บทที่ 2
การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
3. มโนทัศน์ทางเรขาคณิต
4. รูปสามเหลี่ยม
5. ระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model
6. แบบทดสอบ
7. แบบสัมภาษณ์
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
9. กรอบแนวคิดการวิจัย

2.1 มโนทัศน์

มโนทัศน์ (Concept) เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิต เพราะเป็นรากฐานของความคิดในการเรียนรู้ในเรื่องใด ๆ ช่วยให้เรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วและมากขึ้น เมื่อมีการจัดระบบระเบียบของข้อมูลแล้วนำไปตั้งกฎเกณฑ์ หลักการ ทำให้สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.1.1 ความหมายของมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2537, น. 28) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการจัดจำพวกสิ่งต่าง ๆ ตามคุณสมบัติเหมือนกันของสิ่งต่าง ๆ ได้แก่ กลม เหลี่ยม สีน้ำเงิน ฯลฯ ซึ่งผู้มีมโนทัศน์สามารถระบุสิ่งต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไปมีคุณสมบัติอย่างเดียวกัน เช่น ระบุว่าสิ่งที่มีลักษณะเป็นวงกลม ได้แก่ เหรียญบาท ยางรถยนต์ จานข้าว เป็นต้น

ปริยาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2546, น. 120) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ผลสรุปจากการรับรู้ที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปแบบอันเดียวกัน

สุวิทย์ มูลคำ (2547, น. 10) ได้กล่าวว่าว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกันซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น

De Cecco (1968, p. 388) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง กลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะต่าง ๆ ร่วมกัน อาจเป็นสิ่งของเหตุการณ์ หรือบุคคลต่าง ๆ ซึ่งเรากำหนดมโนทัศน์เหล่านี้ด้วยการเรียกชื่อ เช่น หนังสือ นักเรียน เป็นต้น

Good (1973, p. 124) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบ หรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้ สัญลักษณ์เชิงความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการหรือวัตถุ และความรู้สึกนึกคิด ความเห็นความคิดหรือภาพความคิด

Wesley and Wronski (1973, p. 96) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง นามธรรมหรือความคิดโดยทั่วไป ที่รวบรวมได้มาจากกรณีลักษณะเฉพาะทั้งหลายที่แสดงให้เห็นถึงลักษณะทั้งหมดของประเภทหรือลักษณะเฉพาะอย่างของวัตถุหรือความคิดต่าง ๆ

Arends (1994, p. 299) ได้ กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้น ๆ

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่สามารถแยกแยะสิ่งต่าง ๆ เหตุการณ์ต่าง ๆ หรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น จัดเข้าเป็นรูปแบบอันเดียวกันซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น

2.1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

สุรางค์ โค้วตระกูล (2553, น. 302) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิดมนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่จะเผชิญได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะทำให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546, น. 58) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล

โดยทำหน้าที่สำคัญมีดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับเรื่องต่างๆ เป็นกรอบต้นแบบ หรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า ข้อสมมติ หรือการคาดเดาว่าน่าจะเป็นสิ่งนั้นสิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

พรพิมล ยังฉิม (2546, น. 13) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์มีประโยชน์ต่อนักเรียน เพราะจะช่วยให้นักเรียนมีการคิดที่เป็นระเบียบไม่เกิดความซับซ้อนของความคิด รู้จักจัดหมวดหมู่ของความรู้หรือประสบการณ์ที่ได้รับ ช่วยให้นำออกมาใช้สะดวกและรวดเร็วในการแก้ปัญหา และการเรียนรู้ในระดับสูงขึ้นไป

Ausubel (1968, p. 505) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิดการสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

De Cecco (1968, pp. 402-416) ได้กล่าวว่า

1. ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติและสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีรออยู่มากมาย โดยการแบ่งสิ่งเร้าหรือสิ่งแวดล้อมออกเป็นกลุ่มเพื่อทำให้การตอบสนองง่ายขึ้น

2. ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง ทำให้บุคคลต้องใช้ความสามารถนี้เสมอ

3. ช่วยลดเวลาในการเรียนรู้ลงมาก เช่น สิ่งใดที่เรียนผ่านไปแล้วจนเกิดมโนทัศน์ก็สามารถนำไปใช้ได้อีกโดยไม่ต้องเรียนรู้ซ้ำ

4. ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้รู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด ทำให้ตัดสินใจต่อไปได้

5. ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนจำเป็นต้องใช้สื่อมาก เช่น การฟัง พูด อ่าน เขียน ซึ่งเป็นพื้นฐานของการสร้างมโนทัศน์ และสื่อจะช่วยให้การพัฒนามโนทัศน์ไปสู่ระดับที่สูงขึ้น โดยเฉพาะมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม

6. มโนทัศน์อาจเป็นความเชื่อที่เกิดจากการเข้าใจผิด ประสบการณ์ของคนเป็นเหตุให้เกิดความเชื่อมั่นที่เปนผลมาจากการเข้าใจผิด

Cockburn and Littler (2010, pp. 3-6) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากมโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ ได้ถึงระดับสูงสุด และยังช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้อย่างรวดเร็วยิ่งขึ้น มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์พื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการ

ตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และยังช่วยให้สามารถแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ ในการเริ่มต้นเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ การสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียนจึงเป็นเรื่องที่มีความสำคัญที่สุด

สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด เพราะเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติและสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ และมีความสำคัญในการจัดการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้อย่างมีความหมาย ช่วยลดเวลาในการเรียนรู้ไม่ให้เกิดความซับซ้อน ช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา การสื่อความหมายและพัฒนาการเรียนรู้ในระดับสูงขึ้นไป

2.1.3 ประเภทของมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงประเภทของมโนทัศน์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ประยูร อาษานาม (2537, น. 21) ได้กล่าวว่า ประเภทของมโนทัศน์จำแนกได้ 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติ (Qualitative Concepts) เป็นการจำแนกสิ่งต่าง ๆ ตามขนาด รูปร่าง และสี เป็นต้น ซึ่งสามารถรับรู้และสัมผัสได้

2. มโนทัศน์เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concepts) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549, น. 33) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์สามารถจำแนกได้ 2 ประเภท คือ มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม และมโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น

Russell (1956, pp. 124-155) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์แบ่งออกเป็น 8 ลักษณะคือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) คือ มโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน การวัด

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concept of Time) เป็นมโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวกับเวลา

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concept) คือ มโนทัศน์เกี่ยวกับเวลาและการวัด เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอน เวลา น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Self-Concept) คือ การที่บุคคลมีความรู้สึกว่าตัวเองคือใคร เป็นอะไร และเป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concept) เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concept) เป็นมโนทัศน์ ซึ่งสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงาม และขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ทางสังคม

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Humour Concept) เป็นมโนทัศน์ที่อยู่ในขอบข่ายของสังคมนั้น เช่นอาจเป็นสิ่งขบขันในสังคมหนึ่งแต่ไม่อาจขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous Concept) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศสงคราม เป็นต้น

Gibson (1980, p. 276) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ประเภทแรก มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrcte Concept) เป็นความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้ เช่น บ้าน หนังสือ สุนัข หรือ คุณภาพของวัตถุ เช่น สี ขนาด รูปร่าง เป็นต้น และประเภทที่สอง มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract Concept) เป็นความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง มีลักษณะเป็นนามธรรม

Klausmeier (1985, p. 276) ได้กล่าวว่า ประเภทมโนทัศน์จำแนกได้ 2 ลักษณะ คือ Mental Construct เป็นมโนทัศน์ที่ขึ้นกับกระบวนการเรียนรู้โดยเฉพาะของแต่ละคน อันมีอิทธิพลต่อการคิดในสิ่งรอบ ๆ ตัว และ Public Entity เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับ ความหมายของค่าต่าง ๆ ซึ่งอาจจะพบในพจนานุกรม สารานุกรม ความหมายเหล่านี้เป็นที่รับรู้ร่วมกันในกลุ่มที่ใช้ภาษาเดียวกัน

สรุปได้ว่า ประเภทมโนทัศน์จำแนกได้ 2 ประเภท คือ มโนทัศน์เชิงรูปธรรม เป็นความคิดที่ขึ้นกับกระบวนการเรียนรู้ที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุหรือสิ่งที่สามารถรับรู้หรือสัมผัสได้ และมโนทัศน์เชิงนามธรรม เป็นความคิดที่ไม่สามรถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุได้โดยตรง

2.1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

Russell (1956, p. 249) ได้กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ เป็นผลมาจากการรับรู้ ความจำและจินตนาการ รวมทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอกและภายในอินทรีย์ ได้แก่องค์ประกอบทางอารมณ์ ความตึงเครียด ความต้องการ หรือปัญหาที่ต้องแก้ไข การที่จะสร้างมโนทัศน์ได้นั้นต้องผ่านกระบวนการ 3 ขั้น คือ การแยกแยะ การย่นย่อ และการสรุปครอบคลุมกระบวนการทั้ง 3 นี้จะต้องมีการบูรณาการเข้าด้วยกัน และเกิดขึ้นในระหว่างที่มีการรับสัมผัส (Sensory Impression) การทำงานของกล้ามเนื้อ การใช้กล้ามเนื้อ การตั้งคำถาม การอ่าน และการแก้ปัญหา ซึ่งทั้งหมดนี้จะรวมกันเข้าเป็นโครงสร้างของมโนทัศน์

Bruner, et al. (1957, p. 1) ได้กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ระบบไม่สับสน เรียนรู้ง่ายไม่ยุ่งยาก

Podell (1958, pp. 1-20) ได้กล่าวว่า กระบวนสร้างมโนทัศน์แบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรก คือการเห็นลักษณะร่วม (Composite Photograph) คือ การที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นหรือเข้าใจลักษณะร่วมกันของวัตถุหรือสถานการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่งโดยผู้เรียนมิได้กระทำกิจกรรมเพื่อค้นหามโนทัศน์มากนัก ลักษณะที่สอง คือ การกระทำเพื่อค้นหามโนทัศน์ (Active Search) คือการที่ผู้ต้องการทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อค้นหามโนทัศน์ โดยที่นักเรียนต้องคาดการณ์ไว้ก่อนล่วงหน้าว่าลักษณะร่วมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านั้นคืออะไร แล้วค่อยทำกิจกรรมเพื่อเป็นการทดสอบการสร้างมโนทัศน์แบบนี้ผู้เรียนไม่ได้อยู่เฉย แต่ต้องกระทำกิจกรรมอยู่เสมอ

Mc Donald (1967, p. 162) ได้กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนจะผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้ คือ การแยกแยะ (Discrimination) คือนักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างของสิ่งที่เรียนกับสิ่งอื่น ๆ และการสรุปครอบคลุม (Generalization) คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของสิ่งที่เรียนเชื่อมโยงกับสิ่งอื่น ๆ ได้

Klausmcier (1985, pp. 278-279) ได้กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ มีลำดับขั้นการสร้างมโนทัศน์พอจะสรุปได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ระดับรูปธรรม (Concrete Level) ซึ่งผู้เรียนจำวัตถุสิ่งต่าง ๆ ได้และนึกถึงชื่อของสิ่งนั้น ๆ ได้ เช่น เด็กเล็ก ๆ เรียนรู้คำว่า “สุนัข” เป็นต้น

2. ระดับรวมกลุ่ม (Identity Level) เป็นระดับที่ผู้เรียนจำสิ่งใดสิ่งหนึ่งในสภาพการณ์และเวลาที่แตกต่างกันได้ ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้ระดับนี้คือความสามารถสรุปความคล้ายคลึงและแผ่ขยายมโนทัศน์ได้ (Generalization) เช่น สุนัขก็ย่อมเป็นสุนัขเสมอไม่ว่าจะอยู่ในสถานที่ เวลา หรือมุมมองที่แตกต่างกันอย่างไรก็ตาม

3. ระดับจัดจำพวก (Classification Level) คือความสามารถในการจัดประเภทสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันเข้าด้วยกัน เช่น สุนัข ไม่ว่าจะมีรูปร่าง ขนาด สี หรือพันธุ์แตกต่างกันอย่างไรก็เรียกว่า สุนัข ทั้งนั้น

4. ระดับนามธรรม (Formal Level) เป็นการเรียนรู้ระดับที่ผู้เรียนสามารถใช้ชื่อมโนทัศน์อธิบายความหมาย จำแนกความแตกต่างกับมโนทัศน์อื่น ๆ ได้ถือเป็นระดับที่เรียนรู้มโนทัศน์ได้สมบรูณ์

Lovell (1996, pp. 12-13) ได้กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์มี 3 กระบวนการ คือ การรับรู้ (Perception) การย่นย่อ (Abstraction) และการสรุปครอบคลุม (Generalization) ซึ่งกระบวนการย่นย่อนับเป็นจุดสำคัญของการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งได้แก่ ลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นจึงสรุปครอบคลุมจนได้ลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบ

สรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ มี 3 กระบวนการ คือ การแยกแยะ เป็นความสามารถแยกความแตกต่างของสิ่งที่เรียนกับสิ่งอื่น ๆ การย่นย่อ เป็นจุดสำคัญของกระบวนการ เป็นความสามารถในการจำสิ่งใดสิ่งหนึ่งในสภาพการณ์และลักษณะร่วมกันของวัตถุ และการสรุปครอบคลุม เป็นความสามารถในการจำแนกลักษณะของสิ่งที่เรียนเชื่อมโยงกับสิ่งอื่น ๆ ได้

