

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัย เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

**ตอนที่ 1** ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องตรรกศาสตร์

**ตอนที่ 2** ผลศึกษาแนวความคิดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

#### **ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์**

ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำเสนอ ดังนี้

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 4.1

ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ดังแสดงในตารางที่ 4.2

#### ตารางที่ 4.1

แสดง ความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ

ผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์	จำนวน	คะแนนเต็ม (6 คะแนน)			
		นิรนัย $\bar{X}$	นิรนัย S. D.	อุปนัย $\bar{X}$	อุปนัย S. D.
สูง	16	5.00	0.91	5.25	0.72
ปานกลาง	11	4.45	0.49	4.91	0.67
ต่ำ	12	3.00	0.61	3.34	1.04
รวม	39				

จากตารางที่ 4.1 พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูง มีคะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยมีค่า  $\bar{X}$  เท่ากับ 5.00 มีค่า S.D เท่ากับ 0.91 และคะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยมีค่า  $\bar{X}$  เท่ากับ 5.25 มีค่า S.D เท่ากับ 0.72 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีคะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย มีค่า  $\bar{X}$  เท่ากับ 4.45 มีค่า S.D เท่ากับ 0.49 และคะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยมีค่า  $\bar{X}$  เท่ากับ 4.91 มีค่า S.D เท่ากับ 0.49 เฉลี่ยเท่ากับ 0.67 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีคะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย มีค่า  $\bar{X}$  เท่ากับ 3.00 มีค่า S.D เท่ากับ 0.61 และคะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย มีค่า  $\bar{X}$  เท่ากับ 3.34 มีค่า S.D เท่ากับ 1.04

#### ตารางที่ 4.2

ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์	การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย	การแปลความหมาย	การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย	การแปลความหมาย
	สูง	0.78*	ระดับสูง	0.91*
ปานกลาง	0.78*	ระดับสูง	0.88*	ระดับสูงมาก
ต่ำ	0.94*	ระดับสูงมาก	0.88*	ระดับสูงมาก

หมายเหตุ. \*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากตารางที่ 4.2 พบว่า ความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย กับ ผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ อยู่ในระดับระดับสูง สูงมาก และสูงมากตามลำดับ มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.78 , 0.78 และ 0.94 ตามลำดับ และความสัมพันธ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอุปนัยกับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ อยู่ในระดับระดับสูงมากทั้งหมด มีค่าสัมประสิทธิ์ เท่ากับ 0.91, 0.88 และ 0.88 ตามลำดับ

สรุปตอนที่ 1 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ มีความสัมพันธ์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูงมาก นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูง และปานกลาง มีความสัมพันธ์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยอยู่ในระดับสูง และ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีความสัมพันธ์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยอยู่ในระดับสูงมาก นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ มีความสัมพันธ์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยอยู่ในระดับสูงมากทั้งหมด

## ตอนที่ 2 ผลศึกษาแนวคิดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนกรณีศึกษาจำนวน 9 คน เพื่อศึกษาแนวคิดในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ แบบนิรนัยและอุปนัย ผลปรากฏดังนี้

### ผลการสัมภาษณ์จากการทำแบบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์

ผลการสัมภาษณ์จากการทำแบบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ ประกอบไปด้วย 1 แนวคิดในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ แบบนิรนัย 2 แนวคิดในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ แบบอุปนัย มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 1. แนวคิดในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ แบบนิรนัย

ตัวอย่าง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

จากแบบทดสอบข้อที่ เจงใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อ พิจารณาข้อความต่อไปนี้ พร้อมเขียนแผนภาพและตรวจสอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

A. เหตุ 1. ผู้หญิงทุกคนนั่งกางเกง

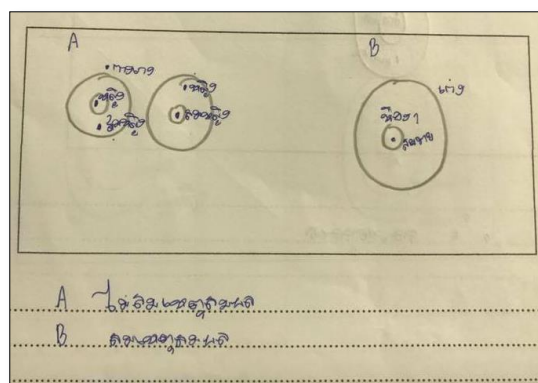
2. สมหญิงนั่งกางเกง

ผล สมหญิงเป็นผู้หญิง

B. เหตุ 1. เด็กห้อง 1 เรียนเก่ง

2. สมชายอยู่ห้อง 1

ผล สมชายเรียนเก่ง



ภาพที่ 4.1 แสดงงานเขียนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

จากผลการทำแบบทดสอบของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถให้ เหตุผลทางตรรกศาสตร์ได้ถูกต้อง สมบูรณ์ ครบถ้วน

