บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่ง ที่เน้นให้คนไทยได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ ดังคำกล่าวของ สิริพร ทิพย์คง (2545, น.1) ที่ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาบุคคลให้เป็นบุคคลที่สมบูรณ์มีคุณภาพและเป็นพลเมืองที่ดี คณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบ ระเบียบในการคิดมีการวางแผนการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบ ตลอดจนมีลักษณะความเป็นผู้นำในสังคม และช่วยก่อให้เกิด ความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์มีความสมดุลทั้งทางด้านร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้ อย่างมีความสุข (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, น.1) สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2554, น.1) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการนำไปใช้ได้จริงทั้งในชีวิตประจำวันและในงานอาชีพ อาชีพเกือบทุกแขนงจำเป็น ต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวและมีประโยชน์อย่างมากต่อชีวิตมนุษย์

ในปัจจุบันเป้าหมายหลักของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มุ่งเน้นไปที่การจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กับการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและมองเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ ทำให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีความหมายและสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดจริงได้ ดังที่ สุลัดดา ลอยฟ้า (2546, น.1) ได้กล่าวถึง จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่าเพื่อมุ่งพัฒนาความรู้ความเข้าใจของ

นักเรียนโดยเน้นความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ (Relational Understanding) เป็นการพัฒนาความเข้าใจอย่างมีความหมายการอธิบายประกอบในแต่ละมโนทัศน์และวิธีการคิดคำนวณ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการคิดคำนวณและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ National Council of Teachers of Mathematics (2002, p.1) ได้กล่าวว่า เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้และสามารถที่จะสร้างความเข้าใจได้ควรที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (Constructivism) โดยผู้สอนจะไม่บอกแนวทางวิธีการแก้โจทย์ปัญหาให้กับเด็ก ๆ แต่ครูจะตั้งโจทย์ขึ้นมาและชักชวนหรือกระตุ้นให้เด็ก ๆ ได้คิดค้นวิธีทำขึ้นมาเอง และเมื่อเด็ก ๆ ได้คำตอบมาเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนก็จะไม่เฉลยในทันทีที่ถูกหรือผิด แต่จะชักชวนให้นักเรียนทั้งหมดได้ร่วมแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนรับรู้ว่าเขาสามารถคิดและหาคำตอบได้จากตัวเขาเอง นอกจากนี้ยังเป็นการสร้างนิสัยที่ดีในการแลกเปลี่ยนและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น พร้อมทั้งได้กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดไตร่ตรองหาข้อสรุปหรือคำตอบที่ดีที่สุด และเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Understanding) เป็น ความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิดความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนสามารถในการนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาสัมพันธ์กับสถานการณ์ใหม่จนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหานั้นๆได้ และสามารถสรุปความหรือขยายความคิดโดยอาศัยความสัมพันธ์เกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ แล้วนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับทัศนะของ Wilson (1971,p.661) ได้กล่าวถึงความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่าความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และขยายความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมาไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ Hiebert and Carpenter (1992,p.67) ได้กล่าวถึงความหมายของเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปว่า เป็นการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิดความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และพร้อมพรรณ อุดมสิน (2544, น.62) ที่กล่าวว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็น ความสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้ อัมพร ม้าคนอง (2547, น.29) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้ ซึ่งสอดคล้องกับไพทูล นารคร (2549, น.93-102) ที่กล่าวว่าความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้

ยุทธวิธีหรือประยุกต์ความเข้าใจนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจกับสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีเหตุผลโดยความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะตรงกันข้ามกับการท่องจำ (Rote Learning) การเรียนรู้เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้นั้น จำเป็นต้องรู้กระบวนการที่เกิดขึ้นในตัวเองของผู้เรียน ที่เน้นวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถคิดไตร่ตรองได้อย่างสร้างสรรค์ ช่วยพัฒนาสังคมและสิ่งแวดล้อม และนำความรู้ที่ได้รับไปบูรณาการในการดำรงชีวิตได้อย่างมีความสุข ตามหลักการของทฤษฎีนี้ ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีมาก่อนนำความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเหตุการณ์ และปรากฏการณ์ที่พบเห็นมาสร้างเป็นโครงสร้างใหม่ทางสติปัญญา (Hiebert and Catpente, 1992, p.1)

