

## บทที่ 2

### การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาการสร้างโจทย์ปัญหาเพื่อเสริมกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง คู่อันดับ และกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. การสร้างโจทย์ปัญหา
5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสร้างโจทย์ปัญหา
6. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
8. กรอบการวิจัย

#### 2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคนให้มีความรู้ที่เป็นสากลสามารถสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยีเพื่อการใช้ชีวิตอย่างมีความสุข และมีศักยภาพในการศึกษาต่อ และ การประกอบอาชีพ รวมไปถึงมีคุณธรรมจริยธรรม และ ค่านิยมที่พึงประสงค์ยึดมั่นในระบอบประชาธิปไตย อันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข และมีสุขภาพกาย และ สุขภาพจิตที่ดีโดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานที่ว่าทุกคนสามารถเรียนรู้ และ พัฒนาตนเองได้อย่างเต็มศักยภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 1 - 5)

### 2.1.1 ทำไมเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบมีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบช่วยให้คาดการณ์วางแผนตัดสินใจแก้ปัญหา และ นำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และ ศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

### 2.1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวนระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวนอัตราส่วนร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด ความยาวระยะทาง น้ำหนักพื้นที่ ปริมาตร และ ความจุเงิน และ เวลาหน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดอัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติ การนิยามแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่อง การเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และ การหมุน (Rotation)

พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชันเซต และการดำเนินการของเซต การให้เหตุผลนิพจน์สมการระบบสมการอสมการกราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และ อนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็นการเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูลค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์ และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็นความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติ และ ความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และ ช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายการให้เหตุผลการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดสาระ และ มาตรฐานการเรียนรู้เป็นเกณฑ์ในการกำหนดคุณภาพของผู้เรียนอันเป็นพื้นฐานในการดำเนินชีวิต ซึ่งสาระมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์กำหนดไว้มี 5 สาระดังนี้

#### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operations)

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้
- มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้
- มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

#### สาระที่ 2 การวัด (Measurement)

- มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

#### สาระที่ 3 เรขาคณิต (Geometry)

- มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้
- มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

#### สาระที่ 4 พีชคณิต (Algebra)

- มาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้
- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์สมการอสมการกราฟและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)

- มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้
- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้สมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills and Processes)

- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สรุปได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์ มีสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลัก 6 สาระ ประกอบด้วย จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และมีสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานที่ได้กำหนดสาระ และ มาตรฐานการเรียนรู้เป็นเกณฑ์ในการกำหนดคุณภาพของผู้เรียน ซึ่งมี 5 สาระ ประกอบด้วย จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต และ การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

**2.1.3 เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟ**

เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและกราฟ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วย เนื้อหาดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 คู่อันดับและกราฟ ประกอบด้วยเนื้อหาดังต่อไปนี้

1. คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ
2. กราฟและการนำไปใช้

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

1 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คือ คู่อันดับและกราฟ โดยที่มีเนื้อหาครอบคลุมตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

**2.1.4 คุณภาพผู้เรียน เมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ยังได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีความรู้ความสามารถ ดังนี้

2.1.4.1 ผู้เรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สอง และ รากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สอง และ รากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการ และ แก้ปัญหา และ นำความรู้เกี่ยวกับจำนวน ไปใช้ในชีวิตจริงได้

2.1.4.2 ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และ ปริมาตรของปริซึมทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และ ปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

2.1.4.3 ผู้เรียนสามารถสร้าง และ อธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียน และ สันตรงอธิบายลักษณะ และ สมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และ ทรงกลมได้

2.1.4.4 ผู้เรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการ และความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมเส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และ บทกลับ และ สามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผล และ แก้ปัญหาได้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และ นำไปใช้ได้

2.1.4.5 ผู้เรียนสามารถนิยาม และ อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติ และ สามมิติ

2.1.4.6 ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ และ อธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปสถานการณ์ หรือ ปัญหา และ สามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ กราฟในการแก้ปัญหาได้

2.1.4.7 ผู้เรียนสามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหา หรือ สถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูล และ นำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปร่างกลมหรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

2.1.4.8 ผู้เรียนเข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชฐาน และ ฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และ เลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

2.1.4.9 ผู้เรียนเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ และ ประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

2.1.4.10 ผู้เรียนใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะ และ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ เทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และ สรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และ ชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และ นำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### 2.1.5 คำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน

คำอธิบายรายวิชา ค 21102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 เวลา 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน จำนวน 1.5 หน่วยกิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 กล่าวไว้ดังนี้

เศษส่วนและทศนิยม การเขียนเศษส่วนด้วยทศนิยมและการเขียนทศนิยมซ้ำ เป็นเศษส่วน การเปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยม การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนและทศนิยม โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยม

การประมาณค่า การประมาณค่าในสถานการณ์ต่าง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การประมาณค่า

คู่อันดับ คู่อันดับและกราฟ การนำไปใช้

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบรูปและความสัมพันธ์ คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน โจทย์สมการเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ภาพรวมของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ ภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

โดยจัดประสบการณ์หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่าง

สร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างมีระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และความเชื่อมั่นในตัวเอง

การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้ สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

รหัสตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.1/1-2,

ค 1.2 ม.1/1-4,

ค 1.3 ม.1/1,

ค 1.4 ม.1/1,

ค 3.1 ม.1/1-6,

ค 4.1 ม.1/1,

ค 4.2 ม.1/1-4,

ค 6.1 ม.1/1-6

รวม 25 ตัวชี้วัด

คำอธิบายรายวิชา เป็นขอบข่ายเนื้อหาที่ทำการสอนรายวิชา ค 21102 คณิตศาสตร์ พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ประกอบด้วยชื่อ รหัสวิชา ชื่อรายวิชา จำนวนชั่วโมงต่อภาคเรียน จำนวนหน่วยกิต ชั้น ภาคเรียนที่ และรหัสตัวชี้วัดที่สอดคล้องกับมาตรฐานในหลักสูตร

#### 2.1.6 วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้

วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับมาตรฐานและตัวชี้วัด จำนวนชั่วโมงและ น้ำหนักคะแนน ภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 21102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 60 ชั่วโมงต่อภาคเรียน ดังแสดงในตารางที่ 2.1

## ตารางที่ 2.1

### วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้ที่	มาตรฐาน และตัวชี้วัด	เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง/ ภาคเรียน	คะแนน	
				กลางภาค	ปลายภาค
1	ค 1.1 ม 1/1 ค 1.2 ม.1/2 ค 1.2 ม.1/3	ทศนิยมและเศษส่วน - ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม - การบวกและการลบทศนิยม - การคูณและการหารทศนิยม - เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน - การบวกและการลบเศษส่วน - การคูณและการหารเศษส่วน - ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและ เศษส่วน - โอกาสของเหตุการณ์	38	11	3
2	ค 1.3 ม. 1/1	การประมาณค่า - ค่าประมาณ - การปัดเศษ - การประมาณค่า	5	5	2
3	ค 4.2 ม. 1/4 ค 4.2 ม. 1/5	อันดับและกราฟ - คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ - กราฟและการนำไปใช้	5	4	5
4	ค 4.1 ม. 1/1 ค 4.2 ม. 1/1 ค 4.2 ม. 1/2 ค 4.2 ม. 1/3	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - แบบรูปและความสัมพันธ์ - คำตอบของสมการ - การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัว แปร เดียว	5	-	13

(ต่อ)



## ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

หน่วยการ เรียนรู้ที่	มาตรฐาน และตัวชี้วัด	เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง/ ภาคเรียน	คะแนน	
				กลางภาค	ปลายภาค
5	ค 3.1 ม. 1/1 ค 3.1 ม. 1/2 ค 3.1 ม. 1/3 ค 3.1 ม. 1/4 ค 3.1 ม. 1/5	ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ - ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ - หน้าที่ตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ - ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของเรขาคณิตสาม มิติ - รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	5	-	7
		รวม	58	20	30

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วยสาระการเรียนรู้ มาตรฐานและตัวชี้วัด เนื้อหาวิชา คุณภาพผู้เรียน คำอธิบายรายวิชา และวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้

### 2.1.7 สาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เรื่อง คู่อันดับและกราฟ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2554, น. 68) ได้กล่าวถึงสาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด แนวทางในการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ไว้ดังนี้

#### สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ กราฟ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### ตัวชี้วัด เรื่อง คู่อันดับและกราฟ

1. เขียนกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากแสดงความเกี่ยวข้องของปริมาณสองชุดที่กำหนดให้
2. อ่านและแปลความหมายของกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากที่กำหนดให้
3. ให้ผู้สอนพิจารณาตามความเหมาะสม (ค 6.1)

บทเรียนนี้ต้องการให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มที่นำเสนอในรูปแบบตาราง และแผนภาพ รู้จักใช้คู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกที่เป็นคู่กัน และมีจุดประสงค์ให้นักเรียนสามารถอ่าน แปลความหมายของกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉาก และเขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้

นักเรียนควรเห็นความแตกต่างระหว่างกราฟที่เป็นจุดกับกราฟที่เป็นเส้น พร้อมทั้งบอกเหตุผลได้ สำหรับการนำกราฟไปประยุกต์เกี่ยวกับปริมาณซึ่งเป็นจำนวนบวกและศูนย์ ควรรู้ว่ากราฟอยู่ในจุดภาคที่ 1 เท่านั้นและเมื่อต้องการดูความสัมพันธ์หรือดูแนวโน้มของกราฟเหล่านี้ควรเขียนกราฟเป็นเส้น

จากแนวทางการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เรื่อง คู่อันดับและกราฟ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ผู้วิจัยได้นำมาใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสร้างโจทย์ปัญหาเพื่อเสริมกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

## 2.2 โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่สำคัญอันหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน และพัฒนาทักษะพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ตลอดจนรู้จักปัญหาในสถานการณ์จริงในชีวิต ดังนั้นเพื่อทำให้เกิดความเข้าใจในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงควรศึกษาความหมาย ประเภท รูปแบบและลักษณะของโจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ดังรายละเอียดแต่ละหัวข้อต่อไปนี้

### 2.2.1 ความหมายของปัญหา (Problem)

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาไว้ดังต่อไปนี้

Polya (1962, p. 117) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึงการแสวงหาวิธีที่เหมาะสม ทำความเข้าใจกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งให้ชัดเจน แต่วิธีการนั้นไม่ได้มาจากการค้นพบในทันทีทันใด แต่ต้อง

อาศัยความพยายามในการแสวงหา ดังนั้น การแก้ปัญหา คือ การค้นพบวิธีการที่จะปฏิบัติให้เหมาะสมกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นนั้นๆ ได้

Bruni (1982, p. 10) กล่าวว่า ปัญหา คือ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดจะต้องใช้ความพยายามในการเลือกใช้ความรู้และทักษะเดิมให้เหมาะสมมาใช้แก้ปัญหา

Burns (1984, p. 6) กล่าวว่า ปัญหาเป็นสถานการณ์ซึ่งค้นหาจุดหมายบางอย่างแต่การกระทำอันเหมาะสมในการค้นหานั้นยังไม่เกิดขึ้นในทันที ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องกระทำทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอด หรือกระบวนการเพื่อที่จะไปถึงจุดหมายนั้น

Rays (1984, p. 6) กล่าวว่า ปัญหานั้นจะเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่คนคนหนึ่งต้องการบางสิ่งบางอย่างและในขณะที่เขาไม่รู้ว่าจะต้องทำอะไร

Krulik and Rudnick (1988, p. 2) ได้ให้ความหมายว่าปัญหาเป็นสถานการณ์อาจเป็นเชิงปริมาณหรือด้านอื่น ซึ่งคนหนึ่งๆ หรือกลุ่มคนเผชิญอยู่และต้องอาศัยความตั้งใจมั่นคงในการหาทางแก้ปัญหาและต้องไม่เคยเห็นวิธีการหรือแนวทางแก้ปัญหาที่ชัดเจนนั้นมาก่อน

สรุปได้ว่า ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องกระทำทางคณิตศาสตร์ แต่ต้องอาศัยความพยายามในการแสวงหา

### 2.2.2 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

สุวรรณ กัญจนมจร (2534, น. 9) ได้กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะของข้อความที่เขียนเป็นตัวหนังสือ หรืออยู่ในลักษณะของคำท่ายที่ให้นักเรียนหาคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 62-74) ได้กล่าวถึงความหมายของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องอาศัยทักษะและประสบการณ์หลายอย่างมาประมวลเข้าด้วยกันเพื่อหาคำตอบ
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่น ปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นในปัจจุบัน

ยูพิน พิพิธกุล (2545, น. 5) ได้กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง โจทย์ปัญหาที่ลักษณะให้ค้นหาความจริง ข้อสรุป โดยอาศัยเหตุผล และโจทย์ปัญหาที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ มาใช้ในการหาคำตอบโดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

Cruikshank and Sheffield (1980, p. 37) ได้กล่าวถึง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยที่บางปัญหาเป็นปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ในการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

Adams (1997, p. 176) ได้กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาที่มีลักษณะเป็น โจทย์ปัญหา โจทย์เรื่องราวหรือโจทย์เชิงสนทนาจะบอกลักษณะของปัญหาด้วยข้อความ หรือข้อความประกอบกับปริมาณหรือจำนวน

สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง โจทย์ปัญหาที่ลักษณะให้ค้นหาความจริง ข้อสรุป โดยอาศัยเหตุผล และโจทย์ปัญหาที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยที่บางปัญหาเป็นปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข ไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที และสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ในการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

## 2.2.3 ประเภทของปัญหาและประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

### 2.2.3.1 ประเภทของปัญหา

ได้มีนักการศึกษาจัดประเภทของปัญหาไว้ดังนี้

Polya (1962, p. 154-156) ได้กล่าวว่า การแยกส่วนประกอบของปัญหาออกเป็นส่วนๆ ทำให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้นและสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา หรือการพิสูจน์ได้รวดเร็ว การจัดประเภทของปัญหา โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาได้ว่า เมื่อแบ่งประเภทของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ เป็น โจทย์ปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการอาจเป็น โจทย์ปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือเชิงปฏิบัติอาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม เช่น การหาผลบวก ผลต่าง หรือผลหารของจำนวน ซึ่งมีส่วนประกอบ 3 ส่วน คือ

- 1.1 สิ่งที่โจทย์ต้องการคำตอบ
- 1.2 สิ่งที่กำหนดให้มา
- 1.3 เงื่อนไข

2. ปัญหาที่ให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่แสดงอย่างสมเหตุสมผล ว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนประกอบของปัญหาลักษณะนี้มี 2 ส่วน คือ

- 2.1 สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนด
- 2.2 ผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

สรุปได้ว่า ปัญหาสามารถแบ่งได้ 2 ประเภท คือ 1. ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ และ 2. ปัญหาที่ให้พิสูจน์

### 2.2.3.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 29) ได้แบ่งการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การแก้ปัญหที่พบเห็นโดยทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา เป็นปัญหาที่นักเรียนมีคุ้นเคยมีโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง

2. การแก้ปัญหที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมีโครงสร้างซับซ้อนแก่ผู้แก้ปัญห ต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่างๆ มาแก้ปัญห ซึ่งแบ่งออกได้อีก 2 ชนิดคือ

2.1 ปัญหากระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่าง มีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญห

2.2 การคิดในรูปเชิงปริศนา (Puzzle Problems) เป็นปัญหาที่ท้าทายและให้ความสนุกสนาน ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสทดลองเล่น อาจเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นทนทานการ ปัญหาลักษณะนี้ทำให้มองเห็นความยืดหยุ่นของความคิด การคาดเดา การมองปัญหาในหลายลักษณะ

Ashlock (1983, p. 239) and Charles (1987, p. 18) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

1. ปัญหาอยู่ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป (Textbook Problem) เป็นปัญหาที่มุ่งพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการกระทำเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร เพื่อให้ นักเรียนสามารถประยุกต์หรือนำความรู้เกี่ยวกับการกระทำเหล่านี้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งปัญหาเหล่านี้อาจเสนอในรูปแบบของรูปภาพหรือแผนภาพ วลีหรือประโยคสั้นๆ เป็นข้อความหรือเรื่องสั้นๆ หรือผสมผสานกันหลายรูปแบบในระดับสั้นๆ เช่น ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-2 ปัญหาอาจอยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพ รูปภาพหรือแผนภาพประกอบคำพูด หรือข้อความหรือประโยคสั้นๆ ในระดับกลางๆ ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-

4 รูปภาพหรือแผนภาพจะลดน้อยลง แต่ปัญหาในรูปแบบเป็นเรื่องราวและสถานการณ์ หรือข้อความจะมีมากขึ้น แต่จะอยู่ในรูปวลีหรือประโยคสั้นๆ ง่ายๆ แต่ในระดับประถมศึกษาตอนปลาย มักจะออกมาในรูปแบบของเรื่องราวบรรยายสถานการณ์เต็มรูปแบบ

2. ปัญหาเน้นขบวนการแก้ปัญหา (Process Problems) ปัญหาในรูปแบบเรียนระดับประถมศึกษาเน้นการประยุกต์การกระทำเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน แต่ปัญหาชนิดนี้ จะเน้นที่เทคนิคหรือกลวิธีในการแก้ปัญหา เน้นขบวนการแก้ปัญหา มากกว่าผลลัพธ์ หรือคำตอบของปัญหา มุ่งพัฒนาและฝึกกลวิธีในการแก้ปัญหาเป็นสำคัญ โดยการจัดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นวิธีการแก้ปัญหาคด้วยตนเองหรือโดยความร่วมมือของเพื่อนในกลุ่ม เพื่อสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหา

สรุปได้ว่า ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แบ่งได้ 2 ประเภท ได้แก่ 1. ปัญหาทั่วไปที่พบในชีวิตประจำวันและปัญหาที่อยู่ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ 2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย มีโครงสร้างซับซ้อน และเน้นกระบวนการแก้ปัญหา

#### 2.2.4. รูปแบบของโจทย์ปัญหาการบวกและการลบ

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงรูปแบบและลักษณะของโจทย์ปัญหาการบวกและการลบไว้ดังนี้

