

บทที่ 2

การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

- 2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
- 2.2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 2.4 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์
- 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงรายละเอียดของหลักสูตรตามหัวข้อต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 1-5)

2.1.1 ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา ทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีความสุข

2.1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน(Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต : แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ :การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และใช้การ ดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.1.4 คุณภาพผู้เรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวน ไปใช้ในชีวิตจริงได้

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาวพื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อความเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาที่ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.1.5 คำอธิบายรายวิชา

คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส 23120 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1.5 หน่วยกิต เวลา 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน เป็นดังนี้

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้ปัญหา ในเรื่องอสมการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใช้ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหาคำตอบของโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

สถิติ กำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมหาค่ากลางของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ เลือกและใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม นำเสนอได้อย่างเหมาะสม อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลที่กำหนด อภิปรายและให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลข่าวสารทางสถิติที่สมเหตุสมผล ตระหนักถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

ความน่าจะเป็นหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลแต่ละตัวมีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่า ๆ กันได้ ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจ

การเสริมทักษะกระบวนการทางทางคณิตศาสตร์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ ความรู้อื่น ๆ และเทคโนโลยี เพื่อเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพื่อให้มีมีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณ และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษา ค้นคว้า ปฏิบัติจริง ทดลองสรุปรายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและเชื่อมั่นในตัวเอง

การวัดผลและประเมินผลใช้วิธีการวัดผลประเมินผลหลากหลายรูปแบบ ตรงตามสภาพจริง เช่น แบบทดสอบ ตรวจผลงาน สังเกตพฤติกรรม การนำเสนอโครงการ การจัดนิทรรศการ เป็นต้น เพื่อพัฒนาผู้เรียน ในขณะที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวัดผลประเมินผลด้านความรู้(K) ด้านทักษะกระบวนการ (P) ด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม (A) ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (ความมีวินัย ใฝ่รู้ ใฝ่งาน ขยันงาน วิถีไทย ใส่ใจสุขภาพ) และระดับคุณภาพการอ่าน คิดวิเคราะห์และเขียนสื่อความ ในอัตราส่วนคะแนนระหว่างภาค: ปลายภาค เป็น 80: 20

2.1.6 รหัสตัวชี้วัด

ค4.2ม3/1 ค5.1ม3/1ค5.1ม3/2 ค5.1ม3/3 ค5.1ม3/4 ค5.2ม3/1 ค5.3ม3/1 ค5.3ม3/2
ค6.1ม3/1 ค6.1ม3/2ค6.1ม3/3ค6.1ม3/4ค6.1ม3/5ค6.1ม3/6รวม 14 ตัวชี้วัด

จากคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน และมีตัวชี้วัด 14 ตัวชี้วัดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 4 เนื้อหาประกอบด้วย หน่วยที่ 1 เรื่องอสมการ ประกอบด้วยอสมการ กราฟแสดงจำนวน อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 16 ชั่วโมง หน่วยที่ 2 เรื่องความน่าจะเป็น ประกอบด้วย ประวัติความน่าจะเป็น การทดลองสุ่มความน่าจะเป็น ความน่าจะเป็นจากการลงมือปฏิบัติความน่าจะเป็นกับชีวิตประจำวัน จำนวน 20 ชั่วโมง หน่วยที่ 3 เรื่องสถิติเบื้องต้น ประกอบด้วย การเก็บรวบรวมข้อมูลการนำเสนอข้อมูลการนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟ เส้นกราฟค่ากลางของข้อมูลค่าเฉลี่ยเลขคณิตมัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลทางสถิติ จำนวน 14 ชั่วโมง และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์จำนวน 6 ชั่วโมง รวมทั้งหมด 60 ชั่วโมง ปรากฏดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1

โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	เวลา (ชั่วโมง)
1	อสมการ		
	- อสมการ	ค4.2 ม3/1	16
	- กราฟแสดงจำนวน		
	- อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		
	- การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		
	- โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		

(ต่อ)

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	เวลา (ชั่วโมง)
2	ความน่าจะเป็น		
	- ประวัติความน่าจะเป็น	ค5.2 ม3/1	20
	- การทดลองสุ่มความน่าจะเป็น	ค5.3 ม3/1	
	- ความน่าจะเป็นจากการลงมือปฏิบัติ	ค5.3 ม3/2	
	- ความน่าจะเป็นกับชีวิตประจำวัน		
3	สถิติเบื้องต้น		
	- การเก็บรวบรวมข้อมูล	ค5.1ม3/1	14
	- กำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม	ค5.1ม3/2	
	- กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูล	ค5.1ม3/3	
	- การนำเสนอข้อมูล	ค5.1 ม3/4	
	- การนำเสนอข้อมูล ฮิสโตแกรม		
	- การนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น		
	- การหาค่ากลางของข้อมูล		
	- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต		
	- มัชยฐาน		
	- ฐานนิยมของข้อมูลทางสถิติ		
	- การอ่าน การแปลความหมายและการวิเคราะห์ข้อมูล		
	- การอ่านข้อมูล		
	- การแปลความหมายข้อมูล		
	- วิเคราะห์ข้อมูล จากการนำเสนอข้อมูล		
	- อภิปราย และให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูล		
	ข่าวสารทางสถิติ		
	- เข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นจากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ		

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

(ต่อ)

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	เวลา (ชั่วโมง)
4	ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	ค6.1ม3/1	
	- ทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหา	ค6.1ม3/2	6
	- ทักษะและกระบวนการในการให้เหตุผล	ค6.1ม3/3	
	- ทักษะและกระบวนการในการสื่อสารสื่อ	ค6.1ม3/4	
	ความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ	ค6.1ม3/5	
	- ทักษะและกระบวนการในการเชื่อมโยง	ค6.1ม3/5	
	- ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	ค6.1ม3/6	
	รวม		60

จากตารางที่ 2.1 พบว่า โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยเนื้อหาอสมการ ความน่าจะเป็น สถิติเบื้องต้น และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 สถิติเบื้องต้น เพื่อศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและสามารถให้เหตุผลได้เป็นสิ่งสำคัญ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล ซึ่งในกระบวนการให้เหตุผลนั้น นักเรียนต้องรู้และต้องใช้ทักษะการคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นี้ช่วยให้นักเรียนสร้างข้อสรุปทางตรรกศาสตร์ สามารถประยุกต์ใช้ทักษะการจำแนกทางตรรกศาสตร์มาอธิบายความคิดของตนเอง พร้อมทั้งการตรวจสอบคำตอบและกระบวนการจึงข้อทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้

2.2.1 ความหมายของการให้เหตุผล

ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ทิสนาแชมมณี(2545, น. 144) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริง โดยได้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้และสามารถได้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2546, น. 5) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การแสดงแนวคิดเพื่อให้ได้มาซึ่งเหตุการณ์ข้อสรุป หรือคำตอบที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ประกอบด้วย การหาข้อคาดการณ์ข้อสรุปหรือคำตอบ และการยืนยัน ข้อคาดการณ์ข้อสรุปหรือคำตอบ

สมัย เหล่าวานิชย์(2548, น. 129) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการอย่างหนึ่งที่มีมนุษย์ทุกคนมีอยู่ไม่ว่าจะมากหรือน้อยก็ตาม และมนุษย์ก็นำกระบวนการให้เหตุผลดังกล่าวไปแสวงหาความรู้ใหม่ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐานที่ได้จากการสังเกตจากปรากฏการณ์ธรรมชาติ หรือประเพณีและวัฒนธรรมที่ได้ปฏิบัติมาตลอดเวลา

Hilgard (1962, p. 10) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึงการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิด ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมองซึ่งเป็นกระบวนการการใช้สัญลักษณ์ซึ่งแทนสิ่งของหรือสถานการณ์ต่างๆมาสร้างเป็นความคิดรวบยอด

Prestege (2002, p. 26) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลได้สามารถค้นหาคำตอบและตัดสินใจถูกต้อง รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไปการโต้แย้งและการพิสูจน์ดังนั้นการให้เหตุผลจึงเป็นการหาความเป็นไปได้ของคำตอบและการตัดสินใจถูกต้องของคำตอบ

Galotti(2004, p. 12) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง ความพยายามจำแนกความรู้และกระบวนการคิด เพื่อที่จะได้ข้อมูลในการแก้ปัญหาหรือเพื่อการ แสดงออกทางความคิดสรุปได้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการเกี่ยวกับแนวคิดหรือการยืนยัน ข้อคาดการณ์ ข้อสรุปหรือคำตอบจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาแล้วแสดงความสามารถในการคิดหรือตรึงตรองหาเหตุผล เพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์นั้นๆ และยืนยันความสมเหตุสมผลของข้อสรุปเหล่านั้น โดยอาศัยความรู้พื้นฐานประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆ ประกอบการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล

2.2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผล

ได้มีนักการศึกษาให้ความสำคัญของการให้เหตุผลไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพรμάคอง (2549, น. 97) กล่าวว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลเป็นมุมมองของข้อมูลจากการให้เหตุผลของนักเรียนครูผู้สอนสามารถนำข้อมูลเหล่านี้มาใช้ประโยชน์ในการอธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆเพื่อระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผลในการวิเคราะห์แนวคิดใหม่ๆ (Emerging Ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่นๆรวมทั้งระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียนเพื่อจัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียนและตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 45) กล่าวว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลเป็นการให้เหตุผลที่เป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆในการทำงานและการดำรงชีวิตดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 3) กล่าวว่า ความสำคัญของการให้เหตุผล เกิดจากการได้กำหนดในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนให้การให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหลักมาตรฐานหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนส่งผลให้การให้เหตุผลเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญและเป็นกิจกรรมหลักอย่างหนึ่งในการเรียนการสอนซึ่งมาตรฐานทางด้าน การให้เหตุผลและการพิสูจน์ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนที่เรียนในระดับโรงเรียนได้เรียนรู้ฝึกฝนเพื่อพัฒนาให้เกิดขึ้นในการเห็นคุณค่าของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในฐานะที่เป็นรากเหง้าของคณิตศาสตร์เพื่อในการสร้างและสืบสวนข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และการเลือกใช้รูปแบบการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ได้อย่างหลากหลาย

