บทที่ 2
การทบทวนวรรณกรรม

การสร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง นำเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3
3. การสร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
4. การหาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
5. เกณฑ์ปกติ
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
7. กรอบการดำเนินการวิจัย

2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2551, น. 12) กำหนดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อมุ่งพัฒนาและเน้นผู้เรียน โดยมีหลักการ คือ หลักสูตรเป็นเอกภาพของชาติ เพื่อปวงชน กระจายอำนาจ ยืดหยุ่น เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ศึกษาทั้งในระบบ นอกระบบและตามอัธยาศัย มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อและประกอบอาชีพ โดยมุ่งหวังว่า เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐานแล้ว ผู้เรียนมีคุณธรรม จริยธรรม สามารถสื่อสาร คิด แก้ปัญหา ใช้เทคโนโลยีและมีทักษะชีวิตมีสุขภาพกายและจิตที่ดี มีความรักชาติ ยึดมั่นในระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ เป็นประมุข มีจิตสำนึกอนุรักษ์วัฒนธรรมไทยและภูมิปัญญาท้องถิ่น ผู้เรียนต้องมีคุณลักษณะ อันพึงประสงค์ 8 ประการ คือ รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ ซื่อสัตย์สุจริต มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทยและมีจิตสาธารณะ เพื่อให้การพัฒนาผู้เรียนเกิดความสมดุลจึงกำหนดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ใน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ ดังนี้ คือ ภาษาไทย คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม สุขศึกษาและพลศึกษา ศิลปะ การงานอาชีพ และ

เทคโนโลยีและภาษาต่างประเทศ ในแต่ละสาระการเรียนรู้ได้กำหนดมาตรฐาน ตัวชี้วัดชั้นปี เพื่อเป็นเป้าหมายพัฒนาผู้เรียน แต่ละชั้นปีในระดับการศึกษาภาคบังคับ

2.1.1 วิสัยทัศน์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้ง เจตคติ ที่จำเป็นต่อการศึกษาต่อ การประกอบอาชีพและการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่า ทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ

2.1.2 หลักการ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มีหลักการที่สำคัญ ดังนี้ 1) เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อความเป็นเอกภาพของชาติ มีจุดหมายและมาตรฐานการเรียนรู้ เป็นเป้าหมายสำหรับพัฒนาเด็กและเยาวชนให้มีความรู้ ทักษะ เจตคติ และคุณธรรมบนพื้นฐานของความเป็นไทยควบคู่กับความเป็นสากล 2) เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อปวงชน ที่ประชาชนทุกคนมีโอกาสได้รับการศึกษาอย่างเสมอภาค และมีคุณภาพ 3) เป็นหลักสูตรการศึกษาที่สนองการกระจายอำนาจ ให้สังคมมีส่วนร่วมในการจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับสภาพและความต้องการของท้องถิ่น 4) เป็นหลักสูตรการศึกษาที่มีโครงสร้างยืดหยุ่นทั้งด้านสาระการเรียนรู้ เวลาและการจัดการเรียนรู้ 5) เป็นหลักสูตรการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ 6) เป็นหลักสูตรการศึกษาสำหรับการศึกษาในระบบ นอกระบบ และตามอัธยาศัย ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย สามารถเทียบโอนผลการเรียนรู้ และประสบการณ์

2.1.3 จุดหมาย

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อ และประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมายเพื่อให้เกิดกับผู้เรียน เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้ 1) มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยและปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ ยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง 2) มีความรู้ ความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต 3) มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุขนิสัย และรักการออกกำลังกาย 4) มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถีชีวิตและ การปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข 5) มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนาสิ่งแวดล้อม มีจิตสาธารณะที่มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

2.1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ในการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ดังนี้

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้ 1) ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม 2) ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิด อย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม 3) ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม 4) ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น 5) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้ เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

2.1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข ในฐานะเป็นพลเมืองไทยและพล

โลก ดังนี้ 1) รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ 2) ซื่อสัตย์สุจริต 3) มีวินัย 4) ใฝ่เรียนรู้ 5) อยู่อย่างพอเพียง 6) มุ่งมั่นในการทำงาน 7) รักความเป็นไทย 8) มีจิตสาธารณะ

นอกจากนี้ สถานศึกษาสามารถกำหนดคุณลักษณะอันพึงประสงค์เพิ่มเติมให้สอดคล้องตามบริบทและจุดเน้นของตนเอง

2.1.6 มาตรฐานการเรียนรู้

การพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความสมดุล ต้องคำนึงถึงหลักพัฒนาการทางสมองและพหุปัญญา หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน จึงกำหนดให้ผู้เรียนเรียนรู้ 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ ดังนี้ 1) ภาษาไทย 2) คณิตศาสตร์ 3) วิทยาศาสตร์ 4) สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม 5) สุขศึกษาและพลศึกษา 6) ศิลปะ 7) การงานอาชีพและเทคโนโลยี 8) ภาษาต่างประเทศ

ในแต่ละกลุ่มสาระการเรียนรู้ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเป้าหมายสำคัญของการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน มาตรฐานการเรียนรู้ระบุสิ่งที่ผู้เรียนพึงรู้ ปฏิบัติได้ มีคุณธรรมจริยธรรมและค่านิยมที่พึงประสงค์เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน นอกจากนั้นมาตรฐานการเรียนรู้ยังเป็นกลไกสำคัญในการขับเคลื่อนพัฒนาการศึกษาทั้งระบบ เพราะมาตรฐานการเรียนรู้จะสะท้อนให้ทราบว่าต้องการอะไร จะสอนอย่างไร และประเมินอย่างไร รวมทั้งเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบเพื่อการประกันคุณภาพการศึกษาโดยใช้ระบบการประเมินคุณภาพภายในและการประเมินคุณภาพภายนอก ซึ่งรวมถึงการทดสอบระดับเขตพื้นที่การศึกษา และการทดสอบระดับชาติ ระบบการตรวจสอบเพื่อประกันคุณภาพดังกล่าวเป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยสะท้อนภาพการจัดการศึกษาว่าสามารถพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามที่มาตรฐานการเรียนรู้กำหนดเพียงใด

2.1.7 ตัวชี้วัด

ตัวชี้วัดระบุสิ่งที่ผู้เรียนพึงรู้และปฏิบัติได้ รวมทั้งคุณลักษณะของผู้เรียนในแต่ละระดับชั้น ซึ่งสะท้อนถึงมาตรฐานการเรียนรู้ มีความเฉพาะเจาะจงและมีความเป็นรูปธรรมนำไปใช้ในการกำหนดเนื้อหา จัดทำหน่วยการเรียนรู้ จัดการเรียนการสอน และเป็นเกณฑ์สำคัญสำหรับการวัดประเมินผลเพื่อตรวจสอบคุณภาพผู้เรียน 1) ตัวชี้วัดชั้นปี เป็นเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนแต่ละชั้นปีในระดับการศึกษาภาคบังคับ (ประถมศึกษาปีที่ 1 ถึง มัธยมศึกษาปีที่ 3) 2) ตัวชี้วัดช่วงชั้น เป็นเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนในระดับชั้นประถมศึกษา

2.2 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

2.2.1 สาระสำคัญของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

2.2.1.1 จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2.2.1.2 การวัด : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2.2.1.3 เรขาคณิต : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation)ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

2.2.1.4 พีชคณิต : แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

2.2.1.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

2.2.1.6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.2.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.2.3 คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

2.2.3.1 มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

2.2.3.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก ปริมาตร ความจุ เวลาและเงิน สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

2.2.3.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก รวมทั้ง จุด ส่วนของเส้นตรง รังสี เส้นตรง และมุม

2.2.3.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูป และอธิบายความสัมพันธ์ได้

2.2.3.5 รวบรวมข้อมูล และจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน และอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งได้

2.2.3.6 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.2.4 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การกำหนดให้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากนักการศึกษาคณิตศาสตร์ตระหนักถึงความสำคัญและจำเป็นไม่เพียงแต่ประเทศไทยเท่านั้นที่หันมาสนใจส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในทุกระดับชั้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ยังมีประเทศอื่น ๆ อีกทั่วโลกที่สนใจส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วยเช่นกัน เช่น ออสเตรเลีย สิงคโปร์ และสหรัฐอเมริกา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 4)

กระทรวงศึกษาธิการ (2551, น. 57) ได้กำหนดรายละเอียดของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ว่าประกอบด้วยทักษะการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2552, น. 59) ได้อธิบายทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skill and Process) เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอความหมายในการเชื่อมโยงความรู้และการวัดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

อัมพร ม้าคง (2553, น. 39) กล่าวถึงรายละเอียดของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่า ประกอบด้วยทักษะดังต่อไปนี้ 1) การแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ (Skill) และกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหาและเป็นวิธีการหรือขั้นตอนหรือวิธีการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผนโดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และมักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสารและการตัดสินใจ การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิดและความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหาด้วย 2) การให้เหตุผล (Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน การให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์และการดำรงอยู่ของมนุษย์ การฝึกการให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นที่ผู้เรียนต้องฝึกให้เกิดเป็นทักษะ หรือความชำนาญ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แม้จะเป็นการใช้ความสัมพันธ์เชิงตรรกในทางคณิตศาสตร์ และมักถูกสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์ในอดีต แต่ในปัจจุบันมุมมองของการสอนการให้เหตุผลไม่ใช่เป็นเพียงเรื่องการหาค่าความจริงที่เป็นจริงหรือเท็จแต่เป็นเรื่องที่อยู่ในชีวิตมนุษย์ทุกคน เพียงแต่มีระดับการใช้มากน้อยต่างกัน 3) การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ (Communications and Presentations) ซึ่งการสื่อสาร

และสื่อความหมายที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร ซึ่งมีความสำคัญ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร ซึ่งมีความสำคัญ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ จึงรวมความสามารถเกี่ยวกับการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอเข้าด้วยกัน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้สื่อสารกับผู้รับสาร โดยในกระบวนสื่อสาร ผู้สื่อสารจะต้องจัดระบบความคิดและสื่อเป็นภาษาพูดหรือเขียน 4) เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ (Connections) เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 5) การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity) เป็นการคิดระดับสูง เป็นความสามารถของผู้เรียนในการคิดนอกกรอบความคิดที่มีอยู่เดิม ทำให้ได้แนวทางใหม่ ๆ ที่ไม่เคยมีมาก่อนจึงเป็นความคิดที่ถูกสร้างโดยไม่มีการลอกเลียนแบบความคิดอื่น ๆ

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นเรื่องที่สำคัญ เพราะต้องการให้สิ่งเหล่านี้เกิดขึ้นในกระบวนการเรียนการสอน หลักสูตรการศึกษาขึ้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ คือ สาระที่ 6 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 5 ทักษะ ดังนี้

ทักษะที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหา

ทักษะที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผล

ทักษะที่ 3 ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

ทักษะที่ 4 ความสามารถการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

ทักษะที่ 5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากที่กล่าวมาข้องต้น สรุปได้ว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์คือ ความสามารถในการแสวงหาความรู้ กระบวนการคิดต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับความรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 ทักษะ ได้แก่ 1) ทักษะการแก้ปัญหา 2) ทักษะการให้เหตุผล 3) ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ 4) ความสามารถการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้ และ 5) ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ทักษะที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหา

1. ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ทุกคนในสังคมล้วนแต่ต้องเผชิญกับปัญหาต่าง ๆ และการตัดสินใจต้องอาศัยการคิดการศึกษาและรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ โดยอาศัยทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณ ความคิดและประสบการณ์ ตลอดจนความรู้ที่เคยเรียนหรือทราบมาก่อน เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาและให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ต้องการ

คำว่า “ปัญหา” มีการให้ความหมายว่า เป็นงานที่บุคคลเผชิญอยู่และต้องการหาคำตอบแต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ประกอบด้วยสิ่งสำคัญ 3 ประการ คือ ความต้องการที่จะค้นหาคำตอบ ตอบคำถามของปัญหานั้นไม่ได้ทันทีทันใดและต้องใช้ความพยายามอย่างสม่ำเสมอ และแก้ปัญหานั้นได้ ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา(สิริพร ทิพย์คง, 2544, น. 9) ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ นักเรียนต้องใช้ความคิดซึ่งอาศัยกระบวนการทางสมองประสบการณ์ ความรู้ที่ได้ศึกษามา ความพยายาม และการหยั่งรู้ เพื่อจะตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหานั้น องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาได้มีดังนี้ ประสบการณ์จิตพิสัยและสติปัญญา

การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียนตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาต้องเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์พร้อมทั้งนำเสนอแนวคิดต่าง ๆ เกี่ยวกับการเรียนการสอน การแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ที่เชื่อว่าจะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพดีขึ้น

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันทีและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 6)

Adam (อ้างถึงใน ปานทอง กุลนาถศิริ, 2546, น. 31) ได้อธิบายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หมายถึง ปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นคำพูดและปัญหาที่เป็นเรื่องราวหรือสถานการณ์ซึ่งเกี่ยวข้องกับปริมาณ นอกจากนี้ยังได้ให้ความเห็นว่า ปัญหาจะแตกต่างกับแบบฝึกหัดตรงที่แบบฝึกหัดไม่ต้องอาศัยการตัดสินใจทำเท่ากับปัญหา

Krulik and Rudnick (1988, p. 3) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ ซึ่งบุคคลหรือกลุ่มบุคคลเผชิญ และต้องแก้โดยต้องแสวงหาวิธีการและหนทางเพื่อทำให้การแก้ปัญหานั้นบรรลุผล

Sheffield and Cruikshank (2005, p. 38) กล่าวว่า ปัญหาเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคย ไม่สามารถหาวิธีการแก้ได้ทันที หรือวิธีการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่าจะเกี่ยวกับจำนวนเท่านั้น แต่อาจมีความหมายเกี่ยวข้องกับปริภูมิหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 7) ได้ให้ความหมายไว้ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

2. ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

นักคณิตศาสตร์ และนักการศึกษาได้ทำการจำแนกปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่าง ๆ ดังนี้

Kutz (1991, p. 5) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ 1) ปัญหาที่เป็นรูปแบบปกติ (Routine Problems) เป็นปัญหาที่พบเห็นในบทเรียนที่เรียนตามปกติ 2) ปัญหาที่ไม่เป็นรูปแบบปกติ (Non – Routine Problems) เป็นปัญหาที่พบเห็นทั่วไปในชีวิตประจำ วัน ปัญหาที่เป็นปริศนา ต้องใช้เทคนิค หรือ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

Polya (1980, p. 123) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ 1) ปัญหาให้ค้นคว้า (Problems to Fine) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งออกเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข 2) ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็น

จริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือส่วนที่กำหนดให้และสรุปผลหรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

Rey et al. (2004, p. 29) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้ 2 ประเภท คือ 1) ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนิน การทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีแก้ปัญหา 2) ปัญหาแปลกใหม่ (Now Routine Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

Hatfield et al. (1993, p. 60) แบ่งปัญหาเป็น 3 ลักษณะคือ 1) ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีคำตอบเป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าคำตอบ 2) ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลายวิธี 3) ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Cluess) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

Baroody (1993, p. 2) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้ 2 ประเภท ได้แก่ 1) ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) หรือปัญหาอย่างง่ายหรือปัญหาชั้นเดียว เป็นปัญหาที่ใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์อย่างเดียวและสามารถแก้ปัญหาได้อย่างตรงไปตรงมา 2) ปัญหาแปลกใหม่ (Now Routine Problems) แบ่งออกเป็น 7 ลักษณะได้แก่ 2.1) ปัญหาซับซ้อนหรือปัญหาหลายชั้น (Complex Translation Problem)เป็นปัญหาที่แก้ไขโดยใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ สองการกระทำหรือมากกว่านั้นที่แตกต่างกัน 2.2) ปัญหาที่แก้ไขสิ่งอื่นของปัญหา (Other Modifications of Translation Problem) นอกจากจะรวมการแก้ปัญหาหลายชั้นและชั้นเดียวแล้ว ปัญหานี้ยังต้องการวิเคราะห์ทางความคิด เช่น ปัญหาที่ต้องการหาองค์ประกอบที่ผิดของโจทย์ปัญหาที่มีมากกว่าหนึ่งคำตอบ 2.3) ปัญหาที่ให้แสดงถึงวิธีปฏิบัติ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ขยายจากสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน 2.4) ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับกลอุบาย ปัญหาลักษณะนี้ทำให้เกิดความสนุกสนานและท้าทายในการทำงาน 2.5) ปัญหาเฉพาะไม่ระบุจุดหมาย (Nongoal-Specific Problem) เป็นปัญหาชนิดพิเศษของปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาปลายเปิดซึ่งไม่ต้องการหาคำตอบหรือเงื่อนไขของคำตอบ ปัญหานี้สนับสนุนให้นักเรียนรู้จักพิจารณาส่วนของคำถามซึ่งครูไม่คาดเดาคำตอบไว้ก่อน 2.6) ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ขยายจากสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน 2.7) ปัญหาที่แก้โดยกลวิธี (Stratagy Problem) เป็นปัญหาที่

กำหนดจุดมุ่งหมายที่นักเรียนจะต้องแก้ ระบุกลวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหา คือ นักเรียนแก้ปัญหาเหล่านี้อย่างไร

จากประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 2 ประเภท คือปัญหาปกติที่พบเสมอในการเรียนการสอนในชั้นเรียน ที่ใช้สำหรับการฝึกให้นำทฤษฎี หลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ เป็นปัญหาที่พบในหนังสือแบบเรียนตามปกติ และอีกประเภทหนึ่งก็คือ ปัญหาที่โดยปกติจะไม่พบในชั้นเรียน เช่น ปัญหาที่พบเห็นในชีวิตประจำ ปัญหาเกี่ยวกับการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการทำงาน เป็นต้น ปัญหาที่กล่าวมาทั้ง 2 ประเภทนั้น จะเน้นกระบวนการคิดแก้ปัญหามากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบ องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น บางครั้งสามารถหาคำตอบได้ แต่ไม่สามารถแสดงวิธีทำออกมาเป็นขั้นตอนได้ สิ่งที่เป็นปัญหาสำคัญสำหรับนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็คือ นักเรียนไม่รู้ว่าควรจะเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไร

3. ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีและน่าสนใจ

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีและน่าสนใจดังนี้

Fehr (1972, p. 87) กล่าวว่า เทคนิคที่ช่วยในการทำให้ปัญหาคณิตศาสตร์น่าสนใจ คือการให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างปัญหาขึ้นมาเอง

Korik and Reys (1980, p. 32) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีและน่าสนใจควรเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่ค่อยพบในห้องเรียน ซึ่งการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาและความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 45)กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีและน่าสนใจ ควรเป็นดังนี้ 1) ภาษาที่ใช้สามารถเข้าใจง่านไม่สั้นและไม่ยาวเกินไป 2) ช่วยกระตุ้นพัฒนาความคิด 3) ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กนักเรียนวัยนั้น ๆ 4) ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้ 5) ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัย 6) สามารถใช้การวาดภาพ ไดอะแกรมหรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา 7) ในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาแล้ว 8) ก่อให้เกิดการวิเคราะห์และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นกระบวนการที่สำคัญในทางความคิด 9) คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผลไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

จากลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีและน่าสนใจ คือ สามารถพัฒนาความคิดของมนุษย์ การแก้ปัญหาต้องอาศัยประสบการณ์ความรู้ที่เคยเรียนมาไม่ยากหรือไม่ง่านจนเกินไปและทันสมัย

4. องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ต้องใช้อาศัยความรู้ ทักษะและประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษากล่าวไว้ ดังนี้

Heimer and Trueblood (1997, p. 31) กล่าวว่าองค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาหรือคำพูด สรุปได้ดังนี้ 1) ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ 2) ความสามารถในการคำนวณ 3) ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว 4) ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้มา 5) ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดหมายไว้ 6) ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง 7) ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป 8) ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Cherles and Lester (1982, p. 6) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สัมพันธ์กับการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ 1) ด้านประสบการณ์ ทั้งที่เป็นสิ่งแวดล้อมและประสบการณ์ในตัวผู้แก้ปัญหา 2) ด้านความรู้สึก เช่น ความสนใจ ความอดทน ความพากเพียร การกระตุ้นความกดดัน ความวิตกกังวลและอื่น ๆ 3) ด้านสติปัญญาและความคิด เช่น ความสามารถในการอ่าน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และอื่น ๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 2 ด้าน คือ องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับความรู้ความคิดและประสบการณ์ ระดับสติปัญญา ความสามารถการรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เจตคติต่อการแก้ปัญหา ส่วนองค์ประกอบอีกด้าน คือ สภาพแวดล้อม เช่น บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา วิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา เวลาในการพัฒนาอย่างเพียงพอ

5. กระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ดี และกระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาคณิตศาสตร์ เพราะคำตอบของปัญหาที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดข้อค้นพบใหม่ และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้

กับปัญหาอื่น ๆ ได้มีนักการศึกษาได้กำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลากหลาย ดังต่อไปนี้

Krulik and Rudnick (1988, p. 5) ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา ตรวจสอบและประเมินผลข้อเท็จจริง การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา 2) ขั้นการสำรวจและวางแผน เป็นขั้นวิเคราะห์ข้อมูล และตัดสินเลือกข้อมูลที่จำเป็นและคัดข้อมูลที่ไม่จำเป็นทิ้งไป จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง เขียนภาพ สร้างแบบจำลอง หรืออื่น ๆ เพื่อวางแผนหาคำตอบ 3) ขั้นคัดเลือกกลยุทธ์ เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอนกลยุทธ์เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งจะเป็นทิศทางที่ผู้แก้ปัญหาใช้หาคำตอบ 4) ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ เพื่อหาคำตอบ โดยใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณแล้วแต่ความเหมาะสม 5) ขั้นการสะท้อนกลับและการขยายผล เป็นการตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงตามเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่และคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ และควรจะขยายผลไปสู่กรณีทั่วไปหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ภายใต้สถานการณ์เดิม