2.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520, น. 29) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

เมธี ลิมอักษร (2524, น. 4) ได้กล่าวไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น “รูปสามเหลี่ยม” หมายถึง รูปปิดที่ประกอบด้วยด้านสามด้าน เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย “Δ” เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 15) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะที่สำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น

Good (1959, p. 118) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งเกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน การให้เหตุผลอย่างมีระบบและคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Bell (1992, p. 124) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มี 3 แบบ คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทของจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น การทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ว่าตัวเลขแต่ละตัวหมายถึง อะไร เช่น 2 หมายถึง 200, 7 หมายถึง 70 และ5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง 200 + 70 +5 และมโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาวพื้นที่และปริมาตรเป็นต้น

Toumasis (1995, p. 98) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันได้

Eggen (1996, p. 108) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณภาพบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน เป็นต้น

Cockburn and Littler (2010, pp. 3-6) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญในการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวนรวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ หรือความคิดสำคัญเกี่ยวกับลักษณะภายนอกของสิ่งของที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ที่มีการนำมาประมวลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ และความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ได้สังเกตหรือเรียนมาแล้ว สามารถนำสิ่งต่าง ๆ มาสรุปเป็นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้

2.2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

สุรชัย ขวัญเมือง (2522, น. 13-15) ได้กล่าวว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์แผนใหม่หลายเรื่องได้ให้ความสำคัญของการฝึกทักษะทางการคิดคำนวณ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 61-87) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนของครู และการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน การวิเคราะห์ว่าครูและนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอะไรบ้างและคลาดเคลื่อนอย่างไร เมื่อเปรียบเทียบกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการระมัดระวังไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้นตลอดจนเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 17) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ นักวิชาการมากมายแสดงความคิดเห็นว่าผู้สอนจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าผู้สอนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอนในขณะเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสาหรับผู้เรียนในการคิด การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำส่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญมากสำหรับผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ซึ่งหากเรารู้ถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนจะเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป และทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.2.3 แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

Travers (1977, p. 142) ได้กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์อย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู ครูจะต้องใช้วิธีสอนให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ซึ่งแนวทางในการจัดสภาพการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์มีดังนี้

1. สิ่งที่จะอำนวยความสะดวกให้แก่นักเรียนในการเรียนมโนทัศน์ คือนักเรียนเห็นความต่างระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ

2. ปัญหาที่มีลักษณะซ้ำ ๆ กันมักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่มีลักษณะไม่ซ้ำกัน

3. นักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น ถ้ามีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน

4. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า นักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ได้ง่ายกว่าถ้าลดจำนวนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

5. ทักษะการเรียนรู้มโนทัศน์จะเพิ่มขึ้นตามอายุ

6. มโนทัศน์ที่ง่ายความวิตกกังวลอาจช่วยในการเรียนรู้ได้ แต่ถ้าเป็นมโนทัศน์ที่ซับซ้อนความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพของนักเรียน

7. การเรียนรู้มโนทัศน์จะง่ายขึ้นถ้าครูแนะจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตได้ให้นักเรียนทราบ

8. บางครั้งควรจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลาย ๆ ตัวอย่างพร้อม ๆ กันแต่ไม่ควรจะให้เกิน 4 ตัวอย่าง

9. การเรียนรู้มโนทัศน์จะง่ายขึ้นและสามารถที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ถ้านักเรียนสามารถสื่อสารมโนทัศน์ให้แก่ตัวเองได้

10. การทราบผลการเรียนทันที่ จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ดียิ่งขึ้น

11. การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ ในขั้นสูงจะง่ายขึ้นถ้านักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์ โดยได้เรียนรู้จากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ

12. ควรสอนมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กันด้วย

13. ควรใช้วิธีการหลากหลายในการสอนมโนทัศน์ ควรให้นักเรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมดให้กับโครงสร้างของมโนทัศน์เดิม

De Cecco (1968, pp. 402-416) ได้กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่า หลังจากได้เรียนมโนทัศน์นั้นไปแล้วนักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอน ถ้ามโนทัศน์ที่จะสอนมีลักษณะเฉพาะหลายลักษณะ ครูควรลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง เน้นลักษณะเด่นและสำคัญ โดยการจัดเป็นหมู่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย

3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่าย และเข้าใจความหมายได้ถูกต้อง

4. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างทางลบและตัวอย่างทางบวกต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสามารถสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้น และจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ออกไปได้

5. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบทีละอย่างในเวลาใกล้เคียงกันหรือพร้อมกัน

6. เสนอตัวอย่างทางบวกใหม่ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนพิจารณา เพื่อต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปจากความคิดทั่วไปและตอบสนองสิ่งเร้าใหม่ได้

7. เสนอตัวอย่างใหม่ ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลาย ๆ ตัวอย่างมาให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างทางบวกหรือที่เกี่ยวข้องเท่านั้น

8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น

9. ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และเสริมแรงให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์นั้น ๆ

สรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดย จัดสภาพการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ด้วยการกำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจน วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอน เพื่อการเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้นควรมีการใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายและมีการแสดงตัวอย่างที่ชัดเจน และเปิดโอกาสในการเรียนรู้มโนทัศน์นั้น ๆ

2.3. มโนทัศน์ทางเรขาคณิต

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึง มโนทัศน์ทางเรขาคณิตไว้หลายทัศนะ ดังนี้

เมธี ลิมอักษร (2524, น. 4) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางเรขาคณิต หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้

บรรพต สุวรรณประเสริฐ (2544, น. 90) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางเรขาคณิต หมายถึงความเข้าใจเกี่ยวกับรูปทรงต่าง ๆ และความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลที่เป็นไปตามหลักการพิสูจน์แบบอนุมาน คุณสมบัติของสิ่งที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปทรงในเซตหนึ่ง การสืบสวนสอบสวนกฎต่างๆ ที่สามารถวัดได้จริงของสิ่งของในโลกกายภาพ เป็นการศึกษาของสิ่งของในโลกกายภาพที่อยู่กับกติกาหรือสัจพจน์ (Postulate) ความสัมพันธ์ของรูปทรงต่าง ๆ ของโลกกายภาพที่ไม่มีการทดแทนค่าในเชิงพีชคณิต

Good (1959, p. 118) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางเรขาคณิต หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิตในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์ กับจำนวน การให้เหตุผลอย่างมีระบบและคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางเรขาคณิต

Cooney, et al. (1975, p. 85) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางเรขาคณิต หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเรขาคณิตที่ได้เรียนรู้โดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายทางเรขาคณิต

Bell (1992, p. 128) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางเรขาคณิต หมายถึง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิต มี 3 แบบ คือ การจัดประเภทของจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน ข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Vinner (1983, p. 293) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางเรขาคณิตแบ่งเป็น 2 องค์ประกอบ คือ บทนิยามมโนทัศน์ หมายถึง คำหรือข้อความที่ใช้สำหรับให้คำจำกัดความของมโนทัศน์ และภาพลักษณ์มโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่มีอยู่ในใจ ซึ่งประกอบไปด้วยภาพ สัญลักษณ์ และสมบัติที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางเรขาคณิต หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปทรงต่าง ๆ ทางเรขาคณิตในด้านการคำนวณ และความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลที่เป็นไปตามหลักการพิสูจน์แบบอนุมาน คุณสมบัติของสิ่งที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปทรงในเซตหนึ่ง อันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางเรขาคณิต

2.4 รูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยม เป็นหนึ่งในรูปร่างพื้นฐานในเรขาคณิต ซึ่งมี 3 มุมหรือจุดยอด และมี 3 ด้านหรือขอบที่เป็นส่วนของเส้นตรง ในเรขาคณิตแบบยุคลิด จุด 3 จุดใด ๆ ที่ไม่อยู่ในเส้นตรงเดียวกันจะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้เพียงรูปเดียว และเป็นรูปที่อยู่บนระนาบเดียว รูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอด A, B, และ C เขียนแทนด้วย $\triangle ABC$

2.4.1 มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมไว้หลายทัศนะ ดังนี้

มานัส บุญยัง (2526, น. 46) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยม เป็นรูปหลายเหลี่ยมที่มีด้านสามด้าน จุดยอดของสามเหลี่ยมเป็นจุดที่ด้าน 2 ด้านบรรจบกัน ดังนั้นจุดยอดของสามเหลี่ยมจึงมีหลายจุดด้วยกัน

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547, น. 257-267) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมเป็นรูปที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรง 3 เส้น ทำให้เกิดมุม 3 มุม ถ้าพูดในแง่ของเซตจะหมายถึงเซตของจุดซึ่งเขียนแทนด้วยจุดเพียง 3 จุดที่ไม่อยู่ในแนวเดียวกันและจุดทั้งสามนี้เชื่อมด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543, น. 13) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยม เป็นรูปหลายเหลี่ยมชนิดหนึ่งประกอบด้วยด้านที่เป็นส่วนของเส้นตรง 3 เส้น ส่วนของเส้นตรงทั้งสามนี้ต้องอยู่บนระนาบเดียวกัน ซึ่งทำให้เกิดมุม 3 มุม

มูลนิธิส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการและพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์ศึกษาในพระอุปถัมภ์สมเด็จพระเจ้าพี่นางเธอ เจ้าฟ้ากัลยาณิวัฒนา กรมหลวงนราธิวาสราชนครินทร์ (2556, น. 5) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยม เป็นหนึ่งในรูปร่างพื้นฐานในเรขาคณิต เป็นรูป 2 มิติ ที่ประกอบด้วยจุดยอด 3 จุดและด้าน 3 ด้านที่เป็นส่วนของเส้นตรง

อัมพร ม้าคนอง (2558, น. 15) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยม เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้นเชื่อมจุดปลายต่อกันเป็นรูปปิดในระนาบ

Barnard (1986, p. 232) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยม เป็นรูปที่ปิดสนิทซึ่งเกิดจากส่วนของเส้นตรงสามเส้นและมีมุมสามมุม

Herbert and Michael (1991, p. 6) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยม เป็นรูปที่สร้างขึ้นจากสามส่วนที่แตกต่างกัน โดยส่วนปลายของแต่ละส่วนของรูปสามเหลี่ยมจะเหมือนกันและจะเรียกด้านข้างของรูปสามเหลี่ยมและจุดสิ้นสุดของแต่ละส่วนว่า จุดสุดยอดของรูปสามเหลี่ยม

สรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยม เป็นรูปร่างพื้นฐานในเรขาคณิต เป็นรูปสองมิติ ที่มีด้านสามด้านที่เกิดจากส่วนของเส้นตรง 3 เส้นเชื่อมจุดปลายต่อกันเป็นรูปปิดและให้เกิดมุม 3 มุม และจะเรียกด้านที่บรรจบกัน 2 ด้านว่า จุดยอดของสามเหลี่ยม

2.4.2 ชนิดของรูปสามเหลี่ยม

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงชนิดของรูปสามเหลี่ยมไว้หลายทัศนะ ดังนี้

มานัส บุญยัง (2525, น. 47-50) ได้กล่าวว่า ชนิดของรูปสามเหลี่ยมสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ลักษณะ คือ ชนิดของรูปสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะของมุม และชนิดของรูปสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะการเท่ากันของด้าน

1. ชนิดของรูปสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะของมุม

1.1 รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม (Acute Triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามเป็นมุมแหลม คือเล็กกว่าหนึ่งมุมฉาก

1.2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (Right Triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมใดมุมหนึ่งโตเท่ากับหนึ่งมุมฉาก หรือ 90°

1.3. รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน (Obtuse Triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมใดมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน คือโตกว่าหนึ่งมุมฉาก

1.4. รูปสามเหลี่ยมมุมเท่า (Equiangular Triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามเท่ากันหมด

2. ชนิดของรูปสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะการเท่ากันของด้าน

2.1. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า (Scalene Triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่ด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากันเลย

2.2 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (Isosceles Triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันอย่างน้อย 2 ด้าน

2.3 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (Equilateral Triangle) คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวเท่ากันหมด

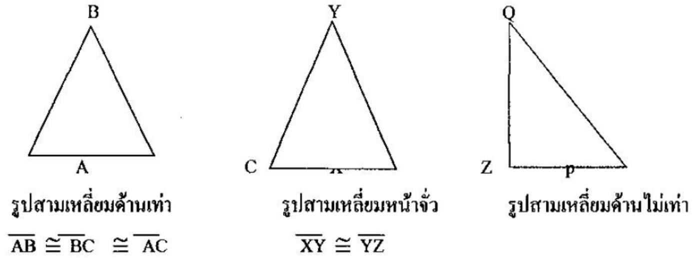
ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547, น. 257-267) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมมีหลายชนิด จึงจัดแบ่งออกเป็นประเภทต่าง ๆ ตามลักษณะร่วมกัน ดังนี้

1. แบ่งตามลักษณะด้าน ได้แก่

1.1 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านเท่ากันทุกประการ

1.2 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันทุกประการอยู่คู่หนึ่ง

1.3 รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่ไม่มีด้านใดเท่ากันทุกประการเลย



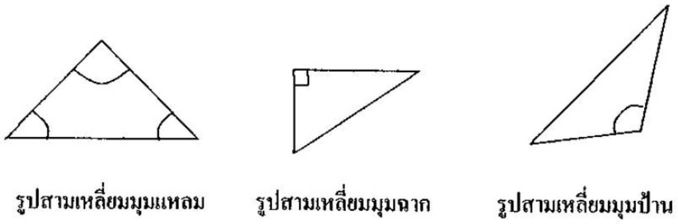
ภาพที่ 2.1 รูปสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะด้าน. ปรับปรุงจาก *เรขาคณิต: โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์มูลนิธิ สอวน.* (น. 20), โดยยุพิน พิพิธกุล และคณะ, 2556, กรุงเทพฯ: มูลนิธิสอวน.