สรุปได้ว่า ความสำคัญของการให้เหตุผล เป็นสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนตระหนักถึงการให้เหตุผลได้อย่างถูกต้องชัดเจนและคิดอย่างมีเหตุผลบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ๆในการทำงานและการดำรงชีวิตอีกทั้งการให้เหตุผลของนักเรียนยังเป็นส่วนสำคัญที่ครูผู้สอนสามารถนำไปปรับปรุงพัฒนาการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนมีมาตรฐานด้านการให้เหตุผลที่สูงขึ้น

2.2.3 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพรมาคอง (2547, น. 12) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Reasoning) เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก (Logical Interconnections) ในทางคณิตศาสตร์ (Raimi, 2002, p. 11) การให้เหตุผลมีความสำคัญมากเนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนต้องใช้การคิดหลายทักษะเช่นการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์คิดไตร่ตรองคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องนอกจากนี้ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญโดยอาจทำให้ผู้สอน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 46) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552, น. 79) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดเกี่ยวกับการอธิบายหรือแสดงแนวคิดในการสร้างหลักการ การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการหาข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้นอย่างสมเหตุสมผล

Greenwood (1993, p. 144) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูปหาสถานการณ์ร่วมของปัญหาระบุข้อผิดพลาดและสร้างยุทธวิธีใหม่การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบกริณวูดยังกล่าวไว้ว่าถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้นแต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

O'Daffer and Thornquist (1993, p. 43) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิดค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดสร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น

Brahier(2005, p. 25) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่ออธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา ดังนั้นการ

ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นการสร้างข้อพิสูจน์ซึ่งอาจเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการเพื่อ
คาดการณ์ข้อเท็จจริงต่างๆที่เกิดขึ้น

Lee V. Stiff (1999, p. 1) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง
ต้องตั้งอยู่บนศูนย์กลางการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ และเนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มี
ลักษณะเป็นนามธรรม การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้นและการให้เหตุผล

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิด ตรรก
ตรอง วิเคราะห์หาความสัมพันธ์เพื่ออธิบายหรือพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับ
ปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง ในการให้เหตุผล
ประกอบการตัดสินใจและสรุปผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล

2.2.4 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลาย
ทัศนะดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989, p. 16) กล่าวว่า
ในการสร้างข้อความ คาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จากสถานการณ์ที่กำหนด
จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง แบบอุปนัยและแบบนิรนัย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 46-62)
กล่าวว่า โดยทั่วไปมนุษย์มักจะใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึกซึ่งมนุษย์แต่ละคนอาจมี
อยู่เล็กน้อยแตกต่างกันมาช่วยแก้ปัญหา เช่น เมื่อน้ำตาลทรายจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาด
ตลาด ชาวบ้านและ แม่ค้ามักรีบสะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอน
เช้าคนในเมืองมักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติ เพราะคิดว่าการจราจรน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่
ตกตอนเช้า เป็นต้น ซึ่งในทางคณิตศาสตร์ เรียกการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิด
หรือสามัญสำนึก ดังกล่าวข้างต้นว่า การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ มนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบ
สหัชญาณมากหรือน้อยนั้น ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ นอกจากการให้เหตุผลแบบสหัชญาณ
แล้วในทางวิชาการ นักการศึกษาได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้ 1)
การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้งแล้วรวบรวม
ข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้
มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่าข้อความคาดการณ์
2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริง โดย
ไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

หรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ซึ่งการให้เหตุผลแบบนิรนัย ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ 2.1) เหตุหรือสมมติฐานซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้อง พิสูจน์ ได้แก่ คำอธิบาย บทนิยาม สัจพจน์ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่างๆ 2.2) ผลหรือผลสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน

อัมพร ม้าคะนอง (2553, น. 48-56) ได้อธิบายเกี่ยวกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายลักษณะ สามารถสรุปได้ดังนี้ 1) การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วย การให้เหตุผล 2 ประเภท 1.1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบเพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูล ย่อยๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง 1.2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไป ไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้วเป็นหลัก ในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น 2) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิด เกี่ยวกับสัดส่วนทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขของข้อข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การรู้ค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวนการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลาย ลักษณะดังนี้ 2.1) การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการ เปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือ เท่าเดิม ซึ่งการให้เหตุผลเชิงคุณภาพเกิดจากการทำงาน 2 ลักษณะดังนี้ 2.1.1) การเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่ เช่น วัวตัวแรกกินหญ้าหนึ่งกระสอบหมดในเวลา 4 วัน วัวตัวที่สองกินหญ้ากระสอบขนาดเดียวกันหมดในเวลา 5 วัน แสดงว่า วัวตัวแรกกินจุกว่าวัวตัวที่สอง 2.1.2) การบอกทิศทางของการเปลี่ยนแปลงเป็นการระบุทิศทางของการเปลี่ยนแปลงจากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น ในการตัดเสื้อเดือนนี้ ช่างตัดเสื้อใช้เวลามากกว่าเดิมแต่ได้จำนวนเสื้อน้อยกว่าเดิม แสดงว่า ความสามารถในการตัดเสื้อของช่างลดลง 2.2) การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับ ตัวเลขแบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้ 2.2.1) การระบุค่าตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน 2.2.2) การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน 3) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือ สิ่งที่ปรากฏในมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้

เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งใบมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่างๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

Searles (1956, p. 20) ได้แบ่งการใช้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภทคือ 1) การใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่เป็นการสรุปจากข้อเท็จจริงย่อยๆแล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไปในการรวมส่วนย่อยๆเหล่านี้เข้าด้วยกัน โดยแบ่งเป็นความสามารถในด้านต่างๆต่อไปนี้ 1.1)ด้านการอุปมาอุปไมยเป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์ซึ่งต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของและเรื่องต่างๆโดยพิจารณาถึงโครงสร้างแล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นลักษณะเดียวกับของเดิม1.2)ด้านการจัดเข้าพวกเป็นความสามารถในการจำแนกแยกสิ่งของออกเป็นประเภทต่างๆได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง 1.3)ด้านการจัดลำดับเป็นความสามารถในการที่จะมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขภายใต้เงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง1.4)ด้านการสรุปรวบยอดเป็นความสามารถในการใช้เหตุการณ์ที่กำหนดให้ซึ่งประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อยแล้วสรุปผลตามข้อความนั้นอย่างถูกต้อง2) การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อยหมายความว่าเป็นการนำเอาความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็นข้ออ้างแล้วดูความสัมพันธ์ความสอดคล้องหรือคล้อยตามเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อยซึ่งเป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

Eysenck, Wurzburg, and Berne. (1972, p. 14) กล่าวว่า ประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 วิธีดังนี้1) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการคิดหาเหตุผลจากการประยอข้ออ้าง (Premise) ไปยังข้อสรุป (Conclusion) โดยข้อสรุปนั้นมีความสมเหตุสมผลถ้าการสรุปนั้นไม่สมกับเหตุผลที่กำหนดเรียกว่าไม่สมเหตุสมผล 2) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อยๆแล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปเพื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

Karplus and Wollman(1974, p. 102) ได้แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 8 ลักษณะดังนี้ 1) ไม่มีคำบรรยาย (No Explanation) เป็นการให้เหตุผลที่ไม่สามารถให้รายละเอียดได้ 2) การรู้สึกนึกคิด (Intuition) เป็นการให้เหตุผลด้วยการคาดเดา การประมาณโดยขาดการอ้างอิงของข้อมูลที่มีอยู่3) คำนวณ โดยใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuition Computation) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่อย่างขาดเหตุผลที่เหมาะสม4) การเปลี่ยนสเกล (Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่มีการเปลี่ยนสเกล แต่ไม่เกี่ยวข้องกับข้อมูล5) ใช้หลักการบวก (Addition) เป็นการให้เหตุผลที่เน้นความแตกต่างเพียงด้านเดียวและ แก้ปัญหาโดยใช้การบวก6) ใช้หลักกระบวนการและการเปลี่ยนสเกล (Addition and Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่ไม่สามารถบอกอัตราส่วนที่แท้จริงได้7) ใช้สัดส่วนที่

ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Proportion) เป็นการให้เหตุผลที่มีการใช้ อัตราส่วน แต่ไม่สามารถที่จะเปลี่ยนเป็นอัตราที่ถูกต้องได้) ใช้สัดส่วน (Proportion) เป็นการให้เหตุผลแบบสัดส่วนและมีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ กับสเกลของการวัด

Haller et al. (1989, pp. 209-211) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้) การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพปัญหาที่ใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้เรียกว่า คำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไรอาจจะเพิ่มลดลงหรือเท่าเดิมเมื่อกำหนดให้เศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้นลดลงหรือเท่าเดิมโดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะมีดังนี้ 1.1) เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้นค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้.1.2) เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิมค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น.1.3) เศษเพิ่มขึ้นและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น.1.4) เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้นค่าของอัตราส่วนลดลง.1.5) เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิมค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม.1.6) เศษเท่าเดิมและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น.1.7) เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้นค่าอัตราส่วนลดลง.1.8) เศษลดลงและส่วนเท่าเดิมค่าของอัตราส่วนลดลง.1.9) เศษลดลงและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลง) การใช้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Directional Reasoning Problems) คือเป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลขโดยคำถามจะถามหาค่าตัวแปร การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข

O'Daffer(1990, p. 378) กล่าวว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีอยู่ 2 ประเภทคือ1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่งๆเพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไปหรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น2) การให้เหตุผลนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้วเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody(1993, pp. 2-59) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ และแบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การให้เหตุผลใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuitive Reasoning) เป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจน หรือจากความรู้สึภายในส่วนการให้เหตุผลอีก 2 ประเภท เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกันกับ O' Dafferเมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท Baroodyกล่าวว่า ในกระบวนการสืบค้น

ทางคณิตศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบใช้การรู้สึกนึกคิดหรือแบบอุปนัยที่เรียกว่า การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อความคาดการณ์เหล่านั้นโดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

Cooney et al. (1999, pp. 8-10) ได้จำแนกประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 4 ประเภทได้แก่1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่ได้จากกระบวนการ พิจารณาส่งที่มีร่วมกันจากตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง แล้วสรุปออกมาโดยมีเหตุผลสนับสนุน2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่มาจากหลักทั่วไปหรือหลักใหญ่อ้างอิงไปยังสิ่งที่เจาะจง3) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่ เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งนักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ ตัวอย่างเช่น การเพิ่มเงินเดือน 10% ตามด้วยการตัดเงินเดือน 10% ทำให้เงินเดือนเพิ่มขึ้น หรือเงินเดือนลดลง หรือไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าเทียบกับการตัดเงินเดือน 10% ตามด้วยการเพิ่มเงินเดือน 10% จงอธิบายว่า เมื่อใดทั้งสองแบบได้รับผลเท่ากัน4) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่ เป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ ตัวอย่างเช่น จะต้องตัดตามขวางทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์อย่างไร จึงจะได้รูปเหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู และรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

สรุปได้ว่า ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้จำแนกออกเป็น 2 แบบ ดังนี้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลโดยยึดความจริงจากส่วนย่อยที่พบเห็นไปสู่ความจริงที่เป็นข้อสรุปซึ่งใช้ข้อมูลของสมาชิกบางตัวไปอธิบายส่วนใหญ่ซึ่งเป็นการคาดเดาเหตุการณ์ที่อาจจะเกิดขึ้นและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการนำความรู้พื้นฐานซึ่งอาจเป็นความเชื่อข้อตกลง กฎหรือบทนิยามซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและใช้ข้อมูลของสมาชิกส่วนใหญ่มาอธิบายสมาชิกส่วนย่อยๆเป็นการใช้ข้อความที่เป็นจริงอยู่แล้วเพื่อนำไปสู่ขั้นสรุปที่สมเหตุสมผล

2.2.5 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, น. 24-27) ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หา ความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้นๆ ซึ่งประกอบด้วย1) ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุมความสัมพันธ์ของข้อมูล2) ความสามารถในการหาข้อสรุป3) ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 5) ได้กล่าว
ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้อง
อาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/
แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิด
ข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

ทิสนา แคมมณี (2551, น. 14) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดอย่างเป็น
เหตุเป็นผล เป็นความสามารถในการจำแนกข้อมูลหรือข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบน
พื้นฐานของข้อเท็จจริง โดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วย 3 ทักษะย่อยๆ
ดังนี้ 1) สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้ 2) สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัย หรือ
อุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้ 3) สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

Prestage(2000,p. 26) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง
ความสามารถของนักเรียน ในการค้นหาคำตอบและตัดสินใจความถูกต้อง รวมถึงการพัฒนาแนวคิด
เป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้ง และการพิสูจน์

สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น
ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แยกแยะ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา
หรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการหาข้อสรุปของปัญหา และความสามารถในการ
ยืนยัน ตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์
หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่างๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล

2.2.6 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้แนวทางพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทาง
คณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 267) กล่าวว่า กาว
พัฒนาให้นักเรียนเป็นบุคคลที่มีเหตุผลทำได้โดยจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิด ได้ให้เหตุผลใน
ชั้นเรียน ส่งเสริมบรรยากาศการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เกิดการคิดอย่างมีเหตุผล ส่งเสริมให้
นักเรียนเลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูลมีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล รู้ข้อจำกัดของ
การให้เหตุผลทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อนำไปสู่การใช้เหตุผล
อย่างถูกต้อง นอกจากนั้นครู จะต้องมีการตรวจสอบพัฒนาการเกี่ยวกับการให้เหตุผลของนักเรียน
อยู่เสมอ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายการใช้เหตุผลของตนเองเกี่ยวกับ
หลักการที่ใช้ในการคาดเดาคำตอบ และวิธีการในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ กับครูและ

เพื่อนร่วมห้อง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยอย่างเหมาะสม

กระทรวงศึกษาธิการ (2545, น. 198-199) ได้อธิบายแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล ไว้ว่า การฝึกให้ผู้เรียนคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุก เนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ และมีองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่าง มีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้1) ควรให้ผู้เรียนได้พบกับ โจทย์ปัญหาหรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล2) ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง3) ควรช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัด สถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียน ได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนควรตั้งคำถามกระตุ้นการคิดของผู้เรียนและ คอยให้ความช่วยเหลือ กระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้ว ผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูด เสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางอย่างถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น การจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรเปิด โอกาสให้ผู้เรียน ได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็น ปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, น. 3) ได้นำเสนอข้อควรคำนึงเกี่ยวกับแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลไว้ ดังนี้1) ให้นักเรียนเรียนอย่างมีเหตุผล2) ให้นักเรียนฝึกคิดอย่างมีเหตุผล3) ให้นักเรียนฝึกเป็นผู้ให้เหตุผล4) ให้นักเรียนฝึกเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนทำเพื่อหาคำตอบ5) ให้นักเรียนฝึกให้เหตุผลในการอธิบายหรืออภิปราย6) ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่น7) ให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับการตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง8) ให้นักเรียนได้อาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลพฤติกรรมที่แสดงออก ถึงการใช้ทักษะเหตุผลทางคณิตศาสตร์9) เลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ชนิดต่างๆ ได้หลากหลาย10) พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผล และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์11) เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป12) อ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างภาพ13)

ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล14) สร้างและตรวจสอบข้อ
คาดคะเนทางคณิตศาสตร์ได้15) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ การจัดหมวดหมู่ สรุปล
รวมข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันได้

Guilford and Hoepfner. (1971, pp. 28–32) ได้ให้ความหมายของแนวทาง
ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การพัฒนาบุคคลให้ม
ีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล
ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำและเป็นสิ่งที่สามารถฝึก
ได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติหรือสถานการณ์ต่างๆที่เหมาะสม

Lappan and Schram(1989, pp. 18-19) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดและ
การให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกฝนจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรส่งเสริมให้
นักเรียนได้รับการศึกษาอย่างต่อเนื่อง โดยจัดบรรยากาศชั้นเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนมีการ
แลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาพร้อมกัน ดังนั้นการพัฒนาทักษะในการคิดและการ
ให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นคาดการณ์
ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงแนวคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยการอธิบายแบบรูปแสดง
ด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่างๆ ที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อคาดการณ์ การสร้าง
แบบจำลอง (Modeling) และการอธิบายซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

Rowan and Morrow (1993, pp. 16-18) กล่าวว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็น
สิ่งที่สำคัญมาก ครูมีความจำต้องจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่แสดงให้เห็นว่า การให้เหตุผลมี
ความสำคัญมากกว่าการได้เพียงคำตอบ และบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึก
หวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่ สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผล
แนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้ง แสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

Baroody and Coslick(1998, pp. 2-30) ได้อธิบายลักษณะของการเรียนการ
สอนที่ส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาการทักษะให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ 1) การให้เหตุผลคว
รมีการบูรณาการอยู่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้
ใช้การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้และแบบอุปนัยเพื่อคาดการณ์ และการใช้ เหตุผลแบบนิรนัยง่ายๆ เช่น
การใช้เหตุผล“ถ้า...แล้ว”2) ช่วยให้นักเรียนเห็นว่ามรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ใน
สถานการณ์ต่างๆ สิ่งของและจำนวน3) ใช้กิจกรรมที่มีการจำแนกชัดเจนก่อน4) ส่งเสริมให้นักเรียน
ประเมินการคาดการณ์และการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

Malloy (1999, p. 42) ได้นำเสนอแนวทางในการให้เหตุผลในระดับ
มัธยมศึกษาโดยเสนอให้ผู้สอนใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry Approach) ในการส่งเสริมให้

ผู้เรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบ และ อภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง

Sternberg (1999, p. 39) ได้นำเสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะและการประเมินการให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรต้องคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากการแก้ปัญหา การวางแผนและการจัดการทรัพยากรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินคำตอบ

สรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยสอดแทรกการให้เหตุผลเข้าไปในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง โดยให้เวลานักเรียนได้คิดวิเคราะห์ เขียนอธิบายความคิดของตนเอง สร้างข้อสรุปที่ สมเหตุสมผล ตรวจสอบ และประเมินข้อสรุปต่างๆ โดยส่งเสริมให้นักเรียน ได้พบปัญหาที่นักเรียนสนใจและไม่ยากเกินความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล โดยครูสนับสนุนให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาาร่วมกันอย่างเหมาะสม

2.2.7 เกณฑ์ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้กล่าวถึงเกณฑ์ระดับของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Jones, Thornton, Langrall and Tarr (1999, pp. 51-54) ได้ให้ความหมายระดับของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิด ของตนเองตัดสิน (Bijective or Non-Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการ โดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น (Transitional Between Subjective and Naive Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการ โดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล (Informal Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ 2 คือ สามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่า หรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร และระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่างๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้

(Incorporates Numerical Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบ โดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง จำนวนค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

สรุปได้ว่า ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการคิดหรือตรรกะตรวจสอบหาเหตุผล เพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ และทำให้นักเรียนมีความคิดในการให้เหตุผลประกอบของคำตอบได้ เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้ ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิดของตนเองตัดสินหมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็นระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ 2 คือ สามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่า หรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเท่าไร ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่างๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบ โดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง จำนวนค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

2.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ได้มีนักวิชาการได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