การวิเคราะห์การสัมพัทธ์จากแบบสัมพัทธ์ถึง โครงสร้าง มีรายละเอียดดังนี้

ผู้วิจัย : จากการอ้างเหตุผลข้างต้นนักเรียนอธิบายแผนภาพที่เขียน

นักเรียน : A เหตุ 1. ผู้หญิงทุกคนนั่งกางเกง หนูคิดว่า ผู้หญิงน่าจะอยู่ในวงกลมนั่งกางเกงแล้วก็ 2. สมหญิงนั่งกางเกง แสดงว่าสมหญิงอยู่ในวงกลมผู้หญิงหรืออยู่ในนั่งกางเกงแต่ ไม่ได้อยู่ในวงกลมผู้หญิง ดังนั้น A จึงมีแผนภาพสองรูปค่ะ

ผู้วิจัย : การอ้างเหตุผลข้อ A เป็นอย่างไรค่ะ

นักเรียน : ผลบอกว่าสมหญิงเป็นผู้หญิง ดังนั้นไม่สมเหตุสมผลค่ะเพราะว่า สมหญิงอาจจะไม่ใช่ผู้หญิงก็ได้

ผู้วิจัย : แล้ว B ละค่ะ

นักเรียน : ข้อ B เหตุ 1. เด็กห้อง 1 เรียนเก่ง วงกลมข้างในเป็นเด็กห้อง 1 ส่วน วงกลมข้างนอกเป็นเรียนเก่งค่ะ เหตุที่ 2. สมชายอยู่ห้อง 1 ดังนั้นสมชายเรียนเก่ง ข้อนี้สมเหตุสมผล ค่ะ

ผู้วิจัย : จากการอ้างเหตุผลข้างต้นสรุปได้ว่าอย่างไรคะ

นักเรียน : A ไม่สมเหตุสมผล และ B สมเหตุสมผล ค่ะ

การวิเคราะห์การสัมภาษณ์ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง พบว่านักเรียนสามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล ข้อเท็จจริง และสร้างแผนภาพถูกต้องครบถ้วน เนื่องจากนักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลที่ดี ใช้ประสบการณ์ในห้องเรียนนำมาใช้ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่าง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

จากแบบทดสอบข้อที่ 1 จงใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อ พิจารณาข้อความต่อไปนี้ พร้อมเขียนแผนภาพและตรวจสอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

A. เหตุ 1. ผู้หญิงทุกคนนุ่งกางเกง

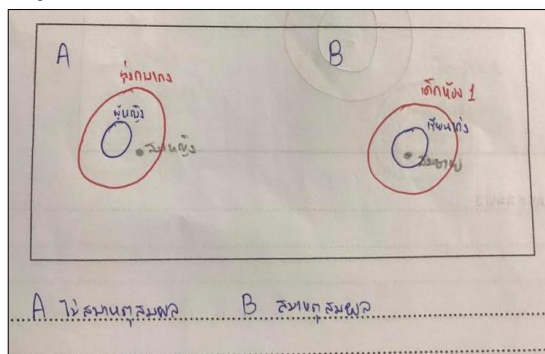
2. สมหญิงนุ่งกางเกง

ผล สมหญิงเป็นผู้หญิง

B. เหตุ 1. เด็กห้อง 1 เรียนเก่ง

2. สมชายอยู่ห้อง 1

ผล สมชายเรียนเก่ง



ภาพที่ 4.2 แสดงงานเขียนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

จากงานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

การวิเคราะห์การสัมภาษณ์จากแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง มีรายละเอียดดังนี้

ผู้วิจัย : จากการอ้างเหตุผลข้างต้นนักเรียนอธิบายแผนภาพที่เขียน

นักเรียน : A เหตุ 1. ผู้หญิงทุกคนนุ่งกางเกง หนูคิดว่า ผู้หญิงน่าจะอยู่ในวงกลมนุ่งกางเกงแล้วก็ 2. สมหญิงนุ่งกางเกง แสดงว่าสมหญิงอยู่ในวงกลมนุ่งกางเกง