Klausmeier and Ripple (1971, p. 11) เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ 1) ตระหนักถึงปัญหา 2) พิจารณาถึงความต้องการของโจทย์ วิธีการต่าง ๆ การแก้ปัญหา มิติของปัญหา 3) การระลึกถึงความรู้ข้อมูลที่มีอยู่และวิธีการในการแก้ปัญหา 4) ประยุกต์หลักและวิธีการที่ตัวเองรู้ 5) พิจารณาความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหาหลายวิธีและคาดคะเนแต่ละวิธี 6) ประเมินคุณภาพของวิธีที่ยอมรับมาใช้ 7) นำวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหา

Poiya (1975, p. 189) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ 1) ทำความเข้าใจในปัญหา (Understanding the Problem) ต้องมองปัญหาให้ชัดว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรคือสิ่งที่เราคาดหวังว่าจะพบและเรามีข้อมูลอะไรอยู่บ้างแล้ว การเขียนภาพอาจจะช่วยเราเข้าใจปัญหานั้นได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะต้องอ่านโจทย์ ออก ตีโจทย์แตกและจะต้องมีความคิดรวบยอด (Concept) 2) วางแผน (Devising a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้อย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้นี้มีความสำคัญกับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา 3) ดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan and Solve the Problem) เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีแก้ปัญหาใหม่ 4) ตรวจสอบ (Looking Back) เป็น

ขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา พิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่นหรือไม่ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัดชัดเจนเหมาะสมขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมา ขยายแนวความคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขึ้นกว่าเดิม

จากการศึกษาแนวคิดกับกระบวนการแก้ปัญหาและขั้นตอนการแก้ปัญหาทักษะความสามารถในการแก้ปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น สามารรถสรุปได้ว่า ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนแก้ปัญหา 3) ดำเนินการตามแผน 4) ตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ยึดขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ Polya โดยกำหนดประเด็นการพิจารณาความสามารถด้านกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามขั้นตอนดังนี้ 1) การทำความเข้าใจปัญหา เป็นการพิจารณาถึงความครอบคลุมและชัดเจนของการเขียนอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหา 2) การวางแผนการแก้ปัญหา เป็นการพิจาณาถึงความถูกต้องและชัดเจนในการเขียนระบุขั้นตอนการแก้ปัญหา 3) การดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เป็นการพิจารณาถึงการอธิบายการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ 4) การตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหา เป็นการพิจารณาการเขียนอธิบายความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ทักษะที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผล

1. ความหมายของการให้เหตุผล

กิจกรรมในชีวิตประจำวันที่ทำอยู่มักจะมีการให้เหตุผลอยู่เสมอ เช่น มีการให้เหตุผลในการเลือกซื้อสินค้า ในการเลือกประกอบอาชีพ ในการมาทำงานสายหรือในการตัดสินคดีความต่างๆ เป็นต้น ในบรรดาการให้เหตุผลเหล่านั้น มีทั้งการให้เหตุผลที่สามารถกระทำได้ในทันทีโดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิม ๆ และการให้เหตุผลที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนเราไม่สามารถกระทำได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะกระบวนการและเทคนิควิธีหลายอย่างในการให้เหตุผลซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการให้เหตุผล มีเทคนิควิธีในการให้เหตุผลที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการให้เหตุผลมาก่อนเราก็สามารถให้เหตุผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 44)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องใช้การคิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างมีเหตุผล ต้องใช้เหตุผลมาช่วยในการเรียนรู้และแก้ปัญหาได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่

นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทั่วไป มนุษย์มักจะใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึกซึ่งมนุษย์แต่ละคนอาจมีอยู่มากน้อยแตกต่างกัน มาช่วยแก้ปัญหา เช่นเมื่อน้ำตาลทรายกำลังจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาดตลาด ชาวบ้านและแม่ค้ามักรีบสะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอนเช้า คนในเมืองใหญ่มักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติ เพราะคิดว่าการจราจรน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่ตกตอนเช้า ในทางคณิตศาสตร์ เรียกการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก ดังกล่าวข้างต้นว่า การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ มนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสหัชญาณมากหรือน้อยนั้น ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ นอกจากการให้เหตุผลแบบสหัชญาณแล้ว นักการศึกษาได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ระบบ ดังนี้ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริงมีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่าข้อความคาดการณ์ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

พิศมัย ศรีอำไพ (2548, น. 67) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์ต้องการให้เหตุผลแบบอุปมานและแบบอนุมาน ผลผลิตของมโนมติที่เป็นนามธรรมและการค้นพบความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆที่ได้จากการพิสูจน์ จะทำให้นักเรียนมองเห็นได้ชัดเหมือนจากการดูภาพและมองเห็นสิ่งที่มีลักษณะคล้ายกันทางกายภาพ เหมือนดูภาพประกอบ

กรมวิชาการ (2546, น. 13) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่นักเรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาให้เกิดความเชื่อมั่น ความสามารถในด้านเหตุผลและการคิดการตัดสินใจด้านคณิตศาสตร์และในชีวิตประจำวันจะช่วยให้นักเรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์มีตรรกะในการคิดและสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้ การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงตรรกะขึ้นอยู่กับพัฒนาการด้านเชาว์ปัญญาและการใช้ภาษาของนักเรียน นักเรียนในชั้นประถมศึกษาใช้การคิดเชิงรูปธรรมซึ่งใช้รูปธรรมและกายภาพสนับสนุนเหตุผลของตนและพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ เมื่ออยู่ชั้นมัธยมศึกษาใช้การถ่ายโยง การให้เหตุผลที่เป็นรูปธรรมเพื่อสนับสนุนการให้เหตุผล

Burrill (1998, p. 3) กล่าวว่า การคิดและให้เหตุผลกิจกรรมนั้น โดยตนเองแล้วไม่จัดว่าเป็นการให้เหตุผลและการคิด การให้เหตุผลเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง เกิดจากการที่นักเรียนได้กระทำอะไรระหว่างที่เขาทำกิจกรรมนั้น เมื่อใดก็ตามที่นักเรียนกำลังตัดสินใจว่าจะเลือกใช้วิธีไหน จะปรับวิธีการอย่างไร หรือจะประสมประสานความรู้ที่มีอยู่แล้วจากประสบการณ์เดิมอย่างไร นั่นหมายความว่านักเรียนกำลังคิดให้เหตุผล แรกเริ่มที่นักเรียนทำกิจกรรมจะเกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลและการคิด แต่เมื่อได้แก้ปัญหาแบบเดียวกันซ้ำนักเรียนก็จะใช้วิธีการนำไปใช้เท่านั้น

ปทีป เมธาคุณวุฒิ (2544, น. 33) สรุปว่า การคิดอย่างมีเหตุผลประกอบไปด้วยกระบวนการที่บุคคลได้สิ่งที่มีความหมาย จากสิ่งที่เกิดขึ้นไม่ว่าสิ่งนั้นจะเป็นข้อเท็จจริงหรือความคิดเห็น แล้วนำมาวิเคราะห์ สังเคราะห์ ตรวจสอบ พิสูจน์ ทดลอง อธิบายเหตุผลและสรุปพร้อมทั้งเริ่มต้นนำไปสู่ปัญหาต่อไป

จากความหมายของการให้เหตุผลข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์เป็นการให้เหตุผลเชิงนิรนัยและอุปนัย ที่ช่วยให้สามารถรับรู้สาเหตุและผลที่เกิดขึ้นในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ มีตรรกะในการคิดและสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้

2. การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์

ในการให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 1) ได้กล่าวไว้ดังนี้

การสอนคณิตศาสตร์กับความเป็นเหตุเป็นผล โดยทั่วไปเมื่อพูดถึงคณิตศาสตร์คนจำนวนไม่น้อยจะต้องคิดว่าเป็นวิชาที่จะต้องจดจำวิธีการแล้วทำตามวิธีการนั้นได้วิธีเดียว และจะมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว กฎต่าง ๆ หรือวิธีการเป็นสิ่งที่ผู้รู้กำหนดให้เพื่อให้หาคำตอบซึ่งเชื่อว่าเป็นสิ่งสำคัญ โดยวิธีการหรือเหตุผลต่าง ๆ ไม่มีความสำคัญ ความเข้าใจในลักษณะนี้ส่วนหนึ่งน่าจะมาจากแนวการจัดการเรียนการสอนที่ผู้สอนเป็นผู้กำหนดกฎเกณฑ์ให้นักเรียนทำตามและผู้สอนเป็นผู้ถูกเสมอ ดังนั้น วิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ยากสำหรับนักเรียนเพราะต้องใช้การจำกฎเกณฑ์และการจดจำวิธีการ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง แนวคิดเช่นนี้จะทำให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์ไม่ใช่สิ่งที่อยู่ในสถานการณ์จริงและไม่สามารถปรับไปใช้ในสถานการณ์ ที่แตกต่างกันไป นักเรียนจะนำไปใช้ได้เพียงสถานการณ์เหมือนสิ่งที่เรียน ใช้ไม่ได้กว้างขวาง สิ่งสำคัญคือนักเรียนจะจำได้ไม่นานและไม่มีวิธีการที่จะทำให้นักเรียนนึกถึงสิ่งที่เรียนมาแล้วเพื่อนำกลับมาใช้ในการเรียนการสอนต่อไป ในอีกแนวหนึ่งคนส่วนใหญ่เห็นสอดคล้องกัน

ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีประโยชน์ในด้านการคิด ความมีเหตุผลและเป็นเครื่องมือพัฒนาความคิดและพัฒนาสมอง แต่ถ้าแนวการสอนเป็นการสอนแบบให้จดจำก็จะสูญเสียคุณค่าของคณิตศาสตร์

ในประเด็นสำคัญ การเป็นผู้รู้จักคิด คิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต เพื่อสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาตนเองทั้งในการทำงานและการดำรงชีวิต ในปัจจุบันเป็นที่ยอมรับกันว่าการคิดอย่างมีเหตุผลเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ มีงานวิจัยจำนวนมากยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเรียนอย่างเข้าใจและมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จดจำ ถึงแม้ว่าการจำจะช่วยในการหาคำตอบที่ถูกต้องได้รวดเร็วกว่า แต่ถ้านักเรียนทำด้วยความเข้าใจจะมีความสามารถในการปรับนำไปใช้กับสถานการณ์ใหม่ๆได้และสามารถจำได้ดีกว่า นานกว่า เพราะนักเรียนรู้กระบวนการที่ได้หลักการมาเพื่อใช้กับสถานการณ์ต่างๆได้ นักเรียนก็จะตระหนักว่าแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความเกี่ยวข้องกัน ดังนั้น การสอนในแนวคิดอย่างมีเหตุผลเป็นการพัฒนาทางสติปัญญาได้ดีกว่าการสอนให้จดจำโดยไม่มีเหตุผล

การสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลนักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้และสามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ด้วยตนเอง นักเรียนที่เรียนด้วยความเข้าใจและมีเหตุผล จะตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยการให้เหตุผลอย่างมีระบบ และจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตนักเรียน

คุณค่าของการสอนคณิตศาสตร์ที่เป็นเหตุเป็นผลที่ให้ความสำคัญกับความเข้าและความเป็นเหตุเป็นผลอาจสรุปได้ดังนี้ 1) เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล 2) เห็นความเชื่อมโยงของเนื้อหาหรือวิธีการ 3) รู้จักใช้เหตุผลปรับแนวคิด 4) จำได้ดีกว่า 5) นำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ 6) มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ 7) มีความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้น

การให้เหตุผลเป็นกระบวนการที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการเรียนด้วยความเข้าใจ มีการใช้เหตุผลในการพิสูจน์ ดังนั้น ผู้สอนจะต้องพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม แนวการจัดการเรียนการสอนควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้ 1) ให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีเหตุผล 2) ให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกคิดอย่างมีเหตุมีผล 3) ให้นักเรียนฝึกเป็นผู้ให้เหตุผล 4) ให้นักเรียนฝึกเขียนอธิบายหรืออภิปรายถึงสิ่งที่นักเรียนทำเพื่อหาคำตอบ 5) ให้นักเรียนฝึกใช้เหตุผลในการอธิบายหรืออภิปราย 6) ให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ ประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่น 7) ให้นักเรียนรู้จักให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง 8) ให้นักเรียนได้อาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผล

การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลเป็นสิ่งที่มีคุณค่าในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก จากผลการวิจัยและความเห็นของบุคคลต่าง ๆ สามารถสรุปได้ดังนี้ 1) ช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจแนวคิดคณิตศาสตร์นั้น ๆ ได้ดี และสามารถปรับแนวคิดให้มีความแจ่มชัดและลึกซึ้งขึ้น 2) ช่วยให้นักเรียนสามารถตรวจสอบแนวคิดพร้อมทั้งให้เหตุผลได้ 3) นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเรียนรู้จากกันและกัน 4) ช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายและสรุปผลที่ได้อย่างเหมาะสม 5) ช่วยให้นักเรียนยอมรับแนวคิดใหม่ที่มีเหตุผลกว่าแนวคิดเดิม

การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลจะเป็นการปูพื้นฐานเพื่อเตรียมการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไปในอนาคต นอกจากจะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนแล้วยังช่วยให้ผู้สอนทราบความคิดและความเข้าใจของนักเรียนเพื่อเป็นแนวทางในการสอนซ่อมเสริมได้อย่างเหมาะสม

3. รูปแบบของการให้เหตุผล

การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญในการดำเนินชีวิตของมนุษย์ เพราะการดำเนินชีวิตของมนุษย์ต้องขึ้นอยู่กับเหตุผล ไม่ว่าจะเป็นความเชื่อ การโต้แย้ง การตัดสินใจต้องใช้เหตุผลประกอบทั้งสิ้น เพื่อหาความจริงหรือหาข้อสรุป

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญในระดับนี้มี 2 วิธี คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) และการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

3.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) ไว้ดังนี้

สมพงษ์ สิงหะพงศ์ (2545, น. 41) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลแบบอุปนัยว่าเป็นกระบวนการคิดที่ใช้กรณีย่อยต่าง ๆ มาสรุปเพื่ออนุมานสู่หลักทั่วไปโดยใช้การสังเกตการมีประสบการณ์ในกรณีเดียวหลายๆครั้ง หลายวาระ หลายสถานการณ์แล้วก่อรูปเป็นความคิดรวบยอดหรือหลักทั่วไป การคิดแบบนี้บุคคลที่ไม่มีความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดหรือหลักทั่วไปมาก่อน จะรู้ได้ก็ต่อเมื่อได้สังเกตและวิเคราะห์การสังเกตมาแล้ว

สมพงษ์ แปลงประสพโชค (2544, น. 2) กล่าวถึงการให้เหตุผลแบบอุปนัยว่า เป็นการให้เหตุผลโดยการอ้างจากตัวอย่าง หรือประสบการณ์ย่อยหลาย ๆ ตัวอย่างหลายแง่หลายมุมและสรุปเป็นความรู้

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล (2542, น. 65) ได้กล่าวว่า เมื่อเราได้สังเกตปรากฏการณ์ต่าง ๆ และอาศัยข้อสังเกตเหล่านั้นเป็นพื้นฐานนำไปสู่ข้อสรุป เราถือได้ว่าการสรุปดังกล่าวเป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) อาจจะกล่าวว่าการค้นพบกฎเกณฑ์และคุณสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นผลมาจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย

จากความหมายการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) ข้างต้น สามารถสรุปได้วาการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการให้เหตุผลโดยยกตัวอย่างประกอบมาหลาย ๆ ตัวอย่าง หรือข้อสังเกตต่าง ๆ แล้วสรุปเป็นข้อเท็จจริง

3.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ไว้ดังนี้

สมพงษ์ สิงหะพงศ์ (2545, น. 41) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลแบบนิรนัยว่าเป็นกระบวนการคิดที่เริ่มต้นจากการอ้างข้อความทั่วไปหรือหลักทั่วไปหาตัวอย่างเพื่อยืนยันหลักทั่วไปนั้น การคิดหาเหตุผลแบบนี้มีรูปแบบที่เป็นพื้นฐานเรียกว่า รูปนิรนัยหรือตรรกะบท ซึ่งมีข้อความที่เป็นเหตุเป็นผลแก่กันจำนวนสองข้อความ ข้อความทั้งสองข้อความนี้เรียกว่าข้อตั้งหรือสถานบท

สมพงษ์ แปลงประสพโชค (2544, น. 2) กล่าวถึง การให้เหตุผลแบบนิรนัยว่าเป็นการอ้างเหตุผลจากความรู้พื้นฐานชุดหนึ่งที่ยอมรับมาก่อน ความรู้พื้นฐานที่ต้องยอมรับมาใช้อ้างเหตุผล

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล (2542, น. 65) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นกระบวนการที่เริ่มจากการมีข้อสมมติฐานมาให้ก่อน แทนที่จะเริ่มจากประสบการณ์แล้วจึงหาข้อสรุป การพิสูจน์ให้เห็นจริงนั้นเป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย

จากความหมายการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการยอมรับเหตุผลข้างต้นว่าจริงมาก่อนจากนั้นหาข้อสรุปตามเหตุผลนั้น

4. การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลว่านักเรียนสามารถให้เหตุผลได้เหมาะสมตามวัย ความรู้ประสบการณ์ การให้เหตุผลของนักเรียนมักเป็นไปตามสิ่งที่ตาเห็นและรับรู้ ต่อมาพัฒนาให้เป็นเหตุผลที่เป็นนามธรรมมากขึ้น นักเรียนควรต้องเรียนรู้การให้เหตุผลเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนัยทั่วไปของกรณีต่าง ๆ บนพื้นฐานข้อมูล การพัฒนาทักษะ การให้เหตุผลวิธีหนึ่งที่สำคัญคือ การใช้คำถาม ผู้สอนต้องรู้จักใช้คำถามปลายเปิด เพื่อให้นักเรียนให้เหตุผลในการตอบคำถาม การคิดเชิงเหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไปมี 2 ลักษณะ คือ การคิดเชิงเหตุผลและอุปนัยและการคิดเชิงเหตุผลแบบนิรนัย กระบวนการให้เหตุผลนักเรียนต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

นอกจากนี้ข้อมูลการให้เหตุผลของนักเรียนยังมีความสำคัญโดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้ 1) อธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ 2) ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้พร้อมทั้งเหตุผล 3) วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging Ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่น ๆ 4) ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Matchematicon Structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียน 5) จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน 6) ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

การฝึกให้นักเรียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในขณะทำเนื้อหาในขณะทำกิจกรรมมากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยว ๆ โดยอาจทำการสอนเนื้อหา มโนทัศน์หรือการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมนักเรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าถูกหรือผิดเพราะเหตุใด ให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผล จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามหนังสือ นักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแล้วผู้สอนอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งผู้สอนและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะอะไร ดังนั้น สิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบที่ถูกแต่เหตุผลผิดคือการได้คำตอบที่ผิดและสามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าผิด ผิดเพราะอะไร Sternberg ได้เสนอแนวคิดว่าในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและประเมินการให้เหตุผลของนักเรียน ผู้สอนควรต้องคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ ระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากข้อมูลในปัญหา การวางแผนและการจัดการทรัพยากรเพื่อใช้ในแก้ปัญหาและการกำกับและประเมินคำตอบ Malloy ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลในระดับมัธยมศึกษา โดยเสนอให้ผู้สอนใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry Approach) ในการส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงกับเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง

พิศมัย ศรีอำไพ (2548, น. 76) การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ โดยทั่วไปเข้าใจกันว่าการฝึกให้รู้จักเหตุผลที่ง่ายที่สุด คือการฝึกจากการเรียนเรขาคณิตตามแบบยุคริด เพราะมีโจทย์เกี่ยวกับการให้เหตุผลมากมาย มีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่าย

ปานกลางและอย่างยาก แต่ที่จริงแล้วการฝึกนักเรียนให้รู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วยองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักใช้เหตุผล มีดังนี้ 1) ควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียน ที่จะคิดให้เหตุผลในคำตอบได้ 2) ให้นักเรียนมีโอกาสและอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง 3) ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า ทำไม อย่างไร เพราะเหตุใด เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น ถ้า.....แล้ว นักเรียนคิดว่า.....จะเป็นอย่างไร นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น นการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด(Open-Ended Problem)

5. ประเมินความสามารถในการให้เหตุผล

พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคะนอง (2547, น. 143) ได้กล่าวไว้ว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรให้นักเรียนมีความสามารถดังนี้ 1) ใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เพื่อสร้างแบบรูปและข้อคาดเดาเป็นเหตุผลที่ได้จากกระบวนการเห็นสิ่งที่ร่วมกันหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วสรุปออกมาโดยมีเหตุผลสนับสนุน 2) ใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ในการตรวจสอบข้อสรุปและสร้างเหตุผลสนับสนุนที่น่าเชื่อถือ เป็นเหตุผลที่มาจากหลักทั่วไปหรือหลักใหญ่อ้างอิงไปยังสิ่งที่เฉพาะเจาะจง 3) ให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) ในการแก้ปัญหาเป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งนักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ 4) ให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) ในการแก้ปัญหา เป็นเหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ

จากการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลจะเห็นว่าการประเมินผลความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินได้จากการ การพูดคุย การเขียนและการกระทำทางคณิตศาสตร์ โดยปกติแล้วผู้เรียนจะสามารถสร้างข้อคาดเดาจากตัวอย่างต่างๆที่นักเรียนได้เห็นหรือได้ลงมือกระทำ แล้วพัฒนาข้อโต้แย้งซึ่งขึ้นอยู่กับข้อมูลที่นักเรียนมีความรู้ว่าเป็นข้อเท็จจริงหรือไม่ หรือนักเรียนอาจใช้สัญชาตญาณ (Intuition) เกี่ยวกับเหตุผลเชิงสัดส่วนและเชิงปริภูมิ งานหรือกิจกรรมที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการใช้เหตุผล ซึ่งประเมินได้จากกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนั้นในการวิจัยในครั้งนี้จึงทำการวัดความสามารถในการให้เหตุผลในประเด็น ดังนี้ 1) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา 2) สามารถให้เหตุผลเชิงอุปนัยได้ 3) สามารถให้เหตุผลเชิงนิรนัยได้ 4) ให้เหตุผลตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ 5) หาข้อสรุปจากสิ่งที่กำหนดให้ได้

