บทที่ 2

การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.4 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

## 2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงรายละเอียดของหลักสูตรตามหัวข้อต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 1–5)

**2.1.1 ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์**

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมคนอื่นได้อย่างมีความสุ

**2.1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์**

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต : แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการ  
ของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการคำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**2.1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้**

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและ

ความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และใช้การ ดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**2.1.4 คุณภาพผู้เรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาทใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**2.1.5 คำอธิบายรายวิชา**

คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส 23120 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1.5 หน่วยกิต เวลา 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน เป็นดังนี้

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้ปัญหา ในเรื่อง อสมการ แก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใช้ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหาคำตอบของโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

สถิติ กำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมหาค่ากลางของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ เลือกและใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม นำเสนอได้อย่างเหมาะสม อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลที่กำหนด อภิปรายและให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลข่าวสารทางสถิติที่สมเหตุสมผล ตระหนักถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

ความน่าจะเป็น หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลแต่ละตัวมีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่า ๆ กันได้ ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจ

การเสริมทักษะกระบวนการทางทางคณิตศาสตร์ ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ ความรู้อื่น ๆ และเทคโนโลยี เพื่อเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณ และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษา ค้นคว้า ปฏิบัติจริง ทดลองสรุปรายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและเชื่อมั่นในตัวเอง

การวัดผลและประเมินผลใช้วิธีการวัดผลประเมินผลหลากหลายรูปแบบ ตรงตามสภาพจริง เช่น แบบทดสอบ ตรวจผลงาน สังเกตพฤติกรรม การนำเสนอโครงงาน การจัดนิทรรศการ เป็นต้น เพื่อพัฒนาผู้เรียนในขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวัดผลประเมินผลด้านความรู้ (K) ด้านทักษะกระบวนการ (P) ด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม (A) ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (ความมีวินัย ใฝ่รู้ สู้งาน ขับขานวิถีไทย ใส่ใจสุขภาพ) และระดับคุณภาพการอ่าน คิดวิเคราะห์และเขียนสื่อความ ในอัตราส่วนคะแนนระหว่างภาค: ปลายภาค เป็น 80: 20

**2.1.6 รหัสตัวชี้วัด**

ค4.2ม3/1 ค5.1ม3/1 ค5.1ม3/2 ค5.1ม3/3 ค5.1ม3/4 ค5.2ม3/1 ค5.3ม3/1 ค5.3ม3/2 ค6.1ม3/1 ค6.1ม3/2 ค6.1ม3/3 ค6.1ม3/4 ค6.1ม3/5 ค6.1ม3/6 รวม 14 ตัวชี้วัด

จากคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน และมีตัวชี้วัด 14 ตัวชี้วัดตามหลักสูตรแกรกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 4 เนื้อหาประกอบด้วย หน่วยที่ 1 เรื่องอสมการ ประกอบด้วยอสมการ กราฟแสดงจำนวน อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 16 ชั่วโมง หน่วยที่ 2 เรื่องความน่าจะเป็น ประกอบด้วย ประวัติความน่าจะเป็น การทดลองสุ่มความน่าจะเป็น ความน่าจะเป็นจากการลงมือปฏิบัติความน่าจะเป็นกับชีวิตประจำวัน จำนวน 20 ชั่วโมง หน่วยที่ 3 เรื่องสถิติเบื้องต้น ประกอบด้วย การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น การหาค่ากลางของข้อมูลค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลทางสถิติ จำนวน 14 ชั่วโมง และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ชั่วโมง รวมทั้งหมด 60 ชั่วโมง ปรากฏดังตารางที่ 2.1

**ตารางที่ 2.1**

*โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| หน่วยที่ | ชื่อหน่วยการเรียนรู้ | มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด | เวลา(ชั่วโมง) |
| 1 | อสมการ   * อสมการ * กราฟแสดงจำนวน * อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว * การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว * โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว | ค4.2 ม3/1 | 16 |
|  |  |  | *(ต่อ)* |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
| **ตารางที่ 2.1** (ต่อ) | |  |  |
| หน่วยที่ | ชื่อหน่วยการเรียนรู้ | มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด | เวลา(ชั่วโมง) |
| 2 | ความน่าจะเป็น   * ประวัติความน่าจะเป็น * การทดลองสุ่มความน่าจะเป็น * ความน่าจะเป็นจากการลงมือปฏิบัติ * ความน่าจะเป็นกับชีวิตประจำวัน | ค5.2 ม3/1  ค5.3 ม3/1  ค5.3 ม3/2 | 20 |
| 3 | สถิติเบื้องต้น  - การเก็บรวบรวมข้อมูล  - กำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม  - กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูล  - การนำเสนอข้อมูล  - การนำเสนอข้อมูล ฮิสโตแกรม  - การนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น  - การหาค่ากลางของข้อมูล  - ค่าเฉลี่ยเลขคณิต  - มัธยฐาน  - ฐานนิยมของข้อมูลทางสถิติ  - การอ่าน การแปลความหมายและการ  วิเคราะห์ข้อมูล  - การอ่านข้อมูล  - การแปลความหมายข้อมูล  - วิเคราะห์ข้อมูล จากการนำเสนอข้อมูล  - อภิปราย และให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูล   ข่าวสารทางสถิติ  - เข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้น  จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิต | ค5.1ม3/1  ค5.1ม3/2  ค5.1ม3/3  ค5.1 ม3/4 | 14  *(ต่อ)* |
| **ตารางที่ 2.1** (ต่อ) | |  |  |
| หน่วยที่ | ชื่อหน่วยการเรียนรู้ | มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด | เวลา(ชั่วโมง) |
| 4 | ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์   * ทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหา * ทักษะและกระบวนการในการให้เหตุผล * ทักษะและกระบวนการในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ * ทักษะและกระบวนการในการเชื่อมโยง * ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ | ค6.1ม3/1  ค6.1ม3/2  ค6.1ม3/3  ค6.1ม3/4  ค6.1ม3/5  ค6.1ม3/6 | 6 |
| รวม | | | 60 |

จากตารางที่ 2.1 พบว่า โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยเนื้อหาอสมการ ความน่าจะเป็น สถิติเบื้องต้น และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยในหน่วยการเรียนที่ 3 สถิติเบื้องต้น เพื่อศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

## 2.2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและสามารถให้เหตุผลได้เป็นสิ่งสำคัญ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล ซึ่งในกระบวนการให้เหตุผลนั้น นักเรียนต้องรู้และต้องใช้ทักษะการคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นี้ช่วยให้นักเรียนสร้างข้อสรุปทางตรรกศาสตร์ สามารถประยุกต์ใช้ทักษะการจำแนกทางตรรกศาสตร์มาอธิบายความคิดของตนเองพร้อมทั้งการตรวจสอบคำตอบและกระบวนการจึงข้อทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้

**2.2.1 ความหมายของการให้เหตุผล**

ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ทิศนา แขมมณี (2545, น. 144) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยได้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้และสามารถได้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2546, น. 5) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การแสดงแนวคิดเพื่อให้ได้มาซึ่งเหตุการณ์ข้อสรุป หรือคำตอบที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ประกอบด้วย การหาข้อคาดการณ์ข้อสรุปหรือคำตอบ และการยืนยัน ข้อคาดการณ์ ข้อสรุปหรือคำตอบ

สมัย เหล่าวานิชย์ (2548, น. 129) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการอย่างหนึ่งที่มนุษย์ทุกคนมีอยู่ไม่ว่าจะมากหรือน้อยก็ตาม และมนุษย์ก็นำกระบวนการให้เหตุผลดังกล่าวไปแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐานที่ได้จากการสังเกตจากปรากฏการณ์ธรรมชาติ หรือประเพณีและวัฒนธรรมที่ได้ปฏิบัติมาตลอดเวลา

Hilgard (1962, p. 10) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิด ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมอง ซึ่งเป็นกระบวนการ การใช้สัญลักษณ์ซึ่งแทนสิ่งของหรือสถานการณ์ต่าง ๆ มาสร้างเป็นความคิดรวบยอด

Prestege (2002, p. 26) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลได้สามารถค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้อง รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุป ทั่วไปการโต้แย้งและการพิสูจน์ดังนั้นการให้เหตุผลจึงเป็นการหาความเป็นไปได้ของคำตอบและการตัดสินความถูกต้องของคำตอบ

Galotti (2004, p. 12) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง ความพยายามจำแนกความรู้และกระบวนการคิด เพื่อที่จะได้ข้อมูลในการแก้ปัญหาหรือเพื่อการ แสดงออกทางความคิด

สรุปได้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการเกี่ยวกับแนวคิดหรือการยืนยัน ข้อคาดการณ์ ข้อสรุปหรือคำตอบจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงความสามารถในการคิดหรือตรึกตรองหาเหตุผล เพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์นั้น ๆ และยืนยันความสมเหตุสมผลของข้อสรุปเหล่านั้น โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการต่างๆ ประกอบการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล

**2.2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผล**

ได้มีนักการศึกษาให้ความสำคัญของการให้เหตุผลไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2549, น. 97) กล่าวว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลเป็นมุมมองของข้อมูลจากการให้เหตุผลของนักเรียน ครูผู้สอนสามารถนำข้อมูลเหล่านี้มาใช้ประโยชน์ในการอธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ เพื่อระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผลในการวิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging Ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่นๆรวมทั้งระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียนเพื่อจัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียนและตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 45) กล่าวว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลเป็นการให้เหตุผลที่เป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 3) กล่าวว่า ความสำคัญของการให้เหตุผล เกิดจากการได้กำหนดในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนให้การให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหลักมาตรฐานหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน ส่งผลให้การให้เหตุผลเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญและเป็นกิจกรรมหลักอย่างหนึ่งในการเรียนการสอน ซึ่งมาตรฐานทางด้านการให้เหตุผลและการพิสูจน์ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนที่เรียนในระดับโรงเรียนได้เรียนรู้ ฝึกฝนเพื่อพัฒนาให้เกิดขึ้นในการเห็นคุณค่าของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในฐานะที่เป็นรากเหง้าของคณิตศาสตร์ เพื่อในการสร้างและสืบสวนข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการพัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และการเลือกใช้รูปแบบการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ได้อย่างหลากหลาย

