บทที่ 2

การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธสักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
4. แบบทดสอบ
5. การสัมภาษณ์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
7. กรอบแนวคิดการวิจัย

2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิตตามศักยภาพ สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น (กระทรวงศึกษาธิการ 2551,น.1)

2.1.1 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation)ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต : แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.1.3 คุณภาพนักเรียนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว นักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์พัฒนาคุณภาพชีวิต

ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาระดับที่สูงขึ้นไป

1) มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้

2) มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นได้แก่ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

3) มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

2.1.4 คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะหาค่า ประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลเข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สรุปได้ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นหลักสูตรแกนกลางของประเทศ โดยกำหนดจุดหมาย และมาตรฐานการเรียนรู้ ในการพัฒนาให้ผู้เรียนเป็นคนดี มีปัญญา มีคุณภาพชีวิตที่ดี ซึ่งคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง ประกอบไปด้วยสาระการเรียนรู้ จำนวน 6 สาระ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.1.5 คำอธิบายรายวิชา

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีคำอธิบายรายวิชา ดังนี้ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 31101 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 40 ชั่วโมง จำนวน 1 หน่วยกิต ศึกษาความรู้เกี่ยวกับเรื่องเซตและการดำเนินการของเซต แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ แสดงเซตและนำไปใช้แก้ปัญหา การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ความสมเหตุสมผลการให้เหตุผล

โดยใช้แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ ความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง ความหมายและการหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ

การคูณ และ การหารจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน การไม่เท่ากัน การแก้สมการและอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสองโดยจัดประสบการณ์ กิจกรรม หรือโจทย์ปัญหาที่ส่งเสริมการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการคิดคำนวณ การให้เหตุผล การวิเคราะห์ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ

เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจ ความคิดรวบยอด ใฝ่รู้ใฝ่เรียน มีระเบียบวินัย มุ่งมั่นในการทำงานอย่างมีระบบ ประหยัด ซื่อสัตย์ มีวิจารณญาณ รู้จักนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการดำรงชีวิตได้อย่างพอเพียง รวมทั้งมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

การวัดและประเมินผลใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด ตามตัวชี้วัด ดังต่อไปนี้

รหัสตัวชี้วัด

ค 1.1 ม 4/ 1 ค 1.1 ม 4/ 2 ค 1.2 ม 4/ 1 ค 1.4 ม 4/ 1
ค 4.1 ม 4/ 1 ค 4.1 ม 4/ 2 ค 4.2 ม 4/ 1 ค 4.2 ม 4/ 2
ค 4.2 ม 4/ 3
ค 6.1 ม 4/ 1 ค 6.1 ม 4/ 2 ค 6.1 ม 4/ 3
ค 6.1 ม 4/ 4 ค 6.1 ม 4/ 5 ค 6.1 ม 4/ 6

รวม 15 ตัวชี้วัด

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีคำอธิบายรายวิชา ดังนี้

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 31201 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 40 ชั่วโมง จำนวน 1 หน่วยกิต ศึกษาความรู้เกี่ยวกับเรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ประพจน์ การเชื่อมประพจน์ และการหาค่าความจริงของประพจน์ การสร้างตารางค่าความจริง สัจนิรันดร์ รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน ข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ การอ้างเหตุผล ระบบจำนวนจริง จำนวนจริง การเท่ากัน การบวก การลบ การคูณ และการหารในระบบจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว สมการการไม่เท่ากัน ช่วงและการแก้อสมการ ค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น สมบัติของจำนวนเต็ม สมบัติการหารลงตัว การจำแนกจำนวนเต็มโดยใช้สมบัติการหารลงตัว การจำแนกจำนวนเต็มโดยสมบัติการหารลงตัว ขั้นตอนวิธีการหารจำนวนเฉพาะ การหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

โดยจัดประสบการณ์ กิจกรรม หรือ โจทย์ปัญหาที่ส่งเสริมการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการคิดคำนวณ การให้เหตุผล การวิเคราะห์ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ

เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจ ความคิดรวบยอด ใฝ่รู้ใฝ่เรียน มีระเบียบวินัยมุ่งมั่นในการทำงานอย่างมีระบบ ประหยัด ซื่อสัตย์ มีวิจารณญาณ รู้จักนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการดำรงชีวิตได้อย่างพอเพียง รวมทั้งมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้

1. หาค่าความจริงของประพจน์ได้
2. หารูปแบบของประพจน์ที่สมมูลได้
3. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้สมเหตุสมผลหรือไม่
4. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ จำนวนจริง
5. นำสมบัติต่างๆเกี่ยวกับจำนวนจริงและการดำเนินการไปใช้ได้
6. แก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสี่ได้
7. แก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ได้
8. แก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มดีกรีไม่เกินสาม
9. เข้าใจสมบัติของจำนวนเต็ม
10. นำสมบัติของจำนวนเต็มไปใช้ในการให้เหตุผลเกี่ยวกับการหารลงตัวได้

รวมทั้งหมด 10 ผลการเรียนรู้

2.1.6 โครงสร้างรายวิชา

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 31101 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 40 ชั่วโมง จำนวน 1 หน่วยกิต

ตารางที่ 2.1

โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 31101 *ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559*

ลำดับ	หน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
1	เซต	ค 4.1 ค 4.2 ค 6.1	- เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern)ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันน -ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematica mode) อื่นๆแทน สถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา -มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทาง คณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	18
2	การให้เหตุผล	ค 4.1 ค 6.1	- เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern)ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน -มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทาง คณิตศาสตร์ และกาเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	6
3	**จำนวนจริง**	ค 1.1 ค 1.2 ค 1.4	- เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง - เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการ	16

(ต่อ)

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

ลำดับ	หน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
		ค 6.1	ดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา - เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ - มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	
			รวม	40

2.1.7 ตรรกศาสตร์

คำว่า “ตรรกศาสตร์” มีรากศัพท์มาจากภาษาสันสกฤต คือ ตรก + ศาสตร์ โดยที่ ตรก หมายถึง ความรู้ นั่นคือ ถ้าแปลตรงตามรากศัพท์ ตรรกศาสตร์ หมายถึง ความรู้ที่ว่าด้วยการตรึกตรอง ส่วนคำที่มีความหมายตรงกันในภาษาอังกฤษ คือ “Logic” มีรากศัพท์มาจากภาษากรีก คือ Logos หมายถึงการเจรจา หรือการสนทนาอย่างมีเหตุผล จึงสามารถกล่าวได้ว่า ตรรกศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยหลักเกณฑ์ และวิธีการในการอ้างเหตุผล

การอ้างเหตุผล (Arguments) เป็นกระบวนการการคิดของมนุษย์ และสื่อความหมาย กับผู้อื่นด้วยภาษา ซึ่งจะประกอบด้วย ข้อความ หรือประโยคกลุ่มหนึ่งที่ยกขึ้นมาเพื่อสนับสนุนให้ได้ข้อความ หรือประโยคที่ตามมา

เรียกข้อความกลุ่ม แรกว่า “ข้ออ้าง” หรือ “หลักการทั่วไป” และเรียกข้อความที่ตามมาว่า “ข้อสรุป” หรือ “ข้อยุติ” เช่น สิ่งที่มีชีวิตทุกชนิดต้องการอาหารและแบคทีเรียเป็นสิ่งมีชีวิต (หลักการทั่วไป) ดังนั้นแบคทีเรียต้องการอาหาร (ข้อยุติ)

ข้อความแต่ละข้อความของการอ้างเหตุผล จะอยู่ในรูปข้อความที่แสดงความคิดเห็นเพื่อเป็นการยืนยัน หรือปฏิเสธ และมีคุณค่าที่เป็นจริง (True) หรือ เท็จ (False) อย่างหนึ่งอย่างใด ซึ่งแต่ละข้อความจะประกอบด้วยคำนาม และคำกริยาถ้าคำนามเป็นพจน์ที่มีความหมายกินความเพียงหน่วยเดียว จะเรียกว่า “ข้อความเอกพจน์” (Singular Statements) และถ้าคำนามเป็นพจน์ที่มีความหมายกินความมากกว่าหนึ่งหน่วย จะเรียกว่า“ข้อความบ่งปริมาณ” (Quantified Statements) เช่น

“1 เป็นจำนวนเต็ม” เป็นข้อความเอกพจน์

“จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ” เป็นข้อความบ่งปริมาณ

การอ้างเหตุผลแบบนิรนัยและการอ้างเหตุผลแบบอุปนัย (Deductive Arguments and Inductive Argument) กระบวนการของการอ้างเหตุผลนั้นเป็นการหาความจริงข้อใหม่ โดยการอ้างจากความจริงที่มีอยู่ ซึ่งแบ่งออกได้เป็น 2 วิธีคือ

1. การอ้างเหตุผลแบบนิรนัย

2. การอ้างเหตุผลแบบอุปนัย

การอ้างเหตุผลแบบนิรนัย เป็นการอ้างเหตุผลที่ข้อยุติต้องเป็นไปเช่นนั้นอย่างแน่นอนโดยหลีกเลี่ยงไม่ได้หรือหลักการทั่วไปบังคับให้เกิดข้อยุติแบบนั้น อาจกล่าวได้ว่าเป็นการอ้างเหตุผลจากข้อสรุปทั่วไปซึ่งเป็นส่วนรวมไปสนับสนุนข้อยุติเฉพาะหน่วย ซึ่งถ้าข้อยุติที่มีอยู่เดิมเป็นจริงแล้วข้อยุติต้องเป็นจริงอย่างแน่นอน เช่น

2.1 แมวทุกตัวเป็นสัตว์เลี้ยงและสัตว์ทุกตัวเป็นสัตว์ที่ไม่ดุร้ายดังนั้นแมวทุกตัวเป็นสัตว์ที่ไม่ดุร้าย

2.2 การพนันทุกชนิดเป็นอบายมุข และอบายมุขเป็นเหตุแห่งความเสื่อม เพราะฉะนั้น การพนันทุกชนิดเป็นเหตุแห่งความเสื่อม

จากตัวอย่างทั้งสอง จะพบว่าเป็นการอ้างเหตุผลที่ข้อยุติจะมาจากหลักการทั่วไป ดังนั้นจึงเป็นการอ้างเหตุผลแบบนิรนัย

ส่วนการอ้างเหตุผลแบบอุปนัยเป็นการอ้างเหตุผลที่ข้อยุติจะกว้างคลุมทั่วไปกว่าข้อสรุปเดิมที่มีอยู่หรือข้อสรุปกล่าวเฉพาะเนื้อหาบางส่วน บางตัวอย่าง หรือบางกรณี แต่ข้อยุติจะกล่าวคลุมทั่วไปหมดทั้งหมด การอ้างเหตุแบบอุปนัยนั้น อาจเป็นไปได้ที่ข้อยุติเป็นเท็จ ทั้งๆที่เหตุเป็นจริงและการอ้างเหตุเป็นไปตามหลักเกณฑ์ ดังนั้นข้อยุติของการอ้างเหตุผลจึงเป็นข้อยุติที่น่าจะเป็นไปได้เท่านั้น เช่น

1. จากการสังเกตพบว่า นกพิราบทุกตัวเป็นสัตว์ที่บินได้ นกเขาทุกตัวเป็นสัตว์ที่บินได้นกเอี้ยงทุกตัวเป็นสัตว์ที่บินได้ ดังนั้นนกทุกชนิดเป็นสัตว์ที่บินได้

2. จากการพิจารณาพบว่า

12 + 1 หารด้วย 2 ลงตัว

22 + 2 หารด้วย 2 ลงตัว

32 + 3 หารด้วย 2 ลงตัว

ดังนั้น สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n จะได้ว่า n2 + n หารด้วย 2 ลงตัว จากทั้งสองตัวอย่างจะพบว่าเป็นการอ้างเหตุผลแบบอุปนัยแต่อย่างไรก็ตาม การอ้างเหตุแบบอุปนัยเป็นพื้นฐานที่สำคัญในวิธีการทางวิทยาศาสตร์(Scientific method) ตรรกศาสตร์นิรนัย และตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ (Deductive Logic and symbolic Logic) หลักเกณฑ์และวิธีการของการอ้างเหตุผลแบบนิรนัย จะเรียกว่า “ตรรกศาสตร์นิรนัย”ซึ่งสิ่งที่น่าสำคัญในการอ้างเหตุผลแบบนิรนัย คือ “ข้อความเชิงตรรก” (Syllogism) ข้อความเชิงตรรกบทหนึ่งๆ จะประกอบด้วยข้อความ 3 ข้อความ โดยที่ 2 ข้อความแรกเป็นข้อตั้งและอีกข้อความหนึ่งเป็นข้อยุติ เช่น

สัตว์เลี้ยงทุกตัวเป็นสัตว์ที่ไม่ดุร้าย

แมวทุกตัวเป็นสัตว์เลี้ยง

ดังนั้น แมวทุกตัวเป็นสัตว์ที่ไม่ดุร้าย

พจน์ที่เป็นคำนามตามหลังคำกริยาในข้อยุติจะเรียกว่า "พจน์หลัก" (Major term) ส่วนพจน์ที่เป็นคำนามต้นประโยคในข้อยุติ จะเรียกว่า "พจน์รอง" (Minor term) และพจน์ที่ปรากฏร่วมกันของหลักการทั่วไปทั้งสองจะเรียกว่า "พจน์กลาง" (Middle term) หลักการทั่วไปที่มีพจน์หลัก จะเรียกว่า "เหตุใหญ่" (Major Premise) และหลักการทั่วไปที่มีพจน์รอง จะเรียกว่า "เหตุย่อย" (Minor Premise)

จากตัวอย่างข้างต้น สัตว์ที่ไม่ดุร้าย เป็นพจน์หลัก แมว เป็นพจน์รอง และ สัตว์เลี้ยง เป็นพจน์กลาง ส่วนเหตุใหญ่คือ ข้อสรุปข้อความแรก และข้อสรุปข้อความที่สองจะเป็นเหตุย่อย ข้อความเชิงตรรก จะมีคุณค่า หรือค่าความจริง (Truth Values) ในตัวเอง คือ มีค่าความจริง
เป็นจริง หรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่ง

การพิจารณาข้อความเชิงตรรกหนึ่งๆจะไม่พิจารณาว่าเป็นจริงหรือเท็จ แต่จะพิจารณาว่าข้อความเชิงตรรกนั้นประกอบกันเข้าอย่างถูกต้อง ตามหลักเกณฑ์หรือไม่ นั่นคือ ถ้าหลักการทั่วไปที่ระบุนั้นบังคับ หรือทำให้เกิดข้อยุติอย่างที่ระบุไว้อย่างแน่นอน จะกล่าวว่าเป็น ข้อความเชิง

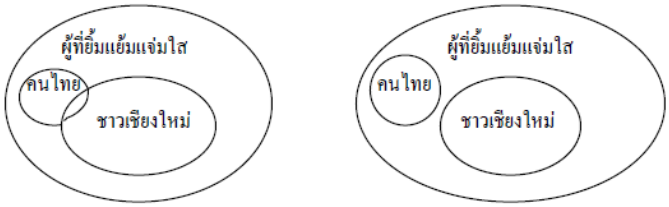
ตรรกที่ถูกต้องสมเหตุสมผล (Valid) แต่ถ้าหลักการทั่วไปที่ระบุไม่ได้เป็นสิ่งที่บังคับ หรือทำให้เกิดข้อยุติที่ระบุไว้ จะกล่าวว่า เป็นข้อความเชิงตรรกที่ไม่ถูกต้องสมเหตุสมผล (Invalid)

ข้อความเชิงตรรกหนึ่งๆ สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลได้ โดยใช้แผนภาพของ Euler (Euler's diagram) ซึ่งมีวิธีการคือ เขียนวงกลมแทนเซตในข้อตั้งที่กำหนดแล้วพิจารณาว่าหลักการทั่วไปบังคับให้เกิดข้อยุติเช่นนั้นหรือไม่เช่น

คนไทยทุกคนเป็นผู้ยิ้มแย้มแจ่มใส

ชาวไทยทุกคนเป็นผู้ยิ้มแย้มแจ่มใส

ดังนั้น ชาวเชียงใหม่ทุกคนเป็นคนไทย



***ภาพที่* 2.1** แสดงการเขียนแผนภาพของ Euler (Euler's diagram) ในการหาคำตอบ ปรับปรุงมาจาก *ตรรกวิทยาทั่วไป*, (น.30) ,โดย กีรติ บุญเจือ (2520), ไทยวัฒนาพานิช.