2.3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

ไพศาล หวังพานิช (2526, น. 30-31) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นพฤติกรรมหรือความสามารถที่เกิดขึ้นจากการเรียนการสอนเป็นคุณลักษณะของนักเรียนที่ออกมาจากการฝึกอบรมสั่งสอนโดยตรงหรือประสบการณ์ต่าง ๆ ทั้งที่บ้าน โรงเรียน และสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ ประกอบด้วย ความรู้สึก ค่านิยม จริยธรรมต่าง ๆ และความสามารถทางสมอง ได้แก่ ความจำ ความเข้าใจ การวิเคราะห์ การนำไปการสังเคราะห์และการประเมินค่า

ชนินทร์ อินทிரากณ์ (2540, น. 5) กล่าวว่า ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นความสำเร็จในด้านความรู้ทักษะสมรรถภาพทางสมองหรือมวลประสบการณ์ที่ปวงของบุคคลที่ได้รับการเรียนการสอนหรือผลงานของนักเรียนที่ได้จากการประกอบกิจกรรมส่วนหนึ่ง

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2541, น. 18) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การวัดความสามารถทางการเรียนหลังจากได้เรียนเนื้อหาของวิชาใดวิชาหนึ่งแล้ว นักเรียนมีความรู้ความสามารถมากขึ้นเพียงใด นั่นคือ การวัดผลสัมฤทธิ์ยึดเนื้อหาวิชาเป็นหลัก เช่น คณิตศาสตร์อาจมีเนื้อหา การบวก การลบ การคูณ การหาร เศษส่วน เซต ความเป็นไปได้ บัญญัติไตรยางศ์ ฯลฯ การสอบวัดความรู้หลังจากเรียนเนื้อหาที่กำหนดให้ภาคเรียน หรือในชั้นหนึ่ง ๆ เป็นการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Willson.(1971, pp. 643-696) กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์จากแนวคิดของ Wilson พอจะกล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก็คือผลสำเร็จของการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถนั่นเองได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัยโดยอ้างอิงลำดับชั้นของพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยตามกรอบแนวคิดของบลูม (Blooms Taxonomy) ไว้เป็น 4 ระดับได้แก่1) ความความจำด้านการคำนวณ เป็นความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เรียนมาแล้ว เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับพื้นฐานแรกสุด ความความจำด้านการคำนวณ แบ่งออกเป็น 3 ชั้น คือ ข้อเท็จจริง ศัพท์และนิยาม และกระบวนการคำนวณ2) ความเข้าใจ เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้ว มาสัมพันธ์กับ โจทย์หรือปัญหาใหม่ เป็นพฤติกรรมที่ถัดจากความรู้ด้านการคำนวณ ความและความสามารถที่เกี่ยวกับความเข้าใจแบ่งออกเป็น 6 ชั้น คือ ความคิดรวบยอด หลักการ ข้อสรุปอ้างอิงทั่วไป โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การแปลงโจทย์จากรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่ง และการคิด ตามแนวของเหตุผล3) การนำไปใช้ เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่คล้ายกับที่เรียนมาแล้ว โดยนำประสบการณ์เดิมมาใช้ โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดในชั้นนี้จะต้องไม่ใช่โจทย์ที่นักเรียนเคยเรียน หรือเคยทำแบบฝึกหัดมาแล้ว สามารถแบ่งความสามารถที่เกี่ยวกับการนำไปใช้ออกเป็น 4 ชั้นตอน คือ การแก้ปัญหาที่คุ้นเคย การ

เปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นแบบแผนลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร4) การวิเคราะห์ เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของสมรรถภาพทางสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ วัตถุประสงค์สูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะอยู่ในระดับการวิเคราะห์ซึ่งแบ่งความสามารถที่เกี่ยวกับการวิเคราะห์ออกเป็น 5 ชั้น คือ การแก้ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน การค้นพบความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ การวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์และทดสอบความถูกต้องของข้อสรุปอ้างอิงทั่วไป

Good (1973, pp. 6) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การเข้าถึงความรู้ลึกหรือพัฒนาทักษะทางการเรียน พิจารณาจากคะแนนสอบ การฝึกอบรมหรือคะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบให้หรือทั้งสองอย่าง

Wolman (1973, p. 5) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง ระดับของความสำเร็จในเรื่องเฉพาะหรือเรื่องทั่วไปหรือระดับของความชำนาญอันเนื่องมาจากการ ได้รับความรู้ทางวิชาการ

Reber (1985, p. 5) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง ระดับความสามารถทางวิชาการของบุคคลซึ่งสามารถวัดได้โดยใช้แบบทดสอบมาตรฐาน

Husen and Postlethwaite (1985, p. 35) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลสะท้อนของความรอบรู้และการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างที่ทักษะและความรู้กำลังพัฒนา

สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจหลังจากได้เรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถจากการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และสามารถวัดได้ด้วยเครื่องมือทางจิตวิทยาหรือผลงานของนักเรียนที่ได้จากการจัดกิจกรรม พิจารณาจากคะแนนสอบที่กำหนดให้ตามภาคเรียน หรือในชั้นหนึ่ง ๆ ที่เป็น การสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.3.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือในการที่จะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

ส้วน สายยศ (2538, น. 146) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้วมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยการวิเคราะห์ความสัมพันธ์กระดากและคืนสอกกับให้นักเรียนปฏิบัติจริง แบบทดสอบแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ 1) แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดข้อคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้นเป็นข้อคำถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียนนักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน

บทพร้อมส่วนใดจะได้สอนซ่อมเสริม หรือเป็นการวัดความพร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ขึ้นอยู่กับความต้องการของครู2) แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาหรือจากครูผู้สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้ง จนกระทั่งมีคุณภาพดี จึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้เป็นหลักและเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของผลการเรียนการสอนในเรื่องใดๆก็ได้แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบบอกถึงวิธีการสอบ และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย

แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐานมีวิธีการในการสร้างข้อคำถามเหมือนกัน เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนไปแล้ว จะเป็นพฤติกรรมที่สามารถหาคำถามได้ควรจัดให้ครอบคลุมพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ดังนี้1) วัดด้านความรู้ความจำ2) วัดด้านความเข้าใจ3) วัดด้านการนำไปใช้4) วัดด้านการวิเคราะห์5) วัดด้านการสังเคราะห์6) วัดด้านการประเมินค่า

2.3.3 มาตรฐานและคุณลักษณะของแบบทดสอบ

สมนึก กัททิษฐี (2546, น. 63) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนผ่านมา แล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างกับแบบทดสอบมาตรฐานและ คุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมี 10 ประการคือ1) ความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการหรือวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ความเที่ยงตรง2) ความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้คงวาไม่เปลี่ยนแปลง ไม่ว่าจะทำการสอบใหม่กี่ครั้งก็ตาม3) ความยุติธรรม (Fair) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการได้เปรียบเสียเปรียบในกลุ่มของผู้เข้าสอบด้วยกัน ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนทำข้อสอบได้โดยการเดา4) ความลึกของคำถาม (Searching) หมายถึง ข้อสอบแต่ละข้อนั้นจะต้องไม่ถามผิวเผินหรือถามประเภทความรู้ความจำ แต่ต้องให้นักเรียนนำความรู้ความจำ ไปคิด คัดแปลงแก้ปัญหาแล้วจึงตอบได้5) ความขั้วยุ (Exemplary) หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุก เพลิดเพลิน ไม่เบื่อหน่าย6) ความจำเพาะเจาะจง (Definition) หมายถึง ข้อสอบที่มีแนวทางหรือ ทิศทางการถามตอบชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝงกลเม็ดให้นักเรียนงง7) ความเป็นปรนัย (Objective) หมายถึง แบบทดสอบชนิดใดจะเป็นปรนัยจะต้องมีคุณสมบัติ 3 ประการ คือ7.1)ตั้งคำถามให้ชัดเจนทำให้ผู้เข้าสอบทุกคนเข้าใจความหมายตรงกัน7.2)ตรวจให้คะแนนได้ตรงกันแน่นอนว่าจะตรวจหลายครั้งหรือตรวจหลายคนก็ตาม7.3)แปลความหมายของคะแนนได้เหมือนกัน8) ประสิทธิภาพ (Efficiency) หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมากพอประมาณใช้เวลาสอบพอเหมาะประหยัดค่าใช้จ่ายจัดทำแบบทดสอบด้วยความ

ปราณีตตรวจให้คะแนนได้รวดเร็วรวมถึงสิ่งแวดล้อมในการสอบที่ดี9) อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถในการจำแนก ผู้สอบ ข้อสอบที่ดีจะต้องมีอำนาจจำแนกสูง 10) ความยาก (Difficulty) หมายถึง ขึ้นอยู่กับทฤษฎีที่เป็นหลักยึด เช่น ตาม ทฤษฎีการวัดผลแบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดีคือข้อสอบที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป หรือมีความยาก ง่ายพอเหมาะ ส่วน ทฤษฎีการวัดผลแบบอิงเกณฑ์ ความยากง่ายไม่ใช่สิ่งสำคัญ สิ่งสำคัญอยู่ที่ ข้อสอบได้วัดในชุด ประสงค์ที่ต้องการวัดได้จริงหรือไม่

2.3.4 ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Klausmeir(1961, pp. 28-29)องค์ประกอบที่เป็นตัวกำหนดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประกอบด้วยคุณลักษณะของผู้เรียน คุณลักษณะของกลุ่มและแรงจูงใจภายนอกสรุปว่า คุณลักษณะของผู้เรียนเป็นสิ่งสำคัญที่สุดในการอธิบายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับคุณลักษณะของผู้เรียนประกอบด้วย 1) ความพร้อมทางสมองที่เกี่ยวกับความสามารถทางสติปัญญา และความสามารถทางด้านความรู้ความคิด รวมทั้งพื้นฐานความรู้เดิม2) ความพร้อมทางกายภาพที่เกี่ยวกับความสามารถทางทักษะ รวมทั้งสุขภาพ3) คุณลักษณะทางจิตใจที่รวมความสนใจ ทัศนคติ คำนิยม และบุคลิกภาพ4) เพศ5) อายุ6) ภูมิหลังทางครอบครัวและสังคม

