้วยจำนวนคนที่ตอบทั้งหมด ส่วนอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนก ผู้เรียนตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ใครรอบรู้-ไม่รอบรู้ โดยยึดหลักการว่าคนเก่งจะต้องตอบข้อสอบข้อนั้นถูก คนไม่เก่งจะต้องตอบผิด ข้อสอบที่ดีจะต้องแยกคนเก่งกับคนไม่เก่งออกจากกันได้ อำนาจจำแนกมีความสัมพันธ์กับความเที่ยงตรงเชิงสภาพในทางบวก กล่าวคือ ถ้าเครื่องมือใดมีอำนาจจำแนกสูง เครื่องมือนั้นก็มีความเที่ยงตรงเชิงสภาพสูงด้วย

ไพศาล วรคำ (2554 : 287) กล่าวว่า ความยากของข้อสอบ (Item Difficulty) เป็นคุณลักษณะประจำตัวของข้อสอบแต่ละข้อที่บ่งบอกถึง โอกาสที่กลุ่มตัวอย่างจะตอบข้อนั้นได้ ถูก ดังนั้นความยากของข้อสอบจึงพิจารณาได้จากจำนวนผู้ตอบข้อนั้นถูก ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกมากแสดงว่า ข้อสอบนั้นง่ายหรือมีค่าดัชนีความยาก (Item Difficult Index : p) สูง ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกน้อยแสดงว่าข้อสอบนั้นยากหรือมีค่าดัชนีความยากต่ำ

การหาค่าความยากของข้อสอบโดยทั่วไปจะนิยมหาเฉพาะในการสอบแบบอิงกลุ่ม เพื่อทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากเหมาะสมกับกลุ่มผู้สอบข้อสอบที่มีความยากเหมาะสม จะมีดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 ส่วนในการสอบแบบอิงเกณฑ์นั้น ต้องพิจารณา ความรอบรู้ (ผ่านเกณฑ์) หรือไม่รอบรู้ (ไม่ผ่านเกณฑ์) จึงไม่ค่อยคำนึงถึงความยากของข้อสอบ แต่จะพิจารณาพฤติกรรมและเนื้อหาที่ต้องการวัดมากกว่าการหาดัชนีความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์จึงเป็นการหาเพื่อให้ทราบระดับความยากเท่านั้น ซึ่งถ้ามีการหาดัชนีความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์ก็มักจะหาทั้งดัชนีความยากก่อนเรียนและดัชนีความยากหลังเรียน โดยใช้สูตรเดียวกับความยากแบบอิงกลุ่ม

สำหรับข้อสอบอัตนัยการหาดัชนีความยากจะมีวิธีการแตกต่างไปจากข้อสอบปรนัยบ้างเนื่องจากคะแนนที่เป็นไปได้ของข้อสอบอัตนัยแต่ละข้อไม่ใช่ 0 หรือ 1 เหมือนกับข้อสอบปรนัย การหาดัชนีความยากของข้อสอบอัตนัยทำได้โดยการแบ่งผู้เข้าสอบออกเป็นสองกลุ่มๆละเท่าๆกัน คือ กลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ จากนั้นคำนวณหาดัชนีความยากจากสูตรของ (Whitney and Sabers) ส่วนการแปลผลดัชนีความยากของข้อสอบอัตนัยก็ใช้เกณฑ์เดียวกับดัชนีความยากของข้อสอบปรนัย

สำหรับสูตรที่ใช้ในการหาค่าความยากของแบบทดสอบ จะต้องแบ่งกลุ่มเป้าหมาย ออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% ของกลุ่มเป้าหมายนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554 : 292-293)

$$\text{ดัชนีค่าความยาก } P_E = \frac{S_U + S_L - (2N)(X_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ดัชนีค่าความยาก
	S_U	แทน	ผลรวมคะแนนนักเรียนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนนักเรียนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ

อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง คุณลักษณะของข้อสอบหรือข้อคำถามที่สามารถแยกปริมาณของคุณลักษณะที่ต้องการวัดที่มีอยู่ในแต่ละบุคคลได้ เช่น ในแบบทดสอบข้อสอบที่มีอำนาจจำแนกก็คือข้อสอบที่สามารถแยกคนเก่งออกจากคนอ่อนได้ เครื่องมือที่นิยมหาอำนาจจำแนก ได้แก่ แบบทดสอบและแบบสอบถาม เทคนิคการหาอำนาจจำแนกมีหลายวิธีตามลักษณะของเครื่องมือดังนี้

1. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงกลุ่ม มีหลายวิธี
 - 1.1 เทคนิคร้อยละ 50
 - 1.2 เทคนิคร้อยละ 27
 - 1.3 การหาสหพันธ์ระหว่างคะแนนรายข้อกับคะแนนรวม
 - 1.4 การหาสหสัมพันธ์แบบ Point Biserial
2. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงเกณฑ์ หาได้ 2 แบบ ดังนี้
 - 2.1 ดัชนีอำนาจจำแนกของแบรนแนน(Brennan's Index : B-Index)
 - 2.2 ดัชนีความไวของข้อสอบ (Sensitive Index :S)
3. การหาอำนาจจำแนกของแบบสอบอัตนัย

ในกรณีของข้อสอบอัตนัย ค่าคะแนนในแต่ละข้อจะมีได้หลายค่า การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบอัตนัยสามารถหาได้จากสูตรวินีย์และซาเบอร์ส(Whitney and Sabers)

ศิริชัย กาญจนวาที (2552 : 225) กล่าวว่า ความยากและอำนาจจำแนก หมายถึง สัดส่วนของจำนวนคนที่ตอบข้อสอบข้อนั้นถูก เช่น ข้อสอบข้อหนึ่งมีคนตอบ 100 คนปรากฏว่าตอบถูกเพียง 30 คนแสดงว่าข้อสอบข้อนั้นมีความระดับความยาก(p) เท่ากับ 0.30 หรือ 30 % ดังนั้นระดับความยากของข้อสอบจึงมีค่าตั้งแต่ 0.00-1.00 ถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกมาก P จะมีค่าสูง (เข้าใกล้ 1) แสดงว่าข้อสอบนั้นง่าย ในทางตรงกันข้ามถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกน้อย P จะมีค่าต่ำ (เข้าใกล้ 0) แสดงว่าข้อสอบนั้นยาก โดยทั่วไปข้อสอบที่มีค่า P ระหว่าง 0.20-0.80 ถือว่าเป็นข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะ และข้อสอบทั้งฉบับควรมีระดับความยากเฉลี่ยประมาณ 0.50 ส่วนอำนาจจำแนก (Discrimination) หรืออำนาจจำแนกของข้อสอบ (Discrimination Power of The Items) หมายถึง ความสามารถของข้อสอบในการจำแนก หรือแยกให้เห็นความแตกต่างระหว่างข้อสอบที่มีผลสัมฤทธิ์ต่างกัน เช่น จำแนกคนเก่งกับคนอ่อนออกจากกันได้ โดยถือว่าคนที่เก่งหรือมีความสามารถควรทำข้อสอบนั้นได้ ส่วนผู้ที่ย่อหรือไม่มีความสามารถไม่ควรทำข้อสอบข้อนั้นได้ อำนาจจำแนกของข้อสอบจะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง +1 แต่อำนาจจำแนกที่ดีจะต้องมีค่าบวก ควรมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

สำหรับสูตรการหาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบคำนวณจากสูตรของวิทเนย์ และซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554 : 282)

$$\text{ดัชนีค่าอำนาจจำแนก } D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมคะแนนนักเรียนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนนักเรียนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ

ตารางที่ 3 เกณฑ์ในการแปลความหมายของค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก

ความยาก (p)	ความหมาย	อำนาจจำแนก (D)	ความยาก
0.80-1.00	ง่ายมาก	0.60-1.00	ดีมาก
0.60-0.79	ค่อนข้างง่าย	0.40-0.59	ดี
0.40-0.59	ปานกลาง	0.20-0.39	พอใช้
0.20-0.39	ค่อนข้างยาก	0.10-0.19	ค่อนข้างต่ำ ควรปรับปรุง
0.00-0.19	ยากมาก	0.00-0.09	ต่ำมาก ต้องปรับปรุง

สรุปได้ว่า ความยากข้อสอบเป็นคุณลักษณะประจำตัวของข้อสอบแต่ละข้อที่บ่งบอกถึงโอกาสที่กลุ่มตัวอย่างจะตอบข้อนั้นได้ถูก ส่วนอำนาจจำแนก เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่สามารถจำแนกผู้เรียนตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ซึ่งเครื่องมือที่สร้างขึ้นต้องตรวจสอบคุณภาพรายข้อในเรื่องค่าความยากและอำนาจจำแนก โดยทั่วไปข้อสอบที่มีค่าความยากระหว่าง 0.20 - 0.80 ถือว่าเป็นข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะ และข้อสอบที่ฉบับควรมีระดับความยากเฉลี่ยประมาณ 0.50 ส่วนอำนาจจำแนกที่ดีต้องมีค่าเป็นบวก และมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