Riedesel (1990, p. 92) ได้จัดรูปแบบของโจทย์ปัญหา มีลักษณะดังนี้

##### 1. รูปแบบของโจทย์ปัญหาการบวก (เรียงลำดับง่ายไปหายาก)

1.1 เอมีตุ๊กตาตัวใหญ่ 3 ตัว ตัวเล็ก 2 ตัว เอมีตุ๊กตาทั้งหมดกี่ตัว (Part-Whole)

1.2 นะมีสมุด 3 เล่ม ซื้อมาอีก 2 เล่ม นะมีสมุดกี่เล่ม (Joining)

1.3 หนูดีมีเงิน 5 บาท อ้อมมีมากกว่าหนูดี 3 บาท อ้อมมีเงินกี่บาท (Comparison)

1.4 บีให้เงินน้องไป 3 บาท แต่ยังเหลืออีก 5 บาท เดิมบีมีเงินกี่บาท (Complementary Subtraction)

##### 2. รูปแบบของโจทย์ปัญหาการลบ (เรียงลำดับง่ายไปหายาก)

2.1 น้อยมีลูกหอน 5 ลูก ทำหาย 3 ลูก เหลือลูกหินกี่ลูก (Separating)

2.2 นะมีเงิน 7 บาท เอมีเงิน 3 บาท (Comparison)

2.3 หนูดีมีเงินน้อยกว่าอ้อมกี่บาท

2.4 สองคนมีเงินต่างกันกี่บาท

2.5 วารีมี่กระเป๋าทີ่ 5 ใบ ใบใหญ่ 3 ใบ ที่เหลือเป็นใบเล็ก วารีมี่กระเป๋าทີ่ใบเล็กก็ใบ (Part-Part-Whole with Missing Addend)

2.6 ธานีมีเงิน 3 บาท ต้องการซื้อปากการาคา 15 บาท ธานีขาดเงินก็บาท (Joining with Missing Addend)

2.7 ลัดดาามีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง พอให้อีก 5 บาท ทำให้อัดดาามีเงิน 17 บาท เดิมลัดดาามีเงินก็บาท (Complementary Addition)

2.8 ตลอดวันนี้ น้อยใช้เงินไป 15 บาท ตอนเข้าใช้ไป 8 บาท ตอนบายน้อยใช้เงินไปก็บาท (Vector Subtraction)

### 2.2.5 ลักษณะของโจทย์ปัญหาการบวกและการลบ

ได้มีนักการศึกษาได้จำแนกลักษณะของโจทย์ปัญหาการบวกและการลบไว้ดังนี้

Romberg and Collis (1987, p. 5-7) ได้จำแนกลักษณะของโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการบวกและการลบได้ 4 ลักษณะ คือ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง (Change) โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการรวมหมู่ (Combine) โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ (Compare) โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากัน (Equalize) ดังนี้

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง (Change) เป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการกระทำหรือพฤติกรรม แบ่งได้เป็น 2 ชนิด ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาการเปลี่ยนแปลงแบบรวมเข้า (Change Join Problem) เป็นพฤติกรรมที่บ่งถึงการเพิ่มปริมาณขึ้นจากจำนวนเดิมที่มีอยู่
2. โจทย์ปัญหาการเปลี่ยนแปลงแบบนำออก (Change Separate) เป็นพฤติกรรมที่บ่งถึงการนำปริมาณออกจากจำนวนเดิมที่มีอยู่ ปัญหาทั้ง 2 ชนิดข้างต้นได้แยกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

ลักษณะที่ 1 การกำหนดปริมาณที่มีอยู่เดิมและกำหนดจำนวนที่จะให้มีการเปลี่ยนแปลง ผลของการเปลี่ยนแปลง คือ คำตอบ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 รุ่งมีสมุด 5 เล่ม แยมให้อีก 8 เล่ม รุ่งจะมีสมุดทั้งหมดเท่าใด (แบบรวมเข้า)

ตัวอย่างที่ 2 รุ่งมีสมุด 13 เล่ม ให้อยม 8 เล่ม รุ่งจะมีสมุดกี่เล่ม (แบบนำออก)

ลักษณะที่ 2 กำหนดปริมาณที่มีอยู่เดิมและผลของการเปลี่ยนแปลง เช่น

ตัวอย่างที่ 1 ไร่มีสมุด 5 เล่ม ไร่จะต้องหามาเพิ่มอีกเท่าใด จึงจะมีสมุดรวมทั้งสิ้น 13 เล่ม (แบบรวมเข้า)

ตัวอย่างที่ 2 ไร่มีสมุด 13 เล่ม หลังจากให้สมุดแยมไปแล้ว ไร่เหลือสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่าไร่ให้สมุดแยมไปกี่เล่ม (แบบนำออก)

ลักษณะที่ 3 ให้หาปริมาณเดิมที่มีอยู่ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 ไร่มีสมุดจำนวนหนึ่ง แยมให้อีก 8 เล่ม ไร่มีสมุดรวมทั้งสิ้น 13 เล่ม อยากทราบว่าเดิมไร่มีสมุดกี่เล่ม (แบบรวมเข้า)

ตัวอย่างที่ 2 ไร่มีสมุดจำนวนหนึ่ง ให้แยม 8 เล่ม ขณะนี้ไร่เหลือสมุด 5 เล่ม อยากทราบว่าเดิมไร่มีสมุดกี่เล่ม (แบบนำออก)

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการรวมหมู่ (Combine) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างเซตย่อย 2 เซตใหญ่ ซึ่งเกิดจากเซตย่อย 2 เซต ที่กำหนดให้รวมกัน ซึ่งจำแนกได้ 2 ดังนี้

1. กำหนดขนาดของเซตย่อย 2 เซต ให้หาขนาดของเซตใหญ่ที่เกิดจากเซตย่อย 2 เซต รวมกัน เช่น

ตัวอย่างที่ 1 ไร่มีสมุดปกอ่อน 5 เล่ม และสมุดปกแข็ง 8 เล่ม อยากทราบว่าไร่มีสมุดกี่เล่ม

2. กำหนดเซตย่อย 1 เซต และขนาดของเซตใหญ่ที่เกิดจากเซตย่อย 2 เซตรวมกัน ให้หาขนาดของเซตอีกเซตหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 2 ไร่มีสมุดทั้งหมด 13 เล่ม เป็นสมุดปกอ่อน 5 เล่ม อยากทราบว่าไร่มีสมุดปกแข็งกี่เล่ม

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ (Compare) เป็นการเปรียบเทียบระหว่างเซตย่อย 2 เซต เมื่อเซต 2 เซต ได้ถูกนำมาเปรียบเทียบกัน เซตหนึ่งจะเรียกว่าเซตอ้างอิง (Referent Set) และอีกเซตหนึ่งจะเรียกว่า เซตเปรียบเทียบ (Compared Set) ผลที่ได้คือความแตกต่าง ซึ่งอาจจะมากกว่าหรือน้อยกว่า โจทย์ปัญหาประเภทนี้ตัวไม่ทราบค่า ซึ่งเป็นสิ่งที่โจทย์ให้อาจจะเป็นความแตกต่าง หรือเซตเปรียบเทียบ หรือเซตอ้างอิง เช่น

1. ไร่มีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่าไร่มีสมุดมากกว่าแยมกี่เล่ม

2. ไร่มีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่าไร่มีสมุดน้อยกว่าแยมกี่เล่ม

3. แยมมีสมุด 8 เล่ม ไร่มีสมุดมากกว่าแยม 5 เล่ม อยากทราบว่าไร่มีสมุดกี่เล่ม



4. ว่านมีสมุด 8 เล่ม น้ำมีสมุดมากกว่าว่าน 5 เล่ม อยากทราบว่าน้ำมีสมุดกี่เล่ม

5. รุ้งมีสมุด 13 เล่ม เขามีมากกว่าแยม 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม

6. รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุดน้อยกว่ารุ้ง 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากัน (Equalize) โจทย์มีลักษณะกำลังระหว่าง โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการเปรียบเทียบและ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง พอจะมีส่วน เกี่ยวข้องกับการกระทำ (Action) เช่นเดียวกับปัญหาที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง แต่อยู่บนพื้นฐาน ของการเปรียบเทียบของเซต 2 เซต เช่น ขณะที่เซต 2 เซต เปรียบเทียบกัน คำถามก็คือ “ทำอย่างไร จึงจะทำให้อีกเซตหนึ่งมีปริมาณเท่ากับอีกเซตหนึ่ง” ถ้าทำให้เซตที่เล็กกว่าเท่ากับเซตที่ใหญ่กว่าเรา เรียก โจทย์ปัญหานี้ว่า โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการเท่ากันแบบรวมเข้า (Equalize Join Problem) แต่จะทำให้เซตใหญ่มีขนาดเล็กลงเท่ากับเซตเล็ก เราจะเรียก โจทย์ปัญหานี้ว่า โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับการเท่ากันแบบนำออก (Equalize Separate Problem)

ตัวอย่าง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากันแบบรวมเข้า

1. รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่าแยมจะต้องหาสมุด มาเพิ่มกี่เล่มจึงจะเท่ากับจำนวนสมุดของรุ้ง

2. แยมมีสมุด 8 เล่ม ถ้าเขาหาหมากอีก 5 เล่ม เขาจะมีจำนวนสมุดเท่ากับรุ้ง พอดี อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม

3. รุ้งมีสมุด 13 เล่ม ถ้าแยมหาสมุดมาได้อีก 8 เล่ม แยมจะมีจำนวนสมุด เท่ากับรุ้งพอดี อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม

ตัวอย่าง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากันแบบนำออก

1. รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งจะต้องเอาสมุด ออกจำนวนเท่าใดจึงจะมีจำนวนสมุดเท่ากับรุ้งพอดี

2. แยมมีสมุด 8 เล่ม ถ้ารุ้งทำสมุดหาย 5 เล่ม รุ้งจะมีจำนวนสมุดเท่ากับ แยมพอดี อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม

3. รุ้งมีสมุด 13 เล่ม ถ้าเขาทำหาย 5 เล่ม รุ้งจะมีจำนวนสมุดเท่ากับแยม พอดี อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม

จากรายละเอียดข้างต้น Carpenter และ Moser (1983, p. 5-6) ได้สรุปลักษณะของ โจทย์ปัญหาตาม ดังแสดงในตารางที่ 2.2

## ตารางที่ 2.2

สรุปโจทย์ปัญหาตามลักษณะต่างๆ

ประเภทของปัญหา	การรวมเข้า (Join)	การนำออก (Separate)
1. การเปลี่ยนแปลง (Change)	1.1 รุ้งมีสมุด 5 เล่ม แยมให้อีก 8 เล่ม รุ้งจะมีสมุดทั้งหมดเท่าใด	1.2 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม ให้อีก 8 เล่ม รุ้งจะมีสมุดกี่เล่ม
	1.3 รุ้งมีสมุด 5 เล่ม รุ้งจะต้องการเพิ่มอีกเท่าใด จึงจะมีสมุดรวมทั้งสิ้น 13 เล่ม	1.4 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม หลังจากให้สมุดแยมไปแล้ว รุ้งเหลือสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งให้สมุดแยมไปกี่เล่ม
	1.5 รุ้งมีสมุดจำนวนหนึ่ง แยมให้อีก 8 เล่ม รุ้งมีสมุดรวมทั้งสิ้น 13 เล่ม อยากทราบว่าเดิมรุ้งมีสมุดกี่เล่ม	1.6 รุ้งมีสมุดจำนวนหนึ่ง ให้แยม 8 เล่ม ขณะนี้รุ้งเหลือสมุด 5 เล่ม อยากทราบว่าเดิมรุ้งมีสมุดกี่เล่ม
2. การรวมกลุ่ม (Combine)	2.1 รุ้งมีสมุดปกอ่อน 5 เล่ม และสมุดปกแข็ง 8 เล่ม อยากทราบว่าแดงมีสมุดกี่เล่ม	2.2 รุ้งมีสมุดทั้งหมด 13 เล่ม เป็นสมุดปกอ่อน 5 เล่ม อยากทราบว่า รุ้งมีสมุดปกแข็งกี่เล่ม
	3. การเปรียบเทียบ (Compare)	3.1 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดมากกว่าแยมกี่เล่ม
3.3 แยมมีสมุด 8 เล่ม รุ้งมีสมุดมากกว่าแยม 5 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม		3.4 แยมมีสมุด 13 เล่ม เขามีสมุดน้อยกว่ารุ้ง 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม

(ต่อ)

## ตารางที่ 2.2 (ต่อ)

ประเภทของปัญหา	การรวมเข้า (Join)	การนำออก (Separate)
	3.5 รุ่งมีสมุด 13 เล่ม เขามีมากกว่า แยม 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมี สมุดกี่เล่ม	3.6 รุ่งมีสมุด 13 เล่ม แยมมี สมุดน้อยกว่ารุ่ง 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่ เล่ม
4. การเท่ากัน (Equalize Problem)	4.1 รุ่งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่าแยมจะต้องหา สมุดมาเพิ่มกี่เล่มจึงจะเท่ากับ จำนวนสมุดของรุ่ง	4.2 รุ่งมีสมุด 13 เล่ม แยมมี สมุด 8 เล่ม อยากทราบว่า รุ่งจะต้องเอาสมุดออก จำนวนเท่าใด จึงจะมี จำนวนสมุดเท่ากับรุ่งพอดี
	4.3 แยมมีสมุด 8 เล่ม ถ้าเขาหาอีก 5 เล่ม เขาจะมีจำนวนสมุดเท่ากับ รุ่งพอดี อยากทราบว่ารุ่งมีสมุดกี่ เล่ม	4.4 แยมมีสมุด 8 เล่ม ถ้ารุ่งทำ สมุดหาย 5 เล่ม รุ่งจะมี จำนวนสมุดเท่ากับแยม พอดี อยากทราบว่ารุ่งมี สมุดกี่เล่ม
	4.5 รุ่งมีสมุด 13 เล่ม ถ้าแยมหาสมุด มาได้อีก 8 เล่ม แยมจะมีจำนวน สมุดเท่ากับรุ่งพอดี อยากทราบว่า แยมมีสมุดกี่เล่ม	4.6 รุ่งมีสมุด 13 เล่ม ถ้าเขาทำ หาย 5 เล่ม รุ่งจะมีจำนวน สมุดเท่ากับแยมพอดี อยาก ทราบว่ารุ่งมีสมุดกี่เล่ม

สรุปได้ว่า ลักษณะของโจทย์ปัญหาการบวกและการลบ สามารถจำแนกได้ 4 ประเภท  
คือ 1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง 2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการรวมหมู่ 3. โจทย์ปัญหา  
เกี่ยวกับการเปรียบเทียบ และ 4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากัน

## 2.3 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

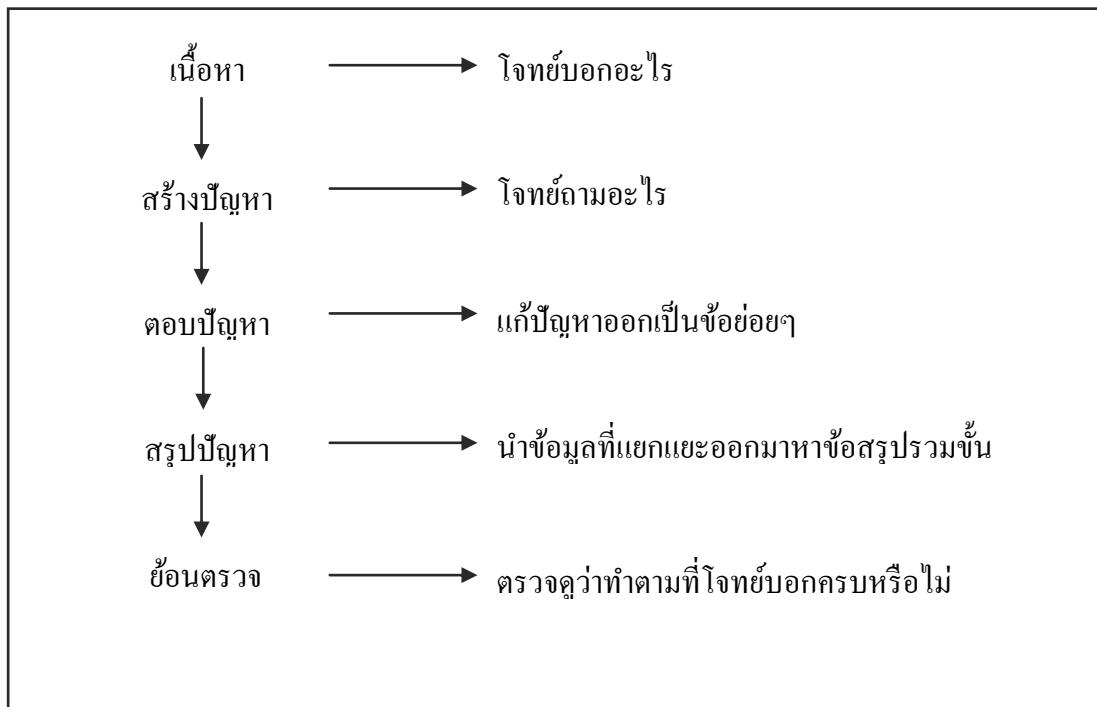
การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

### 2.3.1 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530, น. 136) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้

ดังนี้



ภาพที่ 2.1 ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์,ปรับปรุงจาก การเรียนการสอนคณิตศาสตร์.