ทักษะที่ 3 ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

1. ลักษณะการสื่อสาร

การสื่อสารมี 2 วิธี ได้แก่ การสื่อสารด้วยเสียง และการสื่อสารที่ไม่ใช้เสียง ดังนี้ 1) การสื่อสารด้วยเสียง เป็นการสื่อสารด้วยเสียงพูด เสียงสัญญาณต่าง ๆ เช่น เสียงนกหวีด เสียงหวูด เสียงโทรศัพท์ เสียงปืนเป็นสัญญาณให้นักกีฬาเริ่มวิ่ง 2) การสื่อสารที่ไม่ใช้เสียง เป็นการสื่อสารด้วยภาพ สื่อวัสดุอุปกรณ์ สิ่งของ ตาราง ข้อความ แผนภูมิ ของจริง สัญลักษณ์ ภาษา ท่าทาง ภาษามือและเครื่องหมาย

การสื่อสารจำแนกเป็น 2 แบบ คือ การสื่อสารทางเดียว และการสื่อสารสองทาง 1) การสื่อสารทางเดียว (One-Way Communication) เป็นกระบวนการสื่อสารที่ไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับสารสามารถส่งผลการตีความหมายของตนย้อนกลับไปยังผู้ส่งสารได้ทันที 2) การสื่อสารสองทาง (Two-Way Communication) เป็นกระบวนการสื่อสารที่เปิดโอกาสให้ผู้รับสารสามารถส่งผลการตีความหมายของตนย้อนกลับไปยังผู้ส่งสารได้ทันที เกิดการตอบสนองซึ่งกันและกัน มีโอกาสตั้งข้อสงสัย ซักถามหรือโต้แย้ง อภิปรายเพื่อหาข้อยุติ ผลย้อนกลับจึงเป็นข่าวสารชุดใหม่โดยผู้รับสารและผู้ส่งสารจะสลับหน้าที่ซึ่งกันและกัน

2. ความหมายของความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 70) การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพการที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นาน มากขึ้นอีกด้วย

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546, น. 5) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หมายถึงความสามารถในการพูด การเขียน การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์หรือสื่อต่าง ๆ เช่น รูปภาพ ตาราง กราฟ แบบจำลอง เพื่อนำเสนอแนวคิด อธิบายแนวคิด แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้องชัดเจนและรัดกุม

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (2000, น. 52) ได้กล่าวถึงการสื่อสาร การสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอเป็นความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและความสามารถ ทำความเข้าใจแนวคิด ดังที่ได้ระบุความต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้ สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด การเขียน การสาธิตและการแสดงให้เห็นภาพ ทำความเข้าใจ แปลความหมายและประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดยการพูด การเขียน ภาพต่าง ๆ สามารถใช้ศัพท์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์และจำลองเหตุการณ์

จากความหมายความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นการนำเสนอ โดยเลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าความรู้จากแหล่งเรียนรู้ และเสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา

4. ประโยชน์ของการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอมีประโยชน์อย่างยิ่งต่อการพัฒนาผู้เรียน เนื่องจากการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถดังต่อไปนี้ (Riedesel, 1990, p. 377) 1) เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมายและเข้าใจได้อย่างลึกซึ้ง 2) สร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองและถ่ายทอดความรู้ให้กับคนอื่นได้ 3) มีส่วนร่วมในการอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ประสบการณ์ซึ่งกันและกันและเสริมสร้างบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ 4) มีความมั่นใจและกล้าแสดงออก 5) มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์และเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความสุข 6) เป็นการประเมินการเรียนรู้ผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพราะสิ่งที่ผู้เรียนเขียนบรรยายจะแสดงระดับความเข้าใจที่แตกต่างกัน 7) เป็นเครื่องมือช่วยวินิจฉัยกระบวนการคิดของผู้เรียน 8) เป็นทักษะที่จำเป็นช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในการคิด 9) เป็นทักษะที่อาจจะช่วยเสริมทักษะการอ่านและเขียนในรายวิชาอื่น โดยเฉพาะวิชาวิทยาศาสตร์ที่ต้องใช้การบรรยายในสิ่งที่ค้นพบ 10) เป็นวิธีในการเรียนคณิตศาสตร์วิธีหนึ่งที่ปกติผู้เรียนไม่ได้ใช้เป็นทักษะที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดในระดับสูง เพื่อตอบคำถามว่าอย่างไรและทำไม มากกว่าคำตอบว่า อะไร ที่ไหน เมื่อไร เป็นการร่วมมือกันในการทำกิจกรรมเดียวกันทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่าสมาชิกในกลุ่มประสบความสำเร็จร่วมกัน เกิดความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันในการเรียนรู้

Mumme and Shepherd (1993, p. 7) ได้เสนอประโยชน์ในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการส่งเสริมการสื่อสาร ดังนี้ 1) การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมความเข้าใจคณิตศาสตร์แก่นักเรียน โดยให้นักเรียนได้อธิบายความคิดของตน ความสนใจที่จะได้มีการอภิปรายและการฟังก็จะช่วยให้นักเรียนคนอื่น ๆ เข้าใจได้อย่างลึกซึ้งด้วย การฟังช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดของคนอื่น จะเป็นการช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของความคิดที่แตกต่างกันออกไปของนักเรียน แม้จะอยู่ในสถานการณ์เดียวกันก็ตาม นักเรียนจะสร้างความเข้าใจจากรากฐานของประสบการณ์เดิมของนักเรียนนั่นเอง การสื่อสารจะสนับสนุนการสร้างความรู้ของนักเรียน โดยการสื่อสารจะช่วยขยายความคิดของนักเรียนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น แต่ในบางครั้งการสื่อสารอาจสร้างความไม่สมดุลให้เกิดขึ้นได้จนกลายเป็นอคติไป 2) การสื่อสารจะช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน นักเรียนส่วนมากมักจะล้มเหลวในการแสดงความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้นำเสนอกฎเกณฑ์กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์โดยการจำมากกว่าคิดแบบค้นพบตนเองและการเปลี่ยนแปลงความคิดซึ่งกันและกัน ครูจำเป็นต้องให้เกิดการสื่อสารมากยิ่งขึ้นเพื่อให้บุคคลหนึ่งได้เชื่อมต่อความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังอีกบุคคลหนึ่ง โดยการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิด ครูต้องให้นักเรียนมีพัฒนาการทางภาษาคณิตศาสตร์ ในการ

ทำความเข้าใจในบทบาทของคำนิยามและกระบวนการในการอภิปรายและขยายสมมติฐานให้ชัดเจนขึ้น 3) การสื่อสารจะช่วยให้นักเรียนเป็นผู้รู้ เมื่อครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือเขียนความคิดของนักเรียนเอง ครูควรที่จะบอกนักเรียนว่าจะประเมินอะไรจากการพูดของนักเรียนเพื่อให้ครูแน่ใจในความสามารถทางการสื่อสารความคิดของนักเรียนอย่างแท้จริง นักเรียนควรฝึกใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ให้มาก เพื่อที่นักเรียนจะได้กลายเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ด้วยตัวเอง การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ การพูดและการฟังบุคคลอื่นในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เป็นวิธีการที่จะทำให้หลุดพ้นจากความวิตกกังวลในการที่จะแสดงความคิด การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนจะเป็นการให้ความสนุกสนานในการเรียน 4) การสื่อสารจะช่วยให้ครูผู้สอนได้รับประโยชน์ในการหยั่งรู้ถึงความคิดของนักเรียน ครูจะได้เรียนรู้วิธีการคิดของนักเรียนเป็นอย่างมากโดยการฟังการอธิบาย และการให้เหตุผลของนักเรียน ความสามารถที่เป็นทักษะการสื่อสารจะเป็นการอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์ทั้งหมดอย่างคล่องแคล่ว โดยนักเรียนจะต้องนำไปใช้และมีการฝึกปฏิบัติบ่อยๆ

จากประโยชน์ของการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสรุปได้คือ เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมายและเข้าใจได้อย่างลึกซึ้ง สร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองและถ่ายทอดความรู้ให้กับผู้อื่นได้ มีส่วนร่วมในการอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ประสบการณ์ซึ่งกันและกัน และเสริมสร้างบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ ครูผู้สอนได้รับประโยชน์ในการหยั่งรู้ถึงความคิดของนักเรียน และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์และเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความสุข

5. การวัดผลประเมินผล

การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบ่งการประเมินออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้ (Kennedy and Tipps, 1994, p. 112) 1) ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language Matchematic) 1.1) ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม 1.2) ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง 1.3) ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง 1.4) ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม สละสลวย 2) การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Matchematical Representations) 2.1) ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 2.2) มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 2.3) ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม 2.4) ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจชัดเจน 3) ความชัดเจนในการนำเสนอ (Clarity of Presentation) 3.1) การนำเสนอมีความไม่ชัดเจน 3.2) การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน 3.3) การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์ 3.4) การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (มีระบบสมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

การวัดและการประเมินผลความสามารถในด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอควรประเมินความสามารถของผู้เรียนในด้านต่อไปนี้ 1) ใช้ทักษะในการฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู การอธิบายหรือการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ และเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้อื่นนำเสนอ 2) ใช้ความรู้พื้นฐานของสาระที่เรียนมา แล้วมาช่วยอธิบายหรือแสดงแนวคิดในสาระการเรียนรู้ที่กำลังศึกษาค้นคว้าได้อย่างถูกต้อง ตรงประเด็น กระชับและชัดเจน 3) เลือกและใช้รูปแบบการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอได้อย่างเหมาะสมกับแต่ละสาระการเรียนรู้ 4) พัฒนาตนเองในด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ให้เป็นสากล และเป็นที่ยอมรับของผู้อื่น

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้สอนต้องตระหนักถึงคุณภาพผู้เรียนเมื่อจบหลักสูตรในแต่ละระดับชั้น ผู้เรียนจะต้องมีทั้งความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม ผู้สอนจะต้องบูรณาการสาระการเรียนรู้และทักษะกระบวนการคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ตลอดจนจัดกิจกรรมสร้างเสริมให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ฝึกการทำงานที่เป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ต้องจัดให้สัมพันธ์และสอดคล้องกับทุกสาระการเรียนรู้ โดยเฉพาะทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ผู้สอนต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้รับฟังเสนอแนวคิดของตนให้ผู้อื่น และแสดงแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ ซึ่งอาจจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้พูด เขียน เสนอแนวคิดเป็นรายบุคคลและรายกลุ่ม ในลักษณะการร่วมอภิปราย ร่วมสรุปรายงาน การที่ผู้เรียนจะสามารถสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอได้ดี ผู้เรียนต้องได้ฝึกปฏิบัติทั้งการพูด การฟัง การอ่าน การเขียนและการดู ทั้งที่เป็นภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นประจำต่อเนื่อง และมีการประเมินผลเพื่อพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากแนวคิด ที่เกี่ยวข้องกับทักษะความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงได้ทำการกำหนดพฤติกรรมที่จะทำการวัดทักษะความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ตามความหมายของความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 1) การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ โดยเลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม 2) ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ

หรือแผนภูมิที่เป็นสากล 3) บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล 4) สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าความรู้จากแหล่งเรียนรู้ 5) เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา

ทักษะที่ 4 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนมีความรู้และพื้นฐานเพียงพอที่จะนำไปศึกษาต่อนั้น จำเป็นต้องบูรนาการหรือเชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นอกจากเชื่อมโยงระหว่างเนื้อกาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังต้องมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และการแก้ปัญหา เช่นในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรมมาช่วย หรือในงานศิลปะและการออกแบบก็ใช้ความรู้เรื่องเรขาคณิตมาช่วย

นอกจากจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวันอีก เช่น การซื้อขาย กรชั่ว ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินพร้อมผลประโยชน์ที่อาจได้รับ เผื่อไว้ใช้ในช่วงบั้นปลายของชีวิต

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะ/กระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝนทักษะ และพัฒนาการให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะ/กระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝนทักษะ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนเพราะการที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 98)

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติแห่งสหรัฐอเมริกา (อ้างถึงในสมบัติ แสงทองคำสุก, 2545, น. 33) ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกได้ดังนี้ 1) การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กันให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต

และตรีโกณมิติ ซึ่งทำให้การเรียนของนักเรียนมีความหมาย 2) การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้เนื้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์กับสังคม กีฬากับศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา ยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบ สร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในช่วงบั้นปลายของชีวิต (กรมวิชาการ, 2545, น. 203)

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้ 1) มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น 2) มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี 3) มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย 4) มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย 5) มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

1. ความหมายของการเชื่อมโยง

การเชื่อมโยงความรู้เป็นทักษะกระบวนการที่มีกำหนดไว้ในสาระที่ 6 ของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น มัธยมศึกษาตอนปลาย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 6)

โพธิ์ทิพย์ วัชระสวัสดิ์ (2547, น. 8) กล่าวว่า การเชื่อมโยงเป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ทั้งระหว่างสิ่งของ คน หรือแนวคิด ซึ่งการเชื่อมโยงแนวคิดเป็นกระบวนการทางปัญญาในการนำสิ่งต่าง ๆ เช่น ความรู้ ประสบการณ์ หรือเหตุการณ์ตั้งแต่ 2 เหตุการณ์ขึ้นไปมาเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

จากความหมายของการเชื่อมโยงที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้นากรเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น ซึ่งเป็นการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนการสอน คือให้นักเรียนปฏิบัติงานหรือกิจกรรมหรือแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ แผนผัง กราฟ และสัญลักษณ์ต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ในชั้นเรียนเกรด 3 ครูได้สอนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง คุกกี้ กับ เศษส่วน ให้นักเรียนในชั้นรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงด้วยปัญหา คุกกี้

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และกับชีวิตจริงเกิดขึ้นมากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหารและกิจกรรมในวิชาต่าง ๆ

ตัวอย่างต่อไปนี้ แสดงถึงวิธีที่ครูสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่างๆและสังคมรอบตัวด้วยการให้นักเรียนทำโครงงานอาจให้ทำร่วมกันทั้งชั้น รายบุคคลหรือทำโดยกลุ่มย่อยดังนี้ 1) คณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เช่น การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม แรงดันอากาศ การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์ การโคจรของดาวอังคาร การกำหนดมาตราส่วนและการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล 2) คณิตศาสตร์กับสังคมศาสตร์ เช่น นาฬิกาน้ำและนาฬิกาทราย การสร้างพีระมิดในอียิปต์ การออกแบบพรม ถ้วยชามและตะกร้าที่ใช้หลักการสมมาตร และทรงลูกบาศก์ของชาวอินเดียแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐอเมริกา การแยกประเภทของอาชีพต่าง ๆ เป็นอาชีพที่มีเครื่องแบบและไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย ผู้ให้การบริการ คนงานโรงงาน ทหาร และปศุสัตว์ การเปรียบเทียบส่วนที่สูงที่สุดและส่วนที่ต่ำที่สุด เช่น จุดที่สูงที่สุดของพื้นโลกกับจุดที่ต่ำสุดของก้นทะเล 3) คณิตศาสตร์กับศิลปะ เช่น การวัดกระดาษเพื่อติดขอบผนัง การกำหนดมาตราส่วนฉากละครในชั้นเรียน การวัดและการเตรียมการสร้างฉาก การวาดภาพทิวทัศน์ต่าง ๆ 4) คณิตศาสตร์กับสุขศึกษา เช่น การวัดความสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปแบบกราฟ การหาปริมาณแครอลีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์ การวัดระดับคลอเลสเตอรอล 5) คณิตศาสตร์กับการอ่าน และศิลปะทางภาษา เช่น การหารูปแบบการแยกประเภทของคำ การวิจัยรากศัพท์ของภาษาคณิตศาสตร์ การวิจัยรากศัพท์ทางคณิตศาสตร์ 6) คณิตศาสตร์

กับการศึกษาทางกายภาพ เช่น การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การแสดงให้เห็นว่าโอลิมปิกยิ่งใหญ่ การจัดวางพื้นที่การเล่น การจับเวลาการแข่งขัน

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลายด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสารไม่ว่าจะเป็นด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศและข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปของบทความและภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือและสนามบิน ล้วนเป็นข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์ เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนทั้งสิ้น ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงาน ได้ทำให้นักเรียนเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตในปัจจุบัน ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นแต่ละวัน

ดังนั้นนักเรียนต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆกับคณิตศาสตร์เพื่อจะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด ครูประสบผลสำเร็จเมื่อทำหน้าที่ให้นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงมโนมติของเนื้อหาต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เช่น เศษส่วนกับทศนิยม เรื่องของเปอร์เซ็นต์ การบวกกับการลบ และการนำไปใช้เรขาคณิต นักเรียนต้องรู้จักการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้

3. องค์ประกอบของทักษะกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของความสามารถในการเชื่อมโยง ที่สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาได้จัดทำและพิมพ์เผยแพร่เอกสารมาตรฐานและการวัดผล (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2546, น. 13) โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้มีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนได้มีความรู้และเข้าใจคณิตศาสตร์ และเพื่อให้นักเรียนทุกคนได้มีความสามารถ ดังนี้ 1) ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยง และสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ 2) สามารถเข้าถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์โดยเชื่อมองค์ความรู้เดิมเพื่อให้ได้ความรู้ใหม่ 3) ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยพิจารณายุทธวิธีการต่าง ๆ ได้ 4) สามารถระลึกถึงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วและสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น ๆ

อัมพร ม้าคะนอง (2546, น. 101) กล่าวว่า องค์ประกอบของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหาหรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงทำได้หลากหลายแต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มี 3 ประการ ดังนี้ 1) การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับ

ชีวิตประจำวัน 2) การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ 3) การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์หรือสาขาอื่น ๆ

วราภรณ์ มีหนัก (2545, น. 59) ได้เสนอเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ช่วยในการพัฒนาทักษะกระบวนการการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้ 1) มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น 2) มีความรู้ในเรื่องเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี 3) มีทักษะในการมองเห็นเกี่ยวกับการเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะกระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง 4) มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง 5) มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบทดลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีส่วนเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอเพื่อให้นักเรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้ในเนื้อหาใหม่หรือนำความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นความเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

ตัวอย่างการเชื่อมโยงกำหนดสถานการณ์ปัญหา ดังนี้

1. บริษัทก่อสร้างดำรงต้องการเช่าที่ดินขนาด 2 ไร่ จำนวน 1 แปลง สำหรับเก็บวัสดุก่อสร้างในราคาประหยัด และมีผู้นำที่ดินมาเสนอให้เช่า 2 ราย ดังนี้ 1) นายบุญเสนอที่ดิน 2 ไร่ 1 งาน ติดราคาเช่าที่ดินทั้งแปลง เดือนละ 7,000 บาท 2) นางล้วน เสนอที่ดิน 5 ไร่ 3 งาน แบ่งที่ดินให้เช่า โดยคิดค่าเช่าตารางวาละ 100 บาทต่อปี

2. ถ้าผู้เรียนเป็นเจ้าของบริษัทก่อสร้างดำรง ผู้เรียนจะเช่าที่ดินของใครเพราะเหตุใด ต้องคำนึงถึงราคาที่ประหยัดใช้เหตุผลในการตัดสินใจ การนำเสนอเฉพาะคำตอบจากการคำนวณของผู้เรียนไม่ใช่สิ่งที่สำคัญที่สุด ผู้สอนต้องให้ความสำคัญต่อแนวคิดและเหตุผลของผู้เรียนแต่ละคนตอบด้วย

ตัวอย่างของคำตอบและเหตุผลของนักเรียนอาจเป็นดังนี้

1. ด.ช. ก่อ ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งมีค่าใช้จ่ายปีละ 84,000 บาท (7,000×12=84,000)และได้ที่ดินมากกว่าที่กำหนดไว้อีก 1 งาน

2. ด.ญ. นิตยา ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนางล้วน ซึ่งคิดค่าเช่า 2 ไร่ 80,000 บาท ต่อปี เป็นราคาที่ถูกกว่าเช่านายบุญ

3. ด.ญ.นุช ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ เมื่อคิดค่าเช่าเป็นตารางวาต่อปีแล้วจะจ่ายเพียงตารางวาละ 93 บาท ซึ่งถูกกว่าค่าที่ดินของนางล้วน

ครูอาจเปิดประเด็นให้นักเรียนอภิปรายต่อในเรื่องต่อไปนี้ได้อีก ในประเด็นที่ว่าในชีวิตจริงแล้วก่อนการตัดสินใจลงทุนทำกิจการใด ผู้ลงทุนจะไม่พิจารณาค่าเช่าเพียงอย่างเดียว ต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่น ๆ ด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเข้าออก ที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลจากบริษัทเพียงใด ประเด็นเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนได้ความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้น สามารถนำความรู้นี้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ เป็นการเสริมสร้างทักษะ กระบวนการ การให้เหตุผลความคิดสร้างสรรค์ ส่งเสริมคุณธรรม ค่านิยมในการสร้างการคิดอย่างถี่ถ้วนรอบคอบ กล้าแสดงความคิดเห็น และคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วย

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีพัฒนาการการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิด และแสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูแต่คำตอบที่ได้จากการคำนวณได้เท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

การจัดการพัฒนาทักษะกระบวนการเชื่อมโยงที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีพัฒนาการทักษะกระบวนการเชื่อมโยงในการเรียนรู้ มีครูผู้สอนสอดแทรกเนื้อหาความรู้ที่เกี่ยวเนื่องกับชีวิตประจำวันและนำสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่มาให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อยู่เสมอ และควรให้ความสำคัญกับกระบวนการคิดและเหตุผลของนักเรียน

4. ประโยชน์ของทักษะการเชื่อมโยง

Yelland (2010, p. 31) กล่าวถึงการเชื่อมโยงด้วยแนวคิดด้วยความคิดที่สูงขึ้นในการวัดความยาว เขาศึกษาการทดสอบยุทธวิธีของนักเรียนในการคำนวณความยาวระดับพื้นฐานที่สมบูรณ์เป็นข้อมูลที่ได้จากห้องเรียนระดับประถมศึกษาในออสเตรเลีย การค้นพบแสดงว่านักเรียนรักษาความสนใจและสามารถต่อสู้ในการคิดระดับสูงทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับการคิดรวบยอดของการวัดเมื่อกิจกรรมการคำนวณมีอยู่ในหลักสูตร ซึ่งอธิบายโดยการสืบสวนาการตรวจสอบอย่างคล่องแคล่วและการแก้ปัญหา