2. แบ่งตามลักษณะของมุม ได้แก่

2.1 รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมแหลม

2.2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นฉาก

2.3 รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน



ภาพที่ 2.2 รูปสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะของมุม. ปรับปรุงจาก *เรขาคณิต : โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์มูลนิธิ สอวน.* (น. 20), โดยยุพิน พิพิธกุล และคณะ, 2556, กรุงเทพฯ: มูลนิธิสอวน.

สินชัย จันทร์เสม (2546, น. 150-151) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยม มีหลายชนิด มีวิธีจำแนกตามลักษณะของด้านและมุม ดังนี้

1. สามเหลี่ยมด้านเท่า คือ สามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันทั้งสามด้านและมุมทั้งสามมุมจะมีขนาดเท่ากันคือ มุมละ 60°

2. สามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ สามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากัน 2 ด้าน เรียกด้านที่เท่ากันว่าด้านประกอบมุมยอด เรียกอีกด้านหนึ่งว่า ฐาน เรียกมุมที่มีแขนเป็นด้านคู่ที่เท่ากันว่า มุมยอด และ

เรียกอีกสองมุมที่เหลือว่า มุมที่ฐาน จากลักษณะของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว สามารถพิสูจน์สมบัติต่อไปนี้

2.1 มุมที่ฐานจะเท่ากัน

2.2 เส้นที่ลากจากจุดยอดมาตั้งฉากกับฐานจะแบ่งครึ่งฐานและแบ่งครึ่งมุมยอด

2.3 เส้นที่ลากจากจุดยอดมาแบ่งครึ่งฐาน จะแบ่งครึ่งมุมยอดและตั้งฉากกับฐานด้วย

3. สามเหลี่ยมมุมฉาก คือสามเหลี่ยมที่มีมุม ๆ หนึ่ง เป็นมุมฉาก และจะเรียกด้านที่เป็นแขนของมุมฉากว่า ด้านประกอบมุมฉาก เรียกอีกด้านหนึ่งว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก สามเหลี่ยมมุมฉาก จะมีสมบัติที่สำคัญ คือ ทฤษฎีบทปีทาโกรัส

4. สามเหลี่ยมมุมป้าน คือ สามเหลี่ยมที่มุมๆ หนึ่งเป็นมุมป้าน

5. สามเหลี่ยมมุมแหลม คือ สามเหลี่ยมที่มีมุมทุกมุก เป็นมุมแหลม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 220-221) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมสามารถเรียกตามลักษณะของความยาวของด้าน หรือขนาดของมุม โดยแบ่งเป็น 2 ลักษณะดังนี้

1. รูปสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะของด้าน

1.1 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวเท่ากัน

1.2 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน

1.3 รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน

2. รูปสามเหลี่ยมแบ่งตามขนาดของมุม

2.1 รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามเป็นมุมแหลม (มีขนาดเล็กกว่ามุมฉาก)

2.2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก

2.3 รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน (มีขนาดใหญ่กว่ามุมฉาก)

มูลนิธิส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการและพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์ศึกษาในพระอุปถัมภ์สมเด็จพระเจ้าพี่นางเธอ เจ้าฟ้ากัลยาณิวัฒนา กรมหลวงนราธิวาสราชนครินทร์ (2556, น. 5) ได้กล่าวว่า ชนิดของรูปสามเหลี่ยม แบ่งได้ดังนี้

1. รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามเป็นมุมแหลม เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

2. รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

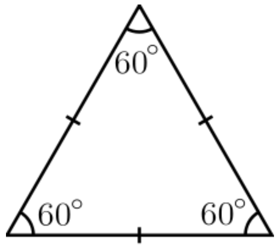
3. รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

4. รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน และมุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

Eric (2008, pp. 10-15) ได้กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยม แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบ่งตามความยาวของด้าน

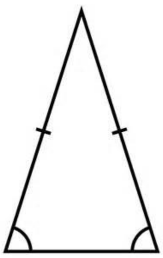
1.1 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า



ภาพที่ 2.3 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 220), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือรูปสามเหลี่ยมชนิดหนึ่งที่ด้านทั้งสามมีความยาวเท่ากัน ในเรขาคณิตแบบยุคลิด รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจัดเป็นรูปหลายเหลี่ยมมุมเท่า (Equiangular Polygon) กล่าวคือ มุมภายในแต่ละมุมของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดเท่ากันคือ 60° ด้วยคุณสมบัติทั้งสอง รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจึงจัดเป็นรูปหลายเหลี่ยมปรกติ (Regular Polygon) และเรียกอีกชื่อหนึ่งได้ว่าเป็น รูปสามเหลี่ยมปรกติ

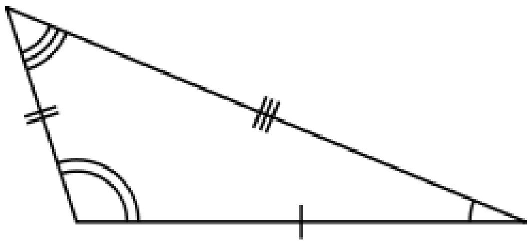
1.2 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



ภาพที่ 2.4 รูปสามเหลี่ยมหน้าวจั่ว. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 220), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (Isosceles) มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน (ตามความหมายเริ่มแรกโดยยุคลิด ถึงแม้ว่ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจะสามารถจัดว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ด้วยเพราะมีด้านที่ยาวเท่ากันอย่างน้อยสองด้าน) และมีมุมสองมุมขนาดเท่ากัน คือมุมที่ไม่ได้ประกอบด้วยด้านที่เท่ากันทั้งสอง

1.3 รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

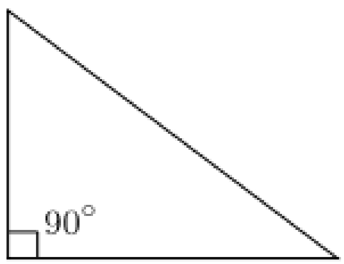


ภาพที่ 2.5 รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 220), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า (Scalene) ด้านทุกด้านจะมีความยาวแตกต่างกัน มุมภายในก็มีขนาดแตกต่างกันด้วย

2. แบ่งตามลักษณะของมุม

2.1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

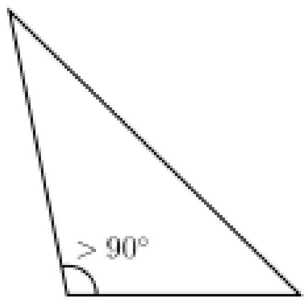


ภาพที่ 2.6 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 223), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right, right-angled, rectangled) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90° (มุมฉาก) ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมฉากเรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก ซึ่งเป็นด้านที่ยาวที่สุด

ในรูปสามเหลี่ยม อีกสองด้านเรียกว่า ด้านประกอบมุมฉาก ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสัมพันธ์กันตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส นั่นคือกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก c จะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก a, b เขียนอย่างย่อเป็น $a^2 + b^2 = c^2$

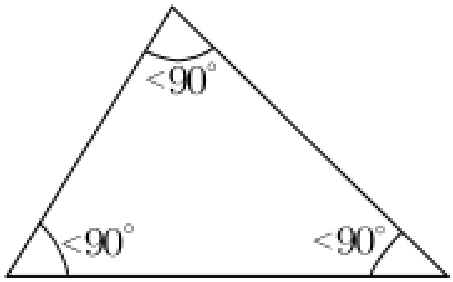
2.2 รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน



ภาพที่ 2.7 รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 223), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน (obtuse) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาดใหญ่กว่า 90° (มุมป้าน)

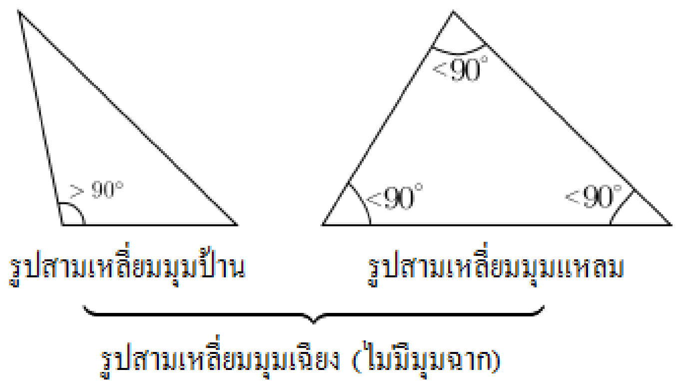
2.3 รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม



ภาพที่ 2.8 รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น.223), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ : สกสค.ลาดพร้าว.

รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม (acute) มุมภายในทุกมุมมีขนาดเล็กกว่า 90° (มุมแหลม) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม แต่รูปสามเหลี่ยมมุมแหลมทุกรูปไม่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

2.4 รูปสามเหลี่ยมมุมเฉียง



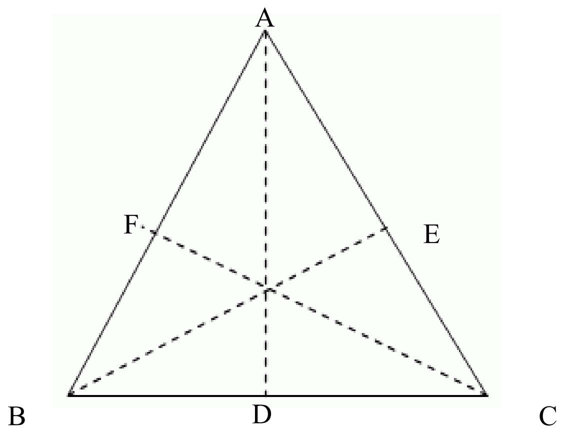
ภาพที่ 2.9 รูปสามเหลี่ยมมุมเฉียง. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 223), โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

รูปสามเหลี่ยมมุมเฉียง (oblique) ไม่มีมุมใดเป็นมุมฉาก ซึ่งอาจหมายถึงรูปสามเหลี่ยมมุมป้านหรือรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

สรุปได้ว่า ชนิดของรูปสามเหลี่ยม สามารถพิจารณาได้ดังนี้ 1.พิจารณาจากความยาวของด้าน จำแนกได้ดังนี้ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวเท่ากัน รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน และรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่ไม่มีด้านใดยาวเท่ากัน และ2.พิจารณาจากขนาดของมุม จำแนกได้ดังนี้ รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามเป็นมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับมุมป้าน

2.4.3 ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยม ABC จะประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังนี้



ภาพที่ 2.10 ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น.228), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

1. ฐาน คือด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม จากรูปให้ $\overline{BC}$ หรือ $\overline{AB}$ หรือ $\overline{AC}$ เป็นฐานของ $\triangle ABC$

2. มุมภายในของรุปสามเหลี่ยม จากรูป $\triangle ABC$ จะมี $A\hat{B}C$ และ $B\hat{A}C$ และ $A\hat{C}B$ เป็นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม รวมกันได้ 180° เสมอ

3. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยม คือ มุมภายในรูปสามเหลี่ยมที่มีฐานเป็นแขนของมุม จากรูป

ถ้าให้ $\overline{BC}$ เป็นฐาน จะได้ $\hat{B}$ และ $\hat{C}$ เป็นมุมที่ฐาน

ถ้าให้ $\overline{AB}$ เป็นฐาน จะได้ $\hat{A}$ และ $\hat{B}$ เป็นมุมที่ฐาน

ถ้าให้ $\overline{AC}$ เป็นฐาน จะได้ $\hat{A}$ และ $\hat{C}$ เป็นมุมที่ฐาน

4. มุมยอด คือ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่อยู่ตรงกันข้ามกับฐาน

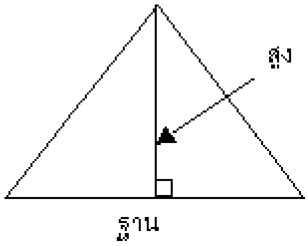
5. ส่วนสูง คือ ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากมุมยอดมาตั้งฉากกับฐาน ความยาวส่วนสูงเรียกว่า ความสูงของรูปสามเหลี่ยม จากรูป

จะได้ว่า $\overline{AD}$ เป็นส่วนสูงเมื่อกำหนดให้ $\overline{BC}$ เป็นฐาน

จะได้ว่า $\overline{CF}$ เป็นส่วนสูงเมื่อกำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นฐาน

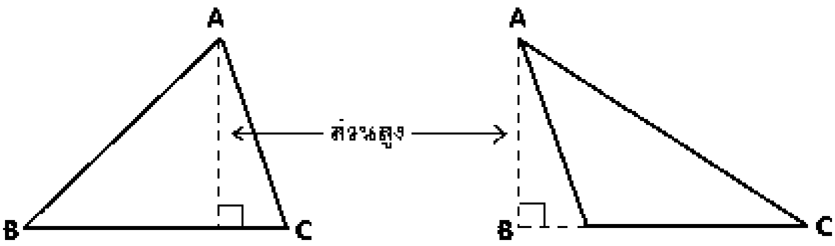
จะได้ว่า $\overline{BE}$ เป็นส่วนสูงเมื่อกำหนดให้ $\overline{AC}$ เป็นฐาน