(น. 136), กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช. โดย ยุพิน พิพิธกุล, 2530.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547, น. 17) ได้สรุปกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจในปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟแผนภูมิ ตาราง
2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ พิจารณาถึงเหตุ และ หนทางที่จะแก้ปัญหา
3. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวาง โครงการ หายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
4. แก้ปัญหาโดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจจะมีควาจำเป็นต้องใช้ การคำนวณช่วย
5. ตรวจสอบ เป็นทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

Polya (1973, pp. 154-156) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอนของ Polya ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าจะ ไรคือสิ่งที่ต้องการให้ค้นหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนต้องทำความเข้าใจและ ระบุส่วนที่สำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข

#### ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (Devising the Plan)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง ความสัมพันธ์ระหว่าง ข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อ กำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และท้ายสุดเลือกกลวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

#### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มต้นจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหา ได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง

#### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking Back)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่ม จากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ แล้ว

พิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีกลยุทธ์แก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดา และคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้

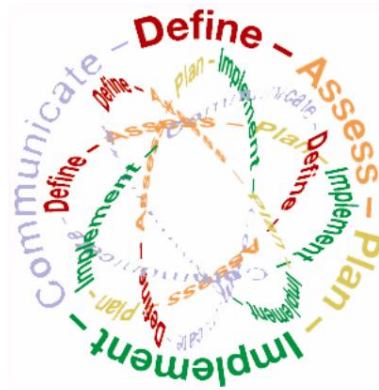
Krulik and Rudnick (1987, pp. 39-57) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบตรงจุด (Heuristic) โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

1. การอ่าน โจทย์ (Read) ประกอบด้วย การบันทึกคำสำคัญจาก โจทย์ การอธิบายปัญหา การทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่า โจทย์ถามอะไรและบอกว่า โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง
2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหา (Explore) ประกอบด้วย การจัดระบบของข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูปหรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิหรือตาราง
3. การเลือกยุทธวิธี (Select a Strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบการทำงานย้อนกลับ การคาดคะเนและการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์หรือการทดลองการเขียนโครงสร้างในการจัดระบบ หรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอุปนัยทางตรรกะและการแบ่งปัญหาออกเป็นตอนๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหา
4. การลงมือแก้ปัญหา (Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะทางด้าน การคำนวณทางคณิตศาสตร์และการใช้ตรรกะเบื้องต้น
5. การพิจารณาคำตอบและการขยายผล (Review and Extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า...แล้ว (if...then) และการอภิปรายการแก้ปัญหา

The Intergrated Mathematics Science and Technology [iMaST] (2007, pp. 1-2) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาใหม่ที่เรียกว่า DAPIC เป็นกระบวนการที่สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่เหมาะสมกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาเนื่องจากมีขั้นตอนไม่ซับซ้อน ประกอบไปด้วย

1. ทำความเข้าใจปัญหา (Define) นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยการพิจารณาปัญหาอย่างถ่องแท้ ระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ความยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหานั้น
2. ประเมินเงื่อนไขของปัญหา (Assess) ในขั้นตอนนี้ นักเรียนประเมินเงื่อนไขของปัญหา พิจารณาข้อมูลที่จะช่วยในการหาคำตอบ รวมทั้งความคุ้นเคยของปัญหา คือพิจารณาคำตอบที่ผ่านมาว่าประสบความสำเร็จหรือล้มเหลวอย่างไรเพื่อพัฒนาสู่ขั้นการวางแผนต่อไป

3. วางแผนการแก้ปัญหา (Plan) ขั้นนี้เป็นการวางแผนหาวิธีที่เหมาะสมมาช่วยในการแก้ปัญหา
  4. นำแผนที่วางไปใช้ (Implement) เป็นขั้นการนำแผนที่วางมาใช้ มีการปรับปรุงแผนให้ดีขึ้น
  5. สื่อสารอภิปรายร่วมกัน (Communicate) นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ สรุป และสื่อสารอภิปรายร่วมกัน อาจเป็นแบบฟอรัม คำพูด การทำนายและการสร้างปัญหาใหม่
- ทั้งนี้กระบวนการแก้ปัญหาแบบ DAPIC ไม่ได้กำหนดไว้ว่าต้องเริ่มจุดไหนหรือเป็นไปตามลำดับ แต่ขึ้นอยู่กับผู้แก้ปัญหาคือต้องพิจารณาปัญหาเอง เป็นกระบวนการแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear) ยืดหยุ่นได้ กล่าวคือ ปัญหาอาจเริ่มต้นจากขั้นประเมินเงื่อนไขของปัญหา หรือ การนำแผนที่วางไว้ไปใช้ก็ได้ แต่สำหรับนักเรียนแล้วควรส่งเสริมให้เริ่มจากขั้นทำความเข้าใจปัญหาเพื่อฝึกการพิจารณาปัญหา ดังแผนภาพ



ภาพที่ 2.2 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาแบบ DAPIC ปรับปรุงมาจาก *The Integrated Mathematics Science and Technology*. (2007, pp. 1-2)

สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล

### 2.3.2 กลวิธีแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้เสนอกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Sheffield and Cruickshank (2000, pp. 35-47) ได้เสนอแนะกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากโครงการ Lane Country Mathematics ไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นวิธีเดาคำตอบและตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาเรื่อยๆ จนได้เป็นผลลัพธ์ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขปัญหา

2. ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) สำหรับบางปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาแบบรูปในการหาคำตอบ อาจเป็นตัวเลข จำนวนหรือรูปภาพ เมื่อจดจำแบบรูปได้แล้วก็จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไปได้ง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น

3. สร้างรายการ (Make a Systematic List) เป็นวิธีที่ใช้หาทุกเหตุการณ์หรือทุกกรณีที่เป็นไปได้แล้วนำมาเขียนอย่างเป็นระบบ

4. วาดภาพหรือสร้างแบบจำลอง (Make and Use a Drawing or Model) บางปัญหาสามารถมองเห็นวิธีการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้นหากมีการวาดภาพหรือสร้างแบบจำลองทำให้มองเห็นความสัมพันธ์หรือเงื่อนไขของปัญหานั้นได้ชัดเจน

5. คิดย้อนหลัง (Working a Backwards) ใช้สำหรับปัญหาที่แก้จากข้อมูลสุดท้ายของปัญหาไปสู่จุดเริ่มต้นของปัญหายากกว่าแก้จากเริ่มต้นของปัญหาไปสู่ข้อมูลสุดท้ายของปัญหา

Reys et al. (2004, pp. 124-130) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการ คือ

1. กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาทิ้งไป (Act it Out) เหลือไว้แต่ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ทำให้ตัวปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น

2. สร้างภาพประกอบหรือไดอะแกรม (Make a Drawing or Diagram) วาดภาพหรือร่างภาพเป็นแผนภูมิต่างๆ ทำให้สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวปัญหาได้อย่างชัดเจน

3. ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) จากตัวเลข รูปภาพ หรือตาราง เมื่อนักเรียนค้นพบแบบรูปได้ก็สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

4. สร้างตาราง (Construct a Table) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลจากแบบรูปที่ทำได้และจากข้อมูลที่ระบุได้จากตัวปัญหาทำให้นักเรียนมองเห็นการแบ่งประเภทหรือลำดับของข้อมูลจากตัวปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify All Possibilities) เป็นวิธีที่อาจใช้การค้นหาแบบรูปและสร้างตารางประกอบการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ แต่บางปัญหานั้นต้องตรวจสอบทุกกรณี

6. คิดย้อนหลัง (Work Backward) สำหรับบางปัญหาที่ต้องคิดจากข้อมูลสุดท้ายหรือผลแล้วสืบสาวไปหาเหตุ



7. เขียนประโยคเปิด (Write an Open Sentence) ประโยคเปิดหรือสมการเป็นวิธีที่ใช้สอนในตำราเรียน นักเรียนต้องมองหาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากปัญหาก่อนแล้วจึงเขียนเป็นสมการได้

8. เดาและตรวจสอบ (Guess and Check) การเดาควรตั้งอยู่บนพื้นฐานของความเป็นไปได้ของปัญหา รวมกับความรู้และประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหา วิธีนี้เป็นการเดาซ้ำๆ แล้วตรวจสอบโดยใช้ความรู้และประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาคำตอบที่ดียิ่งๆ ขึ้นไป

9. แก่จากปัญหาที่ง่ายกว่าหรือจากปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a Simpler or Similar Problem) บางปัญหาที่มีโครงสร้างยากซับซ้อนหลายขั้นตอน โดยการแยกปัญหาใหญ่ ออกเป็นปัญหาย่อยๆ ให้มีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาที่คุ้นเคยมาก่อน ทำให้มองเห็นวิธีการแก้ปัญหาคิดได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

10. เปลี่ยนมุมมอง (Change Your Point of View) เป็นวิธีที่ใช้หลังจากใช้วิธีอื่นแล้วไม่ได้ผลเพราะการที่บุคคลมองปัญหาในมุมมองเดิมทำให้มีแนวโน้ม วางแผนคิดหาคำตอบแบบเดิมๆ ทำให้ไม่ประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา เช่นมองในสิ่งที่ปัญหาไม่ได้กล่าวไว้เพราะบางปัญหาอาจแก้ได้จากสิ่งที่โจทย์หรือปัญหาละเลยไว้

สรุปได้ว่า กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 1) เดาและตรวจสอบ 2) ค้นหาแบบรูป 3) สร้างรายการ 4) วาดภาพหรือสร้างแบบจำลอง 5) คิดย้อนหลัง 6) แก่จากปัญหาที่ง่ายกว่าหรือจากปัญหาที่คล้ายกัน และ 7) เปลี่ยนมุมมอง

### 2.3.3 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Clyde (1967, p. 112) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สติปัญญา

Heimer and Trueblood (1978, pp. 30-32) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ การรู้คำศัพท์ในโจทย์คำถามจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา
2. ทักษะในการคำนวณ
3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง

4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดเดาคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหาย
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยค

สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Baroody (1993, pp. 2-10) กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ ความคิด ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก ซึ่งจะเป็นแรงขับในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อมั่นของนักเรียน

3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถสนองตอบได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามหรือควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ องค์ประกอบทางด้านความรู้ ความคิด องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก และองค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด

#### 2.3.4 การส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาเสนอแนวคิด วิธีการสอนของครูเพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2536, น. 165-167) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจและเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน

2. ควรทดสอบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว

3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา

4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับทุกคน

5. ควรทดสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้นๆ หรือไม่ โดยการถามว่า โจทย์ถามอะไรและโจทย์กำหนดอะไรมาให้

6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนคิดคำนวณ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

7. ควรช่วยให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้ออกภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้

8. ควรช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาที่คล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหานั้นๆ ออกเป็นปัญหาย่อยๆ

9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่นๆ เพื่อนำไปใช้การแก้ปัญหานั้นๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำในการแก้ปัญหานั้นๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน

10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาคือเป็นกลุ่มย่อยๆ หรือให้นำปัญหามาเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543, น. 48) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น จะต้องพัฒนาทักษะในด้านต่างๆ คือ

1. ทักษะในการทำความเข้าใจปัญหา
2. ทักษะในด้านการอ่าน เพื่อการสื่อความหมายที่ถูกต้อง
3. ทักษะในด้านการคิดคำนวณ

Bitter (1990, pp. 43-44) ได้เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และไม่ยากหรือง่ายเกินไปมาสอนนักเรียน

2. ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยๆ เพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหา เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน

3. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาและยังต้องการใช้ข้อมูลใดอีกบ้างในการแก้ปัญหานั้นๆ

4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า ปัญหาถามหาอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ให้อ่านปัญหานั้นใหม่ และหากจำเป็นจริงๆ ให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหานั้นๆ ให้นักเรียนทราบ

5. ควรให้ฝึกการแก้ปัญหาหลายๆ รูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อหน่ายกับการแก้ปัญหาที่ซ้ำซาก ไม่ทำลายความสามารถ
6. ควรให้นักเรียนทำการแก้ปัญหาบ่อยๆ จนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหลายๆ ข้อ โดยวิธีการเดียวกัน เพื่อจะได้ฝึกทักษะและส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหาหลายๆ วิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ายังมีวิธีการอื่นๆ อีกที่จะแก้ปัญหาข้อนั้นได้
8. ควรให้เวลากับนักเรียนในการลงมือแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหา และวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา
9. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบ และทดสอบคำตอบที่ได้เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

สรุปได้ว่า การส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ครูควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจและเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาใช้ ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาและยังต้องการใช้ข้อมูลใดอีกบ้างในการแก้ปัญหาข้ออื่นๆ ควรให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาบ่อยๆ ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหลายๆ ข้อ โดยวิธีการเดียวกัน เพื่อจะได้ฝึกทักษะและส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหาหลายๆ วิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ายังมีวิธีการอื่นๆ อีกที่จะแก้ปัญหาข้อนั้นได้ และควรให้เวลากับนักเรียนในการลงมือแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหาและวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา

### 2.3.5 แนวทางการวัดและประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาเสนอแนวทางการวัดและประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 130) ได้กล่าวว่าเกณฑ์ประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ดี พอใช้ และปรับปรุง นอกจากนี้ครูอาจกำหนดน้ำหนักคะแนนของแต่ละปัญหาให้แตกต่างกันตามน้ำหนักของเนื้อหาหรือความเหมาะสมได้ ดังแสดงในตารางที่ 2.5

#### ตารางที่ 2.3

เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจ ปัญหา	3	ดี	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1	ปรับปรุง	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
	3	ดี	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	2	พอใช้	- เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบ ที่ถูกแต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1	ปรับปรุง	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่ สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
	3	ดี	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง
การใช้วิธีการ แก้ปัญหา	2	พอใช้	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องเป็น บางครั้ง
	1	ปรับปรุง	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้องหรือไม่ แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
	3	ดี	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
การสรุปคำตอบ	2	พอใช้	- สรุปคำตอบไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ ถูกต้อง
	1	ปรับปรุง	- สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่สรุปคำตอบ

จากตารางที่ 2.3 พบว่า เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี พิจารณาจากประเด็นต่างๆ ดังนี้ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้วิธีการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ โดยให้คะแนนเป็น 1 , 2 และ 3 และแบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ดี พอใช้ และปรับปรุง

Polya (1973, pp. 5-40) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียด ดังแสดงในตารางที่ 2.3

## ตารางที่ 2.4

### รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิด Polya

ขั้นตอนการแก้ปัญหของ Polya	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	หลังอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	ให้เงื่อนไขความจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	สามารถสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการ หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
ขั้นตรวจสอบคำตอบ	พิจารณาความสมเหตุสมผล และการสรุปความหมายของคำตอบ

จากตารางที่ 2.4 พบว่า รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิด Polya ได้แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือการทำความเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร ขั้นวางแผนแก้ปัญหา คือ การให้เงื่อนไขความจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา คือ สามารถสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการ หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ และขั้นตรวจสอบคำตอบ คือ การพิจารณาความสมเหตุสมผล และการสรุปความหมายของคำตอบ

Charles and Lester (1982, p. 11-12) เสนอการวัดการแก้ปัญหา 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ให้คะแนนดังนี้
  - 0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง
  - 1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน
  - 2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง
2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ให้คะแนนดังนี้
  - 0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง

- 1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน
- 2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)
3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนนดังนี้
  - 0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด
  - 1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)
  - 2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

Charles et al. (1987, p. 114) แบ่งสัดส่วนของการให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือ ความเข้าใจในการแก้ปัญหา และผลลัพธ์ที่ได้ ซึ่งสามารถวิเคราะห์สัดส่วนและสร้างเป็นเกณฑ์ให้คะแนนได้ ดังแสดงในตารางที่ 2.4

## ตารางที่ 2.5

รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Charles and Other

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจในการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนมาก	2
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
	แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4
วิธีการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	แก้ปัญหาคือเป็นส่วนน้อย	2
	วางแผนได้เหมาะสมมีแนวทางที่จะ	3
	นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง	4
ผลลัพธ์ที่ได้	ไม่แสดงอะไร	0
	เขียนผิด คำนวณผิด	1
	คำตอบถูกต้อง	2

จากตารางที่ 2.5 พบว่า รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Charles et al. แบ่งสัดส่วนของการให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือ ความเข้าใจในการแก้ปัญหา

วิเคราะห์จากพฤติกรรมที่แสดงดังนี้ ไม่แสดงอะไร แปลความหมายผิดทั้งหมด แปลความหมายผิดเป็นส่วนมาก แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์ วิธีการแก้ปัญหาวิเคราะห์จากพฤติกรรมที่แสดงดังนี้ ไม่แสดงอะไร วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนน้อย วางแผนได้เหมาะสมมีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง และผลลัพธ์ที่ได้ วิเคราะห์จากพฤติกรรมที่แสดงดังนี้ ไม่แสดงอะไร เขียนผิด จำนวนผิด คำตอบถูกต้อง

สรุปได้ว่า ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 130) เนื่องจากเป็นเกณฑ์ที่เป็นปัจจุบันและสอดคล้องกับกระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ดี พอใช้ และปรับปรุง แล้วพิจารณาประเด็นต่าง ๆ ดังนี้ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้วิธีการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ

## 2.4 การสร้างโจทย์ปัญหา

การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ หรือปรับเปลี่ยนจากปัญหาสถานการณ์เดิมที่กำหนดให้แล้วลงมือแก้ปัญหานั้น และเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ภาษาของตัวเองในการเรียบเรียงคำพูดขึ้นมาใหม่ โดยอาศัยความเข้าใจและความรู้พื้นฐานเดิมทำให้ปัญหาที่สร้างขึ้นมานั้นแตกต่างกันไปตามประสบการณ์ที่นักเรียนแต่ละคนได้รับมา

### 2.4.1. ความหมายของการสร้างโจทย์ปัญหา

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการสร้าง โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

ปาริชาติ เทียงทุกซ์ (2554, น. 16) ได้ให้ความหมายว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ หรือปรับเปลี่ยนจากปัญหาสถานการณ์เดิมที่กำหนดให้แล้วลงมือแก้ปัญหานั้น และเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ภาษาของตัวเองในการเรียบเรียงคำพูดขึ้นมาใหม่ โดยอาศัยความเข้าใจและความรู้พื้นฐานเดิมทำให้ปัญหาที่สร้างขึ้นมานั้นแตกต่างกันไปตามประสบการณ์ที่นักเรียนแต่ละคนได้รับมา

Dunker (1945, p. 5) ได้ให้ความหมายว่า การสร้าง โจทย์ปัญหาเป็นการทำให้เกิดปัญหาใหม่ หรือการปรับเปลี่ยนปัญหาเดิมที่มีอยู่