3. ความเชื่อมั่น

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมาย ลักษณะ และวิธีการของความเชื่อมั่นไว้ดังต่อไปนี้

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2552 : 88) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น ตรงกับภาษาอังกฤษ “Reliability” ซึ่งหมายถึง “Stability and Consistency” ของคะแนนสอบ จึงเป็นที่เข้าใจของกลุ่มนักวัดผลคนไทยว่า Reliability นั้น หมายถึง ระดับความคงที่หรือความคงเส้นคงวาของคะแนนสอบจากการทดสอบเรื่องเดียวกันในเวลาใดก็ตาม อย่างไรก็ตาม ไรก็ดีสำหรับการใช้คำนั้นก็อาจใช้คำที่ต่างกันไป เช่น ความเชื่อมั่น ความเที่ยง

ไพศาล วรคำ (2554 : 88) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลายๆ ครั้ง การหาความเชื่อมั่นของแบบวัดพัฒนาจากนิยาม คือความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลายๆ ครั้งแต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคลนั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอเมื่อเวลาผ่านไป จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดขึ้นมาอีกหลายวิธีภายใต้แนวคิดหลัก 3 แนวคิดคือ

1. การวัดความคงที่ ซึ่งจะเป็นการวัดความคงที่ของผลการวัดหลายๆ ครั้ง
2. การวัดความสมมูลกันเป็นการวัดแบบที่เป็นคู่ขนานเพื่อหลีกเลี่ยงการวัดซ้ำ
3. การวัดความสอดคล้องภายในซึ่งเป็นการพิจารณาความเชื่อมั่นจากการวัดเพียงครั้งเดียวแล้วหาความสอดคล้องของผลการวัดภายในแบบวัดนั้น

ศิริชัย กาญจนวาลี (2552 : 59–60) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่หรือความคงเส้นคงวาของผลที่ได้จากการวัดซ้ำ และวิธีการประมาณค่าความเชื่อมั่น สามารถจำแนกออกเป็น 4 ประเภทใหญ่ๆ โดยมีความหมายและวิธีการประมาณค่าดังแสดงในตาราง

ตารางที่ 4 ประเภทของความเชื่อมั่น ความหมาย และวิธีการประมาณค่า

ประเภท	ความหมาย	วิธีประมาณค่า
1. ความเชื่อมั่นแบบคงที่ (Measure of Stability)	ความคงเส้นคงวาของคะแนนจากการวัดในช่วงเวลาที่ต่างกัน โดยวิธีสอบซ้ำด้วยแบบสอบเดิม (Test-retest Method)	คำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่วัดได้จากคนกลุ่มเดียวกันด้วยเครื่องมือเดียวกัน โดยทำการวัดซ้ำสองครั้งในเวลาที่แตกต่างกัน

ประเภท	ความหมาย	วิธีประมาณค่า
2. ความเชื่อมั่นแบบ ความสมมูล (Measure of Equivalent)	ความสอดคล้องกันของคะแนน จากการวัดในช่วงเวลาเดียวกัน โดยใช้แบบสอบที่สมมูลกัน (Equivalent Forms Method)	คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ สหพันธ์ระหว่างคะแนนที่วัด ได้ในเวลาเดียวกันจากคน กลุ่มเดียวกันโดยใช้เครื่องมือ 2 ฉบับที่ตัดเทียมกัน
3. ความเชื่อมั่นแบบ คงที่และสมมูล (Measure of Stability and Equivalent)	ความสอดคล้องกันของคะแนน จากการวัดในช่วงเวลาที่ต่างกัน โดยวิธีสอบซ้ำด้วยแบบสอบถาวร ที่สมมูลกัน (Test – retest Equivalent Forms)	คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ สหพันธ์ระหว่างคะแนนที่วัด ได้ในเวลาต่างกันจากคนกลุ่ม เดียวกันโดยใช้เครื่องมือ 2 ฉบับที่ตัดเทียม
4. ความเชื่อมั่นแบบ ความสอดคล้องภายใน (Measure of Internal Consistency)	ความสอดคล้องกันระหว่าง คะแนนรายข้อหรือความเป็นเอก พันธ์ของเนื้อหาข้ออื่นเป็น ตัวแทนของคุณลักษณะเด่น เดียวกันที่ต้องการวัด โดยวิธี ต่างๆดังนี้ 4.1 วิธีแบ่งครึ่งข้อสอบ (Spilt – half Method) 4.2 วิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder – Richardson Method) 4.3 วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา ของครอนบาค (Cronbach’s Alpha Method)	คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความ เป็นเอกพันธ์ระหว่างคะแนน ของกลุ่มข้อสอบ 2 กลุ่ม จาก การวัดด้วยแบบสอบเดียวกัน คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ สหพันธ์ระหว่างคะแนนที่วัด ได้จากการแบ่งครึ่งข้อสอบ ที่สมมูลกัน เช่น แบ่งเป็นข้อคู่ และข้อคี่ จากนั้นจึงใช้สูตร ของสเปียร์แมน บราวน์ คำนวณค่าสถิติของคะแนน รายข้อ(ซึ่งให้คะแนนแบบ 0,1) และคะแนนรวม จากนั้น จึงใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ด สัน คำนวณค่าสถิติของ คะแนนรายข้อและ

