บทที่ 2
การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.4 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงรายละเอียดของหลักสูตรตามหัวข้อต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 1–5)

2.1.1 ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมคนอื่นได้อย่างมีความสุ

2.1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต : แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และใช้การ ดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.1.4 คุณภาพผู้เรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาทใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.1.5 คำอธิบายรายวิชา

คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส 23120 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1.5 หน่วยกิต เวลา 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน เป็นดังนี้

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้ปัญหา ในเรื่อง อสมการ แก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใช้ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหาคำตอบของโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

สถิติ กำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมหาค่ากลางของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ เลือกและใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม นำเสนอได้อย่างเหมาะสม อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลที่กำหนด อภิปรายและให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลข่าวสารทางสถิติที่สมเหตุสมผล ตระหนักถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

ความน่าจะเป็น หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลแต่ละตัวมีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่า ๆ กันได้ ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจ

การเสริมทักษะกระบวนการทางทางคณิตศาสตร์ ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ ความรู้อื่น ๆ และเทคโนโลยี เพื่อเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณ และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษา ค้นคว้าปฏิบัติจริง ทดลองสรุปรายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและเชื่อมั่นในตัวเอง

การวัดผลและประเมินผลใช้วิธีการวัดผลประเมินผลหลากหลายรูปแบบ ตรงตามสภาพจริง เช่น แบบทดสอบ ตรวจผลงาน สังเกตพฤติกรรม การนำเสนอโครงงาน การจัดนิทรรศการ เป็นต้น เพื่อพัฒนาผู้เรียนในขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวัดผลประเมินผลด้านความรู้ (K) ด้านทักษะกระบวนการ (P) ด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม (A) ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (ความมีวินัย ใฝ่รู้ สู้งาน ขับขานวิถีไทย ใส่ใจสุขภาพ) และระดับคุณภาพการอ่านคิดวิเคราะห์และเขียนสื่อความ ในอัตราส่วนคะแนนระหว่างภาค: ปลายภาค เป็น 80: 20

2.1.6 รหัสตัวชี้วัด

ค4.2ม3/1 ค5.1ม3/1 ค5.1ม3/2 ค5.1ม3/3 ค5.1ม3/4 ค5.2ม3/1 ค5.3ม3/1 ค5.3ม 3/2 ค6.1ม3/1 ค6.1ม3/2 ค6.1ม3/3 ค6.1ม3/4 ค6.1ม3/5 ค6.1ม3/6 รวม 14 ตัวชี้วัด

จากคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน และมีตัวชี้วัด 14 ตัวชี้วัดตามหลักสูตรแกรกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 4 เนื้อหาประกอบด้วย หน่วยที่ 1 เรื่องอสมการ ประกอบด้วยอสมการ กราฟแสดงจำนวน อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 16 ชั่วโมง หน่วยที่ 2 เรื่องความน่าจะเป็น ประกอบด้วย ประวัติความน่าจะเป็น การทดลองสุ่มความน่าจะเป็น ความน่าจะเป็นจากการลงมือปฏิบัติความน่าจะเป็นกับชีวิตประจำวัน จำนวน 20 ชั่วโมง หน่วยที่ 3 เรื่องสถิติเบื้องต้น ประกอบด้วย การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น การหาค่ากลางของข้อมูลค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลทางสถิติ จำนวน 14 ชั่วโมง และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ชั่วโมง รวมทั้งหมด 60 ชั่วโมง ปรากฏดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1

โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	เวลา (ชั่วโมง)
1	อสมการ		
	- อสมการ	ค4.2 ม3/1	16
	- กราฟแสดงจำนวน		
	- อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		
	- การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		
	- โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		

(ต่อ)

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	เวลา (ชั่วโมง)
2	ความน่าจะเป็น		
	- ประวัติความน่าจะเป็น	ค5.2 ม3/1	20
	- การทดลองสุ่มความน่าจะเป็น	ค5.3 ม3/1	
	- ความน่าจะเป็นจากการลงมือปฏิบัติ	ค5.3 ม3/2	
	- ความน่าจะเป็นกับชีวิตประจำวัน		
3	สถิติเบื้องต้น		
	- การเก็บรวบรวมข้อมูล	ค5.1ม3/1	14
	- กำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม	ค5.1ม3/2	
	- กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูล	ค5.1ม3/3	
		ค5.1 ม3/4	
	- การนำเสนอข้อมูล		
	- การนำเสนอข้อมูล ฮิสโตแกรม		
	- การนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น		
	- การหาค่ากลางของข้อมูล		
	- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต		
	- มัธยฐาน		
	- ฐานนิยมของข้อมูลทางสถิติ		
	- การอ่าน การแปลความหมายและการวิเคราะห์ข้อมูล		
	- การอ่านข้อมูล		
	- การแปลความหมายข้อมูล		
	- วิเคราะห์ข้อมูล จากการนำเสนอข้อมูล		
	- อภิปราย และให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลข่าวสารทางสถิติ		
	- เข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นจากการนำเสนอข้อมูลทางสถิต		

(ต่อ)

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	เวลา (ชั่วโมง)
4	ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	ค6.1ม3/1	
	- ทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหา	ค6.1ม3/2	6
	- ทักษะและกระบวนการในการให้เหตุผล	ค6.1ม3/3	
	- ทักษะและกระบวนการในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ	ค6.1ม3/4	
	- ทักษะและกระบวนการในการเชื่อมโยง	ค6.1ม3/5	
	- ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	ค6.1ม3/6	
	รวม		60

จากตารางที่ 2.1 พบว่า โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยเนื้อหาอสมการ ความน่าจะเป็น สถิติเบื้องต้น และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยในหน่วยการเรียนที่ 3 สถิติเบื้องต้น เพื่อศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.2 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและสามารถให้เหตุผลได้เป็นสิ่งสำคัญ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล ซึ่งในกระบวนการให้เหตุผลนั้น นักเรียนต้องรู้และต้องใช้ทักษะการคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นี้ช่วยให้นักเรียนสร้างข้อสรุปทางตรรกศาสตร์ สามารถประยุกต์ใช้ทักษะการจำแนกทางตรรกศาสตร์มาอธิบายความคิดของตนเอง พร้อมทั้งการตรวจสอบคำตอบและกระบวนการจึงข้อทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้

2.2.1 ความหมายของการให้เหตุผล

ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ทิศนา แขมมณี (2545, น. 144) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยได้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้และสามารถได้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2546, น. 5) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การแสดงแนวคิดเพื่อให้ได้มาซึ่งเหตุการณ์ข้อสรุป หรือคำตอบที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ประกอบด้วย การหาข้อคาดการณ์ข้อสรุปหรือคำตอบ และการยืนยัน ข้อคาดการณ์ข้อสรุปหรือคำตอบ

สมัย เหล่าวานิชย์ (2548, น. 129) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการอย่างหนึ่งที่มนุษย์ทุกคนมีอยู่ไม่ว่าจะมากหรือน้อยก็ตาม และมนุษย์ก็นำกระบวนการให้เหตุผลดังกล่าวไปแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐานที่ได้จากการสังเกตจากปรากฏการณ์ธรรมชาติ หรือประเพณีและวัฒนธรรมที่ได้ปฏิบัติมาตลอดเวลา

Hilgard (1962, p. 10) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิด ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมอง ซึ่งเป็นกระบวนการ การใช้สัญลักษณ์ซึ่งแทนสิ่งของหรือสถานการณ์ต่าง ๆ มาสร้างเป็นความคิดรวบยอด

Prestege (2002, p. 26) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลได้สามารถค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้อง รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไปการโต้แย้งและการพิสูจน์ดังนั้นการให้เหตุผลจึงเป็นการหาความเป็นไปได้ของคำตอบและการตัดสินความถูกต้องของคำตอบ

Galotti (2004, p. 12) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง ความพยายามจำแนกความรู้และกระบวนการคิด เพื่อที่จะได้ข้อมูลในการแก้ปัญหาหรือเพื่อการ แสดงออกทางความคิด

สรุปได้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการเกี่ยวกับแนวคิดหรือการยืนยัน ข้อคาดการณ์ ข้อสรุปหรือคำตอบจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงความสามารถในการคิดหรือตรึกตรองหาเหตุผล เพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์นั้น ๆ และยืนยันความสมเหตุสมผลของข้อสรุปเหล่านั้น โดยอาศัยความรู้พื้นฐานประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการต่างๆ ประกอบการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล

2.2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผล

ได้มีนักการศึกษาให้ความสำคัญของการให้เหตุผลไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2549, น. 97) กล่าวว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลเป็นมุมมองของข้อมูลจากการให้เหตุผลของนักเรียน ครูผู้สอนสามารถนำข้อมูลเหล่านี้มาใช้ประโยชน์ในการอธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ เพื่อระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผลในการวิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging Ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่นๆรวมทั้งระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียนเพื่อจัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียนและตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 45) กล่าวว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลเป็นการให้เหตุผลที่เป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 3) กล่าวว่า ความสำคัญของการให้เหตุผล เกิดจากการได้กำหนดในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนให้การให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหลักมาตรฐานหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน ส่งผลให้การให้เหตุผลเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญและเป็นกิจกรรมหลักอย่างหนึ่งในการเรียนการสอน ซึ่งมาตรฐานทางด้านการให้เหตุผลและการพิสูจน์ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนที่เรียนในระดับโรงเรียนได้เรียนรู้ ฝึกฝนเพื่อพัฒนาให้เกิดขึ้นในการเห็นคุณค่าของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในฐานะที่เป็นรากเหง้าของคณิตศาสตร์ เพื่อในการสร้างและสืบสวนข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการพัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และการเลือกใช้รูปแบบการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ได้อย่างหลากหลาย