Mack (2004, p. 226) กล่าวถึงการเชื่อมโยงในการพัฒนาความคล่องแคล่วในการคำนวณด้วยเศษส่วนโดยให้นักเรียนเกรด 5-8 ดำเนินการด้วยขนาดของหน่วยที่เหมือนกัน ขณะที่สนับสนุนมองสิ่งที่เหมือนกัน นักเรียนสำรวจการบวกและการลบเศษส่วน วิธีการนี้อาจจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นการบวกและการลบเศษส่วนในวิธีเปลี่ยนหน่วยให้เป็นแบบเดียวกัน จึงเป็นการสนับสนุนนักเรียนให้เกิดการพัฒนาความคล่องแคล่วในการคำนวณด้วยเศษส่วน

กรมวิชาการ (2545, น. 203) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยง ดังนี้ มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง การตวง การวัด

จากแนวคิดที่กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่าทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ช่วยสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาภายในวิชาคณิตศาสตร์เองหรือสัมพันธ์กับวิชาอื่น ๆ รวมทั้งยังมีการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้เข้าใจมากยิ่งขึ้น และเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาตร์มากขึ้นด้วย ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงได้ทำการวัดพฤติกรรมบ่งชี้ทักษะความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ตามองค์ประกอบของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 1) สามารถอ้างอิงและประยุกต์ใช้ความรู้เนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้ 2) สามารถอ้างอิงและประยุกต์ใช้ความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในวิชาอื่นได้ 3) สามารถนำความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ทักษะที่ 5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นทักษะ/กระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน การฝึกฝนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีกระบวนการคิด จินตนาการในการประยุกต์ ที่จะนำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่ที่คนส่วนใหญ่คาดคิดไม่ถึงหรือมองข้ามตลอดจนส่งเสริมให้นักเรียนมีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ อยากรู้อยากเห็น อยากค้นคว้าและทดลองสิ่งใหม่ๆอยู่เสมอ

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐาน และวิจารณญาณในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือประดิษฐ์ใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีหลายระดับตั้งแต่ระดับพื้นฐานที่สูงกว่าความคิดพื้น ๆ เพียงเล็กน้อย ไปจนกระทั่งเป็นความคิดที่อยู่ในระดับสูงมาก บางครั้งมากจนไร้ขอบเขตจำกัด คนอื่นคิดไปไม่ถึง จนมองดูเหมือนว่าเป็นการเพ้อฝัน

1. ความหมายของความคิดสร้างสรรค์

ความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถของมนุษย์ที่สามารถคิดค้น และผลิตสิ่งแปลกใหม่ที่มีคุณค่า มีนักจิตวิทยา และนักการศึกษาหลายท่านได้มองเห็นคุณค่าของความคิดสร้างสรรค์และได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ไว้ในแง่มุมต่าง ๆ ดังนี้

ชาญณรงค์ พรรุ่งโรจน์ (2546, น. 7) กล่าวว่า ความคิดเชิงสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถของสมองที่คิดได้กว้างไกล หลายแง่มุม เรียกว่า ความคิดแบบอเนกนัย ซึ่งทำให้เกิดความคิดแปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิมเป็นความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ รวมตัวเกิดการเรียนรู้ เข้าใจจนเกิดปฏิกิริยาตอบสนองให้เกิดความคิดเชิงจินตนาการ ซึ่งเป็นลักษณะสำคัญของความคิดสร้างสรรค์อันจะนำไปสู่การประดิษฐ์ หรือคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ หรือเพื่อการแก้ไขปัญหา ซึ่งจะต้องอาศัยการบูรณาการจากประสบการณ์และความรู้ทั้งหมดที่ผ่านมา

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2545, น. 2) กล่าวว่า ความคิดเชิงสร้างสรรค์ หมายถึง การขยายขอบเขตความคิดออกไปจากกรอบความคิดเดิมที่มีอยู่สู่ความคิดใหม่ ๆ ที่ไม่เคยมีมาก่อนเพื่อค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดให้กับปัญหาที่เกิดขึ้น

อารี พันธ์มณี (2546, น. 2) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถของมนุษย์ที่จะนำไปสู่สิ่งใหม่ ๆ เกิดผลผลิตใหม่ ๆ ทางเทคโนโลยี รวมทั้งความสามารถในการประดิษฐ์คิดค้นสิ่งแปลกใหม่ แตกต่างจากสิ่งที่เคยปรากฏและยังประโยชน์มหาศาลต่อชาวโลก

Guilford (1967, p. 61) ได้ให้ความหมายของ ความคิดสร้างสรรค์ ว่าเป็นความสามารถทางสมองที่สามารถคิดได้หลายทิศทาง หรือ คิดแบบ อเนกมัย และความคิดสร้างสรรค์ นี้ประกอบด้วยความคล่องในการคิด ความคิดยืดหยุ่น และความคิดที่เป็นของตนเอง โดยเฉพาะคนที่มีลักษณะดังกล่าวต้องเป็นคนที่กล้าคิด ไม่กลัวถูกวิพากษ์วิจารณ์และมีอิสระในการคิดด้วย

McCandless (1973, p. 216) ได้อธิบายว่าความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง พฤติกรรมที่เป็นทั้งกระบวนการและผลผลิตในแง่ของกระบวนการสร้างสรรค์ สามารถพิจารณาในรูปของการคิดอย่างซับซ้อน ความสามารถที่จะเห็นความสัมพันธ์ใหม่ ๆ ระหว่างวัตถุหรือเหตุการณ์ การตั้งสมมติฐานและการทดสอบสมมติฐานและทักษะในการสื่อความหมายความคิดของตนต่อผู้อื่น และคำจำกัดความในแง่ของกระบวนการประกอบไปด้วยความคล่องในการโยงความสัมพันธ์และความเป็นเอกลักษณ์ หรืออาจจะพิจารณาการสร้างในรูปของผลิตผลที่แปลกใหม่หรือคิดริเริ่ม ซึ่งเป็นสิ่งที่ยอมรับว่ามีประโยชน์ มีความหมาย และมีคุณค่าทั้งต่อผู้สร้างและวัฒนธรรม

Torrance (1962, p. 16) ได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ ว่าเป็นความสามารถของบุคคลในการคิดสร้างสรรค์ หรือผลิตสื่อแปลกใหม่ที่ไม่มีใครทำมาก่อน สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้อาจเกิดจากการรวบรวมเอาความรู้ต่าง ๆ ที่ได้จากประสบการณ์แล้วเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่ สิ่งที่เกิดขึ้นไม่จำเป็นต้องเป็นสิ่งที่สมบูรณ์อย่างแท้จริง อาจออกมาในรูปของผลผลิตทางศิลปะ วรรณคดี วิทยาศาสตร์ หรืออาจเป็นเพียงกระบวนการเท่านั้น ซึ่งกระบวนการนั้นเป็น

กระบวนการของความรู้สึกไวต่อปัญหาหรือสิ่งบกพร่องขาดหายไป และรวบรวมความคิดหรือตั้งเป็นสมมติฐานทำการทดลองสมมติฐาน และเผยแพร่ผลที่ได้พบจากการทดลองสมมติฐาน

จากความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ (Creative Thinking) หมายถึง ความสามารถทางสมองในการแสดงความคิดหลายแง่มุมและหลายทิศได้กว้างไกล อันจะนำไปสู่การประดิษฐ์สิ่งแปลกๆใหม่ๆหรือคิดปรับปรุงดัดแปลงสิ่งของที่มีอยู่เดิมให้มีรูปแบบใหม่ไม่ซ้ำผู้อื่น ในการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาองค์ประกอบของความคิด 3 ลักษณะคือ ตามทฤษฎีของ Torrance ความคล่องแคล่วในการคิดทางคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นการคิดทางคณิตศาสตร์ และความคิดริเริ่มในกาคิดทางคณิตศาสตร์

2. ทฤษฎีของความคิดสร้างสรรค์

นักจิตวิทยาและนักการศึกษา ได้ศึกษาเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์หรือความคิดอเนกมัย ได้แสดงทัศนะเกี่ยวกับเรื่องนี้แตกต่างกันออกไปตามพื้นฐาน ประสบการณ์ และความเชื่อต่าง ๆ โดยสรุปออกมาเป็นทฤษฎีที่ใช้เป็นแนวทางการศึกษา ดังต่อไปนี้

ทฤษฎีความคิดสร้างสรรค์ของ Torrence (1962, p. 20) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์จะแสดงออกตลอดกระบวนการของความรู้สึก หรือการเห็นปัญหา การรวบรวมความคิดเพื่อตั้งเป็นสมมติฐาน การสอนและการดัดแปลงสมมติฐาน ตลอดจนวิธีการเผยแพร่ผลสรุปที่ได้รับ ทฤษฎีของทอร์แรนซ์นี้อาจขยายความได้ว่า ผู้ที่มี ความคิดสร้างสรรค์เมื่อเห็นและเข้าใจปัญหาจะรวบรวมประสบการณ์และข้อสนเทศต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อแสวงหาวิธีใหม่ในการเผชิญหรือแก้ปัญหา

Davis (อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2545) ได้รวบรวมแนวความคิดเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ของนักจิตวิทยาที่ได้กล่าวถึง ทฤษฎีความคิดสร้างสรรค์ โดยแบ่งออกเป็นกลุ่มใหญ่ๆได้ 4 กลุ่ม คือ 1) ทฤษฎีความคิดสร้างสรรค์เชิงจิตวิเคราะห์ นักจิตวิทยาเชิงจิตวิเคราะห์หลายคนเช่น ฟรอยด์และคริส ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการเกิดของความคิดสร้างสรรค์ว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นผลมาจากความขัดแย้งภายในจิตใต้สำนึกระหว่างแรงขับทางเพศ (Libido) กับความรู้สึกผิดชอบทางสังคม (Social Conscence) คูและไบรัค ซึ่งเป็นนักจิตวิเคราะห์แนวใหม่กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ นั้นเกิดขึ้นระหว่างการรับรู้สติกับจิตใต้สำนึก อยู่ในขอบเขตของจิตที่เรียกว่าจิตก่อนสำนึก 2) ทฤษฎีความคิดสร้างสรรค์เชิงพฤติกรรมนิยม นักจิตวิทยากลุ่มนี้มีแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องความคิดสร้างสรรค์ ว่าเป็นพฤติกรรมที่เกิดจากการเรียนรู้ โดยเน้นที่ความสำคัญของการเสริมแรง การตอบสนองที่ถูกต้องกับสิ่งเร้าหนึ่งไปยังสิ่งต่าง ๆ ทำให้เกิดความคิดใหม่หรือสิ่งใหม่เกิดขึ้น 3) ทฤษฎีความคิดสร้างสรรค์เชิงมนุษยนิยม นักจิตวิทยาในกลุ่มนี้มีแนวคิดว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่มนุษย์มีติดตัวมาแต่กำเนิด ผู้ที่สามารถนำความคิดสร้างสรรค์ออกมาใช้ได้คือผู้

ที่มีสัจการแห่งตน คือ รู้จักตนเอง พอใจตนเอง และใช้ตนเองเต็มตามศักยภาพของตน มนุษย์จะสามารถแสดง ความคิดสร้างสรรค์ของตนออกมาได้อย่างเต็มที่นั้น ขึ้นอยู่กับการสร้างสภาวะหรือบรรยากาศที่เอื้ออำนวย คือบรรยากาศในการสร้างสรรค์ที่ปลอดภัยในเชิงจิตวิทยา ความมั่นคงของจิตใจ ความปรารถณาที่จะเล่นกับความคิดและการเปิดกว้างที่จะรับประสบการณ์ใหม่

นักคณิตศาสตร์และนักจิตวิทยา มีความสนใจในการะบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ คือ Hadamard (1994) เป็นนักวิทยาศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ได้ทำการศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (The Mathematical Creativity) และอธิบายกระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎีจิตวิเคราะห์ (Psychoalysis) และทฤษฎีการสัมพันธ์เชื่อมโยง (The Association Theory) เข้าด้วยกัน ได้กล่าวว่า กระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มีอยู่ 4 ขั้นตอน คือ (นวลน้อย เจริญผล, 2542, น. 18) 1) ขั้นเตรียม (Preparation) เป็นขั้นตอนที่ได้รับปัญหาและบุคคลมีการกระทำต่อปัญหานั้นในระดับที่รู้ตัว(Conscious) อย่างเป็นระบบ (Systematic) โดยวิธีการเชิงตรรก (Logical Approach) ซึ่งความพยายามในระดับที่รู้ตัวนี้จะเป็นการกระตุ้นในแนวทางทั่ว ๆ ไปในการแก้ปัญหา ซึ่งแนวทางดังกล่าวจะเข้าสู่กระบวนการขั้นความคิดฟักตัว (Incubation) ต่อไป 2) ขั้นความคิดฟักตัว (Incubation) เป็นขั้นตอนที่มีกระบวนการคิดที่ไม่รู้ตัว (Unconscious Thinking Processes) ซึ่งเป็นขั้นตอนที่เกิดการรวมกันของความคิดต่าง ๆ แบบสุ่มและมีเพียงความคิดที่ดีเท่านั้นที่จะขึ้นสู่ระดับความมีสติรู้ตัว (Consciousness) 3) ขั้นรู้แจ้ง (Illumination) เป็นขั้นตอนที่เกิดจุดวิกฤติ (Critical Point) ซึ่งเกิดขึ้นในระดับรู้ตัว ตรวจสอบ เสนอผลงานและการนำไปใช้ 4) ขั้นตรวจสอบ เสนอผลงานและการนำไปใช้ เป็นขั้นตอนสุดท้ายของกระบวนการคิดสร้างสรรค์ซึ่งเกิดในระดับรู้ตัว

ในการตรวจสอบความชัดเจนและความถูกต้องนั้น วิธีการหนึ่งที่ทำได้ คือ การพูดสื่อสารซึ่งกระทำได้ 2 ลักษณะคือ การพูดสื่อสารกับตนเองและการพูดสื่อสารกับบุคคลอื่น

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ระดับพื้นฐาน เป็นความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่เกิดขึ้นกับผู้คนเกือบตลอดเวลาเมื่อต้องการแก้ปัญหาเฉพาะหน้าหรือแก้ปัญหาที่ใช้วิธีการไม่ยุ่งยาก เช่น การเดินป่าหรือการเดินทางไกลในสมัยก่อนที่ยังไม่มีความสะดวกในการเดินทาง การเตรียมข้าวปลาอาหารไม่อาจนำภาชนะถ้วยชามไปได้ ชาวบ้านจึงมีการหุงข้าวโดยใช้กระบอกไม้ไผ่แทนหม้อข้าว ซึ่งต่อมาได้พัฒนาเป็นข้าวหลามอย่างที่เราคุ้นเคยกัน สำหรับถ้วยชามใส่กับข้าวก็ใช้ใบไม้ตามธรรมชาติ เช่น ใบตอง ใบบัวห่ออาหาร เมื่อเรือหรือหลังคารั่ว ก็รู้จักนำชันมาผสมกับน้ำมันสนหรือน้ำมันมะกอกเป็นวัสดุอุดรอยรั่ว รู้จักดัดแปลงเครื่องยนต์ขนาดเล็กใส่เรือหางยาวแทน

เครื่องยนต์ติดท้ายที่นำเข้าจากต่างประเทศซึ่งมีราคาแพง หรือดัดแปลงสร้างรถอีแต๋นเป็นรถเอนกประสงค์ทางการเกษตร

สำหรับความคิดสร้างสรรค์ระดับพื้นฐานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เช่น ในสมัยโบราณชาวบ้านดัดแปลงทำทะนานจากกะลามะพร้าว เพื่อเป็นเครื่องมือในการตวง และใช้ศอกของตนเองเป็นเครื่องมือในการวัดความยาว

สำหรับความคิดสร้างสรรค์ระดับสูง เป็นความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่ส่งผลกระทบหรือก่อประโยชน์ที่กว้างขวางต่อมวลมนุษย์ เช่น การคิดสร้างเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หลอดไฟฟ้า และคอมพิวเตอร์ ในปัจจุบันก็มีการคิดสร้างเครื่องมือและอุปกรณ์ทางการแพทย์ที่ทันสมัย คิดหาเทคนิควิธีทางการแพทย์ใหม่ ๆ ที่สามารถรักษาโรคเฉพาะทางได้ง่ายและสะดวกขึ้น เช่น การผ่าตัดโดยใช้กล้องจุลทรรศน์ส่องตามสาย การใช้แสงเลเซอร์ในการผ่าตัดตา การผลิตวัสดุนาโนเพื่อใช้ในวงการแพทย์และอุตสาหกรรม

สำหรับความคิดสร้างสรรค์ระดับสูงในทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้จากผลงานของนักคณิตศาสตร์ที่เป็นผู้ให้กำเนิดวิชาการบางแขนงทางคณิตศาสตร์ เช่น วิชาแคลคูลัส ซึ่งเป็นวิชาหนึ่งที่มีประโยชน์อย่างมากในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ทฤษฎีกราฟที่มีประโยชน์ในการวางผังงานจัดระบบการขนส่งหรือลอจิสติกส์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 133)

Guilford (1967, p. 62) มีความเห็นว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นลักษณะความคิดอเนกนัย (Divergent Thinking) คือความคิดหลายทิศทาง หลายแง่ หลายมุม คิดไว้กว้างไกล ลักษณะความคิดอเนกมัยไปสู่การประดิษฐ์สิ่งแปลกใหม่ รวมถึงการคิดค้นพบวิธีการแก้ปัญหาได้สำเร็จ ลักษณะของความคิดอเนกมัย ประกอบด้วย 1) ความคิดริเริ่ม (Originality) เป็นลักษณะความคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีลักษณะแปลกใหม่ แตกต่างไปจากความคุ้นเคยหรือความคิดพื้น ๆ เป็นความคิดที่เกิดขึ้นครั้งแรกที่แตกต่างจากความคิดพื้น ๆ ที่มีอยู่เดิม และอาจไม่เคยมีใครนึกหรือคิดมาก่อน โดยอาจแสดงออกในลักษณะทางกระบวนการคิดหรือลักษณะทางผลผลิตซึ่งในบางครั้งความคิดริเริ่มอาจไม่ใช่สิ่งใหม่ซึ่งไม่เคยปรากฏมาก่อน แต่เป็นการประยุกต์ดัดแปลงให้ดีขึ้นให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งสิ่งประดิษฐ์ส่วนใหญ่ล้วนอาศัยแนวทางการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ผู้ที่มีความคิดริเริ่มจะต้องมีความกล้าคิดนอกรอบ กล้าลองเพื่อทดสอบความคิดของตน และบ่อยครั้งที่ต้องอาศัยความคิดจินตนาการในการประยุกต์ กล่าวคือ ต้องคิดสร้างและหาทางทำให้เกิดผลงานด้วย ดังเช่น นักคณิตศาสตร์ที่สร้างสรรค์ผลงานออกมาให้คนรุ่นต่อ ๆ มาได้ศึกษา เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ ๆ เช่น วิชาแคลคูลัส ทฤษฎีเกม และการวิจัยดำเนินการซึ่งเป็นวิทยาการที่มีประโยชน์ต่อมวลมนุษยชาติ ทำให้เกิดการพัฒนาและสร้างความเจริญให้แก่โลกสืบต่อ ๆ มา สำหรับความคิด

ริเริ่มที่ดี ความคิดจินตนาการและความพยายามที่จะสร้างผลงานควรเป็นสิ่งคู่กัน 2) ความคิดคล่องแคล่ว (Fleuney) หมายถึงความสามารถในการผลิตความคิดที่แตกต่างและหลากหลายภายใต้กรอบจำกัดของเวลา อันนำไปสู่ความคิดอย่างมีคุณภาพเพื่อการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ การคิดให้ได้คำตอบจำนวนมากที่แตกต่างกันหรือวิธีที่หลากหลายเป็นตัวบ่งบอกถึงความเข้าใจและความคล่องแคล่วของสมองของนักเรียนที่จะกลั่นเอาคำตอบของปัญหาออกมา ซึ่งกิลฟอร์ดเชื่อว่าผู้ที่มีความคิดคล่องมากจะมีโอกาสสร้างคำตอบที่แปลกและเฉียบคมได้มากกว่าผู้ที่มีความคิดคล่องน้อยกว่า 3) ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) เป็นความสามารถในการคิดปรับเปลี่ยนตามสถานการณ์ คิดนอกกรอบของความคิดที่ไม่อยู่ภายใต้กฎเกณฑ์หรือความคุ้นเคยเดิม ความยืดหยุ่นทำให้สามารถมองเห็นสิ่งต่าง ๆ ในแง่มุมใหม่ ๆ เป็นความคิดพื้นฐานที่จะนำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ ความคิดยืดหยุ่นเป็นตัวเสริมให้ความคิดคล่องมีความแปลกแตกต่างกันออกไปในความคิดคล่องที่มีการคิดให้ได้คำตอบจำนวนมากที่แตกต่างกัน ผู้ที่มีความคิดยืดหยุ่นยังต้องจัดหมวดหมู่ของคำตอบให้มีความแปลกแตกต่างกันออกไปและไม่มีการซ้ำซ้อนกัน จากนั้นจึงนำเอาความคิดที่ได้ทั้งหมดมาพิจารณาเปรียบเทียบกันว่า ความคิดใดจะเป็นความคิดที่ดีที่สุดและให้ประโยชน์คุ้มค่าโดยคำนึงถึงหลักเกณฑ์ในการพิจารณา เช่น ประโยชน์ที่ได้ เวลา การลงทุน ความยากง่าย ซึ่งกิลฟอร์ดเชื่อว่า ผู้ที่มีความคิดยืดหยุ่นสูงจะมีโอกาสสร้างสรรค์สิ่งใหม่ๆได้มากกว่าผู้ที่คิดซ้ำ ๆ อยู่ในแนวทางเดิมตลอดเวลา 4) ความละเอียดลออ (Elaboration) เป็นการคิดตกแต่งในรายละเอียดอย่างลุ่มลึกหลายแง่มุมของแต่ละคำตอบของปัญหา เพื่อขยายความคิดหลักให้ครบถ้วน สมบูรณ์ ซึ่งความคิดละเอียดลออขึ้นนี้จะสัมพันธ์กับความสามารถในการสังเกต ไม่ละเลยในรายละเอียดเล็กๆน้อยๆ