สรุปได้ว่า ความสำคัญของการให้เหตุผล เป็นสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนตระหนักถึงการใช้เหตุผลได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และคิดอย่างมีเหตุผลบนพื้นฐานของข้อเท็จจริง นำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต อีกทั้งการให้เหตุผลของนักเรียนยังเป็นส่วนสำคัญที่ครูผู้สอนสามารถนำไปปรับปรุง พัฒนาการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนมีมาตรฐานด้านการให้เหตุผลที่สูงขึ้น

**2.2.3 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2547, น. 12) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Reasoning) เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก (Logical Interconnections) ในทางคณิตศาสตร์ (Raimi, 2002, p. 11) การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนรู้ต้องใช้การคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ ข้อสรุปที่ถูกต้อง นอกจากนี้ ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญโดยอาจทาให้ผู้สอน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 46) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตคาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิด ริเริ่มสร้างสรรค์ใบการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552, น. 79) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดเกี่ยวกับการอธิบายหรือแสดงแนวคิดในการสร้างหลักการ การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการหาข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุปนั้นอย่างสมเหตุสมผล

Greenwood (1993, p. 144) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ กรีนวูดยังกล่าวย้ำว่าถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

O’Daffer and Thornquist (1993, p. 43) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

Brahier (2005, p. 25) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่ออธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา ดังนั้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นการสร้างข้อพิสูจน์ซึ่งอาจเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการเพื่อคาดการณ์ข้อเท็จจริงต่างๆที่เกิดขึ้น

Lee V. Stiff (1999, p. 1) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ต้องตั้งอยู่บนศูนย์กลางการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ และเนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้นและการให้เหตุผล

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิด ตรึกตรอง วิเคราะห์หาความสำพันธ์เพื่ออธิบายหรือพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการต่างๆที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง ในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล

**2.2.4 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989, p. 16) กล่าวว่า ในการสร้างข้อความ คาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จากสถานการณ์ที่กำหนดจำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง แบบอุปนัยและแบบนิรนัย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 46-62) กล่าวว่า โดยทั่วไปมนุษย์มักจะใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึกซึ่งมนุษย์แต่ละคนอาจมีอยู่มากน้อยแตกต่างกันมาช่วยแล้ปัญหา เช่น เมื่อน้ำตาลทรายจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาดตลาด ชาวบ้านและ แม่ค้ามักรีบสะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอนเช้าคนในเมืองมักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติ เพราะคิดว่าการเจรจาน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่ตกตอนเช้า เป็นต้น ซึ่งในทางคณิตศาสตร์ เรียกการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก ดังกล่าวข้างต้นว่า การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ มนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสหัชญาณมากหรือน้อยนั้น ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ นอกจากการให้เหตุผลแบบสหัชญาณแล้วในทางวิชาการ นักการศึกษาได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้งแล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่าข้อความคาดการณ์ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริง โดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป หรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ซึ่งการให้เหตุผลแบบนิรนัย ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ 2.1) เหตุหรือสมมติฐานซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้อง พิสูจน์ ได้แก่ คำอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่าง ๆ 2.2) ผลหรือผลสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน

อัมพร ม้าคะนอง (2553, น. 48-56) ได้อธิบายเกี่ยวกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายลักษณะ สามารกสรุปได้ดังนี้ 1) การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลพี่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท 1.1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบเพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูล ย่อย ๆไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง 1.2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้วเป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะพี่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น 2) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิด เกี่ยวกับลัดส่วนทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขของข้อข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การรู้ค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวนการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลาย ลักษณะดังนี้ 2.1) การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการ เปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือ เท่าเดิม ซึ่งการให้เหตุผลเชิงคุณภาพเกิดจากการทำงาน 2 ลักษณะดังนี้ 2.1.1) การเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่ เช่น วัวตัวแรกกินหญ้าหนึ่งกระสอบหมดในเวลา 4 วัน วัวตัวที่สองกินหญ้ากระสอบขนาดเดียวกันหมดในเวลา 5 วัน แสดงว่า วัวตัวแรกกินจุกว่าวัวตัวที่สอง 2.1.2) การบอกทิศทางของการเปลี่ยนแปลงเป็นการระบุทิศทางของการเปลี่ยนแปลงจากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น ในการตัดเสื้อเดือนนี่ ช่างตัดเสื้อใช้เวลามากกว่าเดิมแต่ได้จำนวนเสื้อน้อย กว่าเดิม แสดงว่า ความสามารถในการตัดเสื้อของช่างลดลง 2.2) การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับ ตัวเลขแบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้ 2.2.1) การระบุค่าตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน 2.2.2) การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน 3) การให้เหตุผลเชิงปรูภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือ สิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งใบมิติเดียวกันและมิติต่างกับ รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

Searles ( 1956, p. 20) ได้แบ่งการใช้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ 1) การใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่เป็นการสรุปจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไปใน การรวมส่วนย่อย ๆ เหล่านี้เข้าด้วยกัน โดยแบ่งเป็นความสามารถในด้านต่าง ๆ ต่อไปนี้ 1.1) ด้านการอุปมาอุปไมย เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ซึ่งต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของและเรื่องต่าง ๆ โดยพิจารณาถึงโครงสร้าง แล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นลักษณะเดียวกับของเดิม 1.2) ด้านการจัดเข้าพวก เป็นความสามารถในการจำแนก แยกสิ่งของ ออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง 1.3) ด้านการจัดลำดับ เป็นความสามารถในการที่จะมองเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างตัวเลข ภายใต้เงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง 1.4) ด้านการสรุปรวบยอดเป็นความสามารถในการใช้เหตุการณ์ที่กำหนดให้ซึ่งประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อยแล้วสรุปผลตามข้อความนั้นอย่างถูกต้อง 2) การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหา เหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อยหมายความว่าเป็นการนำเอาความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็น ข้ออ้าง แล้วดูความสัมพันธ์ความสอดคล้องหรือคล้อยตาม เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อยซึ่งเป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

Eysenck, Wurzburg, and Berne. (1972, p. 14) กล่าวว่า ประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 วิธี ดังนี้ 1) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการคิดหาเหตุผลจากการประโยคอ้าง (Premise) ไปยังข้อสรุป (Conclusion) โดยข้อสรุปนั้นมีความสมเหตุสมผล ถ้าการสรุปนั้นไม่สมกับเหตุผลที่กำหนดเรียกว่าไม่สมเหตุสมผล 2) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อยๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปเพื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

Karplus and Wollman (1974, p. 102 ) ได้แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 8 ลักษณะดังนี้ 1) ไม่มีคำบรรยาย (No Explanation) เป็นการให้เหตุผลที่ไม่สามารถให้รายละเอียดได้ 2) การรู้สึกนึกคิด (Intuition) เป็นการให้เหตุผลด้วยการคาดเดา การประมาณโดยขาดการอ้างอิงของข้อมูลที่มีอยู่ 3) คำนวณโดยใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuiition Computation) เป็นการให้เหตุผลโดยการใช้ ข้อมูลที่มีอยู่อย่างขาดเหตุผลที่เหมาะสม 4) การเปลี่ยนสเกล (Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่มีการเปลี่ยนสเกล แต่ไม่เกี่ยวข้องกับข้อมูล 5) ใช้หลักการบวก (Addition) เป็นการให้เหตุผลที่เน้นความแตกต่างเพียงด้านเดียวและ แก้ปัญหาโดยใช้การบวก 6) ใช้หลักกระบวนการและการเปลี่ยนสเกล (Addition and Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่ ไม่สามารถบอกอัตราส่วนที่แท้จริงได้ 7) ใช้สัดส่วนที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Proportion) เป็นการให้เหตุผลที่มีการใช้ อัตราส่วน แต่ไม่สามารถที่จะเปลี่ยนเป็นอัตราที่ถูกต้องได้ 8) ใช้สัดส่วน (Proportion) เป็นการให้เหตุผลแบบสัดส่วนและมีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ กับสเกลของการวัด

Haller et al. (1989, pp. 209-211) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้ 1) การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพ ปัญหาที่ใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้ เรียกว่า คำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่า มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อาจจะเพิ่ม ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อกำหนดให้เศษและส่วนของอัตราส่วนมี ค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม โดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ มี ดังนี้ 1.1) เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้ 1.2) เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น 1.3) เศษเพิ่มขึ้นและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น 1.4) เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง 1.5) เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม 1.6) เศษเท่าเดิมและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น 1.7) เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าอัตราส่วนลดลง 1.8) เศษลดลงและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนลดลง 1.9) เศษลดลงและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลง 2) การใช้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Directional Reasoning Problems) คือเป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลข โดยคำถามจะถามหาค่าตัวแปร การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข

O’Daffer ( 1990, p. 378) กล่าวว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมีอยู่ 2 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไปหรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น 2) การให้เหตุผลนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody (1993, pp. 2-59) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ และแบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การให้เหตุผลใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuitive Reasoning) เป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากลางสังหรณ์ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจน หรือจากความรู้สึกภายในส่วนการให้เหตุผลอีก 2 ประเภท เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกันกับ O’ Daffer เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท Baroody กล่าวว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบใช้การรู้สึกนึกคิดหรือแบบอุปนัยที่เรียกว่า การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อความคาดการณ์เหล่านั้นโดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

Cooney et al. (1999, pp. 8-10) ได้จำแนกประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่ได้จากกระบวนการ พิจารณาสิ่งที่มีร่วมกันจากตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วสรุปออกมาโดยมีเหตุผลสนับสนุน 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่มาจากหลักทั่วไปหรือหลักใหญ่อ้างอิงไปยังสิ่งที่เจาะจง 3) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่ เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งนักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ ตัวอย่างเช่น การเพิ่มเงินเดือน 10% ตามด้วยการตัดเงินเดือน 10% ทำให้เงินเดือนเพิ่มขึ้น หรือเงินเดือนลดลง หรือไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าเทียบกับการตัดเงินเดือน 10% ตามด้วยการเพิ่มเงินเดือน 10% จงอธิบายว่า เมื่อใดทั้งสองแบบได้รับผลเท่ากัน 4) การให้เหตุผลเชิงปรูภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ ตัวอย่างเช่น จะต้องตัดตามขวางทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์อย่างไร จึงจะได้รูปเหลี่ยมจัตุรัส รูป สี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู และรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

สรุปได้ว่า ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้จำแนกออกเป็น 2 แบบ ดังนี้ การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลโดยยึดความจริงจากส่วนย่อยที่พบเห็นไปสู่ความจริงที่เป็นข้อสรุป ซึ่งใช้ข้อมูลของสมาชิกบางตัวไปอธิบายส่วนใหญ่ซึ่งเป็นการคาดเหตุการณ์ที่อาจะเกิดขึ้น และการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการนำความรู้พื้นฐานซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง กฎ หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและใช้ข้อมูลของสมาชิกส่วนใหญ่มาอธิบายสมาชิกส่วนย่อย ๆ เป็นการใช้ข้อความที่เป็นจริงอยู่แล้ว เพื่อนาไปสู่ขั้นสรุปที่สมเหตุสมผล

**2.2.5 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, น. 24-27) ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หา ความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย 1) ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล 2) ความสามารถในการหาข้อสรุป 3) ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่าสมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 5) ได้กล่าวว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

ทิศนา แขมมณี (2551, น. 14) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล เป็นความสามารถในการจำแนกข้อมูลหรือข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริง โดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วย 3 ทักษะย่อย ๆ ดังนี้ 1) สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้ 2) สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัย หรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้ 3) สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

Prestage (2000, p. 26) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถของนักเรียน ในการค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้อง รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้ง และการพิสูจน์

สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แยกแยะ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ข้อมูลต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา หรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการหาข้อสรุปของปัญหา และความสามารถในการยืนยัน ตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่าง ๆได้อย่างสมเหตุสมผล

**2.2.6 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาได้ให้แนวทางพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 267) กล่าวว่า กาวพัฒนาให้นักเรียนเป็นบุคคลที่มีเหตุผลทำได้โดยจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิด ได้ให้เหตุผลในชั้นเรียน ส่งเสริมบรรยากาศการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เกิดการคิดอย่างมีเหตุผล ส่งเสรีมให้นักเรียนเลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูลมีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล รู้ข้อจำกัดของการให้เหตุผลทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อนำไปสู่การใช้เหตุผลอย่างถูกต้อง นอกจากนั้นครู จะต้องมีการตรวจสอบพัฒนาการเกี่ยวกับการให้เหตุผลของนักเรียนอยู่เสมอ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายการใช้เหตุผลของตนเองเกี่ยวกับหลักการที่ใช้ในการคาดเดาคำตอบ และวิธีการในการคำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ กับครูและเพื่อนร่วมห้อง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยอย่างเหมาะสม

กระทรวงศึกษาธิการ (2545, น. 198-199) ได้อธิบายแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล ไว้ว่า การฝึกให้ผู้เรียนคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุก เนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ และมีองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่าง มีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้ 1) ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์ปัญหาหรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความคิดความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล 2) ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง 3) ควรช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัด สถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนควรสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและ คอยให้ความช่วยเหลือ กระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร" “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้ว ผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูด เสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางอย่างถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น การจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็น ปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, น. 3) ได้นำเสนอข้อควรคำนึงเกี่ยวกับแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลไว้ ดังนี้ 1) ให้นักเรียนเรียนเอย่างมีเหตุผล 2) ให้นักเรียนฝึกคิดอย่างมีเหตุผล 3) ให้นักเรียนฝึกเป็นผู้ให้เหตุผล 4) ให้นักเรียนฝึกเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนทำเพื่อหาคำตอบ 5) ให้นักเรียนฝึกให้เหตุผลในการอธิบายหรืออภิปราย 6) ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่น 7) ให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับการตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง 8) ให้นักเรียนได้อาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลพฤติกรรมที่แสดงออก ถึงการใช้ทักษะเหตุผลทางคณิตศาสตร์ 9) เลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ชนิดต่าง ๆ ได้หลากหลาย10) พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผล และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 11) เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป 12) อ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างภาพ 13) ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล 14) สร้างและตรวจสอบข้อคาดคะเนทางคณิตศาสตร์ได้ 15) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ การจัดหมวดหมู่ สรุปรวมข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันได้

Guilford and Hoepfner. (1971, pp. 28–32) ได้ให้ความหมายของแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

Lappan and Schram (1989, pp. 18-19) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกฝนจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรส่งเสริมให้นักเรียนได้รับการศึกอย่างต่อเนื่อง โดยจัดบรรยากาศชั้นเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นการพัฒนาทักษะในการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นคาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงแนวคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยการอธิบายแบบรูปแสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถาม ต่างๆ ที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อคาดการณ์ การสร้างแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบายซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

Rowan and Morrow (1993, pp. 16-18) กล่าวว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ครูมีความจำต้องจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่แสดงให้เห็นว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญมากกว่าการได้เพียงคำตอบ และบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่ สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้ง แสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

Baroody and Coslick (1998, pp. 2-30) ได้อธิบายลักษณะของการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาการทักษะให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนั้น 1) การให้เหตุผลควรมีการบูรณาการอยู่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทุกระดับขั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสรีมให้ใช้การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้และแบบอุปนัยเพื่อคาดการณ์ และการใช้ เหตุผลแบบนิรนัยง่าย ๆ เช่น การใช้เหตุผล “ถ้า...แล้ว” 2) ช่วยให้นักเรียนเห็นว่ามีรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ในสถานการณ์ต่าง ๆ สิ่งของและจำนวน 3) ใช้กิจกรรมที่มิการจำแนกชัดเจนก่อน 4) ส่งเสรีมให้นักเรียนประเมินการคาดการณ์และการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

Malloy (1999, p. 42) ได้นำเสนอแนวทางในการให้เหตุผลในระดับมัธยมศึกษาโดยเสนอให้ผู้สอนใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry Approach) ในการส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบ และ อภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง

Sternberg (1999, p. 39) ได้นำเสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะและการประเมินการให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรต้องคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อ แก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากการแก้ปัญหา การวางแผนและการจัดการทรัพยากรเพื่อใช่ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินคำตอบ

สรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยสอดแทรกการให้เหตุผลเข้าไปในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง โดยให้เวลานักเรียนได้คิด วิเคราะห์ เขียนอธิบายความคิดของตนเอง สร้างข้อสรุปที่ สมเหตุสมผล ตรวจสอบ และประเมินข้อสรุปต่าง ๆ โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้พบปัญหาที่นักเรียนสนใจและไม่ยากเกินความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล โดยครูสนับสนุนให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาร่วมกันอย่างเหมาะสม

**2.2.7 เกณฑ์ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ได้มีนักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้กล่าวถึงเกณฑ์ระดับของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Jones,Thornton, Langrall and Tarr (1999, pp. 51-54) ได้ให้ความหมายระดับของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 4 ระดับดังนี้ ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิด ของตนเองตัดสิน (Bjective or Non-Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น (Transitional Between Subjective and Naive Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล (Informal Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ 2 คือ สามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่า หรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร และระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่าง ๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ (Incorporates Numerical Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง คำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

สรุปได้ว่า ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการคิดหรือตรึกตรองหาเหตุผล เพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ และทำให้นักเรียนมีความคิดในการให้เหตุผลประกอบของคำตอบได้ เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้ ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิด ของตนเองตัดสินหมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไประดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็นหมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ 2 คือ สามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่า หรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่างๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง คำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

## 2.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้มีนักวิชาการได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

**2.3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์**

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

ไพศาล หวังพานิช (2526, น. 30-31) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นพฤติกรรมหรือความสามารถที่เกิดขึ้นจากการเรียนการสอนเป็นคุณลักษณะของนักเรียนที่งอกงามขึ้นมาจากการฝึกอบรมสั่งสอนโดยตรงหรือประสบการณ์ต่าง ๆ ทั้งที่บาน โรงเรียน และสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ ประกอบด้วย ความรู้สึก ค่านิยม จริยธรรมต่าง ๆ และความสามารถทาง สมอง ได้แก่ ความจำ ความเข้าใจ การวิเคราะห์ การนำไปการสังเคราะห์และการประเมินค่า

ชนินทร์ อินทิราภรณ์ (2540, น. 5) กล่าวว่า ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นความสำเร็จในด้านความรู้ทักษะสมรรถภาพทางสมองหรือมวลประสบการณ์ทั้งปวงของบุคคลที่ได้รับการเรียนการสอนหรือผลงานของนักเรียนที่ได้จากการประกอบกิจกรรมส่วนหนึ่ง