สรุปได้ว่า ความสำคัญของการให้เหตุผล เป็นสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนตระหนักถึงการใช้เหตุผลได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และคิดอย่างมีเหตุผลบนพื้นฐานของข้อเท็จจริง นำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต อีกทั้งการให้เหตุผลของนักเรียนยังเป็นส่วนสำคัญที่ครูผู้สอนสามารถนำไปปรับปรุง พัฒนาการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนมีมาตรฐานด้านการให้เหตุผลที่สูงขึ้น

2.2.3 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2547, น. 12) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Reasoning) เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก (Logical Interconnections) ในทางคณิตศาสตร์ (Raimi, 2002, p. 11) การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนรู้ต้องใช้การคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ ข้อสรุปที่ถูกต้อง นอกจากนี้ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญโดยอาจทาให้ผู้สอน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 46) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตคาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิด ริเริ่มสร้างสรรค์ใบการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552, น. 79) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดเกี่ยวกับการอธิบายหรือแสดงแนวคิดในการสร้างหลักการ การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการหาข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้นอย่างสมเหตุสมผล

Greenwood (1993, p. 144) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ กรีนวูดยังกล่าวย้ำว่าถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

O'Daffer and Thornquist (1993, p. 43) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

Brahier (2005, p. 25) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่ออธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา ดังนั้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นการสร้างข้อพิสูจน์ซึ่งอาจเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการเพื่อคาดการณ์ข้อเท็จจริงต่างๆที่เกิดขึ้น

Lee V. Stiff (1999, p. 1) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ต้องตั้งอยู่บนศูนย์กลางการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ และเนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้นและการให้เหตุผล

สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิด ตรึกตรอง วิเคราะห์หาความสำพันธ์เพื่ออธิบายหรือพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการต่างๆที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง ในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล

2.2.4 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989, p. 16) กล่าวว่า ในการสร้างข้อความ คาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จากสถานการณ์ที่กำหนดจำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง แบบอุปนัยและแบบนิรนัย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 46-62) กล่าวว่า โดยทั่วไปมนุษย์มักจะใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึกซึ่งมนุษย์แต่ละคนอาจมีอยู่มากน้อยแตกต่างกันมาช่วยแล้ปัญหา เช่น เมื่อน้ำตาลทรายจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาดตลาด ชาวบ้านและ แม่ค้ามักรีบสะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอนเช้าคนในเมืองมักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติ เพราะคิดว่าการเจรจาน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่ตกตอนเช้า เป็นต้น ซึ่งในทางคณิตศาสตร์ เรียกการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก ดังกล่าวข้างต้นว่า การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ มนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสหัชญาณมากหรือน้อยนั้น ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ นอกจากการให้เหตุผลแบบสหัชญาณแล้วในทางวิชาการ นักการศึกษาได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้งแล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่าข้อความ

คาดการณ์ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริง โดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป หรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ซึ่งการให้เหตุผลแบบนิรนัย ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ 2.1) เหตุหรือสมมติฐานซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้อง พิสูจน์ ได้แก่ คำอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่าง ๆ 2.2) ผลหรือผลสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน

อัมพร ม้าคะนอง (2553, น. 48-56) ได้อธิบายเกี่ยวกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายลักษณะ สามารถสรุปได้ดังนี้ 1) การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลพี่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท 1.1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบเพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูล ย่อย ๆไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง 1.2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้วเป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะพี่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น 2) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิด เกี่ยวกับลัดส่วนทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขของข้อข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การรู้ค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวนการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลาย ลักษณะดังนี้ 2.1) การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการ เปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือ เท่าเดิม ซึ่งการให้เหตุผลเชิงคุณภาพเกิดจากการทำงาน 2 ลักษณะดังนี้ 2.1.1) การเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่ เช่น วัวตัวแรกกินหญ้าหนึ่งกระสอบหมดในเวลา 4 วัน วัวตัวที่สองกินหญ้ากระสอบขนาดเดียวกันหมดในเวลา 5 วัน แสดงว่า วัวตัวแรกกินจุกว่าวัวตัวที่สอง 2.1.2) การบอกทิศทางของการเปลี่ยนแปลงเป็นการระบุทิศทางของการเปลี่ยนแปลงจากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น ในการตัดเสื้อเดือนนี่ ช่างตัดเสื้อใช้เวลามากกว่าเดิมแต่ได้จำนวนเสื้อน้อย กว่าเดิม แสดงว่า ความสามารถในการตัดเสื้อของช่างลดลง 2.2) การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับ ตัวเลขแบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้ 2.2.1) การระบุค่าตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน 2.2.2) การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจาก

การเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน 3) การให้เหตุผลเชิงปรูภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือ สิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งใบมิติเดียวกันและมิติต่างกับ รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

Searles (1956, p. 20) ได้แบ่งการใช้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ 1) การใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่เป็นการสรุปจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไปใน การรวมส่วนย่อย ๆ เหล่านี้เข้าด้วยกัน โดยแบ่งเป็นความสามารถในด้านต่าง ๆ ต่อไปนี้ 1.1) ด้านการอุปมาอุปไมย เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ซึ่งต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของและเรื่องต่าง ๆ โดยพิจารณาถึงโครงสร้าง แล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นลักษณะเดียวกับของเดิม 1.2) ด้านการจัดเข้าพวก เป็นความสามารถในการจำแนกแยกสิ่งของ ออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง 1.3) ด้านการจัดลำดับ เป็นความสามารถในการที่จะมองเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างตัวเลข ภายใต้เงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง 1.4) ด้านการสรุปรวบยอดเป็นความสามารถในการใช้เหตุการณ์ที่กำหนดให้ซึ่งประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อยแล้วสรุปผลตามข้อความนั้นอย่างถูกต้อง 2) การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหา เหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อยหมายความว่าเป็นการนำเอาความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็น ข้ออ้าง แล้วดูความสัมพันธ์ความสอดคล้องหรือคล้อยตามเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อยซึ่งเป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

Eysenck, Wurzburg, and Berne. (1972, p. 14) กล่าวว่า ประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 วิธี ดังนี้ 1) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการคิดหาเหตุผลจากการประโยคอ้าง (Premise) ไปยังข้อสรุป (Conclusion) โดยข้อสรุปนั้นมีความสมเหตุสมผล ถ้าการสรุปนั้นไม่สมกับเหตุผลที่กำหนดเรียกว่าไม่สมเหตุสมผล 2) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อยๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปเพื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

Karplus and Wollman (1974, p. 102) ได้แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 8 ลักษณะดังนี้ 1) ไม่มีคำบรรยาย (No Explanation) เป็นการให้เหตุผลที่ไม่สามารถให้รายละเอียดได้ 2) การรู้สึกนึกคิด (Intuition) เป็นการให้เหตุผลด้วยการคาดเดา การประมาณ โดยขาดการอ้างอิงของข้อมูลที่มีอยู่ 3) คำนวณโดยใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuiition Computation) เป็นการให้เหตุผลโดยการใช้ ข้อมูลที่มีอยู่อย่างขาดเหตุผลที่เหมาะสม 4) การเปลี่ยนสเกล (Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่มีการเปลี่ยนสเกล แต่ไม่เกี่ยวข้องกับข้อมูล 5) ใช้หลักการบวก (Addition) เป็นการให้เหตุผลที่เน้นความ

แตกต่างเพียงด้านเดียวและ แก้ปัญหาโดยใช้การบวก 6) ใช้หลักกระบวนการและการเปลี่ยนสเกล (Addition and Scaling) เป็นการให้เหตุผลที่ ไม่สามารถบอกอัตราส่วนที่แท้จริงได้ 7) ใช้สัดส่วนที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Proportion) เป็นการให้เหตุผลที่มีการใช้ อัตราส่วน แต่ไม่สามารถที่จะเปลี่ยนเป็นอัตราที่ถูกต้องได้ 8) ใช้สัดส่วน (Proportion) เป็นการให้เหตุผลแบบสัดส่วนและมีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ กับสเกลของการวัด

Haller et al. (1989, pp. 209-211) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้ 1) การใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง (Qualitative Directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพ ปัญหาที่ใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้ เรียกว่า คำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่า มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อาจจะเพิ่ม ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อกำหนดให้เศษและส่วนของอัตราส่วนมี ค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม โดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ มีดังนี้ 1.1) เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้ 1.2) เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น 1.3) เศษเพิ่มขึ้นและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น 1.4) เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง 1.5) เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม 1.6) เศษเท่าเดิมและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น 1.7) เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าอัตราส่วนลดลง 1.8) เศษลดลงและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนลดลง 1.9) เศษลดลงและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลง 2) การใช้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Directional Reasoning Problems) คือเป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลข โดยคำถามจะถามหาค่าตัวแปร การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข

O'Daffer (1990, p. 378) กล่าวว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมีอยู่ 2 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไปหรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น 2) การให้เหตุผลนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody (1993, pp. 2-59) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ และแบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การให้เหตุผลใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuitive Reasoning) เป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากลางสังหรณ์ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจน หรือจากความรู้สึกภายในส่วนการให้เหตุผลอีก 2 ประเภท เป็นการ

ให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกันกับ O' Daffer เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท Baroody กล่าวว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบใช้การรู้สึกนึกคิดหรือแบบอุปนัยที่เรียกว่า การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อความคาดการณ์เหล่านั้นโดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