จากแนวคิดที่เกี่ยวข้องที่ได้กล่าวมา ผู้วิจัยจึงได้ทำการวัดกับทักษะความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ตามทฤษฎีของ Torrance คือ ความคล่องแคล่วในการคิดทางคณิตศาตร์ ความยืดหยุ่นการคิดทางคณิตศาตร์ และความคิดริเริ่มในกาคิดทางคณิตศาตร์โดยกำหนดพฤติกรรมบ่งชี้ได้แก่ 1) ใช้ความรู้หรือมโนทัศน์เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ และ 2) สร้างความสัมพันธ์กับรูปภาพที่กำหนดให้ได้

2.3 การสร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.3.1 วิธีการสร้างแบบวัด

การสร้างเครื่องมือจะต้องมีการวางแผนการสร้าง ดังนี้ (ฤตินันท์ สมุทร์ทัย, 2545, น. 100) 1) จุดมุ่งหมายของการวัด ก่อนที่จะสร้างเครื่องมือจะต้องรู้จุดมุ่งหมายของการวัดว่าวัดเพื่ออะไร เพราะถ้าจุดมุ่งหมายของการวัดต่างกัน แนวของเครื่องมือก็แตกต่างกันด้วย 2) การวิเคราะห์

หลักสูตร (Curriculum Analysis) ได้แก่การแยกแยะความมุ่งหมายและเนื้อหาวิชาในหลักสูตรว่ามีรายละเอียดปลีกย่อยอะไรบ้าง 3) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร การกำหนดสิ่งที่จะวัดในทางการศึกษา ก็คือ การกำหนดลักษณะพฤติกรรมนั่นเอง ซึ่งตัวลักษณะพฤติกรรมเหล่านี้กำหนดได้จากจุดมุ่งหมายของหลักสูตรโดยเฉพาะในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำเป็นต้องกำหนดลักษณะออกมาให้ได้ว่ามีพฤติกรรมลักษณะใดบ้าง วิธีที่จะกำหนดลักษณะสิ่งที่จะวัดจากจุดมุ่งหมายของหลักสูตรหรือรายวิชา จึงจำเป็นที่ต้องทำการวิเคราะห์หาลักษณะของสิ่งที่จะวัดออกมาให้ได้ ซึ่งต้องใช้วิธีการที่เรียกว่า การวิเคราะห์หลักสูตรหรือการวิเคราะห์รายวิชา 4) การสร้างเครื่องมือ หลังจากทำการสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรแล้วจะทำให้เราทราบว่า เราต้องสร้างเครื่องมือวัดพฤติกรรมในด้านใดบ้าง และแต่ละด้านจะวัดอะไร ซึ่งถ้าเป็นพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยเครื่องมือที่ใช้ส่วนใหญ่ก็คือ ข้อสอบอาจเป็นแบบปรนัยหรืออัตนัย โดยให้พิจารณาจากเนื้อหาและจุดประสงค์ ถ้าเป็นพฤติกรรมด้านจิตพิสัย การวัดอาจทำได้โดยการสังเกตหรือการให้รายงานตนเอง เครื่องมือที่ต้องสร้างก็คือ แบบสังเกต แบตรวจสอบรายการ หรือแบบสอบถาม และถ้าเป็นพฤติกรรมด้านทักษะพิสัย การวัดอาจทำได้โดยการให้ลงมือปฏิบัติงานหรือการสังเกตพฤติกรรมการทำงาน เครื่องมือที่เหมาะสมน่าจะเป็นแบบบันทึกการสังเกตแบบประเมินการปฏิบัติงาน ฯลฯ 5) การทดลองใช้ หลังจากสร้างเครื่องมือแล้วควรมีการนำไปทดลองใช้ก่อนใช้จริงเพื่อตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือนั้น ๆ ว่ามีคุณภาพตามที่ต้องการแล้วหรือไม่ 6) การวิเคราะห์หาคุณภาพ การวิเคราะห์หาคุณภาพเครื่องมือเป็นขั้นตอนต่อจากการทดลองใช้ คือการนำเอาผลการทดลองมาวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมือในด้านความเชื่อมั่น ความยากง่าย อำนาจจำแนก ฯลฯ 7) การนำไปใช้จริง จากการวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมือ อาจพบว่ายังมีคุณภาพไม่ตรงตามที่ต้องการ หากสามารถปรับปรุงได้ ควรทำการปรับปรุง และถ้ายังไม่แน่ใจว่าจะมีคุณภาพตามที่ต้องการหรือไม่ อาจต้องนำไปทดลองใช้อีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพจนได้คุณภาพที่ต้องการแล้วจึงจะนำไปใช้จริงในโอกาสต่อไป

ชวาล แพรัตกุล (2535, น. 123) ได้ชี้แนะว่าคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมี 10 ประการ ดังต่อไปนี้ 1) แบบทดสอบที่ดีต้องเที่ยงตรง 2) แบบทดสอบที่ดีต้องยุติธรรม 3) แบบทดสอบที่ดีต้องถามลึก 4) แบบทดสอบที่ดีต้องยั่วยุเป็นตัวอย่าง 5) แบบทดสอบที่ดีต้องจำเพาะเจาะจง 6) แบบทดสอบที่ดีต้องปรนัย 7) แบบทดสอบที่ดีต้องมีประสิทธิภาพ 8) แบบทดสอบที่ดีต้องมีความยากพอเหมาะ 9) แบบทดสอบที่ดีต้องมีอำนาจจำแนก 10) แบบทดสอบที่ดีต้องเชื่อมั่นได้

2.3.2 การสร้างข้อสอบแบบปรนัย

ข้อสอบแบบปรนัยที่นิยมใช้และรู้จักกันดีมี 4 ประเภท คือ (ภัทรา นิคมานนท์, 2536, น. 88) 1) แบบถูก-ผิด (True - False) ข้อสอบแบบถูก-ผิด ที่แท้ก็คือ ข้อสอบแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือก ผู้ตอบมีโอกาสเลือกตอบเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง อาจตอบว่า ใช่-ไม่ใช่, ถูก-ผิด, จริง-ไม่จริง เป็นต้น ตัวคำถามของข้อสอบประเภทนี้มักจะเขียนในรูปประโยคบอกเล่าธรรมดา หรืออาจเป็นรูปคำถามโดยมีข้อความถูกบ้างผิดบ้างคละเคล้ากันไป ซึ่งผู้ตอลบจะเลือกตัดสินใจว่าข้อความนั้นถูกหรือผิด จริงหรือเท็จ ใช่หรือไม่ใช่ 2) แบบเติมคำ (Completion) ข้อสอบแบบเติมคำเป็นข้อสอบประเภทให้ตอบสั้น ๆ มีขอบเขตในการตอบภาคคำถามอาจอยู่ในรูปคำถามหรือในรูปประโยคบอกเล่าที่เป็น ข้อความไม่สมบูรณ์ โดยเว้นช่องว่างสำหรับให้เติมคำ หรือข้อความ ให้ได้ความถูกต้องสมบูรณ์ 2.1) ข้อแนะนำในการสร้างข้อสอบแบบเติมคำ 2.2.1) เขียนคำสั่งให้ชัดเจนว่าต้องการให้นักเรียนตอบอย่างไร และตอบที่ไหน 2.2.2) คำถามหรือข้อความต้องชัดเจน รัดกุม ไม่มีลักษณะเป็นการแนะคำตอบและตอบได้หลายอย่าง 2.2.3) พยายามเขียนปัญหาหรือคำถามให้มีคำตอบเฉพาะเจาะจง ไม่กว้างเกินไป 2.2.4) ไม่ควรลอกข้อความจากหนังสือโดยเว้นข้อความบางตอนออก 2.2.5) ช่องว่างที่เว้นให้เติมควรเว้นให้มากพอสำหรับการตอบแต่ละข้อ 2.2.6) ช่องว่างที่เว้นให้เติมควรจะให้อยู่ตอนท้ายของประโยคหรือท้ายข้อความ 2.2.7) การใช้ข้อความเป็นประโยคคำถามจะช่วยให้คำถามมีความจำเพาะเจาะจง 2.2.8) แต่ละข้อไม่ควรให้ช่องสำหรับเติมหลายแห่ง 2.2.9) คำตอบที่ต้องการให้เติมควรเน้นสิ่งสำคัญและจำเป็นจริง ๆ 2.2.10) ในตัวปัญหาควรมีข้อมูลมากพอที่ผู้สอบจะหาคำตอบได้ 2.2) การตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบเติมคำ 2.2.1) ถ้าข้อสอบข้อใดมีคำตอบได้หลายอย่าง ครูควรให้คะแนนคำตอบที่ถูกต้องทุกคำตอบ 2.2.2) แต่ละช่องที่ให้เติมคำตอบควรมีคะแนนเท่ากัน 2.2.3) ไม่ควรหักคะแนนคำตอบที่ถูกแต่สะกดผิด 2.2.4) ข้อที่นักเรียนตอบผิด ควรเขียนคำตอบที่ถูกให้ก่อนจะคืนข้อสอบให้นักเรียน 2.2.5) เพื่อความสะดวกในการตอบอาจให้นักเรียนเขียนคำตอบในกระดาษคำตอบเวลาตรวจให้คะแนนก็เอาคำเฉลยมาวางเทียบจะทำให้ตรวจเร็วขึ้น 2.3) แบบจับคู่ (Matching) ข้อสอบแบบจับคู่เป็นข้อสอบปรนัยประเภทกำหนดคำหรือข้อความเป็น 2 คอลัมน์แล้วกำหนดให้ผู้เลือกตอบคำหรือข้อความหนึ่งไปใส่ในคำหรือข้อความอีกคอลัมน์หนึ่งที่มีความสัมพันธ์หรือสอดคล้องกัน ข้อสอบประเภทนี้คล้ายกับข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ตัวเลือกไม่แน่นอนตายตัวเพราะตัวเลือกจะลดลงเรื่อง ๆ เมื่อเลือกตอบไปแล้ว 2.4) แบบเลือกตอบ (Multiple Choices) ข้อสอบแบบเลือกตอบเป็นข้อสอบปรนัยที่นิยมใช้กันมากกว่าข้อสอบปรนัยแบบอื่น ข้อสอบประเภทนี้มีส่วนประกอบสำคัญอยู่ 2 ส่วน คือ ตอนนำหรือตัวคำถาม (Stem) และตัวเลือก (Choice หรือ Option) ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวถูก (Correct Choice) และตัวลวง (Decoys หรือ Distracters)

ข้อสอบแบบเลือกตอบที่ดีนั้น ตัวเลือกที่ดีนั้นจะมีน้ำหนักพอ ๆ กัน ถ้าไม่มีความรู้ในข้อนั้นจริงจะเห็นว่าถูกหมดทุกข้อ และในการสอบแต่ละครั้ง ตัวเลือกแต่ละตัวจะมีโอกาสถูกเลือกพอ ๆ กัน สำหนับข้อสอบแบบเลือกตอบที่มีลักษณะถูกหรือผิดอย่างเด่นชัดทำให้ข้อสอบขาดคุณค่าและขาดคุณลักษณะความเป็นปรนัยอันเป็นคุณสมบัติสำคัญของข้อสอบประเภทนี้ 1) หลักในการเขียนข้อสอบแบบเลือกตอบ 1.1) เขียนตัวคำถามหรือตอนนำให้อยู่ในรูปประโยคคำถามที่สมบูรณ์ 1.2) เน้นเรื่องที่ถามให้ชัดเจนและตรงจุด 1.3) ใช้ภาษาให้เหมาะกับระดับผู้สอบ 1.4) คำถามควรสั้นและชัดเจน 1.5) พยายามหลีกเลี่ยงการใช้คำถามปฏิเสธหรือปฏิเสธซ้อน 1.6) ใช้ตัวเลือกปลายเปิดให้เหมาะสม 1.7) ใช้คำถามให้คุ้มงานสอบ 1.8) ข้อเดียวต้องมีคำตอบเดียว 1.9) เขียนตัวถูก-ผิดให้ถูกหรือผิดตามหลักวิชา 1.10) เขียนตัวเลือกให้เป็นอิสระขาดจากกัน 1.11) เรียงลำดับตัวเลือกที่เป็นตัวเลข 1.12) พยายามใช้รูปภาพช่วย 1.13) หลีกเลี่ยงคำถามที่แนะคำตอบ 2) หลักเกณฑ์ในการเขียนตัวเลือก (วัญญา วิศาลาภรณ์, 2533, น. 131) 2.1) ตัวเลือกควรจะมีความเป็นเอกพันธ์หรืออยู่ในตระกูลเดียวกัน 2.2) ตัวเลือกทุกตัวควรจะมีทีท่าว่าจะถูก 2.3) ตัวเลือกควรจะมีความยาวใกล้เคียงกัน 2.4) ตัวเลือกควรจะเป็นคำที่สามารถต่อความกับตัวปัญหาได้อย่างสอดคล้องและถูกหลักภาษา 2.5) ตัวเลือกแต่ละตัวควรจะเป็นอิสระแก่กัน 2.6) ควรหลีกเลี่ยงคำที่ชี้แนะคำตอบ 2.7) ควรหลีกเลี่ยงตัวเลือกแบบปลายปิดปลายเปิด 2.8) ถ้าใช้ตัวเลือก “ ถูกทุกข้อ ” เป็นตัวคำตอบควรจะเขียนเป็นตัวเลือกตัวแรก 2.9) ควรจะเรียงลำดับตัวเลือกที่เป็นตัวเลข 2.10) ควรเลี่ยงการใช้ตัวซ้ำในตัวเลือก 2.11) ให้คำตอบถูกมีเพียงข้อเดียว 2.12) ให้ความถูกต้องเป็นสากล 2.13) ควรจะกระจายตำแหน่งของตัวถูกหรือคำตอบ 2.14) เขียนตัวเลือกด้วยภาษาที่เหมาะสมกับระดับนักเรียน 2.15) ควรจะมีตัวเลือก 4 หรือ 5 ตัวเลือก 3) การตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบเลือกตอบ 3.1) ทำเฉลยไว้ล่วงหน้า 3.2) ตรวจด้วยมือหรือตรวจได้ด้วยเครื่อง 3.3) ข้อสอบแต่ละข้อควรมีคะแนนเท่ากัน 3.4) ถ้าจะหักคะแนนข้อผิดควรจะบอกนักเรียนล่วงหน้าก่อนที่จะทำการสอบ

จากแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงได้ทำการสร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 ฉบับ ดังนี้ 1) แบบวัดทักษะด้านการแก้ปัญหา และทักษะด้านการให้เหตุผล มีลักษณะเป็นแบบเลือกตอบ ชนิด 3 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ 2) แบบวัดทักษะด้านการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ และทักษะด้านการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์อื่น ๆ มีลักษณะเป็นแบบเลือกตอบ ชนิด 3 ตัวเลือก จำนวน 4 ข้อ 3) แบบวัดทักษะความสามารถในด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีลักษณะเป็นแบบเติมคำ จำนวน 1 ข้อ

2.4 การหาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือคือ การหาข้อมูลเพื่อประกอบการตัดสินคุณภาพของเครื่องมือในด้านต่าง ๆ และเพื่อนำผลมาใช้ในการปรับปรุงแก้ไขให้เครื่องมือนั้น ๆ ให้มีคุณภาพที่ต้องการต่อไป (ฤตินันท์ สมุทร์ทัย, 2545, น. 169)

2.4.1 คุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีควรมีคุณลักษณะ ดังนี้

2.4.1.1 มีความเที่ยงตรง (Validity) ความเที่ยงตรงในการสร้างแบบทดสอบหมายถึง แบบทดสอบสามารถวัดในสิ่งที่ต้องการวัด โดยวัดได้อย่างครบถ้วนและถูกต้อง แบบวัดที่ดีควรมีความเที่ยงตรงสูง นั่นคือแบบทดสอบที่สามารถทำหน้าที่วัด สิ่งที่เราต้องการจะวัดได้อย่างถูกต้องตามความมุ่งหมาย คือคะแนนจากข้อสอบนั้น สามารถให้ความหมายแก่เราตรงตามที่ราปรารถนา ซึ่งความเที่ยงตรงสมารถแบ่งออกเป็น 4 ด้าน คือ

1) ความเที่ยงตรงด้านเนื้อหา (Content Validity) หมายถึง สามารถวัดเนื้อหาสาระที่ต้องการจะวัดได้ครบถ้วน ข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหา หมายถึงข้อสอบที่สามารถวัดเนื้อหาได้ครบถ้วนตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร หรือวัดได้ครบตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ นอกจากวัดเนื้อหาได้ครบแล้วยังวัดได้ตรงตามลักษณะธรรมชาติของเนื้อหาวิชานั้นด้วย

โดยการสร้างตารางกำหนดรายละเอียดแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา (ควรมีอย่างน้อย 3 คน) แต่ละคนที่ลงความเห็นพิจารณาลงความคิดเห็นว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการวัดหรือไม่ โดยกำหนดคะแนนความคิดเห็นไว้ ดังนี้

+1 เมื่อแน่ใจว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือขอบเขตนั้นชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหา

0 เมื่อไม่แน่ใจว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือขอบเขตนั้นชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหา

-1 เมื่อแน่ใจว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือขอบเขตนั้นไม่ชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหา

แล้วนำผลที่ได้มาหาคะแนนเฉลี่ยในแต่ละจุดประสงค์ หากค่าดัชนีที่คำนวณได้มากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ถือว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือขอบเขตเนื้อหาที่กำหนดไว้ชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหาดีแล้วแต่ถ้าค่าดัชนีที่คำนวณได้น้อยกว่า 0.5 แสดงว่าข้อสอบไม่วัดหรือไม่เป็นตัวแทนจุดประสงค์ต้องปรับปรุงใหม่

ความเที่ยงตรงชนิดนี้ใช้หลักสูตรภาคเนื้อหาวิชา เป็นเกณฑ์สำหรับตัดสินชี้ขาดซึ่งก็คือใช้เนื้อหาวิชาที่อยู่ทางซีกซ้ายของตารางวิเคราะห์หลักสูตร เป็นเกณฑ์นั้นเอง คือใช้เนื้อหาวิชาเป็นหลักสำหรับวินิจฉัยว่า ข้อสอบฉบับนี้ สามารถวัดความรู้ของเด็กในเรื่องนี้เวลานี้ ได้จริงหรือไม่ (ชวาล แพรัตกุล, 2535, น. 113)

2) ความเที่ยงตรงด้านโครงสร้าง (Construct Validity) หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบ ที่จะวัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ได้ตรงตามที่ระบุไว้ในหลักสูตร ในภาคความมุ่งหมายหรือไม่ นั่นคือ แบบทดสอบฉบับนั้น สามารถวัดพฤติกรรมต่าง ๆ ตามแนวตั้งของตารางวิเคราะห์หลักสูตร ได้ครบถ้วนปานใดนั่นเอง คะแนนที่เด็กได้จากแบบทดสอบฉบับนี้สามารถช่วยให้เราลงสรุปได้ไหมว่า ใครมีสมรรถภาพสมองด้านความจำ ความเข้าใจ ทัศนคติและอื่น ๆ ปานใด แบะมีสัดส่วนมากน้อยตรงตามความมุ่งหมายของวิชานั้น ๆ หรือไม่ (ชวาล แพรัตกุล, 2535, น. 113)

ความเที่ยงตรงด้านโครงสร้าง หมายถึง เครื่องมือนั้นสามารถวัดพฤติกรรมและสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ได้ตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ และเป็นไปตามหลักการของทฤษฎีนั้น ๆ การสร้างแบบทดสอบให้มีความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง ผู้สร้างจะต้องศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนวิชานั้นจากหลักสูตรก่อนว่ามีพฤติกรรมใดบ้างที่กำหนดไว้ในจุดมุ่งหมายนั้น ๆ แบบทดสอบต้องวัดจุดมุ่งหมายนั้น ๆ อย่างครบถ้วน มิใช่ถามแต่ความจำเป็นส่วนใหญ่

วิธีการคำนวณความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง มี 4 วิธี ดังนี้ 1) คำนวณจากค่าความสัมพันธ์ เป็นการคำนวณความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบที่ต้องการหาความเที่ยงตรงโดยเอาคะแนนที่ได้จากการทดสอบกับคะแนนที่ได้จากการทดสอบแบบทดสอบมาตรฐานที่วัดลักษณะเดียวกัน ไปคำนวณค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ นอกจากนี้ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างที่คำนวณจากค่าสหสัมพันธ์ยังหาโดยคำนวณค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ของแบบทดสอบแต่ละส่วน (Parts) หรือแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมรวมกับคะแนนรวมของแบบทดสอบ แล้วคำนวณค่าเฉลี่ยจากค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ ในแต่ละส่วนกับคะแนนรวมเป็นค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง 2) วิธีคำนวณจากกลุ่มที่รู้ชัดอยู่แล้ว (Known-Group Technique) เป็นวิธีที่เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยระหว่างกลุ่มที่รู้ว่ามีลักษณะที่ต้องการวัดกับกลุ่มที่รู้ว่ามีลักษณะที่ต้องการวัด เช่น ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ทำได้โดยนำแบบทดสอบคณิตศาสตร์ไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างที่เรียนวิชาเอกคณิตศาสตร์ (กลุ่มที่รู้ทางคณิตศาสตร์) กับกลุ่มที่เรียนวิชาเอกภาษาไทย(กลุ่มที่ไม่รู้หรือรู้น้อยทางคณิตศาสตร์) แล้วคำนวณคะแนนเฉลี่ยของทั้ง 2 กลุ่ม มาทดสอบนัยสำคัญทางสถิติ 3) คำนวณจากการวิเคราะห์องค์ประกอบ

(Factor Analysis) การวิเคราะห์องค์ประกอบเป็นการพิสูจน์ว่า ข้อสอบแต่ละข้อเมื่อสอบแล้วจะมีข้อมูลทางตัวเลขยืนยันได้ไหมว่า วัดคุณลักษณะเดียวกัน หรือวัดกี่ลักษณะ เป็นไปตามากรจัดคุณลักษณะเมื่อเขียนข้อสอบตั้งแต่แรกหรือไม่ นั่นก็คือเพื่อจะพิสูจน์โครงสร้างของข้อสอบว่าเป็นแบบใด เป็นไปตามโครงสร้างหรือทฤษฎีที่ตั้งไว้หรือไม่นั่นเอง(ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ, 2541, น. 325)