Polya (1973, p. 5) ได้ให้ความหมายว่า การสร้าง โจทย์ปัญหาแบ่งเป็น 2 แนวทางที่แตกต่างกัน คือ แนวทางแรกการสร้าง โจทย์ปัญหานั้นเป็นเครื่องมือสำหรับการหาคำตอบ ส่วนแนวทางที่สองคือการสร้าง โจทย์ปัญหาเป็นการคิดปัญหาใหม่หลังจากที่ได้แก้ปัญหานั้นแล้ว



Brown (1981, pp. 1-52) ได้ให้ความหมายว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นการให้นักเรียนได้ใช้สูตรในการแก้ปัญหา ใช้ภาษา คำศัพท์ หลักไวยากรณ์ โครงสร้างประโยค ถ้อยคำหรือ อรรถาธิบาย และการลำดับคำในประโยคและวลีด้วยตัวเอง เพื่อนำมาสร้างสถานการณ์ปัญหา

Dillon (1982, pp. 97) ได้ให้ความหมายว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นผลของ กระบวนการที่ได้จากปัญหาที่เราหาคำตอบ

Mamona and Downs (1993, pp. 41-47) ได้ให้ความหมายว่า การสร้างโจทย์ปัญหา เป็นผลมาจากกิจกรรมที่ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ได้นำมาซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ตามมาด้วย

Silver (1994, pp. 19-28) ได้ให้ความหมายว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นการ ประดิษฐ์ปัญหาขึ้นมาใหม่จากสถานการณ์หรือประสบการณ์ หรือเกิดจากการปรับเปลี่ยนปัญหา เดิมที่ให้มา

Stoyanova (1998, p. 4) ได้ให้ความหมายว่า การสร้างโจทย์ปัญหาสามารถมองได้ ว่าเป็นการสอนกิจกรรมที่ครูการสร้าง โจทย์ปัญหาอย่างมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียน ได้ลงมือ แก้ปัญหานั้นและยังสามารถมองได้ว่าเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ ที่นักเรียนการสร้าง โจทย์ปัญหาในรูปแบบ ของคำตอบที่มีความแตกต่างของสถานการณ์ ได้แก่ สถานการณ์ในชีวิตจริงและปัญหาทาง คณิตศาสตร์อื่นๆ หรือแม้แต่ตัวครูเอง

NCTM, (2000, p. 1-2) ได้ให้ความหมายว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นการสร้าง ปัญหาขึ้นมาใหม่จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ หรือจากประสบการณ์

Brown and Walter (2005, p. 22) ได้ให้ความหมายว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็น การตั้งคำถามซึ่งอาจเริ่มจาก ทฤษฎี ข้อความ หรือวัตถุ เพียงแต่มีรายการของความเป็นไปได้ปัญหา เพียงเล็กน้อย

Kar, Ipek and Albayrak (2010, pp. 1577-1583) ได้ให้มุมมองของความหมายการ สร้างโจทย์ปัญหาได้ 2 แนวทาง ดังนี้

1. การสร้างโจทย์ปัญหาเพื่อเปิดเผยสถานการณ์หรือประสบการณ์ เช่น นัก คณิตศาสตร์การสร้าง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อเป็นการขยายขอบเขตความรู้ของ คณิตศาสตร์ โดยการแก้ปัญหานั้นซึ่งอาจจะมองได้ว่าเป็นการการสร้าง โจทย์ปัญหาย่อยๆ ที่ เกี่ยวข้องเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาหลักซึ่งพบในระหว่างการแก้ปัญห
2. การสร้างโจทย์ปัญหาที่อยู่บนฐานของการหาคำตอบจากความหมายในด้าน นี้ อาจจะพิจารณาได้ว่าเป็นการส่งผ่านขั้นการการสร้าง โจทย์ปัญหา

สรุปได้ว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ หรือปรับเปลี่ยนจากปัญหาสถานการณ์เดิมที่กำหนดให้ ซึ่งอาจเริ่มจาก ทฤษฎี ข้อความ หรือวัตถุ เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ภาษาของตนเองในการสร้างโจทย์ปัญหาและช่วยกันแก้ปัญหา

#### 2.4.2 ความสำคัญของการสร้างโจทย์ปัญหา

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างโจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

Kilpatrick (1987, p. 123) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างโจทย์ปัญหาว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นส่วนประกอบที่มีนัยสำคัญต่อหลักสูตรคณิตศาสตร์ และได้ถูกพิจารณาว่าเป็นหัวใจของการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การนำกิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหารวมเข้าไว้ในหลักสูตรสามารถส่งเสริมการคิดที่หลากหลายและยืดหยุ่น ส่งเสริมความสามารถทางการแก้ปัญหา ทำให้ความเข้าใจและการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเปิดกว้างมากยิ่งขึ้น รวมถึงเป็นการเสริมสร้างความเข้าใจและรวบรวมแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

Brown and Walter (1993, pp. 10-12) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างโจทย์ปัญหาว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน เนื่องจากกิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาสามารถให้ข้อมูลเชิงลึกที่สำคัญ เกี่ยวกับความเข้าใจของเด็ก ในด้านกระบวนการและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการรับรู้ เจตคติ การแก้ปัญหา และเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ทั่วไป

Silver (1993, pp. 66-85) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างโจทย์ปัญหาว่า การสร้างโจทย์ปัญหาทำให้นักเรียนได้แสดงออกถึงความคิดสร้างสรรค์และสามารถทำให้ครูและนักเรียนเป็นอิสระจากการใช้หนังสือเรียนเป็นหลัก ในการจัดกิจกรรมชั้นเรียนคณิตศาสตร์

NCTM (2000, p. 12) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสร้างโจทย์ปัญหาว่า การสร้างโจทย์ปัญหาถือว่าเป็นกิจกรรมหนึ่งที่สำคัญ เป็นหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นนักเรียนควรได้รับโอกาสในการพัฒนาทักษะทางการการสร้างโจทย์ปัญหา

สรุปได้ว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นกิจกรรมที่มีความสำคัญกับการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งต่อนักเรียน ครูและหลักสูตร เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา การตั้งปัญหา ช่วยให้นักเรียนลดความวิตกกังวลกับโจทย์ปัญหาจากหนังสือเรียน นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น เกิดความยืดหยุ่น ความคิดสร้างสรรค์และส่งเสริมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เป็นเครื่องมือในการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ จึงส่งผลในเชิงบวกต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

### 2.4.3 ประเภทของสถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาแบ่งประเภทของสถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Sayed (2000, p. 2) ได้แบ่งสถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ลักษณะ สรุปได้ดังนี้

1. สถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาแบบอิสระ (Free Problem-Posing Situation) เป็นสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถใช้การตั้งคำถามเพื่อนำไปสู่การสร้างปัญหาของตน นักเรียนควรได้รับคำถามที่ง่ายเพื่อให้กำลังใจในการสร้างโจทย์ปัญหา เช่น “จงสร้างปัญหาที่ง่ายหรือยาก” หรือ “จงสร้างปัญหาที่เหมาะสมสำหรับการแข่งขันหรือการทดสอบทางคณิตศาสตร์” หรือ “จงสร้างปัญหาที่คุณชอบ” นอกจากนี้หากครูนำสถานการณ์ในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์มาสอนและให้นักเรียนการสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นมาใหม่จะเป็นการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น สถานการณ์การสร้างปัญหาอาจมีลักษณะดังต่อไปนี้ สถานการณ์ในชีวิตประจำวัน การการสร้างโจทย์ปัญหาอย่างอิสระ ปัญหาที่ฉันทชอบ ปัญหาสำหรับการแข่งขันทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่เขียนขึ้นเพื่อให้เพื่อนแก้ปัญหาหรือปัญหาที่สร้างขึ้นเพื่อความสนุกสนาน

2. สถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาแบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-Structure Problem-Posing Situation) เป็นสถานการณ์เปิดที่กำหนดให้นักเรียน จากนั้นให้นักเรียนสำรวจและใช้ความรู้ ทักษะ มโนทัศน์ ความสัมพันธ์จากประสบการณ์คณิตศาสตร์ที่มีมาก่อน ซึ่งอยู่ในรูปแบบของปัญหาปลายเปิด ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่กำหนดให้ ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทเฉพาะ ปัญหาที่มีที่มาจากรูปภาพที่กำหนดให้ในโจทย์ปัญหา สถานการณ์ปัญหากึ่งโครงสร้างจากชีวิตประจำวัน นักเรียนจะได้รับมอบหมายให้ทำสถานการณ์ให้สมบูรณ์ โดยใช้แนวคิดของตนเองเพื่อให้สามารถการสร้าง โจทย์ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ นักเรียนอาจสร้างปัญหาโดยนำสิ่งที่เป็นคำถามออกจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

3. สถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาแบบมีโครงสร้าง (Structured Problem-Posing Situation) ปัญหาต่างๆทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อมูลที่ทราบ (สิ่งที่กำหนดให้) และสิ่งที่ไม่ทราบ (สิ่งที่โจทย์ต้องการ) ครูอาจเปลี่ยนสิ่งที่ทราบอย่างง่ายและการสร้างโจทย์ปัญหาใหม่หรือเก็บข้อมูลไว้ แต่เปลี่ยนสิ่งที่อยากทราบแทน ซึ่ง Brown and Walter (1990, 1993) ได้เสนอแนวทางการสร้างปัญหาที่เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพที่สุดในกิจกรรมการสร้าง โจทย์ปัญหาแบบมีโครงสร้างในห้องเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างปัญหาในการเรียนการสอนบนพื้นฐานของการ

การสร้างโจทย์ปัญหาใหม่จากปัญหาที่รับคำตอบแล้ว โดยมีความหลากหลายของเงื่อนไขหรือเป้าหมายของปัญหาที่กำหนดให้

สรุปได้ว่า ประเภทของสถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ Sayed ได้แบ่งสถานการณ์ได้ 3 ลักษณะ ดังนี้ 1) สถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาแบบอิสระ 2) สถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาแบบกึ่งโครงสร้าง และ 3) สถานการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาแบบมีโครงสร้าง

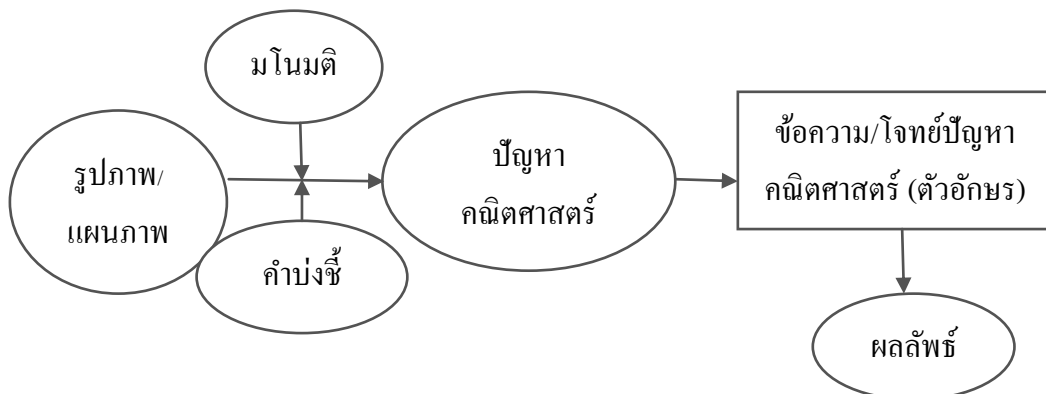
#### 2.4.4 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหา

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงรูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

สุลัดดา ลอยฟ้า (2530, น. 23) กล่าวว่า นักคณิตศาสตร์หลายท่านเชื่อว่า ถ้านักเรียนมีประสบการณ์ในการสร้างปัญหาด้วยตนเอง จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนให้ได้ดีขึ้น เพราะนักเรียนจะเข้าใจปัญหาและโครงสร้างปัญหาได้ดีกว่า ได้เสนอแนวทางในการสร้างโจทย์ปัญหาไว้ 3 ลักษณะ ดังนี้

1. ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพ ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพ เป็นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาอันหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหา และสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ ทั้งนี้เพราะทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพนั้น ผู้เรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแผนภาพที่กำหนดให้ และสังเคราะห์ออกมาเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอยู่บนพื้นฐานของความเข้าใจในโมเดลของการกระทำทางคณิตศาสตร์ และเข้าใจเกี่ยวกับคำบ่งชี้ของแต่ละการกระทำ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียนแต่ละคน กับปัญหาทางคณิตศาสตร์

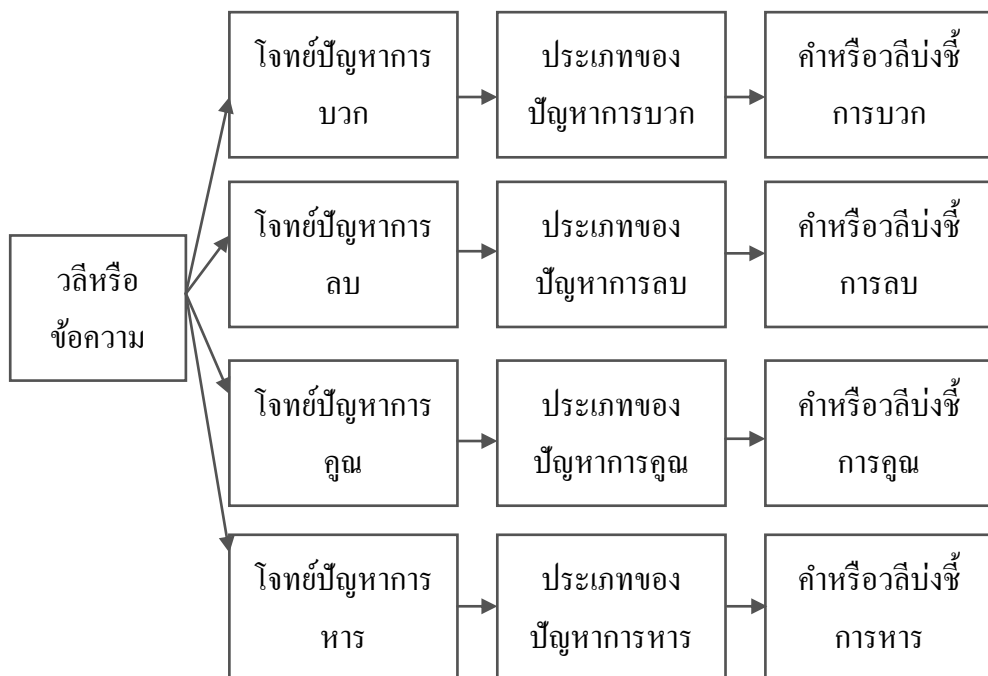
กลวิธี “รูปภาพ → ข้อความ” เป็นเทคนิคที่มีความสำคัญมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับนักเรียนที่อ่อน นักเรียนควรได้เห็นและสังเกตรูปภาพที่ครูกำหนดให้แล้วตีความออกมาเป็นคำพูดที่เกี่ยวข้องกับปัญหาคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงเขียนออกมาเป็นข้อความและหาคำตอบหรือผลลัพธ์ของปัญหา ซึ่งสรุปลำดับขั้นของกลวิธี ดังแผนภาพ



ภาพที่ 2.3 ลำดับขั้นตอนของกลวิธีสร้าง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากรูปภาพ

กลวิธี “รูปภาพ → ข้อความ” จะช่วยให้นักเรียนสนุกในการแก้ปัญหาต่างๆ ด้วยตัวของเขาเองและขณะเดียวกันก็สามารถแก้ปัญหของเขาด้วยตนเองอีกด้วย

2. ทักษะการสร้าง โจทย์ปัญหาจากวลีหรือข้อความสั้นๆ ทักษะการสร้าง โจทย์ปัญหาจากวลีหรือข้อความ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจโครงสร้างของปัญหาคณิตศาสตร์ว่าจะต้องประกอบด้วยเงื่อนไขของปัญหาที่เพียงพอสำหรับตอบคำถามของปัญหานั้น นอกจากนี้ยังเน้นถึงการสร้าง โจทย์ปัญหาของแต่ละการกระทำจากวลีหรือข้อความสั้นๆ ซึ่งอาศัยความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติของแต่ละการกระทำกับความเข้าใจเกี่ยวกับคำหรือวลีที่บ่งการกระทำสั้นๆ เป็นพื้นฐานในการสร้าง โจทย์ปัญหาของการกระทำดังกล่าว รวมทั้งการได้ศึกษาถึงประเภทของ โจทย์ปัญหาของแต่ละการกระทำที่นักเรียนจะได้พบในชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นแนวทางและเลือกการกระทำที่ถูกต้องไปใช้แก้ปัญหเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของเขา ลำดับขั้นตอนของมโนคติเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะการสร้าง โจทย์ปัญหาจากวลีหรือข้อความสั้นๆ มีดังนี้

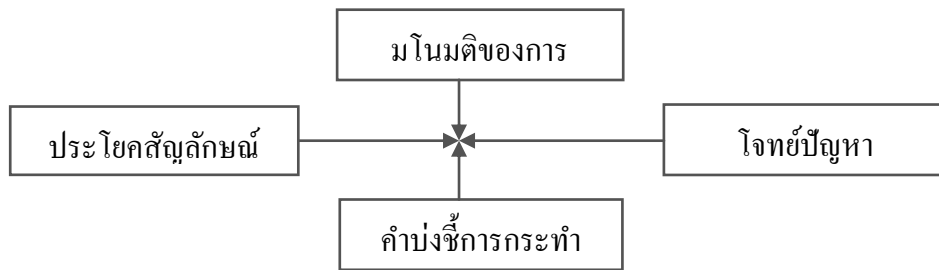


ภาพที่ 2.4 ลำดับการพัฒนาทักษะการสร้าง โจทย์ปัญหาจากข้อความสั้นๆ

3. ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะที่เหมาะสมสำหรับนักเรียนที่มีมโนคติด้านการกระทำทางคณิตศาสตร์มาแล้ว แล้วนำประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในชีวิตจริง โดยขั้นตอนสรุปได้ดังนี้

1. ให้ประโยคสัญลักษณ์
2. กำหนดมโนคติทางคณิตศาสตร์
3. กำหนดคำบ่งชี้การกระทำทางคณิตศาสตร์
4. สร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ซึ่งแสดงเป็นแผนภาพได้ดังนี้