Cooney et al. (1999, pp. 8-10) ได้จำแนกประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่ได้จากกระบวนการ พิจารณาสิ่งที่มีร่วมกันจากตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วสรุปออกมาโดยมีเหตุผลสนับสนุน 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นเหตุผลที่มาจากหลักทั่วไปหรือหลักใหญ่อ้างอิงไปยังสิ่งที่เจาะจง 3) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่ เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งนักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ ตัวอย่างเช่น การเพิ่มเงินเดือน 10% ตามด้วยการตัดเงินเดือน 10% ทำให้เงินเดือนเพิ่มขึ้น หรือเงินเดือนลดลง หรือไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าเทียบกับการตัดเงินเดือน 10% ตามด้วยการเพิ่มเงินเดือน 10% จงอธิบายว่า เมื่อใดทั้งสองแบบได้รับผลเท่ากัน 4) การให้เหตุผลเชิงปรูภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ ตัวอย่างเช่น จะต้องตัดตามขวางทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์อย่างไร จึงจะได้รูปเหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู และรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

สรุปได้ว่า ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้จำแนกออกเป็น 2 แบบ ดังนี้ การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลโดยยึดความจริงจากส่วนย่อยที่พบเห็นไปสู่ความจริงที่เป็นข้อสรุป ซึ่งใช้ข้อมูลของสมาชิกบางตัวไปอธิบายส่วนใหญ่ซึ่งเป็นการคาดเหตุการณ์ที่อาจะเกิดขึ้น และการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการนำความรู้พื้นฐานซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง กฎ หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและใช้ข้อมูลของสมาชิกส่วนใหญ่มาอธิบายสมาชิกส่วนย่อย ๆ เป็นการใช้ข้อความที่เป็นจริงอยู่แล้ว เพื่อนาไปสู่ขั้นสรุปที่สมเหตุสมผล

2.2.5 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, น. 24-27) ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หา ความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย 1) ความสามารถในการ

วิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล 2) ความสามารถในการหาข้อสรุป 3) ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่าสมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 5) ได้กล่าวว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

ทิศนา แขมมณี (2551, น. 14) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล เป็นความสามารถในการจำแนกข้อมูลหรือข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริง โดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วย 3 ทักษะย่อย ๆ ดังนี้ 1) สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้ 2) สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้ 3) สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

Prestage (2000, p. 26) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึงความสามารถของนักเรียน ในการค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้อง รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้ง และการพิสูจน์

สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แยกแยะ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ข้อมูลต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการหาข้อสรุปของปัญหา และความสามารถในการยืนยัน ตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ หลักฐาน และข้อคาดการณ์ต่าง ๆได้อย่างสมเหตุสมผล

2.2.6 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้แนวทางพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 267) กล่าวว่า กาวพัฒนาให้นักเรียนเป็นบุคคลที่มีเหตุผลทำได้โดยจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิด ได้ให้เหตุผลในชั้นเรียน ส่งเสริมบรรยากาศการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เกิดการคิดอย่างมีเหตุผล ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูลมีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล รู้ข้อจำกัดของการให้เหตุผลทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อนำไปสู่การใช้เหตุผลอย่างถูกต้อง นอกจากนั้นครู จะต้องมีการตรวจสอบพัฒนาการเกี่ยวกับการให้เหตุผลของนักเรียน

อยู่เสมอ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายการใช้เหตุผลของตนเองเกี่ยวกับหลักการที่ใช้ในการคาดเดาคำตอบ และวิธีการในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ กับครูและเพื่อนร่วมห้อง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยอย่างเหมาะสม

กระทรวงศึกษาธิการ (2545, น. 198-199) ได้อธิบายแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล ไว้ว่า การฝึกให้ผู้เรียนคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุก เนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ และมีองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่าง มีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้ 1) ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์ปัญหาหรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความคิดความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล 2) ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง 3) ควรช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัด สถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนควรสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและ คอยให้ความช่วยเหลือ กระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร" “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า... แล้ว ผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูด เสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางอย่างถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น การจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็น ปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, น. 3) ได้นำเสนอข้อควรคำนึงเกี่ยวกับแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลไว้ดังนี้ 1) ให้นักเรียนเรียนเอย่างมีเหตุผล 2) ให้นักเรียนฝึกคิดอย่างมีเหตุผล 3) ให้นักเรียนฝึกเป็นผู้ให้เหตุผล 4) ให้นักเรียนฝึกเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนทำเพื่อหาคำตอบ 5) ให้นักเรียนฝึกให้เหตุผลในการอธิบายหรืออภิปราย 6) ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่น 7) ให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับการตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง 8) ให้นักเรียนได้อาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลพฤติกรรมที่แสดงออก ถึงการใช้ทักษะเหตุผลทางคณิตศาสตร์ 9) เลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ชนิดต่าง ๆ ได้หลากหลาย

10) พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผล และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 11) เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป 12) อ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างภาพ 13) ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล 14) สร้างและตรวจสอบข้อคาดคะเนทางคณิตศาสตร์ได้ 15) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ การจัดหมวดหมู่ สรุปรวมข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันได้

Guilford and Hoepfner. (1971, pp. 28–32) ได้ให้ความหมายของแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

Lappan and Schram (1989, pp. 18-19) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกฝนจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรส่งเสริมให้นักเรียนได้รับการศึกอย่างต่อเนื่อง โดยจัดบรรยากาศชั้นเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นการพัฒนาทักษะในการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นคาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงแนวคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยการอธิบายแบบรูปแสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถาม ต่างๆ ที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อคาดการณ์ การสร้างแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบายซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

Rowan and Morrow (1993, pp. 16-18) กล่าวว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ครูมีความจำต้องจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่แสดงให้เห็นว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญมากกว่าการได้เพียงคำตอบ และบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่ สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้ง แสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

Baroody and Coslick (1998, pp. 2-30) ได้อธิบายลักษณะของการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาการทักษะให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนั้น 1) การให้เหตุผลควรมีการบูรณาการอยู่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทุกระดับขั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้และแบบอุปนัยเพื่อคาดการณ์ และการใช้ เหตุผลแบบนิรนัยง่าย ๆ เช่น การใช้เหตุผล “ถ้า...แล้ว” 2) ช่วยให้นักเรียนเห็นว่ามีรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ในสถานการณ์ต่าง ๆ สิ่งของและจำนวน 3) ใช้กิจกรรมที่มิการจำแนกชัดเจนก่อน 4) ส่งเสริมให้นักเรียนประเมินการคาดการณ์และการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

Malloy (1999, p. 42) ได้นำเสนอแนวทางในการให้เหตุผลในระดับมัธยมศึกษาโดยเสนอให้ผู้สอนใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry Approach) ในการส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบ และ อภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง

Sternberg (1999, p. 39) ได้นำเสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะและการประเมินการให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรต้องคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อ แก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากการแก้ปัญหา การวางแผนและการจัดการทรัพยากรเพื่อใช่ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินคำตอบ

สรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยสอดแทรกการให้เหตุผลเข้าไปในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง โดยให้เวลานักเรียนได้คิด วิเคราะห์ เขียนอธิบายความคิดของตนเอง สร้างข้อสรุปที่ สมเหตุสมผล ตรวจสอบ และประเมินข้อสรุปต่าง ๆ โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้พบปัญหาที่นักเรียนสนใจและไม่ยากเกินความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล โดยครูสนับสนุนให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาร่วมกันอย่างเหมาะสม

2.2.7 เกณฑ์ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้กล่าวถึงเกณฑ์ระดับของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Jones,Thornton, Langrall and Tarr (1999, pp. 51-54) ได้ให้ความหมายระดับของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้ ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิด ของตนเองตัดสิน (Bjective or Non-Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น (Transitional Between Subjective and Naive Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล (Informal Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ 2 คือ สามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่า

มากกว่า หรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร และระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่าง ๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ (Incorporates Numerical Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง คำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

สรุปได้ว่า ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการคิดหรือตรึกตรองหาเหตุผล เพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ และทำให้นักเรียนมีความคิดในการให้เหตุผลประกอบของคำตอบได้ เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้ ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิด ของตนเองตัดสินหมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็นหมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ 2 คือ สามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่า หรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่างๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเอง คำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

2.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้มีนักวิชาการได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

2.3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

ไพศาล หวังพานิช (2526, น. 30-31) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นพฤติกรรมหรือความสามารถที่เกิดขึ้นจากการเรียนการสอนเป็นคุณลักษณะของนักเรียนที่งอกงามขึ้นมาจากการฝึกอบรมสั่งสอนโดยตรงหรือประสบการณ์ต่าง ๆ ทั้งที่บาน โรงเรียน และสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ ประกอบด้วย ความรู้สึก ค่านิยม จริยธรรมต่าง ๆ และความสามารถทาง สมอง ได้แก่ ความจำ ความเข้าใจ การวิเคราะห์ การนำไปการสังเคราะห์และการประเมินค่า

ชนินทร์ อินทิราภรณ์ (2540, น. 5) กล่าวว่า ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นความสำเร็จในด้านความรู้ทักษะสมรรถภาพทางสมองหรือมวลประสบการณ์ทั้งปวงของบุคคลที่ได้รับการเรียนการสอนหรือผลงานของนักเรียนที่ได้จากการประกอบกิจกรรมส่วนหนึ่ง