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2541, น. 18) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การวัดความสามารถทางการเรียนหลังจากได้เรียนเนื้อหาของวิชาใดวิชาหนึ่งแล้วนักเรียนมีความรู้ความสามารถมากน้อยเพียงใด นั่นคือ การวัดผลสัมฤทธิ์ยึดเนื้อหาวิชาเป็นหลัก เช่น คณิตศาสตร์อาจมีเนื้อหา การบวก การลบ การคูณ การหาร เศษส่วน เซต ความเป็นไปได้บัญญัติไตรยางศ์ ฯลฯ การสอบวัดความรู้หลังจากเรียนเนื้อหาที่กำหนดให้ภาคเรียน หรือในชั้นหนึ่ง ๆ เป็นการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Willson. (1971, pp. 643-696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์จากแนวคิดของ Wilson พอจะกล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ก็คือ ผลสำเร็จของการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถนั้นเอง ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัย โดยอ้างอิงลำดับชั้นของพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของบลูม (Blooms Taxonomy) ไว้เป็น 4 ระดับ ได้แก่ 1) ความความจำด้านการคำนวณ เป็นความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เรียนมาแล้ว เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับพื้นฐานแรกสุด ความความจำด้านการคำนวณ แบ่งออกเป็น 3 ขั้น คือ ข้อเท็จจริง ศัพท์และนิยาม และกระบวนการคำนวณ 2) ความเข้าใจ เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้ว มาสัมพันธ์กับ โจทย์หรือปัญหาใหม่ เป็นพฤติกรรมที่ถัดจากความรู้ด้านการคำนวณ ความและความสามารถที่เกี่ยวกับความเข้าใจแบ่งออกเป็น 6 ขั้น คือ ความคิดรวบยอด หลักการ ข้อสรูปอ้างอิงทั่วไป โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การแปลงโจทย์จากรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่ง และการคิด ตามแนวของเหตุผล3) การนำไปใช้เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่คล้ายกับที่เรียนมาแล้ว โดยนำประสบการณ์เติมมาใช้โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดในขั้นนี้จะต้องไม่ใช่โจทย์ที่นักเรียนเคยเรียน หรือเคยทำแบบฝึกหัดมาแล้ว สามารถแบ่งความสามารถที่เกี่ยวกับการนำไปใช้ออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ การแก้ปัญหาที่คุ้นเคย การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นแบบแผนลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร 4) การวิเคราะห์ เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของสมรรถภาพทางสติปัญญาในการเรียน คณิตศาสตร์ วัตถุประสงค์สูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะอยู่ในระดับการวิเคราะห์ซึ่งแบ่งความสามารถที่เกี่ยวกับการวิเคราะห์ออกเป็น 5 ขัน คือ การแก้ปัญหาทีไม่เคยประสบมาก่อน การค้นพบความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ การวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์และทดสอบความถูกต้องของข้อสรุปอ้างอิงทั่วไป

Good (1973, pp. 6) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การเข้าถึง ความรู้สึกหรือพัฒนาทักษะทางการเรียน พิจารณาจากคะแนนสอบ การฝึกอบรมหรือคะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบให้หรือทั้งสองอย่าง

Wolman (1973, p. 5) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง ระดับของความสำเร็จในเรื่องเฉพาะหรือเรื่องทั่วไปหรือระดับของความชำนาญอันเนื่องมาจากการ ได้รับความรู้ทางวิชาการ

Reber (1985, p. 5) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง ระดับความสามารถทางวิชาการของบุคคลซึ่งสามารถวัดได้โดยใช้แบบทดสอบมาตรฐาน

Husen and Postlethwaite (1985, p. 35 ) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลสะท้อนของความรอบรู้และการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างที่ทักษะและความรู้กำลังพัฒนา

สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจหลังจากได้เรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถจากการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และสามารถวัดได้ด้วยเครื่องมือทางจิตวิทยาหรือผลงานของนักเรียนที่ได้จากการจัดกิจกรรม พิจารณาจากคะแนนสอบที่กำหนดให้ตามภาคเรียน หรือในชั้นหนึ่ง ๆที่เป็นการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

**2.3.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน**

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือในการที่จะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

ล้วน สายยศ (2538, น. 146) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้วมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยการวิเคราะห์ความสัมพันธ์กระดาษและดินสอกับให้นักเรียนปฏิบัติจริง แบบทดสอบแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ 1) แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดข้อคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้นเป็นข้อคำถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียนนักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน บกพร่องส่วนใดจะได้สอนซ่อมเสริม หรือเป็นการวัดความพร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ขึ้นอยู่กับความต้องการของครู 2) แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาหรือจากครูผู้สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้ง จนกระทั่งมีคุณภาพดีจึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้เป็นหลักและเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของผลการเรียนการสอนในเรื่องใดๆก็ได้แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบบอกถึงวิธีการสอบ และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย

แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐานมีวิธีการในการสร้างข้อคำถามเหมือนกัน เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนไปแล้ว จะเป็นพฤติกรรมที่สามารถทั้งคำถามได้ควรจัดให้ครอบคลุมพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ดังนี้ 1) วัดด้านความรู้ความจำ 2) วัดด้านความเข้าใจ 3) วัดด้านการนำไปใช้ 4) วัดด้านการวิเคราะห์ 5) วัดด้านการสังเคราะห์ 6) วัดด้านการประเมินค่า

**2.3.3 มาตรฐานและคุณลักษณะของแบบทดสอบ**

สมนึก กัททิยธนี (2546, น. 63) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนผ่านมา แล้วว่ามีอยู่เท่าใดแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างกับแบบทดสอบมาตรฐานและ คุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมี 10 ประการคือ 1) ความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการหรือวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้องแม่นยำความเที่ยงตรง 2) ความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้คงวาไม่เปลี่ยนแปลง ไม่ว่าจะทำการสอบใหม่กี่ครั้งก็ตาม 3) ความยุติธรรม (Fair) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการได้เปรียบเสียเปรียบในกลุ่มของผู้เข้าสอบด้วยกัน ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนทำข้อสอบได้โดยการเดา 4) ความลึกของคำถาม (Searching) หมายถึง ข้อสอบแต่ละข้อนั้นจะต้องไม่ถามผิวเผินหรือถามประเภทความรู้ความจำ แต่ต้องให้นักเรียนนำความรู้ความจำ ไปคิด ดัดแปลงแก้ปัญหาแล้วจึงตอบได้ 5) ความยั่วยุ (Exemplary) หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุก เพลิดเพลิน ไม่เบื่อหน่าย 6) ความจำเพาะเจาะจง (Definition) หมายถึง ข้อสอบที่มีแนวทางหรือ ทิศทางการถามตอบชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝงกลเม็ดให้นักเรียนงง 7) ความเป็นปรนัย (Objective) หมายถึง แบบทดสอบชนิดใดจะเป็นปรนัยจะต้องมีคุณสมบัติ 3 ประการ คือ 7.1) ตั้งคำถามให้ชัดเจนทำให้ผู้เข้าสอบทุกคนเข้าใจความหมายตรงกัน 7.2) ตรวจให้คะแนนได้ตรงกันแมนว่าจะตรวจหลายครั้งหรือตรวจหลายคนก็ตาม 7.3) แปลความหมายของคะแนนได้เหมือนกัน 8) ประสิทธิภาพ (Efficiency) หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมากพอประมาณใช้เวลาสอบพอเหมาะประหยัดค่าใช้จ่ายจัดทำแบบทดสอบด้วยความปราณีตตรวจให้คะแนนได้รวดเร็วรวมถึงสิ่งแวดด้อมในการสอบที่ดี 9) อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถในการจำแนก ผู้สอบ ข้อสอบที่ดีจะต้องมีอำนาจจำแนกสูง10) ความยาก (Difficulty) หมายถึง ขึ้นอยู่กับทฤษฎีที่เป็นหลักยึด เช่น ตาม ทฤษฎีการวัดผลแบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดีคือข้อสอบที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป หรือมีความยาก ง่ายพอเหมาะ ส่วนทฤษฎีการวัดผลแบบอิงเกณฑ์ ความยากง่ายไม่ใช่สิ่งสำคัญ สิ่งสำคัญอยู่ที่ ข้อสอบได้วัดในชุดประสงค์ที่ต้องการวัดได้จริงหรือไม่

**2.3.4 ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน**

Klausmeir (1961, pp. 28-29) องค์ประกอบที่เป็นตัวกำหนดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประกอบด้วยคุณลักษณะของผู้เรียน คุณลักษณะของกลุ่มและแรงจูงใจภายนอกสรุปว่า คุณลักษณะของผู้เรียนเป็นสิ่งสำคัญที่สุดในการอธิบายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนองค์ประกอบที่เกี่ยวกับ คุณลักษณะของผู้เรียนประกอบด้วย 1) ความพร้อมทางสมองที่เกี่ยวกับความสามารถทางสติปัญญาและความสามารถทางด้านความรู้ความคิด รวมทั้งพื้นฐานความรู้เดิม 2) ความพร้อมทางกายภาพที่เกี่ยวกับความสามารถทางทักษะ รวมทั้งสุขภาพ 3) คุณลักษณะทางจิตใจที่รวมความสนใจ ทัศคติ คำนิยม และบุคลิกภาพ 4) เพศ 5) อายุ 6) ภูมิหลังทางครอบครัวและสังคม

จากแนวคิดดังกล่าวสรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือ ด้านตัวผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถด้านความรู้ความคิดความสามารถทางทักษะ ความพร้อมทางกายภาพ และด้านการเรียนการสอน ได้แก่ คุณภาพของครูผู้สอน