ภาพที่ 2.5 โครงสร้างการสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2538, น. 28) ได้เสนอแนวการสร้างโจทย์ปัญหา โดยให้นักเรียนได้สร้างโจทย์ปัญหาใน 3 ลักษณะ คือ

1. การสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์
2. การสร้างโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน
3. การสร้างโจทย์ปัญหาเองทั้งหมด

สมทรง สุวพานิช (2549, น. 151-152) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างและปรับโจทย์ปัญหาว่า ครูผู้สอนจะต้องมีเทคนิคในการสร้าง/ปรับโจทย์ปัญหา โดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน และใช้ตัวเลขมีค่าน้อยๆ ก่อนแล้วค่อยๆ แต่งโจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างยากขึ้น ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากขึ้น เพื่อให้นักเรียนตีความ แปลความและสรุปผล ตลอดจนวิเคราะห์ข้อความในโจทย์ได้ว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการใด สื่อใกล้ตัวที่ครูไม่ควรละเลย คือ ใบโฆษณาสินค้าของห้างสรรพสินค้าต่างๆ ครูสามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาสร้างเป็นโจทย์ปัญหาโดยให้สัมพันธ์กับเรื่องที่กำลังสอน เก็บสะสมไว้เพื่อเป็นโจทย์ปัญหา โจทย์ปัญหาพิเศษในการเพิ่มความสามารถแก้โจทย์ปัญหาของเด็ก อีกวิธีหนึ่งคือ ครูมอบโฆษณาของห้างสรรพสินค้า ให้นักเรียนคนละ 1 ภาพ ให้แต่ละคนสร้างโจทย์ปัญหาจากภาพเหล่านั้นแล้วจัดแต่งให้น่าสนใจ และสวยงาม ลงบนกระดาษแข็ง 5" x 9" ให้ชื่อว่าบัตร โจทย์ปัญหา ด้านหลังทำเฉลยและเขียนชื่อผู้สร้างไว้ด้วย ครูเก็บรวบรวม

ใส่กล่องไว้ ตั้งชื่อว่าธนาคาร โจทย์ปัญหา หลังจากทีครูนำเสนอ โจทย์ปัญหาจากบทเรียนแล้ว ทำย ชั่วโมงอาจหยิบ โจทย์ปัญหาจากธนาคาร โจทย์ปัญหา แล้วให้เจ้าของ โจทย์ปัญหามาดำเนินการ นำเสนอ เพื่อให้เพื่อนร่วมชั้นช่วยกันแก้ โจทย์ปัญหานั้น หากเพื่อนทำไม่ได้ เจ้าของ โจทย์ปัญหา ก็จะ เฉลย นับว่าเป็นวิธีการที่ดีในการสร้างเจตคติในการแก้ โจทย์ปัญหา นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจ และเชื่อมั่นในตนเอง ครูมี โจทย์ปัญหาหลากหลายในการฝึกทักษะการแก้ โจทย์ปัญหาแก่เด็ก โดย ครูอาจจะหัดให้เด็กแปลง โจทย์ที่มีอยู่เพิ่มเติมเงื่อนไขบางอย่างลงไป โดยนักเรียนอาจสร้าง โจทย์ จากประโยคสัญลักษณ์ จากข้อมูล จากภาพ เลียนแบบ โจทย์ในห้องเรียน หรือสร้างด้วยตนเอง

ตัวอย่าง เทคนิคการสร้าง/ปรับ โจทย์ปัญหา

1. แดงและดำ ชวนกันไปซื้อของที่ตลาดสวนจตุจักร แดงซื้อกางเกงยีนส์ 1 ตัว ราคา 199 บาท และเสื้อยืดอีก 1 ตัว ราคา 70 บาท ดำนำเงินติดตัวไป 500 บาท แต่ ซื้อเสื้อยืด เพียงตัวเดียวราคา 70 บาท
2. ปิยะพงษ์ มีหมูและไก่จำนวนหนึ่ง เขาพบว่าทั้งหมูและไก่รวมกัน มี 70 หัว และ 200 ขา จงสร้าง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. ชาวนาจะนำไก่ 32 ตัวไปขายที่ตลาด เขาต้องการที่จะบรรจุไก่ใส่กรงๆ ละ 4 ตัว จงสร้าง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

Driscoll (1992, p.49) ได้กล่าวว่า ควรให้นักเรียนมีโอกาสแต่ง โจทย์ปัญหาเองบ้าง เช่น แปลง โจทย์ที่มีอยู่แล้ว โดยเพิ่มเติมเงื่อนไขบางอย่างลงไป การทำเช่นนี้จะต้องทำให้นักเรียน ต้องสนใจ ความหมายของการบวก ลบ คูณ และหาร นอกจากนั้นยังต้องสนใจรายละเอียดเงื่อนไข ต่างๆ ของ โจทย์ซึ่งจะเป็นผลดีในการทำ โจทย์ปัญหา

1. การให้นักเรียนสร้าง โจทย์ปัญหา มีวิธีการดังนี้ คือให้นักเรียน แต่ง โจทย์ จากประโยคสัญลักษณ์ เช่น ให้นักเรียนแต่ง โจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์

$$27 + 31 = \square$$

$$\square - 14 = 35$$

$$4 \times 18 = \square$$

$$63 \div 7 = \square$$

มีข้อสังเกตคือ การให้นักเรียนแต่ง โจทย์จากประโยคสัญลักษณ์เช่นนี้ นักเรียนมักจะแต่ง โจทย์ที่มีโครงสร้างอย่างเดียวกันหมด เช่น การแต่ง โจทย์  $13 - 7 = \square$  มักแต่งเป็น แบบเอกออกหมด แทนที่จะเป็นลักษณะเปรียบเทียบหรือบวกเพิ่ม เป็นต้น ถ้านักเรียนแต่ง โจทย์ได้ หลายแบบ เป็นจุดที่แสดงว่านักเรียนเข้าใจความหมาย และการตีความของ โจทย์หลายๆ แบบมาเป็นการลบได้ถูก

2. ให้นักเรียนเขียนคำถามเองจากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น “พีมี่เงิน 35 บาท น้องมีเงิน 22 บาท”

3. แต่งโจทย์จากภาพ

4. ให้นักเรียนแต่งเลียนแบบโจทย์ที่มีอยู่ หรือดัดแปลงเล็กน้อย

5. ให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหาเองทั้งหมด

การสร้างโจทย์ปัญหาด้วยตัวเอง ดังกล่าว นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาโดยใช้ภาษาของตัวเอง และหาคำตอบจากประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้ได้ หลักการนี้เพื่อเน้นให้นักเรียนเห็นว่า ประโยคสัญลักษณ์กับโจทย์ปัญหานั้นเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกันยากจากกันไม่ได้ จากหลักการดังกล่าวจะมีประโยชน์ดังนี้

1. นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างโจทย์ปัญหากับประโยคสัญลักษณ์

2. แต่งโจทย์ปัญหาด้วยความคิดและภาษาของตนเอง

3. โจทย์ปัญหาที่แต่งขึ้นจะสอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

4. โจทย์ปัญหาที่แต่งขึ้นสามารถตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้ได้

5. สะสมไว้เพื่อเป็นผลงานนักเรียนได้

6. โจทย์ปัญหาที่นักเรียนแต่งเองนั้นสามารถแลกเปลี่ยนกันระหว่างนักเรียนด้วยกัน เพื่อหาคำตอบของโจทย์ได้

7. การแต่งโจทย์ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเองทำให้รู้สึกพอใจ ภูมิใจ โดยไม่คิดว่าตนเองจะเป็นผู้แก้โจทย์ปัญหาที่คนอื่นกำหนดให้เท่านั้น แต่ตนเองสามารถแต่งโจทย์ปัญหาให้คนอื่นแก้ปัญหา หาคำตอบได้ด้วย

8. ฝึกทักษะการคำนวณ การกำหนดประโยคสัญลักษณ์เพื่อให้นักเรียนแต่งเป็นโจทย์ปัญหา นักเรียนต้องใช้ความสามารถในการสร้างเรื่องราวของโจทย์ขึ้นมาให้สัมพันธ์สอดคล้องกับประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้มาคำนวณ จึงเป็นการฝึกคิดคำนวณในขณะเดียวกันไปพร้อมกันด้วย

English (1998, pp. 103-106) ได้พัฒนากิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาโดยใช้กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาโดยประกอบด้วยกิจกรรม ต่อไปนี้

1. กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ ประโยคดังกล่าวจะถูกนำเสนอบนกระดานแต่ละใบ เด็กนักเรียนสามารถจะเลือกกระดานไปไหนก็ได้ที่ต้องการ โดยกระดานแต่ละใบจะต้องมีทั้งตัวอย่างของการบวกและการลบจำนวน

2. กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาจากวลี เด็กๆ จะการสร้างโจทย์ปัญหาโดยมีพื้นฐานอยู่บนประโยคข้อความสั้นๆ หรือวลี



3. กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาจากภาพ กิจกรรมนี้จะต้องให้เด็กๆ มาการสร้างโจทย์ปัญหา โดยใช้ภาพขนาดใหญ่

4. กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาจากวรรณกรรม เป็นการให้เด็กกรวมเป็นกลุ่มใหญ่และอ่านหนังสือวรรณกรรมและให้เด็กแต่ละคนได้การสร้างโจทย์ปัญหา

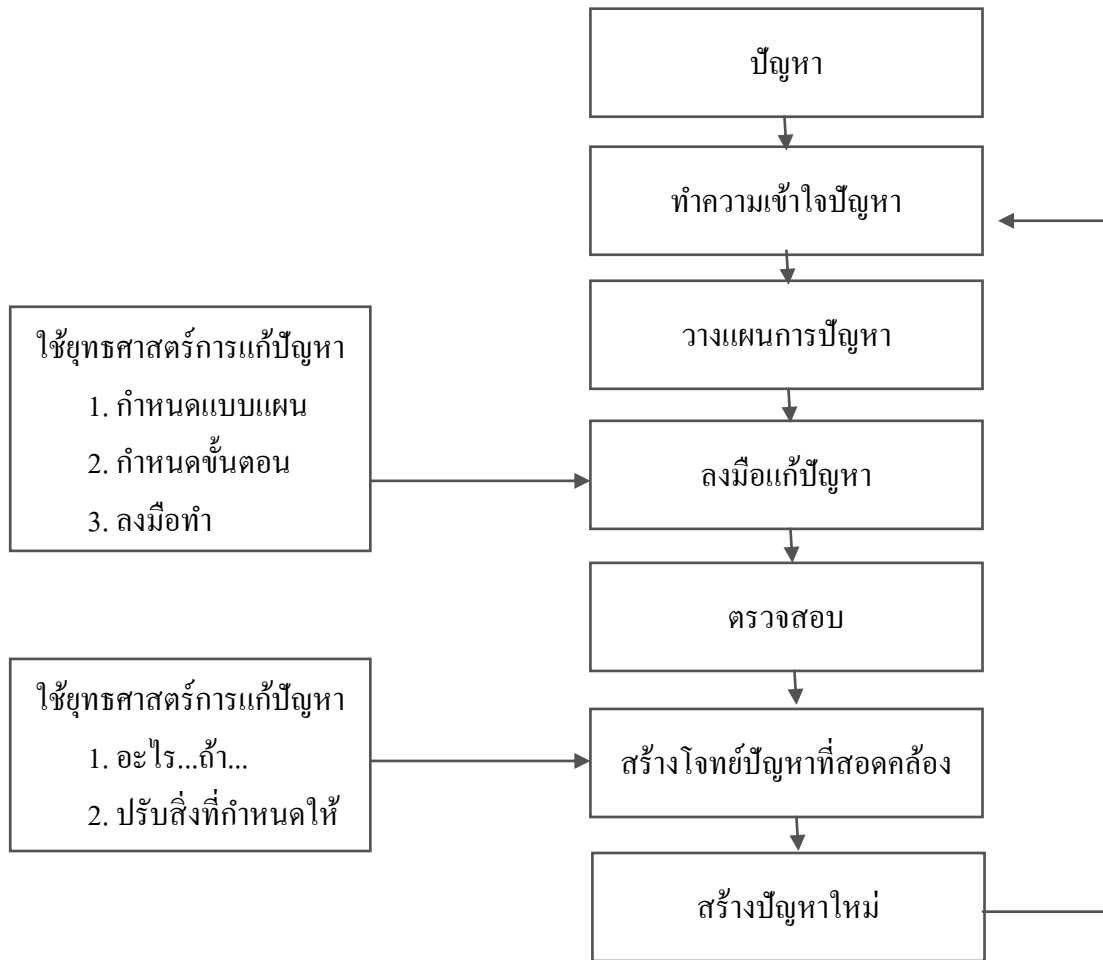
กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหานั้นประกอบด้วยชุดของกิจกรรมพัฒนาทักษะการสร้างโจทย์ปัญหา กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา ประกอบด้วยบททดสอบขนาดความยาว 45 นาที จำนวน 16 บท สองบทต่อหนึ่งสัปดาห์ ในช่วงเวลาภาคเรียนที่สองของปีการศึกษาของโรงเรียน ภาพรวมของกิจกรรมได้นำเสนอไว้ในตารางภาพรวมของกิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจในการอภิปราย คือ กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา ดังแสดงในตารางที่ 2.6

## ตารางที่ 2.6

### ภาพรวมของกิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา

บทที่	กิจกรรม
1-5	เป็นการนำเข้าสู่กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา โดยให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาและการสร้างโจทย์ปัญหา
6-9	เริ่มเข้าสู่รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาโดยให้นักเรียนลองสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพง่ายๆ ให้เป็นคำพูดหรือข้อความสั้นๆ และยกตัวอย่างการสร้างโจทย์ปัญหาง่ายๆ ทั้งที่เป็นประโยคสัญลักษณ์และไม่ใช่ประโยคสัญลักษณ์ โดยให้เด็กทำให้สมบูรณ์และสร้างรูปแบบของพวกเขาเอง
10	สร้างโจทย์ปัญหา จากวลีเกี่ยวกับเรื่องของเจ้าสุนัขรูฟัส
11 - 12a	สร้างโจทย์ปัญหา จากประโยคสัญลักษณ์ (ไม่เกิน 9+9)
12b - 13	สร้างโจทย์ปัญหา จากภาพถ่ายเกี่ยวกับร้านขายของเด็กเล่น
14	การสร้างโจทย์ปัญหาจากงานวรรณกรรม เรื่อง บลู กับ อาร์ค
15 - 16	ครูพานักเรียนแก้ปัญหาค้นเองสร้าง อภิปรายสรุปและจัดนิทรรศการแสดงผลงาน

El Sayed (1999, pp. 1-6) ได้พัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ที่ให้ผู้เรียน ได้สร้าง โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ที่ให้ผู้เรียน ได้สร้าง โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง และได้นำเสนอเป็นแผนภาพ ดังนี้



ภาพที่ 2.6 ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาที่ทำให้ผู้เรียนสร้าง โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง

สรุปได้ว่า รูปแบบการสร้าง โจทย์ปัญหา จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ของนักเรียนได้ดีขึ้น โดยอาศัยทักษะการสร้าง โจทย์ปัญหาจากรูปภาพ ทักษะการสร้าง โจทย์ปัญหา จากวลีหรือข้อความสั้นๆ ทักษะการสร้าง โจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และ ทักษะการสร้าง โจทย์ปัญหาเองทั้งหมด

#### 2.4.5 การสร้างคำถาม

มีนักการศึกษาได้ให้คำแนะนำแนวทางการสร้างคำถาม ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 4) ได้แนะนำว่า การสร้างคำถามเป็นทักษะสำคัญที่ช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน จำเป็นอย่างยิ่งในการฝึกการแก้ปัญหา ที่จะช่วยให้นักเรียนคิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างมีเหตุผล ลักษณะคำถามที่ดีจะช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน ตัวอย่างการสร้างคำถาม เช่น

สถานการณ์ที่ 1 “โสภางชอบสะสมตุ๊กตา วันหนึ่งเธอไปเห็นตุ๊กตาชาววัง ราคาตัวละ 200 บาท ถ้าโสภามีเงิน 120 บาท ...”

คำถามที่เป็นไปได้

“โสภามีเงินพอที่จะซื้อตุ๊กตาชาววังหรือไม่” และ

“โสภางจะต้องเก็บเงินอีกกี่บาท จึงจะซื้อตุ๊กตาชาววังได้”

สถานการณ์ที่ 2 “เด็ก 3 คน คือ ทวี ญานี และสุดา แบ่งขนมคุกกี้อัน โดยทวิหยิบไป หนึ่งในสี่ของขนมคุกกี้อันทั้งหมด และญานีหยิบไปหนึ่งในสองของขนมคุกกี้อันทั้งหมด ...”