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2541, น. 18) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การวัดความสามารถทางการเรียนหลังจากได้เรียนเนื้อหาของวิชาใดวิชาหนึ่งแล้ว นักเรียนมีความรู้ความสามารถมากน้อยเพียงใด นั่นคือ การวัดผลสัมฤทธิ์ยึดเนื้อหาวิชาเป็นหลัก เช่น คณิตศาสตร์อาจมีเนื้อหา การบวก การลบ การคูณ การหาร เศษส่วน เซต ความเป็นไปได้ บัญญัติไตรยางศ์ ฯลฯ การสอบวัดความรู้หลังจากเรียนเนื้อหาที่กำหนดให้ภาคเรียน หรือในชั้นหนึ่ง ๆ เป็นการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Willson. (1971, pp. 643-696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์จากแนวคิดของ Wilson พอจะกล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ก็คือ ผลสำเร็จของการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถนั้นเอง ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัย โดยอ้างอิงลำดับชั้นของพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของบลูม (Blooms Taxonomy) ไว้เป็น 4 ระดับ ได้แก่ 1) ความความจำด้านการคำนวณ เป็นความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เรียนมาแล้ว เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับพื้นฐานแรกสุด ความความจำด้านการคำนวณ แบ่งออกเป็น 3 ขั้น คือ ข้อเท็จจริง ศัพท์และนิยาม และกระบวนการคำนวณ 2) ความเข้าใจ เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้ว มาสัมพันธ์กับ โจทย์หรือปัญหาใหม่ เป็นพฤติกรรมที่ถัดจากความรู้ด้านการคำนวณ ความและความสามารถที่เกี่ยวกับ

ความเข้าใจแบ่งออกเป็น 6 ขั้น คือ ความคิดรวบยอด หลักการ ข้อสรุปอ้างอิงทั่วไป โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การแปลงโจทย์จากรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่ง และการคิด ตามแนวของเหตุผล 3) การนำไปใช้เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่คล้ายกับที่เรียนมาแล้ว โดยนำประสบการณ์เดิมมาใช้โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดในขั้นนี้จะต้องไม่ใช่โจทย์ที่นักเรียนเคยเรียน หรือเคยทำแบบฝึกหัดมาแล้ว สามารถแบ่งความสามารถที่เกี่ยวกับการนำไปใช้ออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ การแก้ปัญหาที่คุ้นเคย การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นแบบแผนลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร 4) การวิเคราะห์ เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของสมรรถภาพทางสติปัญญาในการเรียน คณิตศาสตร์ วัตถุประสงค์สูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะอยู่ในระดับการวิเคราะห์ซึ่งแบ่งความสามารถที่เกี่ยวกับการวิเคราะห์ออกเป็น 5 ขัน คือ การแก้ปัญหาทีไม่เคยประสบมาก่อน การค้นพบความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ การวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์และทดสอบความถูกต้องของข้อสรุปอ้างอิงทั่วไป

Good (1973, pp. 6) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การเข้าถึงความรู้สึกหรือพัฒนาทักษะทางการเรียน พิจารณาจากคะแนนสอบ การฝึกอบรมหรือคะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบให้หรือทั้งสองอย่าง

Wolman (1973, p. 5) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง ระดับของความสำเร็จในเรื่องเฉพาะหรือเรื่องทั่วไปหรือระดับของความชำนาญอันเนื่องมาจากการ ได้รับความรู้ทางวิชาการ

Reber (1985, p. 5) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง ระดับความสามารถทางวิชาการของบุคคลซึ่งสามารถวัดได้โดยใช้แบบทดสอบมาตรฐาน

Husen and Postlethwaite (1985, p. 35) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลสะท้อนของความรอบรู้และการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างที่ทักษะและความรู้กำลังพัฒนา

สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจหลังจากได้เรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถจากการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และสามารถวัดได้ด้วยเครื่องมือทางจิตวิทยาหรือผลงานของนักเรียนที่ได้จากการจัดกิจกรรม พิจารณาจากคะแนนสอบที่กำหนดให้ตามภาคเรียน หรือในชั้นหนึ่ง ๆที่เป็นการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.3.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือในการที่จะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

ล้วน สายยศ (2538, น. 146) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้วมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยการวิเคราะห์ความสัมพันธ์กระดาษและดินสอกับให้นักเรียนปฏิบัติจริง แบบทดสอบแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ 1) แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดข้อคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้นเป็นข้อคำถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียนนักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน บกพร่องส่วนใดจะได้สอนซ่อมเสริม หรือเป็นการวัดความพร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ขึ้นอยู่กับความต้องการของครู 2) แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาหรือจากครูผู้สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้ง จนกระทั่งมีคุณภาพดี จึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้เป็นหลักและเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของผลการเรียนการสอนในเรื่องใดๆก็ได้แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบบอกถึงวิธีการสอบ และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย

แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐานมีวิธีการในการสร้างข้อคำถามเหมือนกัน เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนไปแล้ว จะเป็นพฤติกรรมที่สามารถทั้งคำถามได้ควรจัดให้ครอบคลุมพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ดังนี้ 1) วัดด้านความรู้ความจำ 2) วัดด้านความเข้าใจ 3) วัดด้านการนำไปใช้ 4) วัดด้านการวิเคราะห์ 5) วัดด้านการสังเคราะห์ 6) วัดด้านการประเมินค่า

2.3.3 มาตรฐานและคุณลักษณะของแบบทดสอบ

สมนึก กัททิยธนี (2546, น. 63) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนผ่านมา แล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างกับแบบทดสอบมาตรฐานและ คุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมี 10 ประการคือ 1) ความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการหรือวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้องแม่นยำความเที่ยงตรง 2) ความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้คงวาไม่เปลี่ยนแปลง ไม่ว่าจะทำการสอบใหม่กี่ครั้งก็ตาม 3) ความยุติธรรม (Fair) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการได้เปรียบเสียเปรียบในกลุ่มของผู้เข้าสอบด้วยกัน ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนทำข้อสอบได้โดยการเดา 4) ความลึกของคำถาม (Searching) หมายถึง ข้อสอบแต่ละข้อนั้นจะต้องไม่ถามผิวเผินหรือถามประเภทความรู้ความจำ แต่ต้องให้นักเรียนนำความรู้ความจำ ไปคิด ดัดแปลงแก้ปัญหาแล้วจึงตอบได้ 5) ความยั่วยุ (Exemplary) หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุก เพลิดเพลิน ไม่เบื่อหน่าย 6) ความจำเพาะเจาะจง (Definition) หมายถึง ข้อสอบที่มีแนวทางหรือ ทิศทางการถามตอบชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝง

กลเม็ดให้นักเรียนงง 7) ความเป็นปรนัย (Objective) หมายถึง แบบทดสอบชนิดใดจะเป็นปรนัย จะต้องมีคุณสมบัติ 3 ประการ คือ 7.1) ตั้งคำถามให้ชัดเจนทำให้ผู้เข้าสอบทุกคนเข้าใจความหมายตรงกัน 7.2) ตรวจให้คะแนนได้ตรงกันแมนว่าจะตรวจหลายครั้งหรือตรวจหลายคนก็ตาม 7.3) แปลความหมายของคะแนนได้เหมือนกัน 8) ประสิทธิภาพ (Efficiency) หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมากพอประมาณใช้เวลาสอบพอเหมาะประหยัดค่าใช้จ่ายจัดทำแบบทดสอบด้วยความปราณีตตรวจให้คะแนนได้รวดเร็วรวมถึงสิ่งแวดล้อมในการสอบที่ดี 9) อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถในการจำแนก ผู้สอบ ข้อสอบที่ดีจะต้องมีอำนาจจำแนกสูง 10) ความยาก (Difficulty) หมายถึง ขึ้นอยู่กับทฤษฎีที่เป็นหลักยึด เช่น ตาม ทฤษฎีการวัดผลแบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดีคือข้อสอบที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป หรือมีความยาก ง่ายพอเหมาะ ส่วนทฤษฎีการวัดผลแบบอิงเกณฑ์ ความยากง่ายไม่ใช่สิ่งสำคัญ สิ่งสำคัญอยู่ที่ ข้อสอบได้วัดในชุดประสงค์ที่ต้องการวัดได้จริงหรือไม่

2.3.4 ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Klausmeir (1961, pp. 28-29) องค์ประกอบที่เป็นตัวกำหนดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประกอบด้วยคุณลักษณะของผู้เรียน คุณลักษณะของกลุ่มและแรงจูงใจภายนอกสรุปว่าคุณลักษณะของผู้เรียนเป็นสิ่งสำคัญที่สุดในการอธิบายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนองค์ประกอบที่เกี่ยวกับ คุณลักษณะของผู้เรียนประกอบด้วย 1) ความพร้อมทางสมองที่เกี่ยวกับความสามารถทางสติปัญญาและความสามารถทางด้านความรู้ความคิด รวมทั้งพื้นฐานความรู้เดิม 2) ความพร้อมทางกายภาพที่เกี่ยวกับความสามารถทางทักษะ รวมทั้งสุขภาพ 3) คุณลักษณะทางจิตใจที่รวมความสนใจ ทัศคติ คำนิยม และบุคลิกภาพ 4) เพศ 5) อายุ 6) ภูมิหลังทางครอบครัวและสังคม

จากแนวคิดดังกล่าวสรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือ ด้านตัวผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถด้านความรู้ความคิดความสามารถทางทักษะ ความพร้อมทางกายภาพ และด้านการเรียนการสอน ได้แก่ คุณภาพของครูผู้สอน

2.3.5 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, น. 189) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายรูปแบบดังนี้ 1) การสังเกต (Observation) ครูสังเกตจากความสนใจความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของนักเรียน การทำ กิจกรรมในห้องเรียน เช่น การทดลองการโยนเหรียญ การทอดลูกเตา ในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น การทดลองใช้สื่อรูปธรรมเพื่อแสดงว่าทฤษฎีบทปีทาโกรัสเป็นจริง การทำโจทย์พิเศษท้าย ชั่วโมง การทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน การทำงานกลุ่ม ซึ่งควรพิจารณาจากการอภิปรายภายในกลุ่ม การยอมรับความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การ