ผู้วิจัย : การอ้างเหตุผลข้อ A เป็นอย่างไรคะ

นักเรียน : ผลบอกว่าสมหญิงเป็นผู้หญิง ดังนั้นไม่สมเหตุสมผลคะ

ผู้วิจัย : แล้ว B ละคะ

นักเรียน : ข้อ B เหตุ 1. เด็กห้อง 1 เรียนเก่ง วงกลมข้างในเป็นเรียนเก่ง ส่วนวงกลมข้างนอกเป็นเด็กห้อง 1 ค่ะ แล้วก็ สมชายอยู่ห้อง 1 ดังนั้นสมชายอยู่ในเรียนเก่ง

ผู้วิจัย : การอ้างเหตุผลข้อ B เป็นอย่างไรคะ

นักเรียน : B สมเหตุสมผล ค่ะ

ผู้วิจัย : จากการอ้างเหตุผลข้างต้นสรุปได้ว่าอย่างไรคะ

นักเรียน : A ไม่สมเหตุสมผล และ B สมเหตุสมผล ค่ะ

การวิเคราะห์การสัมภาษณ์ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง พบว่านักเรียนสามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล ข้อเท็จจริง และสร้างแผนภาพได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ยังเกิดความสับสนอยู่ขาดทักษะและประสบการณ์ และขาดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้สร้างแผนภาพได้ไม่ครบถ้วน

ตัวอย่าง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

จากแบบทดสอบข้อที่ 1 จงใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อ พิจารณาข้อความต่อไปนี้ พร้อมเขียนแผนภาพและตรวจสอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

A. เหตุ 1. ผู้หญิงทุกคนนุ่งกางเกง

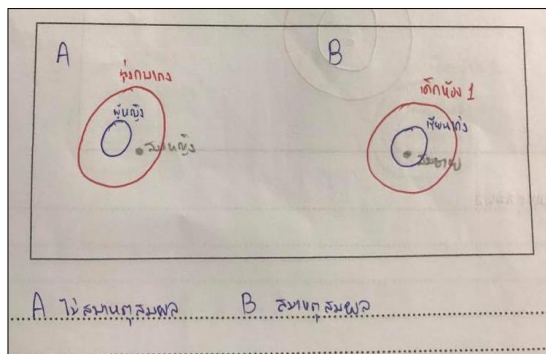
2. สมหญิงนุ่งกางเกง

ผล สมหญิงเป็นผู้หญิง

B. เหตุ 1. เด็กห้อง 1 เรียนเก่ง

2. สมชายอยู่ห้อง 1

ผล สมชายเรียนเก่ง



ภาพที่ 4.3 แสดงงานเขียนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

จากงานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์การอ้างเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผลหรือไม่ชัดเจน

การวิเคราะห์การสัมพัทธ์จากแบบสัมพัทธ์กึ่งโครงสร้าง มีรายละเอียดดังนี้

ผู้วิจัย : จากการอ้างเหตุผลข้างต้นนักเรียนอธิบายแผนภาพที่เขียน

นักเรียน : A เหตุ 1. ผู้หญิงทุกคนนั่งกางเกง หนูคิดว่า ผู้หญิงน่าจะอยู่ในวงกลมนั่งกางเกงแล้วที่ 2. สมหญิงนั่งกางเกง ผลสมหญิงเป็นผู้หญิง

ผู้วิจัย : การอ้างเหตุผลข้อ A เป็นอย่างไรคะ

นักเรียน : ดั่งนั้นสมเหตุสมผลค่ะ เพราะสมหญิงเป็นผู้หญิงไม่ใช่ผู้ชาย

ผู้วิจัย : แล้ว B หละคะ

นักเรียน : ข้อ B เหตุ 1. เด็กห้อง 1 เรียนเก่ง วงกลมข้างนอกเป็นห้อง 1 ข้างในเป็นเรียนเก่ง ค่ะ สมชายอยู่ห้อง 1 ดั่งนั้นสมชายอยู่ในเรียนเก่ง