จากแนวคิดดังกล่าวสรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือ ด้านตัวผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถด้านความรู้ความคิดความสามารถทางทักษะ ความพร้อมทางกายภาพ และด้านการเรียนการสอน ได้แก่ คุณภาพของครูผู้สอน

2.3.5 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, น. 189) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายรูปแบบดังนี้1) การสังเกต (Observation)ครูสังเกตจากความสนใจ ความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของนักเรียน การทำ กิจกรรมในห้องเรียน เช่น การทดลองการโยนเหรียญ การทอดลูกเต๋า ในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น การทดลองใช้สื่อรูปธรรมเพื่อแสดงว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นจริง การทำ โจทย์พิเศษท้าย ชั่วโมง การทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน การทำงานกลุ่ม ซึ่งควรพิจารณาจากการอภิปรายภายในกลุ่ม การยอมรับความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การแสดงบทบาทผู้นำการอธิบายแนวคิดช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เป็นต้น2) การเขียนอนุทิน (Writing Journal)การเขียนอนุทินเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนความคิดแสดงความรู้สึกในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว เช่น การให้นักเรียนเขียนว่าวันนี้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีประโยชน์ นักเรียนนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และการให้นักเรียนเขียนอธิบาย

แนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหา3) การสัมภาษณ์ (Interview) การสัมภาษณ์นักเรียน ครูอาจทำได้ทั้งเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ โดยดูจาก แบบฝึกหัด การบ้าน โครงการที่นักเรียนทำว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่นักเรียนเรียนไปหรือไม่ นักเรียนสามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ดีชัดเจนเพียงใด นักเรียนแก้ปัญหาในเรื่องนั้นอย่างไร 4) การทำแบบทดสอบ (Doing Test) สำหรับการวัดและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของข้อทดสอบ ขึ้นตอนในการสร้างข้อทดสอบการนำแบบทดสอบไปใช้และการวิเคราะห์คุณภาพของข้อทดสอบ ดังนั้นครูผู้ออกข้อสอบควรเป็นผู้ที่มีความรู้ในเนื้อหาที่จะออกข้อสอบเป็นอย่างดี ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่สอนนั้น ซึ่งจะช่วยให้ออกข้อสอบได้ตรงตามจุดประสงค์และครอบคลุมเนื้อหาได้ครบถ้วน รู้จักชนิดและรูปแบบของแบบทดสอบ มีความรู้เกี่ยวกับลักษณะ ของแบบทดสอบที่มีทักษะในการใช้ภาษา สามารถเขียนคำถามได้กะทัดรัดและชัดเจนการจำแนกลักษณะของข้อทดสอบตามหลักของบลูม(Bloom Taxonomy) เพื่อวัดสิ่งต่อไปนี้4.1) ความรู้ความจำ หมายถึง การระลึกได้ของเรื่องราวต่าง ๆ ที่เคยพบเห็นเคยได้ยิน หรือเคยมีประสบการณ์มาแล้ว เป็นเรื่องของความสามารถในการจับใจความสำคัญ หรือแปลความหมายของสิ่งหรือสัญลักษณ์ที่ได้พบเห็นได้ถูกต้อง4.2) ความเข้าใจ หมายถึง การระลึกได้ของเรื่องราวต่าง ๆ ที่เคยพบเห็น เคยได้ยิน หรือ เคยมีประสบการณ์มาแล้ว เป็นเรื่องของความสามารถในการจดจำสิ่งต่าง ๆ ได้4.3) การนำไปใช้ หมายถึง ความสามารถที่จะนำความรู้หรือความเข้าใจในสิ่งที่รู้เห็นมา ไปแก้ปัญหาใหม่ได้4.4) การวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะเรื่องราวต่าง ๆ ออกมาเป็นส่วนย่อย ๆ ได้ว่า สิ่งนั้นประกอบไปด้วยส่วนย่อย ๆ อะไรบ้าง ส่วนใดที่เป็นส่วนที่สำคัญที่สุดแต่ละส่วนนั้นสัมพันธ์กันอย่างไร4.5) การสังเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการผสมส่วนต่าง ๆ หรือส่วนย่อย ๆ นั้นเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้สิ่งใหม่ที่สมบูรณ์กว่าดีกว่า หรือแปลกกว่าเดิม4.6) การประเมินค่า หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาตัดสินเรื่องราว หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ว่าดีหรือไม่ดี เหมาะหรือไม่เหมาะสม

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ หมายถึง ชุดคำถามที่บ่งวัดพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ในเรื่องที่เรียนรู้ออกไปมากน้อยเพียงใด แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มี 2 ประเภทคือ1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้น โดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญด้านวัดผลและประเมินผลร่วมกับผู้เชี่ยวชาญในสาขาวิชาเฉพาะ มีการวางแผนการสร้างข้อสอบอย่างมีระบบกำหนดวัตถุประสงค์มีการทดลองใช้แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความเป็นมาตรฐาน มีการกำหนดเวลาของการทดสอบและวิธีดำเนินการสอบตลอดจนคู่มือ ประกอบการใช้แบบทดสอบอย่างละเอียด แบบทดสอบมาตรฐานจะมีการวิเคราะห์และปรับปรุงหลายครั้งจนได้ข้อสอบที่มีคุณภาพดี2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้นเองเพื่อใช้ในการวัดผลการเรียนรู้ของนักเรียน

ในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้วแบบทดสอบที่ใช้ในห้องเรียนควรจะสร้างโดยครูที่ทำการสอน วิชาคณิตศาสตร์ซึ่งจะให้ผลที่ดีกว่าการให้ผู้อื่นที่ไม่ได้ทำการสอนเป็นผู้สร้าง และผู้สร้างแบบทดสอบที่ดีควรมีคุณสมบัติ ดังนี้ 2.1) เป็นผู้ที่มีความรู้อย่างแจ่มแจ้งและชัดเจนในเนื้อหาที่จะออกข้อสอบ 2.2) เป็นผู้ที่รู้จักและเข้าใจถึงความสามารถของนักเรียนในชั้นที่ตนสอนอยู่ 2.3) มีความสามารถในการเลือกคำถามและตั้งคำถามได้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน 2.4) รู้แนวทางหรือสิ่งที่นักเรียนบางคนหรือบางกลุ่มมักเข้าใจผิดบ่อย ๆ ในการตอบคำถามหรือทำแบบแก้หัดเพื่อครูจะได้้นำสิ่งเหล่านั้นมาสร้างเป็นตัวลวง 2.5) เป็นผู้ที่มีความสามารถในการใช้ภาษาสามารถเขียนข้อสอบได้ชัดเจน สื่อความหมายให้นักเรียนเข้าใจตรงกันว่าโจทย์จะให้ทำอะไร 2.6) เป็นผู้ที่รู้เทคนิคในการเขียนแบบทดสอบชนิดต่าง ๆ 2.7) เป็นผู้ที่มีความพยายามและความอดทนในการที่จะสร้างข้อสอบ

การที่ครูผู้สอนเป็นคนสร้างแบบทดสอบด้วยตนเองนั้น มีข้อดีในแง่ต่าง ๆ ดังนี้

- 1) ทำให้ครูผู้สอนเข้าใจจุดมุ่งหมายของวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน
- 2) แบบทดสอบที่ครูผู้สอนสร้างขึ้นจะเหมาะสมกับเนื้อหาและวัตถุประสงค์ของวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในระดับชั้นนั้นได้ดีกว่าที่จะให้ผู้อื่นสร้าง
- 3) การสอบและการสอนถ้าจัดทำโดยบุคคลคนเดียวกันจะทำให้กระบวนการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากกว่าที่จะเป็นคนละคนทำแบบทดสอบที่ครูสร้างมี 2 ประเภท คือ 3.1) แบบทดสอบเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน เป็นแบบทดสอบที่วัดภายหลังการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยหรือแต่ละบทย่อยๆ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะนำผลของการวัดไปแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน และปรับปรุงวิธีการสอนของครูก่อนที่จะเรียนหน่วยต่อไป ดังนั้น แบบทดสอบนี้จึงเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของการเรียนการสอนแต่ละหน่วย 3.2) แบบทดสอบเพื่อประเมินสรุปผลการเรียนเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดความคิดรวบยอดและการนำความรู้ไปใช้ ภายหลังการเรียนการสอนในแต่ละเรื่องเสร็จสิ้นลงหรือสิ้นภาคการศึกษา เพื่อตรวจสอบความรู้ที่นักเรียนเรียนไปแล้วทั้งหมดว่านักเรียนยังสามารถระลึกได้ถึงความรู้เหล่านั้นทั้งหมดหรือไม่มีความรู้ความเข้าใจในความรู้เหล่านั้นอย่างต่อเนื่องหรือไม่ แบบทดสอบชนิดนี้มุ่งวัดตามพฤติกรรมในตารางวิเคราะห์หลักสูตรเฉพาะวิชาคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมีหลายประการดังนี้ 3.2.1) ความตรง แบบทดสอบที่มีความตรงเป็นแบบทดสอบที่สามารถนำไปวัดสิ่งที่เราต้องการวัดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน ตรงตามชุดประสงค์ที่ต้องการวัด การที่จะสร้างแบบทดสอบให้มีความตรงนั้น ข้อทดสอบจะต้องถามให้ครอบคลุมเนื้อหาที่มีในหลักสูตร ถามพฤติกรรมการเรียนรู้ครบถ้วนตามชุดมุ่งหมายของหลักสูตรถามแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมอย่างได้สัดส่วนกันเนื้อหาได้ที่มีความสำคัญมากก็ถามหลาย ๆ ข้อ ถ้ามีความสำคัญน้อยก็ถามน้อย 3.2.2) ความเชื่อมั่น แบบทดสอบที่มีความเชื่อมั่นเป็นแบบทดสอบที่สามารถให้ผลการวัด ได้คงที่ไม่ว่าจะนำ