จากเหตุใหญ่ จะได้ว่าเซตของคนไทยถูกบรรจุในเซตของผู้ที่ยิ้มแย้มแจ่มใส และจากเหตุย่อย ทำให้เซตของชาวเชียงใหม่ถูกบรรจุในเซตของผู้ที่ยิ้มแย้มแจ่มใส แต่ไม่มีข้อสรุปข้อใดที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างเซตของคนไทยกับเซตของชาวเชียงใหม่ ดังนั้นข้อยุติของการอ้างเหตุผลจึงไม่สมเหตุสมผล

การพิจารณาความสมเหตุสมผล อาจพิจารณาจากความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ดังนี้

1. ข้อความเชิงตรรกที่ถูกต้องสมเหตุสมผล จะมีพจน์กลางกระจาย (หรือกินความหมายครบทุกหน่วย) อย่างน้อย 1 ครั้ง เพราะพจน์กลางเป็นตัวช่วยให้โยงหาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์หลัก และพจน์รอง เช่น

จำนวนอตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

π เป็นจำนวนอตรรกยะ

ดังนั้น π เป็นจำนวนจริง

พจน์กลาง จำนวนอตรรกยะ กระจายในหลักการทั่วไปของประโยคแรก จึงเป็นข้อความเชิงตรรกที่สมเหตุสมผล

2. สำหรับข้อความเชิงตรรกที่สมเหตุสมผล พจน์ที่กระจายในข้อยุติ จะต้องกระจายในหลักการทั่วไป เพราะจะสรุปพจน์นั้นอย่างทั่วถึงกันได้ ต่อเมื่อพจน์ดังกล่าวต้องกระจายครอบคลุมทั้งหมดมาก่อน เช่น

(1) จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

ดังนั้นจำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

พจน์รอง จำนวนเต็ม กระจายในข้อยุติ และกระจายในหลักการทั่วไป จึงเป็นข้อความเชิงตรรกที่สมเหตุสมผล

(2) ผู้ที่สำเร็จการศึกษาจากมหาวิทยาลัยทุกคนเป็นบัณฑิต

ผู้ที่สำเร็จการศึกษาจากมหาวิทยาลัยทุกคนเป็นผู้ที่มีเหตุผล

ดังนั้น ผู้ที่มีเหตุผลทุกคนเป็นบัณฑิต

พจน์รอง ผู้ที่มีเหตุผล กระจายในข้อยุติ แต่ไม่กระจายในหลักการทั่วไป จึงเป็นข้อความเชิงตรรกที่ไม่สมเหตุสมผล

3. ข้อความเชิงตรรกที่หลักการทั่วไปทั้งสองเป็นข้อความปฏิเสธ จะไม่สามารถสรุปข้อยุติได้เพราะการที่หลักการทั่วไปทั้งสองเป็นข้อความปฏิเสธ แสดงว่า พจน์หลัก และพจน์รองต่างไม่เกี่ยวข้องกับพจน์กลางจึงไม่สามารถบอกความเกี่ยวข้องระหว่างพจน์หลักกับพจน์รองนั้นได้ เช่น

จำนวนเต็มทุกจำนวนไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ

จำนวนอตรรกยะไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

ดังนั้น จำนวนเต็มทุกจำนวนไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

หลักการทั่วไปทั้งสองต่างก็เป็นข้อความปฏิเสธ จึงเป็นข้อความเชิงตรรกที่ไม่สมเหตุสมผล

4. ข้อความเชิงตรรกที่สมเหตุสมผล ถ้ามีหลักการทั่วไปทั้งสองเป็นข้อความยืนยัน ข้อยุติต้องเป็นข้อความยืนยัน เพราะเมื่อหลักการทั่วไปทั้งสองเป็นข้อความยืนยัน แสดงว่าพจน์หลักกับพจน์กลางต้องรวมอยู่ด้วยกัน และพจน์รองกับพจน์กลางก็ต้องรวมอยู่ด้วยกัน ดังนั้นข้อยุติต้องแสดงถึง การรวมอยู่ด้วยกันของพจน์หลัก และพจน์รองนั้น นั่นคือข้อยุติต้องเป็นข้อความยืนยันเช่น

สิ่งที่มีชีวิตทุกชนิดต้องการอาหาร

แบคทีเรียเป็นสิ่งที่มีชีวิต

ดังนั้นแบคทีเรียต้องการอาหาร เป็นข้อความเชิงตรรกที่สมเหตุสมผล

5. ข้อความเชิงตรรกที่สมเหตุสมผล ถ้ามีหลักการทั่วไปข้อหนึ่งเป็นข้อความปฏิเสธ แล้วข้อยุติต้องเป็นข้อความปฏิเสธ กรณีที่หลักการทั่วไปข้อหนึ่งเป็นข้อความปฏิเสธ และอีกข้อหนึ่งเป็นข้อความยืนยัน แสดงว่า พจน์หลัก หรือพจน์รองในข้อตั้งข้อหนึ่งข้อใด ต้องไม่เกี่ยวข้องกับพจน์กลาง ดังนั้นยุติจะต้องเป็นข้อความที่พจน์หลัก และพจน์รองต้องแยกจากกันหรือเป็นข้อความปฏิเสธนั่นเอง เช่น

จำนวนอตรรกยะทุกจำนวนไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็ม (เมื่อตัวส่วนไม่เป็นศูนย์)

2 สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็ม (เมื่อตัวส่วนไม่เป็นศูนย์)

ดังนั้น 2 ไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ เป็นข้อความเชิงตรรกที่สมเหตุสมผล

สำหรับการอ้างเหตุผลซึ่งมีหลักการทั่วไปหลายๆข้อ การตรวจสอบความสมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพ หรือพิจารณาจากความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ อาจทำได้ไม่สะดวกหรือไม่ครบถ้วน จึงมีการพิจารณาโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างข้อความ ซึ่งได้มีการพัฒนาไปอย่างกว้างขวาง และมีการกำหนดสัญลักษณ์แทนข้อความ เพื่อขจัดความกำกวมของภาษาและการใช้ในกรณีทั่วไปที่เรียกว่า“ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์” (Symbolic Logic) หรือ “คณิตตรรกศาสตร์” (Mathematical Logic) ซึ่งเป็นตรรกศาสตร์ในปัจจุบัน

2.1.8 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

2.1.8.1 ประพจน์ (Propositions หรือ Statements)

ประพจน์ คือประโยคที่เป็นจริงหรือเท็จ อย่างใดอย่างหนึ่ง เท่านั้น การเป็น จริง หรือ เท็จ ของแต่ละประพจน์ เรียกว่า ค่าความจริง (Truth Value) ประโยคที่ไม่อยู่ในรูปประโยคบอกเล่าหรือปฏิเสธ ไม่เป็นประพจน์ ประโยคคาถาม คาสั่ง ห้าม ขอร้อง อ้อนวอน ประโยคที่แสดงความปรารถนา อุทาน

2.1.8.2 การเชื่อมประพจน์

การเชื่อมประพจน์เราจะเชื่อมด้วย ตัวเชื่อม (Connectives) ได้แก่ “ไม่”, “และ”, “หรือ” , “ถ้า…แล้ว…” และ “…ก็ต่อเมื่อ…” เพื่อความสะดวกเราใช้อักษร p, q, r,…แทนประพจน์ และให้

T แทนค่าความจริง “จริง”

F แทนค่าความจริง “เท็จ”

1) การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมและ (Connectives) ถ้า p และ q เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่เกิดจากการเชื่อม ด้วย และ คือ “p และ q” เขียนแทนด้วย “p$\wedge$q”

2) การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม หรือ (Disjunction) ถ้า p และ q เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่เกิดจากการเชื่อม ด้วยหรือ คือ “p หรือq” เขียนแทนด้วย “p ∨ q”

3) การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม ถ้า...แล้ว...(Conditional) ถ้า p และ q เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่เกิดจากการเชื่อม ด้วยถ้า…แล้ว… คือ “p แล้ว q”เขียนแทนด้วย “p→q”

4) การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม …ก็ต่อเมื่อ… (Biconditional) ถ้า p และ q เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่เกิดจากการเชื่อม ด้วย…ก็ต่อเมื่อ… คือ “ p ก็ต่อเมื่อ q ” เขียนแทนด้วย “p↔q”

5) นิเสธ (Negation) ของประพจน์ที่กำหนดให้ ถ้า p เป็นประพจน์ นิเสธของประพจน์ p คือ ประพจน์ที่มีค่าความเป็นจริงตรงกันข้ามกับประพจน์ p“นิเสธของประพจน์ p” เขียนแทนด้วย “~p”

2.1.6.3 การหาค่าความจริงของประพจน์

1) ค่าความจริงประพจน์เดียว คือ ประพจน์มีค่าความจริงเป็นไปได้ 2 กรณี คือ p มีค่าความจริงเป็นจริง (T) หรือ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

2) ประพจน์ที่นามาเชื่อมเข้าด้วยกัน 2 ประพจน์ คือ p และ q ค่าความจริงของ pและ q เกิดขึ้นดังนี้

p	q
T	T
T	F
F	T
F	F

ภาพที่ 2.2 แสดงค่าความจริงของ pและ q ปรับปรุงจาก ประยงค์ แสนบุราณ,ตรรกศาสตร์เบื้องต้น (2551) สำนักพิมพ์สกายบุ๊กส์

3) ประพจน์ที่นำมาเชื่อมเข้าด้วยกัน $\boldsymbol{n}$ ประพจน์ ค่าความจริงของ $\boldsymbol{n}$ ประพจน์เกิดขึ้นได้ กรณี

(1) ตารางค่าความจริง เป็นตารางที่แสดงค่าความจริงที่เป็นไปได้ทั้งหมดของประพจน์ค่าความจริงของตารางจะมีกี่กรณีขึ้นอยู่กับจานวนประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมเพียงตัวเดียว

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ภาพที่ 2.3 แสดงค่าความจริงของ p ∧ q ปรับปรุงจาก ประยงค์ แสนบุราณ,ตรรกศาสตร์เบื้องต้น (2551) สำนักพิมพ์สกายบุ๊กส์

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ภาพที่ 2.4 แสดงค่าความจริงของ p V q ปรับปรุงจาก ประยงค์ แสนบุราณ,ตรรกศาสตร์เบื้องต้น (2551) สำนักพิมพ์สกายบุ๊กส์

p	q	$q \rightarrow p$
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	T

ภาพที่ 2.5 แสดงค่าความจริงของ p → q ปรับปรุงจาก ประยงค์ แสนบุราณ,ตรรกศาสตร์เบื้องต้น (2551) สำนักพิมพ์สกายบุ๊กส์

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

ภาพที่ 2.6 แสดงค่าความจริงของ $p \leftrightarrow q$ ปรับปรุงจาก ประยงค์ แสนบุราณ,ตรรกศาสตร์เบื้องต้น (2551) สำนักพิมพ์สกายบุ๊กส์

p	$\sim p$
T	F
F	T

ภาพที่ 2.7 แสดงค่าความจริงของ ~p ปรับปรุงจาก ประยงค์ แสนบุราณ,ตรรกศาสตร์เบื้องต้น (2551) สำนักพิมพ์สกายบุ๊กส์

2.1.8.4 ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป

การหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปให้หาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในวงเล็บเสียก่อน แต่ถ้าไม่ใส่วงเล็บให้หาค่าความจริงของ ~ ก่อนแล้วตามด้วยตัวเชื่อม$\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ ตามลำดับแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

1) กรณีที่โจทย์กำหนดค่าความจริงของประพจน์ย่อยหรือบางประพจน์มาเชื่อม

2) กรณีที่โจทย์ไม่ได้กำหนดค่าความจริงของประพจน์ย่อยมาให้เราต้องพิจารณาค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดทุกกรณี ซึ่งจะมีกี่กรณีนั้นขึ้นอยู่กับประพจน์และตัวเชื่อม

2.1.8.5 สัจนิรันดร์

บทนิยาม สัจนิรันดร์ (Tautology) คือ รูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงทุกกรณี ไม่ว่าประพจน์ย่อยจะย่อยจะมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จก็ตาม

ข้อขัดแย้ง บทนิยาม ข้อขัดแย้ง (Contradiction) คือ ค่าของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จทุกกรณีไม่ว่าประพจน์ย่อยจะมีค่าความจริงหรือเท็จ

2.1.8.6 ประพจน์ที่สมมูล

บทนิยาม ประพจน์ที่สมมูลกัน (Equivalent Statement) คือ รูปแบบของประพจน์สองรูปแบบใดมีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี กรณี ต่อ กรณีใช้สัญลักษณ์ " $\cong$ " แทนสมมูล

2.1.8.7 ประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน

บทนิยาม ประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน (Negation Statement) คือ รูปแบบของประพจน์สองประพจน์มีค่าความจริงตรงข้ามกันทุกกรณี กรณี ต่อ กรณี ใช้สัญลักษณ์ " ~ " แทนนิเสธ เช่น A เป็นนิเสธของ B ก็ต่อเมื่อ A สมมูลกับ ~B

2.1.8.8 ประโยคเปิด

บทนิยามประโยค คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีตัวแปรไม่ใช่ประพจน์ แต่สามารถทาให้เป็นประพจน์ได้ โดยการแทนค่าตัวแปรนั้นด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์

2.1.8.9 การอ้างเหตุผล

บทนิยาม การอ้างเหตุผล (Argument) หมายถึง การอ้างว่าถ้ามี $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$แล้วสามารถสรุป q ได้ การอ้างเหตุผลประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ

1) ส่วนที่เป็น "เหตุ"หรือสิ่งที่กำหนดให้ ได้แก่ $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$

2) ส่วนที่เป็น "ผล" ได้แก่ q

วิธีตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

1) เชื่อมเหตุทั้งหมดด้วย $\wedge$ แล้วเชื่อมเหตุกับผลด้วย $\rightarrow$ ถ้าได้รูปแบบของประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์แสดงว่าสมเหตุสมผล

2) พิจารณาโดยถือว่าเหตุแต่ละข้อเป็น T แล้วพิจารณา ค่าความจริงของผล ถ้าผลเป็น T แสดงว่าสมเหตุสมผล