**2.3.5 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์**

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, น. 189) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายรูปแบบดังนี้ 1) การสังเกต (Observation) ครูสังเกตจากความสนใจ ความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของนักเรียน การทำ กิจกรรมในห้องเรียน เช่น การทดลองการโยนเหรียญ การทอดลูกเตา ในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น การทดลองใช้สื่อรูปธรรมเพื่อแสดงว่าทฤษฎีบทปีทาโกรัสเป็นจริง การทำโจทย์พิเศษท้าย ชั่วโมง การทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน การทำงานกลุ่ม ซึ่งควรพิจารณาจากการอภิปรายภายในกลุ่ม การยอมรับความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การแสดงบทบาทผู้นำการอธิบายแนวคิดช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เป็นต้น 2) การเขียนอนุทิน (Writing Journal) การเขียนอนุทินเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนความคิดแสดงความรู้สึกในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว เช่น การให้นักเรียนเขียนว่าวันนี้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีประโยชน์ นักเรียนนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และการให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดในการแล้โจทย์ปัญหา 3) การสัมภาษณ์ (Interview) การสัมภาษณ์นักเรียน ครูอาจทำได้อย่างเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ โดยดูจาก แบบฝึกหัด การบ้าน โครงงานที่นักเรียนทำว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่นักเรียนเรียนไปหรือไม่ นักเรียนสามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจนเพียงใด นักเรียนแก้ปัญหาในเรื่องนั้นอย่างไร 4) การทำแบบทดสอบ (Doing Test) สำหรับการวัดและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของข้อทดสอบ ขั้นตอนในการสร้างข้อทดสอบการนำแบบทดสอบไปใช้และการวิเคราะห์คุณภาพของข้อทดสอบ ดังนั้นครูผู้ออกข้อสอบควรเป็นผู้ที่มีความรู้ในเนื้อหาที่จะออกข้อสอบเป็นอย่างดี ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่สอนนั้น ซึ่งจะช่วยให้ออกข้อสอบได้ตรงตามชุดประสงค์และครอบคลุมเนื้อหาได้ครบถ้วน รู้จักชนิดและรูปแบบของแบบทดสอบ มีความรู้เกี่ยวกับลักษณะ ของแบบทดสอบที่มีทักษะในการใช้ภาษา สามารถเขียนคำถามได้กะทัดรัดและชัดเจนการจำแนกลักษณะของข้อทดสอบตามหลักของบลูม (Bloom Taxonomy) เพื่อวัดสิ่งต่อไปนี้ 4.1) ความรู้ความจำ หมายถึง การระลึกได้ของเรื่องราวต่าง ๆที่เคยพบเห็นเคยได้ยิน หรือเคยมีประสบการณ์มาแล้ว เป็นเรื่องของความสามารถในการจับใจความสำคัญ หรือแปลความหมายของสิ่งหรือสัญลักษณ์ที่ได้พบเห็นได้ถูกด้อง 4.2) ความเข้าใจ หมายถึง การระลึกได้ของเรื่องราวต่าง ๆ ที่เคยพบเห็น เคยได้ยิน หรือ เคยมีประสบการณ์มาแล้ว เป็นเรื่องของความสามารถในการจดจำสิ่งต่าง ๆ ได้ 4.3) การนำไปใช้ หมายถึงความสามารถที่จะนำความรู้หรือความเข้าใจในสิ่งที่รู้เห็นมา ไปแก้ปัญหาใหม่ได้ 4.4) การวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะเรื่องราวต่าง ๆ ออกมาเป็นส่วนย่อย ๆ ได้ว่า สิ่งนั้นประกอบไปด้วยส่วนย่อย ๆ อะไรบ้าง ส่วนใดที่เป็นส่วนที่สำคัญที่สุดแต่ละส่วนนั้นสัมพันธ์กันอย่างไร 4.5) การสังเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการผสมส่วนต่าง ๆ หรือส่วนย่อย ๆ นั้นเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้สิ่งใหม่ที่สมบูรณ์กว่าดีกว่า หรือแปลกกว่าเดิม 4.6) การประเมินค่า หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาตัดสินเรื่องราว หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ว่าดีหรือไม่ดี เหมาะหรือไม่เหมาะ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ หมายถึง ชุดคำถามที่บุ่งวัดพฤติกรรมการเรียนของ นักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ในเรื่องที่เรียนรู้ไปแล้วมากน้อยเพียงใด แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มี 2 ประเภทคือ 1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นโดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญด้านวัดผลและประเมินผลร่วมกับผู้เชี่ยวชาญในสาขาวิชาเฉพาะ มีการวางแผนการสร้างข้อสอบอย่างมีระบบกำหนดวัตถุประสงค์มีการทดลองใช้แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความเป็นมาตรฐาน มีการกำหนดเวลาของการทดสอบและวิธีดำเนินการสอบตลอดจนคู่มือ ประกอบการใช้แบบทดสอบอย่างละเอียด แบบทดสอบมาตรฐานจะมีการวิเคราะห์และปรับปรุงหลายครั้งจนได้ข้อสอบที่มีคุณภาพดี 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้นเองเพื่อใช้ในการวัดผลการเรียนของนักเรียนในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้วแบบทดสอบที่ใช้ในห้องเรียนควรจะสร้างโดยครูที่ทำการสอนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งจะ ให้ผลที่ดีกว่าการให้ผู้อื่นที่ไม่ได้ทำการสอนเป็นผู้สร้าง และผู้สร้างแบบทดสอบทีดีควรมีคุณสมบัติ ดังนี้ 2.1) เป็นผู้ที่มีความรู้อย่างแจ่มแจ้งและชัดเจนในเนื้อหาทีจะออกข้อสอบ 2.2) เป็นผู้ที่รู้จักและเข้าใจถึงความสามารถของนักเรียนในชันที่ตนสอนอยู่ 2.3) มีความสามารถในการเลือกคำถามและตังทำถามได้เหมาะสมกับระดับ ความสามารถ ของนักเรียน 2.4) รู้แนวทางหรือสิ่งที่นักเรียนบางคนหรือบางกลุ่มมักเข้าใจผิดบ่อย ๆ ในการตอบคำถามหรือทำแบบแกหัดเพื่อครูจะได้นำสิ่งเหล่านั้นมาสร้างเป็นตัวลวง 2.5) เป็นผู้ที่มีความสามารถในการใช้ภาษา สามารถเขียนขอสอบไค้ชัดเจน สื่อความหมายให้นักเรียนเข้าใจตรงกันว่าโจทย์จะให้ทำอะไร 2.6) เป็นผู้ที่รู้เทคนิคในการเขียนแบบทดสอบชนิดต่าง ๆ 2.7) เป็นผู้ที่มีความพยามยามและความอดทนในการที่จะสร้างข้อสอบ