แบบทดสอบนั้นไปวัดกี่ครั้ง เช่น ถ้านำแบบทดสอบไปวัดกับนักเรียน คนเดิม คะแนนจากการสอบ ทั้งสองครั้งก็ควรจะมีความสัมพันธ์กัน เมื่อนักเรียนสอบได้คะแนนสูง ในครั้งแรกก็ควรจะได้คะแนนสูงในครั้งที่สอง(3.2.3) ความเป็นปรนัย แบบทดสอบที่มีความเป็นปรนัยเป็นแบบทดสอบที่คำถามชัดเจน เฉพาะเจาะจง เมื่อนักเรียนอ่านคำถามจะเข้าใจตรงกันว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และถามอะไร นอกจากนั้นการตรวจให้คะแนนและการแปลความหมายของคะแนนก็ต้องชัดเจน โดยผู้ตรวจทุกคนสามารถตรวจให้คะแนนตรงกันและแปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน(3.2.4) การถามลึก หมายถึง ไม่ถามแต่เพียงพฤติกรรมขั้นความรู้ความจำ โดยถามตาม ตำราหรือถามตามที่ครูสอน แต่พยายามถามพฤติกรรมขั้นสูงกว่าความรู้ความจำ ได้แก่ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า(3.2.5) ความยุติธรรม คำถามของแบบทดสอบต้องไม่มีช่องทางชี้แนะให้นักเรียนที่ฉลาด ใช้ไหวพริบในการเดาได้ถูกต้องและไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนที่เกียจคร้าน ซึ่งดูตำราอย่างคร่าว ๆ แล้วตอบได้และต้องเป็นข้อสอบที่ไม่มีความลำเอียงต่อกลุ่มนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งโดยเฉพาะ(3.2.6) อำนาจจำแนก แบบทดสอบนี้สามารถแยกนักเรียนได้ว่าใครเก่ง ใครอ่อน โดยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็นประเภท ๆ ได้ทุกระดับอย่างละเอียดตั้งแต่อ่อนสุดไปจนถึงเก่งสุด(3.2.7) ความง่ายพอเหมาะ แบบทดสอบนี้จะต้องไม่ยากเกินไปและไม่ง่ายเกินไปข้อทดสอบแต่ละข้อควรมีความยากง่ายโดยเฉลี่ยแล้ว จะมีนักเรียนประมาณ 50% ตอบได้ถูกต้อง และอีก 50% ตอบผิดหรือทำไม่ได้ ข้อสอบที่ยากเกินไปเกินความสามารถของนักเรียนจะตอบได้ ก็ไม่มีความหมาย เพราะไม่สามารถจำแนกนักเรียนได้ว่าใครเก่งหรือใครอ่อน ในทางตรงกันข้าม ถ้าข้อสอบง่ายเกินไป นักเรียนที่เก่งตอบถูกหมดและนักเรียนที่อ่อนก็ตอบได้ถูกหมดก็ไม่สามารถจำแนกนักเรียนได้อีกเช่นกัน ฉะนั้น จึงควรออกข้อสอบที่มีความยากง่ายพอเหมาะพอควรไม่ง่ายหรือไม่ยากเกินไป

ลักษณะของข้อทดสอบแบ่งออกเป็น 2 ประเภทดังนี้) 1) ข้อสอบแบบปรนัย ได้แก่ ข้อสอบที่ให้เติมคำตอบลงในช่องว่างข้อสอบที่ให้เขียน เครื่องหมายถูกหรือเครื่องหมายผิด หน้าข้อความที่กำหนดให้ ข้อสอบจับคู่ระหว่างคำถามกับคำตอบ ข้อสอบที่ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว ข้อสอบแบบเลือกตอบ สามารถป้องกัน การเดา เนื่องจากมีตัวเลือกให้หลาย ๆ ข้อที่นักเรียนต้องคิดและพิจารณาเลือก สามารถใช้วัดสมอง ทางด้านความคิดที่ลึกซึ้ง ได้ดีกว่าแบบอื่น ๆ เวลาที่ใช้ในการสอบน้อยสามารถตรวจได้ง่าย ให้คะแนนเป็นที่เชื่อถือและเที่ยงตรง ข้อสอบเลือกตอบประกอบด้วยสองส่วน คือ ส่วนที่เป็นคำถามเป็นข้อความที่เขียนชักนำให้นักเรียนเป็นผู้ตรวจสอบและค้นหาคำตอบ และส่วนที่เป็นข้อความตัวเลือก ซึ่งประกอบด้วยตัวเลือกผิดและถูก มีตัวเลือกที่ถูกเพียงตัวเลือกเดียวเท่านั้น และตัวเลือกที่ใช้ได้ จะต้องมึนักเรียนเลือกอย่างน้อย 5% ตัวเลือกนี้อาจมี 3 ตัวเลือก 4 ตัวเลือก หรือ 5 ตัวเลือกก็ได้ ทั้งนี้ ควรขึ้นอยู่กับระดับชั้นที่นักเรียน

กำลังเรียนอยู่ เช่น ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-2 ใช้ 3 ตัวเลือก และชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-4 ขึ้นไปใช้ 4 ตัวเลือก) ข้อสอบแบบอัตนัย เป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิด วิธีการทำลงในกระดาษคำตอบ สำหรับข้อสอบแบบอัตนัยนี้ครูสามารถออกข้อสอบได้ง่าย แต่การตรวจให้คะแนนนั้นต้องใช้เวลาในการตรวจมาก และความเที่ยงตรงของการให้คะแนนทำได้ยาก ดังนั้น ครูผู้ตรวจให้คะแนนควรตรวจข้อใดข้อหนึ่งให้นักเรียนทุกคนก่อนที่จะตรวจข้อสอบในข้อถัดไป

2.3.6 ระดับผลการเรียน

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553, น. 22) การตัดสินเพื่อให้ระดับผลการเรียนรายวิชาในกลุ่มสาระการเรียนรู้ให้ใช้ตัวเลขแสดงระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ

การตัดสินผลการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานใช้ระบบผ่านมาผ่านโดยกำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 จากนั้นจึงให้ระดับผลการเรียนที่ผ่านระดับมัธยมศึกษาตอนต้นใช้ตัวเลขแสดงผลการเรียนเป็น 8 ระดับ แนวการให้ระดับผลการเรียน 8 ระดับและความหมายแต่ละระดับปรากฏดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2

ความหมายระดับผลการเรียน 8 ระดับ

ระดับผลการเรียน	ความหมาย	ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ
4	ดีเยี่ยม	80 - 100
3.5	ดีมาก	75 - 79
3	ดี	70 - 74
2.5	ค่อนข้างดี	65 - 69
2	ปานกลาง	60 - 64
1.5	พอใช้	55 - 59
1	ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ	49 - 54
0	ต่ำกว่าเกณฑ์	0 - 49

ในกรณีที่ไม่สามารถให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับได้ใช้ตัวอักษรระบุเงื่อนไขของผลการเรียน ดังนี้

“มส” หมายถึง ผู้เรียนไม่มีสิทธิ์เข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน เนื่องจากผู้เรียนมีเวลาเรียนไม่ถึงร้อยละ 80 ของเวลาเรียนในแต่ละวิชา และไม่ได้รับการผ่อนผันให้เข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน

“ร” หมายถึง รอกการตัดสินใจและยังตัดสินใจผลการเรียนไม่ได้ เนื่องจากผู้เรียนไม่มีข้อมูลผลการเรียนรายวิชานั้นครบถ้วน ได้แก่ ไม่ได้วัดผลระหว่างภาคเรียน/ปลายภาคเรียน ไม่ได้ส่งงานที่ครูมอบหมายให้ทำ ซึ่งงานนั้นเป็นส่วนหนึ่งของการตัดสินใจผลการเรียน หรือมีเหตุสุดวิสัยที่ทำให้ประเมินผลการเรียนไม่ได้

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มดังนี้ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับ 3-ระดับ 4 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับ 2- ระดับ 2.5 และ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับ 0-ระดับ 1.5

2.4 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

ได้มีนักการศึกษาได้ศึกษาการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

2.4.1 สหสัมพันธ์ (Correlation)

ลินจง โปธิบาล (2553, น. 245-280) กล่าวว่า สหสัมพันธ์ (Correlation) เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป (หรือข้อมูล 2 ชุดขึ้นไป) ตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างอายุและความดันโลหิต ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนัก ความสัมพันธ์ระหว่างระดับการศึกษา กับพฤติกรรม การดูแลตนเอง ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีการอบรมเลี้ยงดูเด็ก ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพครอบครัวกับการติดยาเสพติดในวัยรุ่น เป็นต้น ในการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรว่ามีมากน้อยเพียงใดนั้นจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) เป็นค่าที่วัดความสัมพันธ์ ซึ่งโดยวิธีการทางสถิติมีอยู่หลายวิธีการใช้ สถิติตัวใดขึ้นอยู่กับลักษณะของตัวแปรหรือระดับของการวัดในตัวแปรนั้นๆ ดังนั้น สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จึงมีทั้งแบบที่เป็นสถิติพาราเมตริกและสถิติอนพาราเมตริก

ในการวัดความสัมพันธ์แต่ละแบบจะต้องมีการทดสอบนัยสำคัญก่อนจึงจะสรุปได้ว่าตัวแปรคู่ใดมีความสัมพันธ์กันจริงหรือไม่ มากน้อยเพียงใด สำหรับการแปลผลจะมองในแง่ของความเกี่ยวพัน ความสอดคล้อง การแปรผันร่วมกัน หรือไปด้วยกัน แต่ไม่ได้หมายความว่าตัวแปรหนึ่งเป็นเหตุและอีกตัวแปรเป็นผล (หรือไม่สามารถระบุได้ว่าตัวแปรไหนเป็นตัวแปรต้นหรือตัวแปรตาม) เช่น ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนักเราไม่สามารถบอกได้ว่าส่วนสูงหรือ