สำหรับการใช้วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบเพื่อหาค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง มีวิธีการดังนี้ (อุทุมพร จามรมาน, 2532, น. 31) 1) สร้างสมมติฐานเกี่ยวกับตัวแปรทางจิตวิทยาว่า น่าจะประกอบด้วยตัวประกอบใดบ้าง 2) สร้างข้อความที่วัดตัวประกอบดังกล่าว 3) ตรวจสอบความสอดคล้องและถูกต้องในเชิงวัดก่อนรวบรวมข้อมูล 4) รวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนของประชากร 5) ทำการวิเคราะห์ตัวประกอบ ว่าได้ตัวประกอบตามที่ตั้งสมมติฐานไว้หรือไม่ ถ้าใช่ก็แสดงว่ามีความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง

ขั้นตอนการวิเคราะห์ของเทคนิค (Factor Analysis) แบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้ (กัลยา วานิชย์บัญชา, 2550, น. 253) ขั้นที่ 1 การสร้างเมทริกซ์สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรทุกคู่ (Correlation Matrix) ในขั้นแรกนี้จะมีการพิจารณาความสัมพันธ์ของตัวแปรทุกคู่โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ 1) ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรคู่ใดมีค่าใกล้ +1 หรือ -1 แสดงว่าตัวแปรคู่นั้นมีความสัมพันธ์กันมากควรอยู่ใน Factor เดียวกัน 2) ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรคู่ใดมีค่าใกล้ศูนย์ แสดงว่าตัวแปรคู่นั้นไม่มีความสัมพันธ์กันหรือสัมพันธ์กันน้อยมากควรอยู่คนละ Factor 3) ถ้ามีตัวแปรที่ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ๆ หรือมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ๆ ที่เหลือน้อยมาก ควรตัดตัวแปรนั้นออกจากการวิเคราะห์ ขั้นที่ 2 การสกัดปัจจัย (Factor Extraction) วัตถุประสงค์ของการสกัดปัจจัย คือการหาจำนวน Factor ที่สามารถใช้แทนตัวแปรทั้งหมดทุกตัวได้วิธีการสกัดปัจจัยมีหลายวิธี ในที่นี้จะกล่าวถึงวิธี Principal Component Analysis : PCA ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมที่สุด Principal Component Analysis หรือในที่นี้เรียกย่อ ๆ ว่า PCA เป็นเทคนิคที่มีวัตถุประสงค์ที่จะนำรายละเอียดของตัวแปรที่มีจำนวนตัวแปรมาก ๆ มาไว้ในปัจจัยที่มีเพียงไม่กี่ปัจจัยโดยจะพิจารณาจากรายละเอียดทั้งหมดจากแต่ละตัวแปร

ในการวิเคราะห์ขั้นตอนที่ 2 นี้จะทำให้สามารถประมาณค่า Factor Loading ได้ แล้วใช้ Factor Loading ในการพิจารณาว่ามีตัวแปรใดบ้างที่ควรอยู่ใน Factor เดียวกัน ในแต่ละ Factor ให้พิจารณาว่าค่า Factor Loading ของแต่ละตัวแปร ถ้า Factor Loading ของตัวแปรใดมีค่ามาก (เข้าสู่ +1 หรือ -1) ควรจัดตัวแปรนั้นอยู่ใน Factor ดังกล่าว

ขั้นที่ 3 การหมุนแกนปัจจัย (Factor Rotation) กรณีที่ Factor Loading มีค่ากลางต่าง ๆ ทำให้ไม่สามารถจัดตัวแปรว่าควรอยู่ใน Factor ใดได้นั้น จะต้องทำการหมุนแกน ดังนั้นวัตถุประสงค์ของการหมุนแกนปัจจัย คือ เพื่อทำให้ค่า Factor Loading ของตัวแปรมีค่ามากขึ้นหรือลดลงจนกระทั่งทำให้ทราบว่า ตัวแปรนั้น ควรอยู่ใน Factor ใด หรือไม่ควรอยู่ใน Factor ใดวิธีการหมุนแกนปัจจัย มี 2 วิธี คือ 1) Orthogonal Rotation เป็นการหมุนแกนปัจจัยไปแล้วยังคงทำให้ Factor ตั้งฉากกัน หรือเป็นอิสระจากกัน แต่ทำให้ค่า Factor Loading เพิ่มขึ้นหรือลดลง มี 3 วิธี 1.1) Quartimax หมุนแกนโดยเน้นการเปลี่ยนแถวให้ง่ายขึ้น โดยจะพยายามทำให้มีจำนวนปัจจัยน้อยที่สุด ในการอธิบายตัวแปรแต่ละตัว 1.2) Quartimax หมุนแกนโดยเน้นการเปลี่ยนคอลัมน์ให้ง่ายขึ้น คือเกิดการแปรผันของคอลัมน์ใน Factor Pattern Matrix เป็นเทคนิคที่ทำให้มีจำนวนตัวแปรที่น้อยที่สุด มีค่า Factor loading มากในแต่ละปัจจัย จึงเป็นที่นิยมใช้มากที่สุด 1.3) Equamax ใช้วิธีการประนีประนอมระหว่าง Quartimax กับ Quartimax 2) Oblique Rotation เป็นการหมุนแกนปัจจัยไปในลักษณะที่ Factor ไม่ตั้งฉากกันหรือ Factor ไม่เป็นอิสระกัน มี 2 วิธี คือ 2.1) Oblimin หมุนแกนโดยยึด Reference Axes 2.1.1) Quatimin = 0 Most Oblique 2.1.2) Biquartimin r = 0.5 Least Oblique 2.1.3) Covarimin r = 1 Least Oblique 3) Oblimax หมุนแกนโดยไม่ใช้ Reference Axes แต่ใช้ Pattern Matrix หมุนแกนเช่นเดียวกับ Equamax Orthogonal

ขั้นที่ 4 การคำนวณค่า (Factor Score) เมื่อสามารถจัดตัวแปรที่มีอยู่จำนวนมากเหลือเป็นกลุ่มตัวแปรไม่กี่กลุ่ม สามารถคำนวณหาค่า Factor Score ของแต่ละ Case ได้ เงื่อนไขของเทคนิค Factor Analysis 1) Factor (F) and Error (e) จะต้องเป็นอิสระจากกัน 2) ตัวแปรควรเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ และกรณีที่มีตัวแปรเชิงกลุ่มผสมอยู่ด้วยจะต้องเปลี่ยนตัวแปรเชิงกลุ่มให้อยู่ในรูปตัวแปรเทียม (Dummy Analysis) 3) ความสัมพันธ์ระหว่าง Factor และตัวแปรอยู่ในรูปเชิงเส้น (Lincar) เท่านั้น 4) สำหรับเทคนิค Principal Component Analysis ตัวแปรแต่ละตัว หรือข้อมูลไม่จำเป็นต้องมีการแจกแจงแบบปกติ แต่ถ้าตัวแปรบางตัวมีการแจกแจงค่อนข้างมาก และมีค่าผิดปกติ (Outlier) ผลลัพธ์ที่ได้อาจจะไม่ถูกต้อง 5) จำนวนข้อมูล (Case) ควรมากกว่าจำนวนตัวแปรอย่างน้อย 10 เท่าระดับตัดสินที่นิยมใช้กันมากสำหรับตัวถ่วงตัวประกอบ คือ .30 นั่นคือ ไม่มีตัวแปรใดกับตัวถ่วงประกอบที่มีค่าต่ำกว่า .30 (อุมาพร ทองอุไทย, 2532, น. 309)

3) วิธีคำนวณจากการวิเคราะห์หลายลักษณะวิธี (Multitrait-Multimethod Analysis) เป็นการหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบที่ประกอบด้วยลักษณะที่วัด มีสองลักษณะหรือมากกว่าสองลักษณะ คือ ความเที่ยงตรงเชิงเหมือน และความเที่ยงตรงเชิงจำแนก 4) ความเที่ยงตรงเชิงสภาพ (Concurrent Validity) หมายถึง ลักษณะของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามสภาพความเป็นจริงของผู้ที่ถูกวัดในขณะนั้น เช่น คนที่สามารถทำโจทย์เลขบวก ลบมาตรา

เงินในห้องเรียนได้ดี จะสามารถคิดเงินทอนในการซื้อขายที่ตลาดได้เช่นกัน ความเที่ยงตรงตามสภาพนี้เราไม่สามารถวัดได้จริง ๆ โดยใช้แบบทดสอบ แต่เราต้องเอาคะแนนของเด็กไปเปรียบเทียบกับสภาพจริงของเด็กดูว่าสอดคล้องกันหรือไม่ ความเที่ยงตรงชนิดนี้ไม่เหมือนกับ 2 อย่างแรก ความเที่ยงตรงตามเนื้อหาและตามโครงสร้างนั้น เราสามารถสร้างเป็นข้อคำถามสอบวัดได้โดยตรง ส่วนความเที่ยงตรงเชิงสภาพเราไม่สามารถวัดได้จริง ๆ ในแบบทดสอบเลย วิธีหาความเที่ยวตรงชนิดนี้ ก็โดยตรวจดูว่าแบบทดสอบนั้น สามารถให้คะแนนเด็กกระจายออกเป็นระยะกว้างหรือไม่ และคะแนนเหล่านั้นต่างก็สอดคล้องกับความเก่ง-อ่อน หรือกับความฉลาด-โง่ของเด็ก ตามสภาพข้อเท็จจริงและประจักษ์พยาน เท่าที่ปรากฏในปัจจุบันหรือเปล่า ถ้าคะแนนชุดใดกระจายไม่เกาะกันเป็นกระจุกที่ปลายใดปลายหนึ่งแล้ว ก็จัดว่าแบบทดสอบนั้นมีความเที่ยงตรงตามสภาพได้ คือเป็นแบบทดสอบที่สามารถจำแนกเด็กออกเป็นประเภท ๆ ได้ถูกต้อง ตรงตามสภาพความจริงของเขานั่นเอง วิธีหาความเที่ยงตรงนี้อีกแบบหนึ่งก็โดยเอาคะแนนสอบของเด็กแต่ละคนมาเรียงกันตามลำดับให้ลดหลั่นกัน จากสูงลงไปหาต่ำ แล้วนำอันดับนั้นไปเทียบกับอันดับความสามารถของเขาตามที่เราสังเกตเห็นจากที่สอนในชั้น ว่าอันดับทั้งสองชนิดนี้ สอดคล้องต้องกันมากน้อยปานใด ก็ตีราคาความเที่ยวตรง ไปตามนั้น ๆ ก็ได้ เราใช้สภาพความจริงตามที่เราสังเกตเห็นในปัจจุบันเป็นตัวเกณฑ์ 4) ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity) หมายถึง เครื่องมือที่สามารถให้ข้อมูลได้สอดคล้องกับผลการเรียนในภายหน้า วิธีหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบชนิดนี้ทำได้โดยนำคะแนนสอบที่ได้ไปหาความสัมพันธ์กับคะแนนที่ได้ในอนาคตว่ามีความสอดคล้องตรงกันน่าเชื่อถือได้หรือไม่เพียงใด ความเที่ยงตรงชนิดนี้คล้ายกับความเที่ยงตรงตามสภาพ ต่างกันที่กาลเวลาเท่านั้น ถ้าแบบทดสอบใดสามารถให้คะแนนสอดคล้องกับข้อเท็จจริงในปัจจุบัน ก็นับว่ามีความเที่ยวตรงตามสภาพ ถ้าสอดคล้องกับผลการเรียนในภายภาคหน้าหรือกับความสำเร็จในอนาคตของเด็ก ก็เป็นความเที่ยงตรงตามพยากรณ์ ถ้ามีความเที่ยวตรงตามพยากรณ์แล้ว ก็ต้องมีตามสภาพแน่ แต่แบบทดสอบที่มีความเที่ยงตรงตามสภาพแล้ว ไม่แน่ว่าจะต้องมีตามพยากรณ์ด้วยเสมอไป วิธีหาความเที่ยงตรงชนิดนี้ โดยเทียบหาความสัมพันธ์สอดคล้องระหว่างคะแนนของแบบทดสอบนั้นกับผลสัมฤทธิ์ข้างหน้า โดยยกให้ผลสัมฤทธิ์ในอนาคตเป็นตัวเกณฑ์ การวัดผลโดยใช้ข้อสอบลักษณะความเที่ยงตรงตามเนื้อหา และความเที่ยงตรงตามโครงสร้างมีความสำคัญมาก เพราะทำให้ผลสัมฤทธิ์ในอนาคตเป็นตัวเกณฑ์

2.4.1.2 มีความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ระดับความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบในทุกครั้ง หรืออีกความหมายหนึ่ง หมายถึง ความคงที่ภายในของคะแนนที่ได้จากการวัดครั้งเดียวกันด้วยแบบทดสอบฉบับเดียว ผลที่ได้คงที่แน่นอน ข้อสอบนั้นสามารถให้คะแนนคงที่ แน่นอน ไม่แปรผัน นั่นคือจะใช้วัดผลกี่ครั้งก็ได้ผลเหมือนเดิมไม่เปลี่ยนแปลงมีความ

ถูกต้องและเชื่อถือได้ โดยปกติค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่คำนวณได้จะนำมาเทียบกับเกณฑ์ดังนี้

ค่าความเชื่อมั่นระหว่าง	.00-.40	ถือว่ามีความเชื่อมั่นต่ำ
ค่าความเชื่อมั่นระหว่าง	.41-.70	ถือว่ามีความเชื่อมั่นปานกลาง
ค่าความเชื่อมั่นระหว่าง	.71-.90	ถือว่ามีความเชื่อมั่นสูง
ค่าความเชื่อมั่นระหว่าง	.91-1.00	ถือว่ามีความเชื่อมั่นสูงมาก

การหาค่าความเชื่อมั่นสามารถหาได้หลายวิธี ซึ่งในแต่ละวิธีจะเหมาะสมกับชนิดของเครื่องมือแตกต่างกันออกไป วิธีหาค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบทำได้หลายวิธีดังนี้ (ภัทรา นิคมานนท์, 2543, น. 54) 1) การสอบซ้ำ (Test-Retest) เป็นการนำข้อสอบชุดเดียวกันไปสอบเด็กกลุ่มเดียวกัน 2 ครั้งในเวลาห่างกันพอสมควร แล้วนำคะแนนทั้ง 2 ชุดนั้นมาหาความสัมพันธ์กัน ค่าที่ได้คือความเชื่อมั่นของข้อสอบ วิธีการเช่นนี้เรียกว่า “ Measure of Stability” 2) ใช้ข้อสอบคู่ขนาน (Parallel Tests หรือ Equivalence Tests) ข้อสอบคู่ขนานหมายถึงข้อสอบ 2 ชุด ที่มีลักษณะและคุณภาพใกล้เคียงกันมากที่สุด ทั้งด้านเนื้อหา ความยากง่าย อำนาจจำแนก ลักษณะคำถาม และจำนวนข้อคำถาม จนอาจกล่าวได้ว่าเป็นข้อสอบฉบับเดียวกันสามารถใช้แทนกันได้ การหาความเชื่อมั่นของข้อสอบทำได้โดย นำข้อสอบคู่ขนานไปทดสอบนักเรียนกลุ่มเดียวกันทั้ง 2 ฉบับ ในเวลาเดียวกัน แล้วนำคะแนนจากการทำข้อสอบ 2 ชุดนี้มาหาความสัมพันธ์กันก็จะได้ค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบทั้ง 2 ฉบับ วิธีการนี้เรียกว่า “ Measure of Equivalence Test” 3) วิธีแบ่งครึ่งข้อสอบ (Split-Half) วิธีการแบ่งครึ่งข้อสอบเป็นการแก้ปัญหาความยากในการสร้างข้อสอบคู่ขนานโดยการใช้ข้อสอบฉบับเดียวสอบเด็กกลุ่มเดียวเพียงครั้งเดียวแต่ได้คะแนน 2 ชุด เช่นเดียวกับการสอบซ้ำหรือการใช้ข้อสอบคู่ขนาน วิธีที่จะให้ได้คะแนน 2 ชุด จากการสอบครั้งเดียวนั้นทำได้โดยการตรวจข้อสอบ 2 ครั้ง ๆ ละครึ่งฉบับ การแบ่งตรวจข้อสอบครั้งละครึ่งฉบับอาจแบ่งเป็นข้อคี่กับข้อคู่ หรือครึ่งแรกกับครึ่งหลัง หรือวิธีอื่นใดก็ได้ที่อาจทำให้ข้อสอบที่แบ่งออกเป็น 2 ตอนนั้นมีลักษณะคล้ายข้อสอบคู่ขนาน 2 ฉบับ แต่โดยทั่วไปนิยมแบ่งเป็นข้อคี่และข้อคู่มากกว่า 4) วิธี Kuder-Richardson Method การหาความเชื่อมั่นของข้อสอบโดยวิธีนี้เป็นวิธีที่เรียกว่า “ Internal-Consistency” อีกวิธีหนึ่งเป็นการหาความคงที่ภายในของข้อสอบฉบับหนึ่งๆสูตรที่ใช้ในการคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นมี 2 สูตรคือ KR-20 และ KR-21 5) ใช้สูตร The Coefficent of Alpha (a) ได้จากการปรับปรุงสูตร KR-20 ให้ใช้ได้ทั้งข้อสอบประเภทถูกให้ 1 คะแนน ทำผิดให้ 0 คะแนน หรือเครื่องมือชนิดอื่นอาจจะเป็นข้อสอบอัตนัยหรือเครื่องมือวัดทัศนคติที่มีคะแนนเต็มแต่ละข้อไม่เท่ากัน แต่ต้องเป็นการวัดที่เป็นข้อมูลต่อเนื่อง (ต่าย เซี่ยงฉี, 2546, น. 68)

2.4.1.3 มีความเป็นปรนัย (Objecticity) หมายถึง ความชัดเจน ความถูกต้องและการเข้าใจตรงกัน คุณสมบัติการเป็นปรนัยของแบบทดสอบที่สำคัญ ได้แก่ คุณสมบัติ 3 ประการ ดังนี้ 3.1) ชัดแจ้งในความหมายของคำถาม ข้อสอบที่มีความเป็นปรนัยทุกคนที่อ่านข้อสอบไม่ว่าจะเป็นผู้สอบหรือผู้ตรวจข้อสอบย่อมจะเข้าใจตรงกัน ไม่ตีความไปกันคนละแง่แตกต่างกัน ภาษาที่ใช้จะต้องชัดเจน นักเรียนที่สอบทุกคนต้องอ่านเข้าใจความหมายได้แจ่มแจ้งชัดเจนถูกต้องตรงกันและตรงตามวัตถุประสงค์ของคำถามที่ต้องการ (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2551, น. 48) 2) ตรวจให้คะแนนได้ตรงกันหรือมาตรฐานการให้คะแนนในที่นี้ หมายถึง การเฉลยข้อสอบ ข้อสอบที่มีความเป็นประนัยไม่ว่าจะเป็นผู้ออกข้อสอบหรือใครก็ตามสามารถตรวจให้คะแนนได้ตรงกัน หรือเฉลยตรงกัน ข้อสอบที่ผู้ตรวจเฉลยไม่ตรงกัน แสดงให้เห็นถึงความไม่ชัดเจนในคำถามหรือคำตอบ ต้องมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแน่นอนไม่ขึ้นอยู่กับอารมณ์ของผู้ตรวจ จะให้ใครตรวจ จะตรวจเวลาใดก็ตามจะได้คะแนนเท่ากันเสมอ (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2551, น. 48) 3) แปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน โดยทั่วไปข้อสอบปรนัยนั้นผู้ตอบถูกจะได้ 1 คะแนน ตอบผิด จะได้ 0 คะแนน จำนวนคะแนนที่ได้จะแทนจำนวนข้อที่ถูกทำให้สามารถแปลความหมายได้ชัดเจนว่าใครเก่งอ่อนอย่างไร ตอบถูกมากน้อยต่างกันเพียงไร

การที่จะสรุปว่าข้อสอบชนิดใดฉบับใดจะเป็นปรนัยหรือไม่ เป็นจะต้องใช้การพิสูจน์หรือการทดลองตรวจสอบให้เห็นจริงก่อนเสมอ มิใช่ใช้ลมปากหรือนั่งนึกนอนนึกลงข้อยุติเอาเองและก็จะต้องมิใช่โดยการอ้างอิงว่าเป็นปรนัยเพราะหลักการนั้น เกณฑ์นี้หรือเพราะตามระเบียบนั้น ตำราโน้นด้วย จึงจะน่าเลื่อมใส (ชวาล แพรัตกุล, 2535, น. 119)

2.4.1.4 มีความยากง่าย (Difficulty) หมายถึง อัตราส่วนของจำนวนคนทั้งหมดที่ตอบแบบทดสอบแต่ละข้อได้ถูกต้อง คำนวณได้จากจำนวนผู้ที่ตอบข้อสอบนั้นถูกหารด้วยจำนวนผู้ที่ตอบข้อนั้นทั้งหมด ดังนั้น ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบจึงมีค่ามากที่สุดเท่ากับ 1 และน้อยที่สุดเท่ากับ 0 ถ้าทีค่า 0 แสดงว่าไม่มีนักเรียนตอบข้อสอบข้อนั้นถูกเลย หมายความว่า ข้อนั้นยากมากที่สุด ถ้าทีค่า 1 แสดงว่านักเรียนทำข้อนั้นถูกหมดทุกคน หมายความว่าข้อนั้นง่ายมากที่สุด ฉะนั้นข้อใดมีค่าความยากง่ายยิ่งน้อยหรือยิ่งใกล้ 0 ข้อนั้นก็ยิ่งยากมาก ถ้าค่าความยากง่ายยิ่งมากหรือยิ่งใกล้ 1 ข้อนั้นก็ยิ่งง่ายมาก (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2551, น. 139) เกณฑ์พิจารณาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ และระดับความยากง่ายของแบบทดสอบสามารถแบ่งได้ดังนี้

ข้อสอบที่มีความยากง่ายตั้งแต่ .00 -.19 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับยากมาก

ข้อสอบที่มีความยากง่ายตั้งแต่ .20-.40 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับค่อนข้างยาก

ข้อสอบที่มีความยากง่ายตั้งแต่ .41-.60 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับปานกลาง

ข้อสอบที่มีความยากง่ายตั้งแต่ .61-.80 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับค่อนข้างง่าย

ข้อสอบที่มีความยากง่ายตั้งแต่ .81-1.00 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับง่ายมาก