การที่ครูผู้สอนเป็นคนสร้างแบบทดสอบด้วยตนเองนั้น มีข้อดีในแง่ต่าง ๆ ดังนี้1) ทำให้ครูผู้สอนเข้าใจชุดมุ่งหมายของวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน 2) แบบทดสอบที่ครูผู้สอนสร้างขึ้นจะเหมาะสมกับเนื้อหาและวัตถุประสงค์ของวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในระดับชั้นนั้นได้ดีกว่าที่จะให้ผู้อื่นสร้าง 3) การสอบและการสอนถ้าจัดทำโดยบุคคลคนเดียวกันจะทำให้กระบวนการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากกว่าที่จะเป็นคนละคนทำแบบทดสอบที่ครูสร้างมี 2 ประเภท คือ 3.1) แบบทดสอบเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน เป็นแบบทดสอบที่วัดภายหลังการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยหรือแต่ละบทย่อยๆโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะนำผลของการวัดไป แก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน และปรับปรุงวิธีการสอนของครูก่อนที่จะเรียนหน่วยต่อไป ดังนั้น แบบทดสอบนี้จึงเป็นแบบทดสอบที่บุ่งวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของการเรียนการสอนแต่ละหน่วย 3.2) แบบทดสอบเพื่อประเมินสรุปผลการเรียนเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดความคิดรวบยอดและการนำความรู้ไปใช้ ภายหลังการเรียนการสอนในแต่ละเรื่องเสร็จสิ้นลงหรือสิ้นภาคการศึกษา เพื่อตรวจสอบความรู้ที่นักเรียนเรียนไปแล้วทั้งหมดว่านักเรียนยังสามารถระลึกได้ ถึงความรู้เหล่านั้นทั้งหมดหรือไม่มีความรู้ความเข้าใจในความรู้เหล่านั้นอย่างต่อเนื่องหรือไม่ แบบทดสอบชนิดนี้มุ่งวัดตามพฤติกรรมในตารางวิเคราะห์หลักสูตรเฉพาะวิชาคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมีหลายประการดังนี้ 3.2.1) ความตรง แบบทดสอบที่มีความตรงเป็นแบบทดสอบที่สามารถนำไปวัดสิ่งที่เราต้องการวัดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน ตรงตามชุดประสงค์ที่ต้องการวัด การที่จะสร้างแบบทดสอบให้ มีความตรงนั้น ข้อทดสอบจะต้องถามให้ครอบคลุมเนื้อหาทีมีในหลักสูตร ถามพฤติกรรมการเรียน รู้ครบถ้วนตามชุดมุ่งหมายของหลักสูตรถามแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมอย่างได้สัดส่วนกันเนื้อหาได้ที่มีความสำคัญมากก็ถามหลาย ๆ ข้อ ถ้ามีความสำคัญน้อยก็ถามน้อย 3.2.2) ความเชื่อมั่น แบบทดสอบที่มีความเชื่อมั่นเป็นแบบทดสอบที่สามารถให้ผลการวัด ได้คงที่ไม่ว่าจะนำแบบทดสอบนั้นไปวัดกี่ครั้ง เช่น ถ้านำแบบทดสอบไปวัดกับนักเรียน คนเดิม คะแนนจากการสอบทั้งสองครั้งก็ควรจะมีความสัมพันธ์กัน เมื่อนักเรียนสอบได้คะแนนสูง ในครั้งแรกก็ควรจะได้คะแนนสูงในครั้งที่สอง 3.2.3) ความเป็นปรนัย แบบทดสอบที่มีความเป็นปรนัยเป็นแบบทดสอบที่คำถามชัดเจน เฉพาะเจาะจง เมื่อนักเรียนอ่านคำถามจะเข้าใจตรงกันว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และถามอะไร นอกจากนั้นการตรวจให้คะแนนและการแปลความหมายของคะแนนก็ต้องชัดเจน โดยผู้ตรวจทุกคนสามารถตรวจให้คะแนนตรงกันและแปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน 3.2.4) การถามลึก หมายถึง ไม่ถามแต่เพียงพฤติกรรมขั้นความรู้ความจำ โดยถามตาม ตำราหรือถามตามที่ครูสอน แต่พยายามถามพฤติกรรมขั้นสูงกว่าความรู้ความจำ ได้แก่ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า 3.2.5) ความยุติธรรม คำถามของแบบทดสอบต้องไม่มีช่องทางชี้แนะให้นักเรียนที่ฉลาด ใช้ไหวพริบในการเดาได้ถูกต้องและไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนที่เกียจคร้าน ซึ่งดูตำราอย่างคร่าว ๆ แล้วตอบได้และต้องเป็นข้อสอบที่ไม่มีความลำเอียงต่อกลุ่มนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งโดยเฉพาะ 3.2.6) อำนาจจำแนก แบบทดสอบนี้สามารถแยกนักเรียนได้ว่า ใครเก่ง ใครอ่อน โดยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็นประเภท ๆ ได้ทุกระกับอย่างละเอียดทั้งแต่อ่อนสุดไปจนถึงเก่งสุด 3.2.7) ความง่ายพอเหมาะ แบบทดสอบนี้จะต้องไม่ยากเกินไปและไม่ง่ายเกินไปข้อทดสอบแต่ละข้อควรมีความยากง่ายโดยเฉลี่ยแล้ว จะมีนักเรียนประมาณ 50% ตอบได้ถูกต้อง และอีก 50% ตอบผิดหรือทำไม่ได้ ข้อสอบที่ยากเกินไปเกินความสามารถของนักเรียนจะตอบได้ ก็ไม่มีความหมาย เพราะไม่สามารถจำแนกนักเรียนได้ว่าใครเก่งหรือใครอ่อน ในทางตรงกันข้าม ถ้าข้อสอบง่ายเกินไป นักเรียนที่เก่งตอบถูกหมดและนักเรียนที่อ่อนก็ตอบได้ถูกหมดก็ไม่สามารถจำแนกนักเรียนได้อีกเช่นกัน ฉะนั้น จึงควรออกข้อสอบที่มีความยากง่ายพอเหมาะพอควรไม่ง่ายหรือไม่ยากเกินไป

ลักษณะของข้อทดสอบแบ่งออกเป็น 2 ประเภทดังนี้ 1) ข้อสอบแบบปรนัย ได้แก่ ข้อสอบที่ให้เติมคำตอบลงในช่องว่างข้อสอบที่ให้เขียน เครื่องหมายถูกหรือเครื่องหมายผิดหน้าข้อความที่กำหนดให้ ข้อสอบจับคู่ระหว่างคำถามกับคำตอบ ข้อสอบที่ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว ข้อสอบแบบเลือกตอบ สามารถป้องกัน การเดา เนื่องจากมีตัวเลือกให้หลาย ๆ ข้อที่นักเรียนต้องคิดและพิจารณาเลือก สามารถใช้วัดสมอง ทางด้านความคิดที่ลึกซึ้งได้ดีกว่าแบบอื่น ๆ เวลาที่ใช้ในการสอบน้อยสามารถตรวจได้ง่าย ให้คะแนนเป็นที่เชื่อถือและเที่ยงตรง ข้อสอบเลือกตอบประกอบด้วยสองส่วน คือ ส่วนที่เป็นคำถามเป็นข้อความที่เขียนชักนำให้นักเรียนเป็นผู้ตรวจสอบและค้นหาคำตอบ และส่วนที่เป็นข้อความตัวเลือก ซึ่งประกอบด้วยตัวเลือกผิดและถูก มีตัวเลือกที่ถูกเพียงตัวเลือกเดียวเท่านั้น และตัวเลือกที่ใช้ได้ จะต้องมีนักเรียนเลือกอย่างน้อย 5% ตัวเลือกนี้อาจมี 3 ตัวเลือก 4 ตัวเลือก หรือ 5 ตัวเลือกก็ได้ ทั้งนี้ ควรขึ้นอยู่กับระดับชั้นที่นักเรียนกำลังเรียนอยู่ เช่นชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-2 ใช้ 3 ตัวเลือก และชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-4 ขึ้นไปใช้ 4 ตัวเลือก 2) ข้อสอบแบบอัตนัย เป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิด วิธีการทำลงใน กระดาษคำตอบ สำหรับข้อสอบแบบอัตนัยนี้ครูสามารถออกข้อสอบได้ง่าย แต่การตรวจให้คะแนน นั้นต้องใช้เวลาในการตรวจมาก และความเที่ยงตรงของการให้คะแนนทำได้ยาก ดังนั้น ครูผู้ตรวจให้คะแนนควรตรวจข้อใดข้อหนึ่งให้นักเรียนทุกคนก่อนที่จะตรวจข้อสอบในข้อถัดไป

**2.3.6 ระดับผลการเรียน**

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553, น. 22) การตัดสินเพื่อให้ระดับผลการเรียนรายวิชากลุ่มสาระการเรียนรู้ให้ใช้ตัวเลขแสดงระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ

การตัดสินผลการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานใช้ระบบผ่านมาผ่านโดยกำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 จากนั้นจึงให้ระดับผลการเรียนที่ผ่านระดับมัธยมศึกษาตอนต้นใช้ตัวเลขแสดงผลการเรียนเป็น 8 ระดับ แนวการให้ระดับผลการเรียน 8 ระดับ และความหมายแต่ละระดับปรากฏดังตารางที่ 2.2

**ตารางที่ 2.2**

*ความหมายระดับผลการเรียน 8 ระดับ*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ระดับผลการเรียน | ความหมาย | ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ |
| 4 | ดีเยี่ยม | 80 - 100 |
| 3.5 | ดีมาก | 75 - 79 |
| 3 | ดี | 70 - 74 |
| 2.5 | ค่อนข้างดี | 65 - 69 |
| 2 | ปานกลาง | 60 - 64 |
| 1.5 | พอใช้ | 55 - 59 |
| 1 | ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ | 49 - 54 |
| 0 | ต่ำกว่าเกณฑ์ | 0 - 49 |

ในกรณีที่ไม่สามารถให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระคับได้ใช้ตัวอักษรระบุเงื่อนไขของผลการเรียน ดังนี้

“มส” หมายถึง ผู้เรียนไม่มีสิทธิ์เข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน เนื่องจากผู้เรียนมีเวลาเรียนไม่ถึงร้อยละ 80 ของเวลาเรียนในแต่ละวิชา และไม่ได้รับการผ่อนผันให้เข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน

“ร” หมายถึง รอการตัดสินและยังตัดสินผลการเรียนไม่ได้ เนื่องจากผู้เรียนไม่มี ข้อมูลผลการเรียนรายวิชานั้นครบถ้วน ได้แก่ ไม่ได้วัดผลระหว่างภาคเรียน/ปลายภาคเรียน ไม่ได้ส่งงานที่ครูมอบหมายให้ทำ ซึ่งงานนั้นเป็นส่วนหนึ่งของการตัดสินผลการเรียน หรือมีเหตุสุดวิสัยที่ทำให้ประเมินผลการเรียนไม่ได้

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มดังนี้นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับ 3-ระดับ 4 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับ 2– ระดับ 2.5 และ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับ 0-ระดับ 1.5

## 2.4 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

ได้มีนักการศึกษาได้ศึกษาการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

**2.4.1 สหสัมพันธ์ (Correlation)**

สินจง โปธิบาล (2553, น. 245-280) กล่าวว่า สหสัมพันธ์ (Correlation) เป็น การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป (หรือข้อมูล 2 ชุดขึ้นไป) ตัวอย่าง การศึกษาความสัมพันธ์ เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างอายุและความคันโลหิตความ สัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนักความสัมพันธ์ระหว่างระระดับการศึกษากับพฤติกรรม การดูแลตนเอง ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีการอบรมเลี้ยงดูเด็ก ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพครอบครัวกับการติดยาเสพติดในวัยรุ่นเป็นต้น ในการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรว่ามีมากห้อยเพียงใดนั้นจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) เป็นค่าที่วัดความสัมพันธ์ ซึ่งโดยวิธีการทางสถิติมีอยู่หลายวิธีการใช้ สถิติตัวใดขึ้นอยู่กับลักษณะของตัวแปรหรือระดับของการวัดในตัวแปรนั้น ๆ ดังนั้น สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จึงมีทั้งแบบที่เป็นสถิติพาราเมตริกและสถิตินอนพาราเมตริก