น้ำหนักตัวใดเป็นเหตุ และตัวใดเป็นผลบอกได้เพียงว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ และมีขนาดของความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปนิยมใช้สัญลักษณ์ r แทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของกลุ่มตัวอย่าง (บางชนิดจะใช้สัญลักษณ์ C, W หรืออื่นๆ) และ P แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ใช้วัดขนาดของความสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปร มี 2 ลักษณะคือ $-1 < r < 1$ และ $0 < r < 1$

การบอกระดับหรือขนาดของความสัมพันธ์ จะใช้ตัวเลขของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ หากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าเข้าใกล้ -1 หรือ 1 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับสูงแต่หากมีค่าเข้าใกล้ 0 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับน้อยหรือไม่มีเลย สำหรับการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปอาจใช้เกณฑ์ดังนี้ (Hinkle, 1998, p. 118)

ค่า r	ระดับความสัมพันธ์
.90 - 1.00	มีความสัมพันธ์กันสูงมาก
.70 - .90	มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง
.50 - .70	มีความสัมพันธ์กันในระดับปานกลาง
.30 - .50	มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ
.00 - .30	มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำมาก

เครื่องหมาย $+$, $-$ หน้าตัวเลขสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จะบอกถึงทิศทางของความสัมพันธ์ โดยที่หาก

r มีเครื่องหมาย $+$ หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางเดียวกัน
(ตัวแปรหนึ่งมีค่าสูง อีกตัวหนึ่งจะมีค่าสูงไปด้วย)

r มีเครื่องหมาย $-$ หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางตรงกันข้าม
(ตัวแปรหนึ่งมีค่าสูง ตัวแปรอีกตัวหนึ่งจะมีค่าต่ำ)

ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางชนิดที่มีลักษณะ $0 < r < 1$ ซึ่งจะบอกได้เพียงขนาดหรือระดับของความสัมพันธ์เท่านั้น ไม่สามารถบอกทิศทางของความสัมพันธ์ได้

2.4.1.1 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในสถิติอนุพัราเมตริก ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่มีมาตรวัดได้ตั้งแต่นามบัญญัติขึ้นไป และไม่เจาะจงชนิดของการแจกแจง ความน่าจะเป็นของข้อมูล ได้แก่ 1) สถิติไคสแควร์สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน (Chi-Square Test for Independence) 2) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พาย 3) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนดิงเจนซี

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในสถิติพาราเมตริก เป็นการหาความสัมพันธ์สำหรับตัวแปรที่มีมาตรวัดอันดับหรืออัตราส่วน และมีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ ซึ่งได้แก่ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบแยกส่วน

2.4.1.2 การทดสอบไคสแควร์ สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันเป็นวิธีการที่ใช้เพื่อทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนที่อยู่ใน ตารางการณัจจร (Contingency Table) กล่าวคือเป็นวิธีการที่จะพิจารณาว่าตัวแปร 2 ตัว (ที่แต่ละ ตัวแบ่งเป็นระดับหรือลักษณะต่างๆ นั้น) มีความเป็นอิสระต่อกัน หรือมีความสัมพันธ์กัน หรือไม่ ซึ่งสถิติไคสแควร์ที่ใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันนี้เป็นสถิติไคสแควร์ตัวเดียวกันกับการทดสอบไคสแควร์กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อกัน หรือการทดสอบไคสแควร์กรณี มากกว่า 2 กลุ่มอิสระต่อกัน ดังนั้นข้อกำหนด และสถิติที่ใช้ทดสอบจึงมีความเหมือนกันทุกประการ มีข้อแตกต่างในเรื่องการตั้งสมมติฐานเท่านั้น

2.4.1.3 สมมติฐาน

H_0 : ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน (เป็นอิสระต่อกัน)

H_1 : ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน

2.4.1.4 สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^r \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad df = (r-1)(c-1) \quad (2-1)$$

เมื่อ O_{ij} แทน ความถี่ที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลจริงในตัวแปรที่ 1 และตัวแปรที่ 2 ลักษณะที่ j

E_{ij} แทน ความถี่ที่คาดว่าจะจะเป็นในตัวแปรที่ 1 และตัวแปรที่ 2 ลักษณะที่ j

2.4.1.5 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า $\chi_{\alpha, (r-1)(c-1)}^2$ จากตารางในที่นี่จะใช้ตัวอย่างเดียวกันกับการทดสอบไคสแควร์กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อ

กัน ตัวอย่างในการวิจัยเพื่อสำรวจความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง ผลการสำรวจปรากฏดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3

ความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง

เพศ	ความวิตกกังวล	
	สูง	ต่ำ
ชาย	62	48
หญิง	73	42

จงทดสอบว่า ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษาหรือไม่
วิธีทำสมมติฐาน

H₀: ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

H₁: ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษาสถิติที่ใช้

ทดสอบสถิติไคสแควร์อาณาคเขตวิกฤต กำหนด $\alpha = .05$ $\chi^2_{.05,1}$ อาณาคเขตวิกฤต $\chi^2 \geq 3.84$ คำนวณค่าสถิติได้ผลปรากฏดังตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4

การคำนวณค่าสถิติของความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง

เพศ	ความวิตกกังวล	รวม
-----	---------------	-----

	สูง	ต่ำ	
ชาย	62 $\frac{110 \times 135}{225} = 66$	48 $\frac{110 \times 90}{225} = 44$	110
หญิง	73 $\frac{115 \times 135}{225} = 69$	42 $\frac{115 \times 90}{225} = 46$	115
รวม	135	90	225

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^r \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} = \frac{(62-66)^2}{66} + \frac{(48-44)^2}{44} + \frac{(73-69)^2}{69} + \frac{(42-46)^2}{46} \quad (2-2)$$

$$= \frac{16}{66} + \frac{16}{44} + \frac{16}{69} + \frac{16}{46} = 1.186$$

2.4.2 การสรุปผล

ค่า χ^2 ที่ได้จากการคำนวณ = 1.186 มีค่าน้อยกว่า ค่า χ^2 ที่เปิดจากตาราง ($\chi^2_{0.05,1} = 3.84$) ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤตสรุปได้ว่าความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

2.4.3 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi Coefficient) ใช้สัญลักษณ์ ϕ เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติผลการวัดออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตาราง 2×2 เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างการรัดเข็มขัดนิรภัยกับการเสียชีวิตในกลุ่มผู้ประสบอุบัติเหตุทางรถยนต์

2.4.3.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

ตัวแปร หรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ และแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะจริง (True Dichotomous)

2.4.3.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย คำนวณจากสูตร

$$\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} \quad (2-3)$$

ค่า ϕ ที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 1 ในกรณีที่ $a-d=0$ หรือ $b=c=0$ หรือ $(a+b) = (c+d)$
 $= (a+c) = (b+d)$

2.4.3.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0: \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1: \rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง

กรณีที่ $n > 20$ ใช้สูตร $z = \phi\sqrt{n}$

กรณีที่ $n < 20$ ใช้สูตร $\chi^2 = n\phi^2; df = 1$

อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

กรณีที่ $n > 20$ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า Z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า หรือเท่ากับค่า Z ที่เปิดจากตาราง

กรณีที่ $n < 20$ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า χ^2 ที่เปิดจากตาราง

2.4.4 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติเจนซี (Contingency Coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติเจนซี ใช้สัญลักษณ์ C เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติ ผลการวัดออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตารางการแจกแจงขนาด $r \times c$ (Contingency Table) ตัวอย่างเช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับการศึกษาต่อการเลือกใช้บริการพยาบาล การหาความสัมพันธ์ระหว่างสถานภาพสมรสกับการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นของพยาบาล

2.4.4.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

1) ตัวแปร หรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ หรือมีลักษณะต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่องก็ได้

2) ผลการวัดอยู่ในรูปความถี่ สามารถแสดงในรูปตารางการแจกแจงขนาด $r \times c$ (r และ $c \geq 2$)

2.4.4.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติเจนซี คำนวณจากสูตร

$$c = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}} \quad (2-4)$$

2.4.4.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0: \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1: \rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง ใช้สถิติ χ^2

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^r \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad df = (r-1)(c-1) \quad (2-5)$$

2.4.4.4 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า χ^2 ที่เปิดจากตารางตัวอย่าง ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัว(3 แบบ)จากกลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 รายได้ผลปรากฏดังตารางที่ 2.5

ตารางที่ 2.5

ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัว

พฤติกรรมเด็ก	วิธีการเลี้ยงดู			รวม
	แบบ 1	แบบ 2	แบบ 3	
เก็บตัว	13(7)	4(5.25)	4(8.78)	21
แบบกลางๆ	5(8)	9(6)	10(10)	24
แสดงตัว	2(5)	2(3.75)	11(6.25)	15
รวม	20	15	25	60

วิธีทำ เมื่อทำการหาค่าความถี่คาดหวัง พบว่า $E_{ij} < 5$ มีเพียง 1 (11.11%) จึงสามารถใช้สถิติไคสแควร์ได้ โดยหาค่าสถิติไคสแควร์จาก

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^r \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad df = (r-1)(c-1) \\ &= \frac{(13-7)^2}{7} + \frac{(4-5.25)^2}{5.25} + \dots + \frac{(11-6.25)^2}{6.25} \\ &= 16.87 \\ df &= (2)(2) = 4\end{aligned}\tag{2-6}$$

หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนดิงเจนซีจาก

$$c = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}} = \sqrt{\frac{16.87}{60 + 16.87}} = 0.468\tag{2-7}$$

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0: \rho = 0$ (พฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1: \rho \neq 0$ (พฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัวมีความสัมพันธ์กัน)

กำหนดระดับนัยสำคัญ .05 ค่าวิกฤต $\chi_{.05,4}^2 \geq 9.49$

ค่า χ^2 ที่คำนวณได้ (16.87) มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ χ^2 ที่เปิดจากตาราง (9.46) จะปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 พฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัวมีความสัมพันธ์กัน

หมายเหตุ

1. ในทางทฤษฎี C จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 แต่ในทางปฏิบัติ ค่าสูงสุดของ C จะมีค่าไม่ถึง 1