2.4.4 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม



ภาพที่ 2.11 ความสูงของรูปสามเหลี่ยม. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 229), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

ความสูงของรูปสามเหลี่ยม คือความยาวของส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดยอดมุมของมุมยอดมาตั้งฉากกับฐานหรือส่วนที่ต่อออกไปในแนวเดียวกับฐาน



ภาพที่ 2.12 ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 229), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

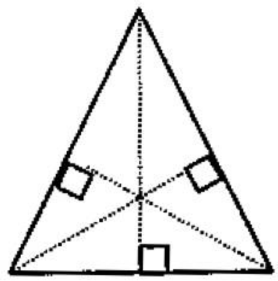
ข้อสังเกต 1.ความสูงของรูปสามเหลี่ยมเป็นเท่าใด ขึ้นอยู่กับว่าให้ด้านใดเป็นฐานของรูปสามเหลี่ยม ความสูงมีได้ 3 ค่า ซึ่งอาจจะมีค่าต่างกัน

2.ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมอาจจะอยู่ในหรือนอกรูปสามเหลี่ยมก็ได้

การหาส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม แยกเป็น 2 ลักษณะดังนี้

1. การหาส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

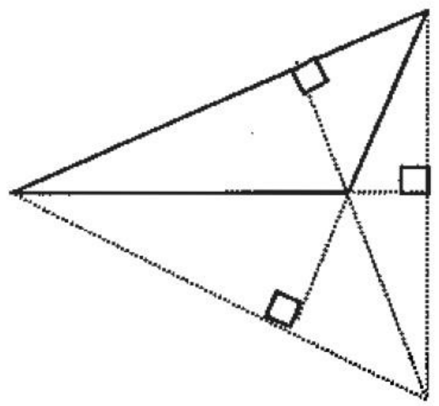
สามารถหาได้ง่ายโดยการลากเส้นตั้งฉากจากมุมยอดมาตั้งฉากกับฐาน ถ้าเขียนส่วนสูงทั้ง 3 เส้น จะมาตัดกันจุด ๆ หนึ่ง ดังตัวอย่าง



ภาพที่ 2.13 การหาส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 230), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

2. การหาส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

การหาส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมมุมป้านทำได้ยากนักเรียนจะสับสน โดยเฉพาะเมื่อลากจากมุมยอดที่เป็นมุมแหลม เพราะส่วนสูงเส้นนี้จะตั้งฉากกับส่วนต่อของฐาน นักเรียนมักจะไม่สามารถปฏิบัติได้ ถ้าเขียนส่วนสูงทั้ง 3 เส้นมาตัดกันที่จุด ๆ หนึ่งเหมือนกัน แต่ตัดกันภายนอกของรูปสามเหลี่ยม



ภาพที่ 2.14 การหาส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 231), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

2.4.5 รูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปสมมาตร

รูปสมมาตร คือรูปที่เราพับครึ่งแล้วแต่ละข้างของรูปทับกันพอดี ซึ่งตรงกลางของรูปที่เป็นรอยพับเรียกว่า แกนสมมาตร

ดังนั้น เมื่อพับรูปสามเหลี่ยม แล้วแต่ละข้างของรอยพับทับกันสนิทพอดี รูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสมมาตร รอยพับเป็นแกนสมมาตร

2.4.6 การพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่อยู่บนฐานเดียวกันและมีความสูงเท่ากัน

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยม × ความยาวของรูปสี่เหลี่ยม

ดังนั้น พื้นที่รูปสามเหลี่ยม = 1/2 × ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยม × ความยาวของรูปสี่เหลี่ยม แต่ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยม คือความสูงของรูปสามเหลี่ยม

ดังนั้น พื้นที่รูปสามเหลี่ยม = 1/2 × ความสูงของรูปสามเหลี่ยม × ความยาวของฐานรูปสามเหลี่ยม หรือเขียนสั้น ๆ ได้ว่า พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม = 1/2 × สูง ×ฐาน

2.4.7 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

โดยทั่วไปถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่แล้ว อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่เท่ากัน นั่นคือ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ เราจะสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยไม่จำเป็นต้องตรวจสอบอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

ในทางคณิตศาสตร์จึงให้บทนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนี้

บทนิยาม รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ตามทฤษฎีดังนี้

ทฤษฎีบท ถ้าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

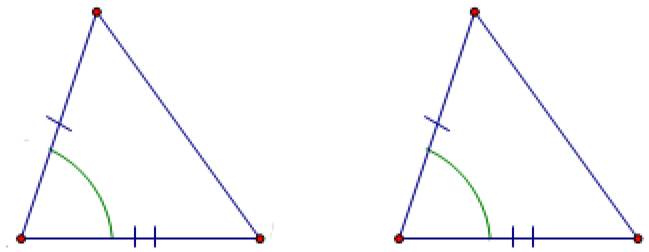
สรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน อาจพิจารณาเพียงเงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่งจากสองเงื่อนไขต่อไปนี้เพียงเงื่อนไขเดียวก็เป็นการเพียงพอ รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ หรือ อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

2.4.8 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

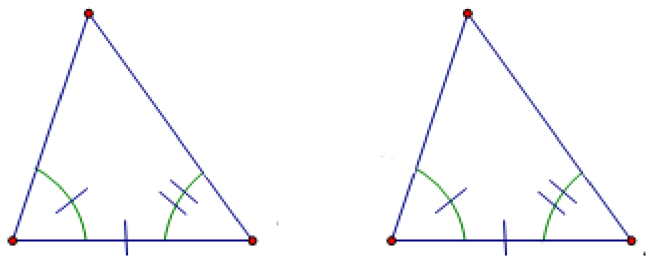
ในการพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ เราไม่จำเป็นต้องตรวจสอบเงื่อนไขของการเท่ากันของขนาดของมุมและความยาวของด้านให้ครบทั้งหกคู่ เราสามารถตรวจสอบโดยใช้เงื่อนไขตามทฤษฎีบทซึ่งจะกล่าวถึงโดยไม่พิสูจน์ ต่อไปนี้

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ



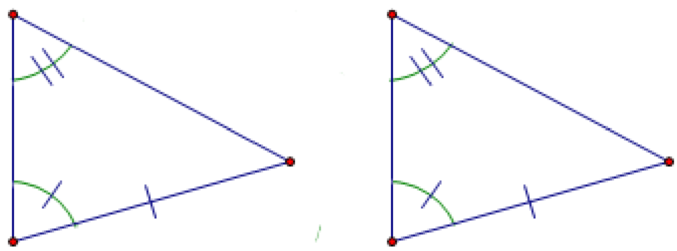
ภาพที่ 2.15 รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม* (น. 10), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ



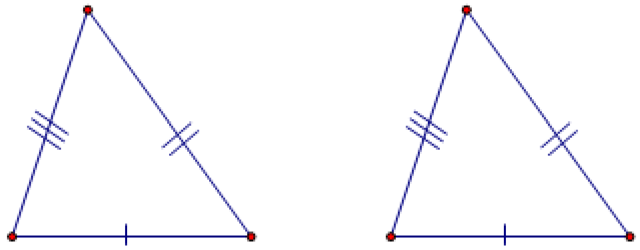
ภาพที่ 2.16 รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม* (น. 10), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ (มุม-มุม-ด้าน หรือ ม.ม.ด.)



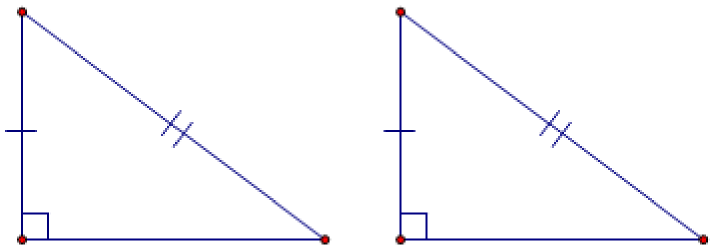
ภาพที่ 2.17 รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม* (น. 11), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือมีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ



ภาพที่ 2.18 รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม* (น. 11), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

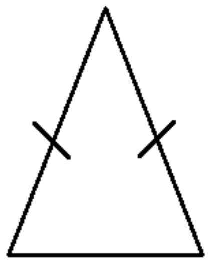
ทฤษฎีบท ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกด้านหนึ่งยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ (ฉาก-ด้าน-ด้าน หรือ ฉ.ด.ด.)



ภาพที่ 2.19 รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม* (น. 11), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

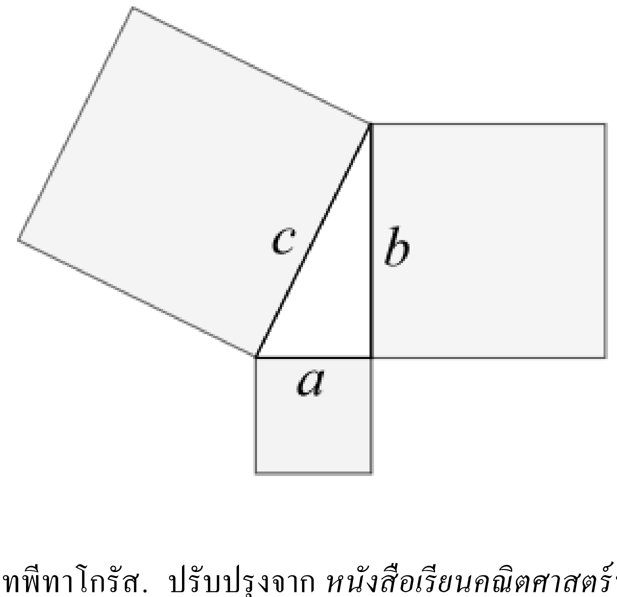
ทฤษฎีบท ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะยาวเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ มุมที่อยู่ตรงข้ามด้านทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน



ภาพที่ 2.20 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม* (น. 13), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (Pythagorean theorem) เป็นอีกทฤษฎีบทหนึ่งที่สำคัญ กล่าวว่า ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก จะเท่ากับผลรวมของกำลังสองของความยาวของทั้งสองด้านที่เหลือ ถ้าด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c หน่วย และด้านประกอบมุมฉากยาว a และ b หน่วย ดังนั้นทฤษฎีบทนี้จึงให้ความหมายว่า $a^2 + b^2 = c^2$



ภาพที่ 2.21 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน* (น. 9), โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, กรุงเทพฯ: สกสค.ลาดพร้าว.

บทกลับของทฤษฎีบทนี้ก็ยังคงเป็นจริง นั่นคือถ้าความยาวของด้านทั้งสามตรงตามเงื่อนไขในสมการข้างต้น ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข้อเท็จจริงอย่างอื่นที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีดังนี้

- มุมแหลมสองมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นมุมประกอบมุมฉาก (complementary angles) $a+b+90^\circ=180^\circ \rightarrow a+b=90^\circ \rightarrow a=90^\circ-b$

- ถ้าหากด้านประกอบมุมฉากมีขนาดเท่ากัน มุมแหลมสองมุมก็จะมีขนาดเท่ากันด้วย คือ 45° และจากทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะมีขนาดเป็น $\sqrt{2}$ เท่าของด้านประกอบมุมฉาก

- ถ้าหากมุมแหลมสองมุมมีขนาด 30° และ 60° ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะมีขนาดเป็น 2 เท่าของด้านประกอบมุมฉากที่สั้นกว่า

สรุปได้ว่า ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม สามารถแบ่งออกเป็น ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2.5 ระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model

Van Hiele Model เป็นรูปแบบเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิต เพื่อใช้ประเมินความสามารถของนักเรียนโดยวัดจากระดับความคิดทางเรขาคณิต และเสนอขั้นตอนการสอน 5 ขั้นตอน เพื่อพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปที่ระดับถัดไป โดย Pierre Van Hiele คิดค้นโครงสร้างของระดับความคิดทางเรขาคณิตและออกแบบขั้นตอนการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเพิ่มความเข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิต ส่วน Dina Van Hiele เป็นผู้พัฒนาบทเรียนและการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางของโมเดล แล้วนำไปใช้กับนักเรียนจนได้ผลเป็นที่ยอมรับ

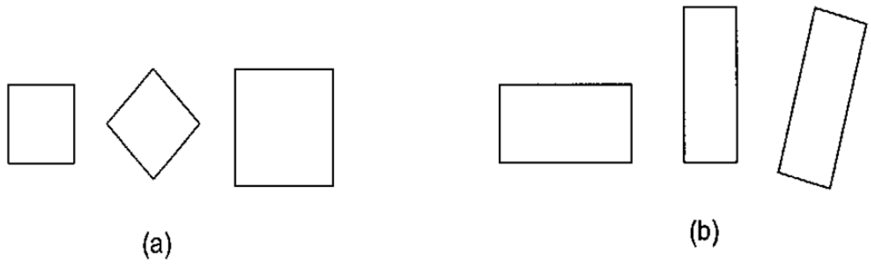
2.5.1 ระดับความคิดทางเรขาคณิต

Regen, et al. (2002, pp. 1-3) ได้กล่าวว่า Pierre Van Hiele และ Dina Van Hiele ได้แบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดเป็น 5 ระดับ มีรายละเอียดในแต่ละระดับดังนี้