สรุปได้ว่า ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ประกอบด้วย 1) ประพจน์ 2)การเชื่อมประพจน์ 3)การหาค่าความจริงของประพจน์ 4)ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป 4)สัจนิรันดร์ 5)ประพจน์ที่สมมูล 6)ประพจน์ที่สมมูล 7)ประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน 8)ประโยคเปิด และ9)การอ้างเหตุผล

2.2 ความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

2.2.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

รัชดา ยาตรา (2549,น. 40) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือความสัมพันธ์ จากข้อมูลหรือสถานการณ์ที่กำหนด โดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาแล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น

เทพสุดา เกตุทอง (2551,น. 21) ได้สรุป การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ข้อมูล การระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล และการหาข้อสรุปของข้อมูล แล้วแสดงและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

เปียทิพย์ เขาไข่แก้ว (2551,น. 19) ให้ความหมายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง กระบวนการ การคิดและวิเคราะห์หาความสัมพันธ์จากการรวบรวมข้อเท็จจริงต่างๆทางคณิตศาสตร์แล้วหาข้อสรุป พร้อมทั้งยืนยัน หรือคัดค้านข้อสรุปนั้น อย่างสมเหตุสมผล

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ (2551,น. 18) กล่าวว่า การคิดเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมอง ที่มีการค้นหาหลักการหรือข้อความจริงแล้ววิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุป ซึ่งการคิดนั้นอาจเกิดจากสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับ รวมกับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดจะช่วยพัฒนาระดับความคิดให้สูงขึ้น สรุปได้ว่า การคิดเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมองเพื่อค้นหาหลักการหรือข้อความจริงที่ได้รับแล้วทำการวิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุป รวมทั้งนำหลักการที่ได้ไปใช้อ้างอิงในสถานการณ์ต่างๆที่ต่างไปจากเดิม จากความหมายของการคิดจะเห็นว่ากระบวนการคิดเกี่ยวข้องกับการค้นหา การวิเคราะห์ การหาข้อสรุปและการอ้างอิง ซึ่งถือว่าเป็นลักษณะหนึ่งของการให้เหตุผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551,น. 46) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิดสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

Hilgard (1962 ,p. 36) กล่าวว่า การคิดเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมอง เนื่องจากกระบวนการใช้สัญลักษณ์แทนสิ่งของหรือสถานการณ์ต่างๆ

Piaget and Inhelder (1969 ,p. 58) กล่าวว่า การคิดหมายถึง การกระทำสิ่งต่างๆ ด้วยปัญญาการคิดของบุคคลเป็นกระบวนการใน 2 ลักษณะ คือ เป็นกระบวนการปรับเข้าโครงสร้าง (Assimilation) โดยการจัดสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับให้เข้ากับประสบการณ์ที่มีอยู่กับ กระบวนการปรับเปลี่ยนโครงสร้าง (Accommodation) โดยการปรับประสบการณ์เดิมให้เข้ากับ ความจริงที่ได้รับรู้ใหม่ บุคคลจะใช้การคิดทั้งสองลักษณะนี้ร่วมกันหรือสลับกันเพื่อปรับความคิด ของตนให้เข้ากับสิ่งเร้ามากที่สุด ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดดังกล่าวจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของ บุคคลจากระดับหนึ่งไปสู่วิธีคิดอีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า

Daffer and Thornquist (1993,p. 43) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายใน การค้นหาความสัมพันธ์ การทำความเข้าใจ การสร้างข้อสรุป และการตรวจสอบข้อสรุปของ สถานการณ์ปัญหาหนึ่งๆ

Greenwood (1993,p. 144) กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการ ทำความเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบหรือสถานการณ์ปัญหา เพื่อระบุข้อผิดพลาดหรือสร้างวิธีการใหม่ ซึ่ง เป็นการเน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าการเน้นที่คำตอบ ซึ่งจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการคิด และการให้เหตุผลของนักเรียน

Stiif (1999 ,p. 1) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ต้องตั้งอยู่บนศูนย์กลางการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ และเนื่องจากวิชา คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้น และการให้เหตุผล คือ สิ่งที่ใช้คิดเกี่ยวกับ คุณสมบัติของวัตถุประสงค์วิชาคณิตศาสตร์

The National Council of Teachers of Mathematics (2000,น. 57) กล่าวว่า การ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ถือเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้ และเป็นพื้นฐานของ คณิตศาสตร์ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนเลือกและใช้การให้เหตุผลอย่างหลากหลาย

Long and Detemple (2006 ,p. 51) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการคิดวิเคราะห์ ซึ่งประกอบไปด้วยการให้เหตุผลแบบนิรนัยการ ให้เหตุผลเกี่ยวกับการนำเสนอเหตุการณ์ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลแบบอุปนัย

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการ การคิดและ วิเคราะห์หาความสัมพันธ์จากการรวบรวมข้อเท็จจริงต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ การหาข้อเท็จจริง แล้ว

ข้อสรุป พร้อมทั้งยืนยัน หรือคัดค้านข้อสรุปนั้น อย่างสมเหตุสมผลรวมทั้งนำหลักการที่ได้ไปใช้อ้างอิงในสถานการณ์ต่างๆที่ต่างไปจากเดิม

2.2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนและเทคโนโลยี (2551,น.45) กล่าวว่า การคิดอย่างมีเหตุผลถือเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ เพราะเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและดำรงชีวิต นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551,น.54-56) กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 ได้กำหนดความสำคัญให้การให้เหตุผลเป็นความสามารรถหนึ่งที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 กำหนดไว้ว่า นักเรียนต้องสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

Baroody (1993 ,pp. 58-60) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ โดยในสมัยก่อนยุคกรีก นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการพิสูจน์ทฤษฎีทางเรขาคณิต สำหรับปัจจุบันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับผู้อื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผล จึงมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิด การไตร่ตรอง และแก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล

Stiggins (1997,p.6) อธิบายว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เพราะการทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่างๆ เข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ หรือบางโอกาสเราต้องใช้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

สมาคมครูคณิตศาสตร์ของอเมริกา (1989,น.1) ให้กำหนดเป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ว่า นักเรียนจะต้องเป็นผู้มีความรู้และสามารถใช้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได ซึ่งเป้าหมายในการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนมี 5 ประการ คือ

1. เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
2. มีความมั่นใจในความสามารถของตนเอง
3. สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไห้
4. สามารถสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้
5. สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

Artzt and Shirel (1999,pp.125-126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผลกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

Russell (1999 ,p.1) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้น โดยการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่ใช้คิดเกี่ยวกับสมบัติต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาให้อยู่ในลักษณะของการอ้างอิง เพื่อให้สามารถใช้ข้อเท็จจริงที่เรียนรู้มาอ้างไปยังสิ่งใหม่

National Council of Teachers of Mathematics (2000,pp.29-81) ได้กล่าวเกี่ยวกับการให้เหตุผลว่า ความสามารถในการให้เหตุผล เป็นปัจจัยสำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยครูสามารถส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียนใน ระหว่างการเรียนการสอนได้ และเมื่อจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษา นักเรียนควรมีความเข้าใจและสามารถ พิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ รวมถึงมีความสามารถในการอ้างเหตุผลได้ถูกตองตามหลักตรรกศาสตร์ และเห็นคุณค่าของการให้เหตุผล

สรุปได้ว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ และ เป็นทักษะ/กระบวนการสำคัญที่จะต้องพัฒนาให้เกิดกับนักเรียนทุกคน เพราะการทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่างๆ เมื่อจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษา นักเรียนควรมีความเข้าใจและสามารถ พิสูจน์อ้างเหตุผลได้ถูกต้อง

2.2.3 ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

วิษณุ นภาพันธ์ (2551,น.20-22) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การสร้างข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหา และการประเมินความน่าเชื่อถือของข้อสรุป โดยการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาหมายถึงการค้นหาความจริงที่แฝงอยู่ในสถานการณ์ปัญหา ซึ่งมี 3 ส่วนคือ การวิเคราะห์องค์ประกอบ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ และการวิเคราะห์หลักการหรือกฎเกณฑ์ที่ทำให้องค์ประกอบเหล่านั้นอยู่อย่างเป็นระบบ การสร้างข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาหมายถึงความสามารถในการระบุข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ความสามารถในการนำเสนอหลักฐานเพื่อสนับสนุนข้อสรุป และความสามารถในการอธิบายได้ว่าหลักฐานที่ยกมาสามารถสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างไร และการประเมินความน่าเชื่อถือของข้อสรุปหมายถึงความสามารถในการตัดสินความน่าเชื่อถือของข้อสรุปที่ได้ โดยต้องมีเกณฑ์หรือมาตรฐานสำหรับยึดเป็นข้ออ้างอิงในการตัดสินหรือเป็นบรรทัดฐานสำหรับวินิจฉัยความสมเหตุสมผลของข้อสรุปสำหรับงานวิจัยนี้พิจารณาลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยการวิเคราะห์และค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อสรุปและการยืนยันข้อสรุป โดยการวิเคราะห์และค้นหาความสัมพันธ์หมายถึงการวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหา หรือการอธิบายว่าองค์ประกอบต่างๆ ของสถานการณ์ปัญหารวมกันอยู่ได้โดยอาศัยเหตุผลหรือกฎเกณฑ์ใด การสร้างข้อสรุปหมายถึงการอธิบายวิธีการหาคำตอบที่สมเหตุสมผลโดยใช้วิธีการให้เหตุผลที่มีระบบแบบแผน มีการนำเสนอหลักฐานสนับสนุนคำตอบที่มีความชัดเจน เพียงพอ และสมเหตุสมผลและสามารถอธิบายได้อย่างชัดเจนว่าหลักฐานที่ยกมาใช้สนับสนุนคำตอบได้อย่างไร และการยืนยันข้อสรุปหมายถึงการประเมินหรือแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้โดยใช้เกณฑ์ในการประเมินที่สมเหตุสมผลและเป็นเกณฑ์ที่เกิดจากการมองสถานการณ์ปัญหาในภาพรวมทั้งหมด

Bloom (1956,p.1-3) กล่าวถึงลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ควรประกอบด้วยการวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมิน โดยการวิเคราะห์หมายถึง การเข้าใจในส่วนประกอบแต่ละส่วน และสามารถแยกแต่ละส่วนออกจากกันได้อย่างมีเหตุผล รวมถึงรู้ว่าส่วนประกอบทั้งหมดรวมกันอย่างไร การสังเคราะห์หมายถึง ความสามารถในการรวบรวมความรู้แนวคิด ความเข้าใจเรื่องต่างๆ เป็นหนึ่งเดียวแล้วสร้างเป็นความรู้ใหม่ และการประเมินหมายถึงความสามารถในการตัดสินค่าของสิ่งต่างๆ เช่น แนวคิด วิธีการ คำตอบ โดยใช้เกณฑ์ที่สมเหตุสมผล

Quellmalz (1987,p.122) กล่าวว่า ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยการวิเคราะห์ การเปรียบเทียบ การสรุปอ้างอิงและการประเมิน โดยการวิเคราะห์หมายถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับแต่ละส่วนประกอบ การเปรียบเทียบหมายถึงการให้เหตุผลในลักษณะของความเหมือนและความต่าง การสรุปอ้างอิงหมายถึงการให้เหตุผลแบบอุปนัยหรือนิรนัย และการประเมินหมายถึงการแสดงและชี้แจงความคิดเห็นหรือมุมมอง

Stiggins (1997,pp.260-262) กล่าวถึงลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย การวิเคราะห์ การสรุปอ้างอิง การสังเคราะห์และการประเมิน โดยการวิเคราะห์หมายถึงการให้เหตุผลโดยพิจารณาผ่านส่วนย่อยซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้นๆ และให้เหตุผลได้ว่าส่วนประกอบย่อยเหล่านั้นรวมกันอยู่ได้อย่างไร การสรุปอ้างอิงหมายถึงการให้เหตุผลที่ใช้การรวบรวมข้อมูลหรือหลักฐานจากกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณีเพื่อสรุปเป็นหลักการหรือกฎทั่วไป และการให้เหตุผลที่ใช้การอ้างอิงกฎหรือหลักการทั่วไปที่มีอยู่แล้วเพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาในกรณีเฉพาะ การสังเคราะห์หมายถึงการให้เหตุผลที่ใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลต่างๆ มาหลอมรวมกันเพื่อสร้างเป็นข้อสรุป และการประเมินหมายถึงการให้เหตุผลเพื่อตัดสินหรือพิจารณาว่าสิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมโดยใช้เกณฑ์ที่สมเหตุสมผลในการพิจารณา

สรุปได้ว่า ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การเปรียบเทียบ การสรุปอ้างอิงและการประเมิน โดยการวิเคราะห์หมายถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับแต่ละส่วนประกอบ การสังเคราะห์หมายถึง ความสามารถในการรวบรวมความรู้ แนวคิด ความเข้าใจเรื่องต่างๆ เป็นหนึ่งเดียวแล้วสร้างเป็นความรู้ใหม่ การเปรียบเทียบหมายถึงการให้เหตุผลในลักษณะของความเหมือนและความต่าง การสรุปอ้างอิงหมายถึงการให้เหตุผลที่ใช้การรวบรวมข้อมูลหรือหลักฐานจากกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณีเพื่อสรุปเป็นหลักการหรือกฎทั่วไป และการประเมินหมายถึง ความสามารถในการตัดสินค่าของสิ่งต่างๆ เช่น แนวคิด วิธีการ คำตอบ โดยใช้เกณฑ์ที่สมเหตุสมผล

2.2.4 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ชมัยพร ตั้งตน (2552,น.1) แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยยึดความจริงที่พบเห็น และหาข้อสรุปจากส่วนย่อยที่พบเห็นไปสู่ความจริงที่เป็นส่วนรวม เช่น

ตั้งแต่โบราณ เราพบว่าทุกเช้าพระอาทิตย์จะขึ้นทางทิศตะวันออก และตอนเย็นพระอาทิตย์จะตกทางทิศตะวันตกทุกวัน จึงให้ข้อสรุปว่า พระอาทิตย์ขึ้นทาง ทิศตะวันออก และตกทางทิศตะวันตก

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการนำความรู้พื้นฐานซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง กฎ หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับกัน แล้วว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลนำไปสู่ข้อสรุป การให้เหตุผลแบบนี้ใช้อยู่ทั่วไปในวิชาคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555,น.79) การให้เหตุผลที่ใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มีอยู่ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลจากการสังเกตส่วนย่อยๆ แล้วหารูปแบบ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไป เพื่อนำไปใช้ในวงกว้างมากขึ้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลจากการใช้ข้อเท็จจริง หลักการ กฎ บทนิยาม หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

Daffer (1993,p.43) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำ ไปสู่การสรุปเป็นมโนมติ หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำ ไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุป จากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้ เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ หลักการที่เป็นจริงเสมอ

Baroody (1993,pp.2-59) กล่าวว่า การให้เหตุผลแบ่งออกเป็น 3 ชนิด ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้

เหตุผลแบบสหัชญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นการใช้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้ายๆ กัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลแบบอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานนของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุ สามารถกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงนิรนนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

Stiggins (1997,pp.260-262) เสนอว่า ทักษะการให้เหตุผลประกอบด้วย

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาผ่านส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้น ๆ และให้เหตุผลว่าส่วนประกอบย่อยเหล่านั้นรวมกันอย่างไร