ข้อสอบที่ดีควรมีค่าความยากง่ายอยู่ในช่วงที่เหมาะสมคือ มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง .20-.80 ข้อสอบที่ใช้ในการสอบคัดเลือกนิยมใช้ข้อสอบที่ค่อนไปทางยาก คือ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .05-.50 (ต่าย เซี่ยงฉีและดรุณ หาญตระกูล, 2542, น. 24)

คะแนนที่เด็กสอบได้นั้นขึ้นอยู่กับความยากง่ายของข้อสอบเป็นประการสำคัญ มิได้ขึ้นอยู่กับข้อคำถามมากน้อยหรือขึ้นอยู่กับจำนวนเวลาที่ให้ทำมากนัก หากข้อสอบยากแล้วถึงจะให้มีมากข้อและให้ทำทั้งวัน เด็ก ๆ ก็ยังคงได้คะแนนต่ำอยู่นั่นเอง ข้อสอบที่ดีเป็นอุดมคติจะต้องให้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับหรือสูงกว่า 50 % ของคะแนนเต็มเล็กน้อย

ข้อสอบดีต้องการที่มีเด็กตอบถูกบ้างผิดบ้าง ฉะนั้นข้อที่ยากที่สุดและง่ายสุดจึงไม่มีประโยชน์เพราะเด็กพร้อมกันทำผิดหมดหรือถูกหมดทั้งชั้น กลายเป็นทุกคนไม่ได้คะแนนหรือทุกคนได้คะแนนขึ้นลงพร้อม ๆ กันหมดไม่รู้ว่าใครเก่งกว่ากันแน่ (ชวาล แพรัตกุล, 2535, น. 121)

2.4.1.5 มีอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นความสามารถของข้อสอบ หรือแบบทดสอบที่แยกแยะนักเรียนออกเป็นกลุ่ม เป็นประเภทได้อย่างชัดเจน ถ้วนถี่และครบถ้วนตั้งแต่อ่อนสุดจนถึงเก่งสุด แม้จะโง่ ฉลาด เก่งกว่ากันอยู่นิดหนึ่ง ก็สามารถชี้บอกได้ เช่น แยกนักเรียนเก่งกับนักเรียนไม่เก่งออกจากกันได้ ข้อสอบที่นักเรียนเก่งส่วนมากตอบถูก และนักเรียนอ่อนส่วนมากตอบผิดข้อสอบข้อนั้นแสดงว่ามีอำนาจจำแนก ข้อสอบใดนักเรียนเก่งกับนักเรียนอ่อนส่วนมากตอบถูกพอ ๆ กันแสดงว่าไม่มีอำนาจจำแนก แยกนักเรียนเก่งกับนักเรียนอ่อนออกจากกันไม่ได้ เพราะนักเรียนเก่งหรืออ่อนตอบถูกได้พอกัน (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2551, น. 47) ค่าอำนาจจำแนกจะมีความหมายในรูปสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง-1 ถึง +1 ถ้าแบบทดสอบข้อนั้นมีค่าอำนาจจำแนกเข้าใกล้ +1 ก็แสดงว่าแบบทดสอบนั้นสามารถจำแนกคนเก่งและคนอ่อนได้ถูกต้องมาก แต่ถ้าข้อใดมีค่าอำนาจจำแนกเป็นลบ หรือเข้าใกล้ 0 หมายความว่านักเรียนเก่งกับนักเรียนไม่เก่งตอบถูกเท่ากัน แสดงว่าข้อนั้นไม่มีอำนาจจำแนกคนเก่งก็ทำถูกคนไม่เก่งก็ทำถูก หรือคนเก่งก็ทำผิดคนไม่เก่งก็ทำผิด ข้อสอบข้อนั้นไม่สามารถแยกนักเรียนเก่งกับนักเรียนไม่เก่งออกจากกันได้ ถ้ามีค่าตัวเลขติดลบมากก็ยิ่งแยกคนไม่เก่งกับคนเก่งออกจากกันได้

มาก นั่นคือคนเก่งจะทำข้อนั้นผิดส่วนคนไม่เก่งจะทำข้อนั้นถูก (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2551, น. 140) แสดงว่าแบบทดสอบข้อนั้นจำแนกคนเก่งออกจากคนอ่อนไม่ได้ดี ข้อสอบที่ดีนั้นจะต้องเป็นข้อสอบที่แยกคนเก่งกับคนไม่เก่งออกจากกันได้ในลักษณะที่คนเก่งตอบถูกมากกว่าคนไม่เก่ง และยิ่งมีจำนวนคนที่ตอบถูกมากกว่ากันเท่าใดก็ยิ่งดี นั่นหมายถึงว่าแบบทดสอบที่ดีควรมีค่าอำนาจจำแนกมากกว่า หรือเท่ากับ .20 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, น. 185)

ค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่า .20 คือมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในระดับต่ำ

ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ถึง .40 คือมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในระดับปานกลาง

ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .40 ถึง 1.00 คือมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในระดับสูง

อำนาจจำแนก ก็คือความเที่ยงตรงตามสภาพนั่นเอง ข้อสอบที่ดีจะต้องให้คะแนนกระจายกว้าง ตั้งแต่จำนวนเต็มจนถึงใกล้ศูนย์ และมีค่าเฉลี่ยอยู่ตรง 50 % ด้วย นั่นคือสามารถวัดเด็กได้ทุก ๆ ระดับความสามารถ อย่างละเอียดลออและอย่างครบถ้วน

2.4.1.6 มีความหมายในการทดสอบ (Meaningfulness) แบบทดสอบที่ดีนั้นผลของการวัดที่ได้จะต้องมีความหมายตรงกับความเป็นจริงและตรงกับที่ต้องการวัด เช่น คนเก่งควรตอบถูกและคนอ่อนควรตอบผิด โดยคำตอบที่ได้ควรมีความหมายแน่นอน (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2551, น. 48)

2.4.1.7 มีความสามารถนำไปใช้ได้ (Usability) แบบทดสอบที่ดีต้องสามารถนำไปใช้ได้ในสถานการณ์ที่ต้องการได้เป็นอย่างดี ดังนี้ (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2551, น. 49) 1) สามารถดำเนินการสอบได้ง่าย (Easy of Administration) คือสามารถนำไปใช้ได้ง่าย สะดวกไม่ยุ่งยากซับซ้อน ไม่ก่อให้เกิดปัญหาที่จะทำให้ไม่เข้าใจกระบวนการสอบทั้งผู้ดำเนินการสอบและนักเรียนที่สอบ 2) สามารถใช้เวลาสอบพอดี (Time Required of Administration) คือให้เวลาไม่สั้นหรือไม่ยาวนานเกินไป ถ้าใช้เวลายาวนานเกินไปจะทำให้นักเรียนที่สอบเหนื่อยอ่อน และเบื่อหน่ายขาดการจูงใจให้อยากตอบ พฤติกรรมที่แท้จริงจึงไม่แสดงออก แต่ถ้าให้เวลาน้อยเกินไป นักเรียนที่สอบจะตรึงเครียด และวิตกกังวลมากเกินไป มีผลต่อการแสดงพฤติกรรมที่แท้จริงด้วย 3) สามารถให้คะแนนได้ง่าย (Easy of Scoring) คือตรวจให้คะแนนได้สะดวก รวดเร็วและมีความยุติธรรมมาก 4) สามารถแปลผลและนำไปใช้ได้ง่าย (Easy of Interpretation and Application) คือ ผลการสอบที่ได้แปลผลให้ถูกต้องได้ง่าย สะดวกและนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ 5) สามารถสร้างข้อสอบคู่ขนาน หรือข้อสอบเปรียบเทียบได้ (Availability of Equivaicnt or Comarablcs Forms) ข้อสอบที่ดีจะต้องสร้างข้อสอบที่วัดเนื้อหาเดียวกัน มีระดับความยากง่ายพอ ๆ กัน มีอำนาจจำแนกพอ ๆ กันได้ครั้งละหลาย ๆ ข้อ เพื่อใช้แทนกันหรือใช้เปรียบเทียบกันได้ 6) สามารถประหยัดค่าใช้จ่ายในการ

สอบ (Cost of Testing) ควรพิจารณาความประหยัดตลอดกระบวนการทดสอบ ตั้งแต่การสร้างไปจนถึงการนำไปใช้ การตรวจให้คะแนนและการเก็บเอาไว้ใช้ได้อีก 8) ความมีประสิทธิภาพ (Efficiency) ข้อสอบที่มีประสิทธิภาพสามารถให้คะแนนได้เที่ยงตรงและเชื่อถือมากที่สุดโดยใช้เวลาแรงงาน และเงินน้อยที่สุด แต่ประโยชน์ที่ได้จากการสอบคุ้มค่า (ภัทรา นิคมานนท์, 2543, น. 67) ข้อสอบที่ดีจะต้องสามารถอำนวยประโยชน์จากการสอบได้สูงที่สุด การที่จะให้รู้แน่ ว่าควรกำหนดเวลาเป็นเท่าใดนั้น ก็ต้องทดลองสอบกันดูจริงกับนักเรียน โดยจับเวลาดูว่า เด็กส่วนใหญ่ประมาณ 90-95 % ที่ตั้งอกตั้งใจทำจริงๆต้องใช้เวลาทำกี่นาที ก็ถือเวลานั้นเป็นเวลาที่เหมาะสมของแบบทดสอบนั้น

2.4.1.9 มีความยุติธรรม (Fair) คือโจทย์คำถามทั้งหลาย ไม่มีช่องแนะให้เด็กฉลาดใช้ไหวพริบเดาได้ถูก ไม่เปิดโอกาสให้เด็กเกียจคร้านที่ดูตำราแต่ลวก ๆ ตอบได้ดี ข้อสอบที่ดีต้องไม่เปิดโอกาสให้เด็กได้เปรียบเสียเปรียบกัน การที่ข้อสอบจะให้ความเสมอภาคเช่นนี้ได้ก็ต้องอาศัยการออกคำถามให้ครอบคลุมหลักสูตรนั่นเอง ข้อสอบดีๆสมัยปัจจุบัน จึงนิยมใช้คำถามแบบเลือกตอบเพราะจะได้มีโอกาสวัดได้ทั่วและแผ่ความยุติธรรมได้ดี

2.4.1.10 คำถามถามลึก (Searching) ข้อสอบที่ถามลึกไม่ถามแต่เพียงความรู้ความจำเท่านั้นแต่จะถามวัดความเข้าใจ การนำความรู้ที่ได้เรียนไปแล้วมาแก้ปัญหา วิเคราะห์ตลอดจนสร้างสรรค์สิ่งใหม่ขึ้นมา จนท้ายที่สุดคือการประเมินผล แบบทดสอบที่ดีต้องการจะวัดความลึกซึ้งของวิทยาการ ตามแนวดิ่ง มากกว่าที่จะวัดตามแนวกว้างว่ารู้มามากน้อยปานใด โจทย์สมัยใหม่จะไม่ถามแค่ผิว ๆ ความรู้จะต้องถามลึกตั้งแต่ระดับความเข้าใจในการแปลความหมาย ตีความ และขยายความลงไป

2.4.1.11 คำถามยั่วยุ (Examplary) คือ ข้อคำถามนั้น มีลักษณะท้าทายเชิญชวนให้เด็กคิดและประพฤติปฏิบัติไปตามนั้น ๆ คำถามยั่วยุ ได้แก่ คำถามที่มีลักษณะท้าทายให้เด็กอยากคิดอยากทำ การเรียงคำถามจากข้อง่ายไปหายากก็เป็นวิธีหนึ่งที่ทำให้ข้อสอบมีลักษณะท้าทายน่าทำ ทำให้เด็กตื่นเต้นและยั่วให้สมองพัฒนาความคิด อันจะเป็นผลสัมฤทธิ์ติดตัวเขาไปในอนาคต คำถามอย่างนี้ปลุกทั้งสมองเด็กและครูให้เกิดความคิดใหม่ ๆ แปลก ๆ ไม่ใช่คำถามที่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย (Monotonous)

2.4.1.12 จำเพาะเจาะจง (Definite) คือ เด็กอ่านคำถามแล้วต้องเข้าใจแจ่มชัดว่าครูถามอะไรหรือให้คิดให้ทำอะไร คำถามที่ดีต้องไม่ถามกว้างเกินไป ไม่ถามคลุมเครือหรือเล่นสำนวนให้เด็กงง เด็กอ่านแล้วต้องเข้าใจชัดเจนว่าครูถามอะไร ส่วนจะตอบได้หรือไม่อยู่ที่ความสามารถของผู้ตอบเป็นสำคัญ

จากแนวคิดการหาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมา ผู้วิจัยจึงทำการหาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้ 1) วิเคราะห์หาค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ของแบบวัดโดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) 2) วิเคราะห์ความยากง่ายของข้อสอบ 3) วิเคราะห์อำนาจจำแนกของข้อสอบด้วยเทคนิคร้อยละ 50 4) วิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้วิธีของ Kuder-Richardson Method : KR20 เพื่อหาความเชื่อมั่นสำหรับแบบวัดฉบับที่ 1 – 2 และวิธีการหาดัชนีความเป็นพ้องกันของผู้ประเมิน (Rater Agreement Index : RAI) สำหรับแบบวัดฉบับที่ 3 5) วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) ด้วยวิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis : CFA)

2.5 เกณฑ์ปกติ

เกณฑ์ปกติ เป็นส่วนประกอบสำคัญของแบบทดสอบมาตรฐานใช้สำหรับตีความหมายคะแนนที่ได้จากการทดสอบ ทำให้ทราบระดับความสามารถของผู้ถูกทดสอบแต่ละคนได้ทันที โดยไม่ต้องเปรียบเทียบกับคะแนนของคนอื่น ๆ ที่สอบพร้อมกัน เพราะการตีความหมายคะแนนใช้อ้างเกณฑ์ปกติ การสร้างเกณฑ์ปกติจะทำได้เมื่อแบบทดสอบที่พัฒนามีคุณสมบัติรายข้อและทั้งฉบับเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด แล้วนำแบบทดสอบดังกล่าวไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากนั้นจึงนำเอาผลคะแนนการทดสอบมาสร้างเกณฑ์ปกติ เพื่อใช้สำหรับตีความหมายคะแนนดิบที่ได้มาจากการทดสอบโดยแบบทดสอบมาตรฐานต่อไป ซึ่งจะเห็นได้ว่าเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบเป็นข้อเท็จจริงทางสถิติที่บรรยายการแจกแจงของคะแนนจากประชากรที่นิยามไว้อย่างดีแล้ว และเป็นคะแนนที่จะบอกระดับความสามารถของผู้สอบว่าอยู่ในระดับใดของกลุ่มประชากร แต่ในทางปฏิบัติประชากรที่นิยามไว้อย่างดี (Well Defined Population) ก็คือกลุ่มตัวอย่างที่ดีของประชากรนั่นเอง และต้องมีจำนวนมากพอที่จะสามารถเป็นตัวแทนของประชากรด้วย ไม่อย่างนั้นเกณฑ์ปกติที่ได้จะเชื่อมั่นหรือเชื่อถือไม่ได้ (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ, 2543, น. 313) ทั้งนี้เกณฑ์ปกติยังมีลักษณะเด่นที่สำคัญคือ สามารถใช้เปรียบเทียบความสามารถในการทำแบบทดสอบเมื่อมีการสอบในวิชาที่แตกต่างกัน หรือข้อสอบต่างชุดกัน (เกียรติสุดา ศรีสุข, 2545, น. 90) ดังนั้นการเลือกใช้เกณฑ์ปกติจึงมีความสำคัญมาก เพื่อให้การแปลผลของคะแนนสอบที่ได้มีความถูกต้อง ชัดเจนควรคำนึงถึงสิ่งที่สำคัญ (ต่าย เชี่ยงฉี, 2546, น. 193) 1) ความเป็นตัวแทนที่ดี ซึ่งเกณฑ์ปกติจะต้องสร้างมาจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากร 2) ความเที่ยงตรง คือ เมื่อนำคะแนนดิบไปเทียบ

กับเกณฑ์ปกติที่ทำไว้แล้ว สามารถแปลความหมายได้ตรงกับความเป็นจริง และเกณฑ์ปกตินั้นจะต้องเกี่ยวข้องโดยตรงกับเรื่องที่ศึกษานั้น ๆ 3) ความทันสมัย เนื่องจากเกณฑ์ปกติขึ้นอยู่กับความสามารถของประชากรกลุ่มนั้น ๆ ซึ่งมีการพัฒนาอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นเกณฑ์ปกติต้องมีการเปลี่ยนแปลง โดยทั่วไปแล้วควรเปลี่ยนเกณฑ์ปกติทุก ๆ 5 ปี จึงจะทันสมัย แต่ถ้าเนื้อหาในหลักสูตรเปลี่ยนแปลงเมื่อไร ข้อสอบทั้งหลายก็ต้องเปลี่ยนแปลงด้วย ดังนั้นเกณฑ์ปกติก็ต้องเปลี่ยนแปลงอยู่แล้วแต่กรณี เนื้อหาหลักสูตรไม่เปลี่ยนแปลง เกณฑ์ปกติของข้อสอบมาตรฐานชุดนั้นควรเปลี่ยนแปลงเรื่อยๆตามความจำเป็น เกณฑ์ปกติเดิมก็สามารถเอามาใช้เปรียบเทียบดูการพัฒนาของนักเรียนกลุ่มนั้นได้ ถึงแม้ว่าจะสร้างเกณฑ์ใหม่ไว้แล้วก็ตาม (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, น. 314)

2.5.1 ประเภทของเกณฑ์ปกติ

ต่าย เซี่ยงฉี (2546, น. 193) กล่าวว่า ประเภทของเกณฑ์ปกติประกอบด้วย 2 ประเภท ดังนี้ 1) เกณฑ์ปกติระดับชาติ (National Norms) หมายถึงเกณฑ์ปกติหรือคุณลักษณะปานกลางที่ได้มาจากประชากร หรือกลุ่มตัวอย่างที่มาจากทั้งประเทศ 2) เกณฑ์ปกติระดับท้องถิ่น (Local Norms) หมายถึงเกณฑ์ปกติหรือคุณลักษณะปานกลางที่ได้มาจากประชากรหรือกลุ่มตัวอย่างที่มาจากท้องถิ่นใด ท้องถิ่นหนึ่ง อาจจะเป็นระดับจังหวัด อำเภอ ตำบล หรือระดับโรงเรียนก็ได้

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543, น. 315) กล่าวว่า ประเภทของเกณฑ์ปกติประกอบด้วย 3 ประเภท ดังนี้ 1) เกณฑ์ปกติระดับชาติ (National Norms) หมายถึงเกณฑ์ปกติหรือคุณลักษณะปานกลางที่ได้มาจากกลุ่มตัวอย่างหรือประชากรที่มาจากทั้งประเทศ ต้องมีการกำหนดวัน เดือน ปี ของการสร้างไว้ด้วย เพื่อให้ทราบว่าเกณฑ์ปกตินั้นทันสมัยหรือไม่ 2) เกณฑ์ปกติระดับท้องถิ่น (Local Norms) หมายถึงเกณฑ์ปกติหรือคุณลักษณะปานกลางที่ได้มาจากกลุ่มตัวอย่างหรือประชากรที่มาจากท้องถิ่นใดท้องถิ่นหนึ่ง โดยอาจจะเป็นระดับจังหวัดหรืออำเภอ เพื่อใช้ประโยชน์ในการเปรียบเทียบความสามารถในทางวิชาการของนักเรียนทั้งจังหวัดหรืออำเภอ ว่านักเรียนเก่งหรืออ่อนกว่าคนอื่นเพียงใด จะได้หาแนวทางปรับปรุงแก้ไขได้ทัน 3) เกณฑ์ปกติของโรงเรียน (School Norms) หมายถึงเกณฑ์ปกติที่ใช้ในการประเมิน เปรียบเทียบนักเรียนแต่ละคนกับนักเรียนส่วนรวมของโรงเรียน และใช้ประเมินการพัฒนาของโรงเรียนได้ด้วย โดยดูจากการศึกษาแต่ละปีว่าเด่นหรือด้อยกว่าปีที่สร้างเกณฑ์ปกติเอาไว้

2.5.2 ชนิดของเกณฑ์ปกติ

ต่าย เชี่ยงฉี (2546, น. 193) ได้กล่าวถึงชนิดของเกณฑ์ปกติ ดังนี้ 1) เกณฑ์ปกติเทียบชั้นเรียน (Grade Norms) เป็นเกณฑ์ปกติที่ใช้เทียบคะแนนดิบกับชั้นเรียนของนักเรียน ว่าคนที่สอบได้คะแนนดิบเท่านี้ คะแนนจะเทียบได้กับความสามารถกลาง ๆ ของนักเรียนชั้นใด เกณฑ์ปกติชนิดนี้โดยมากจะใช้กับข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2) เกณฑ์ปกติเทียบอายุ (Age Norms) เป็นเกณฑ์ปกติที่ใช้เทียบคะแนนดิบกับอายุของนักเรียน ว่าคนที่สอบได้คะแนนดิบเท่านี้จะเทียบได้กับคนที่อายุเท่าใด เกณฑ์ปกติชนิดนี้โดยมากจะใช้กับสมรรถภาพที่มีการพัฒนาการไปตามอายุ เช่น เชาว์ปัญญา และส่วนมากจะใช้กับวัยเด็กที่กำลังเจริญเติบโต 3) เกณฑ์ปกติเปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percertile Norms) เป็นเกณฑ์ปกติที่ใช้เทียบคะแนนดิบกับตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ เกณฑ์ปกติชนิดนี้ใช้มากในข้อสอบมาตรฐาน 4) เกณฑ์ปกติคะแนนมาตรฐาน (Standard Score Norms) เป็นเกณฑ์ปกติที่ใช้เทียบคะแนนดิบกับคะแนนมาตรฐาน คะแนนมาตรฐานอาจจะเป็น Z-Score , T-Score, CEEB-Score,Stanine,ect. เกณฑ์ชนิดนี้พบมากในข้อสอบมาตรฐานเช่นเดียวกับเกณฑ์ปกติเปอร์เซ็นไทล์