ในการวัดความสัมพันธ์แต่ละแบบจะต้องมีการทดสอบนัยสำคัญก่อนจึงจะสรุปได้ว่าตัวแปรคู่ใดมีความสัมพันธ์กันจริงหรือไม่ มากน้อยเพียงใด สำหรับการแปลผลจะมองในแง่ของความเกี่ยวพัน ความสอดคล้อง การแปรผันร่วมกัน หรือไปด้วยกัน แต่ไม่ได้หมายความว่าตัวแปรหนึ่งเป็นเหตุและอีกตัวแปรเป็นผล (หรือไม่สามารถระบุได้ว่าตัวแปรไหนเป็นตัว แปรต้นหรือตัวแปรตาม) เช่น ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนักเราไม่สามารถบอกได้ว่าส่วนสูงหรือน้ำหนักตัวใดเป็นเหตุ และตัวใดเป็นผลบอกได้เพียงว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ และมีขนาดของความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปนิยมใช้สัญลักษณ์ r แทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของกลุ่มตัวอย่าง (บางชนิดจะใช้สัญลักษณ์ C, W หรืออื่น ๆ) และ P แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ใช้วัดขนาดของความสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปรมี 2 ลักษณะคือ -1 < r <1และ 0 < r <1

การบอกระดับหรือขนาดของความสัมพันธ์ จะใช้ตัวเลขของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ หากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าเช้าใกล้-1 หรือ 1 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับสูงแต่หากมีค่าเข้าใกล้ 0 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับน้อยหรือไม่มีเลย สำหรับการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปอาจใช้เกณฑ์ดังนี้ (Hinkle, 1998, p. 118)

ค่า r ระดับความสำพันธ์

.90 - 1.00 มีความสำพันธ์กันสูงมาก

.70 - .90 มีความสำพันธ์กันในระดับสูง

.50 - .70 มีความสำพันธ์กันในระดับปานกลาง

.30 - .50 มีความสำพันธ์กันในระดับต่ำ

.00 - .30 มีความสำพันธ์กันในระดับต่ำมาก

เครื่องหมาย +,- หน้าตัวเลขสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จะบอกถึงทิศทางของความสัมพันธ์ โดยที่หาก

r มีเครื่องหมาย + หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางเดียวกัน

(ตัวแปรหนึ่งมีค่าสูง อีกตัวหนึ่งจะมีค่าสูงไปด้วย)

r มีเครื่องหมาย - หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางตรงกันข้าม

(ตัวแปรหนึ่งมีค่าสูง ตัวแปรอีกตัวหนึ่งจะมีค่าต่ำ)

ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางชนิดที่มีลักษณะ 0 < r <1 ซึ่งจะบอกได้เพียงขนาดหรือระดับของความสัมพันธ์เท่านั้น ไม่สามารถบอกทิศทางของความสัมพันธ์ได้

2.4.1.1 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในสถิตินอนพาราเมตริก ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่มีมาตรวัดได้ตั้งแต่นามบัญญัติขึ้นไป และไม่เจาะจงชนิดของการแจกแจง ความน่าจะเป็นของข้อมูล ได้แก่ 1) สถิติไคสแควร์สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน (Chi-Square Test for Independence) 2) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย 3) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในสถิติพาราเมตริก เป็นการหาความสัมพันธ์สำหรับตัวแปรที่มีมาตรวัดอันตรภาค หรืออัตราส่วน และมีการแจกแจกความน่าจะเป็นแบบปกติ ซึ่งได้แก่ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน และสัมประสิทธิ์สัมพันธ์แบบแยกส่วน

2.4.1.2 การทดสอบไคสแควร์ สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันเป็นวิธีการที่ใช้เพื่อทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนที่อยู่ใน ตารางการณ์จร (Contingency Table) กล่าวคือเป็นวิธีการที่จะพิจารณาว่าตัวแปร 2 ตัว (ที่แต่ละ ตัวแบ่งเป็นระดับหรือลักษณะต่าง ๆ นั้น) มีความเป็นอิสระต่อกัน หรือมีความสัมพันธ์กัน หรือไม่ ซึ่งสถิติไคสแควร์ที่ใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันนี้เป็นสถิติไคสแควร์ตัวเดียวกันกับการทดสอบไคสแควร์ กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อกัน หรือการทดสอบไคสแควร์กรณี มากกว่า 2 กลุ่มอิสระต่อกัน ดังนั้นข้อกำหนด และสถิติที่ใช้ทดสอบจึงมีความเหมือนกันทุกประการ มีข้อแตกต่างในเรื่องการตั้งสมมติฐานเท่านั้น

2.4.1.3 สมมติฐาน

H0 : ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน (เป็นอิสระต่อกัน)

H1 : ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน

2.4.1.4 สถิติที่ใช้ทดสอบ



*(2-1)*

เมื่อ  แทน ความถี่ที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลจริงในตัวแปรที่ 1และตัว   
 แปรที่ 2 ลักษณะที่ j

 แทน ความถี่ที่คาดว่าควรจะเป็นในตัวแปรที่ 1และตัวแปรที่ 2 ลักษณะที่ j

2.4.1.5 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธสมมติฐานH0 เมื่อค่า  ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า จากตารางในที่นี้จะใช้ตัวอย่างเดียวกันกับการทดสอบไคสแควร์กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อกัน ตัวอย่างในการวิจัยเพื่อสำรวจความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง ผลการสำรวจปรากฏตังตารางที่ 2.3

**ตารางที่ 2.3**

*ความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| เพศ | ความวิตกกังวล | |
| สูง | ต่ำ |
| ชาย | 62 | 48 |
| หญิง | 73 | 42 |

จงทดสอบว่า ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษาหรือไม่วิธีทำสมมติฐาน

H0: ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

H1: ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษาสถิติที่ใช้ทดสอบสถิติไคสแควร์อาณาเขตวิกฤต กำหนด อาณาเขตวิกฤตคำนวณค่าสถิติได้ผลปรากฏดังตารางที่ 2.4

**ตารางที่ 2.4**

*การคำนวณค่าสถิติของความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| เพศ | ความวิตกกังวล | | รวม |
| สูง | ต่ำ |
| ชาย | 62 | 48 | 110 |
| หญิง | 73 | 42 | 115 |
| รวม | 135 | 90 | 225 |



*(2-2)*

**2.4.2 การสรุปผล**

ค่า  ที่ได้จากการคำนวณ = 1.186 มีค่าน้อยกว่า ค่าที่เปิดจากตาราง (= 3.84) ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤตสรุปได้ว่าความวิตกกังวลในการเรียนไม่มี ความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

**2.4.3 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi coefficient)**

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi Coefficient) ใช้สัญลักษณ์เป็นวิธีที่ใช้วัด ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติผลการวัดออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตาราง 2 × 2 เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างการรัดเข็มขัดนิรภัยกับการเสียชีวิตในกลุ่มผู้ประสบอุบัติเหตุทางรถยนต์

2.4.3.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

ตัวแปร หรือข้อมลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ และแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะจริง (True Dichotomous)

2.4.3.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย คำนวณจากสูตร



*(2-3)*

ค่า  ที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 1 ในกรณีที่ a-d=0 หรือ b=c=0 หรือ (a+b) = (c+d) = (a+c) = (b+d)

2.4.3.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

H0 :  (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H1 :  (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง

กรณีที่ n >20 ใช้สูตร

กรณีที่ n<20 ใช้สูตร

อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

กรณีที่ n>20 จะปฏิเสธ H0เมื่อค่า Z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า Z ที่เปิดจากตาราง

กรณีที่ n<20 จะปฏิเสธ H0เมื่อค่า ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า ที่เปิดจากตาราง

**2.4.4 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี (Contingency Coefficient)**

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์'คอนติงเจนซี ใช้สัญลักษณ์ C เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติ ผลการวัดออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตารางการณ์จรขนาด  (Contingency Table) ตัวอย่างเช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับการศึกษาดับการเลือกใช้ สถานบริการพยาบาล การหาความสัมพันธ์ระหว่างสถานภาพสมรสกับการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นของพยาบาล

2.4.4.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

1) ตัวแปร หรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ หรือมีลักษณะต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่องก็ได้

2) ผลการวัดอยู่ในรูปความถี่ สามารถแสดงในรูปตารางการณ์จร ขนาด  (r และ  )

2.4.4.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี คำนวณจากสูตร



*(2-4)*

2.4.4.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

H0 :  (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H1 :  (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง ใช้สถิติ 



*(2-5)*

2.4.4.4 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธ H0เมื่อค่า ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า ที่เปิด จากตารางตัวอย่าง ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัว (3 แบบ) จากกลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 รายได้ผลปรากฏดังตารางที่ 2.5

**ตารางที่ 2.5**

*ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัว*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| พฤติกรรมเด็ก | วิธีการเลี้ยงดู | | | รวม |
| แบบ 1 | แบบ 2 | แบบ 3 |  |
| เก็บตัว | 13(7) | 4(5.25) | 4(8.78) | 21 |
| แบบกลาง ๆ | 5(8) | 9(6) | 10(10) | 24 |
| แสดงตัว | 2(5) | 2(3.75) | 11(6.25) | 15 |
| รวม | 20 | 15 | 25 | 60 |

วิธีทำ เมื่อทำการหาค่าความถี่คาดหวัง พบว่า Eij<5 มีเพียง 1 (11.11%) จึงสามรถใช้สถิติไคสแควร์ได้ โดยหาค่าสถิติไคสแควร์จาก



*(2-6)*



หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซีจาก



*(2-7)*

สมมติฐานของการทดสอบ

H0:(พฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H1: (พฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัวมีความสัมพันธ์กัน)

กำหนดระดับนัยสำคัญ .05 ค่าวิกฤต 

ค่า ที่คำนวณได้ (16.87) มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ ที่เปิดจากตาราง (9.46) จะปฏิเสธ H0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05พฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัวมีความสัมพันธ์กัน