คำถามที่เป็นไปได้

“ใครหยิบขนมคุกกี้อันไปมากที่สุด”

“สุดาได้ขนมคุกกี้อันไปเท่าไร” และ

“ทวิและญานีหยิบขนมคุกกี้อันไปทั้งหมดเท่าไร”

สุนีย์ เงินยวง (2546, น. 20) กล่าวว่า คำถามที่ครูควรนำมาใช้ในห้องเรียน ควรเป็นคำถามปลายเปิดเนื่องสามารถตรวจสอบได้ทั้งคำตอบและความเข้าใจของนักเรียนด้วย คำถามปลายเปิด คือ คำถามที่มีคำตอบเดียวแต่สามารถคิดได้หลายวิธี หรือเป็นคำถามที่มีหลายวิธีการคิดและหลายคำตอบก็ได้ โดยก่อนนำคำถามปลายเปิดไปใช้ครูต้องคำนึงถึงสภาพห้องเรียน คณิตศาสตร์ของตนและลักษณะของนักเรียนด้วย ครูควรสร้างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม และให้นักเรียนได้ใช้ความรู้หรือนิยามที่มีอยู่หาความสัมพันธ์ หรือกฎการลงมือแก้ปัญหา และควรตรวจสอบด้วยทุกครั้ง จากนั้นเปรียบเทียบความคิดที่แตกต่างกับระหว่างนักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนได้ตัดสินใจเลือกวิธีการที่ดีและเหมาะสมกับตนเอง คำถามปลายเปิดที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. คำถามปลายเปิดควรเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ เช่น “มีร้านขายสินค้าสองร้าน ขายสินค้าชนิดเดียวกันแต่ราคาต่างกัน นักเรียนจะตัดสินใจซื้อสินค้าที่ร้านใด เพราะเหตุใด (กำหนดรายการสินค้าให้)”

2. คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่สามารถทำให้นักเรียนตอบคำถามได้อย่างหลากหลายทั้งวิธีการคิดหรือคำตอบ เช่น “กำหนด เลขโดด 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 และ 9 ให้นักเรียนนำเลขดังกล่าวเติมลงในช่องว่างเพื่อให้ได้ผลรวมเป็น 999 แต่มีข้อแม้ว่าเลขแต่ละตัวใช้ได้เพียงครั้งเดียว” ( $XXX + XXX + XXX = 999$ )

3. คำถามนั้นต้องเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกการสื่อสารและถ่ายทอดความคิดหรือวิธีการออกมาให้ครูได้ทราบ เพื่อที่ครูจะได้วิเคราะห์หาสาเหตุเมื่อพบข้อบกพร่องหรือครูจะได้นำคำตอบของนักเรียนนั้นไปพัฒนาต่อไปตามความสามารถของนักเรียนที่มีอยู่ได้อย่างเต็มที่ และเหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน เช่น อาจจะถามว่า “มุมมองในของสามเหลี่ยมด้านเท่ามีขนาดเป็น 90 องศาได้หรือไม่”

4. คำถามปลายเปิดจะต้องมีความชัดเจนในเรื่องของภาษาที่ใช้ในโจทย์ เพื่อจะได้ทำให้เด็กได้ตอบคำถามได้ตรงกับสิ่งที่ครูต้องการ เช่น ครูเขียนโจทย์ว่า “ให้นักเรียนหาลักษณะร่วมของรูปที่กำหนดให้ ...”

5. คำถามปลายเปิดจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียน ได้สื่อความเข้าใจในเรื่องนั้นๆ อย่างอิสระและเต็มความสามารถ ตามเวลาที่เหมาะสม ซึ่งครูจะพบว่าสิ่งที่นักเรียนสื่อออกมานั้นมีค่ามากกว่าคะแนนที่ครูให้นักเรียน แต่ครูผู้สอนต้องเปิดโอกาสกว้างยอมรับสิ่งใหม่ๆ ที่กำลังจะเกิดในตัวนักเรียน ครูก็จะได้แง่คิดใหม่ๆ จากความคิดที่หลากหลายของนักเรียนเพื่อปรับปรุงตนเองต่อไป ครูจึงต้องสร้างเกณฑ์การให้คะแนนโดยไม่เน้นเพียงถูกหรือผิด แต่เน้นที่ความเข้าใจและเหตุผล

Sander (1966, pp. 822-835) ได้เสนอแนวทางการตั้งคำถาม ตามระดับการคิด ออกเป็นสองระดับ คือ การแปลความ (Translation) และการตีความ (Interpretation) ซึ่งได้คำถาม 7 ระดับดังนี้

ระดับที่ 1 ความรู้ความจำ ระดับนี้นักเรียนสามารถจดจำข้อมูลหรือบอกสิ่งที่จำได้ ตัวอย่างคำถาม เช่น สิ่งที่เราได้ทำไปแล้วมีอะไรบ้างที่จะช่วยเราแก้ปัญหานี้ได้

ระดับที่ 2 การแปลความ ระดับนี้นักเรียนสามารถเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์หรือภาษา ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนเขียนได้อย่างไร สิ่งนี้นักเรียนค้นพบนั้นจะมีวิธีบันทึกอย่างไร เพื่อช่วยให้เห็นแบบรูปมากกว่านี้

ระดับที่ 3 การตีความ ระดับนี้นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงต่างๆ รูปทั่วไป คำจำกัดความ ค่าต่างๆ ทักษะต่างๆ ตัวอย่างคำถาม เช่น มีอะไรบ้างที่เหมือนกัน มีอะไรบ้างที่แตกต่างกัน นักเรียนสามารถจัดกลุ่มสิ่งเหล่านี้ได้หรือไม่ นักเรียนสามารถมองเห็นแบบรูปหรือไม่

ระดับที่ 4 กานำไปใช้ระดับนี้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะเป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องจะต้องจับประเด็นของปัญหาเอง และเลือกวิธีที่จะใช้จัดการกับปัญหา ตัวอย่างคำถาม เช่น แบบรูปนี้ช่วยนักเรียนในการหาคำตอบได้อย่างไร นักเรียนคิดว่ารูปต่อไปจะเป็นรูปอะไร ทำไมจึงคิดเช่นนั้น

ระดับที่ 5 การคิดวิเคราะห์ ระดับนี้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้การคิดอย่างเป็นระบบ ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้าง นักเรียนหาได้อย่างไร ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น อะไรที่ทำให้นักเรียนตัดสินใจทำเช่นนั้น

ระดับที่ 6 การสังเคราะห์ ระดับนี้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ต้องอาศัยความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตัวอย่างคำถาม เช่น ใครได้คำตอบที่แตกต่างไปจากนี้บ้าง ทุกคนได้คำตอบเหมือนกันหรือไม่ ทำไมจึงได้คำตอบเหมือนกัน ทำไมจึงไม่ได้คำตอบเหมือนกัน จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า...

ระดับที่ 7 การประเมินผล ระดับนี้นักเรียนสามารถตัดสินใจได้ว่าดีหรือไม่ดี ถูกหรือผิด ตามมาตรฐานที่ตนเองกำหนด ตัวอย่างคำถาม เช่น เราได้ค้นพบคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดหรือยัง เราจะทราบได้อย่างไร นักเรียนได้นึกถึงวิธีการอื่นในการหาคำตอบหรือไม่ นักเรียนคิดว่าเราได้คำตอบที่ดีที่สุดแล้วหรือยัง

Badham (1994, pp. 898-501) ได้จัดประเภทของคำถามได้ 4 ประเภท ดังนี้

1. คำถามเริ่มต้น (Starter questions) ช่วยในการติกรอบความคิดของนักเรียนให้อยู่ในขอบเขตที่เราต้องการ และเป็นการให้จุดเริ่มต้น เพื่อที่นักเรียนจะได้รู้ว่าเขาควรจะเริ่มจากตรงไหน ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนจะจัดกลุ่มรูปเรขาคณิตเหล่านี้ได้อย่างไรดี นักเรียนจะหาวิธีแบ่งรูปที่กำหนดให้ออกเป็นสองส่วนที่เท่าๆกันได้อย่างไร รูปที่กำหนดให้สามารถนำมาประกอบกันเป็นรูปอะไรบ้าง เป็นต้น

2. คำถามกระตุ้นความคิดทางคณิตศาสตร์ (Questions to stimulate mathematical thinking) คำถามประเภทนี้จะช่วยให้นักเรียนได้มุ่งความสนใจไปที่กลยุทธ์หรือกลวิธีใดวิธีหนึ่งโดยเฉพาะ และช่วยให้นักเรียนได้สังเกตเห็นแบบรูป ความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการช่วยบอกรอบแนวคิด คำถามประเภทนี้สามารถใช้เป็นตัวช่วยเมื่อนักเรียนคิดไม่ออก ตัวอย่างคำถาม เช่น รูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้มีอะไรที่เหมือนกัน/ต่างกัน นักเรียนสามารถนำรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้อาจจัดกลุ่มได้หรือไม่ นักเรียนสังเกตเห็นแบบรูปหรือไม่ จะเกิดอะไรขึ้นถ้า... นักเรียนคิดว่ารูปต่อไปจะเป็นรูปอะไร ทำไม เป็นต้น

3. คำถามวัดและประเมินผล (Assessment questions) คำถามประเภทนี้จะให้นักเรียนได้อธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่เขากำลังทำอยู่หรือถามคำถามว่าได้คำตอบมาอย่างไร ทำให้ครูได้รู้ว่านักเรียนคิดอย่างไร นักเรียนเข้าใจอย่างไร และระดับความรู้ความเข้าใจของนักเรียนอยู่ในระดับ

ใด คำถามวัดและประเมินผลนี้เหมาะที่จะใช้เมื่อนักเรียนได้มีความคืบหน้าในการทำกิจกรรมไปแล้วระดับหนึ่ง อาจจะทำโจทย์ไปบ้างแล้ว มีการแสดงวิธีทำหรือได้คำตอบแล้วอย่างน้อยหนึ่งคำตอบ ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้าง นักเรียนหาได้อย่างไร ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น อะไรที่ให้นักเรียนตัดสินใจทำอย่างนั้น เป็นต้น

4. คำถามอภิปรายสรุป (Final discussion questions) คำถามประเภทนี้จะเป็นการระดมความคิดต่างๆ ของนักเรียนในชั้นเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้และเปรียบเทียบวิธีการคิดและคำตอบ การใช้คำถามอภิปรายสรุปถือว่าเป็นขั้นตอนสำคัญในกระบวนการคิดคณิตศาสตร์ เป็นโอกาสที่นักเรียนได้แสดงความคิดแล้วได้เสียงตอบกลับจากคนอื่นๆ ว่าที่คิดได้นั้นเป็นอย่างไร อีกทั้งส่งเสริมให้นักเรียนได้ประเมินผลงานของตนเอง ตัวอย่างคำถาม เช่น ใครได้คำตอบเหมือนเพื่อนคนนี้บ้าง ใครได้คำตอบที่แตกต่างจากนี้บ้าง ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ทำไมจึงไม่เป็นเช่นนั้น นักเรียนได้นึกถึงวิธีการอื่นๆ บ้างหรือไม่ เป็นต้น

จากแนวคำถามของ Badham และ Sander เราพบว่ามีส่วนที่เหมือนกันและสนับสนุนซึ่งกันและกัน ตัวอย่างคำถาม เช่น “นักเรียนมองเห็นแบบรูปหรือไม่” เป็นคำถามที่กระตุ้นความคิดทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่เดียวกันก็เชื่อมโยงการตีความ คำถาม “นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้าง นักเรียนหาได้อย่างไร ทำไมจึงคิดเช่นนั้น” เป็นคำถามวัดและประเมินผล ซึ่งจะต้องอาศัยการวิเคราะห์ เป็นต้น ในการตั้งคำถามของครูจะช่วยพัฒนาและสนับสนุนการคิดได้นั้น นอกจากนี้จะมีแนวทางในการใช้คำถามดังกล่าวข้างต้นแล้ว ควรมีการเลือกตัวคำถามสำหรับกิจกรรมในชั้นเรียนให้เหมาะสม ซึ่งได้มีการแนะนำการใช้คำถามในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ โดยสรุป ดังนี้

สรุปได้ว่า การสร้างคำถามเป็นทักษะสำคัญที่ช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน จำเป็นอย่างยิ่งในการฝึกการแก้ปัญหา ที่จะช่วยให้นักเรียนคิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างมีเหตุผล

#### 2.4.6 กลวิธีการสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงกลวิธีการสร้าง โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Brown and Walter (2005, pp. 19-65) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการสร้างโจทย์ปัญหาว่ามี 2 ระยะสรุปได้ดังนี้

ระยะที่ 1 : การยอมรับสิ่งที่กำหนดให้ (Accepting the Given)

กลวิธีการสร้าง โจทย์ปัญหาในระยะแรกถึงที่ต้องทำกับปรากฏการณ์นี้

1. สังเกตข้อมูล (The Making of Observations)
2. ถามคำถามเกี่ยวกับข้อมูลที่สังเกตได้ (The Making of Question)
3. เขียนสิ่งที่ตามมาจากการคาดเดา (The Coming up with Conjectures)

การสำรวจความสัมพันธ์ภายในข้อมูลและความสัมพันธ์ของข้อมูลกับชีวิตจริง (Interval Versus External Exploration)

การสำรวจสิ่งที่ต้องการหาคำตอบที่แน่นอนกับคำตอบโดยประมาณ (Exact Versus Approximate Explorations)

การสำรวจทางประวัติศาสตร์ : สิ่งที่เป็นจริงกับสิ่งที่เป็นสมมติฐาน (Historical Exploration : Actual Versus Hypothetical)

ระยะที่ 2 : การสมมติสิ่งที่แตกต่างจากข้อมูลที่กำหนดให้ (What if not) รายการคุณลักษณะสำหรับกลวิธีการการสร้างโจทย์ปัญหาใหม่

ระดับ 0 – การเลือกจุดเริ่มต้น (Choosing a Starting Point)

ระดับ 1 – แจกแจงคุณสมบัติ (Listing Attribute)

ระดับ 2 – สมมติคุณสมบัติที่แตกต่างจากที่กำหนดให้ (What if not-ing)

ระดับ 3 – ถามคำถามหรือการสร้างโจทย์ปัญหา (Question Asking or Problem Posing)

ระดับ 4 – วิเคราะห์ปัญหาที่ตั้งขึ้น (Analyzing the Problem)

สรุปได้ว่า กลวิธีการสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ Brown และ Walter ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการสร้างโจทย์ปัญหาว่ามี 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1 การยอมรับสิ่งที่กำหนดให้ และระยะที่ 2 การสมมติสิ่งที่แตกต่างจากข้อมูลที่กำหนดให้

#### 2.4.7 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนวัดความสามารถในการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนวัดความสามารถในการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2556, น. 125) ได้ให้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนวัดความสามารถในการสร้าง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 2.7

## ตารางที่ 2.7

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนวัดความสามารถในการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
4	นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์แตกต่างจากตัวอย่าง สามารถแก้โจทย์หาได้ถูกต้อง สมบูรณ์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอน
3	นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์แตกต่างจากตัวอย่าง สามารถแก้โจทย์หาได้ถูกต้องบางส่วน ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอน
2	นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์เหมือนกับตัวอย่าง สามารถแก้โจทย์หาได้ถูกต้อง สมบูรณ์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอน
1	นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์เหมือนกับตัวอย่าง สามารถแก้โจทย์หาได้ถูกต้องบางส่วน ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอน
0	นักเรียนไม่สามารถสร้างโจทย์ปัญหาและไม่สามารถหาวิธีการแก้ปัญหและหาคำตอบได้

## 2.5 การจัดกิจกรรมโดยใช้การสร้างโจทย์ปัญหา

การฝึกและกระตุ้นให้นักเรียนได้เกิดกระบวนการคิด การใช้เหตุผล และส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

### 2.5.1 รูปแบบการจัดกิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาในชั้นเรียน

ได้มีนักการศึกษาเสนอรูปแบบการจัดกิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาในชั้นเรียนไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2546, น. 45-46) ได้กล่าวถึงรูปแบบการจัดกิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาในชั้นเรียน ดังนี้

1. การให้นักเรียนตั้งคำถามที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิมที่เคยเรียนมาแล้ว การที่ผู้สอนถามให้ผู้เรียนคิดต่อจากสิ่งที่รู้แล้วจะง่ายกว่าการให้ผู้เรียนเริ่มต้นคิดใหม่ ตัวอย่างเช่น ผู้เรียนทราบมาก่อนว่า ปริมาตรของลูกบาศก์ที่กว้าง 1 นิ้ว ยาว 1 นิ้ว และสูง 1 นิ้ว คือ 1 ลูกบาศก์นิ้ว ผู้สอนอาจถามถึงปริมาตรหรือความจุของกล่องที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงด้านละ 2 นิ้ว และให้ผู้เรียนคิดต่อไปถึงปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมที่มีความกว้าง ความยาว และความสูง ไม่เท่ากัน โดยให้ผู้เรียนเป็นผู้การสร้างโจทย์ปัญหาเองตามที่ตนสนใจอยากรู้

2. กำหนดสถานการณ์ให้ เพื่อให้ นักเรียนสร้างคำถามที่ตนอยากรู้ คำถามที่นักเรียนสร้างขึ้นอาจเป็นคำตอบที่สร้างได้หรือไม่ได้ โดยที่ผู้สอนไม่ควรเน้นที่สุดนี้ แต่ควรเน้นที่



ความหลากหลายของปัญหามากกว่าการหาคำตอบของปัญหา การไม่กำหนดให้ผู้เรียนต้องหาคำตอบจากคำถามที่ตนตั้งขึ้น จะทำให้ผู้เรียนกล้าที่จะตั้งคำถามในแง่มุมต่างๆ ตัวอย่างของสถานการณ์ที่ผู้สอนอาจกำหนดคือ ชาริณีมีเงินเป็นสามเท่าของทวีป ทวีปมีเงินมากกว่าธนา 75 บาท ธนามีเงิน 60 บาท สิ่ง que ผู้เรียนทำคือ ให้ตั้งคำถาม 2-3 คำถาม ที่สามารถให้ข้อมูลที่มืออยู่เพื่อหาคำตอบได้

3. ให้นักเรียนหาสถานการณ์หรือข้อมูลจากแหล่งการเรียนรู้ต่างๆ มาสร้างคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือปัญหานั้น เช่น หนังสือพิมพ์ วารสาร นิตยสาร อินเทอร์เน็ต หนังสือและตำราต่างๆ แล้วสร้างคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือข้อมูลนั้น ตัวอย่างเช่น หากผู้เรียนหาข้อมูลจากหนังสือพิมพ์ได้ว่า น้ำมันเบนซินออกเทน 95 ราคาลิตรละ 27.35 บาท คำถามที่ตั้งอาจเป็น จะเติมน้ำมันได้กี่ลิตรถ้ามีเงินอยู่ 500 บาท หรือต้องการเติมน้ำมัน 15 ลิตร จะใช้เงินกี่บาท เป็นต้น

4. การสร้างปัญหาโดยการส่งต่อเป็นกลุ่ม (Pass Along Problem Posing) โดยครูให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ให้แต่ละกลุ่มสร้างประโยคแรกแล้วส่งเวียนให้กลุ่มอื่นสร้างประโยคที่มีความสัมพันธ์และต่อเนื่องกัน โดยกลุ่มสุดท้ายต้องสร้างปัญหา ก่อนส่งคืนให้เจ้าของกลุ่มที่เขียนประโยคแรก จากนั้นให้นักเรียนแลกเปลี่ยนกันแก้ปัญหา