2. ค่าสูงสุดของ C ขึ้นอยู่กับตารางการฉ้อกร หากตารางการฉ้อกรมีขนาดใหญ่ ค่า C จะเข้าใกล้ 1 มากขึ้น กรณีมีจำนวนแถวและสดมภ์เท่ากัน การประมาณค่าสูงสุดของ C หาได้

จากค่าสูงสุดของ $c = \sqrt{\frac{k-1}{k}}$ เมื่อ k คือจำนวนแถวและสดมภ์ที่เท่ากัน

3. ในการคำนวณหาค่า C จะต้องคำนวณ χ^2 ก่อน ซึ่งก็จะข้อจำกัดทางสถิติ χ^2 นั้นไปด้วย

4. ค่า C ไม่สามารถนำมาใช้ในการเปรียบเทียบกันได้โดยตรง ในขณะที่สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน แบบแอกรวม หรือแบบสเปียร์แมน จะสามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้โดยตรง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้เลือกการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ โดยสถิติไคสแควร์สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน (Chi-Square Test for Independence) เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอไว้ดังนี้

2.5.1 งานวิจัยในประเทศ

กิตติศักดิ์แก้งทอง (2547, น. 55-71) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่มีภูมิหลังแตกต่างกัน ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 400 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 365 คน ปีการศึกษา 2547 ในจังหวัด นครราชสีมา ชัยภูมิ สุรินทร์ บุรีรัมย์ และศรีสะเกษ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบวัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ และเปรียบเทียบระดับการให้เหตุผลโดยใช้ค่าสถิติไคสแควร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และปานกลาง ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 มากที่สุด และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ชวลัยชมดี (2551, น. 38-67) ได้ศึกษา ผลการพัฒนาการเรียนรู้อุ้งกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัยการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จึงมีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาผลการเรียนรู้อุ้งกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัยเพื่อศึกษาดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/10 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนแก่นนครวิทยาลัยสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษขอนแก่นเขต 1 จำนวน 49 คนเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษามี 3 ชนิด ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนผลการศึกษาค้นคว้าพบว่าแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่ม

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัยมีประสิทธิภาพ 81.43/79.49 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้คือ 75/75 ค่าดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัยมีค่าเท่ากับ 0.6015 หรือคิดเป็นร้อยละ 60.15 และนักเรียนที่เรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยและแบบนิรนัยมีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมาก

เกรียงศักดิ์ ราพวรรณ (2552, น. 83-90) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นปีที่ 1 ในเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรีเขต 2 กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยวิธีสุ่มแบบหลายขั้นตอน จากนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนในเขตพื้นที่ การศึกษาจังหวัดราชบุรีเขต 2 จำนวน 265 คนเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบ เลือกตอบ 2 ฉบับคือฉบับที่ 1 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิง ความรู้ฉบับที่ 2 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงข้อมูลหรือ ข้อเท็จจริงและแบบทดสอบเขียนตอบคือ ฉบับที่ 3 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างตารางแผนภูมิหรือ แผนภาพผลการศึกษาพบว่าความเที่ยงตรงตามเนื้อหาโดยให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณาความ สอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รวมทั้งเกณฑ์การให้ คะแนนมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 ถึง 1.00 ความยากง่ายรายข้อมีค่าตั้งแต่ 0.32ถึง0.74 อำนาจจำแนกรายข้อมีค่าตั้งแต่0.24ถึง 0.88 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเลือกตอบฉบับที่ 1 และ ฉบับที่ 2 โดยใช้สูตร KR- 20 ของทูเดอร์ -ริชาร์ดสันฉบับที่ 1 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.91ฉบับที่ 2 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.94 และ ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเขียนตอบฉบับที่ 3 โดยใช้สูตร สัมประสิทธิ์แอลฟามีค่าความ เชื่อมั่นเท่ากับ0.93ส่วนความเชื่อมั่นของเกณฑ์การให้คะแนน โดย ผู้ตรวจ 2 คนมีค่าเท่ากับ0.99 และมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรรณพพรแก้ว (2552, น. 86-88) ได้ศึกษาทักษะกระบวนการการแก้ปัญหาและ ทักษะกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันป่าตองวิทยาคมกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน41 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการวัดแบบสังเกตพฤติกรรมแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบทดสอบหลังเรียนอนูทินและแบบสัมภาษณ์ในการออกแบบ กิจกรรมการเรียนการสอนได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 หน่วยโดยแต่ละหน่วยเข้าสู่บทเรียนโดยใช้ ปัญหาหรือสถานการณ์เป็นตัวกระตุ้นกิจกรรมแบบกลุ่มโดยเน้นให้เกิดการอภิปรายและการ

แก้ปัญหาหลังจากนั้นมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและเขียนอนุทินวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ส่วนข้อมูลเชิงคุณภาพใช้วิธีพรรณนาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในด้านทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในขั้นตอนความเข้าใจปัญหาและขั้นวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนพัฒนาอยู่ในระดับดีมาก ส่วนขั้นการดำเนินการตามแผนและขั้นการตรวจสอบผลนักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับพอใช้ ความสามารถของนักเรียนในด้านทักษะกระบวนการให้เหตุผลซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลประกอบคำตอบอยู่ในระดับดี

ระพีพัฒน์แก้วอำ (2553, น. 46-48) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลวิจัยพบว่าด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 95 สามารถกล่าวได้ว่านักเรียนที่สอบได้คะแนนความสามารถทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นมากกว่าร้อยละ 60 มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 99 สามารถกล่าวได้ว่าความสามารถด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงในทิศทางตามกันในระดับค่อนข้างมากที่สุดและด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 99 สามารถกล่าวได้ว่านักเรียนซึ่งมีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดีมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ธีรรัตน์สังหรณ์ (2556, น. 127-128) ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เรื่องสถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนिरนัยเรื่องสถิติสูงกว่าได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัยเรื่องสถิติสูงกว่าได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากผลงานวิจัยในประเทศที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล ยังช่วยให้พัฒนาทักษะความสามารถในการให้เหตุผล และผู้เรียนที่เรียนสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลได้สูงกว่านักเรียนที่เรียนต่ำ

2.5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Christou and Papageorgiou (2006, pp. 55-56) ได้ศึกษาโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงพื้นฐานบทวรรณกรรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัย โดยได้ทำการศึกษาโครงสร้างสำหรับการแนะนำและการประเมินการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาเป็นการชี้แจงและทำให้สมบูรณ์ท่ามกลางคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ใช้ข้อมูลนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 135 ในประเทศไซปรัส ผลจากการวิจัยได้ให้ประโยชน์ในการกำหนดพื้นฐานทางทฤษฎีสำหรับการออกแบบหลักสูตรและกำหนดโปรแกรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

Ellis (2007, pp. 194–229) ได้ศึกษาความสามารถของนักเรียนในการหาสรุปทั่วไปทางพีชคณิตและการให้เหตุผลเสนอข้อพิสูจน์ที่ถูกต้องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในการเรียนเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นพบว่านักเรียนมีประสบการณ์ที่ยากในการสร้างและการใช้กระบวนการเพื่อทำให้เกิดข้อสรุปทั่วไปการพิสูจน์การทดสอบที่เหมือนกันในเรื่องเรขาคณิตและการเข้าใจคิดในหมู่ของนักเรียนเชื่อมโยงกับความสำเร็จในการพิสูจน์ความเข้าใจและความสำเร็จของครูผู้สอนในการสอนเรื่องการพิสูจน์ในระดับประถมศึกษา มีผลต่อการประสบความสำเร็จในการพิสูจน์และการให้เหตุผลของนักเรียนมัธยมศึกษาดังนั้นการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต้องแก้ตั้งแต่การสอนในระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนจะต้องเตรียมตัวมาสอนอย่างดีและใช้หลักการตามทฤษฎีต่างๆอย่างถูกต้องและยึดหลักที่ว่า การกระตุ้นความสนใจของนักเรียนคือการสอนที่กระตือรือร้น

Perrine (2009, p. 1) ได้ศึกษาผลกระทบของการแก้ปัญหาพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ของการให้เหตุผลเกี่ยวกับเศษส่วนของครูการพัฒนาการให้เหตุผลในเรื่องสัดส่วนมีความสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งครูผู้สอนต้องมีวิธีการสอนที่น่าสนใจเพื่อดึงดูดผู้เรียนจะต้องมีการเก็บคะแนนซึ่งการเพิ่มขึ้นของคะแนนจะมีผลต่อการเรียนในปีต่อไปมีผู้เข้าร่วมในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 187 คนมีวิทยากรจำนวน 6 ท่านหนึ่งในนั้นเป็นครูประจำชั้นซึ่งสามารถแก้ปัญหาต่างๆในชั้นเรียนได้ใน 187 คนนี้เมื่อถึงภาคเรียนที่ 2 มีนักเรียน 108 คนประสบปัญหาในการสอบปลายภาคและในต้นภาคเรียนที่ 3 ผลรวมแสดงออกมาให้เห็นว่าการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลมีนัยสำคัญทางสถิติการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลเป็นปัจจัยหลักในการศึกษาคณิตศาสตร์ ครูต้องมีวิธีการสอนที่แตกต่างไปจากการสอนแบบเดิมที่นักเรียนไม่เคยเรียนมาก่อน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องในต่างประเทศ สรุปได้ว่า การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา ซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการเรียน

คณิตศาสตร์มีพฤติกรรมต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศสรุปได้ ว่า การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ช่วยให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา ซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และเป็นแนวทางให้ครูและผู้ที่เกี่ยวข้องสามารถจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น และจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่าผู้วิจัยส่วนใหญ่สนใจศึกษาความสามารถด้านการให้เหตุผลเชิงตรรกะ และความสามารถด้านการให้เหตุผลที่เป็นความถนัดทางการเรียนซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาทักษะกระบวนการต่างๆและการมีความสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์แขนงอื่นต่อไป