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มุ่งพิจารณาว่าสิ่งต่าง ๆ มีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

3. การให้เหตุผลแบบประเมิน (Evaluative Reasoning) ใช้เมื่อต้องการที่จะตัดสินค่าหรือพิจารณาว่า สิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมโดยใช้เกณฑ์ที่สมเหตุสมผลในการพิจารณา

4. การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (Synthesizing Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ มาหลอมรวมกันเพื่อสร้างเป็นข้อสรุป

5. การให้เหตุผลแบบจำแนก (Classifying Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ในกรณีที่ต้องการแยกประเภทของสิ่งต่างๆ ว่า สิ่งใดควรจะถูกจัดอยู่ในกลุ่มไหน เพราะเหตุใด

6. การให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (Inferential Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ประกอบด้วย 2 ลักษณะ ได้แก่

6.1 การให้เหตุผลที่ใช้การรวบรวมข้อมูลหรือหลักฐานจากกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี เพื่อสรุปเป็นหลักการหรือกฎทั่วไป

6.2 การให้เหตุผลที่ใช้การอ้างอิงกฎหรือหลักการทั่วไปที่มีอยู่แล้วเพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาในกรณีเฉพาะ

Greenes & Findell (1999,p.128) ได้จำแนกการให้เหตุผลออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลเชิงตรรกที่เริ่มต้นด้วยประโยคหรือเหตุใหญ่ในรูปทั่วไป เพื่อนำไปสู่การสรุปในกรณีเฉพาะ ซึ่งนักเรียนสามารถเข้าถึงการให้เหตุผลเชิงนิรนัยนี้ได้ เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาที่พวกเขาได้สร้างข้อสรุปจากข้อเท็จจริงที่กำหนดให้ทั้งที่อยู่ในรูปของคำพูด ไดอะแกรม กราฟ หรือตาราง

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากกรีเฉพาะหลายๆ กรณี โดยระบุความสัมพันธ์จากกรณีย่อยๆ เหล้านั้น เพื่อสร้างเป็นข้อสรุปที่อยู่ในรูปทั่วไปของความสัมพันธ์ดังกล่าว

Roopngam (2009,p.14) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็น 3 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) การให้เหตุผลแบบอุปนัยได้จากการสังเกต ประสบการณ์หรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วสรุปผลเป็นข้อความรู้ใหม่ให้เป็นหมวดหมู่ซึ่งผลสรุปเป็นการคาดคะเนที่อาจเป็นไปได้เท่านั้น แต่ถ้าการสังเกต ประสบการณ์และการทดลองมีความรัดกุม ละเอียด เที่ยงตรงและถูกต้องสมบูรณ์ด้วย นั่นคือถ้าเหตุเป็นจริงหรือถูกต้องผลสรุปก็จะเป็นสิ่งถูกต้องด้วย การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะพบมากในวิชาวิทยาศาสตร์ เพราะเป็นวิชาเกี่ยวกับการทดลอง คือต้องสังเกต ต้องคิด ต้องทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วจึงสรุปผล ก่อนจะสรุปต้องมีการตรวจสอบซ้ำ แล้วซ้ำ อีก เช่น ข้อสรุปที่ว่า สารสกัด จากสะเดาสามารถใช้เป็นยากำจัดศัตรูพืชได้ ซึ่งข้อสรุปดังกล่าวมาจากการทา การทดลอง ซ้ำ ๆ กัน หลาย ๆ ครั้ง แล้วได้ผลการทดลองที่ตรงกัน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการนำความรู้พื้นฐานที่อาจ เป็นความเชื่อ ข้อตกลง กฎ หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลนำ ไปสู่ข้อสรุป เช่น มนุษย์ทุกคนเป็นสิ่งมีชีวิต และ นายแดงเป็นมนุษย์คนหนึ่ง

เพราะฉะนั้น นายแดงจะต้องเป็นสิ่งมีชีวิต ถ้าผลสรุปตามมาจากเหตุที่กำหนดให้ เรียกว่า ผลสรุปสมเหตุสมผล แต่ถ้าผลสรุปไม่ได้มาจากเหตุที่กำหนดให้ เรียกว่า ผลสรุปไม่สมเหตุสมผล

3. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (intuitive reasoning) คือ การคิดซึ่งเกิดจากความคิดที่เกิดขึ้นมาในขณะใดขณะหนึ่ง บางครั้งความคิดที่ผุดขึ้นมานั้น อาจจะมาจากประสบการณ์เดิมที่ถูกฝังลึกอยู่ในจิตใต้สานึก ซึ่งในเวลาปกติเราลืมไปแล้ว หรืออาจจะเป็นการนึกถึงเรื่องอื่นที่ดูภายนอกเหมือนจะไม่เกี่ยวกับ เรื่องที่กำลังคิดอยู่ แต่มองเห็นความสัมพันธ์ภายในเรื่องนั้นที่จะนำสิ่งที่กำลังคิดอยู่ไปแทนที่ตัวแปรในความสัมพันธ์นั้นได้ ความคิดในลักษณะนี้ที่พบบ่อยในชีวิตประจาวันคือ เหตุผลในเชิงอุปมาอุปไมย คือ นาระบบความสัมพันธ์ภายในสิ่งหนึ่งมาใช้ประโยชน์กับอีกสิ่งหนึ่งซึ่งเป็นคนละเรื่องกัน เช่น การคิดโครงสร้างความสัมพันธ์ภายในอะตอมโดยได้ความคิดมาจากโครงสร้างความสัมพันธ์ภายในระบบสุริยะ เป็นต้น

Chanida Puk. (2009,p. 1) แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (induction) การให้เหตุผลแบบอุปนัยได้จากการสังเกตประสบการณ์หรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วสรุปผลเป็นข้อความรู้ใหม่ให้เป็นหมวดหมู่ ซึ่งผลสรุปเป็นการคาดคะเนที่อาจเป็นไปได้เท่านั้น แต่ถ้าการสังเกต ประสบการณ์และการทดลองมีความรัดกุม ละเอียด เที่ยงตรงและถูกต้องสมบูรณ์ด้วย นั่นคือ ถ้าเหตุเป็นจริงหรือถูกต้องผลสรุป ก็จะเป็นสิ่งถูกต้องด้วย การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะพบมากในวิชาวิทยาศาสตร์ เพราะเป็นวิชาเกี่ยวกับการทดลอง คือ ต้องสังเกต ต้องคิด ต้องทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วจึงสรุปผล ก่อนจะสรุปต้องมีการตรวจสอบซ้ำแล้วซ้ำอีก เช่น ข้อสรุปที่ว่า สารสกัดจากสะเดาสามารถใช้เป็นยากำจัดศัตรูพืชได้ ซึ่งข้อสรุปดังกล่าวมาจากการทำการทดลอง ซ้ำ ๆ กัน หลาย ๆ ครั้ง แล้วได้ผลการทดลองที่ตรงกัน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deduction) เป็นการนำความรู้พื้นฐานที่อาจเป็นความเชื่อข้อตกลง กฎ หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลนำไปสู่ข้อสรุป เช่น มนุษย์ทุกคนเป็นสิ่งมีชีวิต และ นายแดงเป็นมนุษย์คนหนึ่ง เพราะฉะนั้น นายแดงจะต้องเป็นสิ่งมีชีวิต ถ้าผลสรุปตามมาจากเหตุที่กำหนดให้ เรียกว่า ผลสรุปสมเหตุสมผล แต่ถ้าผลสรุปไม่ได้มาจากเหตุที่กำหนดให้ เรียกว่า ผลสรุปไม่สมเหตุสมผล

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้หลายรูปแบบ ได้แก่ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ การให้เหตุผลแบบประเมิน การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ การให้เหตุผลแบบจำแนก การให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง

การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย ผู้วิจัยจึงจำแนกการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย ซางตรงกับการแบ่งรูปแบบการให้เหตุผลตามแนวคิดของ Daffer

2.2.5 การพัฒนาทักษะกระบวนการให้เหตุผล

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการพัฒนาทักษะกระบวนการให้เหตุผล ดังนี้

Guilford and Hoepfner (1971,pp.28-32) สำหรับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ได้ให้ความเห็นว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือในสถานการณ์ต่างๆ

Brandt (1984,p.3)การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสำคัญเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดและการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสำคัญเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบ มีเหตุผลมากขึ้น โดยได้พยายามศึกษา ทดลอง เพื่อหาว่าทักษะที่ต้องการเหล่านั้นได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 แนวทาง คือแนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for thinking) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of thinking) และแนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) โดยมีรายละเอียดพอสังเขปดังนี้

1. การสอนเพื่อให้คิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทางตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน

3. การสอนเกี่ยวกับการคิดการสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตัวเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการ

สังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุม และตรวจสอบการคิดของตนเองได้ขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนได้ ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

NCTM (1989,pp.29-81) จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์ คือการให้เหตุผล” และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริง จำเป็นต้องจัดให้การให้เหตุผลแทรกอยู่ในทุกกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้เวลาและประสบการณ์ที่หลากหลาย ในการพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ในสถานการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น

Lappan and Schram (1989,pp.18 – 19) เนื่องจากความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล เป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึก และฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและการแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้น ในการพัฒนาความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตุแบบรูปแสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่างๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “สามารถที่จะใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อความคาดการณ์ การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) แชะอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

สรุปได้ว่า ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจากการสร้างบรรยากาศที่สนับสนุน ให้ผู้เรียนมีบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้ ชี้แจงเหตุผล มีการฝึกวิเคราะห์ให้หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุป แนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนดให้รวมทั้งการตัดสินในอย่างสมเหตุสมผล เนื่องจากความสามารถในการให้เหตุผล เป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง

2.2.6 เกณฑ์การประเมินผลการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้คะแนนข้อสอบแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2

เกณฑ์การประเมินผลการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555,น. 93)

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความสามารถในการให้เหตุผล	3	ดี	- อธิบายการอ้างเหตุเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลและชัดเจน
	2	พอใช้	- อธิบายการอ้างเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่ชัดเจน
	1	ปรับปรุง	- ไม่อธิบายการอ้างเหตุผล หรือเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผล

จากตารางที่ 2.1 พบว่า เกณฑ์การประเมินผลการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 3 ระดับ คือ 3 , 2 และ 1 โดยพิจารณาจากการอธิบายการอ้างเหตุเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลและชัดเจน, อธิบายการอ้างเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่ชัดเจน และ ไม่อธิบายการอ้างเหตุผล หรือเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผล ตามลำดับ และแบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ดี พอใช้ และปรับปรุง

2.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักวิจัยได้กล่าวถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

2.3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

สมพร เชื้อพันธ์ (2547 ,น. 53) สรุปว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถ ความสำเร็จและสมรรถภาพด้านต่างๆของผู้เรียนที่ได้จากการเรียนรู้อันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน การฝึกฝนหรือประสบการณ์ของแต่ละบุคคล ซึ่งสามารถวัดได้จากการทดสอบด้วยวิธีการต่างๆ

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ และพเยาว์ ยินดีสุข (2548,น. 125) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ขนาดของความสำเร็จที่ได้จากกระบวนการเรียนการสอน

ปราณี กองจินดา (2549 ,น. 42) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ความสามารถหรือผลสำเร็จที่ได้รับจากกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม และประสบการณ์เรียนรู้ทางด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย และยังได้จำแนกผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ตามลักษณะของวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอนที่แตกต่างกัน

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2549,น. 16) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลจากการเรียนรู้ ที่แต่ละคนได้ศึกษาเรียนรู้มาแล้วในอดีตหรือในปัจจุบัน โดยเป็นผลจากการประเมินความรู้ทางด้านเนื้อหาวิชาการเป็นหลัก เน้นความตรงเชิงเนื้อหาที่มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการศึกษา เป็นสำคัญ

นิ่มน้อย แพงปัสสา (2551,น. 79) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คุณลักษณะ ความรู้ ความสามารถ และมวลประสบการณ์ของบุคคล อันเป็นผลมาจากการจัดการเรียนรู้ และ เป็นผลให้บุคคลเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านต่าง ๆ ซึ่งตรวจสอบได้จากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

พัชนีย์ ไชยทองยศ (2550 ,น. 28) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลการเรียนรู้ด้านเนื้อหาวิชา และทักษะต่าง ๆ ของแต่ละวิชาที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้ว เป็นความสามารถในการเข้าถึงความรู้ (Knowledge Attained) การพัฒนาทักษะในการเรียนโดยอาศัยความพยายามจำนวนหนึ่งและแสดงออกในรูปความสำเร็จ ซึ่งสามารถสังเกตและวัดได้โดยอาศัยเครื่องมือทางจิตวิทยาหรือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่วไป

ไพโรจน์ คะเชนทร์ (2556,น. 3) ให้คำจำกัดความผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า คือคุณลักษณะ รวมถึงความรู้ ความสามารถของบุคคลอันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน หรือมวลประสบการณ์ทั้งปวงที่บุคคลได้รับจากการเรียนการสอน ทำให้บุคคลเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านต่างๆ ของสมรรถภาพทางสมอง ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อเป็นการตรวจสอบระดับความสามารถสมองของบุคคลว่าเรียนแล้วรู้อะไรบ้าง และมีความสามารถด้านใดมากน้อยเท่าไร ตลอดจนผลที่เกิดขึ้นจากการเรียนการฝึกฝนหรือประสบการณ์ต่างๆ ทั้งในโรงเรียน ที่บ้าน และสิ่งแวดล้อมอื่นๆ รวมทั้งความรู้สึก ค่านิยม จริยธรรมต่างๆ ก็เป็นผลมาจากการฝึกฝนด้วย

ลียานา ประทีปวัฒนพันธ์(2558,น. 44) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ หมายถึง การทำให้สำเร็จ (Accomplishment) หรือประสิทธิภาพของการปฏิบัติในลักษณะที่กำหนดให้ หรือด้านความรู้ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การเข้าถึงความรู้ (Knowledge Attained) ที่กำหนดให้ หรือ คะแนนที่ได้จากการปฏิบัติงานที่ได้รับมอบหมายหรือทั้งสองอย่าง

Good (1973 ,p. 7) ได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จหรือความสามารถในการแสดงออกที่ได้รับจากทักษะหรือองค์ประกอบ

Wilson, Fernandez and Hadaway (1993,pp. 643-696) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัย ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา

สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ผลการเรียนรู้ตามหลักสูตร ประเมินผลด้านเนื้อหาวิชา และทักษะต่าง ๆ เน้นความตรงเชิงเนื้อหาที่มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการศึกษา ที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความคิดหรือพุทธิพิสัย ด้านอารมณ์และความรูสึกหรือจิตพิสัย

2.3.2 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement Test)

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551 ,น. 96) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและความสามารถทางวิชาการ ที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้วว่าบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด โดยทั่วไปจะแบ่งเป็น 2 ประเภทคือ

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างเอง หมายถึงแบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเองใช้กันทั่วไปในสถานศึกษามีลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน (Paper and Pencil Test) ซึ่งแบ่งออกได้อีก 2 ชนิด คือ

1.1 แบบทดสอบอัตนัย (Subjecttive or Essay Test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคาถามหรือปัญหาให้แล้วให้ผู้ตอบเขียนโดยแสดงความรู้ ความคิด เจตคติ ได้อย่างเต็มที่