สรุปได้ว่า รูปแบบการจัดกิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาในชั้นเรียน คือ การให้นักเรียนตั้งคำถามที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิมที่เคยเรียนมาแล้ว กำหนดสถานการณ์ให้ เพื่อให้นักเรียนสร้างคำถามที่ตนอยากรู้ ให้นักเรียนหาสถานการณ์หรือข้อมูลจากแหล่งการเรียนรู้ต่างๆ และการสร้างปัญหาโดยการส่งต่อเป็นกลุ่ม

## 2.6 เครื่องมือที่ใช้ในการทำ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มี 2 ฉบับ ดังนี้

### 2.6.1 แผนการจัดการเรียนรู้ในการสร้างโจทย์ปัญหา

#### 2.6.1.1 ความหมายและความสำคัญของแผนการจัดการเรียนรู้

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายและความสำคัญของแผนการจัดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

สงข ลักษณ์ (2533, น. 3-4) กล่าวว่า แผนการจัดการเรียนรู้ หรือแผนการสอน เปรียบเสมือนได้กับพิมพ์เขียวของวิศวกร หรือสถาปนิกที่ใช้เป็นหลักในการควบคุมการก่อสร้าง วิศวกรหรือสถาปนิกจะขาดพิมพ์เขียวไม่ได้ฉันใด ผู้เป็นครูก็ขาดแผนการสอนไม่ได้

ฉันทันนั้น ยิ่งผู้สอนได้จัดทำแผนการสอนด้วยตนเองก็ยิ่งทำให้ประโยชน์กับตนเองมากเท่านั้น ซึ่งสามารถสรุปความสำคัญของแผนการเรียนรู้ได้ดังนี้ 1. ทำให้เกิดการวางแผน วิธีการสอน วิธีเรียนที่มีความหมายยิ่งขึ้น เพราะเป็นการจัดทำที่มีหลักการที่ถูกต้อง 2. ช่วยให้ผู้ครุมีคู่มือการสอนที่ทำด้วยตนเอง ทำให้สะดวกในการจัดการเรียนการสอน ทำให้สอนได้ครบถ้วนตรงตามหลักสูตรและสอนได้ทันเวลา 3. เป็นผลงานทางวิชาการที่สามารถเผยแพร่เป็นตัวอย่างได้

4. ช่วยให้ความสะดวกแก่ครูผู้สอนในกรณีที่ผู้สอนไม่สามารถเข้าสอนได้

สำนักงานคณะกรรมการประถมศึกษาแห่งชาติ (2535, น. 133) กล่าวว่า แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง การวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแต่ละครั้ง โดยกำหนดสาระสำคัญ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอน ตลอดจนการวัดผลและประเมินผล

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2540, น. 202-203) กล่าวว่า แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การใช้สื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542, น. 1) กล่าวว่า แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แผนการหรือโครงการที่จัดทำเป็นลายลักษณ์อักษรเพื่อใช้ในการปฏิบัติการสอนในรายวิชาใดวิชาหนึ่ง เป็นการเตรียมการสอนอย่างมีระบบ และเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ครูพัฒนาการเรียนการสอนไปสู่จุดประสงค์การเรียนรู้ และจุดมุ่งหมายของหลักสูตรอย่างมีประสิทธิภาพ

กุลยา ตันติผลาชีวะ (2543, น. 95) กล่าวว่า แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แผนการสอนเป็นการกำหนดเนื้อหา วิธีการจัดการเรียนการสอน การใช้สื่อการสอน และแนวทางการประเมินผลให้เป็นไปตามจุดประสงค์ที่วางไว้

ลำลี รักสุทธิ (2546, น. 16) กล่าวว่า แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง การนำวิชาหรือกลุ่มประสบการณ์ที่จะต้องทำการสอนตลอดภาคเรียนมาสร้างเป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การใช้สื่อ อุปกรณ์การสอนและการวัดและประเมินผล สำหรับเนื้อหาสาระและจุดประสงค์การเรียนรู้ย่อยๆ ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์หรือจุดเน้นของหลักสูตร สภาพผู้เรียน ความพร้อมของโรงเรียนในด้านวัสดุอุปกรณ์ และตรงกับชีวิตจริงในท้องถิ่นหรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าแผนการจัดการเรียนรู้ก็คือการเตรียมการสอนเป็นลายลักษณ์อักษรล่วงหน้า

สรุปได้ว่า แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การใช้สื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

### 2.6.1.2 องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้

องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้เกิดขึ้นจากความพยายามตอบคำถาม

ต่อไปนี้

1. สอนอะไร (หน่วย หัวเรื่อง ความคิดรวบยอด หรือสาระสำคัญ)
  2. เพื่อจุดประสงค์อะไร (จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม)
  3. ด้วยสาระอะไร (โครงสร้างอะไร เนื้อหาอะไร)
  4. ใช้วิธีการใด (กิจกรรมการเรียนการสอน)
  5. ใช้เครื่องมืออะไร (สื่อการเรียนการสอน)
  6. ทราบได้อย่างไรว่าประสบความสำเร็จหรือไม่ (การวัดและประเมินผล)
- ดังนั้นเพื่อตอบคำถามดังกล่าวจึงกำหนดให้แผนการเรียนมีองค์ประกอบดังนี้

1. วิชา หน่วยที่สอน สาระสำคัญ (ความคิดรวบยอด) ของเรื่อง
2. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
3. เนื้อหา
4. กิจกรรมการเรียนการสอน
5. การวัดและประเมินผล

### 2.6.1.3 โครงสร้างของแผนการจัดการเรียนรู้

สำนักคณะกรรมการประถมศึกษาแห่งชาติ (2535, น. 9-10) ได้เสนอแนะ

โครงสร้างของแผนการจัดการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

1. ชื่อเรื่อง ในส่วนแรกของแผนการเรียนรู้ทุกแผน ให้ระบุชั้นที่สอน ชื่อหน่วย ชื่อเรื่อง จำนวนคาบเวลาที่สอน การกำหนดชื่อเรื่องพิจารณาจากเนื้อหาและธรรมชาติของนักเรียน
2. สรุปเนื้อหา ทุกเรื่องให้สรุปเนื้อหาหรือแนวคิดของเรื่องนั้นๆ เพื่อเป็นกรอบแนวคิดในการสอนบทเรียนนั้นๆ
3. จุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ในแผนการเรียนรู้ควรเขียนในลักษณะของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้ครอบคลุมทั้งด้านพุทธิพิสัยเชิงเนื้อหา (Cognitive Content) พุทธิพิสัยเชิงกระบวนการ (Cognitive Process) ทักษะพิสัย (Psychomotor) และจิตพิสัย (Affective)
4. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในส่วนนี้นำเสนอการจัดกิจกรรมการเรียนอย่างละเอียด โดยระบุขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตั้งแต่ครูเริ่มนำเข้าสู่บทเรียนให้นักเรียนทำกิจกรรมโดยมีส่วนร่วมในการปฏิบัติ จนถึงการสรุปบทเรียน

5. สื่อการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนการสอน หรือครูอาจพิจารณาเนื้อหาหรือผลิตขึ้นตามความเหมาะสม

6. กระบวนการที่นักเรียนได้ฝึก ในส่วนนี้เป็นส่วนที่เริ่มแสดงว่า กระบวนการหรือทักษะกระบวนการได้รับการฝึกฝนจากพฤติกรรมใดบ้าง ซึ่งช่วยในการอำนวยความสะดวกในการประเมินผลด้วย

7. การประเมินผล แนวการประเมินของครูผู้สอนต้องกำหนดเครื่องมือวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับการเรียนรู้ของผู้เรียน วิธีการประเมินอาจใช้วิธีการสังเกตหรือใช้แบบทดสอบ เป็นต้น

สรุปได้ว่า แผนการจัดการเรียนรู้ มีองค์ประกอบดังนี้ 1. วิชา หน่วยที่สอน สาระสำคัญของเรื่อง 2. จุดประสงค์ 3. เนื้อหา 4. กิจกรรมการเรียนการสอน และ 5. การวัดและประเมินผล

## 2.6.2 แบบทดสอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 30-58) กล่าวไว้ว่า แบบทดสอบเป็นเครื่องมือวัดผลประเมินผลที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย เพื่อวัดและประเมินผู้เรียนเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่มในทุกรายวิชา ทุกกลุ่มสาระการเรียนรู้ และทุกระดับชั้น แบบทดสอบแต่ละฉบับประกอบด้วยชุดของข้อสอบจำนวนหลายข้อ เพื่อให้ใช้วัดและประเมินผู้เรียนได้ครอบคลุมกับสิ่งที่ต้องการ โดยรูปแบบของข้อสอบมีอยู่หลากหลาย เช่น ข้อสอบแบบเลือกตอบ ข้อสอบแบบถูกผิด ข้อสอบแบบจับคู่และเปรียบเทียบ และข้อสอบแบบเขียนตอบ ผู้สร้างแบบทดสอบจึงต้องศึกษาหลักการในการสร้างแบบทดสอบลักษณะของข้อสอบแต่ละรูปแบบ เพื่อให้สามารถสร้างแบบทดสอบที่มีคุณภาพ และใช้วัดผลประเมินผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ

### 2.6.2.1 หลักการในการสร้างแบบทดสอบ

จากแนวคิดและกระบวนการสร้างเครื่องมือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ สรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. ศึกษาจุดหมายของการวัดผลประเมินผล สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และเนื้อหาที่ต้องการ
2. วิเคราะห์เนื้อหาและระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด
3. กำหนดรูปแบบของข้อสอบที่จะใช้ในแบบทดสอบให้สอดคล้องกับเนื้อหา และระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด และควรใช้รูปแบบที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความรู้ความสามารถอย่างเต็มศักยภาพ

4. กำหนดจำนวนข้อสอบ การกระจายของเนื้อหาสาระที่ต้องการทดสอบ และเวลาที่ใช้ทดสอบ

5. สร้างข้อสอบตามที่กำหนด โดยคำนึงถึงเทคนิคของการสร้างข้อสอบ และความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการวัดผลประเมินผล

#### 2.6.2.2 แบบทดสอบแบบเขียนตอบ

ข้อสอบแบบเขียนตอบจะใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนแสดงความรู้ความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผล แก้ปัญหา อธิบายหรือสื่อความหมาย ด้วยการเขียนตอบ ข้อสอบแบบเขียนตอบมีหลายลักษณะ เช่น การเติมคำตอบในช่องว่าง การเขียนตอบอย่างสั้น การแสดงวิธีทำ และการเขียนตอบอย่างละเอียด การสร้างข้อสอบแบบเขียนตอบจะต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของผู้เรียน เนื้อหาสาระ พฤติกรรมที่ต้องการวัด และเวลาที่ใช้ในการตอบคำถาม และควรมีการบันทึกส่วนสำคัญของการสร้างข้อสอบ 2 ส่วน คือ 1) ส่วนของข้อสอบ ประกอบด้วยสถานการณ์และคำถามที่ใช้ในการประเมินผู้เรียน และ 2) ส่วนของแนวทางการให้คะแนน ประกอบด้วยแนวการตอบที่ถูกต้องและเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้ผู้สอนให้เป็นแนวทางในการตรวจให้คะแนน ซึ่งจะช่วยให้การตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยมากขึ้น ข้อสอบแบบเขียนตอบมี 3 ลักษณะคือ 1) แบบทดสอบแบบเติมคำ 2) แบบทดสอบเขียนตอบแบบสั้น และ 3) แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย

#### 2.6.2.3 แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย

ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ ซึ่งผู้เรียนอาจต้องใช้วิธีการที่หลากหลายหรือเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีประกอบกันในการแก้ปัญหา ข้อสอบลักษณะนี้จึงใช้วัดผลประเมินผลได้ครอบคลุมทั้งมโนทัศน์ วิธีการคิด และการวางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ตลอดจนการใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้การวัดผลประเมินผลด้วยข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายสามารถตรวจให้คะแนนอย่างเป็นปรนัยได้ โดยการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนที่มีความชัดเจนและครอบคลุมประเด็นต่าง ๆ อย่างครบถ้วน

##### 1) แนวทางการสร้างแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย

แนวทางการสร้างแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย มีหลักการดังนี้

1.1) ควรสร้างโจทย์หรือคำถาม เพื่อจะได้คำตอบที่สะท้อนความรู้ความเข้าใจการนำไปใช้ และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.2) ควรใช้คำถามที่วัดการคิดและระดับพฤติกรรมที่สูงกว่าความรู้ความจำ

1.3) สร้างโจทย์หรือคำถามที่ชัดเจน เพื่อสื่อความหมายให้ผู้ตอบเข้าใจตรงกัน

1.4) ต้องกำหนดกรอบของแนวการตอบตามประเด็นของคำถาม และครอบคลุมคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด

1.5) มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนอย่างครอบคลุมและชัดเจน โดยการกำหนดประเด็นการให้คะแนนและน้ำหนักคะแนนของแต่ละประเด็นไว้ด้วย

2) เกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย

การให้คะแนนข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายสามารถทำได้ 2 วิธี ดังนี้

2.1) เกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวมของแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย พิจารณาคะแนนจากการตอบในภาพรวม สำหรับตัวอย่างข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายแบบเกณฑ์รวม อาจกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 3 ระดับ ดังแสดงในตารางที่ 2.8

## ตารางที่ 2.8

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบเขียนตอบหรือแสดงวิธีทำแบบเกณฑ์รวม

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3	แสดงวิธีทำได้ถูกต้องสมบูรณ์ และคำตอบถูกต้อง
2	แสดงวิธีทำได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ
1	แสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วน แต่ยังไม่สมบูรณ์ และคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ

จากตารางที่ 2.8 พบว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบเขียนตอบหรือแสดงวิธีทำแบบเกณฑ์รวม กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 3 ระดับ คือ 3, 2 และ 1 โดยพิจารณาจากการแสดงวิธีทำ ได้ถูกต้องสมบูรณ์ และคำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ และแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วน แต่ยังไม่สมบูรณ์ และคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ ตามลำดับ

2. การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อยของแบบทดสอบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย พิจารณาให้คะแนนจากการตอบในแต่ละประเด็นย่อย และกำหนดระดับคะแนนใหม่ในแต่ละประเด็นเท่ากันหรือแตกต่างกันได้ ขึ้นอยู่กับน้ำหนักความสำคัญของการตอบ สำหรับตัวอย่างแบบทดสอบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายแบบเกณฑ์ย่อย จะกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 3 ประเด็น โดยให้น้ำหนักความสำคัญของแต่ละประเด็นเท่ากัน ดังแสดงในตารางที่ 2.9

## ตารางที่ 2.9

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบเขียนตอบหรือแสดงวิธีทำแบบเกณฑ์ย่อย

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1	แสดงวิธีทำการหาคำตอบได้สอดคล้องกับโจทย์
1	คำนวณค่าของจำนวนที่เป็นคำตอบได้ถูกต้อง
1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง

จากตารางที่ 2.9 พบว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบเขียนตอบหรือแสดงวิธีทำแบบเกณฑ์ย่อย จะกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 3 ประเด็น โดยให้น้ำหนักความสำคัญของแต่ละประเด็นเท่ากัน โดยพิจารณาจากประเด็นดังนี้ การแสดงวิธีทำการหาคำตอบได้สอดคล้องกับโจทย์ การคำนวณค่าของจำนวนที่เป็นคำตอบได้ถูกต้อง และการสรุปคำตอบ ได้ถูกต้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย เพื่อศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ให้ผู้เรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ ซึ่งผู้เรียนอาจต้องใช้วิธีการที่หลากหลายหรือเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีประกอบกันในการแก้ปัญหา จึงใช้วัดผลประเมินผลได้ครอบคลุมทั้งมโนทัศน์ วิธีการคิด และการวางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ตลอดจนการใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

## 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ ดังนี้

### 2.7.1 งานวิจัยในประเทศ

สุริยเสถ สุธแสง (2548) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งโจทย์ปัญหา 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหากับกลุ่มเรียนแบบปกติ 3) เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหากับกลุ่มเรียนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนจอมพระประชาสรรค์ จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 82 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 41 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองเรียนโดยเทคนิคการตั้งปัญหา และนักเรียนกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งโจทย์ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ธานี คำยิ่ง (2549) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง ทศนิยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 วัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา กับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครู ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ใช้หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบ้านทุ่ม (ทุ่มประชานุเคราะห์) สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 1 ในปีการศึกษา 2547-2548 จำนวน 178 คน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านทุ่ม (ทุ่มประชานุเคราะห์) จำนวน 81 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มปีการศึกษาแบบเจาะจง (Purposive Sampling) แล้วนำมาจัดเป็นสองกลุ่มโดยการเรียงลำดับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คัดแยกกลุ่มด้วยลำดับเลขคี่ เลขคู่ ซึ่งพบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ของทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ หลังจากนั้นนำมาจับสลากเพื่อกำหนดเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลอง มีจำนวน 41 คน กลุ่มควบคุมมีจำนวน 40 คน รูปแบบการวิจัยคือ Posttest – only Control Group Design เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สร้างขึ้น ได้แก่ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์



โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา เรื่อง ทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 13 แผน 2) แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยง ซึ่งใช้สูตรสัมประสิทธิ์อัลฟา ( $\alpha$ ) ของครอนบาค เท่ากับ 0.82 สถิติที่ใช้ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าเฉลี่ยร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา มีค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% อยู่ในระหว่าง 64.98 – 78.60 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จารุณี รักวิจิตร (2551) ได้ศึกษาการสร้างชุดการเรียนรู้เพื่อสอนซ่อมเสริมโดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้จากการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ภายใต้บริบทชุมชน : กรณีคาบสมุทรสทิงพระ และลุ่มน้ำทะเลสาบสงขลา วัตถุประสงค์เพื่อสร้างชุดการเรียนรู้เพื่อสอนซ่อมเสริมแบบผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเอง ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 /80 และเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5-6 ก่อนเรียนและหลังเรียนแบบผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเอง ประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5-6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนในศูนย์เครือข่ายไตรวิชนม์ อำเภอสทิงพระ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสงขลาเขต 1 จำนวน 350 คน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5-6 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนวัดกระดังงา (จันทร์ราษฎร์บำรุง) อำเภอสทิงพระ จังหวัดสงขลา จำนวน 22 คน ได้มาโดยวิธีการเลือกแบบเจาะจง ผู้วิจัยใช้เวลาสอน 20 คาบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ชุดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 30 ข้อ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติ ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ และการทดสอบแบบที (t-test) แบบ t-test for dependent ผลการวิจัยปรากฏดังนี้ 1. ชุดการเรียนรู้แบบผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองภายใต้บริบทชุมชนลุ่มน้ำทะเลสาบสงขลาและคาบสมุทรสทิงพระ มีประสิทธิภาพและผลสัมฤทธิ์เท่ากับ 82.59/96.24 ผ่านเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้คือ 80/80 2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังการเรียนโดยชุดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญกว่าสถิติที่ระดับ 0.05