หมายเหตุ

1. ในทางทฤษฎี C จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 แต่ในทางปฏิบัติ ค่าสูงสุดของ C จะมีค่าไม่ถึง 1

2. ค่าสูงสุดของ C ขึ้นอยู่กับตารางการณ์จร หากตารางการณ์จรมีขนาดใหญ่ ค่า C จะเข้าใกล้ 1 มากขึ้น กรณีมีจำนวนแถวและสดมภ์เท่ากัน การประมาณค่าสูงสุดของ C หาได้

จากค่าสูงสุดของ เมื่อ k คือจำนวนแถวและสดมภ์ที่เท่ากัน

3. ในการคำนวณหาค่า C จะต้องคำนวณ ก่อน ซึ่งก็จะข้อจำกัดทางสถิติ นั้นไปด้วย

4. ค่า C ไม่สามารถนำมาใช้ในการเปรียบเทียบกันได้โดยตรง ในขณะที่สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน แบบแยกรวม หรือแบบสเปียร์แมน จะสามารถนำมาเปรียบเทียบดันได้โดยตรง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้เลือกการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ โดยสถิติไคสแควร์สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน (Chi-Square Test for Independence) เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

## 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอไว้ดังนี้

**2.5.1 งานวิจัยในประเทศ**

กิตติศักดิ์ แก้งทอง (2547, น. 55-71) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่มีภูมิหลังแตกต่างกัน ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 400 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 365 คน ปีการศึกษา 2547 ในจังหวัด นครราชสีมา ชัยภูมิ สุรินทร์ บุรีรัมย์ และศรีษะเกษ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบวัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ และเปรียบเทียบระดับการให้เหตุผลโดยใช้ค่าสถิติไคสแควร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และปานกลาง ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 มากที่สุด และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ชวาลัย ชมดี (2551, น. 38-67) ได้ศึกษา ผลการพัฒนาการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัยการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จึงมีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย หรือแบบนิรนัยเพื่อศึกษาดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/10 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนแก่นนครวิทยาลัยสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 1 จำนวน 49 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษามี3 ชนิด ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียน ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย หรือแบบนิรนัย มีประสิทธิภาพ 81.43/79.49 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ คือ 75/75 ค่าดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย หรือแบบนิรนัย มีค่าเท่ากับ 0.6015 หรือคิดเป็นร้อยละ 60.15 และนักเรียนที่เรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย และแบบนิรนัยมีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมาก

เกรียงศักดิ์ รำพรรณ์ (2552, น. 83-90) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบทดสอบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ขั้นปีที่ 1 ในเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรีเขต 2 กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยวิธีสุ่มแบบหลายขั้นตอน จากนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพขั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนในเขตพื้นที่ การศึกษาจังหวัดราชบุรีเขต 2 จำนวน 265 คนเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบ เลือกตอบ 2 ฉบับคือฉบับที่ 1 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิง ความรู้ฉบับที่ 2 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงข้อมูลหรือ ข้อเท็จจริงและแบบทดสอบเขียนตอบคือฉบับที่ 3 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างตารางแผนภูมิหรือแผนภาพผลการศึกษาพบว่าความเที่ยงตรงตามเนื้อหาโดยให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รวมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 ถึง 1.00 ความยากง่ายรายข้อมีค่าตั้งแต่ 0.32 ถึง 0.74อำนาจจำแนกรายข้อมีค่าตั้งแต่ 0.24 ถึง 0.88 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเลือกตอบฉบับที่ และฉบับที่ 2 โดยใช้สูตร KR- 20 ของทูเดอร์ -ริชาร์ดสันฉบับที่ 1 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.91 ฉบับที่ 2 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.94 และ ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเขียนตอบฉบับที่ 3โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟามีค่าความ เชื่อมั่นเท่ากับ0.93ส่วนความเชื่อมั่นของเกณฑ์การให้คะแนนโดยผู้ตรวจ 2 คนมีค่าเท่ากับ0.99 และมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรวรรณ พรมแก้ว (2552, น. 86-88) ได้ศึกษา ทักษะกระบวนการการแก้ปัญหาและทักษะกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันป่าตองวิทยาคม กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 41 คนเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการวัดแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบทดสอบหลังเรียนอนุทินและแบบสัมภาษณ์ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 หน่วยโดยแต่ละหน่วยเข้าสู่บทเรียนโดยใช้ปัญหาหรือสถานการณ์เป็นตัวกระตุ้นครูจัดกิจกรรมแบบกลุ่มโดยเน้นให้เกิดการอภิปรายและการแก้ปัญหาหลังจากนั้นมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและเขียนอนุทินวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานส่วนข้อมูลเชิงคุณภาพใช้วิธีพรรณนาวิเคราะห์ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในด้านทักษะกระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในขั้นตอนความเข้าใจปัญหาและขั้นวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนพัฒนาอยู่ในระดับดีมากส่วนขั้นการดำเนินการตามแผนและขั้นการตรวจสอบผลนักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับพอใช้ความสามารถของนักเรียนในด้านทักษะกระบวนการการให้เหตุผลซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลประกอบคำตอบอยู่ในระดับดี

ระพีพัฒน์ แก้วอ่ำ (2553, น. 46-48) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สาหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลวิจัยพบว่า ด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 95 สามารถกล่าวว่า นักเรียนที่สอบได้คะแนนความสามารถทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มากกว่าร้อยละ 60 มีจานวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 99 สามารถกล่าวได้ว่าความสามารถด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และความ สามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงในทิศทางตามกันในระดับค่อนข้างมากที่สุดและด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 99 สามารถกล่าวว่านักเรียนซึ่งมีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี มีจานวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ธีณรันต์ สังหรณ์ (2556, น. 127-128) ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากผลงานวิจัยในประเทศที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล ยังช่วยให้พัฒนาทักษะความสามารถในการให้เหตุผล และผู้เรียนที่เรียนสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลได้สูงกว่านักเรียนที่เรียนต่ำ

**2.5.1 งานวิจัยต่างประเทศ**

Christou and Papageorgiou (2006, pp. 55-56) ได้ศึกษาโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงพื้นฐานบทวรรณกรรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัย โดยได้ทำการศึกษาโครงสร้างสำหรับการแนะนำและการประเมินการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาเป็นการชี้แจงและทำให้สมบูรณ์ท่ามกลางคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ใช้ข้อมูลนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 135 ในประเทศไซปรัส ผลจากการวิจัยได้ให้ประโยชน์ในการกำหนดพื้นฐานทางทฤษฎีสำหรับการออกแบบหลักสูตรและกำหนดโปรแกรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

Ellis (2007, pp. 194–229) ได้ศึกษา ความสามารถของนักเรียนในการหารูปทั่วไปทางพีชคณิตและการให้เหตุผลเสนอข้อพิสูจน์ที่ถูกต้องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น พบว่า นักเรียนมีประสบการณ์ที่ยากในการสร้างและการใช้กระบวนการเพื่อทาให้เกิดข้อสรุปทั่วไป การพิสูจน์ การทดสอบที่เหมือน ๆ กันในเรื่องเรขาคณิตและการเข้าใจผิดในหมู่ของนักเรียนเชื่อมโยงกับความสำเร็จในการพิสูจน์ ความเข้าใจและความสำเร็จของครูผู้สอนในการสอนเรื่องการพิสูจน์ในระดับประถมศึกษา มีผลต่อการประสบความสำเร็จในการพิสูจน์และการให้เหตุผลของนักเรียนมัธยมศึกษา ดังนั้นการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต้องแก้ตั้งแต่การสอนในระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนจะต้องเตรียมตัวมาสอนอย่างดีและใช้หลักการตามทฤษฎีต่างๆ อย่างถูกต้องและยึดหลักที่ว่าการกระตุ้นความสนใจของนักเรียนคือการสอนที่กระตือรือร้น

Perrine (2009, p. 1) ได้ศึกษาผลกระทบของการแก้ปัญหาพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ของการให้เหตุผลเกี่ยวกับเศษส่วนของครู การพัฒนาการให้เหตุผลในเรื่องสัดส่วน มีความสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ซึงครูผู้สอนต้องมีวิธีการสอนที่น่าสนใจเพื่อพึงดูดผู้เรียน จะต้องมีการเก็บคะแนนซึ่งการการเพิ่มขึ้นของคะแนนจะมีผลต่อการเรียนในปีต่อไป มีผู้เข้าร่วมในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จานวน 187 คน มีวิทยากร จำนวน 6 ท่าน หนึ่งในนั้นเป็นครูประจำชั้นซึ่งสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชั้นเรียนได้ ใน 187 คนนี้ เมื่อถึงภาคเรียนที่ 2 มีนักเรียน 108 คน ประสบปัญหาในการสอบปลายภาคและในต้นภาคเรียนที่ 3 ผลรวมแสดงออกมาให้เห็นว่าการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล มีนัยสำคัญทางสถิติ การแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลเป็นปัจจัยหลักในการศึกษาคณิตศาสตร์ ครูต้องมีวิธีการสอนที่แตกต่างไปจากการสอนแบบเดิมที่นักเรียนไม่เคยเรียนมาก่อน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องในต่างประเทศ สรุปได้ว่า การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา ซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการเรียนคณิตศาสตร์มีพฤติกรรมต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศสรุปได้ ว่า การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา ซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และเป็นแนวทางให้ครูและผู้ที่เกี่ยวข้องสามารถจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น และจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่าผู้วิจัยส่วนใหญ่สนใจศึกษาความสามารถด้านการให้เหตุผลเชิงตรรกะ และความสามารถด้านการให้เหตุผลที่เป็นความถนัดทางการเรียนซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ และการมีความสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์แขนงอื่นต่อไป