แสดงบทบาทผู้นำการอธิบายแนวคิดช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เป็นต้น 2) การเขียนอนุทิน (Writing Journal) การเขียนอนุทินเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนความคิดแสดงความรู้สึกในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว เช่น การให้นักเรียนเขียนว่าวันนี้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีประโยชน์ นักเรียนนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และการให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดในการแล้โจทย์ปัญหา 3) การสัมภาษณ์ (Interview) การสัมภาษณ์นักเรียน ครูอาจทำได้อย่างเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ โดยดูจาก แบบฝึกหัด การบ้าน โครงงานที่นักเรียนทำว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่นักเรียนเรียนไปหรือไม่ นักเรียนสามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจนเพียงใด นักเรียนแก้ปัญหาในเรื่องนั้นอย่างไร 4) การทำแบบทดสอบ (Doing Test) สำหรับการวัดและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของข้อทดสอบ ขั้นตอนในการสร้างข้อทดสอบการนำแบบทดสอบไปใช้และการวิเคราะห์คุณภาพของข้อทดสอบ ดังนั้นครูผู้ออกข้อสอบควรเป็นผู้ที่มีความรู้ในเนื้อหาที่จะออกข้อสอบเป็นอย่างดี ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่สอนนั้น ซึ่งจะช่วยให้ออกข้อสอบได้ตรงตามชุดประสงค์และครอบคลุมเนื้อหาได้ครบถ้วน รู้จักชนิดและรูปแบบของแบบทดสอบ มีความรู้เกี่ยวกับลักษณะ ของแบบทดสอบที่มีทักษะในการใช้ภาษา สามารถเขียนคำถามได้กะทัดรัดและชัดเจนการจำแนกลักษณะของข้อทดสอบตามหลักของบลูม (Bloom Taxonomy) เพื่อวัดสิ่งต่อไปนี้ 4.1) ความรู้ความจำ หมายถึง การระลึกได้ของเรื่องราวต่าง ๆที่เคยพบเห็นเคยได้ยิน หรือเคยมีประสบการณ์มาแล้ว เป็นเรื่องของความสามารถในการจับใจความสำคัญ หรือแปลความหมายของสิ่งหรือสัญลักษณ์ที่ได้พบเห็นได้ถูกต้อง 4.2) ความเข้าใจ หมายถึง การระลึกได้ของเรื่องราวต่าง ๆ ที่เคยพบเห็น เคยได้ยิน หรือ เคยมีประสบการณ์มาแล้ว เป็นเรื่องของความสามารถในการจดจำสิ่งต่าง ๆ ได้ 4.3) การนำไปใช้ หมายถึงความสามารถที่จะนำความรู้หรือความเข้าใจในสิ่งที่รู้เห็นมา ไปแก้ปัญหาใหม่ได้ 4.4) การวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะเรื่องราวต่าง ๆ ออกมาเป็นส่วนย่อย ๆ ได้ว่า สิ่งนั้นประกอบไปด้วยส่วนย่อย ๆ อะไรบ้าง ส่วนใดที่เป็นส่วนที่สำคัญที่สุดแต่ละส่วนนั้นสัมพันธ์กันอย่างไร 4.5) การสังเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการผสมส่วนต่าง ๆ หรือส่วนย่อย ๆ นั้นเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้สิ่งใหม่ที่สมบูรณ์กว่าดีกว่า หรือแปลกกว่าเดิม 4.6) การประเมินค่า หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาตัดสินเรื่องราว หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ว่าดีหรือไม่ดี เหมาะหรือไม่เหมาะ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ หมายถึง ชุดคำถามที่บ่งวัดพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ในเรื่องที่เรียนรู้ไปแล้วมากน้อยเพียงใด แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มี 2 ประเภทคือ 1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

มาตรฐาน เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นโดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญด้านวัดผลและประเมินผลร่วมกับผู้เชี่ยวชาญในสาขาวิชาเฉพาะ มีการวางแผนการสร้างข้อสอบอย่างมีระบบกำหนดวัตถุประสงค์มีการทดลองใช้แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความเป็นมาตรฐาน มีการกำหนดเวลาของการทดสอบและวิธีดำเนินการสอบตลอดจนคู่มือ ประกอบการใช้แบบทดสอบอย่างละเอียด แบบทดสอบมาตรฐานจะมีการวิเคราะห์และปรับปรุงหลายครั้งจนได้ข้อสอบที่มีคุณภาพดี 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้นเองเพื่อใช้ในการวัดผลการเรียนของนักเรียนในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้วแบบทดสอบที่ใช้ในห้องเรียนควรจะสร้างโดยครูที่ทำการสอนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งจะ ให้ผลที่ดีกว่าการให้ผู้อื่นที่ไม่ได้ทำการสอนเป็นผู้สร้าง และผู้สร้างแบบทดสอบทีดีควรมีคุณสมบัติ ดังนี้ 2.1) เป็นผู้ที่มีความรู้อย่างแจ่มแจ้งและชัดเจนในเนื้อหาทีจะออกข้อสอบ 2.2) เป็นผู้ที่รู้จักและเข้าใจถึงความสามารถของนักเรียนในชันที่ตนสอนอยู่ 2.3) มีความสามารถในการเลือกคำถามและตังทำถามได้เหมาะสมกับระดับความสามารถ ของนักเรียน 2.4) รู้แนวทางหรือสิ่งที่นักเรียนบางคนหรือบางกลุ่มมักเข้าใจผิดบ่อย ๆ ในการตอบคำถามหรือทำแบบแกหัดเพื่อครูจะได้นำสิ่งเหล่านั้นมาสร้างเป็นตัวลวง 2.5) เป็นผู้ที่มีความสามารถในการใช้ภาษา สามารถเขียนขอสอบได้ชัดเจน สื่อความหมายให้นักเรียนเข้าใจตรงกันว่าโจทย์จะให้ทำอะไร 2.6) เป็นผู้ที่รู้เทคนิคในการเขียนแบบทดสอบชนิดต่าง ๆ 2.7) เป็นผู้ที่มีความพยามยามและความอดทนในการที่จะสร้างข้อสอบ

การที่ครูผู้สอนเป็นคนสร้างแบบทดสอบด้วยตนเองนั้น มีข้อดีในแง่ต่าง ๆ ดังนี้ 1) ทำให้ครูผู้สอนเข้าใจชุดมุ่งหมายของวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน 2) แบบทดสอบที่ครูผู้สอนสร้างขึ้นจะเหมาะสมกับเนื้อหาและวัตถุประสงค์ของวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในระดับชั้นนั้นได้ดีกว่าที่จะให้ผู้อื่นสร้าง 3) การสอบและการสอนถ้าจัดทำโดยบุคคลคนเดียวกันจะทำให้กระบวนการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากกว่าที่จะเป็นคนละคนทำแบบทดสอบที่ครูสร้างมี 2 ประเภท คือ 3.1) แบบทดสอบเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน เป็นแบบทดสอบที่วัดภายหลังการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยหรือแต่ละบทย่อยๆโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะนำผลของการวัดไป แก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน และปรับปรุงวิธีการสอนของครูก่อนที่จะเรียนหน่วยต่อไป ดังนั้นแบบทดสอบนี้จึงเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของการเรียนการสอนแต่ละหน่วย 3.2) แบบทดสอบเพื่อประเมินสรุปผลการเรียนเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดความคิดรวบยอดและการนำความรู้ไปใช้ ภายหลังการเรียนการสอนในแต่ละเรื่องเสร็จสิ้นลงหรือสิ้นภาคการศึกษาเพื่อตรวจสอบความรู้ที่นักเรียนเรียนไปแล้วทั้งหมดว่านักเรียนยังสามารถระลึกได้ ถึงความรู้เหล่านั้นทั้งหมดหรือไม่มีความรู้ความเข้าใจในความรู้เหล่านั้นอย่างต่อเนื่องหรือไม่ แบบทดสอบชนิดนี้มุ่งวัดตามพฤติกรรมในตารางวิเคราะห์หลักสูตรเฉพาะวิชาคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมี

หลายประการดังนี้ 3.2.1) ความตรง แบบทดสอบที่มีความตรงเป็นแบบทดสอบที่สามารถนำไปวัดสิ่งที่เราต้องการวัดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน ตรงตามชุดประสงค์ที่ต้องการวัด การที่จะสร้างแบบทดสอบให้ มีความตรงนั้น ข้อทดสอบจะต้องถามให้ครอบคลุมเนื้อหาทีมีในหลักสูตร ถามพฤติกรรมการเรียน รู้ครบถ้วนตามชุดมุ่งหมายของหลักสูตรถามแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมอย่างได้สัดส่วนกันเนื้อหาได้ที่มีความสำคัญมากก็ถามหลาย ๆ ข้อ ถ้ามีความสำคัญน้อยก็ถามน้อย 3.2.2) ความเชื่อมั่น แบบทดสอบที่มีความเชื่อมั่นเป็นแบบทดสอบที่สามารถให้ผลการวัด ได้คงที่ไม่ว่าจะนำแบบทดสอบนั้นไปวัดกี่ครั้ง เช่น ถ้านำแบบทดสอบไปวัดกับนักเรียน คนเดิม คะแนนจากการสอบทั้งสองครั้งก็ควรจะมีความสัมพันธ์กัน เมื่อนักเรียนสอบได้คะแนนสูง ในครั้งแรกก็ควรจะได้คะแนนสูงในครั้งที่สอง 3.2.3) ความเป็นปรนัย แบบทดสอบที่มีความเป็นปรนัยเป็นแบบทดสอบที่คำถามชัดเจน เฉพาะเจาะจง เมื่อนักเรียนอ่านคำถามจะเข้าใจตรงกันว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และถามอะไร นอกจากนั้นการตรวจให้คะแนนและการแปลความหมายของคะแนนก็ต้องชัดเจน โดยผู้ตรวจทุกคนสามารถตรวจให้คะแนนตรงกันและแปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน 3.2.4) การถามลึก หมายถึง ไม่ถามแต่เพียงพฤติกรรมขั้นความรู้ความจำ โดยถามตาม ตำราหรือถามตามที่ครูสอน แต่พยายามถามพฤติกรรมขั้นสูงกว่าความรู้ความจำ ได้แก่ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า 3.2.5) ความยุติธรรม คำถามของแบบทดสอบต้องไม่มีช่องทางชี้แนะให้นักเรียนที่ฉลาด ใช้ไหวพริบในการเดาได้ถูกต้องและไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนที่เกียจคร้าน ซึ่งดูตำราอย่างคร่าว ๆ แล้วตอบได้และต้องเป็นข้อสอบที่ไม่มีความลำเอียงต่อกลุ่มนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งโดยเฉพาะ 3.2.6) อำนาจจำแนก แบบทดสอบนี้สามารถแยกนักเรียนได้ว่า ใครเก่ง ใครอ่อน โดยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็นประเภท ๆ ได้ทุกระดับอย่างละเอียดทั้งแต่อ่อนสุดไปจนถึงเก่งสุด 3.2.7) ความง่ายพอเหมาะ แบบทดสอบนี้จะต้องไม่ยากเกินไปและไม่ง่ายเกินไปข้อทดสอบแต่ละข้อควรมีความยากง่ายโดยเฉลี่ยแล้ว จะมีนักเรียนประมาณ 50% ตอบได้ถูกต้อง และอีก 50% ตอบผิดหรือทำไม่ได้ ข้อสอบที่ยากเกินไปเกินความสามารถของนักเรียนจะตอบได้ ก็ไม่มีความหมาย เพราะไม่สามารถจำแนกนักเรียนได้ว่าใครเก่งหรือใครอ่อน ในทางตรงกันข้าม ถ้าข้อสอบง่ายเกินไป นักเรียนที่เก่งตอบถูกหมดและนักเรียนที่อ่อนก็ตอบได้ถูกหมดก็ไม่สามารถจำแนกนักเรียนได้อีกเช่นกัน ฉะนั้น จึงควรออกข้อสอบที่มีความยากง่ายพอเหมาะพอควรไม่ง่ายหรือไม่ยากเกินไป

ลักษณะของข้อทดสอบแบ่งออกเป็น 2 ประเภทดังนี้ 1) ข้อสอบแบบปรนัย ได้แก่ ข้อสอบที่ให้เติมคำตอบลงในช่องว่างข้อสอบที่ให้เขียน เครื่องหมายถูกหรือเครื่องหมายผิดหน้าข้อความที่กำหนดให้ ข้อสอบจับคู่ระหว่างคำถามกับคำตอบ ข้อสอบที่ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว ข้อสอบแบบเลือกตอบ สามารถป้องกัน การเดา เนื่องจากมีตัวเลือกให้หลาย ๆ

ข้อที่นักเรียนต้องคิดและพิจารณาเลือก สามารถใช้วัดสมอง ทางด้านความคิดที่ลึกซึ้งได้ดีกว่าแบบอื่น ๆ เวลาที่ใช้ในการสอบน้อยสามารถตรวจได้ง่าย ให้คะแนนเป็นที่เชื่อถือและเที่ยงตรง ข้อสอบเลือกตอบประกอบด้วยสองส่วน คือ ส่วนที่เป็นคำถามเป็นข้อความที่เขียนชักนำให้นักเรียนเป็นผู้ตรวจสอบและค้นหาคำตอบ และส่วนที่เป็นข้อความตัวเลือก ซึ่งประกอบด้วยตัวเลือกผิดและถูก มีตัวเลือกที่ถูกเพียงตัวเลือกเดียวเท่านั้น และตัวเลือกที่ใช้ได้ จะต้องมีนักเรียนเลือกอย่างน้อย 5% ตัวเลือกนี้อาจมี 3 ตัวเลือก 4 ตัวเลือก หรือ 5 ตัวเลือกก็ได้ ทั้งนี้ ควรขึ้นอยู่กับระดับชั้นที่นักเรียนกำลังเรียนอยู่ เช่นชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-2 ใช้ 3 ตัวเลือก และชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-4 ขึ้นไปใช้ 4 ตัวเลือก 2) ข้อสอบแบบอัตนัย เป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิด วิธีการทำลงในกระดาษคำตอบ สำหรับข้อสอบแบบอัตนัยนี้ครูสามารถออกข้อสอบได้ง่าย แต่การตรวจให้คะแนนนั้นต้องใช้เวลาในการตรวจมาก และความเที่ยงตรงของการให้คะแนนทำได้ยาก ดังนั้น ครูผู้ตรวจให้คะแนนควรตรวจข้อใดข้อหนึ่งให้นักเรียนทุกคนก่อนที่จะตรวจข้อสอบในข้อถัดไป

2.3.6 ระดับผลการเรียน

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553, น. 22) การตัดสินเพื่อให้ระดับผลการเรียนรายวิชากลุ่มสาระการเรียนรู้ให้ใช้ตัวเลขแสดงระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ

การตัดสินผลการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานใช้ระบบผ่านมาผ่านโดยกำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 จากนั้นจึงให้ระดับผลการเรียนที่ผ่านระดับมัธยมศึกษาตอนต้นใช้ตัวเลขแสดงผลการเรียนเป็น 8 ระดับ แนวการให้ระดับผลการเรียน 8 ระดับและความหมายแต่ละระดับปรากฏดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2

ความหมายระดับผลการเรียน 8 ระดับ

ระดับผลการเรียน	ความหมาย	ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ
4	ดีเยี่ยม	80 - 100
3.5	ดีมาก	75 - 79
3	ดี	70 - 74
2.5	ค่อนข้างดี	65 - 69
2	ปานกลาง	60 - 64
1.5	พอใช้	55 - 59
1	ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ	49 - 54
0	ต่ำกว่าเกณฑ์	0 - 49

ในกรณีที่ไม่สามารถให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับได้ใช้ตัวอักษรระบุเงื่อนไขของผลการเรียน ดังนี้

“มส” หมายถึง ผู้เรียนไม่มีสิทธิ์เข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน เนื่องจากผู้เรียนมีเวลาเรียนไม่ถึงร้อยละ 80 ของเวลาเรียนในแต่ละวิชา และไม่ได้รับการผ่อนผันให้เข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน

“ร” หมายถึง รอการตัดสินและยังตัดสินผลการเรียนไม่ได้ เนื่องจากผู้เรียนไม่มีข้อมูลผลการเรียนรายวิชานั้นครบถ้วน ได้แก่ ไม่ได้วัดผลระหว่างภาคเรียน/ปลายภาคเรียน ไม่ได้ส่งงานที่ครูมอบหมายให้ทำ ซึ่งงานนั้นเป็นส่วนหนึ่งของการตัดสินผลการเรียน หรือมีเหตุสุดวิสัยที่ทำให้ประเมินผลการเรียนไม่ได้

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มดังนี้นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับ 3-ระดับ 4 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับ 2– ระดับ 2.5 และ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับ 0-ระดับ 1.5

2.4 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

ได้มีนักการศึกษาได้ศึกษาการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

2.4.1 สหสัมพันธ์ (Correlation)

สินจง โปธิบาล (2553, น. 245-280) กล่าวว่า สหสัมพันธ์ (Correlation) เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป (หรือข้อมูล 2 ชุดขึ้นไป) ตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างอายุและความดันโลหิตความ สัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนักความสัมพันธ์ระหว่างระระดับการศึกษากับพฤติกรรม การดูแลตนเอง ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีการอบรมเลี้ยงดูเด็ก ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพครอบครัวกับการติดยาเสพติดในวัยรุ่นเป็นต้น ในการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรว่ามีมากห้อยเพียงใดนั้นจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) เป็นค่าที่วัดความสัมพันธ์ ซึ่งโดยวิธีการทางสถิติมีอยู่หลายวิธีการใช้ สถิติตัวใดขึ้นอยู่กับลักษณะของตัวแปรหรือระดับของการวัดในตัวแปรนั้น ๆ ดังนั้น สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จึงมีทั้งแบบที่เป็นสถิติพาราเมตริกและสถิตินอนพาราเมตริก

ในการวัดความสัมพันธ์แต่ละแบบจะต้องมีการทดสอบนัยสำคัญก่อนจึงจะสรุปได้ว่าตัวแปรคู่ใดมีความสัมพันธ์กันจริงหรือไม่ มากน้อยเพียงใด สำหรับการแปลผลจะมองในแง่ของความเกี่ยวพัน ความสอดคล้อง การแปรผันร่วมกัน หรือไปด้วยกัน แต่ไม่ได้หมายความว่าตัวแปรหนึ่งเป็นเหตุและอีกตัวแปรเป็นผล (หรือไม่สามารถระบุได้ว่าตัวแปรไหนเป็นตัว แปรต้นหรือตัวแปรตาม) เช่น ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนักเราไม่สามารถบอกได้ว่าส่วนสูงหรือน้ำหนักตัวใดเป็นเหตุ และตัวใดเป็นผลบอกได้เพียงว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ และมีขนาดของความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปนิยมใช้สัญลักษณ์ r แทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของกลุ่มตัวอย่าง (บางชนิดจะใช้สัญลักษณ์ C, W หรืออื่น ๆ) และ P แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ใช้วัดขนาดของความสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปรมี 2 ลักษณะคือ $-1 < r < 1$ และ $0 < r < 1$

การบอกระดับหรือขนาดของความสัมพันธ์ จะใช้ตัวเลขของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ หากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าเข้าใกล้-1 หรือ 1 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับสูงแต่หากมีค่าเข้าใกล้ 0 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับน้อยหรือไม่มีเลย สำหรับการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปอาจใช้เกณฑ์ดังนี้ (Hinkle, 1998, p. 118)