ประเภท	ความหมาย	วิธีประมาณค่า
	4.4 วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนของฮอยท์ (Hoyt's Analysis of Variance Method)	คะแนนรวม จากนั้นจึงใช้สูตรคำนวณสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค วิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทาง จากนั้นจึงใช้สูตรของฮอยท์

ในกรณีที่ข้อสอบเป็นแบบความเรียง (Essay Tests) ที่มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ ผู้ตรวจให้คะแนน (Rater) แต่ละคนอาจให้คะแนนที่แตกต่างกัน ความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนนจึงสำคัญมากสำหรับเครื่องมือวัดทักษะนี้ วิธีการง่ายๆ ในการหาความเชื่อมั่น ระหว่างผู้ให้คะแนนก็คือให้ผู้ตรวจให้คะแนนตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป ให้คะแนนในแบบทดสอบเดียวกัน หรือพฤติกรรมเดียวกันแล้วหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากผู้ตรวจ โดยการหาสัมประสิทธิ์ความพ้องกันหรือดัชนีความสอดคล้องกัน

สูตรการหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบ คำนวณจากสูตรการหาสัมประสิทธิ์อัลฟา (α Coefficient) ของ Cronbach ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2554: 282)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบในแต่ละข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

ไพศาล วรคำ (2554 : 287) กล่าวว่า ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัด (Standard Error of Measurement :SEM) เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความเชื่อมั่นของเครื่องมือ กล่าวคือ ถ้าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัดต่ำ ความเชื่อมั่นจะสูง ในทางกลับกันถ้าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัดสูงความเชื่อมั่นจะต่ำ นั่นหมายความว่าถ้าแบบทดสอบใดมีความเชื่อมั่นอย่างแท้จริง คะแนนที่สอบได้นั้นจะเป็นคะแนนจริง (True Score) ถ้ามีการ

สอบด้วยแบบทดสอบฉบับเดียวกับกลุ่มๆ เดียวหลายครั้ง คะแนนของผู้สอบแต่ละคนที่สอบได้ จะแตกต่างกันไป การที่คะแนนแตกต่างกันมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ หรือถ้าแบบทดสอบมีความเชื่อมั่นสูงความแตกต่างหรือความของคะแนนจะน้อย ถ้ามีความเชื่อมั่นต่ำความแตกต่างหรือของคะแนนจะมาก การคำนวณหาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัดจึงเป็นการหาค่าความแตกต่างระหว่างคะแนนที่สอบได้ (Obtained Scores) กับคะแนนจริง (True Scores) สอดคล้องกับ เยาวดี รามชัยกุล วิบูลย์ศรี (2552:97) ที่กล่าวว่า โดยปกติความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัดจะมีค่าน้อยมาก และมีความสัมพันธ์กับค่าความเชื่อมั่น ค่า SEM จึงเป็นดัชนีที่จะชี้ให้เห็นว่า เมื่อคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัดมีค่าน้อย ก็ย่อมจะทำให้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบสูงขึ้น

สรุปได้ว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลายๆ ครั้ง ในการหาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนนก็คือให้ผู้ตรวจให้คะแนนตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป ให้คะแนนในแบบทดสอบเดียวกันหรือพฤติกรรมเดียวกันแล้วหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากผู้ตรวจโดยการหาดัชนีความสอดคล้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