ระดับ 0 : ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ในระดับนี้นักเรียนรู้เพียงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต มีการแสดงความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกมากกว่าองค์ประกอบหรือคุณลักษณะของรูป เช่น ถ้ากำหนดรูปเรขาคณิตให้ นักเรียนบอกรูปร่างภายนอกได้แต่บอกสมบัติต่างๆ ของรูปไม่ได้ ใน

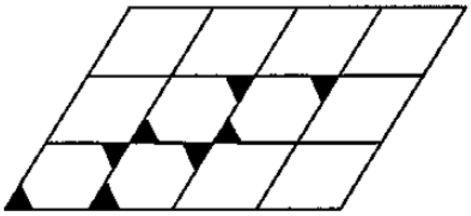
ระดับนี้สามารถเรียนรู้ศัพท์ทางเรขาคณิต จำแนกรูปร่าง วาดรูป และจำลองรูป ตัวอย่างเช่น จากภาพ นักเรียนในระดับนี้สามารถจำได้ว่า กลุ่ม a คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และกลุ่ม b คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยนักเรียนจำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ เพราะว่ามันดูเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และบอกได้ว่ารูปทั้งสองกลุ่มคล้ายกัน ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อให้กระดานตะปู (Geoboard) หรือกระดาษ นักเรียนสามารถคัดลอกรูปร่างได้ แต่ในขั้นนี้นักเรียนจะไม่จำว่ารูปสี่เหลี่ยมมีมุมเป็นมุมฉากหือมีด้านตรงข้ามขนานกัน



ภาพที่ 2.22 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรขาคณิต* (น. 15), โดย กุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545, กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

ระดับ 1 : ระดับการวิเคราะห์ (Analysis)

ในระดับนี้นักเรียนเริ่มต้นการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตผ่านการสังเกตและการทดลอง นักเรียนเริ่มเห็นคุณลักษณะของรูป เห็นสมบัติของรูป สามารถแบ่งรูปออกเป็นกลุ่มๆ ได้ เมื่อให้ช่องที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังภาพ นักเรียนบอกได้ว่ามุมที่วาดนั้นเป็นมุมที่เท่ากัน เป็นมุมตรงข้ามของด้านคู่ขนาน ถ้าให้ตัวอย่างที่หลากหลายนักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ แต่ไม่สามารถอธิบายถึงความสัมพันธ์ที่เห็นกับรูปที่ยังมองไม่เห็นได้ ถึงบรรยายได้แต่ก็ไม่เข้าใจ



ภาพที่ 2.23 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรขาคณิต* (น. 15), โดยกุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545, กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

ระดับ 2 : ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ในสมบัติต่างๆ ของรูปได้ ทั้งสมบัติภายในของรูป เช่น ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านตรงข้ามขนานกัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน และสมบัติท่ามกลางรูปต่างๆ และสามารถแยกรูปต่างๆ ออกเป็นกลุ่มๆ ได้ตามสมบัติอย่างเข้าใจ บอกความหมายได้ สามารถสรุปอย่างไม่เป็นแบบแผนจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ แต่ไม่สามารถสรุปโดยใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทได้ ไม่สามารถให้เหตุผลในลักษณะที่เป็นโครงสร้างได้ ไม่สามารถพัฒนาการพิสูจน์ทฤษฎีบทได้

ระดับ 3 : ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถสรุปเรขาคณิตภายใต้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทต่างๆ ได้อย่างเข้าใจ สามารถพิสูจน์โดยมีความเป็นไปได้ในการพัฒนาการพิสูจน์ได้หลายรูปแบบ สามารถเข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ สามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทกลับได้

ระดับ 4 : ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

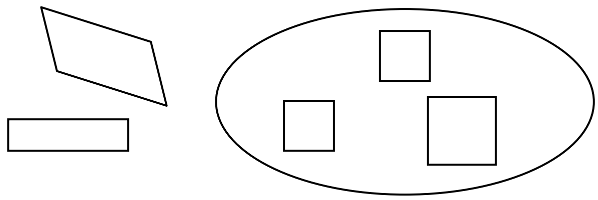
ในระดับนี้นักเรียนต้องสามารถทำในระบบสัจพจน์ที่หลากหลาย ซึ่งไม่ใช่เรขาคณิตของยูคลิดได้ สามารถนำเรขาคณิตไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรม โดยปราศจากตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม สามารถพิสูจน์แบบขัดแย้งและพิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้

สรุปได้ว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิต สามารถแบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตเป็น 5 ระดับ ดังนี้ ระดับ 0 ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) และระดับ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

2.5.2 พฤติกรรมในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model

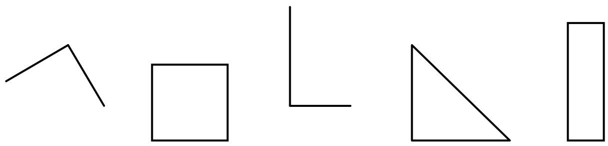
2.5.2.1 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 0

1) นักเรียนสามารถยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตโดยภาพรวม ๆ ตัวอย่าง เช่น เมื่อกำหนดรูปให้ นักเรียนสามารถระบุได้ว่ารูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



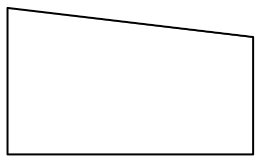
ภาพที่ 2.24 รูปเรขาคณิตโดยภาพรวม. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรขาคณิต* (น. 21), โดย กุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545, กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

2) นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับมุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมในลักษณะต่าง ๆ จากรูปภาพ ดังภาพประกอบ



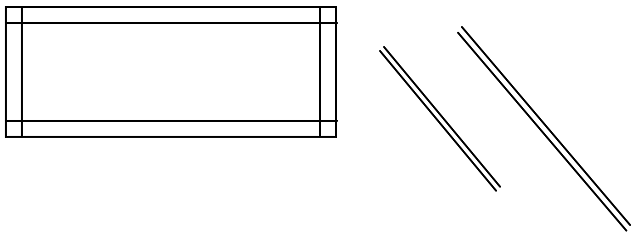
ภาพที่ 2.25 มุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมในลักษณะต่างๆ. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรขาคณิต* (น. 21), โดยกุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545, กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

3) นักเรียนสามารถเห็นมุมฉากในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ดังภาพประกอบ



ภาพที่ 2.26 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรขาคณิต* (น. 21), โดยกุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545, กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

4) นักเรียนสามารถวาดรูปหรือคัดลอกรูปได้ เช่น สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน โดยใช้ ดี สติกซ์ (D-stix) ดังภาพประกอบ



ภาพที่ 2.27 รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรขาคณิต* (น.21), โดยกุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545, กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

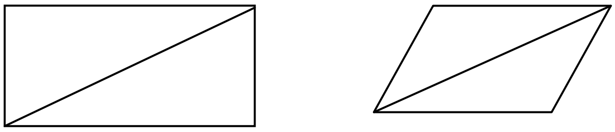
5) นักเรียนสามารถเรียกชื่อรูปโดยใช้คำศัพท์เฉพาะหรือศัพท์สามัญได้ เช่น เรียกชื่อมุมโดยใช้สีว่ามุมแดง หรือใช้สัญลักษณ์ เช่น มุม A รวมกับมุม B เท่ากับมุม C ดังภาพประกอบ

6) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบและจัดประเภทของรูปเรขาคณิตโดยใช้การมองภาพรวมๆ เช่น ให้คำอธิบายความแตกต่างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “รูปหนึ่งใหญ่กว่าอีกรูปหนึ่ง”

7) นักเรียนสามารถอธิบายรูปเรขาคณิตโดยใช้ถ้อยคำที่แสดงถึงภาพรวม ๆ ของรูป เช่น นักเรียนอธิบายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “มองดูเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส”

8) นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่เคยพบโดยดูจากรูปมากกว่านำสมบัติของรูปไปใช้ เช่น การลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับปริศนาแทนแกรม (Tangram Puzzle)

เช่น การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจากชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ 2 ชิ้น ดังภาพประกอบ



ภาพที่ 2.28 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน. ปรับปรุงจาก *หนังสือเรขาคณิต* (น. 22), โดยกุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545, กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

9) นักเรียนสามารถระบุส่วนต่าง ๆ ของรูปเรขาคณิต แต่ไม่สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบหรือสมบัติของรูปเรขาคณิตและยังไม่สามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไป

2.5.2.2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 1

1) นักเรียนสามารถบอกและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ของรูปได้ เช่น สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากและด้านทุกด้านยาวเท่ากัน โดยการวัดขนาดของมุมและความยาวของด้านหรือใช้วิธีอื่น ๆ

2) นักเรียนสามารถเรียกชื่อส่วนต่าง ๆ ของรูปได้ เช่น สามารถสังเกตเห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีด้านตรงข้ามขนานกัน และใช้วิธีตรวจสอบว่าด้านตรงข้ามจะไม่ตัดกันและมีระยะเท่ากัน

3) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของรูป เช่น นักเรียนสามารถบอกความเหมือนและความแตกต่างของมุมและด้านจากชิ้นส่วนต่าง ๆ ของรูป

4) นักเรียนสามารถจัดประเภทของรูปโดยแยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างออกมาจากสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง เช่น สามารถแยกรูปว่าวออกจากรูปเรขาคณิตอื่น ๆ ได้

5) นักเรียนสามารถใช้สมบัติของรูปในการตีความและอธิบายลักษณะของรูปและนำสมบัติไปสร้างรูป เช่น นักเรียนรู้จักรูปสี่เหลี่ยมแล้วนำสมบัติสองอย่าง คือ “มีด้าน 4 ด้าน” และ “ด้านทุกด้านยาวเท่ากัน” แต่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไปใช้เพื่อค้นหาว่ารูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่มีลักษณะดังกล่าวซึ่งพบว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีด้านยาวเท่ากันสี่ด้าน

6) นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยการสรุปเป็นสมบัติทั่วไป เช่น พบว่าเราสามารถหามุมสามมุมรวมกันเป็นมุมตรงและมุมทั้งสามเท่ากันทุกประการกับมุมสามมุมของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้

7) นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยใช้สมบัติของรูป เช่น อธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังนี้ “มี 4 ด้าน มี 4 มุมฉาก ทุกด้านยาวเท่ากันและด้านตรงข้ามขนานกัน”

8) นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติของรูปที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน เช่น เมื่อรู้จักรูปว่าวแล้วต่อมาสามารถค้นพบและบอกสมบัติของรูปว่าวได้

9) นักเรียนแก้ปัญหาเรขาคณิตจากการใช้สมบัติของรูปเรขาคณิตได้ เช่น เมื่อทราบสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและความยาวด้านประกอบมุมฉาก สามารถนำไปหาความยาวของเส้นทแยงมุมได้

10)นักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของรูปได้ เช่น ไม่เข้าใจว่าถ้าด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีความยาวเท่ากันและจะทำให้ได้ขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากันด้วย

11)นักเรียนยังไม่สามารถสร้างและใช้บทนิยามอย่างเป็นทางการ เช่น ไม่สามารถบอกนิยามรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอได้

12)นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตได้ เช่น ไม่เข้าใจว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว นักเรียนยังไม่เห็นความสัมพันธ์ของการพิสูจน์หรือไม่ใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งที่พบ เช่น การวัด

2.5.2.3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 2

1) นักเรียนสามารถบอกสมบัติที่แตกต่างกันของรูปคณิตศาสตร์และตรวจสอบได้ว่าสมบัติดังกล่าวเพียงพอหรือไม่ เช่น สามารถเลือกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและทดสอบ

2) นักเรียนระบุสมบัติขั้นต่ำในการกำหนดลักษณะของรูป เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน

3) สามารถสร้างบทนิยามและใช้บทนิยามในการจัดประเภทของรูป เช่น อธิบายว่าเหตุใดรูปสี่เหลี่ยมเหล่านั้นจึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

4) นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หาผลสรุป โดยใช้ความสัมพันธ์ทางตรรกศาสตร์ เช่น A=B และ C=B แล้ว A=C

5) นักเรียนสามารถเรียงลำดับของรูปเรขาคณิตได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน หรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

6) นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติใหม่จากการนิรนัย เช่น พบว่าผลบวกของมุมภายในห้าเหลี่ยมเป็น 540 องศาจากการแบ่งมุมของรูปห้าเหลี่ยมเป็นมุมของสามเหลี่ยม

7) นักเรียนสามารถให้เหตุผลแบบนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการได้ เช่น สามารถพิสูจน์ว่าผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศาแต่ผู้สอนต้องใช้คำถามนำทาง

8) นักเรียนสามารถแสดงการให้เหตุผลในการพิสูจน์มากกว่าหนึ่งแบ

9) นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาแบบนิรนัยได้

10)นักเรียนยังไม่สามารถแยกแยะระหว่างประโยคเงื่อนไขและบทกลับได้

11)นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ของเครือข่ายของทฤษฎีบทได้

2.5.2.4 ตัวอย่างพฤติกรรมนักเรียนในระดับ 3

1) นักเรียนเห็นความจำเป็นของคำนิยาม บทนิยาม และสมมติฐานพื้นฐาน เช่น นักเรียนสามารถยกตัวอย่างสัจพจน์และทฤษฎีบททางเรขาคณิตระบบยุคลิดและอธิบายสิ่งที่เกี่ยวข้องได้