ค่า r	ระดับความสำพันธ์
.90 - 1.00	มีความสำพันธ์กันสูงมาก
.70 - .90	มีความสำพันธ์กันในระดับสูง
.50 - .70	มีความสำพันธ์กันในระดับปานกลาง
.30 - .50	มีความสำพันธ์กันในระดับต่ำ
.00 - .30	มีความสำพันธ์กันในระดับต่ำมาก

เครื่องหมาย +,- หน้าตัวเลขสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จะบอกถึงทิศทางของความสัมพันธ์ โดยที่หาก

r มีเครื่องหมาย + หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางเดียวกัน (ตัวแปรหนึ่งมีค่าสูง อีกตัวหนึ่งจะมีค่าสูงไปด้วย)

r มีเครื่องหมาย - หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางตรงกันข้าม (ตัวแปรหนึ่งมีค่าสูง ตัวแปรอีกตัวหนึ่งจะมีค่าต่ำ)

ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางชนิดที่มีลักษณะ $0 < r < 1$ ซึ่งจะบอกได้เพียงขนาดหรือระดับของความสัมพันธ์เท่านั้น ไม่สามารถบอกทิศทางของความสัมพันธ์ได้

2.4.1.1 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในสถิตินอนพาราเมตริก ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่มีมาตรวัดได้ตั้งแต่นามบัญญัติขึ้นไป และไม่เจาะจงชนิดของการแจกแจง ความน่าจะเป็นของข้อมูล ได้แก่ 1) สถิติไคสแควร์สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน (Chi-Square Test for Independence) 2) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย 3) สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในสถิติพาราเมตริก เป็นการหาความสัมพันธ์สำหรับตัวแปรที่มีมาตรวัดอันตรภาค หรืออัตราส่วน และมีการแจกแจกความน่าจะเป็นแบบปกติ ซึ่งได้แก่ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน และสัมประสิทธิ์สัมพันธ์แบบแยกส่วน

2.4.1.2 การทดสอบไคสแควร์ สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันเป็นวิธีการที่ใช้เพื่อทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนที่อยู่ใน ตารางการณ์จร (Contingency Table) กล่าวคือเป็นวิธีการที่จะพิจารณาว่าตัวแปร 2 ตัว (ที่แต่ละ ตัวแบ่งเป็นระดับหรือลักษณะต่าง ๆ นั้น) มีความเป็นอิสระต่อกัน หรือมีความสัมพันธ์กัน หรือไม่ ซึ่งสถิติไคสแควร์ที่ใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันนี้เป็นสถิติไคสแควร์ตัวเดียวกันกับการทดสอบไคสแควร์กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อกัน หรือการทดสอบไคสแควร์กรณี มากกว่า 2 กลุ่มอิสระต่อกัน ดังนั้นข้อกำหนด และสถิติที่ใช้ทดสอบจึงมีความเหมือนกันทุกประการ มีข้อแตกต่างในเรื่องการตั้งสมมติฐานเท่านั้น

2.4.1.3 สมมติฐาน

H0 : ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน (เป็นอิสระต่อกัน)

H1 : ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน

2.4.1.4 สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{c}\sum_{j=1}^{r}\frac{\left(O_{ij}-E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \quad df = (r-1)(c-1) \qquad (2\text{-}1)$$

เมื่อ O_{ij} แทน ความถี่ที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลจริงในตัวแปรที่ 1และตัวแปรที่ 2 ลักษณะที่ j

E_{ij} แทน ความถี่ที่คาดว่าควรจะเป็นในตัวแปรที่ 1และตัวแปรที่ 2 ลักษณะที่ j

2.4.1.5 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธสมมติฐานH0 เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า $\chi^2_{\alpha,(r-1)(c-1)}$ จากตารางในที่นี้จะใช้ตัวอย่างเดียวกันกับการทดสอบไคสแควร์กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อกัน ตัวอย่างในการวิจัยเพื่อสำรวจความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง ผลการสำรวจปรากฏดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3

ความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง

เพศ	ความวิตกกังวล	
	สูง	ต่ำ
ชาย	62	48
หญิง	73	42

จงทดสอบว่า ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษาหรือไม่

วิธีทำสมมติฐาน

H0: ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

H1: ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษาสถิติที่ใช้ทดสอบสถิติไคสแควร์อาณาเขตวิกฤต กำหนด $\alpha = .05$ $\chi^2_{.05,1}$ อาณาเขตวิกฤต $\chi^2 \geq 3.84$ คำนวณค่าสถิติได้ผลปรากฏดังตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4

การคำนวณค่าสถิติของความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง

เพศ	ความวิตกกังวล		รวม
	สูง	ต่ำ	
ชาย	62 $\frac{110\times135}{225}=66$	48 $\frac{110\times90}{225}=44$	110
หญิง	73 $\frac{115\times135}{225}=69$	42 $\frac{115\times90}{225}=46$	115
รวม	135	90	225

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{c}\sum_{j=1}^{r}\frac{\left(O_{ij}-E_{ij}\right)^2}{E_{ij}}=\frac{(62-66)^2}{66}+\frac{(48-44)^2}{44}+\frac{(73-69)^2}{69}+\frac{(42-46)^2}{46} \qquad (2\text{-}2)$$
$$=\frac{16}{66}+\frac{16}{44}+\frac{16}{69}+\frac{16}{46}=1.186$$

2.4.2 การสรุปผล

ค่า χ^2 ที่ได้จากการคำนวณ = 1.186 มีค่าน้อยกว่า ค่า χ^2 ที่เปิดจากตาราง ($\chi^2_{.05,1}$ = 3.84) ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤตสรุปได้ว่าความวิตกกังวลในการเรียนไม่มี ความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

2.4.3 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi Coefficient) ใช้สัญลักษณ์ ϕ เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติผลการวัดออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตาราง 2 × 2 เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างการรัดเข็มขัดนิรภัยกับการเสียชีวิตในกลุ่มผู้ประสบอุบัติเหตุทางรถยนต์

2.4.3.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

ตัวแปร หรือข้อมลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ และแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะจริง (True Dichotomous)

2.4.3.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย คำนวณจากสูตร

$$\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} \qquad (2\text{-}3)$$

ค่า ϕ ที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 1 ในกรณีที่ a-d=0 หรือ b=c=0 หรือ (a+b) = (c+d) = (a+c) = (b+d)

2.4.3.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

H0 : $\rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H1 : $\rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง

กรณีที่ n >20 ใช้สูตร $z = \phi\sqrt{n}$

กรณีที่ n<20 ใช้สูตร $\chi^2 = n\phi^2; df = 1$

อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

กรณีที่ n>20 จะปฏิเสธ H0เมื่อค่า Z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า Z ที่เปิดจากตาราง

กรณีที่ n<20 จะปฏิเสธ H0เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า χ^2 ที่เปิดจากตาราง

2.4.4 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี (Contingency Coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์'คอนติงเจนซี ใช้สัญลักษณ์ C เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติ ผลการวัดออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตารางการณ์จรขนาด $r \times c$ (Contingency Table) ตัวอย่างเช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับการศึกษาดับการเลือกใช้ สถานบริการพยาบาล การหาความสัมพันธ์ระหว่างสถานภาพสมรสกับการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นของพยาบาล

2.4.4.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

1) ตัวแปร หรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ หรือมีลักษณะต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่องก็ได้

2) ผลการวัดอยู่ในรูปความถี่ สามารถแสดงในรูปตารางการณ์จรขนาด $r \times c$ (r และ $c \geq 2$)

2.4.4.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี คำนวณจากสูตร

$$c = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}} \qquad (2\text{-}4)$$

2.4.4.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

H0 : $\rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H1 : $\rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง ใช้สถิติ χ^2

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{c} \sum_{j=1}^{r} \frac{\left(O_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \quad df = (r-1)(c-1) \qquad (2\text{-}5)$$

2.4.4.4 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธ H0เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า χ^2 ที่เปิด จากตารางตัวอย่าง ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัว (3 แบบ) จากกลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 รายได้ผลปรากฏดังตารางที่ 2.5

ตารางที่ 2.5

ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัว

พฤติกรรมเด็ก	วิธีการเลี้ยงดู			รวม
	แบบ 1	แบบ 2	แบบ 3	
เก็บตัว	13(7)	4(5.25)	4(8.78)	21
แบบกลาง ๆ	5(8)	9(6)	10(10)	24
แสดงตัว	2(5)	2(3.75)	11(6.25)	15
รวม	20	15	25	60

วิธีทำ เมื่อทำการหาค่าความถี่คาดหวัง พบว่า Eij<5 มีเพียง 1 (11.11%) จึงสามรถใช้สถิติไคสแควร์ได้ โดยหาค่าสถิติไคสแควร์จาก

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{c}\sum_{j=1}^{r}\frac{\left(O_{ij}-E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \quad df=(r-1)(c-1) \qquad (2\text{-}6)$$
$$=\frac{(13-7)^2}{7}+\frac{(4-5.25)^2}{5.25}+\ldots+\frac{(11-6.25)^2}{6.25}$$
$$=16.87$$
$$df=(2)(2)=4$$

หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซีจาก

$$c=\sqrt{\frac{\chi^2}{N+\chi^2}}=\sqrt{\frac{16.87}{60+16.87}}=0.468 \qquad (2\text{-}7)$$

สมมติฐานของการทดสอบ

H0: $\rho=0$ (พฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H1: $\rho\neq 0$ (พฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัวมีความสัมพันธ์กัน)

กำหนดระดับนัยสำคัญ .05 ค่าวิกฤต $\chi^2_{.05,4}\geq 9.49$

ค่า χ^2 ที่คำนวณได้ (16.87) มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ χ^2 ที่เปิดจากตาราง (9.46) จะปฏิเสธ H0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05พฤติกรรมของเด็กกับวิธีเลี้ยงดูในครอบครัวมีความสัมพันธ์กัน