ธีระยุทธ จันทะศักดิ์ (2554 : 94-98) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์หัมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 1 แบบรูป คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ และแบบรูปของข้อผิดพลาดมี 2 แบบรูป คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำและการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดความเข้าใจในการบวกและการลบพหุนาม และสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด คือ ขาดความรอบคอบในการคิดคำนวณ ขาดการไต่ตรอง และขาดความรอบคอบในการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา แนวทางแก้ไขการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ สอนซ่อมเสริม การฝึกทักษะด้วยนวัตกรรม ด้วยการเสริมแรง และแนวทางแก้ไขการเกิดข้อผิดพลาด คือ สร้างความตระหนักและฝึกทักษะ

ศรัญญา บุตรวงษ์ (2554 : 106) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ในเนื้อหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมีหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 แบบรูป คือ การตีความด้านภาษา และการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎสูตร บทนิยามและสมบัติ และแบบรูปของข้อผิดพลาดมี 2 แบบรูป คือ ผิดพลาดในเทคนิคการทำ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา สาเหตุของการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดทักษะการอ่าน ขาดทักษะในกระบวนการแก้โจทย์ ขาดทักษะในหลักการแก้สมการ และขาดความเข้าใจหมโนทัศน์ เรื่อง แบบรูปความสัมพันธ์ สมบัติการเท่ากันและ โจทย์สมการ สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด คือ ขาดความรอบคอบ ขาดการไตร่ตรอง และขาดความรอบคอบในการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา แนวทางการแก้ไขการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ สอนซ่อมเสริม การฝึกทักษะด้วยนวัตกรรม ด้วยการเสริมแรง แนวทางการแก้ไขการเกิดข้อผิดพลาด คือ สร้างความตระหนัก และฝึกทักษะ

สุกัญญา สีสมบา (2554 : 97-98) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า แบบรูปของหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 2 แบบรูป คือ การตีความด้านภาษา และด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎสูตร บทนิยามและสมบัติ แบบรูปของข้อผิดพลาดมี 2 แบบรูป คือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และผิดพลาดในเทคนิคการทำ สาเหตุของการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ ความคลาดเคลื่อนในหมโนทัศน์เรื่อง อสมการ ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของความเท่ากันของการบวก ลบ คูณหาร และขาดทักษะในการแก้โจทย์ ปัญหาในชั้นทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด ได้แก่ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ แนวทางการแก้ไขการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การสอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับการแก้สมการ โดยการใช้เอกสารแนะแนวทางเป็นบทเรียนการ์ตูน บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอนรายบุคคลเพื่อสร้างความเข้าใจและหลักการแก้สมการและการเสริมแรง แนวทางการแก้ไข การเกิดข้อผิดพลาด คือ การสร้างความตระหนัก ฝึกฝนและทบทวนด้วยตนเอง สม่่าเสมอ ฝึกฝนการทำงานให้เป็นระบบมีระเบียบวินัย รอบคอบ มีวิจารณ์ญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ทัศนีย์ อินธิเดช (2555 : 114-115) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 2 แบบรูป คือ การตีความด้านภาษา และการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตรบทนิยามและสมบัติ แบบรูปของข้อผิดพลาดมี 2 แบบรูป คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดทักษะด้านการแปลความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ขาดทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา เข้าใจผิดเกี่ยวกับหลักการและขั้นตอนในการแก้สมการ ส่วนสาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด คือ ขาดความรอบคอบ ขาดการไตร่ตรองและขาดการ ตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา แนวทางการแก้ไขการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาขั้นที่ 1 คือ การทำความเข้าใจโจทย์และจัดสอนซ่อมเสริมเพื่อกระตุ้นผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ตลอดเวลา และมีการเสริมแรง เช่น รางวัลชมเชย การให้คะแนน แนวทางการแก้ไขการเกิดข้อผิดพลาด คือ ฝึกความรอบคอบ การไตร่ตรอง การตรวจสอบ และฝึกทักษะการคิดคำนวณ และสร้างความตระหนักเพื่อให้นักเรียนเห็นประโยชน์และความสำคัญในเนื้อหาที่เรียน