1.2 แบบทดสอบปรนัย หรือแบบให้ตอบสั้น ๆ (Objective Test or Short Answer) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้สอบเขียนตอบสั้น ๆ หรือมีคาตอบให้เลือกแบบจำกัดคำตอบ (Restricted Response Type) ผู้ตอบไม่มีโอกาสแสดงความรู้ ความคิดได้อย่างกว้างขวางเหมือนแบบทดสอบอัตนัย แบบทดสอบชนิดนี้แบ่งออกเป็น 4 แบบ คือ แบบทดสอบถูก – ผิด แบบทดสอบเติมคำ แบบทดสอบจับคู่ และแบบทดสอบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่ว ๆไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์และปรับปรุงอย่างดีจนมีคุณภาพ มีมาตรฐานกล่าวคือมีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ

เยาวดี รางชัยกุล วิบูลย์ศรี (2552 ,น. 16) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นมาเพื่อใช้ในการวัดผลของการเรียนการสอน

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552,น. 165) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งสาหรับการวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ของการเรียนรู้ของผู้เรียนตามเป้าหมายที่กำหนดไว้ ทาให้ผู้สอนทราบว่าผู้เรียนได้พัฒนาความรู้ ความสามารถถึงระดับมาตรฐานที่ผู้สอนกำหนดไว้หรือยัง หรือมีความรู้ความสามารถถึงระดับใด หรือมีความรู้ความสามารถดีเพียงไรเมื่อเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ ที่เรียนด้วยกัน

อรนุช ศรีสะอาด (2552,น. 62) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ หมายถึง แบบทดสอบวัดสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ที่ผู้เรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วมีอยู่เท่าใดซึ่งแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเองและแบบทดสอบมาตรฐาน

บุญชม ศรีสะอาด (2553,น. 56-57) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ความสามารถของบุคคลในด้านวิชาการซึ่งเป็นผลในการเรียนรู้สาระ และตามจุดประสงค์ของวิชา หรือเนื้อหาที่สอนนั้น โดยทั่วไปจะวัดผลสัมฤทธิ์ในวิชาต่างๆที่เรียนในโรงเรียน วิทยาลัย มหาวิทยาลัย หรือสถาบันการศึกษาต่างๆ จำแนกออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion Referenced Test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม มีคะแนนจุดตัด หรือคะแนนเกณฑ์ สาหรับใช้ตัดสินว่าผู้สอบมีความรู้ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้หรือไม่ การวัดตรงตามจุดประสงค์ เป็นหัวใจสำคัญของข้อสอบในแบบทดสอบประเภทนี้

2. แบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม (Norm Referenced Test) หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งสร้างเพื่อวัดครอบคลุมหลักสูตร จึงสร้างตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ความสามารถในการจำแนกผู้สอบตามความเก่งอ่อนได้ดี เป็นหัวใจของแบบทดสอบประเภทนี้ การรายงานผลการสอบอาศัยคะแนนมาตรฐาน ซึ่งเป็นคะแนนที่สามารถให้ความหมาย แสดงสถานะภาพความสามารถของบุคคลนั้นเมื่อเปรียบเทียบกับบุคคลอื่น ๆ ที่ใช้เป็นกลุ่มเปรียบเทียบ

สมนึก ภัททิยธนี (2553 ,น. 72) ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงแบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้ว

Wilson (1971,pp. 643-696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางด้านพุทธิพิสัยตามกรอบแนวความคิดของบลูม (Bloom Taxonomy) ไว้ 4 ระดับ ดังนี้

1. การคิดคำนวณด้านความรู้ความจำ(Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำ สุดแบ่งเป็น 3 ขั้น

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้ว

1.2 ความรู้ความจำ เกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำ ศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithm) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มา ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ขั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติ (Knowledge of Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจาเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะเป็นมโนมติ เป็นธรรมที่ประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหมายหรือยกตัวอย่างของมโนมตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปผลอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principle, Rules and Generalization) เป็นความสามารถใน

การนา เอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นการวิเคราะห์ได้

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงรูปแบบปัญหาจากรูปหนึ่งไปเป็นอีกรูปหนึ่ง(Ability to Transform Problem Element From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่คำนึงถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms)

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางด้านสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างการเรียนหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจซึ่งเป็นปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำ ตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยหรือเคยกระทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ขั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจมโนมติ นิยามตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Contruct Proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยามสัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหาและพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

สรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิธีการวัดประเมินผลที่ใช้วัดความรู้ความสามารถ ทักษะ/กระบวนการ วินิจฉัยเกี่ยวกับจุดเด่นจุดด้อยขององค์ประกอบสำคัญทางด้านทักษะต่าง ๆ ของนักเรียน อันเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย

2.3.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545,น. 193) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมี 2 ประเภท สามารถสรุปแบบทดสอบแต่ละประเภทได้ดังนี้

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน มีการดา เนินการสอบและการแปลคะแนนแบบมาตรฐาน สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชา และยอมรับในคุณภาพที่สามารถขยายอิงสู่ประชากรได้ การดา เนินการในการใช้แบบทดสอบมาตรฐานต้องทา ตามคู่มือทุกอย่าง ไม่ว่าจะเป็นการแจก การอธิบาย การใช้เวลา การตรวจและการแปลคะแนนของข้อสอบ

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้น โดยสร้างตามจุดประสงค์ของครูผู้สอนเป็นคำถามที่เกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียน ซึ่งเป็นการทดสอบว่านักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน บกพร่องในส่วนใด เพื่อจะได้สอนซ่อมเสริม หรือเป็นการวัดเพื่อดูความพร้อมที่จะเรียนในเนื้อหาใหม่ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความต้องการของครูผู้สอน บางฉบับอาจจะไม่ได้ทดลองสอบมาก่อนกลุ่มตัวอย่างไม่คลุมประชากร สามารถแก้ไขได้ทุกระยะ และครูผู้สอนไม่จาเป็นต้องเป็นผู้เชี่ยวชาญในการสร้างข้อสอบ แบบทดสอบที่ครูสร้างนี้จึงเชื่อถือได้น้อยกว่าแบบทดสอบมาตรฐาน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555,น. 28) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ครูสร้างขึ้น จำแนกออกเป็น 8 ประเภท โดยสามารถสรุปแต่ละประเภทได้ ดังนี้

1. แบบทดสอบแบบเลือกตอบ ใช้วัดผลได้ทั้งด้านความรู้ความคิด ทฤษฎี หลักการ การตัดสินใจ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. แบบทดสอบแบบถูกผิด โดยมีการนาเสนอข้อความเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจในหลักการ ทฤษฎี การแปลความหมายหรือการกำหนดตัวแปร

3. แบบทดสอบแบบจับคู่ เป็นแบบทดสอบที่มีลักษณะการนำเสนอข้อความ 2 ส่วน ให้เลือกเพื่อจับคู่กัน ซึ่งโดยทั่วไปจำนวนข้อของคา ตอบจะมีมากกว่าคา ถาม

4. แบบทดสอบแบบเปรียบเทียบ เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อความที่ต้องการ ให้ผู้เรียนพิจารณาในรูปของ มากกว่า เท่ากับ น้อยกว่า หรือสรุปไม่ได้

5. แบบทดสอบแบบเติมคำ โดยผู้ตอบต้องแสดงความรู้ความสามารถด้วยการเขียนตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา ซึ่งแบบทดสอบแบบเติมคำ ยังใช้ในการคิดเลขในใจได้

6. แบบทดสอบแบบเขียนตอบ โดยให้ผู้สอบแสดงความรู้ ความสามารถด้วยการเขียนตอบ แสดงวิธีทา หรือสรุปผลจากวิธีทำ โดยแสดงเหตุผลประกอบ

7. แบบทดสอบแบบต่อเนื่อง เป็นการผสมผสานแบบทดสอบหลายรูปแบบไว้ด้วยกันเช่น แบบทดสอบแบบเลือกตอบกับแบบถูกผิด แบบทดสอบแบบเลือกตอบกับแบบเขียนตอบ

8. แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทา เป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา ใช้ประเมินได้ครอบคลุมทั้งมโนทัศน์และวิธีการคิด การวางแผน รวมทั้งความสามารถของทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ จากประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่มีนักการศึกษาได้จำแนก แต่ละประเภทไว้ดังกล่าวข้างต้น

สรุปได้ว่า แบบทดสอบแต่ละประเภทมีลักษณะเฉพาะที่สามารถนำไปใช้เพื่อประเมินความรู้ความสามารถของผู้เรียนได้ ดังนั้นการเลือกใช้แบบทดสอบ ผู้สอน ต้องตระหนักถึงจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการประเมิน และมีความสอดคล้องกับข้อคำ ถาม ตรงตาม เนื้อหา สาระที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว รวมทั้งเลือกใช้แบบทดสอบที่ได้มาตรฐาน เพื่อนา ผลการประเมินไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ต่อไป

2.3.4 คุณลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึง คุณลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545,น. 194 -195) กล่าวว่า คุณลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีพิจารณาได้ดังนี้

1. ความตรง แบบทดสอบที่มีความตรง เป็นแบบทดสอบที่สามารถนาไปวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้อง ตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการวัด ครอบคลุมเนื้อหาที่มีในหลักสูตร

2. ความเชื่อมั่น แบบทดสอบที่มีความเชื่อมั่น เป็นแบบทดสอบที่สามารถให้ผลการวัดได้คงที่ ไม่ว่าจะนา แบบทดสอบนั้นไปวัดกี่ครั้ง

3. ความเป็นปรนัย แบบทดสอบที่มีความเป็นปรนัย เป็นแบบทดสอบที่มีคาถามชัดเจนสามารถตรวจให้คะแนนและแปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน

4. การถามลึก หมายถึง ถามให้ครอบคลุมพฤติกรรมขั้นความรู้ ความจาความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า

5. ความยุติธรรม คำถามของแบบทดสอบต้องไม่มีช่องทางชี้แนะให้เดาได้ถูกต้อง และต้องเป็นข้อสอบที่ไม่มีความลา เอียงต่อกลุ่มนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งโดยเฉพาะ

6. อำนาจจำแนก แบบทดสอบนี้สามารถแยกนักเรียนได้ว่าใครเก่งใครอ่อน โดยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็นประเภท ๆ ได้ทุกระดับอย่างละเอียด ตั้งแต่อ่อนสุดจนถึงเก่งสุด

7. ความยากง่ายพอเหมาะ แบบทดสอบนี้จะต้องไม่ยากเกินไปและไม่ง่ายเกินไป

8. ความยั่วยุ หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทา ด้วยความสนุกเพลิดเพลินโดยไม่รู้สึกเบื่อหน่ายในการทา แบบทดสอบ

9. ประสิทธิภาพ เป็นแบบทดสอบที่มีจานวนข้อสอบพอประมาณ จัดทาแบบทดสอบด้วยความประณีต ตรวจให้คะแนนได้รวดเร็ว รวมถึงสิ่งแวดล้อมในการสอบที่ดี

สมนึก ภัททิยธินี (2551,น. 67 – 71) ได้สรุปลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ดีมีดังนี้

1. ความเที่ยงตรง (Validity) คุณภาพของข้อสอบ ที่สามารถวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการ หรือวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้องแม่นยา

2. ความเชื่อมั่น (Reliability) ลักษณะแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้คงที่คงวาไม่เปลี่ยนแปลงไม่ว่าจะทาการสอบใหม่กี่ครั้งก็ตาม

3. ความยุติธรรม (Fair) หมายถึงลักษณะของข้อสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการได้เปรียบเสียเปรียบในกลุ่มผู้เข้าสอบด้วยกัน

4. ความลึกของการถาม (Searching) หมายถึง ข้อสอบจะต้องไม่ถามผิวเผินหรือประเภทความรู้ความจำ

5. ความยั่วยุ (Exemplary) หมายถึงแบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุกเพลิดเพลิน ไม่ควรใช้คาถามซ้ำซากซึ่งน่าเบื่อหน่าย วิธีการที่จะให้ข้อสอบมีความยั่วยุอยากตอบ ก็โดยเรียงจากข้อง่ายไปหาข้อยาก

6. ความจาเพาะเจาะจง (Diffinition) หมายถึง ข้อสอบที่มีแนวทาง หรือมีทิศทางการถาม การตอบชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝงกลเม็ดให้นักเรียนงง

7. ความเป็นปรนัย (Objectivity) ความเป็นปรนัยของแบบทดสอบ ไม่ได้หมายถึง ข้อสอบกาถูก กาผิด จับคู่ เติมคำ ตอบสั้น ๆ และเลือกตอบ เพราะแบบทดสอบชนิดต่าง ๆ เหล่านี้เป็นเพียงรูปแบบหรือคาถามที่จะนาไปสู่ความเป็นปรนัยเท่านั้น และความเป็นปรนัย เป็นคุณลักษณะของแบบทดสอบ ไม่ใช่ชนิดของข้อสอบ

8. ประสิทธิภาพ (Efficiency) หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมากพอประมาณใช้เวลาสอบพอเหมาะ ประหยัดค่าใช้จ่าย จัดทำแบบทดสอบด้วยความประณีต ตรวจสอบได้คะแนนรวดเร็ว

9. อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถในการจำแนกผู้สอบที่มีคุณลักษณะ หรือความสามารถแตกต่างกันได้ ข้อสอบที่ดีจะต้องมีอำนาจจำแนกสูง

10. ความยาก (Difficulty) หมายถึง จานวนคนตอบข้อสอบได้ถูก มากน้อยเพียงใดหรืออัตราส่วนของจานวนคนทั้งหมดที่เข้าสอบ ตามทฤษฎีการวัดแบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดีคือข้อสอบ ที่ไม่ยากเกินไปหรือง่ายเกินไป

เยาวดี รางกุลชัย วิบูลย์ศรี (2552,น. 16) ได้สรุปแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ มีความมุ่งหมายในการวัดเชิงเนื้อหา (Content Validity) กล่าวคือ ข้อกระทงของแบบทดสอบประเภทนี้จะต้องเลือกมาจากเนื้อหาเฉพาะที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการศึกษาที่จะวัดเป็นสำคัญ และมีข้อตกลงเบื้องต้นถึง 3 ข้อดังนี้

1. เนื้อหาหรือทักษะภายในขอบเขตที่ครอบคลุม ในแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์นั้นจะต้องสามารถจำกัดอยู่ในรูปพฤติกรรมซึ่งมีความจำเพาะเจาะจง ในลักษณะที่จะสื่อสารไปยังบุคคลอื่นได้ ถ้าเป้าหมายทางการศึกษาไม่สามารถจำกัดอยู่ในรูปของพฤติกรรมแล้วย่อมไม่สามารถที่จะวัดในลักษณะของผลสัมฤทธิ์ได้อย่างชัดเจน

2. ผลิตผลที่แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วัดนั้น จะต้องเป็นผลิตผลเฉพาะที่เกิดจากการเรียนการสอนตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการเท่านั้น จะวัดผลิตผลอย่างอื่นไม่ได้ ตัวอย่างเช่น ถ้าต้องการวัดว่า นักเรียนได้เรียนรู้อะไรจากสิ่งที่สอนไปแล้วในชั้นเรียน ถ้าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นกลับไปวัดเพียงประสบการณ์ทางอ้อม ที่ได้รับจากข้างนอกชั้นเรียนเพียงอย่างเดียว ในกรณีเช่นนี้ถือว่า แบบทดสอบที่สร้างขึ้นนั้นไม่ได้เข้าลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ตามข้อตกลงเบื้องต้น