หมายเหตุ

1. ในทางทฤษฎี C จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 แต่ในทางปฏิบัติ ค่าสูงสุดของ C จะมีค่าไม่ถึง 1

2. ค่าสูงสุดของ C ขึ้นอยู่กับตารางการณ์จร หากตารางการณ์จรมีขนาดใหญ่ ค่า C จะเข้าใกล้ 1 มากขึ้น กรณีมีจำนวนแถวและสดมภ์เท่ากัน การประมาณค่าสูงสุดของ C หาได้จากค่าสูงสุดของ $c=\sqrt{\frac{k-1}{k}}$ เมื่อ k คือจำนวนแถวและสดมภ์ที่เท่ากัน

3. ในการคำนวณหาค่า C จะต้องคำนวณ χ^2 ก่อน ซึ่งก็จะข้อจำกัดทางสถิติ χ^2 นั้นไปด้วย

4. ค่า C ไม่สามารถนำมาใช้ในการเปรียบเทียบกันได้โดยตรง ในขณะที่สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน แบบแยกรวม หรือแบบสเปียร์แมน จะสามารถนำมาเปรียบเทียบดันได้โดยตรง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้เลือกการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ โดยสถิติไคสแควร์สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน (Chi-Square Test for Independence) เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอไว้ดังนี้

2.5.1 งานวิจัยในประเทศ

กิตติศักดิ์ แก้งทอง (2547, น. 55-71) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่มีภูมิหลังแตกต่างกัน ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 400 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 365 คน ปีการศึกษา 2547 ในจังหวัด นครราชสีมา ชัยภูมิ สุรินทร์ บุรีรัมย์ และศรีษะเกษ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบวัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ และเปรียบเทียบระดับการให้เหตุผลโดยใช้ค่าสถิติไคสแควร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และปานกลาง ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 มากที่สุด และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ชวาลัย ชมดี (2551, น. 38-67) ได้ศึกษา ผลการพัฒนาการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัยการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จึงมีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย หรือแบบนิรนัยเพื่อศึกษาดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/10 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550

โรงเรียนแก่นนครวิทยาลัยสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 1 จำนวน 49 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษามี3 ชนิด ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียน ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย หรือแบบนิรนัย มีประสิทธิภาพ 81.43/79.49 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ คือ 75/75 ค่าดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย หรือแบบนิรนัย มีค่าเท่ากับ 0.6015 หรือคิดเป็นร้อยละ 60.15 และนักเรียนที่เรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย และแบบนิรนัยมีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมาก

เกรียงศักดิ์ รำพรรณ์ (2552, น. 83-90) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ขั้นปีที่ 1 ในเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรีเขต 2 กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยวิธีสุ่มแบบหลายขั้นตอน จากนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพขั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนในเขตพื้นที่ การศึกษาจังหวัดราชบุรีเขต 2 จำนวน 265 คนเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบ เลือกตอบ 2 ฉบับคือฉบับที่ 1 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิง ความรู้ฉบับที่ 2 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงข้อมูลหรือ ข้อเท็จจริงและแบบทดสอบเขียนตอบคือฉบับที่ 3 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างตารางแผนภูมิหรือแผนภาพผลการศึกษาพบว่าความเที่ยงตรงตามเนื้อหาโดยให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รวมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 ถึง 1.00 ความยากง่ายรายข้อมีค่าตั้งแต่ 0.32 ถึง 0.74 อำนาจจำแนกรายข้อมีค่าตั้งแต่ 0.24 ถึง 0.88 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเลือกตอบฉบับที่ และฉบับที่ 2 โดยใช้สูตร KR- 20 ของทูเดอร์ -ริชาร์ดสันฉบับที่ 1 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.91 ฉบับที่ 2 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.94 และ ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเขียนตอบฉบับที่ 3โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟามีค่าความ เชื่อมั่นเท่ากับ0.93ส่วนความเชื่อมั่นของเกณฑ์การให้คะแนนโดยผู้ตรวจ 2 คนมีค่าเท่ากับ0.99 และมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรวรรณ พรมแก้ว (2552, น. 86-88) ได้ศึกษา ทักษะกระบวนการการแก้ปัญหาและทักษะกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันป่าตองวิทยาคม กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 41 คนเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการวัดแบบสังเกตพฤติกรรมการ

แก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบทดสอบหลังเรียนอนุทินและแบบสัมภาษณ์ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 หน่วยโดยแต่ละหน่วยเข้าสู่บทเรียนโดยใช้ปัญหาหรือสถานการณ์เป็นตัวกระตุ้นครูจัดกิจกรรมแบบกลุ่มโดยเน้นให้เกิดการอภิปรายและการแก้ปัญหาหลังจากนั้นมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและเขียนอนุทินวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานส่วนข้อมูลเชิงคุณภาพใช้วิธีพรรณนาวิเคราะห์ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในด้านทักษะกระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในขั้นตอนความเข้าใจปัญหาและขั้นวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนพัฒนาอยู่ในระดับดีมากส่วนขั้นการดำเนินการตามแผนและขั้นการตรวจสอบผลนักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับพอใช้ความสามารถของนักเรียนในด้านทักษะกระบวนการการให้เหตุผลซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลประกอบคำตอบอยู่ในระดับดี

ระพีพัฒน์ แก้วอ่ำ (2553, น. 46-48) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สาหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลวิจัยพบว่าด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 95 สามารถกล่าวว่า นักเรียนที่สอบได้คะแนนความสามารถทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มากกว่าร้อยละ 60 มีจานวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 99 สามารถกล่าวได้ว่าความสามารถด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และความ สามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงในทิศทางตามกันในระดับค่อนข้างมากที่สุดและด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 99 สามารถกล่าวว่านักเรียนซึ่งมีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี มีจานวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ธีณรันต์ สังหรณ์ (2556, น. 127-128) ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากผลงานวิจัยในประเทศที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล ยังช่วยให้

พัฒนาทักษะความสามารถในการให้เหตุผล และผู้เรียนที่เรียนสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลได้สูงกว่านักเรียนที่เรียนต่ำ

2.5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Christou and Papageorgiou (2006, pp. 55-56) ได้ศึกษาโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงพื้นฐานบทวรรณกรรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัย โดยได้ทำการศึกษาโครงสร้างสำหรับการแนะนำและการประเมินการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาเป็นการชี้แจงและทำให้สมบูรณ์ท่ามกลางคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ใช้ข้อมูลนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 135 ในประเทศไซปรัส ผลจากการวิจัยได้ให้ประโยชน์ในการกำหนดพื้นฐานทางทฤษฎีสำหรับการออกแบบหลักสูตรและกำหนดโปรแกรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

Ellis (2007, pp. 194–229) ได้ศึกษา ความสามารถของนักเรียนในการหารูปทั่วไปทางพีชคณิตและการให้เหตุผลเสนอข้อพิสูจน์ที่ถูกต้องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น พบว่า นักเรียนมีประสบการณ์ที่ยากในการสร้างและการใช้กระบวนการเพื่อทาให้เกิดข้อสรุปทั่วไป การพิสูจน์ การทดสอบที่เหมือน ๆ กันในเรื่องเรขาคณิตและการเข้าใจผิดในหมู่ของนักเรียนเชื่อมโยงกับความสำเร็จในการพิสูจน์ ความเข้าใจและความสำเร็จของครูผู้สอนในการสอนเรื่องการพิสูจน์ในระดับประถมศึกษามีผลต่อการประสบความสำเร็จในการพิสูจน์และการให้เหตุผลของนักเรียนมัธยมศึกษา ดังนั้นการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต้องแก้ตั้งแต่การสอนในระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนจะต้องเตรียมตัวมาสอนอย่างดีและใช้หลักการตามทฤษฎีต่างๆ อย่างถูกต้องและยึดหลักที่ว่าการกระตุ้นความสนใจของนักเรียนคือการสอนที่กระตือรือร้น

Perrine (2009, p. 1) ได้ศึกษาผลกระทบของการแก้ปัญหาพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ของการให้เหตุผลเกี่ยวกับเศษส่วนของครู การพัฒนาการให้เหตุผลในเรื่องสัดส่วน มีความสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ซึงครูผู้สอนต้องมีวิธีการสอนที่น่าสนใจเพื่อพึงดูดผู้เรียนจะต้องมีการเก็บคะแนนซึ่งการการเพิ่มขึ้นของคะแนนจะมีผลต่อการเรียนในปีต่อไป มีผู้เข้าร่วมในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จานวน 187 คน มีวิทยากร จำนวน 6 ท่าน หนึ่งในนั้นเป็นครูประจำชั้นซึ่งสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชั้นเรียนได้ ใน 187 คนนี้ เมื่อถึงภาคเรียนที่ 2 มีนักเรียน 108 คน ประสบปัญหาในการสอบปลายภาคและในต้นภาคเรียนที่ 3 ผลรวมแสดงออกมาให้เห็นว่าการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล มีนัยสำคัญทางสถิติ การแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลเป็นปัจจัยหลักในการศึกษาคณิตศาสตร์ ครูต้องมีวิธีการสอนที่แตกต่างไปจากการสอนแบบเดิมที่นักเรียนไม่เคยเรียนมาก่อน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องในต่างประเทศ สรุปได้ว่า การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา ซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการเรียนคณิตศาสตร์มีพฤติกรรมต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศสรุปได้ ว่า การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ช่วยให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา ซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และเป็นแนวทางให้ครูและผู้ที่เกี่ยวข้องสามารถจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น และจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่าผู้วิจัยส่วนใหญ่สนใจศึกษาความสามารถด้านการให้เหตุผลเชิงตรรกะ และความสามารถด้านการให้เหตุผลที่เป็นความถนัดทางการเรียนซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ และการมีความสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์แขนงอื่นต่อไป