นวนพล นนทภา (2556 : 129-130) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนากลวิธีในการแก้ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับศึกษาระดับปริญญาตรี ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรี สรุปได้ 3 ลักษณะเรียงจากน้อยไปมาก ได้ดังนี้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์และการให้เหตุผลทางพีชคณิต การแก้ปัญหทางพีชคณิตและทักษะทางพีชคณิต กลวิธีในการแก้ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรี ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียน ขั้นตอนที่ 2 แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ พบว่า การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบมี 2 แบบรูป คือ การตีความด้านภาษา และการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตรบทนิยามและสมบัติและแบบรูปของข้อผิดพลาดมี 2 แบบรูป คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ส่วนสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดทักษะด้านการแปลความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ขาดทักษะกระบวนการแก้

โจทย์ปัญหา เข้าใจผิดเกี่ยวกับหลักการและขั้นตอนในการแก้สมการ และสาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด คือ ขาดความรอบคอบ ขาดการไตร่ตรองและขาดการ ตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ซึ่งแนวทางการแก้ไข คือ การสอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับการแก้สมการ โดยการใช้เอกสารแนะแนวทางเป็นบทเรียนการ์ตูน บทเรียนแบบ โปรแกรม ชุดการเรียนการสอน การใช้เสริมแรง การสร้างความตระหนัก ฝึกฝนและทบทวนด้วยตนเองสม่ำเสมอ ฝึกฝนการทำงานให้เป็นระบบมีระเบียบวินัย รอบคอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

2. งานวิจัยต่างประเทศ

Clement (1982 : 16-30) ได้ทำการศึกษาการแก้ปัญหาพีชคณิต : กระบวนการคิดพื้นฐานเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร

Booth (1986 : 2-4) ได้ทำการศึกษาความยากลำบากในพีชคณิต ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับลำดับของการคำนวณ สัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร และสมการทางพีชคณิต ไว้ว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับลำดับของการคำนวณสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนไม่สามารถที่จะลดความซับซ้อนได้อย่างถูกต้อง เพราะนักเรียนไม่เข้าใจแนวคิดของตัวแปร นักเรียนมีความเชื่อว่าคำตอบไม่เป็นจำนวน และมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมการทางพีชคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีปัญหาในการนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์

Chai and Ang (1987 : 189-198) ได้ทำการศึกษาความคลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในสิงคโปร์ เนื้อหาเกี่ยวกับพีชคณิตและสมการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนใช้กลวิธีของตนเองจะล้มเหลวถ้าพบปัญหาที่ยาก นอกจากนี้ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนใหญ่ก็เนื่องมาจาก การตีความหมายที่ผิดจากการอ่าน โจทย์ ความคิดที่ผิดในการตีความหมายของตัวอักษร และจากการสัมภาษณ์ทำให้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือให้ความหมายที่ผิดในการใช้วงเล็บ

Ong and Lim (1987 : 199-205) ได้ทำการศึกษาความเข้าใจและความคลาดเคลื่อนในวิชาพีชคณิต โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจำนวนมากอายุระหว่าง 15- 16 ปี ไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตต่างๆได้ และสาเหตุความคลาดเคลื่อนส่วนใหญ่

เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจในการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร นักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้

Usiskin (1988 : 8-19) ได้ทำการศึกษามโนทัศน์ของการเรียนพีชคณิตและการใช้ตัวแปร ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษรและฟังก์ชัน ใ้ว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร และไม่เข้าใจเรื่องตัวแปรเชิงปริมาณและเรื่อง ค่าสูญหายฟังก์ชัน และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรและมีปัญหาในการทำความเข้าใจรูปแบบทางพีชคณิต

Kieran (1992 : 33-56) ได้ทำการศึกษารเรียนและการสอนพีชคณิต ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษรและฟังก์ชัน ใ้ว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ผลการวิจัยพบว่า คำตอบไม่ถูกต้องเป็นผลมาจากการที่นักเรียนไม่ใช้สมบัติการแจกแจง (Distributive Property) อย่างถูกต้อง มีปัญหาเรื่องสมบัติการแจกแจง (Distributive Property) และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีปัญหาเรื่องความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรว่าตัวแปรสามารถแทนปริมาณต่างๆได้

Stacey and MacGregor (1997 : 110-113) ได้ทำการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่นักเรียนนำมาใช้ในพีชคณิต ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ใ้ว่านักเรียนมีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปรนักเรียนมีความเชื่อเกี่ยวกับค่าของตัวแปรที่ไม่ถูกต้อง