การเลือกใช้เกณฑ์ปกติว่าในข้อสอบมาตรฐานทุกฉบับจะมีเกณฑ์ปกติไว้ให้เทียบเพื่อใช้ในการแปลผลของคะแนน เพื่อให้การแปลผลของคะแนนได้ถูกต้อง การเลือกใช้เกณฑ์ปกติมีความสำคัญมากซึ่งจะต้องคำนึงถึงสิ่งสำคัญต่อไปนี้ 1) เกณฑ์ปกตินี้จะต้องเกี่ยวข้องโดยตรงกับเรื่องที่ศึกษา (Relevance) และมีความเที่ยงตรง หมายถึง การนำคะแนนดิบไปเทียบกับเกณฑ์ปกติที่ทำไว้แล้ว สามารถแปลความหมายได้ตรงตามความเป็นจริง 2) ต้องเป็นเกณฑ์ปกติที่สร้างมาจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากร (Representative) 3) เกณฑ์ปกตินั้นจะต้องทันสมัย (Up to Date) เกณฑ์ปกตินี้ขึ้นอยู่กับความสามารถของประชากรกลุ่มนั้น ๆ การพัฒนาคนมีอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นเกณฑ์ปกติต้องมีการเปลี่ยนแปลงควรมีการศึกษาใหม่เพื่อให้ทันสมัย 4) เกณฑ์ปกตินั้นจะต้องมีรายละเอียดอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องเพียงพอ (Adequately Described)

2.5.3 การแปลงคะแนนดิบเป็นคะแนนมาตรฐานที่ปกติ (Normalized T-Scores)

สามารถแปลงได้โดยตรงตามขั้นตอน ดังนี้ (กนกทิพย์ พัฒนาพัวพันธ์, 2543, น. 119) 1) เขียนคะแนนดิบเรียงจากน้อยไปมาก 2) นับความถี่ของคะแนน (f) จากรอยคะแนน 3) คำนวณผลความถี่สะสมแบบน้อยกว่า (cf) 4) คำนวณผลต่างของความถี่สะสมกับครึ่งหนึ่งของความถี่ [cf - ½ (f)] 5) ผลที่ได้จากขั้นที่ 4 คิดเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ [cf - ½ (f)]% 6) นำค่าร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ที่คำนวณได้จากข้อ 2.5 อ่านค่าคะแนนจากตาราง (Normalized T-Scores) เพื่อหาตำแหน่งคะแนนมาตรฐาน และแปลงค่าของเปอร์เซ็นต์เป็นคะแนนมาตรฐานที่ปกติ ในกรณีที่ได้ค่าไม่ตรงกันให้ใช้ค่าใกล้เคียงจะได้คะแนนที่ปกติ

2.5.4 การแปลงความหมายคะแนนมาตรฐานที่ปกติ

นิยมแปลความหมายของคะแนนให้อยู่ในรูปเปอร์เซ็นต์ที่อยู่เหนือคนอื่นการแปลความหมายของคะแนนให้อยู่ในรูปเปอร์เซ็นต์ หรือค่าร้อยละที่อยู่เหนือคนอื่นทำได้โดยการนำค่าคะแนนมาตรฐานที่ปกติที่ได้มาเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ หรือค่าร้อยละที่อยู่เหนือคนอื่นจะทำให้ทราบว่าตนเองมีความสามารถอยู่เหนือคนอื่นประมาณเท่าใดยกตัวอย่าง ด.ช.ศินุพลได้คะแนนมาตรฐานที่ปกติเท่ากับ 67 คะแนน ดังนั้น ด.ช.ศินุพล มีความสามารถในการทำแบบทดสอบอยู่เหนือคนอื่นประมาณร้อยละ 95.54

2.5.5 การประเมินผลคะแนนมาตรฐานที่ปกติ

การประเมินผลคะแนนมาตรฐานที่ปกติ หมายถึง การประเมินคะแนนว่ามีคุณภาพสูงหรือต่ำเพียงใด ซึ่งเป็นการชี้ขาด หรือสรุปอย่างมีหลักเกณฑ์ โดยสามารถพิจารณาจากเกณฑ์ ดังนี้ (ชวาล แพรัตกุล, 2535, น. 53)

คะแนนมาตรฐานที่ปกติที่ต่ำกว่า 3.5 แปลว่า ความสามารถอยู่ในระดับอ่อนมาก
คะแนนมาตรฐานที่ปกติตั้งแต่ 35-44 ความสามารถอยู่ในระดับอ่อน
คะแนนมาตรฐานที่ปกติตั้งแต่ 45-54 แปลว่า ความสามารถอยู่ในระดับพอใช้
คะแนนมาตรฐานที่ปกติตั้งแต่ 55-64 แปลว่า ความสามารถอยู่ในระดับดี
คะแนนมาตรฐานที่ปกติตั้งแต่ 65 ขึ้นไป แปลว่า ความสามารถอยู่ในระดับดีมาก
ถ้าคะแนนมาตรฐานที่ปกติมีค่าเท่ากับ 50 แปลว่าความสามารถอยู่ในระดับปานกลาง

2.5.6 ประโยชน์ของเกณฑ์ปกติ

สำหรับประโยชน์ของเกณฑ์ปกติสามารถอธิบายได้ ดังนี้ (ชวาล แพรัตกุล, 2535, น. 366)

2.5.6.1 ใช้สำหรับเปลี่ยนคะแนนดิบให้เป็นหน่วยที่มีความหมายมากยิ่งขึ้น การวัดความสามารถใด ๆ มีความจำเป็นที่จะต้องปรับคะแนนของแต่ละวิชาให้เป็นหน่วยเดียวกันเสียก่อนจึงจะสามารถนำมาเปรียบเทียบและอธิบายความหมายของตัวเลขนั้นได้ชัดเจน และมีหลักเกณฑ์มากขึ้น

2.5.6.2 ใช้ในการประเมินผลการศึกษา โดยผู้สอนสามารถทราบถึงประสิทธิภาพในการสอนของตน และทราบคุณภาพทางการเรียนของเด็กว่ามีผลสัมฤทธิ์ถึงระดับใดความต้องการที่จะวัด และตีราคาคุณภาพของการศึกษาว่ามีมาตรฐานสูง-ต่ำเพียงใด

2.5.6.3 ใช้ในการแนะแนวทางด้านการเรียน เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนย่อมมีระดับความรู้ที่แตกต่างกัน ดังนั้นเกณฑ์ปกติสามารถใช้ในแนวทางพิจารณาปรับปรุง แก้ไขส่งเสริมความสามารถให้เพิ่มขึ้นได้

จากแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับเกณฑ์ปกติที่ได้กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่า เกณฑ์ปกติ หมายถึง ข้อเท็จจริงทางสถิติที่บรรยายการแจกแจงของคะแนนซึ่งได้จากการวัด โดยในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการสร้างเกณฑ์ปกติของคะแนนแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสุรินทร์ เขต 2 ซึ่งเป็นเกณฑ์ปกติระดับท้องถิ่น (Local Norms) ที่อยู่ในรูปของคะแนนมาตรฐานทีปกติ (Normalized T-Scores) เพื่อใช้เป็นเกณฑ์เปรียบเทียบผลคะแนนที่ได้จากการวัดทำให้สามารถเปรียบเทียบระดับความสามารถของนักเรียนได้อย่างยุติธรรม

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.6.1 งานวิจัยในประเทศ

ศรีวรรณ ชุรินทร (2546) ได้ศึกษารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์เพื่อเสริมสร้างความคิดสร้างสรรค์และการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปรินส์รอยแยลส์วิทยาลัยเชียงใหม่ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนก่อนและหลังเรียนด้วยรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์และศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนปรินส์รอยแยลส์วิทยาลัยเชียงใหม่ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 55 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการสอนเรื่อง การตวง สร้างตามขั้นตอนรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์ แบบประเมินความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง การตวง วิเคราะห์ข้อมูลโดยการาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าความถี่ (f) และค่าร้อยละ ผลการศึกษาปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยก่อนเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 7.27 และหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.07 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่กำหนดไว้และนักเรียนส่วนมากมีความคล่องในการคิด มีความคิดยืดหยุ่นและมีความคิดละเอียดลอออยู่ในระดับ 2 (ร้อยละ 50.91, ร้อยละ 67.27, ร้อยละ 58.18) ส่วนความคิดริเริ่มนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 65.45 อยู่ในระดับ 1

คงรัฐ นวลแปลง (2547) ได้สร้างแบบประเมินโดยการใช้คำถามปลายเปิดเพื่อประเมินทักษะการสื่อสารและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะและวิธีการในการนำข้อมูลย้อนกลับที่ได้จากการตรวจงานแบบวิพากษ์ผลไปปรับปรุงการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตลอดจนพัฒนาเกณฑ์การประเมินทักษะ

การสื่อสารและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 ของโรงเรียนสา จังหวัดน่าน ปีการศึกษา 2546 จำนวน 39 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องสถิติ 5 หน่วยการเรียนรู้และเรื่องลำดับและอนุกรม 4 หน่วยการเรียนรู้ บันทึกการตรวจการบ้าน บันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน แบบบันทึกการอภิปรายและบันทึกประจำวันของครู การวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลพร้อมทั้งวิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าความถี่ ร้อยละ และการวิเคราะห์เนื้อหาแล้วสะท้อนผลการปฏิบัติผลและปรับแผนการปฏิบัติงานในแต่ละวงจรการวิจัย รวมทั้งสิ้น 3 วงจร จากนั้นนำเสนอผลการวิจัยโดยใช้ตารางและการพรรณนาความ ผลการวิจัยพบว่า การตรวจงานแบบวิพากษ์ผลที่มีทั้งการวิพากษ์ผลแบบรายข้อและแบบภาพรวมทำให้นักเรียนมีการพัฒนาและปรับปรุงการเรียนคณิตศาสตร์ของตนเอง นักเรียนกระตือรือร้นที่จะแก้ไขการบ้านที่ทำผิดมาส่งใหม่

นงลักษณ์ แก้วมาลา (2547) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนหนองแค “สรกิจพิทยา” อำเภอหนองแค จังหวัดสระบุรี จำนวน 320 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เรื่อง การแก้ปัญหา โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.1

พิชิต แก้วก๋อง (2549) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถของนักเรียนในด้านการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ในด้าน การฟัง อ่าน เขียน อภิปรายและนำเสนอที่ได้จากกิจกรรมที่พัฒนา ดำเนินการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันหนองควาย อำเภอพาน จังหวัดเชียงราย ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบบบันทึกหลังการสอน แบบทดสอบหลังเรียน บันทึกการเรียนรู้ และแบบสัมภาษณ์ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนสามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ สิ่งที่ปัญหาต้องการ เขียนวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีมาก ส่วนวิธีการตรวจคำตอบนักเรียนพัฒนาอยู่ในระดับดี ในด้านการ

สื่อสารทางคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนสามารถพัฒนาในด้านการฟัง อ่าน เขียน อภิปราย อยู่ในระดับดี ส่วนการนำเสนออยู่ในระดับปานกลาง

พิมพ์พร ไชยฤกษ์ (2551) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อย มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อย และเพื่อวัดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนทวีรัตน์ อำเภอหาดใหญ่ จังหวัดสงขลา จำนวน 60 คน เครื่องมือที่ใช้คือแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร โดยใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการบวก การลบ การคูณ การหาร ก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังเรียน สูงกว่า ก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนใช้เกมคณิตศาสตร์ร่วมกับกิจกรรมกลุ่มย่อยมีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

นัฐพร ตื้อจันตา (2551) ได้สร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อหาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างเกณฑ์ปกติของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และสร้างคู่มือการใช้แบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานจังหวัดเชียงใหม่และสังกัดคณะกรรการการส่งเสริมการศึกษาเอกชนจังหวัดเชียงใหม่ กลุ่มตัวอย่างแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม จำนวน 400 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์หาความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่มจำนวน 540 คน และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสร้างเกณฑ์ปกติโดยวิธีการสุ่มแบบหลายขั้นตอน จำนวน 1,000 คน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์จำนวน 1 ฉบับ มี 5 ทักษะ ผลการหาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ทักษะ ปรากฏผลดังนี้ ทักษะที่ 1 ถึงทักษะที่ 5 มีค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ตั้งแต่ .67 ถึง 1.00 ค่าความยากง่ายทั้งฉบับเท่ากับ .45 ถึง .78 ค่าความยากง่ายรายข้อมีค่าตั้งแต่ .22 ถึง .78 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .39 ถึง .67 ค่าอำนาจจำแนกรายข้อค่าตั้งแต่ .22 ถึง .80 ค่า

น้ำหนักถ่วงตั้งแต่.317 ถึง .616 มีค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ .7831 ถึง .8348 มีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดตั้งแต่ 2.6277 ถึง 3.6810 และผลการสร้างเกณฑ์ปกติของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 15 ถึง 100

พจนา จิระกาล (2552) ได้พัฒนากิจกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนากิจกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยมีกระบวนการวิจัยและพัฒนา 5 ขั้นตอน กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสงขลา เขต 1 เครื่องมือที่ใช้เป็นกิจกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 12 กิจกรรม ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 81.21/82.78 และนักเรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ธนาพงษ์ สาวฤทธิ์ (2553) ใช้ชุดการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียนเพื่อพัฒนากระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างและใช้ชุดการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียน เรื่องการวัด สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนบ้านห้วยไคร้ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาเชียงราย เขต 2 จำนวน 32 คน เครื่องมือที่ใช้คือชุดการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียน เรื่อง การวัด จำนวน 4 ชุด และแบบวัดกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียนรู้ เรื่อง การวัดที่สร้างขึ้น นักเรียนได้คะแนนกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียน เฉลี่ยร้อยละ 70.10 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์การประเมินของโรงเรียนที่กำหนดไว้ร้อยละ 60

วาสนา ไกรแก้ว (2556) ได้สร้างแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างและหาคุณภาพของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต และสร้างเกณฑ์ปกติ กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนที่กำลังศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 29 จำนวน 488 คน เครื่องมือที่ใช้คือ แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต ผลการวิจัยพบว่า แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต มีค่าความตรงเชิงเนื้อหาตั้งแต่ 0.06 – 1.00 มีค่าความยากตั้งแต่ 0.47 – 0.66 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.27 – 0.42 ค่าความเที่ยงของเกณฑ์การให้คะแนนโดยพิจารณาความเห็นพ้องกันของผู้ประเมิน (RAI) เท่ากับ 0.992 ความเที่ยง

ของแบบวัดทั้งฉบับ เท่ากับ เกณฑ์ปกติของคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต มีคะแนนทีปกติตั้งแต่ $T_{26} - T_{80}$ นักเรียนร้อยละ 37.57 มีทักษะการแก้ปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง ร้อยละ 23.67 มีทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง ร้อยละ 23.37 ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูงมาก และร้อยละ 6.51 มีทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำมาก

สาคร สียางนอก (2556) ได้พัฒนาแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์สร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อหาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างเกณฑ์ปกติของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนที่กำลังเรียนอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยม เขต 27 จำนวน 324 คน ผลการวิจัยพบว่า คุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80 – 1.00 ฉบับที่ 1 มีค่าความยากตั้งแต่ 0.39 – 0.67 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.53 – 0.76 ฉบับที่ 2 มีค่าความยากตั้งแต่ 0.45 – 0.59 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.40 – 0.87 ฉบับที่3 มีค่าความยากตั้งแต่ 0.32 – 0.53 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.44 – 0.81 ฉบับที่ 4 มีค่าความยากตั้งแต่ 0.30 – 0.81 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.40 – 0.73 ฉบับที่ 5 มีค่าความยากตั้งแต่ 0.46 – 0.59 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.57 – 0.71 แบบวัดฉบับที่ 1 – 4 มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงกลุ่ม โดยใช้สูตรของ Kuder - Richardson (ฉบับที่ 5 ข้อสอบแบบอัตนัย มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงกลุ่ม โดยใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (a – Coeffcient) การตรวจสอบความตรงตามโครงสร้าง (Construct – Related Validity Evidence) ค่า $\chi^2(Chi-Square)$ มีค่าเท่ากับ 709.72 ค่าองศาอิสระ (df) เท่ากับ 651 โดยมีค่านัยสำคัญทางสถิติ (P – Value) เท่ากับ 0.05488 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (GFI) เท่ากับ 0.90 ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ปรับแก้แล้ว (AGFI) เท่ากับ 0.96 และความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าพารามิเตอร์ (RMS) เท่ากับ 0.19 แสดงให้เห็นว่าโมเดลมีความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ดีมาก เกณฑ์ปกติของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ฉบับ มีช่วงคะแนนดิบตั้งแต่ 9 – 45 และคะแนนทีปกติตั้งแต่ $T_{26} - T_{77}$ ซึ่งส่วนใหญ่นักเรียนมีความสามารถทางทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับกลาง คิดเป็นร้อยละ 39.45

2.6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Giffine (1979) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการสอนโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นความเข้าใจโจทย์ปัญหา ทักษะการอ่านโจทย์ที่มีผลต่อการเขียนสมการ การหาคำตอบและความคงทนในการเขียนสมการ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

Movshovitz et al. Other (1997) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาคือ ลักษณะข้อบกพร่อง 5 ด้าน และแบบทดสอบคณิตศาสตร์ชนิดเขียนตอบ ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะข้อบกพร่องทั้ง 5 ด้าน คือ การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม ความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำและการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

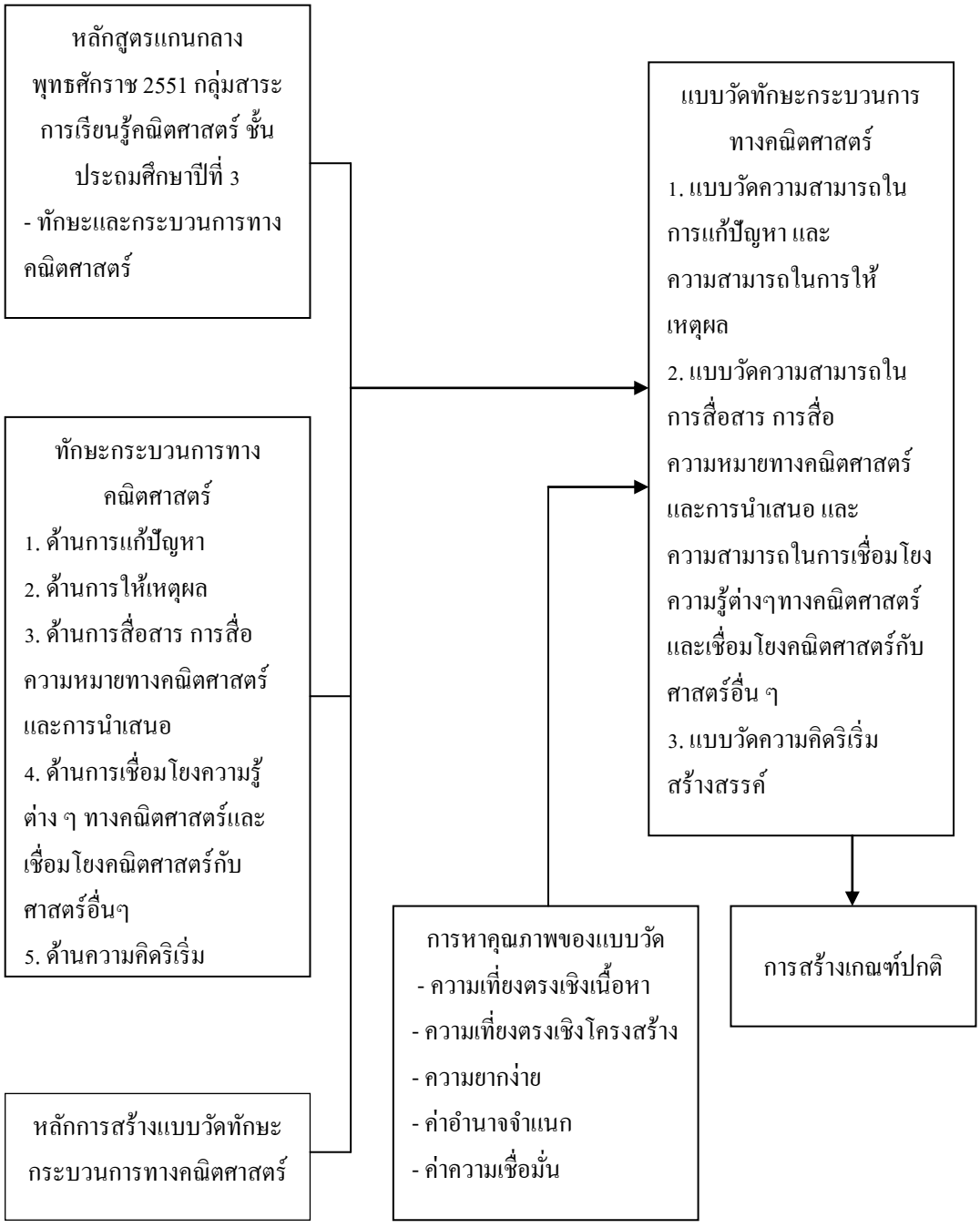
Moton (1988) ได้ศึกษาถึงสิ่งที่มีอิทธิพลต่อความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา โดยมีองค์ประกอบที่นำมาศึกษาได้แก่ ทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร ผลปรากฏว่าทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร มีความสำคัญกับผลสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

Thurlow (1996) ได้ศึกษาผลสำฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติของนักเรียนเกรด 5 จำนวน 59 คน โดยจัดแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 30 คน สอนโดยเน้นการเขียนสรุป ส่วนกลุ่มควบคุม 29 คน สอนตามปกติ พบว่า มีความแตกต่างกันของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม นักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าค่ากลางของกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่ำกว่านักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าค่ากลางของกลุ่มและเพศชายมีเจตคติต่ำกว่าเพศหญิง

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า การสร้างแบบทดสอบการวัดการปฏิบัติ เป็นเครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถของทักษะในด้านต่าง ๆ ของนักเรียน มีทั้งแบบทดสอบที่เป็นแบบปรนัยและแบบอัตนัยเพื่อให้นักเรียนได้สามารถแสดงความสามารถที่แท้จริงของนักเรียน ซึ่งการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงนำมาสร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาผู้เรียนให้สามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และหาคุณภาพของเครื่องมือในด้านความยากง่าย อำนาจจำแนก ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ และความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง รวมทั้งสร้างเกณฑ์ปกติสำหรับการแปลความหมายคะแนน เพื่อให้แบบทดสอบมีคุณภาพ สามารถนำไปใช้ประเมินนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.7 กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นว้าในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการสร้างเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย ได้ดังนี้



ภาพที่ 2.1 กรอบแนวคิดในการวิจัย