Usiskin (2001, pp.14-22) อดีต ผู้อำนวยการโครงการคณิตศาสตร์โรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิคาโก ประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นอาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2512 เป็นครูสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมต้นและระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและได้ประพันธ์และร่วมประพันธ์ตำราหลายเล่มรวมถึงชุดหนังสือหกเล่มที่ใช้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรมัธยมศึกษาของโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย เขาได้รับรางวัล Lifetime Achievement Award จาก National Council of Teachers of Mathematics ปัจจุบันนี้ พีชคณิตเป็นเครื่องมือสำคัญในการหาคำตอบของการแก้ปัญหาต่าง ๆ อย่างง่าย แม้แต่ครูที่มั่นใจในการสอนมโนทัศน์หรือแนวคิดทักษะทางคณิตศาสตร์ก็ยังไม่สามารถจะแก้ปัญหาของสมการที่ซับซ้อนยุ่งยากได้ ดังนั้นการแก้ปัญหาของสมการที่ค่อนข้างจะยุ่งยากและซับซ้อนก็ยังสามารถใช้พีชคณิตมาเป็นสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาได้อีกทางหนึ่งด้วย ในระดับประถมศึกษาก็สามารถใช้แนวคิดของพีชคณิตในการแก้โจทย์ปัญหาให้กับนักเรียนได้เช่นกัน Usiskin (2001, pp.15-22) กล่าวว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ Usiskin (2002, p.1) มีความเห็นว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นไม่ได้อยู่เป็นตัวเป็นตนแต่มันมีอยู่และสัมพันธ์กับสิ่งที่เรารู้ หากเราเข้าใจเรื่องใดและสามารถแสดงให้คนอื่นทราบได้ว่าเรารู้ในเรื่องนั้น คนเหล่านั้นก็จะเข้าใจเรื่องนั้นด้วย ในทางตรงกันข้ามหากเรารู้สิ่งที่คนอื่นไม่รู้ เราสามารถบอกได้ว่าพวกเขายังไม่เข้าใจอย่างแท้จริง มิติของความเข้าใจที่ได้เสนอไปแล้วนั้นก็เพื่อให้เห็นว่าแนวคิดในเรื่องความเข้าใจนี้มีหลากหลายและขึ้นอยู่กับความเข้าใจของคนที่มีอาชีพต่างกัน และเราก็ไม่สามารถสอนผู้เรียนให้เกิดความเข้าใจที่แท้จริงได้ เพราะว่ามันไม่มี อย่างไรก็ตามไม่ว่าจะเป็น

การศึกษาคณิตศาสตร์ในสมัยก่อนหรือสมัยนี้ เรายังจำเป็นที่จะต้องสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ

Usiskin (2001, pp.15-22) ได้แบ่งความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็น 4 ลักษณะดังนี้ 1.ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Skill – Algorithm Understanding) หรือที่เรียกว่าความเข้าใจด้านทักษะ ความเข้าใจด้านนี้ประกอบด้วย ความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิดในรูปแบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวยการที่นำมาซึ่งผลลัพธ์ การสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหาคำตอบ 2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ (Properties - Mathematical Understanding) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจแสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญสื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง สิ่งที่แสดงถึงความเข้าใจสมบัติคณิตศาสตร์นี้ได้แก่ งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์ งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติ งานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Use - Application Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท 4. ความเข้าใจในการนำเสนอ (Understanding through Representation) นักเรียนที่มีความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจผู้อื่นได้เข้าใจด้วย

จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) วิชาคณิตศาสตร์ของชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ในปีการศึกษา 2556 ปีการศึกษา 2557 และปีการศึกษา 2558 มีความสามารถด้านการคำนวณเรื่องการแก้สมการ สาระที่ 4 พีชคณิตระดับประเทศเท่ากับ 25.70,29.76 และ 30.55 คะแนนตามลำดับ จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับต่ำ และไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2558) สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน), 2557) บ่งบอกถึงการขาดคุณภาพของนักเรียน อีกทั้งแสดงให้เห็นถึงปัญหาของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการขาดความเข้าใจ ทั้งที่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนและการนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ทั้งในชั้นเรียนและในชีวิตจริง ทั้งนี้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ที่ดีจะรวมถึงการ

วิเคราะห์และอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการที่ใช้ว่าถูกต้อง เหมาะสมหรือมีประสิทธิภาพเพียงใด ดังนั้นการพัฒนาด้านคณิตศาสตร์ศึกษาจึงให้ความสำคัญกับบทบาทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากการจัดการศึกษาในหลาย ๆ ประเทศได้เน้นทักษะพื้นฐานความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ และให้ความสำคัญกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้คุณภาพทางการศึกษาของนักเรียนอยู่ในระดับที่สูงขึ้น