3. ผลสัมฤทธิ์หรือความรู้ต่าง ๆ ที่แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์วัดได้นั้น ถ้าจะนำไปเปรียบเทียบกันแล้ว ผู้เข้าสอบทุกคนจะต้องมีโอกาสได้เรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ อย่างเท่าเทียมกัน ข้อตกลงเบื้องต้นนี้จะบรรลุได้ดีสำหรับแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้น เพื่อใช้ในชั้นเรียน เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนต่างก็เรียนเนื้อหาสาระเหมือนกันในวิชาเดียวกัน และได้รับประสบการณ์จากการทาแบบฝึกหัดเช่นเดียวกัน

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552,น. 167) ได้สรุปแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

1. มวลเนื้อเรื่อง หรือทักษะที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน สามารถนามาระบุได้อย่างชัดเจน (Well Defined) ในเชิงพฤติกรรมหรือกลุ่มพฤติกรรม นั้นคือผลลัพธ์อันเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้ที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนนั้นจะต้องสามารถนามาสื่อความหมายและความสำคัญให้เป็นที่เข้าใจกันโดยทั่วไปได้

2. แบบทดสอบที่สร้างขึ้น ได้ทำหน้าที่วัดพฤติกรรมสำคัญอันเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้นั้นคือแบบสอบถามได้สร้างขึ้นมา อย่างมีความตรงตามเนื้อเรื่อง (Content Validty)

3. ผู้สอบได้มีโอกาสเรียนรู้ครอบคลุมสิ่งที่แบบสอบมุ่งวัด การวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียน จะนามาแปลผลได้อย่างมีความหมาย เมื่อผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้ (Opportunity to Lean)ครอบคลุมสิ่งที่แบบสอบมุ่งวัด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555,น. 162-163) กล่าวว่า การเลือกใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีประสิทธิภาพ ครูผู้สอนควรพิจารณาคุณลักษณะที่สำคัญ ในด้านความเที่ยงตรงในการวัดเนื้อหาหรือประสบการณ์การเรียนรู้ การวัดพฤติกรรม การวัดสภาพที่แท้จริง คุณลักษณะหรือความสามารถของนักเรียน นอกจากนี้ข้อทดสอบในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ควรมีอัตราส่วนของความยากอยู่ในช่วง 0.20 - 0.80 ถ้าข้อทดสอบใดอยู่นอกขอบเขตนี้ถือว่ายากหรือง่ายเกินไป ครูผู้สอนไม่ควรนำมาใช้

สรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ดี ต้องเป็นแบบทดสอบที่ต้องมีความเที่ยงตรงความเชื่อมั่น ความเป็นปรนัย ถามลึก มีความยากง่ายพอเหมาะ มีค่าอำนาจจำแนก และมีความยุติธรรมและ ทาหน้าที่ในการสำรวจความสามารถทั่ว ๆ ไป ของนักเรียน โดยประเมินความรู้ในเนื้อหาวิชาหรือทักษะต่าง ๆ เพื่อแสดงระดับความสามารถของนักเรียน ดังนั้นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์จึง มักจะคลอบคลุมเนื้อหาทั้งในระดับกว้าง และระดับทั่วไป และถือคะแนนรวมที่ได้จากแบบทดสอบเป็นตัวชี้ถึงระดับความสามารถที่วัดได้ ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษา และนำไปใช้ในการสร้าง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อให้ได้ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีคุณภาพ

2.4 แบบทดสอบ

มีนักวิจัยได้กล่าวถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

2.4.1 ความหมายของแบบทดสอบ

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายแบบทดสอบดังนี้

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542, น. 72) ให้ความหมายแบบทดสอบว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลเดียว หรือ หลายคนในเวลาต่างกัน

สมนึก ภัททิยธณี (2546, น. 72) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่า เป็นเครื่องมือวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย และ มีบทบาทสำคัญมากเพราะเป็นเครื่องมือที่มีลักษณะดีหลายประการ แต่ควรใช้คู่กับเครื่องมือชนิดอื่น ๆ อย่างหลากหลาย

ไพศาล วรคำ (2554, น. 233) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่า เป็นชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และ มีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผล

Brown (1998, p. 90) ให้ความหมายแบบทดสอบว่าเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม ตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ

1. แบบทดสอบเป็นวิธีเชิงระบบ (Systematic Procedure) หมายความว่า แบบทดสอบนั้นจะต้องมีกฎเกณฑ์แน่นอนเกี่ยวกับโครงการบริหารจัดการและให้คะแนน

2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม (Behaviors) ซึ่งจะวัดเฉพาะพฤติกรรมที่วัดได้เท่านั้น โดยผู้ตอบสนองตอบต่อข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช่เป็นการวัดโดยตรง

3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรรมที่ต้องการวัดทั้งหมด (Sample Of All Possible Items) ตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่จะมีข้อคำถามวัดพฤติกรรม ที่ต้องการได้ทั้งหมด ฉะนั้นจึงต้องตกลงว่าขอคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้น และ ถ้าผู้ต้องตอบข้อคำถามใดคำถามหนึ่งถูกต้องให้คะแนนเท่ากัน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้ มี 6

แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้น ๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และ แบบอัตนัยหรือความเสียง

สรุปได้ว่า แบบทดสอบ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ด้านพุทธพิสัย เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม
เปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือ ของบุคคลเดียว หรือ หลายคนในเวลาต่างกัน

2.4.2 ประเภทของแบบทดสอบ

ได้มีนักการศึกษาแบ่งประเภทของแบบทดสอบดังต่อไปนี้

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542, น. 33-34) แบบทดสอบมีการแบ่งออกเป็นหลายประเภทตามเกณฑ์หรือรูปแบบ หรือ วัตถุประสงค์ในการใช้ โดยสามารถแบ่งประเภทของแบบทดสอบได้ดังต่อไปนี้

1. แบ่งตามลักษณะทางจิตวิทยาที่ใช้วัด แบ่งเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1.1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ความเข้าใจตามพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ซึ่งเกิดขึ้นจากการเรียนรู้ แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1.1 แบบทดสอบที่ครูสร้างเอง (Teacher – Made Test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างกันโดยทั่วไป เมื่อต้องการใช้ก็สร้างขึ้น ใช้แล้วก็เลิกกัน ถ้านำไปใช้อีกก็ต้องดัดแปลง ปรับปรุงแก้ไข เพราะเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นใช้เฉพาะครั้ง อาจยังไม่มีการวิเคราะห์คุณภาพ

1.1.2 แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) เป็นแบบทดสอบที่ได้มีการพัฒนาด้วยการวิเคราะห์ทางสถิติมาแล้วหลายครั้งหลายหน จนมีคุณภาพสมบูรณ์ทั้งด้านความตรง ความเที่ยง ความยากง่าย อำนาจจำแนก ความเป็นปรนัย และ มีเกณฑ์ปกติ (Norm) ไว้เปรียบเทียบด้วยรวมความจ้องมีมาตรฐานทั้งด้านการดำเนินการสอบ และ แปลผลคะแนน ที่ได้

1.2 แบบทดสอบความถนัด (Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดสมรรถภาพทางสมองของคนว่า มีความรู้ ความสามารถมากน้อยเพียงใด และมีความสามารถทางด้านใดเป็นพิเศษ แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.2.1 แบบทดสอบความถนัดทางการเรียน (Scholastic Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบความถนัดที่วัดความสามารถทางวิชาการว่ามีความถนัดในวิชาอะไร ซึ่งจะแสดงถึงความสามารถในการเรียนต่อแขนงวิชานั้น และจะสามารถเรียนไปได้มากน้อยเพียงใด

1.2.2 แบบทดสอบความถนัดพิเศษ (Specific Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถพิเศษของบุคคล เช่น ความถนัดทางดนตรี ทางการแพทย์ ทางศิลปะ เป็นต้น ใช้สำหรับการแนะแนวการเลือกอาชีพ เช่น แบบทดสอบวัดความถนัด ทางศิลป์

2. ถ้าแบ่งตามรูปแบบของการถามการตอบ จะแบ่งเป็น 2 ประเภท

2.1 แบบวัดความเรียง (Essay Test) แบบนี้จะกำหนดคำถามให้ผู้ตอบจะต้องเรียบเรียงคำตอบเอง การวัดความรู้ด้วยคำถามแบบความเรียงหรือที่รู้จักว่า เป็นแบบอัตนัยรูปแบบจะมีเฉพาะตัวคำถามเท่านั้น ส่วนคำตอบจะเว้นที่ว่างหรือกำหนดกระดาษคำตอบให้ไว้เป็นพิเศษ สำหรับให้ผู้ตอบเขียนคำตอบลงไปเองผู้ตอบมีอิสระในการตอบคำถามแบบนี้จะมีปัญหาในการตรวจให้คะแนนทั้งความเป็นธรรม และ ความสะดวกรวดเร็ว ฉะนั้นจึงไม่นิยมไปใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.2 แบบทดสอบสั้น และ เลือกตอบ (Short Answer and Multiple Choice Test) หรือที่รู้จักกันทั่วไปคือ แบบปรนัย (Objective Test) แบบนี้จะกำหนดคำถามให้ และกำหนดให้ตอบสั้น ๆ หรือ กำหนดคำตอบมาให้เลือกตอบตามนั้น

2.3 แบบเลือกตอบ (Multiple Choice Item) รูปแบบทั่วไปของแบบวัดชนิดเลือกตอบจะมีตัวคำถามซึ่งเป็นประโยคสมบูรณ์และมีตัวเลือกตอบ กำหนดไว้ให้เลือกตอบอาจจะมี 3 4 5 หรือ 6 ตัวเลือกในส่วนที่เป็นตัวเลือกตอบประกอบด้วยตัวถูกและตัวลวง คำถามแบบเลือกตอบมีหลายชนิด

2.4 แบบทดสอบอัตนัย คือ แบบทดสอบที่มีลักษณะ ผู้ตอบต้องเขียนบรรยายตอบ ผู้ตอบมีสิทธิจะเขียนตอบอย่างเสรี อาจจะมีคำตอบถูกหลาย ๆ ทาง คำตอบของข้อสอบเดียวกันอาจจะมีความแตกต่างทั้งในด้านคุณภาพ และ ความถูกต้อง

สรุปได้ว่าประเภทของแบบทดสอบแบบทดสอบมีการแบ่งออกเป็นหลายประเภทตามเกณฑ์หรือรูปแบบ หรือ วัตถุประสงค์ในการใช้ โดยสามารถแบ่งประเภทของแบบทดสอบได้ดังต่อไปนี้ แบ่งตามลักษณะทางจิตวิทยาที่ใช้วัด แบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์และแบบทดสอบความถนัด แบ่งตามรูปแบบของการถามการตอบ จะแบ่งเป็น 4 ประเภท ได้แก่ แบบวัดความเรียง แบบทดสอบสั้น เลือกตอบ และแบบทดสอบอัตนัย

2.4.3 แบบทดสอบอัตนัย

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้หลายทัศนะดังต่อไปนี้

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548, น. 34-38) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำ และ ความเข้าใจ

Mehrens and Lehmann (1969, pp. 206-227) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้ว่า เป็นลักษณะของคำถามที่แตกต่างจากคำถามชนิดอื่น ดังนี้

1. ไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวที่สมบูรณ์และถูกต้อง
2. ผู้สอบได้ตอบอย่างอิสระ
3. คุณภาพของคำตอบมีระดับต่างกัน

Hopkins and Antes (1990, pp. 231-232) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัยไว้ว่า ข้อสอบที่เป็นสิ่งที่ต้องการคำตอบที่เป็นประโยคหลายประโยคต่อเนื่องกัน ซึ่งแสดงความสมเหตุสมผล ถูกต้อง และ คุณภาพของข้อสอบแบบนี้ ต้องเป็นผู้ที่มีความรู้ในวิชาที่สอบ

สรุปได้ว่าแบบทดสอบอัตนัย หมายถึง เป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น ต้องการคำตอบที่เป็นประโยคหลายประโยคต่อเนื่องกัน ไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวที่สมบูรณ์และถูกต้อง ตอบอย่างอิสระเหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูง

2.4.4 ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ดังนี้

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548, น. 34-38) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบ เป็น 2 แบบคือ แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended Response) และแบบจำกัดคำตอบ (Restricted Response) ซึ่งขึ้นอยู่กับการให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษาพบว่าเด็กระดับประถมศึกษา เขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended Response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ให้อิสรเสรีแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็น และ รวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถซึ่งจำเป็นต้องอาศัย การสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่าคุณค่าอย่างยิ่งในการวัดกระบวนการทางสมองที่สูงขึ้นตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยากาศกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอกถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี – ข้อเสีย ของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น จงเปรียบเทียบข้อดีและข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่มมาอย่างละเอียด เพราะเหตุใดเอดดิสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมากจากการทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น จงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศเกาหลี และเวียดนามมา 3 ประเภท

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออมาอย่างมีเหตุผล เช่น จงเปรียบเทียบ และอธิบายเหตุผลการปกครองระบอบประชาธิปไตยของอังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือ มีความเชื่อมั่นค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือนักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดตอบ (Restricted Response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขตแบบฟอร์มและเนื้อหาที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบสั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วย ตัวอย่างเช่น ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพของพลเมือง จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

Mehrens and Lehmann (1969, pp. 206-277) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบเป็น 2 ประเภท ตามลักษณะของความมีอิสระในการตอบดังนี้

1. แบบตอบขยาย (Extended Response) หรือแบบไม่จำกัดคำตอบ (Unrestriced Response) ข้อสอบแบบนี้จะถามความรู้ความสามารถต่าง ๆ โดยให้อิสระในการตอบแก่นักเรียนหรือผู้สอบมาก เปิดโอกาสให้เขียนแสดงความคิดเห็น อธิบาย อภิปรายได้อย่างเต็มที่ทุกแง่ทุกมุมตามที่ต้องการไม่จำกัด ลักษณะคำถามจึงกว้างขวาง เหมาะกับการวัดความสามารถด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทัศนคติ และ การประเมินค่า (Evaluation) เพราะข้อสอบแบบนี้ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักรวบรวมความคิดต่าง ๆ การประเมินคุณค่าของสิ่งเหล่านั้น และ การใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุผลนี้ ปริมาณคำตอบของข้อสอบแบบนี้จึงขึ้นอยู่กับคำถาม และ ความรู้ที่สั่งสมไว้ว่ามีมากน้อยเพียงใด ประกอบกับความสามารถในการจัดระบบการตอบ และความสามารถในการใช้ภาษาของนักเรียนแต่ละคนเป็นสำคัญ จุดอ่อนของการถามแบบนี้อยู่ที่ การให้คะแนน เพราะยากที่จะหาเกณฑ์ในการให้คะแนนที่ถูกต้องเที่ยงตรงได้ คำถามที่ใช้มักจะเป็นคำถามประเภท “จงอภิปราย , เปรียบเทียบ , แสดงความคิดเห็น” เป็นต้น