ผู้วิจัย : การอ้างเหตุผลข้อ B เป็นอย่างไรคะ

นักเรียน : B สมเหตุสมผล ค่ะ

ผู้วิจัย : จากการอ้างเหตุผลข้างต้นสรุปได้ว่าอย่างไรคะ

นักเรียน : A สมเหตุสมผล และ B สมเหตุสมผล ค่ะ

การวิเคราะห์การสัมพัทธ์ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ พบว่านักเรียนสามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล ข้อเท็จจริง และสร้างแผนภาพได้ แต่ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ และเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผลเนื่องจากนักเรียนขาดประสบการณ์ในการนึก

ภาพ ยังเกิดความสับสนของโจทย์ ไม่สามารถเชื่อมโยงประสบการณ์ในห้องเรียนและในชีวิตจริงมาช่วยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

## 2. แนวคิดในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอุปนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์

ตัวอย่าง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบนิรนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

จากแบบทดสอบข้อที่ 1 ประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  ให้นักเรียนแสดงตารางค่าความจริง และพิจารณาว่าประพจน์นี้มีค่าความจริงเป็นจริงกี่กรณี

p	q	r	$q \vee r$	$p \rightarrow (q \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	F	T

ภาพที่ 4.4 แสดงงานเขียนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอุปนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

จากงานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ได้ถูกต้อง สมบูรณ์ ครบถ้วน

การวิเคราะห์การสัมพัทธ์จากแบบสัมพัทธ์ถึงโครงสร้าง มีรายละเอียดดังนี้

ผู้วิจัย : จากการอ้างเหตุผลข้างต้นนักเรียนอธิบายตารางค่าความจริงที่เขียน

นักเรียน : จากประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  มี 3 ประพจน์ คือ p, q และ r มีกรณีเกี่ยวกับค่าความจริงที่จะพิจารณา 8 กรณี โดย ประพจน์ p ก็จะแบ่งเป็น จริง 4 กรณีและเท็จ 4 กรณี ประพจน์ q ก็จะแบ่งเป็นจริง 2 กรณี เท็จ 2 กรณีสลับกันไปจนครบ 8 กรณี และประพจน์ r ก็ จะแบ่งเป็นจริง เท็จ สลับกันไปจนครบ 8 กรณีค่ะ

ผู้วิจัย : หลังจากนั้นทำอย่างไรต่อค่ะ

นักเรียน : นำประพจน์  $(q \vee r)$  มาเขียนในตารางค่าความจริงหรืออาร์ เท็จและเท็จจะได้เท็จกรณีเดียวที่นอกนั้นเป็นจริงหมดประพจน์  $(q \vee r)$  จะได้ค่าความจริงเป็น T T T F T T T F

ผู้วิจัย : ตารางช่องสุดท้ายหละค่ะ



นักเรียน : เอาประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  มาเขียน แล้วไปดูตาราง  $p$  กับตาราง  $(q \vee r)$  สองประพจน์เชื่อด้วย “ถ้าแล้ว”  $T$  และ  $F$  เป็นเท็จนอกนั้นเป็นจริงหมด ดังนั้นประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  มีค่าความจริง 7 กรณีค่ะ

การวิเคราะห์การสัมภาษณ์ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง พบว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล ข้อเท็จจริง และสร้างตารางค่าความจริงได้ถูกต้อง ครบถ้วน เนื่องจากนักเรียนมีความรู้ด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ มีทักษะการให้เหตุผลที่ดี สามารถเชื่อมโยงประโยชน์คุณลักษณะทางตรรกศาสตร์มาใช้ในตารางค่าความจริงได้

ตัวอย่าง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ แบบอุปนัย ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

จากแบบทดสอบข้อที่ 1 ประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  ให้นักเรียนแสดงตารางค่าความจริง และพิจารณาว่าประพจน์นี้มีค่าความจริงเป็นจริงกี่กรณี

p	q	r	$(q \vee r)$	$p \rightarrow (q \vee r)$
T	T	T	F	F
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	T	T

ประมาณนี้มีค่าความจริง 7 กรณี

ภาพที่ 4.5 แสดงงานเขียนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอุปนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

จากงานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

การวิเคราะห์การสัมภาษณ์จากแบบสัมภาษณ์ถึงโครงสร้าง มีรายละเอียดดังนี้

ผู้วิจัย : จากการอ้างเหตุผลข้างต้นนักเรียนอธิบายตารางค่าความจริงที่เขียน

นักเรียน : จากประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  มี 3 ประพจน์ คือ  $p$ ,  $q$  และ  $r$  มีกรณีเกี่ยวกับค่าความจริงที่จะพิจารณา 8 กรณี โดย ประพจน์  $p$  ก็จะแบ่งเป็น จริง 4 กรณีและเท็จ 4