2) นักเรียนยอมรับคุณลักษณะของบทนิยามอย่างเป็นทางการ

3) นักเรียนสามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่อยู่ในระบบสัจพจน์ซึ่งนักเรียนในระดับ 2 ยังทำไม่ได้

4) พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทและข้อความที่เกี่ยวข้อง

2.5.2.5 ตัวอย่างพฤติกรรมนักเรียนในระดับ 4

1) นักเรียนสามารถสร้างบทได้อย่างถูกต้องในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เช่น รากฐานเรขาคณิตของฮิลแบร์ต

2) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์ เช่น เรขาคณิตระบบยุคลิด และเรขาคณิตนอกระบบยุคลิด

3) นักเรียนยอมรับสัจพจน์ที่สอดคล้องกัน ความอิสระของสัจพจน์ และความสมมูลกันของสัจพจน์

4) สามารถคิดวิธีแก้ปัญหาที่เป็นกรณีทั่วไปได้

5) สามารถศึกษาได้อย่างลุ่มลึก เพื่อพัฒนาไปถึงวิธีการใหม่และวิธีทางตรรกศาสตร์

สรุปได้ว่า พฤติกรรมในแต่ละระดับความคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model แบ่งออกเป็น 5 ระดับ ได้แก่ พฤติกรรมนักเรียนในระดับ 0 สามารถจำรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต

ได้ พฤติกรรมนักเรียนในระดับ 1 สามารถบอกสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ พฤติกรรมนักเรียนในระดับ 2 สามารถบอกความสัมพันธ์ของสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ พฤติกรรมนักเรียนในระดับ 3 สามารถใช้อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท และสามารถพิสูจน์ทางตรงได้ และพฤติกรรมนักเรียนในระดับ 4 สามารถพิสูจน์แบบขัดแย้ง พิสูจน์แบบแย้งสลับที่ได้ สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรมได้

2.5.3 สมบัติของระดับความคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model

ระดับความคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model มีสมบัติดังนี้

2.5.3.1 การมีลำดับ หมายถึง การพัฒนาที่มีลำดับขั้นตอนตามลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูง จะสามารถพัฒนาความคิดไปสู่ระดับสูงได้ต้องศึกษาในระดับความคิดในระดับต่ำกว่าให้เพียงพอ

2.5.3.2 สิ่งที่ยังไม่ชัดเจนในระดับหนึ่งจะชัดเจนในระดับถัดไป หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำกว่าจะรู้เรื่องราวต่างๆ ได้อย่างชัดแจ้งในระดับที่สูงขึ้นจากการวิเคราะห์และศึกษาสมบัติของรูป

2.5.3.3 การมีภาษาประจำระดับ หมายถึง ในแต่ละระดับความคิดจะมีภาษาที่มีความสัมพันธ์กับความคิดในระดับนั้นโดยตรง ซึ่งอาจขัดแย้งกับอีกระดับหนึ่งก็ได้ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ผู้ที่มีระดับความคิดต่างกันจะให้เหตุผลและใช้ภาษาแตกต่างกันแต่เป็นพื้นฐานต่อกันได้

2.5.3.4 การมีพัฒนาการความก้าวหน้า หมายถึง มีการพัฒนาความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งไปอีกระดับหนึ่งเป็นการก้าวหน้าพัฒนาระดับความคิดได้แต่ต้องศึกษาเนื้อหา ยุทธวิธี ฝึกฝน จนมีคุณภาพของระดับที่ต่ำกว่า

2.5.3.5 การไม่เข้ากัน หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับใดระดับหนึ่งสามารถเรียนรู้เนื้อหาโครงสร้าง คำที่ใช้แตกต่างกัน ผู้ที่อยู่ต่างระดับกันไม่สามารถเข้าใจในเนื้อหา โครงสร้าง และภาษาที่ใช้กันได้ ผู้ที่อยู่ในระดับต่ำกว่าไม่สามารถมีความคิดในระดับที่สูงกว่าได้

สรุปได้ว่า สมบัติของระดับความคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model มีการกำหนดสมบัติของระดับความคิดทางเรขาคณิตนี้เพื่อให้สามารถนำระดับความคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ไปใช้ได้ถูกต้องและไปในแนวทางเดียวกัน เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดเนื้อหา การจัดกิจกรรม การฝึกทักษะให้ถูกต้องตามลำดับขั้น

2.6 แบบทดสอบ

แบบทดสอบ เป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธพิสัย ของนักเรียนว่านักเรียนได้ความรู้อะไรบ้างจากการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งแบบทดสอบจะแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น และแบบทดสอบมาตรฐาน โดยแบบทดสอบที่ดีนั้น จะต้องผ่านการวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่น ประสิทธิภาพ ความยาก อำนาจจำแนก ฯลฯ ซึ่งงานวิจัยนี้ได้กล่าวถึงแบบทดสอบแบบเลือกตอบ ในหัวข้อที่สำคัญ ดังนี้

2.6.1 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 55-60) กล่าวว่า ข้อสอบแบบเลือกตอบ เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยคำถามและตัวเลือก โดยทั่วไปจะมีตัวเลือกเป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ข้อสอบแบบเลือกตอบใช้วัดได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความคิด หลักการ ทฤษฎี การตัดสินใจ การแปลความหมายข้อมูล การแสดงความเข้าใจในธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.6.2 แนวทางการสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบ

แนวทางการสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบ มีหลักการดังนี้

2.6.2.1 การสร้างคำถาม คำถามที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1) สั้น ได้ใจความชัดเจน และใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย

2) ใช้เป็นประโยคบอกเล่า ในกรณีที่มีการใช้คำปฏิเสธ เช่น ไม่หรือห้าม ต้องเน้นด้วยการทำตัวหนาหรือขีดเส้นใต้คำที่แสดงการปฏิเสธ

3) คำถามแต่ละข้อต้องเป็นอิสระต่อกัน การตอบคำถามของข้อหนึ่งจะต้องไม่ชี้นำหรือขึ้นอยู่กับอีกข้อหนึ่ง หรือใช้คำตอบของข้อหนึ่งเป็นคำถามของอีกข้อหนึ่ง

4) หลีกเลี่ยงการใช้ภาษาที่ชี้นำหรือสื่อความไปถึงคำตอบถูกหรือคำตอบผิด

5) แต่ละคำถามต้องมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว (ยกเว้นข้อสอบเพื่อการวิเคราะห์ที่มีคำตอบถูกหลายคำตอบได้ แต่การแปลผลจะต้องคำนึงถึงความหมายของแต่ละคำตอบ)

2.6.2.2 การสร้างตัวเลือก โดยทั่วไปตัวเลือกของข้อสอบเลือกตอบมีจำนวน 3 – 5 ตัวเลือก การกำหนดจำนวนตัวเลือกในข้อสอบจะต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของผู้เรียน ตัวเลือกที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1) แต่ละตัวเลือกควรเป็นเรื่องหรือประเด็นเดียวกันและมีความยาวใกล้เคียงกัน

2) ใช้คำที่สั้น ได้ใจความชัดเจน และหลีกเลี่ยงการใช้คำศัพท์หรือข้อความที่เข้าใจได้ยาก

3) ไม่ควรใช้ตัวเลือก “ถูกทุกข้อ” “ผิดทุกข้อ” หรือ “ไม่มีข้อใดถูก” (เพราะเป็นการสื่อความหมายถึงความไม่แน่ใจในคำถามหรือการเลือกตอบด้วยความไม่มั่นใจ)

4) ไม่ควรสร้างตัวเลือกโดยใช้ระดับของความถูกต้องเป็นประเด็นให้คิด เช่น ถูกครึ่ง – ผิดครึ่ง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน เพราะอาจทำให้เกิดความสับสนในการตัดสินใจเลือกคำตอบ

การสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบ จะต้องมีบันทึกสาระสำคัญของการสร้าง เพื่อการตรวจสอบและอ้างอิง ประกอบด้วย

1. ระดับชั้น
2. สาระการเรียนรู้
3. มาตรฐานการเรียนรู้
4. ตัวชี้วัด
5. พฤติกรรมที่วัด
6. ข้อสอบและการบันทึกเกี่ยวกับตัวเลือก
7. เฉลยหรือคำตอบถูก

2.6.3 การจัดฉบับแบบทดสอบของข้อสอบแบบเลือกตอบ

การจัดฉบับแบบทดสอบของข้อสอบแบบเลือกตอบ มีแนวทางดังนี้

2.6.3.1 เรียงลำดับข้อสอบจากข้อง่ายไปข้อยาก

2.6.3.2 ถ้าในแบบทดสอบ ประกอบด้วย เนื้อหาหลายเรื่องควรจัดลำดับข้อสอบที่วัดเนื้อหาในเรื่องเดียวกันไว้ด้วยกัน

2.6.3.3 กระจายคำตอบที่ถูกต้องของแบบทดสอบทั้งฉบับให้มีจำนวนข้อที่ถูกต้องของแต่ละตัวเลือกใกล้เคียงกัน แต่ต้องไม่ใช้วิธีการกระจายโดยเรียงตัวเลือกถูกเป็นระบบ เช่น ข้อ 1 เฉลย ก ข้อ 2 เฉลย ข ข้อ 3 เฉลย ค ข้อ 4 เฉลย ง ข้อ 5 เฉลย ก และไม่ควรให้ตัวเลือกถูกเดียวกันเรียงติดกันหลายข้อ

2.6.4 เกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบแบบเลือกตอบ

การให้คะแนนแบบทดสอบแบบเลือกตอบ พิจารณาได้จากการเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องและให้คะแนนตามที่กำหนดไว้ เช่น เลือกถูกต้องได้ 1 คะแนน

2.6.5 ข้อดีของข้อสอบแบบเลือกตอบ

2.6.5.1 ตรวจให้คะแนนได้ง่าย ใช้เวลาน้อย และมีความเป็นปรนัยสูง

2.6.5.2 วิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบในด้านความสมเหตุสมผลตามเนื้อหา ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกได้

2.6.5.3 ปรับปรุงหรือแก้ไขคำถามและตัวเลือกเพื่อนำไปใช้ในโอกาสอื่นๆ ได้

2.6.5.4 ใช้วัดได้กับเนื้อหาทุกสาระการเรียนรู้

2.6.5.5 ใช้เวลาในการทดสอบน้อยกว่าการทดสอบรูปแบบอื่น

2.6.6 ข้อจำกัดของข้อสอบแบบเลือกตอบ

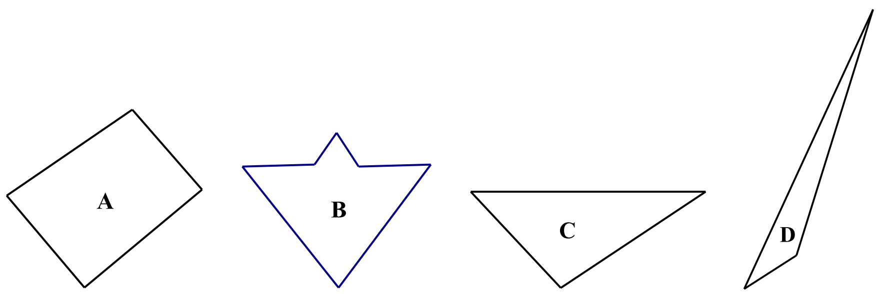
2.6.6.1 สร้างคำถามที่ชัดเจน เป็นปรนัย ตรงประเด็น หรือมีประเด็นเดียวได้ยาก ผู้สร้างข้อสอบจึงต้องเป็นผู้ที่มีประสบการณ์

2.6.6.2 สร้างคำถามที่วัดความรู้ระดับสูง เช่น การวิเคราะห์และการสังเคราะห์ และวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ยาก ส่วนใหญ่จะวัดได้ในระดับความรู้ความจำและความเข้าใจ

ในการวิจัยครั้งนี้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับความคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Mode เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ ผู้วิจัยได้พัฒนามาจากแนวคิดของ Van Hiele (1987, pp. 2-3) ดังตัวอย่างนี้

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ตามระดับความคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model

จากรูปทั้งสี่ข้างล่างนี้ รูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยม



ก. รูป B เท่านั้น

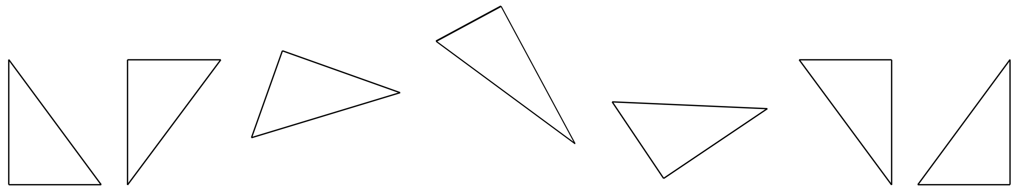
ข. รูป C เท่านั้น

ค. รูป D เท่านั้น

ง. รูป C และ D เท่านั้น

จ. ไม่มีรูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยม

"รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งมีขนาดเท่ากับมุมฉาก" จากข้อความดังกล่าว รูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ก. รูป A, B

ข. รูป A, B, C และ D

ค. รูป A, B, C, E, F

ง. รูป A, B, C, D, E, F

จ. ทุกรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2.7 แบบสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ (Interview) เป็นการสนทนาหรือการพูดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูลเพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้วยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีก และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.7.1 ความหมายของการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง

กิติพัฒน์ นนทปัทมะดุลย์ (2554 , น. 119-157) กล่าวว่า การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างหรือบางครั้งนิยมเรียกว่า การสัมภาษณ์แบบชี้นำ (Guided Interview) เป็นประเภทที่อยู่ตรงกลางระหว่างการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างและการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง โดยการสัมภาษณ์แต่ละประเภทก็มีจุดแข็งจุดอ่อนทั้งสิ้น การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างดูหยาบและแข็งกระด้าง ขณะเดียวกันการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างยืดหยุ่นและเปิดกว้างมาก ต้องอาศัยนักวิจัยหรือผู้สัมภาษณ์ที่มีประสบการณ์ความชำนาญพอสมควร การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างหรือแบบชี้นำนี้ โดยปกตินักวิจัยจะกำหนดคำถามที่พอจะตัดสินใจได้ว่าจะถามอะไรบ้าง หรือใช้คำสำคัญ (Keywords) เป็นเครื่องชี้นำการสัมภาษณ์ ตัวอย่างเช่น ในการวิจัยเพื่อศึกษาคุณภาพชีวิตของผู้พิการ

ทางสายตาที่เป็นวณิพกย่านท่าพระจันทร์ นักวิจัยกำหนดคำถามที่ไม่แน่นอนตายตัว แต่เป็นคำถามที่มีคำสำคัญเกี่ยวกับสภาพของความพิการของผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย ประวัติและสาเหตุที่พิการ ประวัติครอบครัว การประกอบอาชีพ การได้รับสวัสดิการจากรัฐ องค์กรของคนพิการ องค์กรเอกชน เป็นต้น นักวิจัยที่ศึกษาเรื่องนี้ค่อนข้างเป็นนักวิจัยมือใหม่ว่าไม่ได้สร้างแบบสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง ขณะเดียวกันก็ไม่ได้ใช้การสัมภาษณ์ที่ไม่มีโครงสร้าง นักวิจัยไม่ได้ร่างคำถามที่ชัดเจนแน่นอนในแต่ละประเด็น ทว่าสิ่งที่นักวิจัยดำเนินการก่อนการสัมภาษณ์คือการเตรียมหัวข้อคำถามอย่างหลวม ๆ ในลักษณะกึ่งโครงสร้าง คือการร่างคำถามปลายเปิดที่มีคำสำคัญที่ต้องการ พร้อมกับมีความยืดหยุ่น พร้อมจะปรับเปลี่ยนถ้อยคำให้สอดคล้องกับผู้มีส่วนร่วมในการวิจัยแต่ละคน และสถานการณ์สัมภาษณ์ที่เปลี่ยนแปลงไป

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างหรือแบบชี้นำจึงเป็นประโยชน์อย่างมากสำหรับนักวิจัยที่ต้องการเปรียบเทียบข้อมูลจากผู้มีส่วนร่วมในการวิจัยหลาย ๆ คน พร้อม ๆ กับต้องการความเข้าใจลึกซึ้งในโลกและประสบการณ์ของแต่ละคน การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างเป็นการอุดจุดอ่อนของการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างและแบบไม่มีโครงสร้าง การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างหรือแบบชี้นำจึงเป็นที่นิยมในหมู่นักวิจัยเชิงคุณภาพไม่น้อยไปกว่าการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง ส่วนการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างน่าจะเหมาะกับการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยเชิงปริมาณมากกว่าในการวิจัยเชิงคุณภาพ

2.7.2 ส่วนประกอบของแบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์โดยทั่วไป จะประกอบไปด้วยส่วนที่สำคัญ 3 ส่วน คือ

2.7.2.1 ส่วนแรก เป็นส่วนที่ใช้บันทึกข้อมูลเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ เช่น ชื่อโครงการวิจัย วัน เดือน ปี ที่สัมภาษณ์ ชื่อหมู่บ้าน ตำบล อำเภอ จังหวัด ฯลฯ ในส่วนนี้ ผู้สัมภาษณ์ควรกรอกไว้ล่วงหน้า

2.7.2.2 ส่วนที่สอง เป็นส่วนที่ใช้บันทึกรายละเอียดส่วนตัวของผู้ให้การสัมภาษณ์ เช่น เพศ อายุ อาชีพ ศาสนา สถานภาพสมรส จำนวนบุตร ฯลฯ

2.7.2.3 ส่วนที่สาม เป็นส่วนที่เป็นข้อคำถาม และที่จะเป็นคำตอบตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์

2.7.3 หลักในการสัมภาษณ์

เพื่อให้การรวบรวมข้อมูลโดยการสัมภาษณ์ดำเนินไปได้อย่างดี ได้ข้อมูล ที่ถูกต้อง เที่ยงตรง ควรมีหลักดังนี้

2.7.3.1 การเตรียมตัวก่อนไปสัมภาษณ์

ผู้สัมภาษณ์ต้องเข้าใจจุดประสงค์ของการวิจัยอย่างชัดเจน

1) ทำการนัดแนะเวลาและสถานที่สัมภาษณ์กับกลุ่มตัววอย่างที่จะไปสัมภาษณ์ กรณีที่จะไปสัมภาษณ์กับประชาชนในหมู่บ้าน ควรทำหนังสือขออนุญาตไปยัง ฝ่ายปกครอง เช่น นายอำเภอ กำนัน ไว้ล่วงหน้า อาจนัดสัมภาษณ์รวมกันที่วัด หรือไปสัมภาษณ์ตามบ้านของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งจะต้องศึกษาแผนที่หมู่บ้านและกำหนดเขตสัมภาษณ์ของ แต่ละคนให้ชัดเจน จะได้ไม่สัมภาษณ์ซ้ำซ้อนกันในกรณีสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง ผู้วิจัยเข้าไปคลุกคลีอยู่ในบ้าน อยู่แล้ว และจะพบปะพูดคุยกันตามโอกาสที่เหมาะสม จึงไม่จำเป็นต้องดำเนินการตามข้อ 2)

2) กรณีสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง จะต้องเตรียมแบบสัมภาษณ์ไว้ล่วงหน้า

3) ทำการซักซ้อมการสัมภาษณ์รวมทั้งวิธีบันทึกข้อมูลไว้ล่วงหน้า ให้คล่องแคล่วไม่ประหม่าหรือเก้อเขิน ถ้าเป็นไปได้ควรท่องจำคำถามต่าง ๆ ไว้ ซึ่งจะช่วยให้ดำเนินการสัมภาษณ์ไปได้อย่างราบรื่น

2.7.3.2 การเริ่มต้น

1) ก่อนเริ่มสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรแนะนำตนเอง บอกจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ให้ผู้ที่จะให้สัมภาษณ์เข้าใจ

2) สร้างความคุ้นเคย ความเป็นมิตร โดยสนทนาในเรื่องที่คาดว่าผู้ให้สัมภาษณ์จะสนใจโดยใช้เวลาเล็กน้อย

2.7.3.3 การดำเนินการสัมภาษณ์

1) ผู้สัมภาษณ์ต้องมีกิริยาสุภาพเรียบร้อย ยิ้มแย้มแจ่มใส

2) ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย ชัดเจน ไม่แปลได้หลายทาง เหมาะสำหรับระดับผู้ให้สัมภาษณ์

3) ใช้คำถามที่สามารถตอบได้ทันที

4) สัมภาษณ์ทีละคำถาม

5) ผู้สัมภาษณ์ต้องมีพื้นความรู้อย่างดีในเรื่องที่จะสัมภาษณ์

6) ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจคำถาม ก็ตั้งคำถามใหม่หรืออธิบายคำถามให้เข้าใจ

7) การจดบันทึกคำตอบควรทำอย่างรวดเร็ว

8) ไม่เร่งรัดหรือคาดคั้นคำตอบจากผู้ให้สัมภาษณ์

9) ไม่ใช้คำถามที่เป็นการชี้แนะคำตอบ

10) ไม่วิพากษ์วิจารณ์หรือชุดในลักษณะที่เป็นการสั่งสอนผู้ให้สัมภาษณ์

11) กล่าวแสดงความขอบคุณผู้ให้สัมภาษณ์ หลังจากสัมภาษณ์เสร็จแล้ว

2.7.4 คุณสมบัติของผู้สัมภาษณ์ที่ดี

สัมภาษณ์ที่ดีควรมีคุณสมบัติ ดังนี้

2.7.4.1 มีบุคลิกภาพที่ดี ผู้สัมภาษณ์ควรมีกิริยามารยาทสุภาพ เรียบร้อย นิ่มนวล แจ่มใส ซึ่งจะช่วยให้บรรยากาศการสัมภาษณ์เป็นไปด้วยดี โน้มน้าวให้ผู้สัมภาษณ์อยากให้ความร่วมมือ อย่างจริงใจ

2.7.4.2 มีมนุษยสัมพันธ์ดี ผู้สัมภาษณ์ควรเป็นผู้มีมนุษยสัมพันธ์ที่ดี สามารถติดต่อสื่อสารกับคนอื่นได้อย่างคล่องแคล่ว

2.7.4.3 มีไหวพริบดี ผู้สัมภาษณ์ที่ดีควรรับรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว แก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้อย่างมีประสิทธิภาพและทันต่อเหตุการณ์

2.7.4.4 เป็นคนช่างสังเกต ในการสัมภาษณ์ถ้าผู้สัมภาษณ์เป็นคนช่างสังเกต จะช่วยให้ได้ ข้อมูลเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์และเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งช่วยในการตัดสินใจ และนำมาประกอบการแปลความหมายข้อมูล

2.7.4.5 มีความซื่อสัตย์ ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความซื่อสัตย์ต่อข้อมูล ไม่ทำการบิดเบือน แปลความ ตีความหรือสรุป ขัดแย้งไปจากข้อความจริงที่ตนได้รับ

2.7.4.6 มีความรับผิดชอบในการสัมภาษณ์ ทำการสัมภาษณ์ด้วยความสนใจใคร่รู้มีความตั้งใจให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้อง เที่ยงตรง

2.7.4.7 มีความอดทน ในการสัมภาษณ์บุคคลอื่น บางครั้งต้องเดินทางไปสัมภาษณ์คนที่ไม่รู้จักและอยู่ห่างไกล ใช้เวลาสัมภาษณ์นาน ผู้ให้สัมภาษณ์บางคนอาจมีกริยาอาการหรือบุคลิกภาพที่ไม่ค่อยเหมาะสมในสายตาของผู้สัมภาษณ์การแต่งกายไม่สะอาด ฯลฯ ซึ่งผู้สัมภาษณ์จะต้องใช้ความอดทนมีความเห็นอกเห็นใจคนอื่น

2.7.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการสัมภาษณ์

2.7.5.1 ข้อดีของการสัมภาษณ์

1) เป็นเทคนิคที่ใช้รวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างตั้งแต่วัยเด็กถึงวัยชรา เหมาะอย่างยิ่ง สำหรับผู้ที่อ่านไม่ออกเขียนไม่ได้หรือมีปัญหาในการอ่านและเขียน

2) สามารถปรับคำถามให้ชัดเจนขึ้นได้ ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจก็เปลี่ยนคำถามให้เกิดความเข้าใจได้

3) ผู้ให้สัมภาษณ์จะให้ความร่วมมือมากกว่าวิธีส่งแบบสอบถามไปให้ตอบ

4) ระหว่างการสัมภาษณ์สามารถสังเกตความจริงใจในการตอบของ ผู้ถูกสัมภาษณ์จาก กิริยา ท่าทางได้

5) ระหว่างการสัมภาษณ์ตรวจสอบคำตอบได้และสามารถหาข้อมูลได้ลึก

ขึ้นเมื่อเกิดข้อสงสัยในคำตอบ

2.7.5.2 ข้อจำกัดของการสัมภาษณ์

1) ต้องใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูลมาก การสัมภาษณ์แต่ละครั้ง จะต้องใช้เวลาใน การเดินทางไปกลับ ในการสัมภาษณ์แต่ละคน ดังนั้นจึงต้องใช้ความพยายามและค่าใช้จ่ายสูง

2) ผู้ให้สัมภาษณ์อาจตอบไม่ตรงกับข้อความจริงของตนด้วยความจงใจ

3) คุณภาพข้อมูลที่ได้ขึ้นอยู่กับคุณภาพของผู้สัมภาษณ์

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหารูปสามเหลี่ยม มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางเรขาคณิต และระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model พบว่ามีนักการศึกษาหลายท่านได้ทำการศึกษาไว้ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.8.1 งานวิจัยในประเทศ

กุลยา เหมวัสดุกิจ (2545, น. 62-66) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลีที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า หลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับและเพิ่มขึ้น 1 ระดับ ตามลำดับ นักเรียนกลุ่มปานกลางและต่ำที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือ มีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ และหลังได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 3 และ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด นักเรียนกลุ่มปานกลางที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด และนักเรียนกลุ่มต่ำที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด

นวลศรี ชำนาญกิจ (2546, น. 25-31) ได้ศึกษาการวิเคราะห์ภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในจังหวัดนครสวรรค์ ผลการวิจัยพบว่า เมื่อนำภาพลักษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมาเรียงลำดับตามค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนทั้งหมดจากมากไปน้อย 5 อันดับแรก ปรากฏผลดังนี้คือ อันดับที่ 1 เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ไม่อยู่ในแนวตั้งขึ้นให้นักเรียนร้อยละ 97.19 ของนักเรียนทั้งหมดบอกไม่ได้ว่า รูปสามเหลี่ยมรูปใดเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก อันดับที่ 2 เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีลักษณะซับซ้อนให้นักเรียนร้อยละ 76.28 ของนักเรียนทั้งหมด ไม่สามารถพิจารณาว่ารูปนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่ อันดับที่ 3 นักเรียนร้อยละ 75.52 ของนักเรียนทั้งหมด ไม่สามารถหาลักษณะของรูปสามเหลี่ยมแบบ ม.ม.ด. ได้ อันดับที่ 4 นักเรียนร้อยละ 73.21 ของนักเรียนทั้งหมดคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมจตุรัสที่ไม่อยู่ในแนวตั้งขึ้นไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส อันดับที่ 5 นักเรียนร้อยละ 72.45 ของนักเรียนทั้งหมด คิดว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีมุมยอดมาบรรจบกันเป็นรูปหลายเหลี่ยม

วลีพร เดชเดชา (2547, น. 41-45) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิต การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิต ตามบทเรียนซ่อมเสริมที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตทุกเนื้อหาวิชา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

คมกริช สุขแก้ว (2552, น. 51-53) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกาสุรินทร์ เขต 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) ระดับความคิดตามแบบของแวน ฮีลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีที่ 2 และปีที่ 3 กระจายอยู่ทั้งในระดับ 1 ระดับ 2 และระดับ 3 แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีระดับความคิดในระดับ 3 สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 2) ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชายแตกต่างกับนักเรียนหญิง นักเรียนชายมีระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนหญิง

เยาวเรศ เสนากิจ (2555, น. 77-83) การศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีและปัจจัยที่เกี่ยวข้องของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาระดับการคิดและปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มเครือข่ายโรงเรียนภูพระบาท

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุดรธานี เขต 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 86 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง ผลการวิจัยพบว่า 1. ระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี โดยรวม ระดับ 1 ร้อยละ 36.05 ระดับ 2 ร้อยละ 26.75 ระดับ 3 ร้อยละ 17.44 และระดับ 4 ร้อยละ 9.30 2. ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี มีสามปัจจัย คือ ปัจจัยทางด้านนักเรียน ปัจจัยทางด้านครูผู้สอน ปัจจัยทางด้านผู้ปกครอง

อนนท์ ฤาชัยลาม (2554, น. 149-150) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้วิธีการสอนตามแนวคิดของ Van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนตามแนวคิดของ Van Hiele เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความท้าทาย กระตุ้นความอยากรู้อยากเห็น ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง มีการสำรวจค้นหาความรู้ การปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มที่เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็นทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง และนักเรียนได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 86.15 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 41 คน คิดเป็นร้อยละ 91.11 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และสามารถพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามทฤษฎี Van Hiele จากระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณนารูปลักษณะเป็นระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์

วัลลภา แก้วนะรา (2555, น. 59-64) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษามหาสารคามเขต 1 ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีจำนวนนักเรียนมากที่สุดอยู่ในระดับ 3 คิดเป็นร้อยละ 27.25 รองลงมาคือระดับ 4 คิดเป็นร้อยละ 22.90 ระดับ 5 คิดเป็นร้อยละ 18.84 ระดับ 2 คิดเป็นร้อยละ 18.26 ระดับ 1 คิดเป็นร้อยละ 12.75 2. ระดับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีความสัมพันธ์ทางบวกกับระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3. สัดส่วนระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กรรณิการ์ หาญพิทักษ์ (2559, น. 125-131) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง

รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 นี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์กับเกณฑ์ร้อยละ 75 ผลการวิจัยพบว่า 1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2.8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Swafford, et al. (1997, pp. 468-470) ได้นำแนวคิดของแวนฮีลีศึกษาวิจัยในการอบรมเชิงปฏิบัติการของครูผู้สอนวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา เนื่องจากมีการตรวจสอบระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนในสหรัฐอเมริกาตั้งแต่ที่ ยูซิสกิน (1982) ทำการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตกับนักเรียน และในปี คศ. 1992 มีการทดสอบระดับความคิดนี้กับนักเรียนอีกพบว่ามีพัฒนาการขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น จึงทำ การศึกษาจากงานวิจัยอื่น ๆ เพิ่มเติมจึงพบว่า นักเรียนที่จะเรียนเรขาคณิตได้ดีนั้นต้องมาจากความรู้ของครูผู้สอนและการฝึกปฏิบัติ จึงจัดตั้งโครงการ Lincs เพื่อศึกษาวิจัยว่าการอบรมเชิงปฏิบัติการให้แก่ครูผู้สอนวิชาเรขาคณิตจะมีผลอย่างไร กลุ่มตัวอย่างเป็นครูผู้สอนเรขาคณิตในระดับ 4-8 จำนวน 49 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกคือครู 49 คน ฝึกอบรมได้รับความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาเรขาคณิต การทำแบบฝึกวิชาเรขาคณิต กลุ่มที่ 2 คัดเลือกจากกลุ่มแรก 8 คน ติดตามการสอนโดยใช้วีดีโอและการสัมภาษณ์ ผลการวิจัยพบว่า ครูผู้สอนวิชาเรขาคณิตมีความรู้เนื้อหาเรขาคณิตมีความเชื่อมั่นในการสอน มีแบบฝึกปฏิบัติวิชาเรขาคณิตที่มีคุณภาพ และสามารถสอนให้นักเรียนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงขึ้น

Hershkowitz and Vinner (1987, pp. 113-119) ได้สำรวจภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษา ครูประจำการ และนักศึกษาครูในประเทศอิสราเอล กลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนเกรด 5-8 จำนวน 518 คน เป็นนักศึกษาครูที่จะทำการสอนในโรงเรียนประถมศึกษา จำนวน 142 คน ครูประจำการที่สอนระดับประถมศึกษา จำนวน 25 คน โดยเปรียบเทียบภาพลักษณ์มโนทัศน์รวมทั้งตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อการสร้างมโนทัศน์ของทั้งสามกลุ่มดังกล่าว ผลการวิจัยพบว่า ครูนักศึกษา ครู และนักเรียนมีภาพลักษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนลักษณะเดียวกันในเรื่องมุม ความสูงของรูปสามเหลี่ยม เส้นทแยงมุมของรูปสามเหลี่ยม และผลกระทบจากตำแหน่งของมุมฉาก เป็นต้น

Penelope and John (1997, pp. 124-131) ได้ศึกษามุมมองของนักเรียนเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขที่ระบุขึ้นอยู่กับคุณสมบัติเป็นลักษณะสำคัญของการคิดระดับ 3 ในทฤษฎีของ Van Hiele อย่างไรก็ตามยังไม่มีการวิจัยใด ๆ ที่มุ่งไปที่ความสัมพันธ์ดังกล่าวไปสู่ระดับการวิวัฒนาการ การศึกษาครั้งนี้เกี่ยวข้องกับการสัมภาษณ์แบบเจาะลึกกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 24 คน โดยการพิจารณาความพยายามในการจัดกลุ่มของรูปสามเหลี่ยมเจ็ดรูปแบบที่แตกต่างกัน ผลการศึกษาแสดงให้เห็นถึงคุณลักษณะที่สำคัญเกี่ยวกับการรับรู้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขและการดำรงอยู่ของเส้นทางการพัฒนา

Gutierressez and Jaime (1998, pp.8-9) ได้นำแนวคิดของแวนฮีลีศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการใช้แบบประเมินการให้เหตุผลของนักเรียน โดยศึกษาจากการใช้แบบทดสอบชนิดเลือกตอบของยูซิสกิน และการใช้บทสัมภาษณ์ พบว่า การใช้บทสัมภาษณ์จะบอกความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนได้ดีกว่าแต่ยังมีข้อบกพร่องในการให้คะแนน จึงคิดสร้างแบบประเมินการให้เหตุผลของนักเรียนในแนวของแวนฮีลี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชาวสเปนจำ นวน 309 คน (เป็นนักเรียนประถมระดับ 6-8 และมัธยมศึกษาระดับ 1 -4) แบ่งระดับการให้เหตุผลของนักเรียนเป็น 4 ระดับ คือ 1) ขั้นการจำได้ 2) ขั้นการให้นิยาม 3) ขั้นการแบ่งกลุ่ม และ4) ขั้นการพิสูจน์ แต่ละระดับมีการแบ่งระดับความสามารถอีก 4 ระดับย่อย ๆ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถของนักเรียนระดับประถมศึกษากับมัธยมศึกษาในระดับ 1 และ 4 ไม่แตกต่างกันความสามารถในระดับ 2 และระดับ 3 นักเรียนระดับมัธยมศึกษามีความสามารถสูงกว่าระดับประถมศึกษา และนักเรียนที่มีความสามารถในระดับ n ต้องผ่านความสามารถในระดับ n-1 ก่อน

Idris (1998, pp. 10-11) ได้ศึกษาผลของการเลือกกิจกรรมที่มีต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 6 ห้องเรียนในโรงเรียนรัฐบาลแห่งเดียวกัน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 ชั้นละ 1 ห้องเรียน โดยนักเรียนทุกคนได้รับการจัดกิจกรรมการสอนซึ่งให้โอกาสนักเรียนได้เห็นการสร้างรูปเรขาคณิตหาความสัมพันธ์ของคุณสมบัติต่างๆ และดึงรูปเรขาคณิตง่ายๆ จากรูปแบบที่ซับซ้อน โดยใช้เวลา 3 สัปดาห์ ส่วนกลุ่มควบคุมประกอบด้วยนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 ชั้นละ 1 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ระดับความคิดทางเรขาคณิต และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น

Clements and Sarama (2000, pp. 482-488) ได้ศึกษาความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต โดยการสัมภาษณ์นักเรียนอายุ 3-6 ปี จำนวน 128 คน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังมีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิต จึงได้เสนอแนะกิจกรรมที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนมติที่

แท้จริงของรูปเรขาคณิต เช่น ในระดับเบื้องต้น ให้บอกรูปเรขาคณิตที่นักเรียนพบในห้องเรียน ในโรงเรียน ในชุมชน จัดรูปเรขาคณิตเป็นพวกและบอกเกณฑ์ในการจัด และสร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้แบบรูปได้ และในระดับการมองภาพ ให้นักเรียนบอกได้ว่าทำไมรูปเรขาคณิตที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นรูปเรขาคณิตชนิดใดชนิดหนึ่งหรือไม่ เป็นต้น

Napitupulu (2002, pp. 9-10) ได้ศึกษาเรื่องการสำรวจความเข้าใจและลำดับขั้นการคิดของ Van Hiele ในการสร้างทางเรขาคณิตของนิสิต กลุ่มตัวอย่าง นิสิตที่ลงทะเบียนวิชาเรขาคณิต I ที่มหาวิทยาลัยเซนเตอร์ลาวาซิส ประเทศอินโดนีเซีย โดยนิสิตได้ทำแบบทดสอบการพัฒนาสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG) ผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจของนิสิตเกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตสัมพันธ์กับลำดับขั้นความคิดทางเรขาคณิตของรูปแบบ Van Hiele และความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต จากการสัมภาษณ์พบว่า นิสิตมีลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบ Van Hiele อยู่ในช่วงลำดับขั้นที่ 1 ถึงลำดับขั้นที่ 3 อีกทั้งนิสิตมีการแสดงออกลำดับขั้นการคิด ที่แตกต่างกันในปัญหาที่ต่างกันขึ้นอยู่กับความเข้าใจความคิดรวบยอดของนิสิตที่มีมาแต่เดิม

Livy and Vale (2011, pp. 80-86) ได้ทำการศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับคำถาม อัตราส่วนของนักศึกษาครูชั้นปีที่ 1 ผ่านการวิเคราะห์แบบทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ ทักษะทางคณิตศาสตร์และความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่านักศึกษาครูไม่สามารถแปลความหมายของขั้นตอนที่ซับซ้อน คำถามอัตราส่วน รวมถึงพบความผิดพลาดในการแปลงค่าในการวัด ซึ่งสะท้อนให้เห็นการขาดการพัฒนาความรู้ในเรื่องความรู้ทางโครงสร้างของคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และนักศึกษาครูส่วนมากยังขาดความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและวิธีในการแก้ปัญหา

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศ พบว่า มีหลายการวิจัยได้นำระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model มาใช้อธิบายระดับขั้นความสามารถทางเรขาคณิตของนักเรียนและเข้าใจการเรียนรู้ของนักเรียนว่า นักเรียนสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างไร และอะไรที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดความก้าวหน้านั้น และพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับระดับขั้นของ Van Hiele Model มีความสัมพันธ์กันในการประเมินการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน แสดงให้เห็นว่ามโนทัศน์สามารถวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนได้ แต่การวิจัยในลักษณะนี้มีอยู่ค่อนข้างน้อย จากการศึกษางานวิจัยในประเทศไทยพบว่า ยังไม่มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับ มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

2.9 กรอบแนวคิดการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้กรอบแนวคิดระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model (1987, pp. 2-3) เพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยคือ เนื้อหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม ซึ่งระดับการคิดทางเรขาคณิตจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis)

ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal deduction)

ระดับ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน (formal deduction)

ระดับ 4 การคิดสุดยอด (Rigor)