2. แบบทดสอบจำกัด (Restricted Response หรือ Short – essay Item) ข้อสอบนี้สามารถอุดจุดอ่อนของคำถามแบบแรกได้ ทั้งนี้เนื่องจากข้อสอบแบบขยายคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ให้อิสระในการตอบโดยไม่จำกัด ทำให้ได้คำตอบที่แตกต่างกันมาก จึงมักมีปัญหาในการตรวจคะแนน โดยเฉพาะในแง่ของการเปรียบเทียบกันในกลุ่ม ข้อสอบแบบนี้ จึงถามแบบเจาะจง ผู้เขียนข้อจะกำหนดขอบเจต ลักษณะการตอบตลอดจนเนื้อหา ทิศทางการตอบ และ ความยาวในการตอบไว้ด้วยคำตอบจึงสั้น และ อยู่ภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้ ผู้ตอบต้องจัดเรียบเรียงความคิดเห็นให้เป็นระเบียบแล้วตอบให้ตรงประเด็นของคำถามเพียงสั้น ๆ โดยไม่มีโอกาสอภิปรายแสดงความคิดเห็นนอกเหนือที่กำหนดไว้ให้ ข้อสอบแบบนี้จึงมีความสะดวกในการให้คะแนนมากกว่าแบบแรก เพราะมีเกณฑ์ต่าง ๆ ที่จะตัดสินใจให้คะแนนมากขึ้น ผู้เขียนข้อสอบจึงจำเป็นต้องระมัดระวังในเรื่องคำสั่งโจทย์ ขอบเขตเนื้อหา และเวลาที่กำหนดให้นักเรียนตอบคำถามที่ใช้มักอยู่ในรูป “จงนิยาม ตอบสั้นๆ อธิบายสั้น ๆ ” อย่างไร ก็ดี ข้อสอบแบบนี้ให้โอกาสแก่นักเรียนน้อยมากในการแสดงความสามารถเกี่ยวกับการจัด การรวบรวม การแสดงความคิดเห็นและการจัดหาสิ่งต่าง ๆ ที่จำเป็นเกี่ยวกับการตอบ จึงมีประโยชน์สำหรับการวัดผลการเรียนรู้ระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ และ การวิเคราะห์ แต่จะมีคุณค่าน้อยมากถ้าจะนำไปใช้ในระดับการสังเคราะห์ และ การประเมินค่า

Hopkins and Antes (1990, pp. 231-232) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบ เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบที่มีขอบเขตกว้างแต่ให้เวลาจำกัด (Extended-Response) ข้อสอบลักษณะนี้จะทดสอบทักษะของผู้เขียนในการเลือกว่าเขียนอะไร และ จะเขียนมากน้อยแค่ไหนในแต่ละส่วน รวมทั้งความสามารถในการจัดระเบียบ และ แสดงความคิดในเชิงตรรกะ ข้อสอบเขียนบรรยายแบบขยายความนี้เป็นข้อสอบประเภทปลายเปิด (Open-Ended) และ ไม่ได้จำกัดความคิดของนักเรียน ข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ในการประเมินการเขียน โดยเฉพาะศิลปะเกี่ยวกับการใช้ภาษา

2. แบบจำกัดคำตอบ (Limited-Response) จะมีขอบเขตกว้างหรือแคบก็ได้ แต่นักเรียนควรจะรู้อย่างแน่ชัดว่าขีดจำกัดนั้นคืออะไรข้อสอบนี้จะให้ขีดจำกัดที่ระบุได้อย่างชัดเจน เพื่อสร้างขอบเขตในการตอบให้นักเรียน กล่าวคือนักเรียนต้องตอบในกรอบเนื้อหาที่จำกัด ข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ต่อครูผู้สอนที่ต้องการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งต่างจากแบบทดสอบอัตนัยแบบที่มีขอบเขตกว้างที่ต้องการวัดด้านทักษะการเขียนผู้ออกข้อสอบควรพิจารณาถึงจุดมุ่งหมายในการวัดผลก่อนตัดสินใจเลือกว่าจะใช้รูปแบบใด

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบ เป็น 2 ประเภท คือ แบบไม่จำกัดคำตอบ และแบบจำกัดตอบ

2.4.5 หลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัย เป็นแบบทดสอบที่กำหนดปัญหาหรือเรื่องราวให้ โดยให้ผู้ตอบอธิบาย หรือบรรยายแสดงความคิดเห็น หรือวิพากษ์วิจารณ์อย่างอิสระในเวลาที่กำหนดให้ ในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัยต้องพิจารณาหลายสิ่งอย่างเพื่อตรงตามจุดประสงค์ เนื้อหา และการวัดประเมินผล ให้สอดคล้องกันทั้งระบบ โดยมีหลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามดังต่อไปนี้

1. ต้องดูจุดประสงค์ของการสอบก่อน แล้วจึงเขียนข้อคำถาม เพื่อให้ตรงจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด
2. ควรใช้คำถามที่มีความกระจ่างชัด ด้วยหลักการถามและหลักภาษา
3. คำถามหนึ่ง ๆ ควรเป็นเรื่องเดียว เพื่อให้ผู้ตอบตอบได้ตรงเป้าหมายที่ผู้ถามต้องการ
4. คำถามควรคำนึงถึงเวลาที่ให้ผู้ตอบทำการตอบ
5. คำถามทุกคำถามผู้สอบควรทำเฉลยไว้ และวางแผนการให้คะแนน แต่ละส่วนว่าเป็นเท่าไร เพื่อเปรียบเทียบ นอกจากนั้นต้องพิจารณาคำตอบที่มีโอกาสเป็นไปได้ที่ไม่จำเป็นจะต้องตรงกับเฉลยทุกตัว แต่ก็จะถูกสามารถได้คะแนนได้ด้วยลักษณะของแบบทดสอบอัตนัย

สรุปได้ว่า หลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัย มีหลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามดังต่อไปนี้ ดูจุดประสงค์ของการสอบก่อน แล้วจึงเขียนข้อคำถาม เพื่อให้ตรงจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด ควรใช้คำถามที่มีความกระจ่างชัด คำถามหนึ่ง ๆ ควรเป็นเรื่องเดียว เพื่อให้ผู้ตอบตอบได้ตรงเป้าหมายที่ผู้ถามต้องการ คำถามทุกคำถามผู้สอบควรทำเฉลยไว้ และวางแผนการให้คะแนนแต่ละส่วนว่าเป็นเท่าไร

2.4.6 การสร้างกฎเกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวมของแบบทดสอบแบบอัตนัย พิจารณาคะแนนจากการตอบในภาพรวม สำหรับตัวอย่างข้อสอบแบบอัตนัยแบบเกณฑ์รวม อาจกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 3 ระดับ ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3

เกณฑ์การให้คะแนน(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี)

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความสามารถในการให้เหตุผล	3	ดี	- อธิบายการอ้างเหตุเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลและชัดเจน
	2	พอใช้	- อธิบายการอ้างเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่ชัดเจน
	1	ปรับปรุง	- ไม่อธิบายการอ้างเหตุผล หรือเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผล

จากตารางที่ 2.3 พบว่า เกณฑ์การประเมินผลการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 3 ระดับ คือ 3 , 2 และ 1 โดยพิจารณาจากการอธิบายการอ้างเหตุเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลและชัดเจน, อธิบายการอ้างเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่ชัดเจน และ ไม่อธิบายการอ้างเหตุผล หรือเหตุผลที่ใช้ไม่สมเหตุสมผล ตามลำดับ และแบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับได้แก่ ดี พอใช้ และปรับปรุง

2.5 การสัมภาษณ์

การศึกษาข้อเท็จจริง สามารถทำได้โดยการไปสอบถาม ซึ่งเราเรียกว่าการสัมภาษณ์ มีประเด็นที่จะนำเสนอ ความหมายของการสัมภาษณ์ ประเภทของการสัมภาษณ์ และกระบวนการสัมภาษณ์ ตามลำดับดังนี้

2.5.1 ความหมายของการสัมภาษณ์

มีนักการศึกษาหลายได้กล่าวถึงความหมายเของ การสัมภาษณ์ ไว้ดังนี้

วัฒนา พัชราวนิช (2531, น. 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริง และทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริงโดยไม่มีการปิดบังอำพราง และยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

นิภา เมธธาวีชัย (2543, น. 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมีที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคลโดยการสนทนา ซักถามโต้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การ

สัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2544, น.78) กล่าวว่าการสัมภาษณ์ (Interview) เป็นรูปแบบของการสื่อสารด้วยคำพูดระหว่างบุคคล โดยมุ่งหมายเฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่งและมุ่งเนื้อหาของเรื่องนั้นเป็นที่แน่นอนการสัมภาษณ์ได้รวมความหมายดังนี้

1. การสัมภาษณ์เป็นการสื่อสารด้วยคำพูด แบบพบหน้ากันระหว่างบุคคลทั้งผู้ดำเนินการสัมภาษณ์และผู้ได้รับการสัมภาษณ์จะแลกเปลี่ยนข้อมูลกันด้วยคำพูด

2. บุคคลที่เกี่ยวข้องในการสัมภาษณ์ มีความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ซึ่งทำให้แตกต่างไปจากการสื่อสารแบบพบหน้าในรูปแบบอื่น

3. การสัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายแน่นอน หมายถึง มีความต้องการจะได้อย่างใดอย่างหนึ่ง

คณะศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2547, น. 127) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะว่าทำให้ครูรู้สึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์เป็นการค้นหาข้อเท็จจริง โดยการ พบหน้ากันระหว่างบุคคลผู้ดำเนินการสัมภาษณ์และผู้ได้รับการสัมภาษณ์สนทนา ซักถามโต้ตอบ ระหว่างบุคคลลักษณะตัวต่อตัว ทำให้แตกต่างไปจากการสื่อสารแบบพบหน้าในรูปแบบอื่น และมีจุดมุ่งหมายแน่นอน

2.5.2 ประเภทของการสัมภาษณ์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านจำแนกประเภทของแบบสัมภาษณ์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2545, น. 78-80) กล่าวว่า การสัมภาษณ์สามารถแบ่งออกได้หลายแบบ ในที่นี้จะกล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ที่แบ่งตามเทคนิคการสัมภาษณ์ ซึ่งแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured Interview) การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะทำการสัมภาษณ์ตามคำถามที่ได้สร้างขึ้นและพิมพ์ไว้ในแบบสัมภาษณ์ผู้ให้สัมภาษณ์ทุกคนจะตอบคำถามชุดเดียวกัน อย่างเดียวกัน ผู้สัมภาษณ์จะจดบันทึกคำตอบของผู้ให้

สัมภาษณ์ลงในแบบสัมภาษณ์นั้น ข้อดีของการสัมภาษณ์แบบนี้คือผู้วิจัยสามารถจัดหมวดหมู่สรุปได้ง่าย และลดเวลา ในการสัมภาษณ์

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview) เป็นการสัมภาษณ์ ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน และผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงสถานการณ์ให้เหมาะสมตามวัตถุประสงค์ การสัมภาษณ์แบบนี้ อาจมีแนวการสัมภาษณ์ (Interview Guide) ซึ่งจะมีหัวข้อของข้อมูลที่ต้องการระบุไว้ เพื่อให้ผู้สัมภาษณ์จะได้ตั้งคำถามในแต่ละหัวข้อเอง ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความชำนาญในการสัมภาษณ์

กิติพัฒน์ นนทปัทมะดุลย์ (2547, น.123-129) กล่าวว่า การสัมภาษณ์สามารถจำแนกได้เป็น 3 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างหรือแบบมาตรฐาน (Structured or Standardized Interviews) เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดคำถามเฉพาะเจาะจงและชัดเจน หลักการและเหตุผลของการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง คือ การพยายามทำให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แต่ละคนได้รับชุดคำถามชุดเดียวกัน เพื่อว่าจะสามารถเปรียบเทียบคำตอบของแต่ละคนได้สะดวกขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างหรือแบบปลายเปิด (Unstructured or Open-ended Interviews) เป็นวิธีการเก็บข้อมูลที่เหมาะสมที่สุดในการเก็บรวบรวมสาระด้านการรับรู้โลกและประสบการณ์ของผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างดูยืดหยุ่นและลื่นไหลไปตามสถานการณ์เพราะการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างไม่ได้ใช้ข้อคำถามที่กำหนดไว้อย่างตายตัว แต่จะมีลักษณะรวบรวมชุดของคำถามที่สำคัญๆ ที่มีที่มาจากข้อสันนิษฐานอันหลากหลายกว่าการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง

3. การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-structured or Guided Interviews) หรือเรียกอีกอย่างว่าการสัมภาษณ์แบบชี้นำโดยปกติเป็นการสัมภาษณ์ที่นักวิจัยจะกำหนดคำถามที่พอจะตัดสินใจได้ว่าจะถามอะไรบ้าง หรือใช้คำสำคัญ (Keywords) เป็นเครื่องชี้นำการสัมภาษณ์ซึ่งเน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก

รวีวรรณ ชินตระกูล (2547, น. 119-120) กล่าวว่า การสัมภาษณ์แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured Form) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตาม แบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถาม

เหมือนกันทุกข้อ คำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Form) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ (Non-directive interview) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่างๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟัง และตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึก นึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่างๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรงซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิต และ อุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุดเพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses Interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้วจึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้นๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth Interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่างๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้ยเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

ไพศาล วรคำ (2554, น. 253-254) กล่าวว่า การสัมภาษณ์สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบมีโครงสร้าง มีลักษณะคล้ายกับแบบสอบถาม คือ มีการเตรียมคำถามไว้ใน แบบฟอร์ม ผลจากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับคำถามในแบบฟอร์มที่กำหนด เหมาะสำหรับผู้สัมภาษณ์ที่ ไม่ค่อยมีเวลาและยังไม่มีความชำนาญในการสัมภาษณ์

2. แบบไม่มีโครงสร้าง จะมีเฉพาะหัวข้อหรือแนวทางในการสัมภาษณ์เท่านั้น เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ้ง เปิดโอกาสให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็น ได้อย่างเต็มที่

อรัญ ซุยกระเดื่อง (2557,น. 43) ได้แบ่งการสัมภาษณ์ออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การสัมภาษณ์แบบที่มีโครงสร้าง (Structured Interview) เป็นแบบที่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอนบางคำถามก็เป็นแบบปลายเปิด บางคำถามก็เป็นแบบปลายปิด การสัมภาษณ์แบบนี้เหมือนกับแบบสอบถามต่างกันตรงที่การสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์เป็นผู้เขียนคำถามของผู้ตอบเอง

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructerd Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้ล่วงหน้าแน่นอน ผู้สัมภาษณ์สามารถเปลี่ยนแปลงคำถามได้ตลอดเวลา ตามสถานการณ์แต่ต้องมุ่งให้ได้ข้อมูลตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความชำนาญการและต้องจำคำถามต่าง ๆ ได้

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์จำแนกออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดประเด็นคำถามไว้ล่วงหน้าแน่นอน การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้ล่วงหน้าแน่นอน มีเฉพาะประเด็น หรือแนวทางในการสัมภาษณ์เท่านั้น ซึ่งผู้สัมภาษณ์สามารถเปลี่ยนแปลงคำถามได้ตลอดเวลาตามสถานการณ์ เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ้ง และการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง เป็นประเภทการสัมภาษณ์ที่อยู่ตรงกลางระหว่างแบบการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างและการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง

2.5.3 กระบวนการสัมภาษณ์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ กล่าวถึง กระบวนการสัมภาษณ์ (Process Of Interview) ไว้ดังนี้

1. การเตรียมก่อนการสัมภาษณ์ การสัมภาษณ์ที่บังเกิดผลดี ควรมีการเตรียมตัวล่วงหน้าพอสมควรทำให้การนสัมภาษณ์มีประสิทธิภาพสูง การดำเนินตามขั้นตอนก่อนการสัมภาษณ์มีดังนี้

1.1 การติดต่อกับผู้สัมภาษณ์ โดยมีการติดต่อล่วงหน้า นัดเวลาและกำหนดระยะเวลาให้แน่นอน เพื่อความสะดวกแก่ทั้งสองฝ่าย

1.2 การเตรียมตัวของผู้สัมภาษณ์ ต้องตั้งจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ให้ชัดเจน เตรียมคำถามที่จะถามล่วงหน้า ให้มีรายละเอียดสอดคล้องกับความมุ่งหมาย และคิดเรียบเรียงคำถามว่า ควรถามอะไร ก่อนหลังอย่างไร รวมทั้งผู้สัมภาษณ์ ควรได้ศึกษาข้อมูลของผู้สัมภาษณ์ล่วงหน้าจากใบสมัคร เป็นต้น

1.3 การเตรียมสถานที่ ควรเลือกสถานที่ บรรยากาศให้เหมาะสม มีความเป็นเอกเทศ ไม่อึกทึกครึกโครม มีความสะดวกสบายพอสมควร

2. การสร้างสัมพันธภาพที่ดี การสร้างสัมพันธภาพที่ดีระหว่างผู้สัมภาษณ์และผู้ถูกสัมภาษณ์ในระยะเวลาอันสั้นเป็นสิ่งจำเป็นเพราะการสัมภาษณ์จะประสบผลสำเร็จหรือล้มเหลวก็อยู่ที่เทคนิคการสร้างสัมพันธภาพด้วย นอกจากนี้วิธีการของการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์นำมาใช้ช่วยให้บรรลุเป้าหมายได้ดี การสร้างสัมพันธภาพ ได้แก่

2.1 การสร้างบรรยากาศของการสัมภาษณ์ที่ทำให้ผู้สัมภาษณ์ และผู้ถูกสัมภาษณ์ มีความรู้สึกสบายใจในการตอบคำถาม

2.2 วิธีการและหัวข้อที่ใช้ในการสัมภาษณ์ การเชื่อมโยงของหัวข้อในการสัมภาษณ์ได้บุคลิกภาพและข้อเท็จจริงจากการสัมภาษณ์

3. เทคนิคที่ใช้ระหว่างการสัมภาษณ์ เทคนิคในการสัมภาษณ์เน้นการแสดงถึงการดำเนินการสัมภาษณ์ที่ไปด้วยดีมีความคิดที่ต่อเนื่องกันได้ผลตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ เทคนิคทั่วไปที่นำมาใช้ในระหว่างการสัมภาษณ์ ได้แก่

3.1 การสังเกต โดยการสังเกตปฏิกิริยาต่าง ๆ ของผู้ถูกสัมภาษณ์ประกอบด้วย เพื่อทราบถึงความเหมาะสมจากท่าทีและวิธีการพูด

3.2 การฟัง ผู้สัมภาษณ์ต้องพยายามฝึกความสามารถในด้านการฟังและควรฟังมากกว่าพูดเพราะผู้สัมภาษณ์ต้องการได้ข้อความต่าง ๆ จากการสัมภาษณ์ นอกจากนี้ยังต้องฟังในส่วนที่เป็นข้อเท็จจริง เพื่อทราบผลเกี่ยวกับความคิดเจตคติ และความหมายที่ซ้อนเร้นอยู่ บางครั้งผู้ถูกสัมภาษณ์ที่จะต้องชักจูงให้เข้ามาให้ถูกเรื่อง

3.3 การใช้คำถาม การใช้คำถามเป็นวิธีการหนึ่งที่สำคัญ และคุณลักษณะของคำถามที่ดีควรมีลักษณะที่ให้ความเป็นมิตร โดยที่มีแบบแผนของคำพูดที่ดี และน้ำเสียงที่เหมาะสม เพื่อทราบข้อเท็จจริงที่ต้องการจริง ๆ

3.4 การพูด การพูดมีลักษณะที่เกี่ยวกับคำถามของผู้ถูกสัมภาษณ์หากการสัมภาษณ์ต้องการให้ได้ข้อมูลของผู้ถูกสัมภาษณ์ก็ไม่ควรใช้เวลาไปในการพูดของตน ควรให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เป็นฝ่ายพูดภาษาและถ้อยคำที่ใช้ก็ควรมีความหมาย ง่ายต่อความเข้าใจ ไม่พูดเร็วจนเกินไปและควรพยายามควบคุมการสัมภาษณ์ให้อยู่ในขอบเขตที่ต้องการ

4. การยุติการสัมภาษณ์เมื่อได้ผลตามต้องการ คือ ได้ข้อเท็จจริงเพื่อการปรึกษาหารือแล้ว ควรยุติ การยุติการสัมภาษณ์ จะได้ผลในด้านบวก คือ ทุกฝ่ายพอใจ หมายถึง ต่างฝ่ายต่างก็มีความสบายใจ ไม่ควรใช้เวลาในการสัมภาษณ์นานจนเกินไป จะเกิดความเบื่อหน่ายขึ้น ขณะเดียวกันการรวบรัดการสัมภาษณ์ก็ไม่ได้ข้อมูลตามต้องการ การยุติการสัมภาษณ์นั้น จึงพยายามให้เป็นไปโดยธรรมชาติ ในกระบวนการมากกว่าที่จะยุติอย่างกะทันหัน

5. การพิจารณาการสัมภาษณ์ภายหลังการสัมภาษณ์เสร็จแล้ว ควรพิจารณาผลการสัมภาษณ์ในคณะกรรมการด้วย โดยทั่วไปแล้วการตัดสินมักเป็นลักษณะของการผ่านหรือไม่ผ่านการสัมภาษณ์แล้วนำไปพิจารณาพร้อมกับการคัดเลือกวิธีอื่น

สรุปได้ว่า กระบวนการสัมภาษณ์ มีขั้นตอนดังนี้

1. การเตรียมก่อนการสัมภาษณ์ ควรมีการเตรียมตัวล่วงหน้าพอสมควรทำให้การนสัมภาษณ์มีประสิทธิภาพสูง

2. การสร้างสัมพันธภาพที่ดี การสร้างสัมพันธภาพที่ดีระหว่างผู้สัมภาษณ์และผู้ถูกสัมภาษณ์

3. เทคนิคในการสัมภาษณ์เน้นการแสดงถึงการดำเนินการสัมภาษณ์ที่ไปด้วยดีมีความคิดที่ต่อเนื่องกัน

4. การยุติการสัมภาษณ์ ต้องพยายามให้เป็นไปโดยธรรมชาติ ในกระบวนการมากกว่าที่จะยุติอย่างกะทันหัน

5. การพิจารณาการสัมภาษณ์ภายหลังการสัมภาษณ์เสร็จแล้ว ควรพิจารณาผลการสัมภาษณ์ในคณะกรรมการด้วย

2.6 วิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ ดังนี้

2.6.1 งานวิจัยในประเทศ

กิตติศักดิ์ แก้งทอง (2547,น.84) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษาเขตการศึกษา11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุดโดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และปานกลางให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 มากที่สุด และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สุรัญชนา บุตรวิเชียร (2549,น.114) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการให้เหตุผลและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เบญจมาศ เทพบุตรดี (2550,น.104 – 107) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL)และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง การบวก ลบ คูณ หาร ทศนิยม พบว่า นักเรียนกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่ากลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกัน

ธิดารัตน์ เขียวอ่อน (2552 ,น. 92–93) ได้ศึกษาเรื่อง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องแผนภูมิและการวัดความยาวของ 94 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนรู้แบบ 4 MAT และแบบปกติผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT เป็นการการจัดการเรียนการสอนช่วยให้สามารถจัดกิจกรรมได้อย่างหลากหลายและยืดหยุ่นตอบสนองการพัฒนาศักยภาพทุกด้านของผู้เรียนซึ่งมีลักษณะการเรียน

แตกต่างกันอย่างเต็มที่ และการเรียนรู้แบบ 4 MATช่วยนักเรียนมีความสามารถอธิบายหรือการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสม

สุภลักษณ์ ระงับภัย(2553,น. 87) การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาการคิดและการตัดสินใจ เรื่อง ตรรกศาสตร์และการให้เหตุผล โดยการใช้สื่อประสม ของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง จังหวัดราชบุรีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาการคิดและการตัดสินใจ เรื่อง ตรรกศาสตร์และการให้เหตุผลของผู้เรียนพบว่าสูงกว่าเกณฑ์ 70% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยผู้เรียนได้คะแนนเฉลี่ย 42.87 คิดเป็นร้อยละ 85.74

อุษณี ชาติพหล (2552,น. 130 – 135) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และความฉลาดทางอารมณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดการเรียนรู้ ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญา โดยใช้ TAI กับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องเลขยกกำลัง พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาประกอบเทคนิคTAI และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนไม่แตกต่างกันแต่นักเรียนที่จัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาประกอบเทคนิค TAI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่จัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

มงคล ศิริสวัสดิ์ (2554,น. 90-101) ได้ศึกษาผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถการคิดวิเคราะห์ เรื่อง เศษส่วนและการบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CIPPA กับแบบ 4 MAT ผลการศึกษาพบว่า ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบ CIPPA กับแบบ 4 MAT เท่ากับ 79.62/77.08 และ 78.42/76.67 ตามลาดับ ค่าดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้แบบ CIPPA กับแบบ 4 MAT เท่ากับ 0.5614 และ 0.5513 ตามลำดับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CIPPA มีความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .017 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CIPPAมีความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถการคิดวิเคราะห์หลังเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 2 รูปแบบ ไม่แตกต่างกัน

นภัสวรรณ จันภักดี (2555 ,น. 57- 63) ได้ศึกษาผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความสามารถด้านการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา กับแบบวัฏจักร 4 MAT ผลการศึกษาพบว่า ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา กับแบบวัฏจักร 4 MATกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เท่ากับ 79.16/75.30 และ 78.87/75.20 ตามลาดับ ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.7234 และ 0.7345 ตามลาดับ นักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบวัฏจักร 4 MAT อย่างมีนัยสาคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 2 รูปแบบ ไม่แตกต่างกัน

วัลภา ปัชชาเขียว (2555 ,น. 87- 90) ได้ศึกษาผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา กับการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นฐาน ผลการศึกษาพบว่า ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา กับการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นฐาน เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เท่ากับ 81.12/83.79 และ 79.83/80.44 ตามลาดับ ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ค่าดัชนีประสิทธิผล เท่ากับ 0.6619 และ 0.6129 ตามลำดับ นักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังเรียน สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นฐาน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .017

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้อง ได้มีการศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษาเขตการศึกษา11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบฮิวริสติกส์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครู เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL)และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง การบวก ลบ คูณ หาร ทศนิยม ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องบทประยุกต์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้สื่อประสมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องแผนภูมิและการวัด

ความยาวของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนรู้แบบ 4 MAT การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาการคิดและการตัดสินใจ เรื่อง ตรรกศาสตร์และการให้เหตุผล โดยการใช้สื่อประสม ของนักศึกษาชั้นปีที่ 1และแบบปกติและการจัดการเรียนรู้แบบปกติเรื่องการบวกลบคูณหารทศนิยม ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และความฉลาดทางอารมณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดการเรียนรู้ ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญา โดยใช้ TAI กับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องเลขยกกำลัง

2.6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Lesher (1971,p. 2487-A) ได้ศึกษาการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียนเกรด 4-7 พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ในระหว่างชั้นมีความแตกต่างกัน คือ นักเรียนที่เรียนชั้นสูงกว่าจะมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนชั้นต่ำกว่า

Barbato (2000,p.2113-A) ได้ศึกษาผลกระทบของการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และทัศนคติของนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษา ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแบบทดสอบแบบหลังการทดลองพบว่า ชั้นเรียนที่จัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือมีระดับของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญและยังพบว่า นักเรียนมีทัศนคติในด้านบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนกลุ่มที่ใช้วิธีการเรียนแบบปกติ ถึงแม้จะไม่พบว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างปัจจัยด้านเพศกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก็ตามนอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนชายมีคะแนนจากการทดสอบสูงกว่านักเรียนหญิงเมื่อใช้แบบทดสอบของ Motivational Survey แต่ไม่พบว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างเพศชายกับเพศหญิงในปัจจัยด้านแรงจูงใจจากภายนอกเลย

Benson (2013,p.1-17) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าจากโครงสร้างโมเดลการวิเคราะห์ถดถอยทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรการของความสามารถของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์จากการพยากรณ์มีความน่าเชื่อถือพบว่า ถ้าพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถทางการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะส่งผลให้นักเรียนประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์

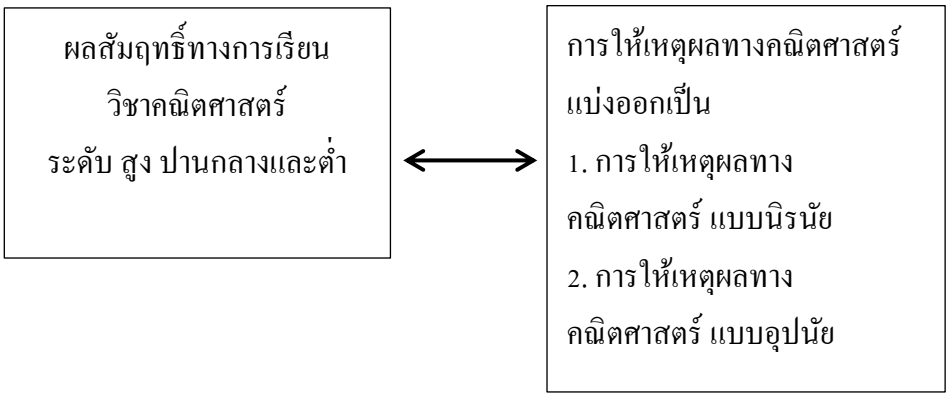
Keller and Rowley (1964, p.167-170) ได้ศึกษาการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์ที่พบว่านักศึกษาที่มีการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงจะมีผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์สูงด้วย ผลที่ได้อาจกล่าวว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องใช้ความคิด ใช้เหตุผลใช้ความรอบรอบจึงจะทำให้การเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นไปด้วยดี นักศึกษาที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีมากเท่าใด ก็มักจะเป็นคนที่มีความคิดที่มีเหตุผลมากขึ้นเท่านั้น ยิ่งถ้าได้ฝึกคิดอยู่เสมอๆ ความสามารถในการให้เหตุผลก็จะสูงยิ่งขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง ได้มีการศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียนเกรด 4-7 ศึกษาผลกระทบของการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และทัศนคติของนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษา ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการประสบความสำเร็จทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์

จากการศึกษาการวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศ พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำกว่ากำหนดจากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.7 กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัยแสดงดังภาพที่ 2.9



***ภาพที่* 2.8** แสดงกรอบการวิจัย