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการ ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี เพื่อเป็นแนวทางพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน อันจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1.2.2 เพื่อศึกษาแนวคิดของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1.2.3 เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของ Usiskin ของผู้เชี่ยวชาญ ในเรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1.3.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดอนบอสโกวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 6 ห้องเรียน ได้จัดคละความสามารถทั้ง 6 ห้องเรียน จำนวน 262 คน จากนั้นแยกความสามารถของนักเรียนออกเป็นกลุ่มเก่ง ปานกลาง และอ่อน โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) แบ่งตามลักษณะความเข้าใจของ Usiskin จากประชากร มากลุ่มละ 3 คน รวมทั้งหมดจำนวน 9 คน (กรณีศึกษา) มาสัมภาษณ์โดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง

1.3.2 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่เนื้อหาในสาระที่ 4 พีชคณิต เรื่องการแก้สมการ ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.3.3 ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin

1.3.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาในการดำเนินงานวิจัยครั้งนี้ได้แก่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

“ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์” หมายถึง เป็น ความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิดความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนสามารถในการนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาสัมพันธ์กับสถานการณ์ใหม่จนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหานั้นๆได้ และสามารถสรุปความหรือขยายความคิดโดยอาศัยความสัมพันธ์เกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ แล้วนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลในเรื่องการแก้สมการ และโจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

“ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Usiskin” หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการแก้สมการ และโจทย์ปัญหาสมการ อย่างลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน และสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ แบ่งความเข้าใจเป็น 4 ลักษณะ คือ ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ และลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ โดยมีละเอียดดังนี้

ลักษณะที่ 1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ หมายถึง ความเข้าใจด้านทักษะ เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะการคูณเศษส่วน นักเรียนจะแสดงความเข้าใจประเภทนี้เมื่อได้ลงมือทำงาน ความเข้าใจด้านนี้ประกอบด้วยความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิดในรูปแบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน, ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวยการที่นำมาซึ่งผลลัพธ์และการสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหาคำตอบ

ลักษณะที่ 2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจแสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญ สื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง เช่น การสอนในชั้นเรียนเรื่อง การคูณเศษส่วน การที่ครูใช้คำว่า “ตัดทิ้ง” และ “ตัดตอน” บ่งบอกว่าครูไม่ได้ส่งเสริมความเข้าใจ แต่ถ้าครูใช้ “การคูณจำนวนใด ๆ กับหนึ่ง” และ “เลือกเศษส่วนที่มีค่าเท่าเดิม” ได้ถ่ายทอดความเข้าใจให้กับนักเรียน งานที่แสดงถึงความเข้าใจสมบัติคณิตศาสตร์นี้ได้แก่ งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์, งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติและงานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ลักษณะที่ 3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ หมายถึง ความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท

ลักษณะที่ 4 ความเข้าใจในการนำเสนอ หมายถึง ความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจผู้อื่นได้เข้าใจด้วย

“แนวคิด” หมายถึง ความคิดที่มีแนวทางปฏิบัติ มีองค์ประกอบดังนี้คือ การสังเกต, การเปรียบเทียบความคล้ายและความแตกต่าง, จัดแยกประเภทและร่วมเป็นหมวดหมู่ และสร้างความหมายเฉพาะเพื่อความเข้าใจของตนเอง แนวคิด เป็นการกล่าวสิ่งใดสิ่งหนึ่งในความเชื่อ ความรู้สึก ทัศนคติ แง่คิด ความรู้และประสบการณ์เข้าร่วม อาจจะเป็น บทความ เป็นข่าว เป็นข้อเสนอแนะ หรือความคิดจากใครที่เชี่ยวชาญก็ได้ แนวคิดอาจจะถูกหรือผิดก็ได้

“แนวทาง” หมายถึง ข้อเสนอแนะในการปฏิบัติที่ควรทำของผู้เชี่ยวชาญในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องการแสมการ เพื่อให้สามารถแก้สมการได้ดีขึ้น

“การแก้สมการ” หมายถึง เนื้อหาหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การหาคำตอบของสมการโดยวิธีการลองแทนค่าตัวไม่ทราบค่าหรือตัวแปร และการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องมีความสามารถตีความ แปลความ สรุปความและขยายความ ในการนำความรู้ที่เรียนมาไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ ทักษะ กระบวนการในการหาคำตอบ, ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ เช่น สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร, ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ และความเข้าใจในการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ

ผลการวิจัยจะเป็นข้อสนเทศสำหรับการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นแนวทางพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และชั้นอื่น ๆ อันจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จนนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้ ตลอดจนเป็นแนวทางให้ครูและผู้สนใจในการที่จะพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ได้นำไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ผู้เรียนต่อไป