กรณี ประพจน์  $q$  ก็จะแบ่งเป็นจริง 2 กรณี เท็จ 2 กรณี สลับกันไปจนครบ 8 กรณี และประพจน์  $r$  ก็  
จะแบ่งเป็นจริง เท็จ สลับกันไปจนครบ 8 กรณีค่ะ

ผู้วิจัย : หลังจากนั้นทำอย่างไรต่อค่ะ

นักเรียน : นำประพจน์  $(q \vee r)$  มาเขียนในตารางค่าความจริงหรืออาร์ จริงและจริงจะ  
ได้เท็จกรณีเดียวที่เหลือเป็นจริง จะได้ค่าความจริงเป็น F T T T F T T T

ผู้วิจัย : ตารางช่องสุดท้ายหะละค่ะ

นักเรียน : เอาประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  มาเขียน แล้วไปดูตาราง  $p$  กับตาราง  
 $(q \vee r)$  สองประพจน์เชื่อด้วย “ถ้าแล้ว” T และ F เป็นเงื่อนไขนอกนั้นเป็นจริงหมด ดังนั้นประพจน์  
 $p \rightarrow (q \vee r)$  มีค่าความจริง 7 กรณีค่ะ

การวิเคราะห์การสัมพัทธ์ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ตรรกศาสตร์ แบบอุปนัย ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง พบว่า  
นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล ข้อเท็จจริง และสร้างตารางค่าความจริง  
ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ เนื่องจาก การคิดนั้นอาจเกิดจากสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับ  
รวมกับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ แต่ยังขาดประสบการณ์ในการให้เหตุผลจึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่  
คลาดเคลื่อน

ตัวอย่าง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ แบบอุปนัย ของนักเรียน  
ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

จากแบบทดสอบข้อที่ 1 ประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  ให้นักเรียนแสดงตารางค่าความจริง  
และพิจารณาว่าประพจน์นี้มีค่าความจริงเป็นจริงกี่กรณี

$p$	$q$	$r$	$q \vee r$	$p \rightarrow (q \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	T	T
F	F	F	F	T
F	T	T	F	F
F	T	F	T	T

ดังนั้น เป็นจริง 5 กรณี

ภาพที่ 4.6 แสดงงานเขียนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอุปนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์  
ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

จากงานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ การอ้างเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผลหรือไม่ชัดเจน

การวิเคราะห์การสัมพันธ์จากแบบสัมพันธ์ถึงโครงสร้าง มีรายละเอียดดังนี้

ผู้วิจัย : จากการอ้างเหตุผลข้างต้นนักเรียนอธิบายตารางค่าความจริงที่เขียน

นักเรียน : จากประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  มี 3 ประพจน์ ดังนั้นมี 6 กรณีครับ ช่องแรก  $p$  จะได้ จริง จริง จริง เท็จ เท็จ เท็จ ช่องที่สอง  $q$  จะได้ จริง จริง เท็จ เท็จ จริง จริง ช่องที่สาม  $r$  จริง เท็จ จริง เท็จ จริง ครับ

ผู้วิจัย : หลังจากนั้นทำอย่างไรต่อคะ

นักเรียน : ต่อมา  $(q \vee r)$  จะได้ จริง เท็จ จริง จริงเท็จ จริงครับ

ผู้วิจัย : ตารางช่องสุดท้ายหาคะ

นักเรียน : ช่องสุดท้ายจากโจทย์จะได้ จริง จริง จริง จริง เท็จ จริง ครับ

ผู้วิจัย : ประพจน์นี้มีค่าความจริงเป็นจริงกี่กรณีคะ

นักเรียน : 6 กรณีครับ

การวิเคราะห์การสัมพันธ์ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย เรื่อง ตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ พบว่านักเรียนสามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล ข้อเท็จจริง และสร้างตารางค่าความจริงได้ แต่ไม่ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ เนื่องจาก การคิดนั้นอาจเกิดจากสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับร่วมกับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ แต่ยังไม่ขาดประสบการณ์ในการให้เหตุผลจึงทำให้สร้างตารางค่าความจริงได้ไม่ครบถ้วนและเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สรุปตอนที่ 2 ผลศึกษาแนวทางการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงจะมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง สมบูรณ์ ครบถ้วน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางจะมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำจะมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การอ้างเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผลหรือไม่ชัดเจน