นवल นนทภา (2551) ได้ศึกษารูปแบบการพัฒนาทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาที่เหมาะสมของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัย ราชภัฏมหาสารคาม มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษารูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม สำหรับนักเรียน

ช่วงชั้นที่ 1 ศึกษาระดับทักษะการสร้างโจทย์ปัญหา และศึกษาลักษณะโจทย์ปัญหาที่นักเรียนช่วงชั้นที่ 1 สร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนช่วงชั้นที่ 1 ที่กำลังศึกษาอยู่ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 30 คน ได้มาด้วยการสุ่มอย่างง่าย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ กิจกรรมพัฒนาความสามารถในการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างขึ้น โดยผ่านการตรวจสอบประสิทธิภาพจากผู้เชี่ยวชาญ และขั้นตอนทางสถิติ สถิติที่ใช้ได้แก่ ความถี่ ร้อยละ และค่าเฉลี่ย ผลการวิจัยพบว่า 1) รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 คือ รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ รองลงมาคือ รูปแบบการสร้างโจทย์จากวรรณกรรม จากรูปภาพ และจากวลีหรือข้อความสั้นๆ 2) โดยภาพรวมนักเรียนมีระดับทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาอยู่ในระดับดีมาก 3. ลักษณะโจทย์ปัญหาที่นักเรียนสามารถสร้างได้มากที่สุด คือ ลักษณะโจทย์ปัญหาการเปลี่ยนแปลง (Change Problem)

สายสุณี สุทธิจักษ์ (2551) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหากับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหากับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนปทุมเทพวิทยาคาร จังหวัดหนองคาย จำนวน 103 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 51 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม 52 คน โดยการกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา และกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่ามัธยิมเลขคณิต ค่ามัธยิมเลขคณิตร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถใน

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศรีัญญา ภูบาล (2553) ได้ศึกษาการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” 2) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” และ 3) ศึกษาความสามารถในการสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 544 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 46 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” จำนวน 12 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การคำนวณค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน สถิติทดสอบที และเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตาราง แผนภูมิ และการบรรยาย ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการวางแผนแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการตามแผน และด้านการตรวจสอบคำตอบ อยู่ในระดับปานกลาง และนักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้

ปนัดดา แก้วเสทือน (2554) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์

75/75 เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับเกณฑ์ร้อยละ 75 เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังเรียน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนห้วยจรเข้มหาวิทยาลัย อําเภอสัขรภูมิ จังหวัดสุรินทร์ ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 15 แผน มีความเหมาะสมระดับมาก ( $\bar{X} = 4.52$ , S.D. = 0.57) 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ได้ค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.55 ถึง 0.80 ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (B) ตั้งแต่ 0.30 ถึง 0.70 และค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ ( $r_{cc}$ ) เท่ากับ 0.93 3) แบบทดสอบ วัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นแบบทดสอบคู่ขนาน จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 5 ข้อ ได้ค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.39 ถึง 0.46 ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (r) ตั้งแต่ 0.44 ถึง 0.66 และค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ ( $\alpha$ ) เท่ากับ 0.93 การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงทดลองแบบ One Group Pretest Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้การทดสอบที (t-test One Sample Group) และเปรียบเทียบความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้การทดสอบที (t-test Dependent Samples) ผลการวิจัยพบว่า 1) กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการการตั้งโจทย์ปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ เท่ากับ 81.65/79.88 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปาริชาติ เทียงทุกซ์ (2554) ได้ศึกษาการใช้การตั้งปัญหาเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยใช้วิธีการตั้งปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปร

เดี่ยว กลุ่มที่ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนแม่เจดีย์วิทยาคม อำเภอเวียงป่าเป้า จังหวัดเชียงราย จำนวน 39 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การตั้งปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้ 3 หน่วย แบบสังเกตพฤติกรรม และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดำเนินการสอน 5 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป ขั้นมอบหมายงาน และขั้นประเมินผล การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ครูตั้งตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล แล้วนักเรียนการตั้งปัญหาและแก้ปัญหด้วยตนเอง วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบฝึกหัดและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามขั้นตอนการแก้ปัญห ข้อมูลเชิงปริมาณใช้การค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ส่วนข้อมูลเชิงคุณภาพใช้วิธีพรรณนาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหที่ครูตั้งและจากแบบทดสอบ มีความสอดคล้องกัน กล่าวคือ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญห ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา และขั้นดำเนินการตามแผน อยู่ในระดับดี แต่ในขั้นตรวจสอบผล อยู่ในระดับพอใช้ และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหจากปัญหาที่นักเรียนตั้ง ทุกขั้นตอนการแก้ปัญห อยู่ในระดับดี

ปญญาภา ประกอบวรการ (2557) ได้ศึกษาการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่ โดยใช้การตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องเศษส่วน มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องเศษส่วน ก่อนเรียนและหลังเรียน จากการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่โดยใช้การตั้งปัญหา 2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง เศษส่วน จากการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่โดยใช้การตั้งปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70 3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้อยู่วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องเศษส่วน จากการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่โดยใช้การตั้งปัญหา ประชากรที่ใช้ในการศึกษาคั้งนี้ คือนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 44 คน จากโรงเรียนชุมชนบ้านห้วยยายจิว อำเภอเทพสถิต สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาชัยภูมิ เขต 3 มีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 22 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน โดยใช้

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหา พบว่า จากการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหา จำนวน 13 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบสอบถามความพึงพอใจในการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 15 ข้อ วิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้ค่าเฉลี่ย ค่าร้อยละ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที พบว่า หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 หลังจากการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหา สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความพึงพอใจที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องเศษส่วน หลังจากใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหาอยู่ในระดับมาก

วรัญญ อติศักดิ์กุล (2557) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะ กลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างก่อนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2) เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับเกณฑ์ร้อยละ 75 3) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างก่อนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 4) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับเกณฑ์ร้อยละ 75 และ 5) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน 50 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทาง

คณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ จำนวน 6 แผน  
 แบบทดสอบวัดสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ  
 เรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ และแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการ  
 จัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทาง  
 คณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ ผลการวิจัยพบว่า 1) สมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทาง  
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเพื่อพัฒนา  
 สมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้น  
 มัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนที่ระดับนัยระดับสำคัญ .05 2) สมรรถนะกลุ่มการ  
 เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้ง  
 ปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับ  
 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 ที่ระดับนัยสำคัญ .05  
 3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค  
 การตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ  
 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญ .05  
 4) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค  
 การตั้งปัญหาเพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ  
 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ 5)  
 นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการสร้างโจทย์ปัญหาเพื่อ  
 พัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้น  
 มัธยมศึกษาปีที่ 1 อยู่ในระดับมาก

### 2.7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Connor and Hawkins (1936, pp. 21-29) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการเรียนแบบ  
 ใช้เทคนิคการสร้างโจทย์ปัญหากับนักเรียนประถมศึกษา โดยการให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหา  
 ขึ้นมาด้วยตนเอง ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบการสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นมาด้วย  
 ตนเองมีความสามารถและทักษะในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตสูง

English (1997, pp. 39-49) ได้ศึกษาการสร้างโจทย์ปัญหาของนักเรียนเกรด 7 จาก  
 สถานการณ์เปิด มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) การติดตามการพัฒนาของปัญหามathematics นักเรียนเกรด 7 ในการสร้าง  
 โจทย์ปัญหาในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ 2) การติดตามการพัฒนาของเด็กแต่ละคนที่พวกเขามี

ส่วนร่วมในโปรแกรมการสอนในชั้นเรียนการสร้างปัญหาในระยะเวลา 3 เดือน) การตรวจสอบ การเปลี่ยนแปลงในการรับรู้ของเด็กและทัศนคติต่อการสร้างโจทย์ปัญหาและการแก้โจทย์ปัญหา และ 4) เพื่อระบุการเชื่อมโยงระหว่างนักเรียนความสามารถในการสร้างโจทย์ปัญหาและการแก้ โจทย์ปัญหา ผลการศึกษายังมีความต้องการที่จะสำรวจต่อไปการเชื่อมโยงระหว่างความสามารถ การสร้าง โจทย์ปัญหาและการแก้ โจทย์ปัญหาของเด็ก และจะต้องพิจารณาการออกแบบ ประสิทธิภาพการสอนในชั้นเรียน สามารถนำการเรียนรวมเข้ากับสถานการณ์การแก้ปัญหา การ คำนวณที่คุ้นเคย และมีความเกี่ยวข้องกับการสร้าง โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนของคอมพิวเตอร์ แต่ โครงสร้างปัญหา ไม่จำเป็นต้องซับซ้อน ความสามารถในการแก้ปัญหาก็ไม่คุ้นเคยปรากฏขึ้น เกี่ยวกับการสร้าง โจทย์ของปัญหาที่แตกต่างกันมากขึ้นและมีโครงสร้างซับซ้อน เราจำเป็นต้องมี ส่วนร่วมกับนักเรียนในช่วงของกิจกรรมการสร้างปัญหา ที่ดึงดูดความสนใจของพวกเขาทั้ง โครงสร้างการคำนวณที่ซับซ้อนของปัญหาที่พวกเขาสร้างและแก้ปัญหา ในเวลาเดียวกันพวกเขา จะต้องตระหนักในองค์ประกอบบริบทและวิธีการเหล่านี้ทั้งสองสามารถชัดเจนและเพิ่มการสร้าง ปัญหาและการแก้ไข

Leung (1997, pp. 5-24) ได้ศึกษาบทบาทของรูปแบบงานความรู้คณิตศาสตร์และ ความคิดสร้างสรรค์ในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ของการคาดหวังของครู โรงเรียน ประถมศึกษา วัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและนำไปใช้ในการวิเคราะห์ห้องความรู้โครงการเพื่อ ตรวจสอบการสร้าง โจทย์ปัญหาของกลุ่มครูในโรงเรียนประถมศึกษาในอนาคต การตัดสินใจที่จะ ใช้ครูผู้สอนเป็นวิชาในการศึกษาค้นคว้าอยู่บนพื้นฐานของความเชื่อว่ามันเป็นสิ่งสำคัญที่จะเข้าใจ การสร้าง โจทย์ปัญหาของพวกเขา ไม่เพียงเพราะพวกเขาเป็นตัวแทนของประชากรผู้ใหญ่ยังผู้ เริ่มต้นกำหนดปัญหาของคณิตศาสตร์ พบว่า ปัญหาที่เกิดขึ้น เป็นเพราะความเข้าใจในการสร้าง โจทย์ปัญหา พวกเขาสามารถช่วยส่งเสริมความสำคัญให้มากขึ้นในการแก้ โจทย์ปัญหาในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบปัญหาที่เกิดขึ้นในอนาคต การสร้าง โจทย์ปัญหาของครูใน โรงเรียนประถมศึกษา การทดสอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์กำหนดซึ่งรวมถึงความรู้ความเข้าใจ โครงการวิเคราะห์ที่ได้รับการพัฒนาและบริหาร

Cai (1998, pp. 37-50) ได้ศึกษาการสร้าง โจทย์ปัญหาและการแก้ โจทย์ปัญหาของ นักเรียนสหรัฐฯ และนักเรียนจีน มีวัตถุประสงค์เพื่อได้สำรวจการสร้าง โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแก้ ปัญหาของนักเรียนสหรัฐอเมริกา จำนวน 181 คนและนักเรียนจีน จำนวน 223 คน ซึ่ง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาเกรด 6 ส่วนหนึ่งเป็นความพยายามอย่างต่อเนื่องในการสำรวจของ นักเรียนสหรัฐฯ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพการทำงานกับนักเรียนจีน โดยการดำเนินการ วิเคราะห์ห้องความรู้ของการตอบสนองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่จะสร้าง โจทย์ปัญหาและการ



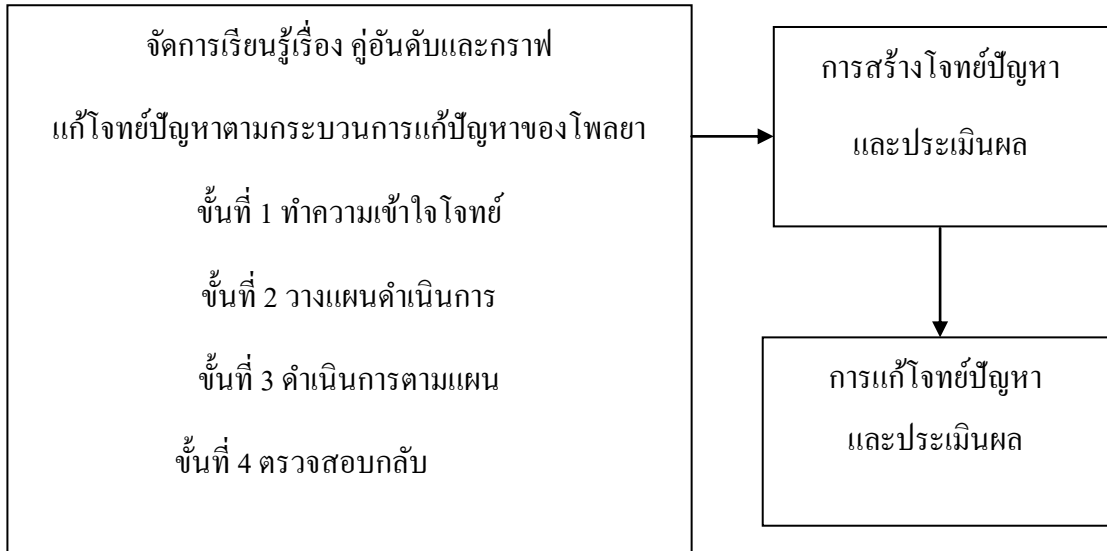
แก้โจทย์ปัญหา ผลการศึกษาครั้งนี้ให้หลักฐานเพิ่มเติมว่าในขณะที่นักศึกษาจีนมีประสิทธิภาพสูงกว่าสหรัฐฯ ในงานด้านการคำนวณ มีความแตกต่างกันมากและความแตกต่างระหว่างสหรัฐฯและนักศึกษาจีนในการปฏิบัติงานที่ค่อนข้างเกินจริง นอกจากนี้ผลการศึกษาครั้งนี้ชี้ให้เห็นว่าการเชื่อมโยงโดยตรงระหว่างการสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้โจทย์ปัญหาที่พบในการศึกษาก่อนหน้านี้สำหรับนักเรียนสหรัฐฯและจีนเป็นจริงเช่นกัน

Chua and Wong (2012, pp. 202-209) ได้ศึกษาลักษณะของการสร้างโจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 9 ในงานทางเรขาคณิต วัตถุประสงค์เพื่อสำรวจลักษณะการสร้างโจทย์ปัญหารายบุคคลของนักเรียน 480 คน เป็นนักเรียนเกรด 9 ของประเทศสิงคโปร์ ซึ่งเป็นปัญหาที่ตอบยากที่เกี่ยวกับทางเรขาคณิต นักเรียนถูกถามเพื่อก่อให้เกิดโจทย์ปัญหาสำหรับเพื่อนของพวกเขาที่จะแก้ปัญหา พบว่า การวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่เกิดขึ้นและแก้โจทย์ปัญหาได้จะขึ้นอยู่กับชนิดของโจทย์ปัญหา ข้อมูลของโจทย์ปัญหา และวิธีการแก้โจทย์ปัญหา ประเภทองค์ความรู้กับงานที่เปิดกว้าง นักเรียนมีแนวโน้มที่จะมีเงื่อนไขมากกว่าโจทย์ปัญหาของพวกเขาและการสร้างโจทย์ปัญหามากขึ้นด้วยสมมติฐานโดยปริยาย วิธีการค้นพบนี้สามารถนำไปสู่การวิจัยในสร้างโจทย์ปัญหารายบุคคลในโรงเรียนได้

Cheng (2013, pp. 162-169) ได้ศึกษาการสร้างโจทย์ปัญหาเพื่อทำความเข้าใจเรียนรู้ของเด็กของเศษส่วน วัตถุประสงค์เพื่อศึกษากิจกรรมในการสร้างโจทย์ปัญหา เพื่อช่วยสร้างความเข้าใจในการเรียนรู้ของเด็ก ๆ นอกเหนือจากการบวกเศษส่วนและผลลัพธ์ของเศษส่วนที่เหมาะสม พบว่า วิธีการที่เป็นปัญหาที่ง่าย สามารถสร้างโจทย์กิจกรรมที่จะช่วยให้ครูใช้เวลาไม่นานในการที่จะทำให้เด็กมองคำตอบของปัญหาได้อย่างง่ายดาย ความเข้าใจในแนวคิดเศษส่วนจะมีการหารือ ปัญหาที่เกิดจากการที่นักเรียนได้สำรวจและข้อมูลเชิงลึกในความเข้าใจของนักเรียนเศษส่วนที่ถูกระบุ ความพยายามจะช่วยนักเรียนในการเชื่อมโยงและจัดระบบของภาษาที่ใช้สำหรับแนวคิดเศษส่วนและแนวคิดของจำนวนทั้งหมด

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศ ในด้านความสัมพันธ์ของการสร้างโจทย์ปัญหากับการแก้ปัญหา พบว่า การสร้างโจทย์ปัญหาและการแก้ปัญหามีความเกี่ยวข้องกันคือนักเรียนที่สามารถสร้างโจทย์ปัญหาและหาคำตอบที่ถูกได้ ย่อมแสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหอย่างแท้จริง

## 2.8 กรอบการวิจัย



ภาพที่ 2.7 กรอบการวิจัย