Swan (2000 : 16-19) ได้ทำการศึกษาความรู้ลึกเชิงพีชคณิต ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีแนวคิดที่ว่าตัวแปรสองตัวแปรที่แตกต่างกัน (เช่น x, y) ในสมการเดียวกันไม่สามารถมีค่าเดียวกันได้

Xiaobaoli (2006 : Abstract) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับตัวแปร สมการและฟังก์ชัน ผลการวิจัยพบว่า การคิดของนักเรียนเกิดมโนทัศน์คลาดเคลื่อนรวมทั้งข้อผิดพลาด นอกจากนี้ยังพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนและการคิดในเชิงวัตถุกระบวนการอธิบายได้ว่าทำไมนักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

Asquith (2007 : 249-272) ได้ทำการศึกษาความรู้ของนักเรียนระดับประถมศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจแนวคิดของพีชคณิต : เครื่องหมายเท่ากับและตัวแปร และได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับภาวะเท่ากัน (Equality) และสัญลักษณ์ที่เกี่ยวกับพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ใ้ว่าม โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับภาวะเท่ากัน (Equality) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีปัญหาในเรื่องภาวะเท่ากันและการใช้การอินเวอร์ส (inverse Operations) และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่เกี่ยวกับพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร มีความเชื่อเกี่ยวกับค่าของตัวแปรไม่ถูกต้อง และไม่มี ความเข้าใจเรื่องตัวแปรเชิงปริมาณและ ไม่มีความเข้าใจเรื่องค่าสูญหาย

Egodawatte (2011 : Abstract) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในพีชคณิตของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นพบจำนวนของประเภทข้อผิดพลาดในแต่ละด้านซึ่งข้อผิดพลาดบางอย่างนั้นมาจากความคลาดเคลื่อนทางมโนทัศน์ในด้านตัวแปรนั้นความคลาดเคลื่อนทางมโนทัศน์หลักนั้นอยู่ที่การขาดความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานของตัวแปรในบริบทที่ต่างกัน โครงสร้างนามธรรมของนิพจน์พีชคณิตทำให้เกิดปัญหาที่หลากหลายของนักเรียน เช่น ความเข้าใจหรือการปรับให้เหมาะสมของเขานั้นขึ้นอยู่กับกฎวิธีการหรือขั้นตอนการแก้ปัญหาความเข้าใจที่ไม่เพียงพอในการใช้เครื่องหมายเท่ากับและคุณสมบัติของมันเมื่อถูกนำมาใช้ในสมการคือปัญหาสำคัญที่ขัดขวางการแก้สมการอย่างถูกต้องความยากหลักๆในโจทย์ปัญหาที่ต้องทำการแปลจากภาษาธรรมชาติสู่ภาษาทางพีชคณิตนักเรียนส่วนมากได้ใช้วิธีการคาดเดาหรือการลองผิดลองถูกในการแก้ไขปัญหา

Omer and Yasin (2011 : 3322-3327) ได้ทำการ ศึกษา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแนวคิดของตัวแปร ของนักเรียนระดับประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแนวคิดของตัวแปรในลักษณะต่างๆสามารถจำแนกได้เป็น 6 ประเภท ดังนี้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการมองข้ามตัวแปร มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการนำค่าคงที่มาดำเนินการกับตัวแปร มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการมุ่งเน้นตัวแปร x มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการตีความด้านภาษาและการนำเสนอคำตอบ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการเปลี่ยนตัวแปรเป็นค่าคงที่ และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ พบว่า การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแนวคิดของตัวแปร สัญลักษณ์ และสมการทางพีชคณิต นักเรียนมีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร ไม่เข้าใจแนวคิดของตัวแปร มีปัญหาในการนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์ต่างๆ ใช้สัญลักษณ์วงเล็บและใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง มีปัญหาในการทำความเข้าใจรูปแบบทางพีชคณิต ไม่เข้าใจการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร และใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทำให้ทราบลักษณะ สาเหตุและแนวทางการแก้ไขข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์เกี่ยวกับตัวแปรทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่สมควรได้รับการแก้ไข จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้เล็งเห็นความสำคัญของตัวแปรทางพีชคณิตและมีความสนใจศึกษาข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิต เพื่อวิเคราะห์ลักษณะและสาเหตุเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับตัวแปรทางพีชคณิตต่อไป