



Ms 122642

รายงานการวิจัย
เรื่อง

การพัฒนากลวิธีในการแก้ไขข้อผิดพลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์สำหรับ
นักศึกษาระดับปริญญาตรี
The Development Correction Strategies of Logic Misconceptions
of Undergraduate Students

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY
นวพล นนทภา

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
รับรับ.....
วันลงทะเบียน..... 18 พ.ค. 2560
เลขทะเบียน..... 250278
เลขเรียกหนังสือ..... 511.3 261767

2558

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ปี 2558

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

(งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนจากสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ปีงบประมาณ 2558)

กิตติกรรมประกาศ

วิจัยฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาอย่างสูงยิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.อัญชลี สารรัตน์นะ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นิราศ จันทระจิตร ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มะลิวัลย์ ฤนาพรรณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นิภาพร ชุตินันต์ และอาจารย์ ดร. ชาญณรงค์ เขียงราช ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือ และเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัย ได้รับทุนอุดหนุนจากสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามสำหรับการทำวิจัยตลอดโครงการนี้ ผู้วิจัยจึงใคร่ขอขอบพระคุณทุกท่านเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้ และขอขอบคูนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 4 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ที่กรุณาเป็นกลุ่มตัวอย่างในการทำวิจัยในครั้งนี้

คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ ข้าพเจ้าขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ผู้มีพระคุณ ตลอดจนบูรพาจารย์และผู้มีอุปการะทุกท่าน

นพพล นนทภา
2558

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หัวข้อวิจัย การพัฒนาทฤษฎีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ สำหรับ
นักศึกษาระดับปริญญาตรี
ผู้ดำเนินการวิจัย ดร. นวพล นนทภา
ที่ปรึกษา
หน่วยงาน สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
ปี พ.ศ. 2558

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และพัฒนาทฤษฎีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 4 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาการวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 45 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดหมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์มีลักษณะเป็นแบบอัตนัย และแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง สถิติที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความถี่ ร้อยละ และสถิติทดสอบ t-test (Dependent t-test)

ผลการวิจัย พบว่า

ลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี สรุปได้ 3 ลักษณะเรียงจากน้อยไปมากได้ดังนี้ หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้าน การพิสูจน์การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ การแก้ปัญหาวทางตรรกศาสตร์ และทักษะทางตรรกศาสตร์ ทฤษฎีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียน ขั้นตอนที่ 2 แก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ผลของการใช้ทฤษฎีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ พบว่า นักศึกษามีคะแนนเพิ่มขึ้นก่อนการใช้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Research Title	The Development Correction Strategies of Logic Misconceptions of Undergraduate Students
Researcher	Navapon Nontapa
Organization	Program in Mathematics Faculty of Education Rajabhat Maha Sarakham University
Year	2015

ABSTRACT

This research was designed to study characteristics of Logic misconceptions and to develop the correction strategies for these misconceptions of bachelor degree students. Forty – five students who enrolled the course of analysis of a Logic contents in the first semester of a academic year of 2015. Three research instruments employed for the study were the Logic conception test in a form of subjective type for finding Logic misconceptions and the semi – structured interview form for intensive interview to examine the causes and characteristics of Logic misconceptions in order to develop the correction strategies. The collected data were analyzed using percentage, frequency, mean, standard deviation and dependent t-test.

The findings revealed that the students indicated Logic misconceptions which were ranked in this order : proof, symbols usage, and Logic reasoning; followed by Logic problem solving and, Logic skills respectively with respect to correction strategies for misconceptions, they consisted of elicitation of prior or existing experiences, correction of Logic misconceptions, and examination of Logic misconceptions. In addition, the students learned using the correction strategies showed gains in the mean sores of correct concepts from before learning at the .05 level of significance.

สารบัญ

หัวเรื่อง	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ค
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ข
สารบัญ	ค
สารบัญตาราง	จ
สารบัญภาพ	ฉ
สารบัญตารางภาคผนวก	ช
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญ	1
คำถามการวิจัย	5
วัตถุประสงค์การวิจัย	5
ขอบเขตการวิจัย	6
นิยามศัพท์เฉพาะ	6
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย	8
บทที่ 2 แนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	10
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	19
ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์	24
แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์.....	26
การปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์	41
รูปแบบการปรับมโนทัศน์.....	48
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	56
งานวิจัยในประเทศ.....	56
งานวิจัยต่างประเทศ	58
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	73
ระยะที่ 1 การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์	75
ขั้นตอนที่ 1 การสังเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง ตรรกศาสตร์....	75
ขั้นตอนที่ 2 การตรวจสอบและปรับปรุงกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทางตรรกศาสตร์ ด้วยเทคนิคการสนทนากลุ่ม.....	79

หัวข้อเรื่อง	หน้า
ขั้นตอนที่ 3 ทดลองใช้กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์..	81
ระยะที่ 2 การออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์..	81
ขั้นตอนที่ 1 สังเคราะห์และออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	81
ขั้นตอนที่ 2 ทดลองใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.	83
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	87
ผลการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	88
กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี.....	96
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	103
วัตถุประสงค์การวิจัย	103
สรุปผลการวิจัย	103
อภิปรายผล.....	103
ข้อเสนอแนะ	107
บรรณานุกรม	109
ภาคผนวก	123
ภาคผนวก ก การสังเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	125
การสังเคราะห์กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	134
ภาคผนวก ข แบบบันทึกการสนทนากลุ่ม.....	141
แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	142
แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง.....	149
ภาคผนวก ค แบบประเมินความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ กับกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	154
ภาคผนวก ง การหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์	159
การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติ t – test (Dependent Samples)	160
ภาคผนวก จ เฉลยแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	163
ภาคผนวก ฉ ตัวอย่างการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของผู้เรียน.....	168
ภาคผนวก ช ตัวอย่างการสัมภาษณ์เชิงลึก โดยใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) จากแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง.....	173
ตัวอย่างการวิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน	175
ประวัติผู้วิจัย	182

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1 ตัวอย่างการวิเคราะห์.....	32
2 แสดงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ด้วยความถี่และร้อยละของ การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	88
3 แสดงการเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ก่อนและหลังการใช้กลยุทธ์ ในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	100



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงความคลาดเคลื่อนที่พบบ่อยที่สุด (แสดงโดยการแรเงา) เมื่อนักเรียนอ่าน แผนภาพเวนน์.....	27
2	กระบวนการพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขข้อผิดพลาดทางตรรกศาสตร์.....	73
3	ร่างกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	78
4	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ได้จากการสนทนากลุ่ม.....	80
5	ร่างทวิวิธีในการแก้ไขข้อผิดพลาดทางตรรกศาสตร์.....	82
6	ทวิวิธีในการแก้ไขข้อผิดพลาดทางตรรกศาสตร์.....	97



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญตารางภาคผนวก

ตารางภาคผนวกที่	หน้า
1 ผลการวิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	126
2 การสังเคราะห์กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	135
3 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์กับกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	159
4 ความยากง่าย (PE) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์.....	160



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์เป็นอย่างยิ่ง ทั้งยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551 : 25) เมื่อประมาณ 200 ปีที่แล้วนั้น มนุษย์อาจจะสามารถมีชีวิตอยู่บนโลกได้โดยไม่ต้องมีความรู้คณิตศาสตร์ เพราะชีวิตประจำวันยังไม่ต้องพึ่งพาเทคโนโลยีมากนัก แต่เทคโนโลยีที่เกิดขึ้นและงานที่มีความซับซ้อนมากขึ้นในปัจจุบัน ทำให้มนุษย์จำเป็นต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็นเช่นเดียวกับการอ่านและการเขียนที่มีความจำเป็นสำหรับการทำงานในอนาคต ยูซีสกิน(Usiskin, 2001 : 14) ซึ่งสอดคล้องกับ สเตรน (Stein, 2001 : 17) ได้กล่าวว่า การใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและการสื่อสาร ถือเป็นหนึ่งใน 16 ความพร้อมของประเทศที่จำเป็นสำหรับอนาคต เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศในหลาย ๆ ด้าน เนื่องจากความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต และการพัฒนาเทคโนโลยีให้ทันสมัยและตอบสนองต่อความต้องการในสังคมโลก โดยผู้นำประเทศต้องมีส่วนร่วมในการดำเนินการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นสิ่งสำคัญในการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์ และจำนวน รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ เป็นสิ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือจากการได้รับประสบการณ์ที่นักเรียนได้ประสบแล้วนำมาประมวลผลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ ค็อกเบิร์นและลิตเลอร์ (Cockburn and Littler, 2010 : 3-6) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 55) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งาน ครูที่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับความหมาย ที่มา และความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันของมโนทัศน์ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จะสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสาร สื่อความหมายให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งสามารถวิเคราะห์เนื้อหา และสร้างคำถามขยายความ เพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้ นอกจากนี้ยังมี ความสำคัญต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนของครู และการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยง และมีความสามารถในการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไป ได้ดีด้วย มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions) เป็นความเข้าใจผิดที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนของกฎ หรือความคลาดเคลื่อนตามลักษณะทั่วไปหรือผลของการตีความที่ไม่สอดคล้องกับความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนยังมีบางสิ่งที่ยังไม่เข้าใจอย่างชัดเจนเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แอชล็อก (Ashlock, 2010 : 311-314) และซิมสันและมาร์ค (Simson and Marek, 1988 : 362) ฟิชเชอร์ (Fisher, 1985 : 53-54) ฮอลลอน และ เฮสเทนส์ (Halloun and

Hestenes. 1985 : 1056) โพน์และเวสต์ (Pines and West. 1983 : 47) ได้กล่าวถึง สาเหตุของ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้หลายประการ สาเหตุหนึ่งที่น่าสนใจ คือ ประสบการณ์ในโรงเรียนไม่ใช่ สาเหตุเดียวที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่อาจเกิดจากคำอธิบายของครูที่มีมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องที่สอน จึงทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยไม่รู้ตัว ทำให้นักเรียน ตีความหมายของสิ่งที่เรียนรู้ในชั้นเรียนแตกต่างกับความรู้ที่ครูสอน และคิดว่าตัวเองเข้าใจถูกต้องแล้ว เมื่อเรียนรู้เรื่องใหม่ต่อ ๆ ไปก็จะเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ ทำให้การเชื่อมโยงประสบการณ์ทำได้ช้า ลงและไม่บังเกิดผล

การวิเคราะห์ว่าผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไรบ้าง และคลาดเคลื่อนอย่างไร จะเป็น ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการตระหนัก ไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้นอีก ซูพิง (Suping. 2003 : 9) กล่าวว่า การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะเป็นอุปสรรคในการเรียนเนื้อหาใหม่และเป็น อุปสรรคในการทบทวนความรู้เดิม นอกจากนั้นยังเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความ คลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น การวิเคราะห์มโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นการวิเคราะห์ถึงสาเหตุว่าเป็นเพราะเหตุใดนักเรียนจึง เกิดความคลาดเคลื่อน ซึ่งอาจเป็นเพราะ ความประมาท ความสับสนในแนวคิด หรือความบกพร่องใน การเปลี่ยนจากการคิดเชิงวัตถุไปสู่การคิดที่มุ่งเน้นกระบวนการ ลี (Li. 2003 : 6) การวิเคราะห์มโน ทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำการพัฒนาการเรียนรู้อคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และ ทำให้ครูเข้าใจความคิดของนักเรียนในทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ตลอดจนกระบวนการคิด แก้ปัญหาของนักเรียนมากยิ่งขึ้น ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์เหล่านี้มีความสำคัญมากในการพัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและ สามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่สามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นักวิจัยยืนยันว่า เมื่อมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ได้แสดงออกมาทำให้เราทราบว่าการเรียนรู้ ของนักเรียนกำลังจะเริ่มขึ้น ดิว (Drews. 2005 : 19) นอกจากนี้ไมวอชวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-hadar et al. 1987 : 3-14) เสนอแนะว่าเราสามารถวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ 6 ด้าน และมีด้านย่อย ๆ อีก เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน แต่ละด้านเป็นดังนี้ ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และ สมบัติ (Distorted Theorem or Definition) ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) และแอชล็อก (Ashlock. 2010 : 311-314) กล่าวว่า การที่จะพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มี ประสิทธิภาพนั้น ครูจำเป็นต้องรู้ว่านักเรียนที่ตนกำลังสอนนั้นมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านใด และมีลักษณะอย่างไร เพราะสิ่งเหล่านี้จะเป็นข้อมูลในการวางแผน พัฒนาการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ เพื่อป้องกันแก้ไขและหลีกเลี่ยงไม่ใ้มโนทัศน์คลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ตลอดจนเป็นการวางพื้นฐาน ทางด้านการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น

ในชีวิตประจำวันของมนุษย์มีการใช้เหตุผลเป็นกระบวนการทางความคิด ที่พยายามแสดงว่า ข้อสรุปควรเป็นที่ยอมรับเพราะมีเหตุผลหรือหลักฐานที่ดีมาสนับสนุน นอกจากนี้ ต้องมีการ

อธิบาย การพิจารณาการตัดสินใจเพื่อแก้ปัญหาความขัดแย้ง ยิ่งไปกว่านั้นมนุษย์ประสบความสำเร็จ
ยิ่งใหญ่มากในการใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้ จนกลายเป็นความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการ
ด้านต่างๆ เหตุผลจึงมีบทบาทสำคัญยิ่งในการดำเนินชีวิตของมนุษย์

ปัจจุบันตรรกศาสตร์ (หรือตรรกวิทยา) (Logic) เป็นการศึกษาเพื่อแยกการให้เหตุผลที่
สมเหตุสมผล ออกจากการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล นักปราชญ์ซึ่งเรายอมรับว่าเป็นบิดาของวิชา
ตรรกศาสตร์ คือ อริสโตเติล (Aristotle, 384 – 322 ก่อนคริสตกาล) โดยอริสโตเติล เชื่อว่ามนุษย์
เท่านั้นที่สามารถคิดเกี่ยวกับเหตุและผลได้ ท่านได้เขียนตำราชื่อออร์แกนัม (Organum) ซึ่งเกี่ยวกับการ
การให้เหตุผลที่ถูกต้อง หลักการของหนังสือเล่มนี้กลายมาเป็นหลักการของตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน
(Deductive Logic) ปัจจุบันตรรกศาสตร์เป็นวิชาแขนงหนึ่งที่มีการศึกษาและพัฒนาตั่งแต่สมัยกรีก
โบราณ นักปราชญ์สมัยโบราณได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผล แต่ยังเป็นการศึกษาที่ไม่เป็น
ระบบ จนกระทั่งมาในสมัยของอริสโตเติล ได้ทำการศึกษาและพัฒนาตรรกศาสตร์ให้มีระบบ
ยิ่งขึ้น มีการจัดประเภทของการให้เหตุผลเป็นรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งเป็นแบบฉบับของการศึกษา
ตรรกศาสตร์ในสมัยต่อมา เนื่องจากตรรกศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยกฎเกณฑ์ของการใช้เหตุผลจึงเป็น
พื้นฐานสำหรับการศึกษาในศาสตร์อื่น ๆ เช่น ปรัชญา คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ กฎหมาย เป็นต้น
นอกจากนี้ ยังถูกนำมาใช้ในชีวิตประจำวันอยู่เสมอ

ความเข้าใจในทฤษฎีตรรกศาสตร์ที่ถูกต้องเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หากเรา
สามารถพัฒนากรอบในการวิเคราะห์ทฤษฎีที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ จะทำให้ทราบแนวโน้ม
ของความคลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่เกิดขึ้นอยู่เสมอ และในการพัฒนาทฤษฎีในการแก้ไขข้อบกพร่อง
ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ก็จะเป็นแนวทางในการแก้ไขให้ผู้เรียนมีทฤษฎีตรรกศาสตร์ที่
ถูกต้อง และในการจัดการเรียนการสอนสำหรับครู ผู้เชี่ยวชาญหลักสูตร ผู้บริหารและนักการศึกษา
ซาราห์ (Sarah, 2011 : 8) ด้วยเหตุผลดังกล่าวบรรดานักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านจึงได้พยายามที่
จะสร้างและพัฒนากรอบลักษณะทฤษฎีที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ทฤษฎี
ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตัวอย่างกรอบลักษณะทฤษฎีที่คลาดเคลื่อนทาง
คณิตศาสตร์ เช่น ราดาร์ส (Radatz, 1979 : 163-172) วินเนอร์และคณะ (Vinner et al. 1981 :
555-570) โบราซิ (Borasi, 1985 : 1-14) โมวโชวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-Hadar et
al. 1987 : 3-14) และโคลแกน (Colgan, 1991 : 91-A) ปัญหาที่นักเรียนกำลังประสบอยู่คือ
การสอนโดยให้นักเรียนท่องจำ ไม่สามารถช่วยให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมี
ประสิทธิภาพ เพราะขาดความเข้าใจอันเป็นพื้นฐานของการคิดในระดับที่ลึกซึ้งขึ้นโดยเฉพาะอย่างยิ่ง
ความเข้าใจในทฤษฎี ซึ่งได้มาจากการคิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ จึงเป็นพื้นฐานสำคัญของการ
คิดระดับสูงและการคิดแก้ปัญหาที่ซับซ้อน นอกจากนี้แล้วความเข้าใจในทฤษฎียังช่วยให้นักเรียน
สามารถแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่แตกต่างจากการจดจำขั้นตอนหรือวิธีการมาใช้ อัมพร ม้าคอง
(2547 : 110) และคามิและดอมินิค (Kamii and Dominick, 1997 : 10) กล่าวว่า หากนักเรียน
เกิดทฤษฎีที่ถูกต้องจะทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์เกิดประสิทธิภาพและมีความสุข นอกจากนี้ยัง
จะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย เพราะการคิดหรือคำนวณ
ผิดพลาดส่วนหนึ่ง เป็นผลมาจากการใช้วิธีการโดยปราศจากความเข้าใจในทฤษฎีของเรื่องนั้น เป็นการ
เรียนแบบจดจำวิธีการ ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์ในทรรศนะของนักเรียนเป็นเพียงแค่การดำเนินการ

ตามสัญลักษณ์และเครื่องหมายเพื่อให้ได้คำตอบตามวิธีดำเนินการ และตัวอย่างรูปแบบการปรับโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปแบบการปรับโมทัศน์ตามรูปแบบของสติแพนส์และชมิทท์ (Stepans and Schmidt, 2009 : 22) รูปแบบการปรับโมทัศน์ตามรูปแบบของเซอร์เบล (Zirbel, 2005 : 10) รูปแบบการปรับโมทัศน์ตามรูปแบบของซาเดลา (Sadera, 2001 : 93) รูปแบบการปรับโมทัศน์ตามรูปแบบของไค์สตราและคณะ (Dykstra et al. 1992 : 615) และทฤษฎีการซ่อมแซม ซึ่งกรอบแนวคิดที่พัฒนาขึ้นจากงานวิจัยเหล่านี้ได้มีการนำมาใช้ประโยชน์เพื่อพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างกว้างขวางในเวลาต่อมา

ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนก็คือครู ทั้งนี้เพราะครูถือเป็นหัวใจสำคัญของการปฏิรูปการเรียนรู้ ครูจึงเป็นองค์ประกอบที่ขาดไม่ได้ในกระบวนการเรียนการสอน เพราะครูจะต้องมีความเข้าใจโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถนำความรู้ความเข้าใจไปสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ที่ทำให้เนื้อหาวิชามีความหมายกับผู้เรียน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2554 : 2) ความรู้ของครูมีผลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนและมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน เราไม่สามารถที่จะสอนอะไรได้เลยถ้ายังไม่มีความรู้ และจะต้องรู้ว่านักเรียนเรียนรู้ได้อย่างไร ซิลลิส และโจนส์ (Sallis and Jones, 2002 : 9) ผู้ที่จะประกอบวิชาชีพครูจะต้องเป็นผู้มีองค์ความรู้อย่างมากและกว้างขวาง สามารถถ่ายทอดความรู้ให้กับผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ชูลแมน (Shulman, 1986 : 14) ความรู้ของครูมีบทบาทสำคัญในการตัดสินใจในการจัดการเรียนการสอน และความรู้ของครูส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน บาร์เกอร์ (Barker, 2007 : 29) และเฟรนนี่มาและแฟรงก์ (Fennema and Franke, 1992 : 147) กล่าวว่าครูเป็นบุคคลสำคัญและโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของครูมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน มีนักวิชาการหลายท่านได้ทำการวิจัยเพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ของครูด้านโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และด้านการจัดการเรียนรู้เป็นสาเหตุโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวโน้มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่ผ่านมาพบว่า ภาพรวมด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จ ซึ่งผลการประเมินความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่ว่าในระดับใดล้วนพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ ซึ่งขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่กรมวิชาการตั้งไว้ คือ ร้อยละ 50 ดังตัวอย่าง รายงานโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment : PISA (2009)) ที่ได้ประเมินผลนักเรียนนานาชาติที่มีประเทศสมาชิกโออีซีดี (Organisation for Economic Co-operation and Development : OECD) และประเทศนอกกลุ่มสมาชิก ซึ่งเรียกว่าประเทศร่วมโครงการ (Partner Countries) จำนวน 65 ประเทศ เพื่อสำรวจว่านักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับหรือนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี มีศักยภาพที่จะใช้ความรู้และทักษะที่ได้เรียนมาไปใช้ในชีวิตจริงได้ดีเพียงใดในอนาคต ในส่วนที่ประเมินการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนการประเมิน 419 คะแนน ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD นักเรียนไทยมากกว่าครึ่ง (52.5%) รู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐาน นักเรียนที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ระดับพื้นฐานมีมากกว่าหนึ่งในสี่เพียงเล็กน้อย (27.3%) และอีกหนึ่งในห้า (20.2%) ที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์สูงกว่าระดับพื้นฐานและนักเรียนที่รู้คณิตศาสตร์ระดับสูง (ระดับ

ขอบเขตการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 4 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามที่ลงทะเบียนเรียนวิชาการวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 45 คน

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ เนื้อหาในวิชาตรรกศาสตร์ในระดับปริญญาตรีตามหลักสูตรครุศาสตร์บัณฑิต มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม พุทธศักราช 2554 ซึ่งประกอบด้วย การหาค่าความจริงของประพจน์, รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน, สัจนิรันดร์, การสมมูลกันของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ, นิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ, สัจนิรันดร์ของรูปแบบของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ และการอ้างเหตุผล

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้อยู่ปีการศึกษา 2558

นิยามศัพท์เฉพาะ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconception) หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจของนักศึกษาของแต่ละคนที่ไม่สมบูรณ์ในการทำความเข้าใจในเนื้อหาตรรกศาสตร์ นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความเข้าใจและความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) ทางตรรกศาสตร์

กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ หมายถึง คำอธิบายลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่นักศึกษาแสดงออกมา จำแนกออกเป็นกลุ่มตามลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักศึกษาแสดงออกมาจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์

1.1.1 นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์

1.1.2 นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์

1.1.3 นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์

1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนการใช้สัญลักษณ์ ทางตรรกศาสตร์

1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์
 - 2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ
 - 2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์
 - มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์

การใช้กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ หมายถึง การนำสิ่งที่ได้จากการสังเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของกลุ่มเป้าหมาย โดยวิเคราะห์ข้อมูลและจัดกลุ่มลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ใช้ความถี่ ร้อยละ และวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ตามกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของนักศึกษา ขั้นที่ 2 แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา และขั้นที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา

การพัฒนาวิธีการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ หมายถึง การสังเคราะห์แนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนาวิธีการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ โดยมีกระบวนการพัฒนา 2 ระยะ ดังนี้ ระยะที่ 1 การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การสังเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบและปรับปรุงกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ด้วยการสนทนากลุ่ม (Focus Group) และขั้นตอนที่ 3 ทดลองใช้กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ระยะที่ 2 การออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 สังเคราะห์และออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และขั้นตอนที่ 2 ทดลองใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

การใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ หมายถึง ผลการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของกลุ่มเป้าหมาย โดยใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของนักศึกษา ขั้นที่ 2 แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา และขั้นที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา

การสัมภาษณ์เชิงลึก หมายถึง การสัมภาษณ์เจาะลึกโดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ซึ่งมีประเด็นคำถามเพื่อให้ทราบถึงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของกลุ่มเป้าหมายจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ผู้วิจัยจะถามคำถามเพื่อให้เข้าใจว่ากลุ่มเป้าหมายมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์อย่างไร และหาสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของกลุ่มเป้าหมาย

แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือในการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของกลุ่มเป้าหมายที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีจำนวน 8 ข้อ โดยมี

ลักษณะเป็นแบบอัตนัย มีเนื้อหาเกี่ยวกับการหาค่าความจริงของประพจน์, รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน, สัจนิรันดร์, การสมมูลกันของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ, นิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ, สัจนิรันดร์ของรูปแบบของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณและการอ้างเหตุผล ในขณะที่นักศึกษาทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์จะมีการบันทึกวีดิทัศน์

แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง หมายถึง เครื่องมือในการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของกลุ่มเป้าหมายที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีกำหนดประเด็นข้อคำถามสำหรับการสัมภาษณ์ เน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก (In – depth Interview)

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

ผลการวิจัยทำให้ได้ข้อเสนอแนะในการพัฒนาทฤษฎีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี เพื่อนำไปใช้ในการพัฒนาเครื่องมือวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ นอกจากนี้จะได้ทราบแนวโน้มของความคลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่พบอยู่เสมอ ตลอดจนทฤษฎีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์เพื่อให้นักศึกษามีมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้อง รวมทั้งผลการวิจัยจะเป็นข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนสำหรับครู ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตร ผู้บริหาร และนักการศึกษา

บทที่ 2

แนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามลำดับหัวข้อดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
3. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
4. แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
5. การปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
6. รูปแบบการปรับมโนทัศน์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. มโนทัศน์

มโนทัศน์ (Concept) มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ การที่ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหา นั้น ๆ ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน สามารถนำความรู้ที่ได้ไป ใช้แก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ดังนั้น การสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญและความจำเป็น

1.1 ความหมายของมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้
 เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546 : 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ เป็นภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน ภาพตัวแทน หมวดยุทธ์ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิดหรือ ปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

กิลฟอร์ด (Guildford. 1952 : 1-3) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ เป็นสัญลักษณ์อย่างหนึ่งที่ได้มาจากประสบการณ์ของการพบเห็นสิ่งต่าง ๆ โดยรู้จักแยกแยะสิ่ง เหล่านั้นออกเป็นจำพวก และในจำพวกหนึ่ง ๆ จะมีลักษณะร่วมกันอยู่ เช่น เมื่อเราเห็นแมวหลาย ๆ ตัว เราจะรู้ลักษณะร่วมของแมว นั้นหมายความว่าเรามีมโนทัศน์เกี่ยวกับแมวเกิดขึ้น

แมคโดนัลด์ (McDonald. 1967 : 184) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโน ทัศน์ คือความเข้าใจและความคิดขั้นสุดท้ายของคนคนหนึ่งที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความคิดและความเข้าใจนั้น เป็นนามธรรมและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้นในระยะหนึ่งหรือตลอดไปก็ได้

ดี เซคโค (De Cecco. 1968 : 390) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง กลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกัน อาจจะแยกออกเป็นประเภทของสิ่งของ การกระทำ หรือความคิด

คลอสไมเออร์ (Klausmeier. 1985 : 275) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโน ทัศน์ หมายถึง สิ่งที่จะทำให้เราทราบคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือ กระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ ออกจากสิ่งอื่นได้ ในขณะที่เดียวกันก็สามารถโยงเข้ากับกลุ่ม/ ประเภทเดียวกันได้

แมคคาวนและรูป (McCown and Roup. 1992 : 338) ได้ให้ความหมายของมโน ทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้หรือการสังเกต วัตถุ เหตุการณ์ หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกัน หรือเหมือน ๆ กัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่างๆ เข้าด้วยกัน และสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

แอรินด์ (Arends. 1994 : 299) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือน หรือความต่างของสิ่งนั้นๆ”

กูตวินและคลอสไมเออร์ (Goodwin and Klausmeier. 1995 : 303) กล่าวว่ามโน ทัศน์ จะบอกให้เราทราบถึงคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ นั้นออกจากสิ่งอื่น ๆ ได้ และในขณะที่เดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่ม ของสิ่งของประเภทเดียวกันได้ เราสามารถพูดถึงได้สองลักษณะ คือ Mental Construct เป็นมโน

ทัศน์ที่ขึ้นอยู่กับประสบการณ์การเรียนรู้โดยเฉพาะของแต่ละบุคคล ซึ่งจะมีอิทธิพลต่อการที่คนจะคิดเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ รอบ ๆ ตัว และ Public Entity ได้แก่ ความหมายของคำต่าง ๆ ที่จะพบในพจนานุกรม สารานุกรม และตามหนังสือต่าง ๆ ซึ่งความหมายเหล่านี้จะเป็นที่รับรู้ร่วมกันในกลุ่มคนที่พูดภาษาเดียวกัน

บีทและเฮนเนสซี (Beeth and Hennessey. 1996 : 5) ได้ให้ความหมายของ มโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ เกี่ยวข้องกับความเข้าใจ ความมีเหตุผล และความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ รอบตัว จนเกิดเป็นภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน ภาพตัวแทน เกิดเป็นสัญลักษณ์ ทำให้เราทราบคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ เป็นกระบวนการซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ นั้นออกจากสิ่งอื่น ๆ ได้ และสามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มของสิ่งของประเภทเดียวกันได้

1.2 ความสำคัญของมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546 : 58-59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ไว้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่ที่สำคัญดังนี้ สองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เป็นกรอบต้นแบบ หรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า ข้อสมมติ หรือการคาดเดาว่าน่าจะเป็น สิ่งนั้น สิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 13) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีประโยชน์ต่อนักเรียนเพราะจะช่วยให้เด็กนักเรียนมีการคิดที่เป็นระเบียบไม่เกิดความซับซ้อนของความคิด รู้จักจัดหมวดหมู่ของความรู้หรือประสบการณ์ที่ได้รับ ช่วยให้นำออกมาใช้สะดวกและรวดเร็วในการแก้ปัญหา และการเรียนรู้ในระดับสูงขึ้นไป

คูเนย์และคณะ (Cooney et al. 1975 : 89-90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่ ประการแรก การให้เหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่อง จำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น ประการที่สอง มโนทัศน์ช่วยให้วางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้ และประการที่สาม มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

ค็อกเบิร์นและลิตเลอร์ (Cockburn and Littler. 2010 : 3-6) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากมโนทัศน์ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ ได้ถึงระดับสูงสุด และยังช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้อย่างรวดเร็วยิ่งขึ้น มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์พื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และยังช่วยให้สามารถแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ ในการเริ่มต้นเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ การสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียนจึงเป็นเรื่องที่มีความสำคัญที่สุด

สรุปได้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญในการจัดการเรียนรู้ ช่วยในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ เป็นรากฐานของความคิดช่วยจัดระบบการคิดไม่ให้เกิดความซับซ้อน ช่วยให้สามารถแก้ปัญหา และมโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ ได้ถึงระดับสูงสุด

1.3 ประเภทของมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประเภทของมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

ส่ววัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549 : 33) ได้จำแนกมโนทัศน์ไว้ 2 ประเภท คือ มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น และมโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โຕะ เก้าอี้ เป็นต้น

รัสเซลล์ (Russell. 1961 : 124-155) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ลักษณะคือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) คือมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน การวัด

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concept of Time) เป็นมโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวกับเวลา

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concept) คือมโนทัศน์เกี่ยวกับเวลาและการวัด เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับเวลาที่แน่นอน เวลา น้ำหนัก และปรากฏการณ์ อื่น ๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Self Concept) คือการที่บุคคลมีความรู้สึกว่าตัวเองคือใคร เป็นอะไร และเป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concept) เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศิลธรรม

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concept) เป็นมโนทัศน์ซึ่งสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงาม และขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ทางสังคม

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Humour Concept) เป็นมโนทัศน์ที่อยู่ในขอบข่ายของสังคมนั้น เช่นอาจเป็นสิ่งขบขันในสังคมหนึ่งแต่ไม่อาจขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous Concept) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

กิปสัน (Gibson. 1980 : 276) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท คือ ประเภทแรก มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete Concept) เป็นความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้ เช่น บ้าน หนังสือ สุนัข หรือ คุณภาพของวัตถุ เช่น สี ขนาด รูปร่าง เป็นต้น และประเภทที่สอง มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract Concept) เป็นความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง มีลักษณะเป็นนามธรรม

คลอสไมเออร์ (Klausmeier. 1985 : 276) ได้จำแนกประเภทมโนทัศน์ได้ 2 ลักษณะ คือ Mental Construct เป็นมโนทัศน์ที่ขึ้นกับกระบวนการการเรียนรู้โดยเฉพาะของแต่ละคน อันมีอิทธิพลต่อการคิดในสิ่งรอบๆ ตัว และ Public Entity เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของ

คำต่าง ๆ ซึ่งอาจจะพบในพจนานุกรม สารานุกรม ความหมายเหล่านี้เป็นที่รับรู้ร่วมกันในกลุ่มที่ใช้ภาษาเดียวกัน

นอกจากนี้ มีนักการศึกษาหลายท่านที่จำแนกประเภทของมโนทัศน์ในลักษณะที่คล้ายคลึงกัน เช่น ทราเวอร์ส โรเบิร์ต (Travers Robert. 1967 : 137-138) ออซูเบล (Ausubel. 1968 : 520) ดี เซคโค (De Cecco. 1968 : 390-392) มอแกนและคณะ (Morgan et al. 1984 : 181-182) แอเรนด (Arends. 1994 : 298) ซึ่งพอสรุปออกเป็น 3 ประเภท ได้ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือ สิ่งที่เราพบเห็นโดยทั่วไปมีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราค้นเคยในชีวิตประจำวัน มักเป็นมโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunctive Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เป็นโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนกหรือกาตม น้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท สัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (Zero) วงกลม ตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไขฟองหนึ่งก็ได้

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้า ตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การทำไม้ขีดไฟ ไปสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับระดับของรายได้

สรุปได้ว่า ประเภทของมโนทัศน์สามารถจำแนกได้เป็นมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ประกอบด้วย มโนทัศน์เชิงรูปธรรม มโนทัศน์เชิงนามธรรม และมโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น ประกอบด้วย มโนทัศน์ที่ขึ้นกับกระบวนการการเรียนรู้ของแต่ละคน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลา มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ มโนทัศน์ทางสังคม มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ มโนทัศน์เกี่ยวกับความซับซ้อน มโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของคำต่างๆ มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน มโนทัศน์แยกลักษณะ มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ เป็นต้น

1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

รัสเซลล์ (Russel. 1956 : 249) กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ว่า เป็นผลมาจากการรับรู้ ความจำ และจินตนาการ รวมทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอกและภายในอินทรีย์ ได้แก่ องค์ประกอบทางอารมณ์ ความตึงเครียด ความต้องการ หรือปัญหาที่ต้องแก้ไข การที่จะสร้างมโนทัศน์ได้นั้นต้องผ่านกระบวนการ 3 ชั้น คือ การแยกแยะ การย่อและและการสรุปครอบคลุม กระบวนการทั้ง 3 นี้ จะต้องมีการบูรณาการเข้าด้วยกัน และเกิดขึ้นในระหว่างที่มีการรับสัมผัส (Sensory Impression) การทำงานของกล้ามเนื้อ การใช้กล้ามเนื้อ การตั้งคำถาม การอ่าน และการแก้ปัญหา ซึ่งทั้งหมดนี้จะรวมกันเข้าเป็นโครงสร้างของมโนทัศน์

บรูเนอร์และคณะ (Bruner et al. 1957 : 1) ได้เสนอแนวคิดที่ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ระบบไม่สับสน เรียนรู้ง่ายไม่ยุ่งยาก

โพเดล (Podell. 1958 : 1-20) ได้เสนอแนวคิดที่ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ใน 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรก การเห็นลักษณะร่วม (Composite Photograph) คือการที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นหรือเข้าใจลักษณะร่วมกันของวัตถุหรือสถานการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่งโดยผู้เรียนมิได้กระทำกิจกรรมเพื่อค้นหาโน้ตศัพท์มากนัก เช่น เด็กคนหนึ่งเห็นสุนัขบ่อย ๆ ทั้ง ๆ ที่สุนัขเหล่านั้นเป็นชนิดที่ต่างกัน แต่เด็กก็สามารถมองเห็นลักษณะร่วมของสุนัขได้คือมีสี่ขา มีปากยาว ฯลฯ ครั้งต่อไปถ้าเขาเห็นสัตว์ที่มีลักษณะเช่นนี้อีกเขาก็ทราบว่ามันเป็นสัตว์ประเภทเดียวกัน ลักษณะที่สอง การกระทำเพื่อค้นหาโน้ตศัพท์ (Active Search) คือการที่ผู้เรียนต้องกระทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อค้นหาโน้ตศัพท์ โดยที่นักเรียนต้องคาดการณ์ไว้ก่อนล่วงหน้าว่าลักษณะร่วมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านั้นคืออะไร แล้วจึงค่อยทำกิจกรรมเพื่อเป็นการทดสอบการสร้างมโนทัศน์แบบนี้ผู้เรียนไม่ได้อยู่เฉย แต่ต้องกระทำกิจกรรมอยู่เสมอ

เครชและครัทช์ฟิลด์ (Krech and Crutchfield. 1959 : 464-465) ได้กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ เป็นกระบวนการค้นพบลักษณะบางประการที่เป็นลักษณะร่วมของวัตถุ ซึ่งเป็นจำพวกเดียวกัน เช่น พบว่าหมู ช้าง คน ปลา วาฬ ต่างก็มีต่อมน้ำนมสำหรับเลี้ยงลูกอ่อน ลักษณะร่วมเช่นนี้แตกต่างไปจากสัตว์จำพวกอื่นๆ การค้นพบลักษณะร่วมนี้เป็นการสร้างมโนทัศน์ของคำว่า “สัตว์เลี้ยงลูกด้วยน้ำนม” ขึ้น

โลเวลล์ (Lovell. 1996 : 12-13) ได้กล่าวถึง กระบวนการสร้างมโนทัศน์ มี 3 กระบวนการ คือ การรับรู้ (Perception) การย่อ (Abstraction) และการสรุปครอบคลุม (Generalization) ซึ่งกระบวนการย่อนับเป็นจุดสำคัญของการสร้างมโนทัศน์ ซึ่ง ได้แก่อลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นจึงสรุปครอบคลุมจนได้ลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบ

เบิร์น (Bourne. 1966 : 24-44) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ ดังนี้

1. ทฤษฎีความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง (S.R. Association Theories) กล่าวว่า การมีมโนทัศน์คือการที่สามารถแยกแยะสิ่งเร้าซึ่งมีลักษณะซับซ้อน (Complex Stimuli) และสามารถมองเห็นลักษณะที่สัมพันธ์กันหรือเหมือนกันในสิ่งเร้าเหล่านั้น

2. ทฤษฎีการสร้างมโนทัศน์โดยอาศัยการทดสอบสมมติฐาน (Theories Based on Hypothesis Testing) ทฤษฎีบทนี้ได้อธิบายการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

2.1 ไม่เลือกตอบสนองต่อคุณลักษณะทั่วไปของสิ่งเร้าแต่จะเลือกตอบสนองเฉพาะลักษณะที่ตั้งสมมติฐานเอาไว้ในใจ

2.2 การตอบสนองตามสมมติฐานที่ตั้งไว้เพื่อทดสอบว่าสมมติฐานนั้น ๆ ถูกหรือไม่ ถ้าถูกก็เกิดมโนทัศน์ขึ้นมา ถ้าผิดก็ต้องตั้งสมมติฐานใหม่และทดสอบใหม่จนกว่าจะถูก

แมคโดนัลด์ (McDonald. 1967 : 162) มีแนวคิดที่ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนจะผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้ คือ การแยกแยะ (Discrimination) คือ นักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างของสิ่งที่เรียนกับสิ่งอื่น ๆ และการสรุปครอบคลุม (Generalization) คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของสิ่งที่เรียนเชื่อมโยงกับสิ่งอื่น ๆ ได้

คลอสไมเออร์ (Klausmeier. 1985 : 278-279) มีแนวคิดที่ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ มีลำดับขั้นการสร้างมโนทัศน์พอจะสรุปได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ระดับรูปธรรม (Concrete Level) ซึ่งผู้เรียนจำวัตถุสิ่งต่างๆ ได้และนึกถึงชื่อของสิ่งนั้นๆ ได้ เช่น เด็กเล็กๆ เรียนรู้คำว่า “สุนัข” เป็นต้น
2. ระดับรวมกลุ่ม (Identity Level) เป็นระดับที่ผู้เรียนจำสิ่งใดสิ่งหนึ่งในสภาพการณ์และเวลาที่แตกต่างกันได้ ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้ระดับนี้คือความสามารถสรุปความคล้ายคลึงและแผ่ขยายมโนทัศน์ได้ (Generalization) เช่น สุนัขก็ย่อมเป็นสุนัขเสมอ ไม่ว่าจะอยู่ในสถานที่ เวลา หรือมุมมองที่แตกต่างกันอย่างไรก็ตาม
3. ระดับจัดจำพวก (Classification Level) คือความสามารถในการจัดประเภทสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันเข้าด้วยกัน เช่น สุนัข ไม่ว่าจะจะมีรูปร่าง ขนาด สี หรือพันธุ์แตกต่างกันอย่างไรก็เรียกว่า สุนัข ทั้งนี้
4. ระดับนามธรรม (Formal Level) เป็นการเรียนรู้ระดับที่ผู้เรียนสามารถใช้ชื่อมโนทัศน์อธิบายความหมาย จำแนกความแตกต่างกับมโนทัศน์อื่นๆ ได้ถือเป็นระดับที่เรียนรู้มโนทัศน์ได้สมบูรณ์

สรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ว่าเป็นผลมาจากการรับรู้ ความจำ จินตนาการ รวมทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอกและภายในอินทรีย์ การที่จะสร้างมโนทัศน์ได้นั้นต้องผ่านกระบวนการต่างๆ คือ การมองสิ่งต่าง ๆ เป็นรูปธรรม การรวมกลุ่ม การจัดจำพวก การจินตนาการสิ่งต่าง ๆ เป็นนามธรรม การรับรู้ การย่อ การสรุปครอบคลุม การเห็นลักษณะร่วม ซึ่งกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่เป็นระบบ ไม่สับสน เรียนรู้ง่ายไม่ยุ่งยาก

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้ อัมพร ม้าคนอง (2547 : 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

กู๊ด (Good. 1959 : 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์ ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ รวมถึงคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

โดโนแวนและเจอร์ลาร์ด (Donovan and Gerald. 1972 : 168) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดของบุคคลซึ่งเป็นนามธรรมเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น สมบัติของวัตถุ หรือเหตุการณ์ต่างๆ โดยสามารถบอกลักษณะร่วมและลักษณะที่แตกต่างของแต่ละมโนทัศน์ได้ เช่น มโนทัศน์ สาม เป็นมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรมที่ใช้แทนความหมายของสิ่งของสามสิ่ง

คูเนย์และคณะ (Cooney et al. 1975 : 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่นการมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

เบลล์ (Bell. 1981 : 108) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความคิดนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของหรือเหตุการณ์ใด ๆ ที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นั่นคือคนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่าง ๆ เป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่เป็นสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

ตูมาซิส (Toumasis. 1995 : 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้”

เอ็กเกนและโคซัค (Eggen and Kauchak. 1996 : 108) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น”

ชวาทซ์และเฮร์สคอวิซ (Schwarz and Hershkowitz. 1999 : 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์

ค็อกเบิร์นและลิตเลอร์ (Cockburn and Littler. 2010 : 3-6) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดสำคัญในการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหา คณิตศาสตร์เฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ หรือความคิดสำคัญเกี่ยวกับลักษณะภายนอกของสิ่งของที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ที่มีการนำมาประมวลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดที่เป็นนามธรรม ที่ได้จากความเข้าใจที่เกิดจากกระบวนการเรียนรู้เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ ด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ ออกมาในรูปของบทนิยามทางคณิตศาสตร์ การจัดกลุ่มสิ่งของหรือเหตุการณ์ใด ๆ ที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง

2.2 แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้

ทราเวอร์ส (Travers. 1967 : 142) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์อย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู ครูจะต้องใช้วิธีสอนให้

เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ซึ่งแนวทางในการจัดสภาพการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์มีดังนี้

1. สิ่งที่จะอำนวยความสะดวกให้แก่นักเรียนในการเรียนมโนทัศน์ คือ นักเรียนเห็นความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ
 2. ปัญหาที่มีลักษณะซ้ำ ๆ กันมักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่มีลักษณะไม่ซ้ำกัน
 3. นักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น ถ้ามีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน
 4. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า นักเรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ได้ง่ายกว่าถ้าลดจำนวนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป
 5. ทักษะการเรียนรู้มโนทัศน์จะเพิ่มขึ้นตามอายุ
 6. มโนทัศน์ที่ง่ายควมวิตกกังวลอาจช่วยในการเรียนรู้ได้ แต่ถ้าเป็นมโนทัศน์ที่ซับซ้อนความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพของนักเรียน
 7. การเรียนรู้มโนทัศน์จะง่ายขึ้นถ้าครูแนะจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตได้ให้นักเรียนทราบ
 8. บางครั้งครูจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลาย ๆ ตัวอย่างพร้อม ๆ กัน แต่ไม่ควรจะให้เกิน 4 ตัวอย่าง
 9. การเรียนรู้มโนทัศน์จะง่ายขึ้นและสามารถที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ ถ้านักเรียนสามารถสื่อสารมโนทัศน์ให้แก่ตัวเองได้
 10. การทราบผลการเรียนทันที จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ดียิ่งขึ้น
 11. การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ ในขั้นสูงจะง่ายขึ้นถ้านักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์ โดยได้เรียนรู้จากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ
 12. ควรสอนมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กันด้วย
 13. ควรใช้วิธีการหลากหลายในการสอนมโนทัศน์ ควรให้นักเรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมดให้กับโครงสร้างของมโนทัศน์เดิม
- เดอ เซคโค (De Cecco, 1968 : 402-416) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้
1. กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่า หลังจากที่ได้เรียนมโนทัศน์นั้นไปแล้วนักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง
 2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอน ถ้ามโนทัศน์ที่จะสอนมีลักษณะเฉพาะหลายลักษณะ ครูควรลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง เน้นลักษณะเด่นและสำคัญ โดยการจัดเป็นหมู่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย
 3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่าย และเข้าใจความหมายได้ถูกต้อง
 4. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างทางลบและตัวอย่างทางบวกต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้ นักเรียนสามารถสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้น และจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องกับ มโนทัศน์นั้นออกไปได้

5. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบที่ละอย่างในเวลาใกล้เคียงกันหรือพร้อมกัน
6. เสนอตัวอย่างทางบวกใหม่ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนพิจารณา เพื่อต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปจากความคิดทั่วไปและตอบสนองสิ่งเร้าใหม่ได้
7. เสนอตัวอย่างใหม่ ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลาย ๆ ตัวอย่างมา ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างทางบวกหรือที่เกี่ยวข้องเท่านั้น
8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น
9. ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และเสริมแรงให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์นั้น ๆ

คลอสไมเออร์และริปเปิล (Klausmeier and Ripple. 1971 : 422 - 432) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ ครูควรชี้แจงให้นักเรียนเห็นถึงคุณลักษณะของสิ่งเร้านั้น เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น
2. การใช้คำที่เหมาะสม การสอนมโนทัศน์ต้องให้นักเรียนใช้คำที่ใช้แทนมโนทัศน์นั้น ครูควรให้นักเรียนสามารถใช้คำที่เหมาะสมกับมโนทัศน์นั้น หรือมโนทัศน์อื่นด้วย
3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน การสอนมโนทัศน์ครูจะต้องสอนให้นักเรียนทราบพื้นฐาน นิยาม โครงสร้างของมโนทัศน์นั้นเสียก่อนตั้งแต่ต้น
4. การพิจารณาการจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง ครูควรเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบให้มากพอที่นักเรียนจะเห็นลักษณะเฉพาะเพื่อให้นักเรียนสามารถแยกแยะความแตกต่างและสรุปมโนทัศน์ได้
5. ส่งเสริมให้นักเรียนต้องการค้นคว้า ครูควรให้นักเรียนมีทั้งความรู้และแนวทางในการแก้ปัญหาพอ ๆ กับการที่นักเรียนมีโอกาสในการตัดสินใจ และรับผิดชอบสิ่งที่ตนกระทำ
6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ ครูควรมีส่วนช่วยเหลือให้นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์
7. ให้นักเรียนรู้จักวัดผลตนเองว่าเข้าใจในความรู้ที่เรียนหรือไม่ ถ้าไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

สรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีวิธีการดังนี้ คือครูควรวิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอน ควรสอนมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน ใช้วิธีการสอนมโนทัศน์ที่หลากหลาย ใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่าย ครูควรใช้ปัญหาที่หลากหลาย ใช้สถานการณ์ปัญหาใหม่ ๆ มีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน ควรส่งเสริมให้นักเรียนค้นคว้า และเสริมแรงให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ การทราบผลการเรียนทันทีจะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ดียิ่งขึ้น การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ ในขั้นสูงจะง่ายขึ้นถ้านักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions) คือ ความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงเป็นแนวคิดหรือความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับทั่วไป

1. ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังต่อไปนี้

แฮลลอนและแฮสตินส์ (Halloun and Hestence. 1985 : 1058) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นความรู้ที่ได้มาจากประสบการณ์ของบุคคล ซึ่งอาจจะได้โดยไม่สมบูรณ์

ฟิชเชอร์ (Fisher. 1985 : 53-54) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นความคลาดเคลื่อนจากมโนทัศน์ของผู้ทรงคุณวุฒิหรือผู้เชี่ยวชาญในแขนงวิชานั้น ๆ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพียงเรื่องเดียวหรือจำนวนหนึ่งจะขยายออกไปจากเรื่องที่ย้ายไปสู่เรื่องที่ยากขึ้นเนื่องจากมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นที่แตกต่างกันของแต่ละบุคคล มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวนไม่น้อยที่ยากต่อการเปลี่ยนแปลงแก้ไขหรือแก้ไขได้น้อยมากถ้าใช้วิธีการสอนแบบดั้งเดิม มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวโยงกันอย่างมีระบบ ทำให้นักเรียนมีแนวโน้มที่จะนำไปใช้ในชีวิตของเขาด้วย และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องเป็นสิ่งที่ถ่ายทอดกันมาแต่อดีต จากผู้ที่เป็นผู้นำทางความรู้ในแขนงวิชานั้นๆ แล้วถูกถ่ายทอดมาสู่นักเรียน

ปีเตอร์สันและทรีเกรส (Peterson and Treagust. 1989 : 301) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความคิดความเข้าใจที่แตกต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับของแต่ละเนื้อหา

ไดค์สตราและคณะ (Dykstra et al. 1992 : 615) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นการให้คำตอบที่เข้าใจผิดของผู้เรียน เมื่อผู้เรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ที่เฉพาะเจาะจงหนึ่ง ๆ เป็นความเชื่อพื้นฐานต่าง ๆ ที่ผู้เรียนมีเกี่ยวกับเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นบนโลก ซึ่งผู้เรียนนำมาใช้อย่างหลากหลายในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่แตกต่างกัน และเป็นสิ่งที่ผู้เรียนยึดถือในการที่จะอธิบายความหมายของการเกิดเหตุการณ์เหล่านั้น

ชินและบรูสเตอร์ (Chinn and Brewster. 1993 : 5) ได้ให้ความหมาย มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าเป็น ความเชื่อบางอย่างที่ไม่ถูกต้อง นักเรียนจะเชื่ออย่างรวดเร็วและฝังรากลึกในใจของนักเรียนและนักเรียนจะไม่เปลี่ยนความเชื่อนี้อย่างง่ายดาย

ลอร์สัน (Lawson. 2001 : 165) ได้ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความรู้ของตนเองที่ไม่สอดคล้องกับทฤษฎี ซึ่งเกิดจากประสบการณ์ของตนเองโดยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนี้ถ้าเกิดขึ้นกับนักเรียนแล้วจะฝังแน่นยากที่จะเปลี่ยนแปลงแก้ไขได้

ไคและรอสโค (Chi and Roscoe. 2002 : 5) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ที่ไม่ถูกต้องและยากต่อการเปลี่ยนแปลง

ดริวส์ (Drews. 2005 : 11-17) ได้ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงเป็นแนวคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป มโน

หยั่งรู้ (Intuitive Meaning) สู่ความหมายใหม่ (New Meaning) หรือการละทิ้งบางแง่มุมของความหมายของการหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแง่มุมใหม่ ๆ ที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของคำอันกลายเป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติของเด็ก ๆ เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการสังเคราะห์แสงและอาหารของพืช ซึ่งนักเรียนจะนำความหมายของคำว่าอาหารโดยทั่วไปเชื่อมโยงกับความหมายของคำว่าแหล่งอาหารของพืช ทำให้เกิดความสับสนและเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าอาหารของพืชมาจากกาที่พืชดูดอาหารจากดิน

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ (Misconception Derived from a Symbolic Knowledge Situation) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่าง ๆ คือนักเรียนไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ (Symbolic Knowledge) ให้มาสัมพันธ์กับความรู้อันจริง (Real World Knowledge) ได้

สรุปได้ว่า ลักษณะของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน จากการแทรกแซง จากการการถ่ายโยงการเรียนรู้ทางลบ จากการดูซึม ความคลาดเคลื่อนเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน จากการทำซ้ำ จากความสัมพันธ์ และ ความคลาดเคลื่อนเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ จากการทำซ้ำ

3. สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึง สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ไว้ดังต่อไปนี้ ตามแนวคิดของนักวิชาการต่างประเทศ ซิมสันและมาร์ค (Simson and Marek. 1988 : 362) ฟิชเชอร์ (Fisher. 1985 : 53-54) ฮอลลอน และ เฮสเทนส์ (Halloun and Hestenes. 1985 : 1056) ไพน์และเวสต์ (Pines and West. 1983 : 47) สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า อาจเกิดจาก คำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ขาดความเข้าใจในมโนทัศน์เรื่องนั้น การจินตนาการจากคำอธิบายที่เป็นนามธรรม การแปลความหมายจากความเข้าใจที่ผิดความขัดแย้งระหว่างประสบการณ์ในชีวิตจริงกับประสบการณ์ในโรงเรียน และการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยใช้ได้ผลในบางสถานการณ์มาเป็นข้อสรุปในวิธีการแก้ปัญหาของตนต่อสถานการณ์ทั่วไป

ฮอลลอนและเฮสทินส์ (Halloun and Hestenes. 1985 : 1056-1065) สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า ในบางครั้งการแปลความหมายเกี่ยวกับปรากฏการณ์ธรรมชาติตามความเชื่อของนักปราชญ์ในอดีต ก็เป็นผลให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้น ๆ ได้เช่น อริสโตเติล เชื่อว่า ดินคืออาหารของพืช เป็นต้น

ออสบอนและเฟรเบิร์ก (Osborne and Freyberg. 1985 : 27) ได้เสนอความคิดเห็นเกี่ยวกับสาเหตุที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นจริงในตัวนักเรียนจะแตกต่างจากมโนทัศน์ที่ครูต้องการให้นักเรียนมี เป็นเหตุให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ซึ่งมีมโนทัศน์ที่นักเรียนมักจะเข้าใจคลาดเคลื่อนจากที่ครูต้องการได้แก่ มโนทัศน์ที่ได้จากตำราเรียน มโนทัศน์ที่เกิดจากการแก้ปัญหาทางด้านวิทยาศาสตร์ มโนทัศน์ที่เกิดจากการทำกิจกรรม และ มโนทัศน์ที่ได้จากการสรุปความรู้ต่าง ๆ

ซิมสันและมาร์ค (Simson and Marek. 1988 : 362) ได้กล่าวว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไม่ใช่มาจาก ประสบการณ์ในโรงเรียนเพียงสาเหตุเดียวที่ แต่อาจเกิดจาก

คำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ยังไม่เข้าใจมโนทัศน์นั้น ๆ ดีพอ จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจผิดโดยไม่รู้เท่าไม่ถึงการณ์

สุวิมล เขี้ยวแก้ว (Suwimon. 1988 : 15-18) ได้กล่าวถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พอสรุปได้ว่า 4 ประการ คือ การนำเสนอข้อมูลหรือความหมายในบางเรื่องไม่ชัดเจน ความไม่พร้อมทางวุฒิภาวะและการพัฒนาทางด้านสติปัญญา นักเรียนมักนำคำที่ใช้ทางคณิตศาสตร์ไปเทียบความหมายกับคำที่ใช้ในชีวิตประจำวัน และการที่ครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในบางเรื่อง จึงทำให้นักเรียนได้รับการถ่ายทอดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้น ๆ จากครูต่ออีกทอดหนึ่ง

เรนเนอร์ (Renner et al. 1990 : 33) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากตำราเรียน วิธีการสอนโดยครู และ ข้อสรุปของนักเรียนมีอยู่ก่อน หรือแนวคิดที่ไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ขาดความเข้าใจ ความเชื่อของนักปราชญ์ จากตำราเรียน จากการทำกิจกรรม ความไม่พร้อมทางวุฒิภาวะ และพัฒนาการทางสติปัญญา วิธีการสอนโดยครู เกิดจากความประการณ์ในโรงเรียนกับประสบการณ์ในชีวิตจริงขัดแย้งกัน การแก้ปัญหา การแปลความหมายจากความเข้าใจที่ผิดของนักเรียน

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอน

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอนไว้ดังต่อไปนี้
โสภภาพรณ แสงศัพท์ และคณะ (2525 : 57) กล่าวว่า เมื่อมโนทัศน์เดิมคลาดเคลื่อน จะมีผลให้การรับรู้เรื่องราวต่าง ๆ ต่อมาในการเรียนการสอนเกิดความคลาดเคลื่อนได้ง่ายขึ้น และเมื่อเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแล้วทำให้ยากต่อการเปลี่ยนแปลงแก้ไข และไม่รู้สึกกว่ากำลังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอยู่ อันมีผลให้นักเรียนตีความหมายของสิ่งที่เรียนรู้ในชั้นเรียนแตกต่างกับความรู้ที่ครูตั้งใจจะให้ และเพิกเฉยต่อความแตกต่างที่เกิดขึ้น โดยนักเรียนคิดว่าเข้าใจและตีความหมายถูกต้องแล้วในสิ่งที่ครูสอน เมื่อเรียนรู้เรื่องใหม่ต่อ ๆ ไปก็จะเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ การเชื่อมโยงประสบการณ์ทำได้ช้าลงและไม่บังเกิดผล

ฟิชเชอร์ (Fisher. 1985 : 53-54) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะขยายวงจากเรื่องง่ายไปเรื่องยาก แม้เพียงเรื่องเดียวก็จะสามารถขยายออกไปได้เนื่องจากคนเรามีการปะทะสังสรรค์กันและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องเกี่ยวข้องกับความสำเร็จอื่น ๆ ซึ่งเกี่ยวข้องกันอย่างมีระบบทำให้นักเรียนมีแนวโน้มที่จะนำไปใช้ในชีวิตของเขาด้วย

ไคและรอสโค (Chi and Roscoe. 2002 : 3) ได้กล่าวว่า การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จะเป็นอุปสรรคในการเรียนเนื้อหาใหม่และเป็นอุปสรรคในการทบทวนความรู้เดิม

ซูพิง (Suping. 2003 : 9) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนการสอนจะเกิดขึ้นได้ง่าย และผู้เรียนไม่ทราบว่าได้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนขึ้นแล้ว ทำให้นักเรียน เป็นอุปสรรคในการเรียนรู้เรื่องต่อไปและยากต่อการเปลี่ยนแปลง

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนกับการเรียนการสอน เกิดขึ้นได้ง่ายจากประสบการณ์เดิม หรือความเชื่อที่ผิด หรือความรู้จากการรับรู้ในห้องเรียนที่คลาดเคลื่อน เมื่อเกิดขึ้นแล้วจะขยายวงกว้างไปกระทบกับการเรียนรู้เรื่องใหม่ต่อไป ยากต่อการเปลี่ยนแปลง

ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

นักคณิตศาสตร์ศึกษาได้วิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ไว้ดังนี้ โปสท์และคณะ (Post et al. 1988 : 78-90) ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับกราฟ ว่านักเรียนไม่มีความเข้าใจในเรื่องความเป็นสัดส่วนและความไม่เป็นสัดส่วนของฟังก์ชัน (Proportionality or Non-proportionality of Functions)

บูธ (Booth. 1988 : 1984 : 2-14) ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับลำดับของการคำนวณ สมการพีชคณิต และสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ตามลำดับ ดังนี้ คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับลำดับของการคำนวณ คือ นักเรียนใช้วงเล็บและเรียงลำดับก่อนหลังการคำนวณไม่ถูกต้อง
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมการพีชคณิต คือ การนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร คือ การรวมพจน์

คิลแพทริคและคณะ (Kilpatrick et al. 2001 : 150-159) ได้ระบุถึงความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับ จำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข อัตราส่วน สัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ฟังก์ชัน และกราฟ ตามลำดับ ดังนี้ คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข คือ การคำนวณการบวก / การลบทศนิยม
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน คือ ในการเขียนอัตราส่วนที่แตกต่างกันและขนาดของอัตราส่วน
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการหาคำตอบทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร คือ นักเรียนมีความเชื่อว่าคำตอบไม่สามารถเป็นจำนวน
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน คือ การแปลความฟังก์ชันไม่ถูกต้อง
5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกราฟ คือ การแปลความกราฟไม่ถูกต้อง

คาลซ์แมนและเคอดิงเจอร์ (Kalchman and Koedinger. 2005 : 351-393) ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับฟังก์ชัน และกราฟ ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน คือ ความชัน ตัวแปรอิสระ ตัวแปรตาม สมการ ตารางและการนำเสนอโดยใช้กราฟ
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกราฟ คือ ความชันของเส้นตรง

วู (Wu. 2005 : 10-17) ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข และสมการทางพีชคณิต ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข

คือ นักเรียนไม่ตระหนักถึงความหมายที่แตกต่างกันของเศษส่วน (สัมประสิทธิ์ ค่าคงที่ ความชัน และสัดส่วน ฯลฯ) และนักเรียนมีปัญหาในการทำความเข้าใจค่าของเศษส่วน

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมการทางพีชคณิต คือ นักเรียนไม่มีความเข้าใจกระบวนการแก้สมการ และเกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ (ทศนิยม เศษส่วน และจำนวนเต็ม)

แอสล็อก (Ashlock. 2006 : 136-150) ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข และสมการทางพีชคณิต ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข คือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแรเงาเศษส่วน หลักการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ หลักการบวกการลบเศษส่วน หลักการคูณการหารเศษส่วน การวางตำแหน่งทศนิยมในการบวกลบคูณหารเศษส่วน ใช้เครื่องหมายไม่ถูกต้องในการบวกจำนวนเต็ม

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมการทางพีชคณิต คือ นักเรียนไม่สามารถทำให้เป็นพจน์อย่างง่ายได้ และไม่ใช้สมบัติการแจกแจง (Distributive Property)

ชิฟเตอร์และคณะ (Schifter et al. 2008 : 413-447) ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับลำดับของการคำนวณ ว่านักเรียนมีความเชื่อที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับสมบัติการสลับที่ (Commutative Property) และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ (Associative Property) สำหรับการลบและการหาร

บลันตัน (Blanton. 2008 : 91) ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับกราฟ ว่านักเรียนมีปัญหาในเรื่องสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน (The Shape of the Function)

แวน ดี วอลเล่และคณะ (Van de Walle. 2010 : 104-105) ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับฟังก์ชัน ว่านักเรียนไม่มีความเข้าใจในเรื่องความเป็นสัดส่วนและความไม่เป็นสัดส่วนของฟังก์ชัน (Proportionality or Non-proportionality of Functions)

สรุปได้ว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ได้แก่

1. การนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์
2. การใช้วงเล็บเรียงลำดับก่อนหลังของการคำนวณ และการรวมพจน์
3. การเขียนสัญลักษณ์แทนอัตราส่วน
4. มีความเชื่อว่าการหาคำตอบในพีชคณิตไม่สามารถเป็นจำนวนได้
5. การแปลความฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ปัญหาในเรื่องสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน และความเข้าใจในเรื่องความเป็นสัดส่วนและความไม่เป็นสัดส่วนของฟังก์ชัน
6. ความชันของเส้นตรง เรื่องของกราฟ การแปลความกราฟไม่ถูกต้อง
7. เข้าใจความหมายของเศษส่วนคลาดเคลื่อน และการคำนวณ โดยเฉพาะทศนิยม เศษส่วน และจำนวนเต็ม
8. ไม่เข้าใจกระบวนการแก้สมการ เข้าใจไม่ถูกต้องเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการ
9. ไม่สามารถทำให้เป็นพจน์อย่างง่ายได้

แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาได้นำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ไว้ ดังนี้

ราดาทส์ (Radatz. 1979 : 163-172) ได้วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในเกรดสี่ ของประเทศเยอรมนี สรุปเป็นแนวคิด ได้ดังนี้

1. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากด้านภาษา (Errors Due to Language Difficulties)
2. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากในการรับข้อมูลเชิงพื้นที่ (Errors Due to Difficulties on Obtaining Spatial Information)
3. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความบกพร่องในทักษะที่จำเป็น ข้อเท็จจริงและแนวคิด (Errors Due Deficient Mastery of Prerequisite Skill, Fact and Concept)
4. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการเชื่อมโยงที่ไม่ถูกต้องหรือความคิดที่ไม่ยืดหยุ่น (Errors Due to Incorrect Associations or Rigidity of Thinking)
5. การประยุกต์ใช้กฎหรือกลยุทธ์ที่ไม่เกี่ยวข้อง (Errors Due to the Application of Irrelevant Rules of Strategies)

ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากด้านภาษา (Errors Due to Language Difficulties)

ภาษาทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากล สำหรับนักเรียนที่ต้องรู้และเข้าใจแนวคิด สัญลักษณ์และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับความหมายภาษาทางคณิตศาสตร์ อาจก่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนที่จุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหา

2. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากในการรับข้อมูลเชิงพื้นที่ (Errors Due to Difficulties on Obtaining Spatial Information)

ตำราคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาในโรงเรียนได้แสดงให้เห็นแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นในเนื้อหาการประมวลผลแทนสัญลักษณ์และการนำเสนอความรู้ทางคณิตศาสตร์ การตีความทางการศึกษาของบรูเนอร์เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแนวคิด (Concept) ที่เกิดขึ้นให้มีความหลากหลาย มีคำแนะนำที่เป็นสัญลักษณ์ไดอะแกรมและการสร้างของเงื่อนไขโดยใช้ภาพในการทำงานทางคณิตศาสตร์ สิ่งเหล่านี้ทำให้เกิดความต้องการความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และความสามารถในการแยกแยะภาพ แม้ว่าความต้องการดังกล่าวจะน้อยกว่าความต้องการให้นักเรียนรู้เรื่องเนื้อหาที่เฉพาะเจาะจง จากตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต และการเรียนรู้ของนักเรียนจะเป็นตัวแทนที่เฉพาะเจาะจงสำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ทั้งหมดที่เรียนในโรงเรียน จำนวนความคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์จะแตกต่างกันระหว่างบุคคลอย่างมีนัยสำคัญในภาพเชิงพื้นที่และความคิดเชิงพื้นที่ (Spatial Imagery and Spatial Thinking) และมีความยากลำบากที่เกิดขึ้นสำหรับเด็กบางคนในการได้รับข้อมูลเชิงพื้นที่หรือข้อมูลที่เป็นภาพหรือในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์

จากตัวอย่าง แผนภาพที่ 1 แสดงให้เห็นเซตห้าเซต ซึ่งเป็นความคลาดเคลื่อนที่พบบ่อยที่สุดเมื่อนักเรียนอ่านแผนภาพเวนน ส่วนที่แรเงาตรงกับจำนวนที่กำหนดให้ซึ่งนักเรียนใช้ในการตอบ

คำถาม งานทางคณิตศาสตร์ใช้เป็นหนึ่งในการตรวจสอบการตอบสนองของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายกันแต่มีการนำเสนอในบริบทที่แตกต่างกัน. นักเรียนแก้ปัญหาโดยเกิดความคลาดเคลื่อนที่น้อยลงและเกิดความคลาดเคลื่อนที่แตกต่างกัน ซึ่งพบว่าปัญหาเกิดจากนักเรียนไม่มีความเข้าใจในการอ่านแผนภาพเวนนี ไม่มีความเข้าใจในสัญลักษณ์หรือไม่มีความเข้าใจในสถานการณ์ที่บริบทที่แตกต่างกัน นักเรียนจำนวนมากมีความยากลำบากในการอ่านแผนภาพเวนนี เพราะวาดแผนภาพไม่ถูกต้องและละเลยการวาดเส้นที่ไม่เกี่ยวข้อง

จากการตรวจสอบได้แสดงให้เห็นว่าการประมวลผลแทนสัญลักษณ์และการนำเสนอความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความยากลำบากมากในการประมวลผลข้อมูลและการวิเคราะห์ถึงการรับรู้

Find the number of dots in each set.

A			
C			
B ∪ C			
C ∩ A			
B \ A			

ภาพที่ 1 แสดงความคลาดเคลื่อนที่พบบ่อยที่สุด (แสดงโดยการแรเงา) เมื่อนักเรียนอ่านแผนภาพเวนนี

3. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความบกพร่องในทักษะที่จำเป็น ข้อเท็จจริงและแนวคิด (Errors Due Deficient Mastery of Prerequisite Skill, Fact and Concept)

ประเภทของความคลาดเคลื่อนนี้รวมถึงการขาดความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์และการขาดความรู้เกี่ยวกับปัญหาที่เฉพาะเจาะจง

การประสบความสำเร็จในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ความรู้คือสิ่งที่จำเป็น แต่นักเรียนยังขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนยังมีการเรียนรู้ที่ยังไม่เพียงพอในเรื่องข้อเท็จจริงพื้นฐานและนักเรียนใช้กระบวนการและเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง และนักเรียนยังมีความรู้ไม่เพียงพอในเรื่องแนวคิดที่จำเป็นและสัญลักษณ์

บทบาทสำคัญของตัวแปรที่ใช้เพื่อส่งผลกระทบต่อผลลัพธ์ของการเรียนรู้ ประวัติของนักเรียนในการเรียนรู้ในโรงเรียนเป็นสิ่งที่มีความแตกต่างกันของนักเรียนแต่ละคน เป็นสิ่งที่ใช้เป็นองค์ประกอบเพื่อศึกษาความรู้ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วก่อนหน้านี้สำหรับการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เฉพาะเจาะจง

พิจารณาปัญหาต่อไปนี้ การบวกจำนวนที่มีสามหลักและการบวกจำนวนที่มีสี่หลักที่มีเลขโดดในแต่ละหลักเหมือนกัน นี่คือตัวอย่างความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการขาดความรู้พื้นฐาน

$$\begin{array}{lll} 100 + 100 = 200 & 111 + 111 = 222 & 333 + 333 = 666 \\ 200 + 400 = 600 & 222 + 9999 = 10221 & 666 + 444 = 1110 \end{array}$$

4. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการเชื่อมโยงที่ไม่ถูกต้องหรือความคิดที่ไม่ยืดหยุ่น (Errors Due to Incorrect Associations or Rigidity of Thinking)

ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการถ่ายโยงการเรียนรู้ทางลบที่รู้จักกันดีในทางทฤษฎีการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนในการศึกษาคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญในการศึกษากระบวนการแก้ปัญหา ความยืดหยุ่นในการถอดรหัสและการเข้ารหัสข้อมูลใหม่ หมายถึงประสบการณ์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาที่คล้ายกันที่จะนำไปสู่ความคิดที่ไม่ยืดหยุ่น (Rigidity of Thinking) ในกรณีดังกล่าวนักเรียนจะพัฒนาองค์ความรู้ด้านการดำเนินการ นักเรียนยังคงใช้เงื่อนไขพื้นฐานในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงด้านเนื้อหาหรือกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการบางอย่างต้องทำการประมวลผลข้อมูลใหม่

5. การประยุกต์ใช้กฎหรือกลยุทธ์ที่ไม่เกี่ยวข้อง (Errors Due to the Application of Irrelevant Rules of Strategies)

ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการที่นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการประยุกต์ใช้กฎหรือกลยุทธ์ที่ไม่เกี่ยวข้อง ทำให้เกิดความมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนคิดว่าตนเองได้แก้ปัญหาที่ถูกต้องแล้วและไม่ตระหนักถึงการนำทฤษฎี บทนิยาม กฎ มาประยุกต์ใช้การแก้ปัญหา

วินเนอร์และคณะ (Vinner et al. 1981 : 555-570) ได้วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนเนื้อหาการบวกเศษส่วน โดยทำการศึกษาปัจจัยบางปัจจัยด้านพุทธิสัยที่เป็นสาเหตุของความผิดพลาด (Mistake) สอบถามนักเรียนในประเทศอิสราเอล จำนวน 494 คน อายุระหว่าง 13 - 15 ปี แบบสอบถามมี 30 ข้อ โดยเนื้อหาเศษส่วนมีการสอนเมื่อนักเรียนอายุระหว่าง 10 - 11 ปี

วัตถุประสงค์ของการศึกษาวิจัย คือการวิเคราะห์คำตอบที่ไม่ถูกต้องและคาดการณ์เกี่ยวกับกลยุทธ์ที่เป็นไปได้ที่นักเรียนจะใช้ในการแก้ปัญหา แต่ถ้านักเรียนใช้กลยุทธ์ที่เฉพาะเจาะจงนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง ส่งผลให้ต้องมีการจัดหมวดหมู่กลยุทธ์ที่เป็นไปได้เพื่อเป็นแนวทางในการตรวจสอบเพิ่มเติม และนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

คำตอบที่ไม่ถูกต้องถูกนำมาวิเคราะห์ในสามขั้นตอน ในเนื้อหาการบวกและการลบเศษส่วน

1. การค้นหาตัวส่วนร่วม
2. การที่นักเรียนแสดงวิธีทำกรณีเศษส่วนที่มีตัวส่วนร่วม
3. การบวกตัวเศษของเศษส่วน

สรุปเป็นแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนที่คลาดเคลื่อน ได้ดังนี้

หมวดหมู่ 1 ข้อบ่งชี้ของขั้นตอนวิธีของตัวส่วนร่วม (There is Indication of the Common Denominator Algorithm)

หมวดหมู่ 2 ข้อบ่งชี้ของว่านักเรียนได้แสดงความคิด (Idea) เกี่ยวกับตัวส่วนร่วม แต่นักเรียนได้แสดงความคิด (Idea) ของเศษส่วนที่เท่ากันที่สูญหายไป (There is an Indication That the Student is Activated Somehow by the Idea of the Common Denominator, but Idea of Equivalent Fractions Is Missing.)

หมวดหมู่ 3 ข้อบ่งชี้ของทั้งสองความคิดของตัวหารร่วมและความคิดของเศษส่วนที่เท่ากัน ซึ่งมีรายละเอียดการจัดหมวดหมู่ของความคลาดเคลื่อน ดังนี้

หมวดหมู่ 1 ข้อบ่งชี้ของขั้นตอนวิธีของตัวส่วนร่วม (There is Indication of the Common Denominator Algorithm)

1. การคูณตัวเศษ และการบวกตัวส่วน ($1/2 + 2/3 = 2/5$; $1/2 + 1/4 = 1/6$) สำหรับ $1/2 + 1/4$ นอกจากนี้ยังมีความเป็นไปได้ว่าตัวเศษรวม 1 ถูกนำไปเป็นตัวเศษของผลลัพธ์และสำหรับ $1/2 + 2/3$ ที่ตัวเศษมากกว่าจะนำไปเป็นตัวเศษของผลลัพธ์
2. การบวกตัวเศษและการคูณตัวส่วน ($1/2 + 2/3 = 3/6$)
3. การคูณตัวเศษและตัวส่วน ($1/2 + 2/3 = 2/6$)
4. ตัวเศษและตัวส่วนของการบวกเศษส่วนที่กำหนดให้ ($1/2 + 2/3 = 3/5$, $1/2 + 1/4 = 2/6$)

5. การบวกตัวเศษและการละเว้นตัวส่วน ($1/2 + 2/3 = 1 + 2$)

หมวดหมู่ 2 ข้อบ่งชี้ของว่านักเรียนได้แสดงความคิด (Idea) เกี่ยวกับตัวส่วนร่วม แต่นักเรียนได้แสดงความคิด (Idea) ของเศษส่วนที่เท่ากันที่สูญหายไป (There is an Indication That the Student is Activated Somehow by the Idea of the Common Denominator, but Idea of Equivalent Fractions Is Missing.)

1. หมวดหมู่ย่อย 1-4 ในหมวดหมู่นี้มีขั้นตอนการบวกเศษส่วน ตัวอย่างเช่น แทนที่นักเรียนจะเขียน $1/2 + 2/3 = 3/5$ แต่นักเรียนเขียน $1/2 + 2/3 = (1 + 2) / 5$

2. ตัวส่วนร่วมที่ได้จากการบวกตัวส่วนทุกตัวและตัวเศษที่บวกเพิ่มในตอนท้าย
 $[1/2 + 2/3 = (1 + 2) / 8$, $1/2 + 1/4 = (1 + 1) / 8]$

หมวดหมู่ 3 ข้อบ่งชี้ของทั้งสองความคิดของตัวหารร่วมและความคิดของเศษส่วนที่เท่ากัน

1. ตัวส่วนร่วมได้มาจากการบวกตัวส่วน ตัวเศษใหม่ได้มาจากการบวกตัวเศษเดิมและตัวส่วนของเศษส่วน การเทียบเศษส่วนทำได้โดยการบวกจำนวนที่เหมือนกันกับตัวเศษและตัวส่วน $[1/2 + 2/3 = (4 + 4) / 5]$

2. ตัวส่วนร่วมได้มาจากการคูณตัวส่วน ตัวเศษใหม่ได้มาจากการบวกตัวเศษเดิมและตัวส่วนของเศษส่วนอื่น ๆ $[1/2 + 2/3 = (4 + 4) / 6, 1/2 + 1/4 = (5 + 3) / 8]$

3. ตัวส่วนร่วมได้มาอย่างถูกต้อง ตัวเศษใหม่ได้มาจากการคูณตัวเศษและตัวส่วนของเศษส่วนเดียวกัน $[1/2 + 2/3 = (2 + 6) / 6, 1/2 + 1/4 = (2 + 4) / 4]$

4. ตัวส่วนร่วมได้มาอย่างถูกต้อง ตัวเศษใหม่ได้มาจากการบวกตัวเศษและตัวส่วนของเศษส่วน $[1/2 + 1/4 = (3 + 5) / 4]$

5. ตัวส่วนร่วมใน $1/2 + 1/4$ คือ 4 ตัวเศษใหม่ได้มาจากการคูณตัวเศษและใช้ตัวส่วนของเศษส่วนอื่น ๆ ตัวส่วนร่วมได้มาจากการคูณ $[1/2 + 1/4 = (4 + 2) / 4]$

6. ตัวส่วนร่วมใน $1/2 + 2/3$ คือ 3 (จำนวนมาก) ตัวเศษใหม่ได้มาจากการบวกตัวเศษและใช้ตัวส่วนของเศษส่วนอื่น ๆ $[1/2 + 2/3 = (4 + 4) / 3]$

และได้จัดหมวดหมู่ความคลาดเคลื่อนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาการบวกเศษส่วนเลขคณิต ดังต่อไปนี้

1. การเสนอรายละเอียดที่ผิด : ลืมบางส่วน
 2. การวินิจฉัย : การใช้ขั้นตอนวิธีการที่ไม่เหมาะสมกับสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน
 3. การเลือกประเภทของแนวเทียบ (Analogy) ที่ผิด การวางนัยทั่วไปที่ไม่เหมาะสม
 4. การตีความสัญลักษณ์ผิด
 5. ความล้มเหลวในการใช้ความรู้ที่มีอยู่ตรวจสอบผลลัพธ์ในเนื้อหาใหม่
- โบราลี (Borasi. 1985 : 1-14) ได้วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ศึกษานักเรียนระดับประถมศึกษา ได้สรุปแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ดังนี้
1. นักเรียนไม่เคยรู้วิธีการแก้ปัญหา
 2. นักเรียนขาดทักษะที่จำเป็นในการเรียนรู้ เช่น ข้อเท็จจริง และ / หรือแนวความคิด
 3. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความสัมพันธ์ที่ไม่ถูกต้องหรือการยึดมั่นในความคิดของตนเอง
 4. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการประยุกต์ใช้กฎหรือยุทธวิธีที่ไม่เกี่ยวข้อง
 5. ความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากปัญหาด้านภาษา
 6. นักเรียนอาจต้องใช้เวลามากขึ้นเพื่อให้การแก้ปัญหาเสร็จสมบูรณ์
 7. ความคลาดเคลื่อนในวิชาพีชคณิต
 8. ความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาถึงทางตัน (นักศึกษาคิดไม่ออก)
 9. มีข้อมูลที่ขาดหาย
 10. ไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น
- ตัวอย่างความคลาดเคลื่อนเรื่องเศษส่วน
- ตัวอย่างความคลาดเคลื่อนที่พบโดยทั่วไปเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาเศษส่วน $3/4 + 6/7 = 9/11,$
 $2/3 + 5/7 = 7/10$

การวิเคราะห์หรือความคลาดเคลื่อนนี้อาจจะมาพร้อมกับคำถามตัวอย่างเช่น: อะไรคือกฎที่นักเรียนจะใช้ในการบวกเศษส่วน? นักเรียนจะทำเช่นนั้นทำไม?

ในกรณีนี้ที่นักเรียนจะบวกเศษส่วนโดยเพิ่มตัวเศษ (Numerators) และตัวส่วน (Denominators) แยกกัน นักเรียนจะสับสนกับกฎการบวกเศษส่วนและกฎการคูณเศษส่วน ตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริง

1. ค่าเฉลี่ยของคะแนนในการเล่นเบสบอล

หากผู้เล่นตีได้ 3 Hit (ตีแล้วลูกยังอยู่ในเขตพื้นที่เล่น และสามารถวิ่งไปถึงอย่างน้อยเบสที่ 1 โดยปลอดภัย) จาก 4 ครั้ง ในเบสที่ 1 และตีได้ 6 Hit จาก 7 ครั้ง Hit โดยเฉลี่ยของเขาคือตีได้ 9 Hit จาก 11 และผลรวมได้ $3/4$ และ $6/7$ ($45 / 28$)

2. เก็บบันทึก “ผลเกม”

ถ้าคุณได้รับรางวัล 2 รางวัลจาก 3 เกมเมื่อวานนี้ และ 5 รางวัลจาก 7 เกมในวันนี้ ดังนั้นรางวัลที่คุณได้รับทั้งหมด 7 รางวัลจาก 10 เกม และไม่ได้รับรางวัล 29/21 ได้ศึกษาการใช้ความคลาดเคลื่อนเป็นจุดเริ่มของการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ทรูแรน (Truran, 1987 : 92) ได้วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ได้สรุปแนวคิดเกี่ยวกับโน้ตทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยแบ่งความคลาดเคลื่อนออกเป็น 9 ด้านคือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความคลาดเคลื่อนซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากขาดความระมัดระวัง
9. ความคลาดเคลื่อนซึ่งจะถูกรับได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โมวโฆวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-hadar et al. 1987 : 3-14) ได้วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เป็นการวิเคราะห์เชิงการแก้ปัญหาจากงานเขียนของนักเรียนจากการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ประเทศอิสราเอล พบลักษณะความคลาดเคลื่อนจำนวน 6 ด้าน คือ 1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) 2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) 3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) 4. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) 5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) 6. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) และใช้แบบสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย

จากการทดสอบทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายในอิสราเอลเมื่อสำเร็จการศึกษา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เกิดความคลาดเคลื่อนในการเรียนคณิตศาสตร์ การศึกษาครั้งนี้จึงมีเป้าหมายเพื่อพัฒนารูปแบบการจัดหมวดหมู่เชิงประจักษ์สำหรับความคลาดเคลื่อนในวิชา

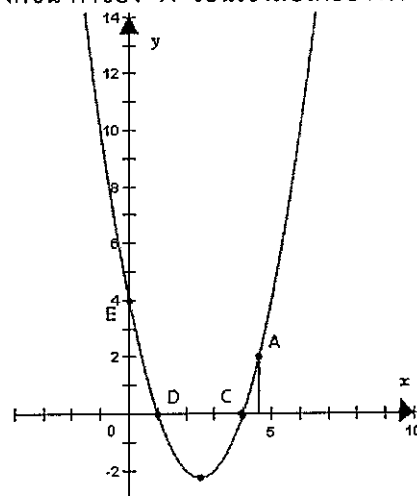
คณิตศาสตร์ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน ซึ่งทำแบบทดสอบแบบ
 อัตนัยเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended) 18 ข้อ ครอบคลุมหัวข้อต่อไปนี้ : ฟังก์ชันเชิงเส้นตรง
 และฟังก์ชันกำลังสอง (Linear and Quadratic Functions) สมการเชิงเส้นตรงและสมการกำลัง
 สอง (Linear and Quadratic Equations) เลขยกกำลังและลอการิทึม (Powers and
 Logarithms) อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต (Arithmetical and Geometrical Series)
 ระนาบและเรขาคณิตทรงตัน (Plane and Solid Geometry) สถิติเบื้องต้น (Elementary
 Statistics) ความน่าจะเป็น (Probability) และตรีโกณมิติ (Trigonometry) ตัวอย่างปรากฏดัง
 ตารางที่ 2.

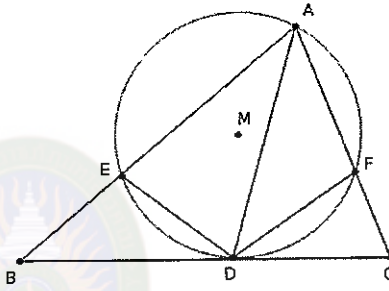
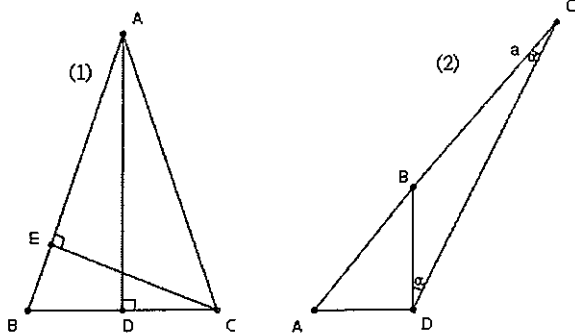
การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน

ความคลาดเคลื่อนถูกนำมาวิเคราะห์ในลักษณะเชิงคุณภาพที่เราเรียกว่าการวิเคราะห์เชิง
 สร้างสรรค์ (Constructive Analysis)

ตารางที่ 1 ตัวอย่างการวิเคราะห์

หัวข้อ	รายการ
ลอการิทึม (Logarithms)	a. $\log_4 X = 2.5$ ให้นักเรียนกำหนดค่าของ x โดยไม่ต้องใช้ตาราง b. $\log x = 21 \log 3 + \frac{1}{2} \log 16 - \log 27$ ให้นักเรียนกำหนดค่าของ x โดยไม่ต้องใช้ตาราง
ฟังก์ชันกำลัง สอง (Quadratic Functions)	จากกราฟของ $y = x^2 - 5x + 4$ ดังรูป ให้ส่วนของเส้นตรง AB เป็นเส้นตั้งฉากกับแกน x a. พิกัดของ E, C ? b. $\overline{AB} = 1.75$ cm. จงคำนวณหาค่า \overline{OB} c. จากฟังก์ชัน ค่าของ X เป็นเชิงลบได้อย่างไร ?



หัวข้อ	รายการ
เรขาคณิต (Geometry)	<p>จากรูป \overline{AD} แบ่งครึ่ง $\angle BAC \neq$ วงกลม M ตัด \overline{BC} ในจุด D จงพิสูจน์ $\triangle BDE \sim \triangle DAF$</p>  <p>$\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก ($\overline{AB} \perp \overline{BC}$) $\overline{AC} = 20$ ซม. , $\overline{BC} = 15$ ซม. ระบาย $\triangle ABC$ ทำมุม 30° องศาที่ระบาย P ผ่าน AB ระยะทางจาก C ไประบาย P เป็นกี่เซนติเมตร ?</p>
ตรีโกณมิติ (Trigonometry)	<p>รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว $\triangle ABC$ ($\overline{AB} = \overline{AC}$), $\overline{BC} = 8.2$ ซม. และส่วนสูงเป็น $\overline{AD} = 12.6$ ซม. (ดูรูป)</p> <p>a. มุม $\angle ABC$? b. ส่วนสูงจาก C ไป AB ?</p>  <p>จากแผนภาพที่ 2 จุด A, B, C เป็นเส้นตรงหนึ่งเส้น BD เป็น</p>

	เส้นตรงที่ตั้งฉากกับ \overline{AD} . $\overline{BC} = a$, $\sphericalangle BDC = \sphericalangle BCD = \alpha$ มาตรการวัดของ DC และ AC ในพจน์ของ a และ α คำนวณค่า \overline{DC} และ \overline{AC} ถ้า $\alpha = 16^{\circ}10'$, $a = 10.5$ ซม.
หัวข้อ	รายการ
ความน่าจะเป็น (Probability)	แรงงานร้อยละยี่สิบห้าป่วยเป็นโรคที่เกิดจากการทำงาน สุ่มแรงงานมาห้าคน a. จงหาความน่าจะเป็นที่แรงงานอย่างน้อย 3 คนที่สุ่มมา เป็นโรค ? b. จงหาความน่าจะเป็นที่แรงงานระหว่าง 2 ถึง 5 คนที่สุ่ม มาเป็นโรค ?
อนุกรม (Series)	ผู้จัดการของโรงงานอุตสาหกรรมได้ใช้ระบบการให้รางวัล. ผลรวมของเงินรางวัล คือ \$19 250 รางวัลต่ำสุด คือ \$ 500 และแต่ละคนเป้าหมายที่ \$ 250 a. มีวิธีที่ให้รางวัลได้กี่วิธี ? b. รางวัลสูงสุดคือ ?

รูปแบบของความคลาดเคลื่อน

ลักษณะความคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 6 ด้าน ดังต่อไปนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data)
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language)
3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference)
4. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition)
5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)
6. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error)

รายละเอียดลักษณะความคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ที่มีทั้งหมด 6 ด้าน เป็นดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data)
 - 1.1 กำหนดข้อมูลที่ไม่ได้ระบุในโจทย์ และนักเรียนได้เพิ่มข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องเข้ามา
 - 1.2 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหาและเพิ่มข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
 - 1.3 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
 - 1.4 เพิ่มข้อมูลที่ไม่สอดคล้องในการแก้ปัญหา (เช่น การใช้ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม

แก้ปัญหาการหาค่ามัธยฐาน)

1.5 นักเรียนไม่เห็นด้วยกับข้อมูลที่กำหนดให้ (เช่น ใช้คุณสมบัติของเส้นแบ่งครึ่งมุมผ่านจุดยอดของมุม)

1.6 ใช้ค่าของตัวแปรที่ไม่ถูกต้อง (เช่น ใช้ระยะทางแทนความเร็ว)

1.7 คัดลอกโจทย์ผิด

ตัวอย่าง ให้อนุกรม 1, 5, 7 เป็นจำนวนที่เพิ่มขึ้นของทั้งสามองค์ประกอบซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิต ?

การแก้ปัญหที่ไม่ถูกต้อง :

$$7 = 1 + (3 - 1) d$$

$$6 = 2d$$

$$d = 3$$

การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด : (ตัวอักษรในวงเล็บหมายถึงลักษณะดังกล่าวข้างต้น)

นักเรียนที่กำหนดไว้ในอนุกรมซึ่งเป็นคุณสมบัติของอนุกรมเลขคณิต

2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference)

สรุปเงื่อนไข (ถ้า p แล้ว q) Converse ทั้งในรูปแบบบวก (ถ้า p แล้ว q) หรือในรูปแบบของ Contrapositive (ถ้าไม่ p แล้วไม่ q)

4. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

4.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

4.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด

5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มี มีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

5.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ

5.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก

6. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

โคลแกน (Colgan. 1991 : 91-A) ได้วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนเนื้อหาวิชา Finite Mathematics ของนักเรียนระดับวิทยาลัย ประเทศสหรัฐอเมริกา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในมหาวิทยาลัยอินเดียจำนวน 250 คน โดยศึกษาจากการทดสอบย่อย การสอบ และจากแบบทดสอบวัดทักษะทางคณิตศาสตร์ พบว่าความคลาดเคลื่อนของนักเรียนนั้นอธิบายได้โดยใช้การแจกแจงลักษณะความคลาดเคลื่อนของโมวัโฮวิทซ์-ฮาดาร์ ซาสลาฟสกี และอินบาร์ (Movshovitz-Hadar, Zaslavky and Inbar. 1987 : 18) ความคลาดเคลื่อนที่ได้เรียงจากมากไปน้อยได้แก่ ความคลาดเคลื่อนด้านการใช้ภาษา การขาดความรับผิดชอบ และเทคนิควิธีการในทุกระดับคะแนน นักศึกษามีเปอร์เซ็นต์ของความคลาดเคลื่อนแต่ละวิชาเท่า ๆ กัน และมีนักศึกษาบางส่วนมีความคลาดเคลื่อนด้านทักษะการคิดคำนวณ และบางส่วนมีความคลาดเคลื่อนด้านทักษะการแก้ปัญหาได้สรุปเป็นแนวคิดเกี่ยวกับมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ดังนี้

1. ไม่มีคำตอบ
2. ความคลาดเคลื่อนจากข้อมูล เช่น ความคลาดเคลื่อนจากการคัดลอก
3. ความคลาดเคลื่อนจากภาษา
4. ความคลาดเคลื่อนจากตรรกะ (Logic)
5. คลาดเคลื่อนจากนิยาม ทฤษฎีบทหรือกฎ
6. วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์
7. ความคลาดเคลื่อนทางเทคนิค (เช่นขาดทักษะพื้นฐานในการคำนวณ)
8. การขาดความรู้

สรุปได้ว่า แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักคณิตศาสตร์ศึกษา ได้
 ดังนี้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา คือ ไม่เข้าใจคำถาม การอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์
 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท นิยาม คือ การใช้ทฤษฎีบทหรือนิยามที่ไม่เกี่ยวข้อง การ
 บิดเบือนทฤษฎีบท มีความคลาดเคลื่อนในหลักการ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสัญลักษณ์ คือ การ
 ตีความสัญลักษณ์ผิด ใช้สัญลักษณ์ผิด : ทำให้คำตอบผิด มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะและ
 ความรู้ คือ ขาดทักษะทางพีชคณิตที่จำเป็น ขาดความรู้ในการพิสูจน์ ขาดความรู้พื้นฐานที่จำเป็น
 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา คือ เพิ่มข้อมูลที่ไม่สอดคล้องในการแก้ปัญหา วิธีทำไม่
 สมบูรณ์ หากคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ ใช้วิธีการที่ไม่เหมาะสมในการแก้ปัญหาทางพีชคณิต
 การสรุปเป็นหลักการทางพีชคณิตผิด มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจสอบผลลัพธ์ทางพีชคณิต สรุป
 คำตอบไม่ถูกต้อง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการเชื่อมโยง คือความคลาดเคลื่อนในการถ่ายโยง
 ความรู้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ คือ การให้เหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ ขาด
 การอ้างอิง วิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์

จากการสังเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของโมวโซวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ
 (Movshovits-hadar et al. 1987 : 3-14) กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของ ราดาร์ส
 (Radatz. 1979 : 163-172) กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของวินเนอร์และคณะ (Vinner et
 al. 1981 : 555-570) กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของโบราลี (Borasi. 1985 : 1-14)
 กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของทรูแรน (Truran. 1987 : 92) และกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่
 คลาดเคลื่อนของโคลแกน (Colgan. 1991 : 91-A) ผู้วิจัยขอสรุปกรอบแนวคิดของนักการศึกษาแต่
 ละท่าน พร้อมทั้งระบุจุดเด่น จุดด้อย ดังนี้

1. สรุปกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของโมวโซวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ

โมวโซวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-hadar et al. 1987 : 3-14) ได้ทำการ
 วิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์รูปแบบความคลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา”
 เป็นการวิเคราะห์เชิงของการแก้ปัญหาจากงานเขียนของนักเรียนจากการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์
 ระดับในมัธยมศึกษาตอนปลาย ประเทศอิสราเอล พบลักษณะความคลาดเคลื่อนจำนวน 6 ด้าน
 คือ

1.1 ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) นักเรียนใช้ข้อมูลที่ไม่ได้ระบุในโจทย์ และนักเรียนได้เพิ่มข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องเข้ามา ไม่ใช่ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา นักเรียนหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ

1.2 ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) นักเรียนตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

1.3 ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference)

1.4 ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ และนักเรียนจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด

1.5 ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) นั้นนักเรียนสามารถแสดงวิธีทำถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ และนักเรียนแสดงวิธีทำผิดแต่คำตอบถูก

1.6 ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

จุดเด่น

1. กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเหมาะสมสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

2. กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนครอบคลุมเนื้อหาทั้ง 18 หัวข้อ

3. กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสามารถวิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่

คลาดเคลื่อนได้อย่างชัดเจน

จุดด้อย

กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนยังไม่ครอบคลุมการแก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบจากการสำรวจ

2. สรุปกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของราดาร์ส

ราดาร์ส (Radatz, 1979 : 163-172) ศึกษาเกี่ยวกับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 4 ในวิชาคณิตศาสตร์ ประเทศเยอรมนี ได้ศึกษาการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและสาเหตุต่างๆของความคลาดเคลื่อนที่มีในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งความคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ออกเป็น

2.1 ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากด้านภาษา (Errors Due to Language Difficulties)

ภาษาทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากล นักเรียนที่ต้องมีความรู้และเข้าใจแนวคิดสัญลักษณ์และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับความหมายภาษาทางคณิตศาสตร์อาจก่อให้เกิดความคลาดเคลื่อน

2.2 ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากในการรับข้อมูลเชิงพื้นที่ (Errors Due to Difficulties on Obtaining Spatial Information)

จุดเด่น

1. กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเหมาะสมสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาเนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนครอบคลุมเนื้อหาเฉพาะส่วน
2. ใช้คำถามเพื่อช่วยในการวิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
3. ใช้การยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงเพื่อให้ นักเรียนได้แก้ปัญหาทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในสถานการณ์นั้นอย่างชัดเจน

จุดด้อย

กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนยังไม่ครอบคลุมการแก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบจากการสำรวจ

5. สรุปกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของทรูแรน

ทรูแรน (Truran, 1987 : 92) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อน ได้วิเคราะห์ถึงสาเหตุของความคลาดเคลื่อนและแบ่งระดับความคลาดเคลื่อนไว้ 9 ด้านคือ

- 5.1 รูปแบบของคำถาม
- 5.2 การอ่านคำถาม
- 5.3 ความเข้าใจในคำถาม
- 5.4 กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
- 5.5 ทักษะการเลือกใช้ความรู้
- 5.6 ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
- 5.7 การเสนอคำตอบ
- 5.8 ความคลาดเคลื่อนซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เช่น การขาดความระมัดระวัง
- 5.9 ความคลาดเคลื่อนที่ครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

จุดเด่น

1. กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมีการจัดหมวดหมู่ความคลาดเคลื่อนที่ชัดเจน
2. มีการวิเคราะห์หาสาเหตุของความคลาดเคลื่อน

จุดด้อย

กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนยังไม่ครอบคลุมการแก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบจากการสำรวจ

6. สรุปกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของโคลแกน

โคลแกน (Colgan, 1991 : 91-A) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาโจทย์ในวิชา Finite Mathematics ของนักเรียนระดับวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในมหาวิทยาลัยอินเดียจำนวน 250 คน โดยศึกษาจากการทดสอบย่อย การสอบ ใช้แบบทดสอบวัดทักษะทางคณิตศาสตร์ ได้สรุปความคลาดเคลื่อน ไว้ดังนี้

6.1 ไม่มีคำตอบ

- 6.2 ความคลาดเคลื่อนจากข้อมูล
- 6.3 ความคลาดเคลื่อนจากภาษา
- 6.4 ความคลาดเคลื่อนจากตรรกะ (Logic)
- 6.5 คลาดเคลื่อนจากนิยาม ทฤษฎีบทหรือกฎ
- 6.6 วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์
- 6.7 ความคลาดเคลื่อนทางเทคนิค (เช่นขาดทักษะพื้นฐานในการคำนวณ)
- 6.8 การขาดความรู้

จุดเด่น

กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเหมาะสมสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี เนื้อหาที่ใช้ในการวิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือโจทย์ปัญหา วิชา Finite Mathematics

จุดด้อย

กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนยังไม่ครอบคลุมการแก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบจากการสำรวจ

การปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ (Model) การปรับมโนทัศน์นั้นเป็นแนวคิดหนึ่งที่ส่งเสริมการพัฒนาของนักเรียน ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายของการปรับมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. ความหมายของการปรับมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของการปรับมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

โพสนเนอร์และคณะ (Posner et al. 1982 : 211) ได้กล่าวว่า การปรับมโนทัศน์เป็นกระบวนการที่มโนทัศน์ภายในจิตใจของบุคคลเปลี่ยนแปลงจากกลุ่มของมโนทัศน์หนึ่งไปอีกรุ่นหนึ่ง เมื่อนักเรียนไม่พอใจมโนทัศน์เดิม และมโนทัศน์ใหม่เข้าใจได้ง่าย น่าเชื่อถือและมีประโยชน์มากกว่า ในมุมมองของนักเรียน

ไคและคณะ (Chi et al. 1994 : 439) ได้กล่าวว่า การปรับมโนทัศน์ถูกใช้แสดงถึงรูปแบบของการเรียนรู้รูปแบบหนึ่ง เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ข้อมูลใหม่และเกิดความขัดแย้งกับความรู้เดิม โดยจะถูกกำหนดให้จัดระบบของความรู้ที่มีอยู่ใหม่

ไคและรอสโค (Chi and Roscoe. 2002 :) ได้กล่าวว่า การปรับมโนทัศน์เป็นการแก้ไขการเข้าใจผิด เริ่มด้วยมโนทัศน์ที่ยังไม่ได้แก้ไข นักเรียนจะต้องแยกแยะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของตนเอง และแก้ไขมโนทัศน์เหล่านั้น ซึ่งในมุมมองดังกล่าวการเข้าใจผิดหมายถึง การจัดหมวดหมู่ที่คลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ ดังนั้นการปรับมโนทัศน์จึงเป็นการกำหนดมโนทัศน์ใหม่ไปยังประเภทที่ถูกต้อง

ซูฟิง (Suping. 2003 : 23) ได้กล่าวว่า การปรับมโนทัศน์เป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางในหมู่นักการศึกษา แม้ว่าจะยังมีมุมมองเกี่ยวกับการเกิดกระบวนการปรับมโนทัศน์ที่แตกต่างกัน แต่ดูเหมือนว่าจะไม่มีข้อโต้แย้งเกี่ยวกับการเกิดกระบวนการปรับมโนทัศน์ เนื่องจากการปรับมโนทัศน์เป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ ในขณะที่นักทฤษฎียังคงถกเถียงถึงกระบวนการ

ของการปรับมโนทัศน์ ครูสามารถปรับปรุงการปรับ มโนทัศน์โดยการสร้างเงื่อนไขหรือภาวะที่ส่งเสริมการปรับมโนทัศน์ดังกล่าวได้

ดีเซตซา (DiSessa. 2002 : 238-290) ได้กล่าวว่า การปรับมโนทัศน์เป็นการจัดระบบใหม่ ของความรู้ที่สลับซับซ้อนในความคิดของนักเรียน ในมุมมองนี้การปรับมโนทัศน์จะเกี่ยวกับการ จัดระบบเชิงการรู้ของความรู้ที่ยังไม่ได้รับประสบการณ์ (Naive Knowledge) ที่แยกย่อยอยู่

อิวารสัน (Ivarsson et al. 2002 : 1-12) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่ยังไม่ได้รับประสบการณ์ (Naive Conception) ไม่ได้ช่วยเหลือการปรับมโนทัศน์ เพราะการปรับมโนทัศน์เกิดจากเครื่องมือทาง สติปัญญา ในมุมมองนี้การปรับมโนทัศน์เป็นผลจากการปรับเปลี่ยนแนวทางเมื่อนักเรียนใช้เครื่องมือใน บริบทที่หลากหลาย

วอสเนียดัว (Vosniadou. 2002 : 15) ได้กล่าวว่า การปรับมโนทัศน์เป็นกระบวนการที่ สามารถทำให้นักเรียนสร้างแบบจำลองสังเคราะห์ (Synthesize Models) ในความคิดของพวกเขา เริ่มต้นด้วยกรอบการอธิบาย (Explanatory Framework) ที่พวกเขามีอยู่ เป็นกระบวนการเข้าใจที่ ค่อย ๆ เกิดขึ้นซึ่งสามารถให้ผลในการพัฒนาแบบจำลองความคิด (Mental Models) โดยความรู้ที่มี อยู่ก่อนเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้

สรุปได้ว่า การปรับมโนทัศน์ เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในจิตใจของบุคคลที่เปลี่ยน ความคิดความเข้าใจจากกลุ่มมโนทัศน์หนึ่งไปสู่อีกกลุ่มหนึ่ง เพื่อกำหนดมโนทัศน์ใหม่ให้ถูกต้อง โดย การปรับปรุงมโนทัศน์เดิมจากการสร้างเงื่อนไขที่ขัดแย้งกับข้อมูลเดิมให้เป็นความรู้ใหม่ เพื่อจะทำให้ เกิดการเปลี่ยนแนวคิด และเป็นการสร้างแบบจำลองสังเคราะห์ในความคิดของตน

2. สิ่งสำคัญในการปรับมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงสิ่งสำคัญในการปรับมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

โพสเนอร์และคณะ (Posner et al. 1982 : 212) ได้เสนอสิ่งสำคัญสำหรับการปรับมโน ทัศน์ คือ

1. ความไม่พอใจในมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่ (Dissatisfaction) นักเรียนต้องตระหนักว่ามี บางอย่างไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่มีอยู่และวิธีการคิดที่พวกเขามีอยู่นั้นไม่สามารถแก้ปัญหาใน สถานการณ์ที่กำลังเผชิญอยู่ได้

2. มโนทัศน์ใหม่สามารถเข้าใจได้ (Intelligibility) มโนทัศน์ใหม่ไม่เพียงแค่สร้างความ เข้าใจ แต่นักเรียนจะต้องสามารถย้อนกลับไปให้เหตุผลในมโนทัศน์เดิมและเป็นไปตามหลักการ/ทฤษฎี โดยนักเรียนสามารถจะอธิบายมโนทัศน์นั้นให้เพื่อนร่วมชั้นเรียนเข้าใจได้

3. มโนทัศน์ใหม่มีเหตุผลน่าเชื่อถือ (Plausibility) มโนทัศน์ใหม่จะต้องสร้างความเข้าใจ มากกว่ามโนทัศน์เดิม จะต้องมีความสามารถในการใช้แก้ปัญหาได้ดีกว่า นักเรียนควรจะสามารถ ตัดสินใจด้วยตนเองได้ว่าทำอย่างไรมโนทัศน์ใหม่นี้จึงจะสอดคล้องกับแนวทางในการคิดของพวกเขา และสามารถนี่ย้อนถึงสถานการณ์ที่มโนทัศน์ใหม่นี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

4. มโนทัศน์ใหม่มีประโยชน์ (Fruitfulness) มโนทัศน์ใหม่ควรจะสามารถทำได้มากกว่า เพียงแค่การแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำลังเผชิญอยู่ โดยควรจะเปิดกว้างไปยังขอบเขตความรู้ใหม่ที่ ต้องการสืบเสาะ

สเตสฟายลิดัวและฟอสเนียดล (Stafylidou and Vosniadou. 2004 : 503-518) ได้กล่าวถึงสิ่งสำคัญในการปรับมโนทัศน์ ได้แก่

1. กระบวนการเข้าใจความรู้ไม่ได้เป็นกระบวนการเพิ่มพูนความรู้ในโครงสร้างมโนทัศน์ที่มีอยู่เสมอไป บางครั้งการเข้าใจสารสนเทศใหม่ต้องการการปรับระบบโครงสร้างความรู้ที่มีอยู่ใหม่อย่างสุดขีด

2. การเรียนรู้ที่ต้องจัดระบบโครงสร้างความรู้ที่มีอยู่ใหม่เป็นเรื่องยากและต้องอาศัยเวลามากกว่าการเพิ่มพูนความรู้ ยิ่งไปกว่านั้นในกระบวนการจัดระบบโครงสร้างความรู้ที่มีอยู่นั้นอาจจะสร้างความเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้

3. ความเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นแบบจำลองสังเคราะห์ที่แสดงถึงความพยายามของนักเรียนในการดูซึมสารสนเทศใหม่ไปยังความรู้พื้นฐานเดิมที่พวกเขา มีอยู่

ฮิวสันและเกิร์ตซอก (Hewson and Gertzog) เสนอว่าสิ่งสำคัญในการปรับมโนทัศน์ เป็นการนำทฤษฎีการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์เป็นการรวม 2 ทฤษฎีเข้าด้วยกัน คือ ประวัติศาสตร์และสังคมศาสตร์ของวิทยาศาสตร์ คุห์น (Kuhn. 1970c : 231) และจิตวิทยาพัฒนาการของ เพียเจต์ (Piaget. 1977 : 3) กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ที่คุห์น ยกตัวอย่างคือการดูซึมของผลลัพธ์ทางวิทยาศาสตร์ภายในกระบวนการที่คล้ายกับแนวทางที่เพียเจต์อธิบายถึงวิธีการรับความรู้ของแต่ละบุคคล การเปลี่ยนกระบวนการที่คุห์นมีสาเหตุจากการปฏิวัติทางวิทยาศาสตร์ ที่สามารถนำไปเปรียบเทียบกับปรับเปลี่ยนของความรู้ใหม่ของแต่ละบุคคล ซึ่งนำไปสู่การปรับเปลี่ยนของโครงสร้างมโนทัศน์ของแต่ละบุคคล หนึ่งในยุทธวิธีการสอนที่ช่วยเหลือการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ คือ การให้นักเรียนเผชิญกับเหตุการณ์ที่แตกต่างกันซึ่งขัดแย้งกับมโนทัศน์ที่นักเรียนมีอยู่ก่อน ซึ่งจะก่อให้เกิดสภาวะไม่สมดุล (Disequilibrium) หรือความขัดแย้งเชิงมโนทัศน์ที่ชักนำให้นักเรียนสะท้อนมโนทัศน์ของพวกเขาและพยายามแก้ไขความขัดแย้งนั้น ตามวิธีการดังกล่าวนักเรียนต้องมีการเผชิญกับกระบวนการยอมรับ การใช้และการรวบรวมมโนทัศน์ใหม่ไปยังมโนทัศน์ที่มีอยู่และกระทำการประยุกต์ไปยังเงื่อนไขใหม่

สเตปแอสและชมิทท์ (Stepans and Schmidt. 2009 : 22) ได้กล่าวถึงสิ่งสำคัญในการปรับมโนทัศน์ มี 4 ประการ ดังนี้

1. นักเรียนจะต้องเกิดความไม่พอใจในมโนทัศน์ที่มีอยู่ โดยจะต้องเผชิญหน้ากับปัญหาหรือสถานการณ์แปลก ๆ ซึ่งหาข้อสรุปไม่ได้ และคลายความเชื่อถือต่อมโนทัศน์ที่มีอยู่ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น

2. มโนทัศน์ใหม่จะต้องเป็นมโนทัศน์ที่เข้าใจได้ง่าย โดยนักเรียนจะต้องสามารถมองเห็นได้ว่ามโนทัศน์ก่อให้เกิดประสบการณ์เพียงพอสำหรับการแสวงหาความรู้ต่าง ๆ อย่างไม่

3. มโนทัศน์ใหม่จะต้องดูน่าเชื่อถือ อย่างน้อยมโนทัศน์ใหม่จะต้องสามารถนำไปแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ดังกล่าวจะต้องสอดคล้องกับความรู้ในสาขาอื่น ๆ อีกด้วย

4. มโนทัศน์ใหม่จะต้องมีประโยชน์สำหรับการใช้ในบริบทอื่น มโนทัศน์ดังกล่าวจะต้องมีศักยภาพที่จะขยายขอบเขตของการแสวงหาความรู้อื่น

สรุปได้ว่า สิ่งสำคัญในการปรับมโนทัศน์ คือ นักเรียนต้องไม่พอใจในมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่ นักเรียนเผชิญกับเหตุการณ์ที่แตกต่างกันซึ่งขัดแย้งกับมโนทัศน์เดิม ซึ่งจะก่อให้เกิดสภาวะไม่สมดุล

(Disequilibrium) นักเรียนพยายามแก้ไขความขัดแย้งนั้น โดยการดูซึมสารสนเทศใหม่ไปยังความรู้พื้นฐานเดิมที่พวกเขามีอยู่ ซึ่งมโนทัศน์ใหม่จะต้องเป็นมโนทัศน์ที่เข้าใจได้ง่าย มีเหตุผลน่าเชื่อถือ และมีประโยชน์

3. บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการปรับมโนทัศน์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการปรับมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

โพสเนอร์และคณะ (Posner et al. 1982 : 215) ได้พัฒนาแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ขึ้น โดยพิจารณากระบวนการปรับมโนทัศน์เป็นสองระยะ ระยะแรกเกี่ยวกับการปรับความรู้ที่มีอยู่ของนักเรียน และอีกระยะหนึ่งเกี่ยวกับการปรับความรู้ใหม่ที่ได้เผชิญ ในระยะแรกนักเรียนถูกคาดหวังให้เข้าใจว่าความรู้ที่มีอยู่ไม่เพียงพอในการแก้ปัญหา นักเรียนจะประสบกับความขัดแย้งระหว่างความรู้ที่มีอยู่และความรู้ใหม่ ผลของความขัดแย้งภายในนี้จะกระตุ้นให้นักเรียนพร้อมสำหรับการปรับมโนทัศน์ ในระยะที่สองนักเรียนควรจะพบความรู้ใหม่ที่สามารถเข้าใจได้ มีเหตุผล และมีประสิทธิภาพ

นักคณิตศาสตร์พบว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีผลมากในวิชาคณิตศาสตร์ แต่มีนักการศึกษาทางวิทยาศาสตร์เห็นไม่ตรงกับความคิดดังกล่าว เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์จะขึ้นอยู่กับหลักฐานจากหลักทั่วไปสู่เรื่องเฉพาะแล้วไม่มีการทดลอง แต่ในความเป็นจริงนักเรียนกำลังเผชิญกับสถานการณ์ที่คล้าย ๆ กัน เมื่อพวกเขาเรียนรู้คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ เช่น จากกรณีที่นักเรียนพัฒนาฟิสิกส์บนพื้นฐานของประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน พวกเขายังได้พัฒนาคณิตศาสตร์ไปด้วย ซึ่งเป็นเหตุผลหนึ่งที่สนับสนุนว่าแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ ฟอสเนี่ยเดลและแวมวาเกาส์ซี (Vosniadou and Vamvakoussi. 2004a : 98)

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการปรับมโนทัศน์ เรนส์ (Reins. 2006 : 677) กล่าวโดยสรุปว่าครูมีบทบาท ดังนี้

1. เป็นผู้จัดการชั้นเรียน หรือสร้างบรรยากาศของชั้นเรียน โดย
 - 1.1 กำหนดบริบทอย่างคร่าว ๆ สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้
 - 1.2 ตั้งปัญหาที่มีความสำคัญและมีความหมาย
 - 1.3 สืบหาความคิดเห็นที่แตกต่างของนักเรียน โดยปราศจากการกดดัน
 - 1.4 แนะนำงานให้นักเรียนนำแนวคิดใหม่ที่ได้ไปประยุกต์ใช้
 - 1.5 หาวิธีการเพื่อช่วยให้นักเรียนรู้สึกไม่พอใจกับความคิดของตนเอง ซึ่งการไม่พอใจความคิดของนักเรียนดังกล่าว สามารถถูกทำให้เกิดขึ้นผ่านการดำเนินการต่อไปนี้
 - 1.5.1 การแสดงตัวอย่างที่ไม่เหมาะสม
 - 1.5.2 ใช้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง
 - 1.5.3 ใช้กรณีที่แตกต่างกันหรือตรงกันข้าม

- 1.5.4 ใช้การพิสูจน์แบบนิรนัย
- 1.5.5 การแสดง รูป ตาราง กราฟ แผนผัง
- 1.5.6 การแสดงลักษณะที่ไม่สมบูรณ์ของแนวคิด
- 1.5.7 การแสดงการนำไปใช้ที่ไม่ถูกต้อง
2. เป็นผู้มีส่วนร่วมที่กระตือรือร้น โดย
 - 2.1 มั่นใจว่าความคิดเห็นของตนเองไม่ได้มีผลต่อกิจกรรมในชั้นเรียนมากที่สุด
 - 2.2 ใช้การเรียนรู้แบบค้นพบในกิจกรรม แต่ยังไม่ต้องใช้ความคิดเห็นของตนเอง
 - 2.3 ตรวจสอบความคิดเห็นที่น่าเสนอโดยนักเรียน
 - 2.4 ตรวจสอบว่าความคิดของนักเรียนผิดอย่างไร
 - 2.5 แสดงมุมมองของตนเองเป็นคำพูด

จากบทบาทของครูข้างต้น ลักษณะเฉพาะของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการปรับโน้ตทัศน์ ควรเป็นดังนี้

1. เคารพในความรู้ความเข้าใจของนักเรียน
2. เคารพในความคิดของนักเรียน
3. พยายามเข้าใจมุมมองของนักเรียน
4. สนับสนุนสื่อการเรียนรู้ที่หลากหลาย

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการปรับโน้ตทัศน์ นอกจากบทบาทของครูแล้วควรพิจารณาถึงบทบาทของนักเรียนเช่นกัน ซึ่งพบว่าบทบาทของนักเรียนมีดังนี้

1. เข้าใจโน้ตทัศน์ที่ได้เรียน ซึ่งเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้
2. สร้างการเรียนรู้ด้วยตนเอง
3. เชื่อมั่นในความคิดของตนเอง
4. พิสูจน์ว่าข้อสรุปที่ได้จากกิจกรรมถูกต้อง
5. ยอมรับความคิดเห็นที่แตกต่าง
6. ฟังและทำความเข้าใจความคิดเห็นที่แตกต่าง
7. พยายามเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น
8. สามารถไตร่ตรองความคิดเห็นที่แตกต่าง และเปลี่ยนแปลงความคิดของตนเองเมื่อ

ความคิดเห็นอื่นดีกว่า

สรุปได้ว่า บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการปรับโน้ตทัศน์ คือ การกำหนดบริบทสำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ ตั้งปัญหาที่มีความหมาย แนะนำงานให้นักเรียนนำแนวคิดใหม่ที่ได้ออกไปประยุกต์ใช้ หาวิธีการให้นักเรียนเกิดสภาวะไม่สมดุล โดยการใช้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง ใช้กรณีที่แตกต่างกันข้าม ใช้การพิสูจน์แบบนิรนัย การแสดง รูป ตาราง กราฟ แผนผัง การแสดงลักษณะที่ไม่สมบูรณ์ของแนวคิด การแสดงการนำไปใช้ที่ไม่ถูกต้อง

4. ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory)

4.1 หลักการสำคัญของทฤษฎีการซ่อมแซม

ประมาณปี ค.ศ. 1979-1980 นักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ชาวอเมริกัน 2 ท่าน คือ เคิร์ต เวนเลห์นและจอห์น ซีรี บราวน์ (Kurt VanLehn and John Seely Brown) ร่วมกันทำการวิจัยเกี่ยวกับกลไกการคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในวิชาพีชคณิต เรื่อง การบวกและลบจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 2 หลักขึ้นไป จากการวิจัยครั้งนี้พบว่า ความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์มีลักษณะคลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบ กล่าวคือ ถ้านักเรียนคนใดมีความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์เป็นอย่างไร ก็จะแสดงออกถึงลักษณะเช่นนั้นอย่างเป็นระบบ โดยสามารถสังเกตความคลาดเคลื่อนนั้นได้จากคำตอบที่นักเรียนตอบจากปัญหาที่ครูตั้งขึ้นมา และมีอยู่น้อยมากที่ความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์นั้นจะเกิดขึ้นอย่างไม่เป็นระบบ จึงต้องมีการดำเนินการเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนี้ เรียกรดำเนินการเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าการซ่อมแซม หรือ Repair ซึ่งนำมาสู่ทฤษฎีซ่อมแซม

บราวน์และเวนเลห์น (Brown and VanLehn, 1980 : 379-426) ได้อธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีซ่อมแซม (Repair Theory) ไว้ว่า ทฤษฎีซ่อมแซมเป็นทฤษฎีที่อธิบายว่ามนุษย์เรียนรู้ทักษะกระบวนการหรือมโนทัศน์ที่จะใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างไร โดยมีความพยายามที่จะแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น ทฤษฎีนี้อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนแต่ละคนว่า มโนทัศน์ของแต่ละคนเกิดจากกระบวนการคิดที่แตกต่างกัน ซึ่งส่งผลให้มโนทัศน์ที่สร้างขึ้นมาในเรื่องเดียวกันหรือสิ่งเดียวกันมีความแตกต่างกัน ในความแตกต่างกันของมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นนี้จึงมีทั้งมโนทัศน์ที่ถูกต้องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่ความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นมานั้นมีลักษณะที่เป็นระบบ เรียกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบนี้ว่า Bugs โดยในการเรียนการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียง 1 เรื่อง อาจเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบ หรือ Bugs ได้หลายรูปแบบ

การดำเนินการซ่อมแซมมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนตั้งอยู่บนพื้นฐานที่ว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางประการของนักเรียนอาจนำไปใช้แก้ปัญหาในระดับง่ายได้ แต่เมื่อปัญหาที่ถูกกำหนดขึ้นมีความยากขึ้น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักเรียนมีอยู่นั้นจะไม่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ เมื่อนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการดำเนินการเพื่อแก้ปัญหาที่กำหนดให้แล้ว จะเกิดความพยายามปรับกระบวนการหาคำตอบหรือพยายามปรับมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิม เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาใหม่นั้นได้ เรียกกระบวนการที่มีการเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักเรียนมีอยู่เดิมไปสู่มโนทัศน์ที่ถูกต้องที่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องว่า Bug Migration

สรุปได้ว่า หลักการสำคัญของทฤษฎีซ่อมแซมมี 2 ประเด็น คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือ Bugs ที่เกิดขึ้นกับตัวนักเรียน เป็นความคลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบ สามารถระบุและตรวจสอบได้โดยพิจารณาจากคำตอบของปัญหาที่นักเรียนแสดงออกมา และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสามารถเปลี่ยนแปลงไปเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้ โดยอาศัยปัญหาหรือแบบฝึกหัดที่มีความยากมากยิ่งขึ้น ที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถใช้มโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมมาแก้ปัญหาได้ จึงจำเป็นต้องปรับกระบวนการและมโนทัศน์ที่มีอยู่ไปสู่มโนทัศน์ที่ถูกต้องให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้

4.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีซ่อมแซม

ในปัจจุบันนี้การนำทฤษฎีซ่อมแซมมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีการนำเครื่องคอมพิวเตอร์มาช่วยในขั้นตอนการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ของนักเรียน หรือขั้นการซ่อมแซม

(Repair) โดยเวนเลห์นได้พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ คือ Intelligent Tutoring Systems หรือ ITS ขึ้นมาเพื่อใช้ในกระบวนการจัดการเรียนการสอนและการแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน โดยในช่วงเริ่มต้นของโปรแกรมนี้นี้ เนื้อหาของโปรแกรมมีเพียง เรื่อง การลบจำนวนเต็มตั้งแต่ 2 หลัก ขึ้นไป ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยเริ่มแรกของบราวและเวนเลห์นเท่านั้น แต่มีผู้นำความรู้และทฤษฎี ซ่อมแซมไปใช้อย่างแพร่หลายมากขึ้นในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Intelligent Tutoring Systems หรือ ITS จึงถูกพัฒนาไปสู่เนื้อหาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เช่น เนื้อหาทางพีชคณิต เรื่อง การคูณและการหารเลขยกกำลัง ในรูปโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ชื่อ Easy Math เป็นต้น

เวนเลห์นและบราว (Vanlehn and Brown, 1980 : 1-67) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีซ่อมแซม เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน โดยแบ่งเป็น 4 ชั้น ดังนี้

ชั้นที่ 1 ชั้นการนำเสนอโมโนทัศน์ในขั้นต้น ในขั้นนี้ผู้สอนจะทำการสอนโมโนทัศน์ในกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นเรียนตามปกติ สำหรับการเรียนการสอนนี้นักเรียนจะสามารถสร้างโมโนทัศน์สำหรับการแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ ได้ แต่โมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นนี้อาจจะเป็นโมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้องทั้งหมด ซึ่งจะเป็นปัญหาสำหรับการแก้ปัญหาในชั้นที่สูงขึ้น

ชั้นที่ 2 ชั้นการหาความคลาดเคลื่อนของโมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น ในขั้นนี้ผู้สอนต้องใช้ปัญหาในชั้นที่สูงขึ้นให้แก่ นักเรียนได้แก้ปัญหา โดยโจทย์นั้นจะต้องครอบคลุมทุก ๆ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในโมโนทัศน์นั้น ๆ ของนักเรียน และมีจำนวนมากพอที่จะทำให้ครูสามารถพิจารณาได้ว่านักเรียนตอบปัญหานั้นไม่ถูกต้อง เกิดจากความคลาดเคลื่อนในโมโนทัศน์ใด สามารถนำความคลาดเคลื่อนของนักเรียนมาพิจารณาได้ว่าความคลาดเคลื่อนของนักเรียนอยู่ในส่วนใดของโมโนทัศน์ที่ครูต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้

ชั้นที่ 3 ชั้นการแก้ไข (Repair) โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน เป็นผลมาจากความคลาดเคลื่อนที่สรุปในชั้นที่ 2 ในขั้นของการแก้ไขนี้จะต้องมีการชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้น เกิดจากสาเหตุใด (กระบวนการหาคำตอบที่นักเรียนใช้เป็นอย่างไร จึงทำให้ได้คำตอบเช่นนั้น) และที่ถูกต้องจะต้องคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบ โดยปัญหาที่ใช้สำหรับการแก้ไขนั้นจะต้องมีจำนวนมากพอที่จะทำให้ นักเรียนเกิดโมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ โดยหลักสำคัญของการให้ผลป้อนกลับของโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและการแก้ไขโมโนทัศน์นั้น จะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

ชั้นที่ 4 ชั้นตรวจสอบการแก้ไขโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สำหรับนักเรียนที่ได้รับการแก้ไขโมโนทัศน์แล้วจะต้องได้รับการทดสอบเกี่ยวกับโมโนทัศน์นั้น ๆ ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เพื่อตรวจสอบว่าการแก้ไขโมโนทัศน์นั้นเสร็จสมบูรณ์แล้ว และจะต้องให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียนด้วย

สรุปทฤษฎีการซ่อมแซม

บราวและเวนเลห์น (Brown and Vanlehn, 1980 : 379-426) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีซ่อมแซม เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน โดยแบ่งเป็น 4 ชั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอมนทัศน์ในขั้นต้น ในขั้นนี้ผู้สอนจะทำการสอนมนทัศน์ในกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นเรียนตามปกติ สำหรับการเรียนการสอนนี้นักเรียนจะสามารถสร้างมนทัศน์สำหรับการแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ ได้ แต่มโนทัศน์อาจไม่ถูกต้องทั้งหมด

ขั้นที่ 2 ขั้นการหาความคลาดเคลื่อนของมนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น เมื่อนักเรียนได้รับปัญหาที่ยากยิ่งขึ้นแล้ว จะไม่สามารถนำมนทัศน์ที่มีอยู่เดิมมาใช้แก้ปัญหานั้นให้ได้รับคำตอบที่ถูกต้องได้ เนื่องจากมนทัศน์ที่มีอยู่เดิมเป็นมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ครูจะนำความคลาดเคลื่อนของนักเรียนมาพิจารณาว่าความคลาดเคลื่อนของนักเรียนอยู่ในส่วนใดของมนทัศน์ที่ครูต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้

ขั้นที่ 3 ขั้นการแก้ไข (Repair) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน เป็นผลมาจากความคลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ครูพบในขั้นที่ 2 ในขั้นของการแก้ไขนี้จะต้องมีการชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้น เกิดจากสาเหตุใดและที่ถูกต้องจะต้องคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบ ครูให้ปัญหาที่มีจำนวนมากพอที่จะทำให้นักเรียนเกิดมนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ ขั้นตอนที่ 3 จะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบการแก้ไขมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สำหรับนักเรียนที่ได้รับการแก้ไขมนทัศน์แล้วจะต้องได้รับการทดสอบเกี่ยวกับมนทัศน์นั้น ๆ ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เพื่อยืนยันว่ามนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้รับการแก้ไขเสร็จสมบูรณ์แล้ว

จุดเด่น

1. ทฤษฎีครอบคลุมกระบวนการแก้ปัญหามนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
2. ทฤษฎีมีขั้นตอนการจัดกระบวนการเรียนการสอนชัดเจน
3. มีการกำหนดปัญหาที่ยากขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหา โดยปัญหานั้นครอบคลุมข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น

จุดด้อย

ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมในขั้นที่ 1 ผู้สอนจะทำการสอนมนทัศน์ในกิจกรรมการเรียนรู้ปกติ ทำให้นักเรียนไม่ได้คิดและนักเรียนไม่ถูกกระตุ้นให้แก้ปัญหานั้นเท่าที่ควร

รูปแบบการปรับมนทัศน์

รูปแบบการปรับมนทัศน์มีหลายรูปแบบ ได้มีนักการศึกษากล่าวถึง ไว้ดังต่อไปนี้

1. รูปแบบการปรับมนทัศน์ของสตีเพนส์และชมิทท์

จากแนวคิดของโพสเนอร์และคณะ สตีเพนส์นำมาพัฒนาเป็นรูปแบบการปรับ มโนทัศน์และได้มีการนำเสนอรูปแบบนี้โดยสตีเพนส์และชมิทท์ (Stepans and Schmidt. 2009 :23) ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome)
2. ขั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs)
3. ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs)
4. ขั้นจัดมนทัศน์ (Accommodate the Concept)

5. ขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept)

6. ข้ามเหนือบทเรียน (Go Beyond)

ขั้นตอนของรูปแบบการปรับมโนทัศน์

สติแพนส์กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการปรับมโนทัศน์ ว่านักเรียนจะได้ทำงานร่วมกันตลอดกิจกรรม และยังมีโอกาสสร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเอง ประกอบด้วย 6 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome)

1. ครูกำหนดคำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์หรือเรื่องที่จะเรียน ซึ่งเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด ตระหนักถึงความคิดและความเชื่อเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น

2. นักเรียนแสดงความคิดและความเชื่อออกมาด้วยการเขียนข้อคาดการณ์พร้อมทั้งแสดงเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์ดังกล่าวจากประสบการณ์ของตนเองเป็นรายบุคคล

3. นักเรียนสามารถแสดงความคิดและความเชื่อของตนเองได้หลายแบบ เช่น การเขียน การวาดภาพหรือแผนผัง การอธิบายด้วยคำพูด

ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเอง โดยแบ่งปันและอภิปรายข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์จากขั้นที่ 1 แก่เพื่อนร่วมชั้น โดยเริ่มที่กลุ่มเล็กไปยังกลุ่มใหญ่ ดังนี้

1. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อยเพื่อแสดงและอภิปรายข้อคาดการณ์พร้อมเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์กับสมาชิกภายในกลุ่ม ครูสามารถแนะนำให้นักเรียนสร้างแผนผังของข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์ของกลุ่ม

2. ครูให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์ที่ได้จากการอภิปรายภายในกลุ่มย่อย โดยครูจะไม่แสดงความคิดเห็นหรือให้ผลตอบกลับทั้งในทางบวกและลบ

3. ในขั้นนี้จะได้ข้อคาดการณ์จำนวนมากครูและนักเรียนต้องช่วยกันจำแนกข้อคาดการณ์ดังกล่าวเพื่อนำไปทดสอบในขั้นที่ 3

ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนทดสอบข้อคาดการณ์ที่ได้จากขั้นที่ 2 ดังนี้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันออกแบบการทดสอบข้อคาดการณ์ เช่น การสำรวจ การทดลอง การสังเกต การรวบรวมข้อมูล การปรึกษาครู การใช้อินเทอร์เน็ต การใช้หนังสือหรือแหล่งข้อมูลสิ่งพิมพ์อื่น ๆ การฟังบรรยาย เป็นต้น

2. นักเรียนดำเนินการทดสอบข้อคาดการณ์ตามวิธีการที่ออกแบบ และอภิปรายผลของการทดสอบภายในกลุ่มย่อยหรือทั้งชั้นก็ได้

3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการทดสอบข้อคาดการณ์ ผลจากการทดสอบและอภิปรายจะนำไปใช้ในการสร้างความหมายของมโนทัศน์ในขั้นที่ 4

ขั้นที่ 4 ขั้นจัดมโนทัศน์ (Accommodate the Concept)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนแก้ไขหรือปรับข้อความคาดการณ์ของตนเอง เพื่อสร้างเป็นความหมายของมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียน (ซึ่งเป็นการตอบคำถามหรือสถานการณ์ในขั้นที่

1. แล้วแบ่งปันผลลัพธ์ที่ได้กับเพื่อนร่วมชั้นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล ดังนี้

1. ครูให้นักเรียนสร้างความหมายของมโนทัศน์หรือสิ่งที่เรียนจากการสังเกตและการอภิปรายผลของการทดสอบข้อความคาดการณ์เป็นหลัก อาจจะดำเนินการเป็นกลุ่มย่อยหรือทั้งชั้นก็ได้

2. ครูสุ่มให้นักเรียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์และเหตุผลในการสรุปความหมายดังกล่าว โดยครูบันทึกการอธิบายของนักเรียนแต่ละคนบนกระดาน

3. ครูอาจจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ให้มากยิ่งขึ้น เช่น การถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์มโนทัศน์ได้

ขั้นที่ 5 ขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ได้ จากขั้นที่ 4 มีความชัดเจนขึ้น ดังนี้

1. ครูกำหนดคำถามหรือสถานการณ์ใหม่ ให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้กับสถานการณ์ดังกล่าว

2. ครูให้นักเรียนเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ได้ไปสู่เนื้อหาวิชาอื่น ๆ และสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

3. นอกจากนี้ครูสามารถให้นักเรียนแบ่งปันประสบการณ์ในการได้ความหมายของมโนทัศน์ ระบุหรืออธิบายข้อบกพร่องของวิธีการดังกล่าวแก่ชั้นเรียน

ขั้นที่ 6 ข้นนอกเหนือบทเรียน (Go Beyond)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เวลานักเรียนในการกระทำนอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียน ดังนี้

1. ครูอาจตั้งคำถามหรือสถานการณ์ใหม่นอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ที่ได้ให้นักเรียนติดตามดำเนินการตอบคำถาม ซึ่งคำถามใหม่นี้อาจจะแสดงความไม่แน่ใจหรือความสับสนในมโนทัศน์ใหม่ที่ได้เรียน หรือ

2. ครูตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับเหตุผลของมโนทัศน์ที่ได้เรียน เช่น ครูให้นักเรียนเขียนพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมโนทัศน์ หรือ

3. ครูตั้งคำถามที่ช่วยให้นักเรียนสานต่อความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของตนเอง เช่น คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับการนำมโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้ให้มากขึ้นกว่าขั้นขยายมโนทัศน์ หรือ

4. ครูตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับงานในชั้นเรียนว่าสัมพันธ์กับทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์อย่างไร เช่น การให้นักเรียนสร้างการทดลองเพื่อทดสอบทฤษฎีการตั้งคำถามให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับการทดสอบทฤษฎีหรือความเข้าใจใหม่ ๆ

สรุปรูปแบบการปรับมโนทัศน์ของสติแพนส์

สติแพนส์และชมิทท์ (Stepans and Schmidt, 2009 : 22) กล่าวว่า การปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบการปรับมโนทัศน์นักเรียนจะได้ทำงานร่วมกันตลอดกิจกรรม และยังมีโอกาสสร้างความหมายของมโนทัศน์ด้วยตนเอง ประกอบด้วย 6 ชั้น ดังนี้

ชั้นที่ 1 ชั้นมอบหมายงาน (Commit to a Position or an Outcome)

ครูกำหนดคำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์หรือเรื่องที่จะเรียน ซึ่งเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด ให้นักเรียนแสดงความคิดและความเชื่อออกมาด้วยการเขียน ข้อคาดการณ์และอธิบายเหตุผล เช่น การเขียน การวาดภาพหรือแผนผัง การอธิบาย

ชั้นที่ 2 ชั้นแสดงความเชื่อ (Expose Beliefs)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเอง โดยอภิปรายข้อคาดการณ์และเหตุผลในการสร้างข้อคาดการณ์แก่เพื่อนร่วมชั้น โดยเริ่มจากการอภิปรายกลุ่มเล็กไปยังกลุ่มใหญ่

ชั้นที่ 3 ชั้นเผชิญหน้ากับความเชื่อ (Confront Beliefs)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนทดสอบข้อคาดการณ์ที่ได้จากชั้นที่ 2 เช่น การสำรวจ การทดลอง การสังเกต การรวบรวมข้อมูล การใช้อินเทอร์เน็ต การใช้หนังสือ ให้นักเรียนอภิปรายผลของการทดสอบภายในกลุ่มย่อยหรือกลุ่มใหญ่ ผลจากการทดสอบและอภิปรายจะนำไปใช้ในการสร้างความหมายของมโนทัศน์ในชั้นที่ 4

ชั้นที่ 4 ชั้นจัดมโนทัศน์ (Accommodate the Concept)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนแก้ไขหรือปรับข้อคาดการณ์ของตนเอง เพื่อสร้างเป็นความหมายของมโนทัศน์ แล้วแบ่งปันผลลัพธ์ที่ได้กับเพื่อนร่วมชั้นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล ครูอาจจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ให้มากยิ่งขึ้น

ชั้นที่ 5 ชั้นขยายมโนทัศน์ (Extend the Concept)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้ จากชั้นที่ 4 มีความชัดเจนขึ้น โดยการกำหนดคำถามหรือสถานการณ์ใหม่ เชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ได้ไปสู่เนื้อหาวิชาอื่น ๆ

ชั้นที่ 6 ชั้นนอกเหนือบทเรียน (Go Beyond)

ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนขยายมโนทัศน์ที่ได้ไปสู่มโนทัศน์ใหม่ ๆ เช่น การใช้คำถามหรือสถานการณ์ใหม่นอกเหนือขอบเขตของมโนทัศน์ที่ได้ให้นักเรียนดำเนินการหาคำตอบ

จุดเด่น

1. มีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน

2. สนับสนุนให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจและจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้นาน

3. มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันระหว่างผู้เรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้างขึ้น

จุดด้อย

ขาดขั้นตอนการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนว่าหลังจากปรับมโนทัศน์ยังคงมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหลงเหลืออยู่หรือไม่

2. รูปแบบการปรับมโนทัศน์ของเซอร์เบล

เซอร์เบล (Zirbel, 2005 : 10) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ในการสร้างมโนทัศน์ใหม่หรือการปรับมโนทัศน์เดิมที่ไม่เหมาะสม นักเรียนควรจะต้องผ่านกระบวนการหลายขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การทำให้นักเรียนติชมมโนทัศน์ใหม่ (ทำให้นักเรียนยอมรับสารสนเทศ) นักการศึกษาจะต้องแน่ใจว่าความคิดที่เฉพาะเจาะจงที่ต้องการให้เกิดกับนักเรียนนั้นจะต้องมีประสิทธิภาพเพียงพอที่จะให้นักเรียนสังเกตเห็น กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ความคิดใหม่จะต้องถูกตกแต่งให้เพียงพอที่จะได้รับการสังเกต และโดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนจะต้องเริ่มต้นด้วยความประหลาดใจเพียงพอที่จะอยากรู้ให้มากขึ้น

ขั้นตอนที่ 2 การแนะนำตัวเชื่อม (การดูซึมสารสนเทศ) ความคิด/เนื้อหาจำเป็นต้องถูกนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่าย นักเรียนสามารถติดตามทุกส่วนของการอ้างเหตุผลอย่างชัดเจน อย่างน้อยที่สุดนักเรียนควรจะมีบางสิ่งๆ ที่สร้างความเข้าใจ ความคิดที่เชื่อมโยงอย่างมีความหมายจะมีประโยชน์มาก เพราะว่าจะช่วยให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงอย่างมีความหมาย ครูที่ดีควรจะสามารถแนะนำวิธีการในการใช้สารสนเทศในแนวทางอื่น ๆ ให้แก่นักเรียน

ขั้นตอนที่ 3 การตั้งคำถามและการเผชิญหน้ากับนักเรียน (การปรับเปลี่ยนสารสนเทศ) ครูที่ดีจะต้องให้นักเรียนเผชิญกับคำถามว่าทำไมความเชื่อที่มีอยู่ก่อนของพวกเขาจึงใช้การไม่ได้ อีกต่อไป สิ่งที่สำคัญของจุดนี้คือนักเรียนคิดเสียงดังและกล่าวด้วยภาษาของตนเองอย่างชัดเจนถึงปัญหา ครูสามารถแนะนำนักเรียนให้เกิดความรู้สึกท้าทายด้วยคำถามที่ถูกต้องเหมาะสม

ขั้นตอนที่ 4 การปฏิบัติและการสร้าง (การสร้างความคุ้นเคยกับสารสนเทศ) ครูที่ดีควรให้ตัวอย่างที่มีความหมายที่นอกเหนือจากการย้อนกลับไปปัญหาในรูปแบบเดิม ตัวอย่างเช่น การประยุกต์ความรู้ใหม่และทดลองใช้ความรู้ใหม่นั้น การแนะนำวิธีการถ่ายโยงมโนทัศน์ใหม่ที่ได้รับไปยังขอบเขตความรู้อื่นก็ควรจะทำด้วย เพราะจะทำให้ให้นักเรียนได้สร้างการค้นพบด้วยตัวของนักเรียนเอง ครูที่ดีสามารถที่จะท้าทายให้นักเรียนไปไกลเกินกว่าขอบเขตอันจำกัดของพวกเขา

สรุปรูปแบบการปรับมโนทัศน์ของเซอร์เบล

เซอร์เบล (Zirbel, 2005 : 10) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ในการสร้างมโนทัศน์ใหม่หรือการปรับมโนทัศน์เดิมที่ไม่เหมาะสม นักเรียนควรจะต้องผ่านกระบวนการหลายขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การทำให้นักเรียนติชมมโนทัศน์ใหม่ (ทำให้นักเรียนยอมรับสารสนเทศ) ความคิดใหม่จะต้องถูกนำเสนอให้นักเรียนได้สนใจ และนักเรียนจะต้องเริ่มต้นด้วยความประหลาดใจที่จะอยากรู้ อยากรูเห็นมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 2 การแนะนำตัวเชื่อม (การดูซึมสารสนเทศ) ความคิดหรือเนื้อหาต้องถูกนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่าย นักเรียนสามารถหาแหล่งข้อมูลเพื่อใช้ในการอ้างเหตุผลอย่างชัดเจน

ขั้นตอนที่ 3 การตั้งคำถามและการเผชิญหน้ากับนักเรียน (การปรับเปลี่ยนสารสนเทศ) ครูตั้งคำถามที่เหมาะสมเพื่อทดสอบมโนทัศน์ที่มีอยู่ก่อนของนักเรียนว่ามโนทัศน์นั้นสามารถใช้ได้หรือไม่ อีกต่อไป

ขั้นตอนที่ 4 การปฏิบัติและการสร้าง (การสร้างความคุ้นเคยกับสารสนเทศ) ครูให้ปัญหาใหม่ เช่นให้นักเรียนประยุกต์ความรู้ใหม่และทดลองใช้ความรู้ใหม่นั้น

จุดเด่น

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนอยากรู้ว่าครูจะสอนเนื้อหาใหม่อะไร
2. ตั้งคำถามเพื่อให้ผู้เรียนเผชิญหน้ากับปัญหา
3. มีการประยุกต์ความรู้ใหม่และทดลองใช้ความรู้ใหม่นั้น ๆ

จุดด้อย

ขาดขั้นตอนการตรวจสอบโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหลังจากใช้รูปแบบการปรับโมทัศน์

3. รูปแบบการปรับโมทัศน์ของซาเดลา

ซาเดลา (Sadera. 2001 : 93) ได้เสนอวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการปรับ โมทัศน์เป็นสำคัญ โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมต่าง ๆ ของนักเรียนและวินิจฉัยในความเชื่อต่าง ๆ เหล่านั้น โดยการเสนอความคิดใหม่ที่ท้าทายต่อความคิดต่าง ๆ ของนักเรียน จะทำให้นักเรียนสังเกตเห็นความขัดแย้งหรือเกิดปัญหากับโมทัศน์ที่มีอยู่เดิมของนักเรียนที่ได้รับการสอนในห้องเรียนตามปกติ

ขั้นตอนที่ 2 นำนักเรียนเข้าสู่ข้อมูลสารสนเทศใหม่ และให้ความสำคัญกับพรรคณะต่าง ๆ ของนักเรียน โดยสนับสนุนให้นักเรียนได้ระลึกถึงวิถีทางต่าง ๆ ที่คลาดเคลื่อนจากสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดภายในห้องเรียน

ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนจำเป็นต้องลงมือปฏิบัติเพื่อทำการสำรวจความสัมพันธ์ของข้อมูลสารสนเทศ เพื่อการสร้างฐานความรู้ของแต่ละบุคคล โดยในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะได้ค้นคว้าเพื่อที่ขจัดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ ผ่านหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย หน้าที่เหล่านั้นจะนำนักเรียนไปสู่พรรคณะต่าง ๆ ที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้นและปรับเปลี่ยนวิถีทางเฉพาะของการปฏิบัติการ เพื่อที่จะทดสอบวิถีทางในการขจัดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้น

ขั้นตอนที่ 4 เป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องจากขั้นตอนที่ผ่านมา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างความเข้าใจที่แข็งแกร่งต่อความเข้าใจโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยการให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในส่วนของความสำคัญ ความจำเป็น และความสัมพันธ์กันภายในพรรคณะที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเอง ซึ่งเป็นจุดที่สำคัญของกระบวนการปรับโมทัศน์

ขั้นตอนที่ 5 การแลกเปลี่ยนความคิดของนักเรียน ซึ่งการแลกเปลี่ยนความคิดนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับความท้าทายจากโมทัศน์ใหม่ต่าง ๆ โดยดำเนินการผ่านการโต้แย้งกันในห้องเรียนและการร่วมประชุมเพื่ออภิปรายร่วมกัน ขั้นตอนที่ท้ายนี้จะเป็นการจัดเตรียมข้อมูลเพื่อตัดสินว่าโมทัศน์ใหม่ของนักเรียนแต่ละบุคคลนั้นจะสามารถอยู่รอดได้ในกระบวนการปรับเปลี่ยนนี้หรือไม่

สรุปรูปแบบการปรับโมทัศน์ของซาเดลา

ซาเดลา(Sadera. 2001 : 93) ได้เสนอวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการปรับโมทัศน์ โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของนักเรียนและวินิจฉัยโมทัศน์ของผู้เรียน โดยการเสนอปัญหาใหม่ที่ท้าทายให้นักเรียนได้หาคำตอบ จะทำให้นักเรียนสังเกตเห็นความขัดแย้งหรือเกิดปัญหากับโมทัศน์ที่มีอยู่เดิมของนักเรียน

ตัวอย่างเช่น การปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น การปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น การปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

3. การปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น (Reconceptualization) เป็นกระบวนการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

2. การขยายชั้นความเข้าใจ (Class Extension) เป็นการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

1. การปรับปรุงเข้าใจ (Differentiation) เป็นการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

โดยและลักษณะมีรายละเอียด ดังนี้

4. รูปแบบการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้นของ Dykstra et al. (1992 : 615) ได้เสนอรูปแบบการปรับปรุงให้ทัน

ตาม

จากการตรวจสอบปริมาณงานที่เพิ่มขึ้นของนักเรียนที่เรียนหลักสูตรการปรับปรุงให้ทัน

3. ผู้เรียนสามารถประเมินผลของตนเองได้

2. ผู้เรียนสามารถประเมินผลของตนเองได้

1. กระบวนการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

ขั้นตอนที่ 1 นักเรียนที่เรียนหลักสูตรการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

ขั้นตอนที่ 2 นักเรียนที่เรียนหลักสูตรการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนที่เรียนหลักสูตรการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 นักเรียนที่เรียนหลักสูตรการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

ขั้นตอนที่ 5 นักเรียนที่เรียนหลักสูตรการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

ขั้นตอนที่ 6 นักเรียนที่เรียนหลักสูตรการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

ขั้นตอนที่ 7 นักเรียนที่เรียนหลักสูตรการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

ขั้นตอนที่ 8 นักเรียนที่เรียนหลักสูตรการปรับปรุงให้ทันกับปริมาณงานที่เพิ่มขึ้น

P เทน อาจารย์
นอกจากนี้ยังพบว่า รูปแบบของความผิดพลาดของนักเรียนที่แก้ปัญหานี้มีความ
ซ้ำกันลักษณะเหมือนกัน เพียงแต่แก้ปัญหานี้โดยนักเรียนมีความเข้าใจในการผิดพลาดมากกว่านักเรียน

โคลแกน (Colgan, 1991 : 91-A) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการ
แก้ปัญหาพีทาโกรัส Finite Mathematics ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียน
ในมหาวิทยาลัยฮิวสตันเป็นเวลา 250 คน โดยศึกษาจากการทดสอบย่อย และการสอบ และจาก
แบบทดสอบวัดทักษะทางคณิตศาสตร์ พบว่าความผิดพลาดของนักเรียนมีแนวโน้มที่จะ
แจกแจงลักษณะของความผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีทาโกรัส และอิมบาร (Moshovitz-
Hadar; Zaslavky; and Inbar, 1987 : 18) ความผิดพลาดที่นักเรียนทำไปนั้นโดยปกติ
ความผิดพลาดที่นักเรียนทำในวิชาพีทาโกรัสมีความสัมพันธ์กับการที่นักเรียนมีความ
คุ้นเคยกับข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีทาโกรัส และนักเรียนมีความเข้าใจปัญหา
สรุปความผิดพลาดที่นักเรียนทำไป

1. ไม่รู้คำตอบ

- 2. ความผิดพลาดที่นักเรียนทำไปจากความผิดพลาดจากการคัดลอก
- 3. ความผิดพลาดที่นักเรียนทำไปจากภาษา
- 4. ความผิดพลาดที่นักเรียนทำไปจากตรรกะ (Logic)
- 5. ความผิดพลาดที่นักเรียนทำไปจากความเข้าใจผิด
- 6. วิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนทำไป
- 7. ความผิดพลาดที่นักเรียนทำไปจากความเข้าใจผิด (เช่นขาดทักษะพื้นฐานในการคำนวณ)
- 8. การขาดความรู้

เธอร์สโควิชและเคราน (Herscovics and Kieran, 1980 : 572-580) ได้ศึกษาการสร้าง
อย่างมีความหมายสำหรับแนวคิดของสมการ ได้ระบุถึงความผิดพลาดที่นักเรียนทำไป
ซึ่งมีลักษณะที่คล้ายคลึงกับการใช้ตัวเลขและการใช้ตัวเลขเพื่อแก้ปัญหานี้ที่นักเรียน
แก้ปัญหาการคำนวณของพีทาโกรัส (ค่าของพีทาโกรัส) ที่นักเรียนทำไป (ค่าของพีทาโกรัส
ของพีทาโกรัส) ซึ่งนักเรียนทำไปเป็นเวลานานสำหรับนักเรียนที่เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
ของโรงเรียนมัธยมศึกษา ซึ่งแต่ก่อนนักเรียนทำไปทางคณิตศาสตร์ เช่น อสมการ $P = 1, P = 2, P = 3,$
ค่า $4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ เป็นต้น) (Vinner et al. 1981 : 555-570) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความผิดพลาดที่นักเรียนทำไป
เกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหานี้

1. การเสนอรายละเอียดที่ผิด : อสมการ

- 2. การวินิจฉัย : การวินิจฉัยที่นักเรียนทำไปเกี่ยวกับสมการพีทาโกรัสที่นักเรียนทำไป
- 3. การเสนอประเภทของพีทาโกรัส (Analogy) ที่ผิด : การวินิจฉัยที่นักเรียนทำไปเกี่ยวกับสมการ

ของงาน

1. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร
 1. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Asquith) เช่น มีความเชื่อเกี่ยวกับความยากลำบากในการทำความเข้าใจในปรัชญาของค่าตัวแปร
 2. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Stacey and MacGregor, 2000 : 149-167)
 3. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Stacey and MacGregor, 2000 : 110-113) ใช้ศึกษาแนวความคิดเกี่ยวกับความเชื่อในการกำหนดค่าตัวแปร
2. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Inverse Operations)
 1. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Equality) พบว่า นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Inverse Operations) สมการที่สมมูลกัน แต่ในกรณีนี้จะมีความหมายที่แตกต่างกัน
 2. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Inverse Operations) พบว่า ความคล้ายคลึงกันในการใช้การอินเวอร์ส (Inverse Operations) ใช้ศึกษาแนวความคิดเกี่ยวกับความเชื่อในการกำหนดค่าตัวแปร
3. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Inverse Operations) พบว่า นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Inverse Operations) สมการที่สมมูลกัน แต่ในกรณีนี้จะมีความหมายที่แตกต่างกัน
4. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Inverse Operations) พบว่า ความคล้ายคลึงกันในการใช้การอินเวอร์ส (Inverse Operations) ใช้ศึกษาแนวความคิดเกี่ยวกับความเชื่อในการกำหนดค่าตัวแปร
5. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Inverse Operations) พบว่า ความคล้ายคลึงกันในการใช้การอินเวอร์ส (Inverse Operations) ใช้ศึกษาแนวความคิดเกี่ยวกับความเชื่อในการกำหนดค่าตัวแปร
6. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Inverse Operations) พบว่า ความคล้ายคลึงกันในการใช้การอินเวอร์ส (Inverse Operations) ใช้ศึกษาแนวความคิดเกี่ยวกับความเชื่อในการกำหนดค่าตัวแปร
7. นักปรัชญาสมัยใหม่ในการกำหนดค่าตัวแปร (Inverse Operations) พบว่า ความคล้ายคลึงกันในการใช้การอินเวอร์ส (Inverse Operations) ใช้ศึกษาแนวความคิดเกี่ยวกับความเชื่อในการกำหนดค่าตัวแปร

สตีเฟน (Stephens. 2005 : 96-100) ได้ศึกษาการพัฒนาความเข้าใจเรื่องตัวแปรของนักเรียน ได้รับความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร พบว่า นักเรียนมีแนวคิดที่ว่าตัวแปรสองตัวแปรที่แตกต่างกัน (เช่น x, y) ในสมการเดียวกันไม่สามารถมีค่าเดียวกันได้ และไม่มีสมาธิในเรื่องตัวแปรเชิงปริมาณและไม่มีสมาธิในเรื่องค่าสูญหาย (Missing Data)

บราวน์ และควีน (Brown and Quinn. 2006 : 28-40) ได้ศึกษาความยากของพีชคณิตในเรื่องของเศษส่วน : การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน ได้รับความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข พบว่า การประยุกต์ใช้วิธีการคำนวณที่ไม่ถูกต้องในการคำนวณเศษส่วน และการเลือกใช้การดำเนินการที่ผิดในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน

คาพาโรและจอฟฟรอน (Capraro and Joffrion. 2006 : 147-164) ได้ศึกษาสมการพีชคณิต : นักเรียนระดับมัธยมศึกษาสามารถให้ความหมายและแปลจากคำเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้รับความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร พบว่า นักเรียนมีการแสดงออกเกี่ยวกับการลบ นักเรียนเขียนนิพจน์ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น นักเรียนเขียน $4 - n$ แทน $n - 4$

แอสควิท (Asquith. 2007 : 249-272) ศึกษา นักเรียนระดับประถมศึกษา ได้ทำการศึกษาความรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจแนวคิดของพีชคณิต : เครื่องหมายเท่ากับและตัวแปร และได้รับความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับภาวะเท่ากัน (Equality) และสัญลักษณ์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับภาวะเท่ากัน (Equality) พบว่า นักเรียนมีปัญหาในเรื่องภาวะเท่ากัน และการใช้การอินเวอร์ส (Inverse Operations)

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร พบว่า นักเรียนมีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร มีความเชื่อเกี่ยวกับค่าของตัวแปรที่ไม่ถูกต้อง เช่น มีความเชื่อเกี่ยวกับการคำนวณอักขระวิธี (Alphabet) ที่ไม่ถูกต้อง และไม่มีสมาธิในเรื่องตัวแปรเชิงปริมาณและไม่มีสมาธิในเรื่องค่าสูญหาย

ซาดี (Sadi. 2007 : 4-5) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องจำนวน พบว่าการสอนการคูณเศษส่วนควรเน้นไปที่สถานการณ์จริงเกี่ยวกับผลคูณของเศษส่วน 2 จำนวน และมีการอธิบายว่าทำไมการคูณเศษส่วน 2 จำนวน จึงดำเนินการเช่นนั้น การหารเศษส่วนเป็นปัญหาอย่างมากสำหรับ

นักเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถมองเห็นความเป็นรูปธรรมในการหารเศษส่วน เช่น $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$

สำหรับนักเรียนส่วนใหญ่การดำเนินการเช่นนี้ค่อนข้างจะไม่มีสมาธิ ยิ่งไปกว่านั้นนักเรียนยังล้มเหลวในการที่จะพบประเด็นหรือความเข้าใจเชิงตรรกะเบื้องหลัง การดำเนินการหารตามหลักการที่ว่า “การหารจำนวนใด ๆ ด้วยเศษส่วน อาจคิดได้จากการนำจำนวนนั้นคูณกับส่วนกลับของเศษส่วนที่เป็นตัวหาร”

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการบวกและการลบเศษส่วน การบวกเศษส่วนเป็นอีกปัญหาหนึ่งสำหรับนักเรียน ทั้ง ๆ ที่ส่วนใหญ่แล้วนักเรียนไม่มีปัญหาในการทำความเข้าใจความหมายของ

$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$ แต่นักเรียนก็ยังสับสนในการหาผลลัพธ์ที่ถูกต้อง เมื่อนักเรียนเผชิญกับการบวกเศษส่วน

นักเรียนมักจะเลือก “วิธีที่ง่ายที่สุดในการหาคำตอบ” โดยไม่คำนึงถึงการทำให้ตัวส่วนเท่ากัน แต่มักจะบวกตัวเศษและตัวส่วนเข้าด้วยกัน หรือทำตามกฎ “ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ ” ความเข้าใจมโนทัศน์ที่

คลาดเคลื่อนส่วนหนึ่งอาจเป็นผลมาจากกฎของการคูณเศษส่วน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเศษส่วนที่เท่ากัน มโนทัศน์เกี่ยวกับเศษส่วนที่เท่ากันมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการนำมาประยุกต์ใช้ในเนื้อหาต่าง ๆ ของการเรียน ตัวอย่างเช่น การเปรียบเทียบเศษส่วน การหาจำนวนที่ใกล้เคียงเศษส่วนที่กำหนดให้ การหาจำนวนที่อยู่ระหว่างเศษส่วน 2 จำนวน

วลาสซิส (Vlassis, 2008 : 555-570) ได้ศึกษาบทบาทของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาแนวคิดของจำนวน : ศึกษากรณีของเครื่องหมายลบ ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข และสมการทางพีชคณิต ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข พบว่า นักเรียนมีปัญหาในการลบ โดยใช้เครื่องหมายลบ มีความคลาดเคลื่อนในการตรวจสอบคำตอบ โดยการนำตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการไปแทนลงในสมการที่กำหนดให้ เพื่อดูว่าค่าดังกล่าวเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ และละเลยการใช้เครื่องหมายลบ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมการทางพีชคณิต พบว่า นักเรียนได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องในการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็ม

เบลและคณะ (Ball et al. 2008 : 389-407) ได้ศึกษาความรู้ในการสอน : อะไรทำให้ความรู้ในการสอนเป็นสิ่งพิเศษ ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับภาวะเท่ากัน (Equality) พบว่า นักเรียนมีความเชื่อเกี่ยวกับเครื่องหมายเท่ากับ (=) ไม่ถูกต้อง

โคลเนอร์และคณะ (Koellner et al. 2008 : 304-310) ได้ศึกษาการพูดคุยทั่วไปในห้องเรียนพีชคณิต ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับแบบรูป พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการนับแบบรูป

โซฮานแมนและแวน การ์เดอเรน (Scheuermann and Van Garderen, 2008 : 471-477) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การใช้กราฟในการนำเสนอของนักเรียน : มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและรูปแบบความคลาดเคลื่อนของการเรียนการสอน ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับกราฟ พบว่านักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางวิทยาศาสตร์ เรื่องกราฟ

ดาร์เลย์ (Darley, 2009 : 458-464) ได้ศึกษาเนื้อหาจากเลขคณิตไปสู่พีชคณิต ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข พบว่า นักเรียนมีปัญหาในการทำความเข้าใจค่าของเศษส่วน มีปัญหาในการวางแผนการลงจุดแทนตำแหน่งของเศษส่วนในพิกัดแกน X และแกน Y ในกราฟและแทนตำแหน่งของเศษส่วนบนเส้นจำนวน และมีปัญหาในการแทนตำแหน่งของเศษส่วนบนเส้นจำนวน

เด็สม็ทและคณะ (Desmet et al. 2010 : 521-532) ได้ศึกษาการพัฒนาการเปลี่ยนแปลงในการเปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยม ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการเชิงตัวเลข พบว่า นักเรียนมีปัญหาในเรื่องตำแหน่งของทศนิยมและการเรียงลำดับทศนิยม

ลาบาโต้และเอลิส (Labato and Ellis. 2010 : 291-299) ได้ศึกษาการพัฒนาความเข้าใจที่จำเป็นของอัตราส่วน สัดส่วนและการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน : เกรด 6-8 ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน กราฟ และฟังก์ชัน ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน คือ นักเรียนไม่ตระหนักถึงการแบ่งส่วนซึ่งแต่ละส่วนต้องเท่ากัน
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกราฟ คือ นักเรียนมีปัญหาในการหาความชันของเส้นตรง
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน คือ นักเรียนมีปัญหาในการหาความชันของเส้นตรง

ดิงและลิ (Ding and Li. 2010 : 147-171) ได้ศึกษาการวิเคราะห์เปรียบเทียบหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาในสหรัฐอเมริกาและจีน ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการใช้ตัวอักษร พบว่านักเรียนมีปัญหาเรื่องสมบัติการแจกแจง (Distributive Property)

พูกาลี (Pugalee. 2010 : 41-50) ได้ศึกษาการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน ได้ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับฟังก์ชัน และกราฟ พบว่า นักเรียนไม่มีความเข้าใจในเรื่องความเป็นสัดส่วนและความไม่เป็นสัดส่วนของฟังก์ชัน (Proportionality or Non-proportionality of Functions)

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีการศึกษาการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนในคณิตศาสตร์ศึกษา ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์และอ้อมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับความวิตกกังวลทางคณิตศาสตร์ และวิธีการทางสถิติ ศึกษาการใช้ความคลาดเคลื่อนเป็นจุดเริ่มของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อน และการวิเคราะห์รูปแบบความคลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา จากการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์นั้น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจมีสาเหตุ จากการที่นักเรียนไม่เข้าใจ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ลำดับขั้นตอนการใช้กฎในการคิดคำนวณ การใช้ภาษาในการถามคำถามของครู การตีความสัญลักษณ์การนำเสนอความรู้ทางคณิตศาสตร์ การตรวจสอบคำตอบและการมองเห็นความสัมพันธ์ อย่างไรก็ตามยังไม่พบงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศ สรุปได้ว่า ในประเทศไทยและในต่างประเทศได้ให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์และการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่พบงานวิจัยใดที่ทำการพัฒนารอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษา และระดับปริญญาตรี จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ในระดับปริญญาตรี เพื่อให้นักศึกษาในระดับปริญญาตรีได้มีมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้อง และสามารถถ่ายทอดมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์แก่นักเรียนอย่างถูกต้องและลึกซึ้ง

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงพัฒนา โดยมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย 2 ระยะ ดังรายละเอียดปรากฏดังแผนภาพที่ 2

ระยะที่ 1 การวิเคราะห์หมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ขั้นตอนที่ 1 สังเคราะห์กรอบลักษณะหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. วิเคราะห์กรอบลักษณะหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
2. สร้างแบบวัดหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญ 5 คน
3. วิเคราะห์หมันที่คลาดเคลื่อนจากการทำแบบวัดหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย

ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบและปรับปรุงกรอบลักษณะหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ด้วยการสนทนากลุ่ม (Focus Group)

1. พิจารณาร่างกรอบลักษณะหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ด้วยการสนทนากลุ่ม
2. นำข้อมูลที่ได้จากการสนทนากลุ่มมาปรับปรุงและพัฒนากรอบลักษณะหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
3. นำกรอบลักษณะหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ มาสร้างเป็นแบบวัดหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่สมบูรณ์

ขั้นตอนที่ 3 ทดลองใช้กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. นำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ มาทดสอบกับกลุ่มเป้าหมาย จำนวน 45 คน เพื่อวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ตามกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ได้ผ่านการสนทนากลุ่มแล้ว
2. จากการทดสอบกลุ่มเป้าหมาย พบว่านักศึกษาที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวน 45 คน เพื่อสัมภาษณ์หาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพื่อนำไปสังเคราะห์ กรอบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ในระยะที่ 2

ระยะที่ 2 การออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ขั้นตอนที่ 1 สังเคราะห์และออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. สังเคราะห์แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์แล้วนำผลจากการสัมภาษณ์เชิงลึกในระยะที่ 1 มาออกแบบ เพื่อจัดทำเป็นร่างกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ในระยะที่ 2 ร่างเป็นกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
2. นำร่างกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญแล้วจัดการสนทนากลุ่ม

ขั้นตอนที่ 2 ทดลองใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

นำกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ได้ผ่านการสนทนากลุ่มแล้ว มาทดสอบกับกลุ่มเป้าหมาย หลังการใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ นำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ มาทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายดังกล่าวอีกครั้ง เพื่อศึกษาผลการใช้กลวิธี

แผนภาพที่ 2 กระบวนการพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

รายละเอียดของการดำเนินการวิจัยทั้ง 2 ระยะ เป็นดังนี้

ระยะที่ 1 การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ
 ขั้นตอนที่ 1 สั้งเคราะห์กรอบลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบ
 และปรับปรุงกรอบลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ด้วยการสนทนากลุ่ม (Focus
 Group) และขั้นตอนที่ 3 ทดลองใช้กรอบลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ มี
 รายละเอียดขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สั้งเคราะห์กรอบลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. วิเคราะห์กรอบลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ของโมวิโซวิทซ์-ฮาดาร์
 และคณะ (Movshovits-hadar et al. 1987 : 3-14) ราดาร์ส (Radatz. 1979 : 163-172) วินเนอร์
 และคณะ (Vinner et al. 1981 : 555-570) โบราลี (Borasi. 1985 : 1-14) ทูแรน (Truran. 1987 :
 92) และโคลแกน (Colgan. 1991 : 91-A) จนได้ร่างกรอบลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
 ตรรกศาสตร์ (ดังภาคผนวก ก)

2. สร้างแบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ โดยมีลำดับขั้นการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษากรอบลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

2.2 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
 ทางตรรกศาสตร์

2.3 ศึกษาหลักการ วิธีการสร้างและการหาคุณภาพแบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
 ตรรกศาสตร์

2.4 ศึกษาเนื้อหาวิชาตรรกศาสตร์

2.5 สร้างแบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

2.6 นำเสนอเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมกับเนื้อหา แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ
 จำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพภาพของแบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
 คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญเป็นดังนี้

1. แบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์สามารถวัดได้ตรงในสิ่งที่ต้องการ
 วัดหรือไม่

2. แบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ต้องสามารถวัดหมโนทัศน์ที่
 คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ได้ครอบคลุมกรอบลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

3. ควรให้นักศึกษาทำแบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ให้ครบถ้วน

4. ปรับการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ให้นักศึกษาเข้าใจได้ตรงกัน

5. ควรพิมพ์สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ชัดเจน

นำคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแบบวัดฯ และตรวจสอบความสมบูรณ์ของ
 แบบวัด

3. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ทดสอบกับนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 5 ที่เคยเรียนวิชาตรรกศาสตร์มาแล้วและไม่ใช้ กลุ่มเป้าหมาย จำนวน 47 คน โดย เลือกเฉพาะข้อสอบที่นักศึกษาทำสมบูรณ์ ครบทุกข้อแต่มีความคลาดเคลื่อน จึงได้ข้อสอบจากนักศึกษาจำนวน 47 คน/ชุด เพื่อนำมาศึกษาหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพื่อจะนำไปเป็นข้อมูลในการร่างกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยมีผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ดังนี้

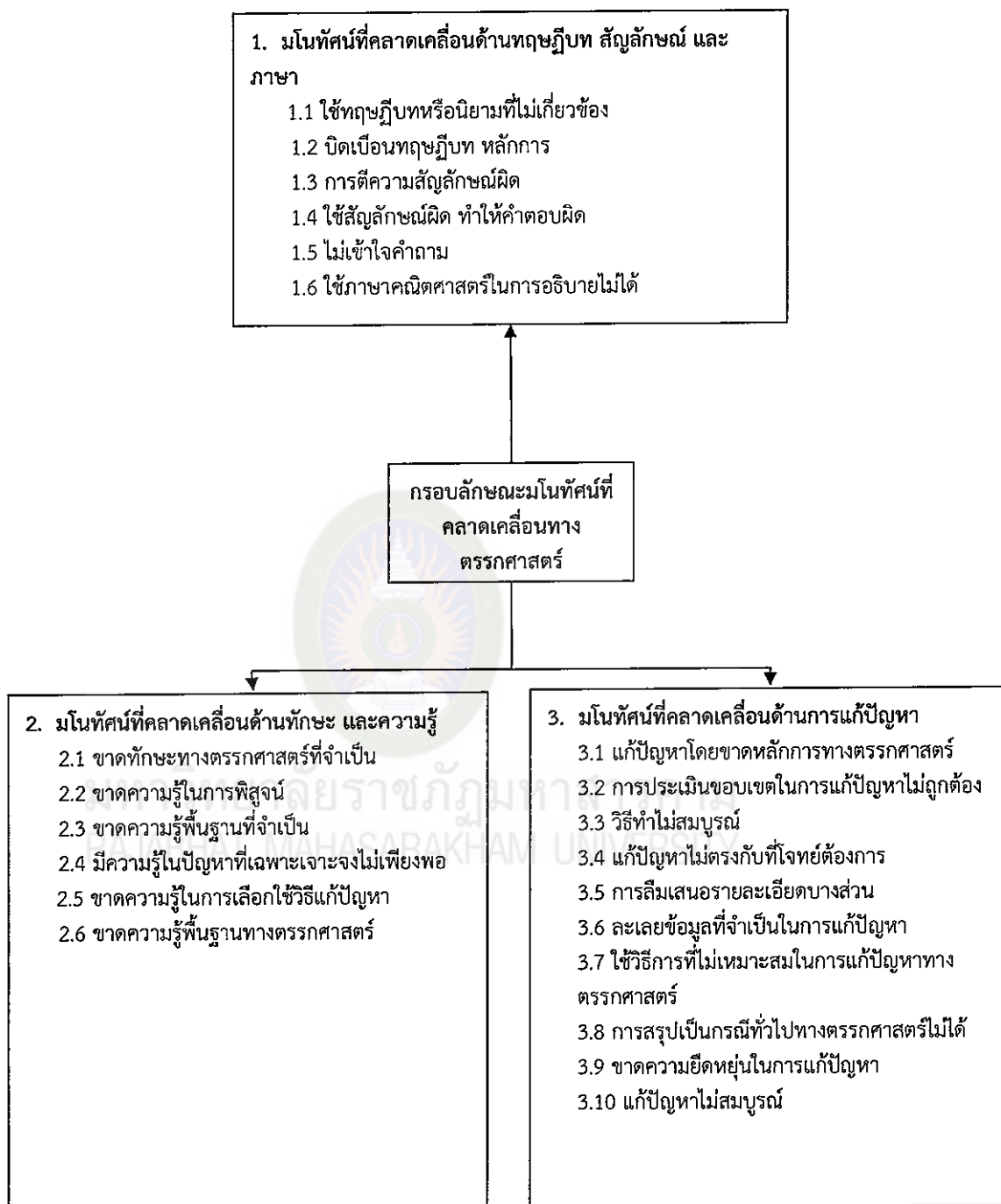
1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านภาษา
 - 1.1 นักศึกษาไม่เข้าใจคำถาม
 - 1.2 นักศึกษามีความคลาดเคลื่อนในการอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท นิยาม
 - 2.1 การใช้ทฤษฎีบทหรือนิยามที่ไม่เกี่ยวข้อง
 - 2.2 การบิดเบือนทฤษฎีบท
 - 2.3 นักศึกษามีความคลาดเคลื่อนในหลักการ
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านสัญลักษณ์
 - 3.1 การตีความสัญลักษณ์ผิด
 - 3.2 นักศึกษาใช้สัญลักษณ์ผิด : ทำให้คำตอบผิด
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
 - 4.1 นักศึกษาขาดทักษะทางตรรกศาสตร์ที่จำเป็น
 - 4.2 นักศึกษาขาดความรู้ในการพิสูจน์
 - 4.3 นักศึกษาขาดความรู้พื้นฐานที่จำเป็น
 - 4.4 นักศึกษาขาดความรู้เกี่ยวกับปัญหาที่เฉพาะเจาะจง
 - 4.5 นักศึกษาขาดความรู้ในการเลือกใช้วิธีแก้ปัญหา
 - 4.6 ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากขาดความรู้พื้นฐานทางตรรกศาสตร์
5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา
 - 5.1 นักศึกษามีความเข้าใจผิดทางตรรกศาสตร์
 - 5.2 เพิ่มข้อมูลที่ไม่สอดคล้องในการแก้ปัญหา
 - 5.3 นักศึกษามีความคลาดเคลื่อนในการประเมินขอบเขตในการแก้ปัญหา
 - 5.4 วิธีทำไม่สมบูรณ์
 - 5.5 หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ
 - 5.6 การลืมนเสนอรายละเอียดบางส่วน
 - 5.7 นักศึกษาละเลยข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
 - 5.8 การใช้วิธีการที่ไม่เหมาะสมในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์
 - 5.9 การสรุปเป็นหลักการทางตรรกศาสตร์ผิด
 - 5.10 นักศึกษามีความคลาดเคลื่อนในการตรวจสอบผลลัพธ์ทางตรรกศาสตร์
 - 5.11 นักศึกษาขาดการประยุกต์ใช้วิธีการหาคำตอบ
 - 5.12 นักศึกษามีความคลาดเคลื่อนในการเสนอคำตอบ

- 5.13 นักศึกษาสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
- 6. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการเชื่อมโยง
 - 6.1 ความคลาดเคลื่อนจากการเชื่อมโยง
 - 6.2 ความคลาดเคลื่อนในการถ่ายทอดความรู้
- 7. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
 - 7.1 การให้เหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
 - 7.2 นักศึกษาขาดการอ้างอิง วิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์

จากผลการสังเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และผลจากการทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์กับนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 5 ที่เคยเรียนวิชาตรรกศาสตร์มาแล้วและไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย ในขั้นตอนที่ 1 ทำให้ได้ข้อมูลสำหรับแก้ไขเป็นร่างกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ปรากฏดังแผนภาพที่ 3



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แผนภาพที่ 3 ร่างกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบและปรับปรุงร่างกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง ตรรกศาสตร์ ด้วยการสนทนากลุ่ม (Focus Group)

1. นำร่างกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์มาจัดการสนทนากลุ่ม โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ซึ่งหลักเกณฑ์การคัดเลือกผู้เชี่ยวชาญเป็นดังนี้คือ เป็นผู้มีความรู้ความเชี่ยวชาญด้านมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ เป็นผู้เชี่ยวชาญและมีประสบการณ์ด้านตรรกศาสตร์ และเป็นผู้มีความรู้ความเชี่ยวชาญด้านการวิจัย

2. รายนามผู้เชี่ยวชาญในการสนทนากลุ่ม จำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วย

2.1 รองศาสตราจารย์ ดร. อัญชลี สารรัตน์ ค.ศ.(หลักสูตรและการสอน)
มหาวิทยาลัยขอนแก่น ผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัย

2.2 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นิราศ จันทระจิตร ค.ศ.(หลักสูตรและการสอน)
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์

2.3 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นิภาพร ชุตินันต์ Ph. D. (Applied Statistics)
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัย

2.4 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มะลิวัลย์ ภูนาพรรณ ป.ศ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัย
มหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

2.5 อาจารย์ ดร. ชาญณรงค์ เขียงราช Ph. D. (Mathematics Education)
มหาวิทยาลัยขอนแก่น ผู้เชี่ยวชาญด้านมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

3. ขั้นตอนการสนทนากลุ่ม เป็นดังนี้

3.1 ชี้แจงวัตถุประสงค์ของการจัดสนทนากลุ่มในครั้งนี้ให้ผู้เชี่ยวชาญได้ทราบและให้การดำเนินการในครั้งนี้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

3.2 นำเสนอร่างกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่เกิดจากการสังเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และผลการทดสอบโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย เพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญได้อภิปราย

3.3 ผู้เชี่ยวชาญได้อภิปราย และ แสดงความคิดเห็น เพื่อตรวจสอบกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และได้ให้ข้อเสนอแนะตลอดจนให้แนวทางในการปรับปรุงกรอบลักษณะมโนทัศน์ฯ ในการสนทนากลุ่มในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้บันทึกผลของการสนทนากลุ่ม ด้วยแบบบันทึกผลการอภิปรายกลุ่ม

ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญจากการสนทนากลุ่ม เป็นดังนี้

1. กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ข้อ 1.3 กับ 1.4 และ ข้อ 3.3 กับ 3.10 แตกต่างกันอย่างใด ถ้าไม่แตกต่างกันให้รวมเข้าด้วยกัน

2. ให้นิยามกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์แต่ละหัวข้อให้ชัดเจน เพื่อลดความซ้ำซ้อน

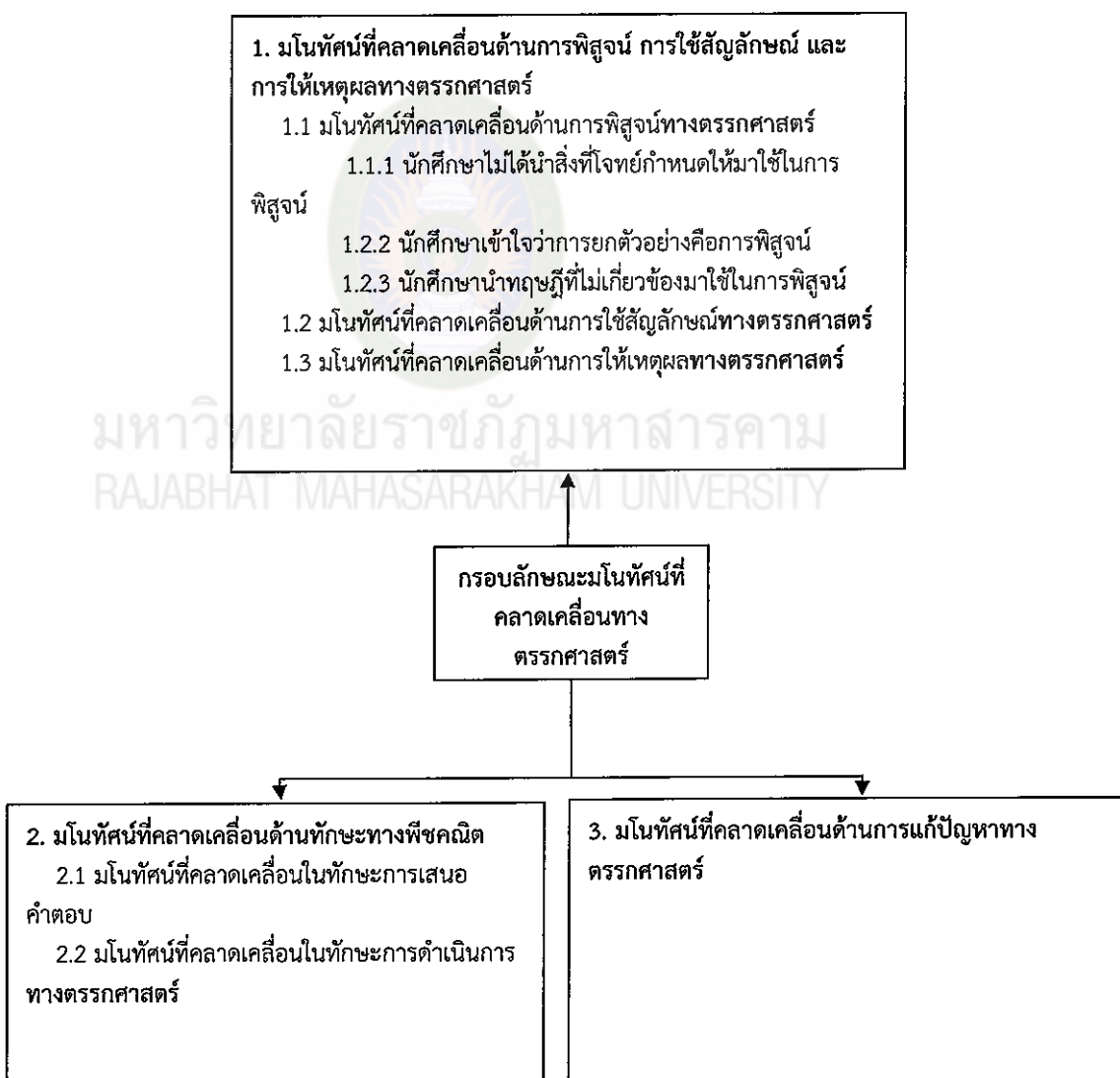
3. ให้มีการสัมภาษณ์เชิงลึก เพื่อศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และหาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

4. ปรับแก้ไขกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ข้อ 3.3 กับ 3.10 เป็น การแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์

5. กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ข้อ 2.3, 2.4 และข้อ 2.6 ซ้ำกัน ถ้ามีความหมายเหมือนกัน ต้องอธิบายได้ว่าแตกต่างกันตรงไหน

4. นำข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญจากการสนทนากลุ่ม มาพัฒนากรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ แล้วนำกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ผ่านการสนทนากลุ่มแล้ว มาเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการตรวจสอบและปรับปรุงร่างกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ด้วยการสนทนากลุ่ม (Focus Group) โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ได้กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ สรุปปรากฏดังแผนภาพที่ 4



แผนภาพที่ 4 กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ได้จากการสนทนากลุ่ม

ขั้นตอนที่ 3 ทดลองใช้กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. นำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ผ่านการหาประสิทธิภาพโดยผู้เชี่ยวชาญ มาทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายคือนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 4 จำนวน 45 คน เพื่อวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ตามกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ได้ผ่านการสนทนากลุ่มแล้ว โดยใช้เกณฑ์การกรองแบบทดสอบเพื่อนำมาวิเคราะห์ตามแบบทดสอบ ดังนั้นจำนวนผู้ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการทดสอบครั้งนี้ 45 คน
2. สัมภาษณ์เชิงลึกกลุ่มเป้าหมายจำนวน 45 คน โดยใช้แบบสัมภาษณ์ชนิดกึ่งโครงสร้าง ซึ่งมีวิธีการสร้างดังนี้
 - 2.1 ศึกษาหลักการ วิธีการสร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง
 - 2.2 นำประเด็นจากการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบมากำหนด กรอบคำถามเพื่อสัมภาษณ์เชิงลึก (In – depth Interview) สำหรับกลุ่มเป้าหมายทั้ง 45 คน เพื่อจะได้ทราบถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
 - 2.3 สร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบ ความถูกต้องเหมาะสม จากนั้นนำคำแนะนำที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไข
 1. ไม่จำเป็นจะต้องสัมภาษณ์ทุกข้อ
 2. เมื่อนักศึกษาตอบไม่ชัดเจนหรือไม่ถูกต้อง จึงจะทำการสัมภาษณ์เพื่อเจาะลึกว่านักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์เพราะเหตุใด
 3. ปรับการใช้ภาษาในแบบสัมภาษณ์เพื่อสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้
 4. จัดกลุ่มประเด็นการสัมภาษณ์ให้เหลือเฉพาะประเด็นที่สำคัญ
 - 2.4 นำผลการสัมภาษณ์เชิงลึกไปออกแบบและศึกษากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ในระยะที่ 2

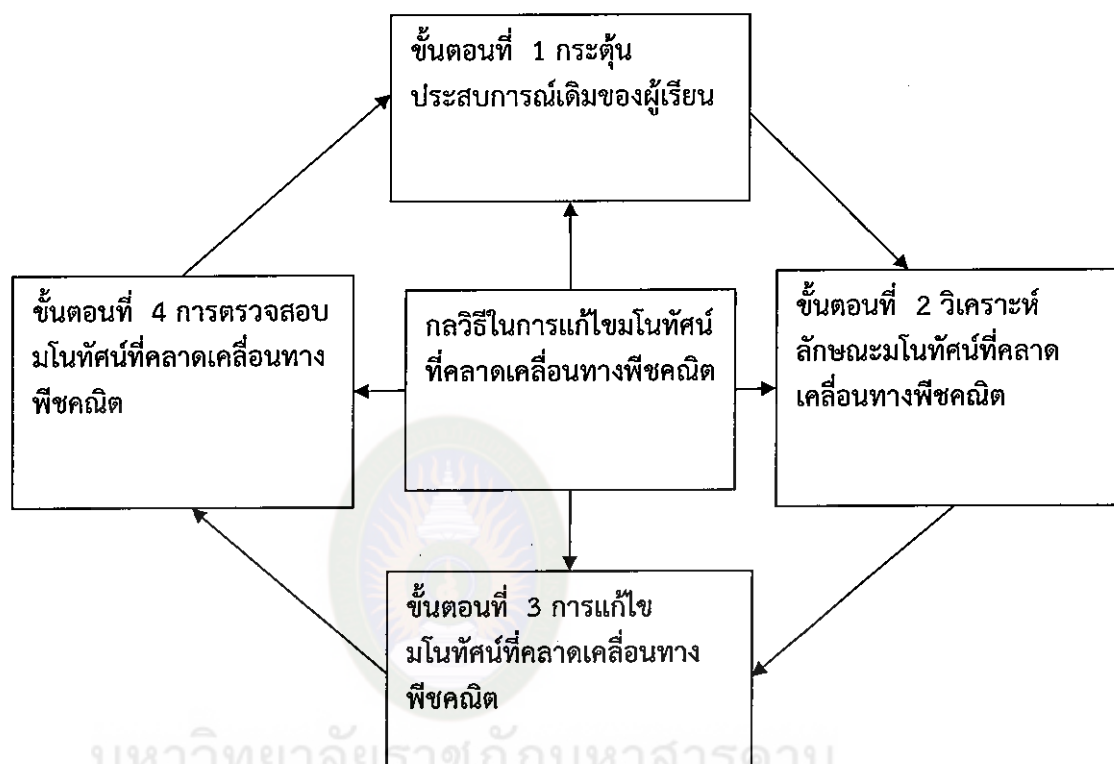
ระยะที่ 2 การออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

การออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงพัฒนา โดยมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สังเคราะห์กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. สังเคราะห์แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวกับการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ของ สตีเพนส์และชมิทท์ (Stepans and Schmidt. 2009 : 22) เซอร์เบล (Zirbel. 2005 : 10) ซาเดลา (Sadera. 2001 : 93) ไคส์สตราและคณะ (Dykstra et al. 1992 : 615) และทฤษฎีการซ่อมแซม และนำผลการสัมภาษณ์เชิงลึกไปออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ แล้วนำเสนอร่างกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ต่อผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง (ดังภาคผนวก ก)

จากผลการสังเคราะห์กลวิธีในการแก้ไขหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และผล การสัมภาษณ์เชิงลึกในระยะที่ 1 ผู้วิจัยนำมาสังเคราะห์เป็นร่างกลวิธีในการแก้ไขหมันที่ คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ปรากฏดังแผนภาพที่ 5



แผนภาพที่ 5 ร่างกลวิธีในการแก้ไขหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

2. ตรวจสอบและปรับปรุงกลวิธีในการแก้ไขหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ด้วยการ สนทนากลุ่ม (Focus Group) ดังนี้

2.1 นำกลวิธีในการแก้ไขหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ฉบับร่าง ที่พัฒนา เรียบร้อยแล้วนั้น มาจัดการสนทนากลุ่ม โดยผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมจากระยะที่ 1 จำนวน 5 ท่าน ขั้นตอนการสนทนากลุ่ม เป็นดังนี้

1. ผู้วิจัยนำเสนอรายละเอียดความเป็นมาของกลวิธีในการแก้ไขหมันที่ คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ เพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญได้เข้าใจก่อนดำเนินการสนทนากลุ่ม
2. ผู้วิจัยชี้แจงวัตถุประสงค์ของการจัดสนทนากลุ่มในครั้งนี้ให้ผู้เชี่ยวชาญทราบ และวิธีการดำเนินการให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้
3. นำกลวิธีในการแก้ไขหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากการวิจัยและพัฒนาในขั้นตอนที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณา อภิปราย และแสดงความคิดเห็นเพื่อ ตรวจสอบกลวิธีในการแก้ไขหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และได้ให้ข้อเสนอแนะตลอดจน ให้แนวทางในการปรับปรุงกรอบลักษณะหมันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ในการสนทนากลุ่มในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้บันทึกผลของ การสนทนากลุ่ม ด้วยแบบบันทึกผลการอภิปรายกลุ่ม

ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเป็นดังนี้

1. ควรอธิบายรายละเอียดของกลวิธีการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ในแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน
2. กลวิธีการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับกรอบลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ในขั้นตอนใด
3. กลวิธีการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์แต่ละขั้นตอนควรกำหนดระยะเวลาไว้หรือไม่
4. จากกลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ขั้นตอนที่ 2 วิเคราะห์ลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาในระยะที่ 1 ของการวิจัยแล้ว ทำให้เกิดความซ้ำซ้อนกันไม่ควรทำการศึกษาอีกรอบ

2.2 นำข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญจากการสนทนากลุ่ม มาพัฒนาวิธีการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้ตัดขั้นตอนที่ 2 วิเคราะห์ลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ออก เนื่องจากผู้วิจัยได้ทำการศึกษาแล้วในระยะที่ 1 ของการวิจัย จึงทำให้กลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิม ขั้นตอนที่ 2 แก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ขั้นตอนที่ 2 ทดลองใช้กลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

นำกลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ได้ผ่านการสนทนากลุ่มแล้วมาใช้สอนนักศึกษาในกลุ่มเป้าหมาย จำนวน 45 คน โดยผู้วิจัยได้ทำการสอนด้วยตนเอง ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิม

เป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียน เกิดการปะทะจริงทางความคิด จากการตั้งคำถาม/ปัญหาทางตรรกศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างจากหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบในกลุ่มเป้าหมาย เพื่อกระตุ้นความใคร่รู้ในตัวผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้เผชิญ โดยการให้ผู้เรียนได้ร่วมกันอภิปรายถึงแนวทางที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนเสนอแนะกลวิธีหรือสื่อในการช่วยแก้ปัญหา ทั้งนี้ เพื่อให้ผู้เรียนได้แนวทางในการคิดและลงมือปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหานั้นด้วยตนเอง

ขั้นตอนที่ 2 แก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. สร้างหมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ใหม่

นำปัญหาในขั้นที่หนึ่งให้ผู้เรียนแต่ละคน ได้สร้างหมโนทัศน์ใหม่ โดยเปิดโอกาสให้ ได้คิดและลงมือปฏิบัติ / ค้นหาคำตอบ ด้วยการสืบค้นจากข้อมูลปฐมภูมิ เช่น การคิดค้นหาคำตอบด้วยตนเอง หรือการสืบค้นจากข้อมูลทุติยภูมิ เช่น จากหนังสือ จากอินเทอร์เน็ต

2. ผู้เรียนแลกเปลี่ยนและตรวจสอบหมโนทัศน์

เป็นขั้นตอนการแลกเปลี่ยนและตรวจสอบหมโนทัศน์ โดยให้ผู้เรียนนำเสนอวิธีการในการแก้ปัญหาของตนเองกับเพื่อนในกลุ่ม เมื่อมีการแลกเปลี่ยนกันมากขึ้นผู้เรียนจะเห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เห็นข้อบกพร่องของวิธีการแก้ปัญหาบางวิธี ได้ตรวจสอบคำตอบวิธีแต่ละวิธี

และในที่สุดผู้เรียนจะรู้จักค้นพบคำตอบด้วยตนเอง ในขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะสร้างองค์ความรู้และสร้างความเข้าใจด้วยตนเอง

3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ไปประยุกต์ใช้กับความรู้อื่น ๆ

เป็นขั้นตอนที่ทำให้ความเข้าใจของผู้เรียนมีความคงทนยิ่งขึ้น โดยตั้งคำถาม/ ปัญหาทางตรรกศาสตร์ที่มีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาเดิมที่ตั้งในขั้นที่ 1 เพื่อให้ผู้เรียนนำองค์ความรู้ที่ได้มาปรับใช้ประยุกต์ใช้กับความรู้อื่น ๆ หรือประยุกต์ใช้

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและนำเสนอวิธีการในการแก้ปัญหาของตนเองเพื่อตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน

2. แนะนำมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ใหม่ที่ถูกต้องเพื่อให้ผู้เรียนได้จดจำมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้องต่อไป

หลังการใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ชุดที่ 2 ที่ผ่านการหาประสิทธิภาพโดยผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม มาทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายดังกล่าว เพื่อศึกษาผลการใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ทำได้ดังนี้

1. การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทำได้โดยใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis)
2. กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ทำได้โดยการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ตามกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความถี่และร้อยละ

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

1. ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์กับกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรของบุญเขต ภิญโญนนตพงษ์ (บุญเขต ภิญโญนนตพงษ์. 2527 : 117)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{N}$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
 ทั้งฉบับ
 k แทน จำนวนข้อของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
 S_i^2 แทน ความแปรปรวนของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
 ในแต่ละข้อ
 S_i^2 แทน ความแปรปรวนของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ทั้ง
 ฉบับ

5. สถิติที่ใช้ในการทดสอบกลวิธีการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ใช้
 สถิติทดสอบ t -test (*Dependent t-test*)

$$t = \frac{\bar{D} - D_0}{S_D / \sqrt{n}}$$

โดยที่ $\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n}$

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n D_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n D_i\right)^2}{n}}{n-1}}$$

เมื่อ D_i แทน ผลต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่
 \bar{D} แทน ค่าเฉลี่ย
 D_0 แทน ค่าของผลต่างของค่าเฉลี่ย
 S_D แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
 n แทน จำนวนคู่
 df แทน ความเป็นอิสระมีค่าเท่ากับ $n-1$

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล การวิจัย เรื่องการพัฒนากลวิธีในการแก้ไขหมอนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี ตามลำดับดังนี้

1. ผลการศึกษาลักษณะหมอนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
2. ผลการพัฒนากลวิธีในการแก้ไขหมอนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. ผลการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

การศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์กระทำใน 2 ลักษณะคือจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และการสัมภาษณ์เชิงลึก

ผลจากการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์จากแบบทดสอบ

พบว่านักศึกษามีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ใน 3 ด้าน คือ 1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์การใช้สัญลักษณ์และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ 2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์ และ 3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ แสดงได้ด้วยความถี่และร้อยละ ปรากฏดัง ตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ด้วยความถี่และร้อยละของการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์	ความถี่ (f)	ร้อยละ (%)
1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์		
1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์	58	14.91
1.1.1 นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์	6	1.54
1.1.2 นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์	12	3.08
1.1.3 นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์	40	10.28
1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์	35	9.00
1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผล	92	23.65
รวม	185	47.56
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์		
2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ	19	4.89
2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์	15	3.86
รวม	34	8.74
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์		
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์	170	43.70
รวม	170	43.70
รวมทั้งหมด	389	100

จากตารางที่ 2 พบว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เกิดมากที่สุด ($f = 185$) คิดเป็นร้อยละ 47.56 รองลงมาได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์จำนวน ($f = 170$) คิดเป็นร้อยละ 43.70 และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์ เกิดขึ้นน้อยที่สุดจำนวน ($f = 34$) คิดเป็นร้อยละ 8.74 และจากในสามลักษณะข้างต้นพบว่า มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอีกหก

ลักษณะย่อย ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ ($f = 170$) คิดเป็นร้อยละ 43.70 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผล ($f = 92$) คิดเป็นร้อยละ 23.65 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ ($f = 58$) คิดเป็นร้อยละ 14.91 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ ($f = 35$) คิดเป็นร้อยละ 9.00 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ ($f = 19$) คิดเป็นร้อยละ 4.89 และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ ($f = 15$) คิดเป็นร้อยละ 3.86 ตามลำดับ โดยมีผลการวิเคราะห์และการสัมภาษณ์ปรากฏในผลการสัมภาษณ์เชิงลึกดังต่อไปนี้

ผลการสัมภาษณ์เชิงลึก

จากการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายจำนวน 45 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนใน 9 ลักษณะย่อยผลปรากฏดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์

ตัวอย่างการสัมภาษณ์เชิงลึก กับกลุ่มเป้าหมายที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์ สาเหตุคือ นักศึกษา ยังไม่เข้าใจว่าการพิสูจน์จะต้องนำ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม มาสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์ กำหนดให้เพื่ออธิบายและให้เหตุผลในการพิสูจน์ แต่นักศึกษาจะกำหนดสิ่งที่จะนำมาพิสูจน์ขึ้นมาเอง ดังตัวอย่าง

ผู้วิจัยถาม : ให้นักศึกษาตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้การพิสูจน์

เหตุ 1. ถ้า a^2 เป็นจำนวนคู่แล้ว a เป็นจำนวนคู่

2. ถ้า a ไม่เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 ไม่เป็นจำนวนคู่

ผล a^2 เป็นจำนวนคู่ หรือ a เป็นจำนวนคู่

นักศึกษา : พิสูจน์

กำหนด p คือข้อความ a เป็นจำนวนคู่

q คือข้อความ a^2 เป็นจำนวนคู่

จะได้ว่า เหตุ 1. $q \rightarrow p$

2. $\sim p \rightarrow \sim q$

ผล $q \vee p$

$[(q \rightarrow p) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)] \rightarrow q \vee p$

สมมติให้ข้อความนี้เป็นเท็จ จะได้ว่า $q \vee p \equiv F$

$\therefore q \equiv F$

$\therefore p \equiv F$

และ $(q \rightarrow p) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q) \equiv T$

นำ $p \equiv F$ และ $q \equiv F$ แทนเพื่อให้เกิดข้อขัดแย้ง

$$(F \rightarrow F) \wedge (T \rightarrow T) \equiv T$$

$$T \wedge T \equiv T$$

∴ ไม่เกิดข้อขัดแย้ง สรุปได้ว่าการอ้างเหตุผลข้างต้นไม่สมเหตุสมผล

จากตัวอย่างพบว่านักศึกษาพิสูจน์โดยพยายแสดงให้เห็นถึงการสร้างข้อขัดแย้ง และใช้การสมมูล ปัญหานี้ นักศึกษาสามารถทำการพิสูจน์จากสิ่งที่โจทย์กำหนดได้เลย

ข้อสังเกต ปัญหานี้ นักศึกษามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์การสมมูลด้วย

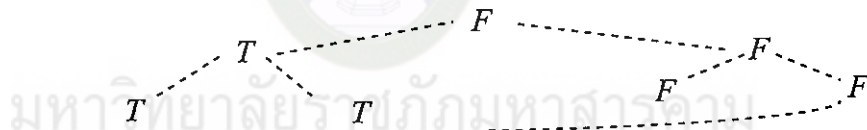
กรณีที่ 2 นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์ สาเหตุคือ นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างโดยการนำค่าความจริงหรือสัญลักษณ์มาแทนค่าในประพจน์เพื่อให้ได้คำตอบก็ถือว่าเป็นการพิสูจน์แล้ว ซึ่งไม่ครอบคลุมค่าความจริงทั้งหมด ดังตัวอย่าง

ผู้วิจัยถาม : พิสูจน์ว่ารูปแบบประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$(\forall x [p(x)] \rightarrow \exists x [p(x)]) \leftrightarrow (\exists x [\sim p(x)] \vee \exists x [p(x)])$$

นักศึกษา : กรณีที่ 1

$$(\forall x [p(x)] \rightarrow \exists x [p(x)]) \leftrightarrow (\exists x [\sim p(x)] \vee \exists x [p(x)])$$

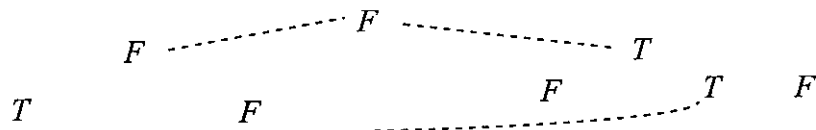


จะเห็นได้ว่าขัดแย้ง

กรณีที่ 2

$$\text{เนื่องจาก } \exists x [p(x)] \equiv \sim \forall x [\sim p(x)]$$

$$(\forall x [p(x)] \rightarrow \exists x [p(x)]) \leftrightarrow (\exists x [\sim p(x)] \vee \exists x [p(x)])$$



จะเห็นได้ว่าขัดแย้ง

ดังนั้นจะได้ว่า ประพจน์ที่กำหนดให้เป็นสัจนิรันดร์

จากตัวอย่างพบว่าวิธีที่นักศึกษาพิสูจน์เป็นเพียงการยกตัวอย่างของการเกิดข้อขัดแย้งใน 2 กรณีเท่านั้นซึ่งยังไม่ครอบคลุมทั้งหมด วิธีที่ถูกต้อง คือ นักศึกษาสามารถพิสูจน์โดยใช้การสมมูล หรือใช้การพิสูจน์โดยพิจารณารูปแบบ $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$

กรณีที่ 3 นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์ สาเหตุคือ นักศึกษาพยายามนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์แต่ขาดความเข้าใจใน ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ที่สัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้อย่างแท้จริง จึงนำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามอื่นที่นักศึกษาคิดว่าเกี่ยวข้องกับโจทย์มาใช้ในการพิสูจน์ทำให้ขั้นตอนการพิสูจน์ผิดและไม่สมเหตุสมผล ดังตัวอย่าง

ผู้วิจัยถาม : การพิสูจน์ ตรวจสอบดูว่าประพจน์ต่อไปนี้ สมมูลกันหรือไม่
 $\sim(\forall x[x \geq 0] \wedge \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่ }])$ กับ $\sim \forall x[x \geq 0] \wedge \sim \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$

นักศึกษา : พิสูจน์ กำหนดให้ p แทนประพจน์ $\forall x[x \geq 0]$

q แทนประพจน์ $\exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$

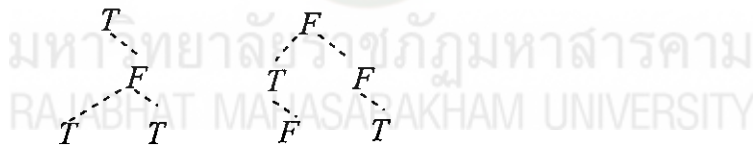
จาก $\sim(\forall x[x \geq 0] \wedge \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่ }])$ จะได้ $\sim(p \wedge q)$

จาก $\sim \forall x[x \geq 0] \vee \sim \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$ จะได้ $\sim p \wedge \sim q$

กรณีที่ 1

$$\sim(p \wedge q) \rightarrow \sim p \wedge \sim q$$

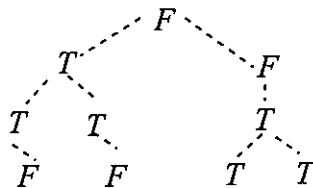
F



∴ ไม่ขัดแย้ง

กรณีที่ 2

$$\sim(p \wedge q) \rightarrow \sim p \wedge \sim q$$



เกิดข้อขัดแย้ง

ดังนั้นจากกรณีที่ 1 และ 2 จะได้ว่ารูปแบบประพจน์ $\sim(\forall x[x \geq 0] \wedge \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่ }])$

กับ $\sim \forall x[x \geq 0] \wedge \sim \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

จากตัวอย่างพบว่าวิธีที่นักศึกษาพิสูจน์เป็นเพียงการยกตัวอย่างของการเกิดข้อขัดแย้งใน 2 กรณีเท่านั้นซึ่งยังไม่ครอบคลุมทั้งหมด นักศึกษาขาดความรู้ความเข้าใจใน ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งโจทย์กำหนดให้อย่างแท้จริง ผลจึงออกมาเป็นลักษณะเช่นนี้ วิธีที่ถูกต้อง คือ นักศึกษาสามารถพิสูจน์โดยใช้การสมมูล หรือใช้การพิสูจน์โดยพิจารณารูปแบบ $\sim(p \wedge q)$ สมมูลกับ $\sim p \vee \sim q$ ไม่สมมูลกับ $\sim p \wedge \sim q$

ข้อสังเกต ปัญหานี้ นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบด้วย

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์

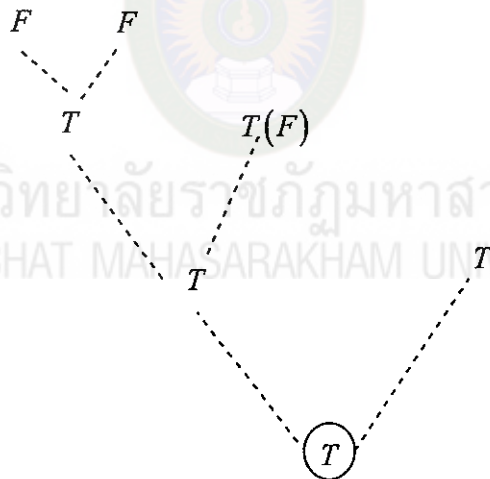
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการใช้สัญลักษณ์ สาเหตุคือ นักศึกษาขาดความเข้าใจในการนำสัญลักษณ์ ที่มีอยู่ในบทนิยาม และสมบัติ มาใช้ในการพิสูจน์ หรือ เข้าใจว่าสัญลักษณ์ที่ใกล้เคียงกันจะใช้แทนกันได้ จึงทำให้การพิสูจน์ผิดและไม่สมเหตุสมผล ดังตัวอย่าง

ผู้วิจัยถาม : การพิสูจน์ ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q] \wedge [p \rightarrow (p \wedge \sim p)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

จงหาค่าความจริงของ p และ q

นักศึกษา :

$$[(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q] \wedge [p \rightarrow (p \wedge \sim p)]$$



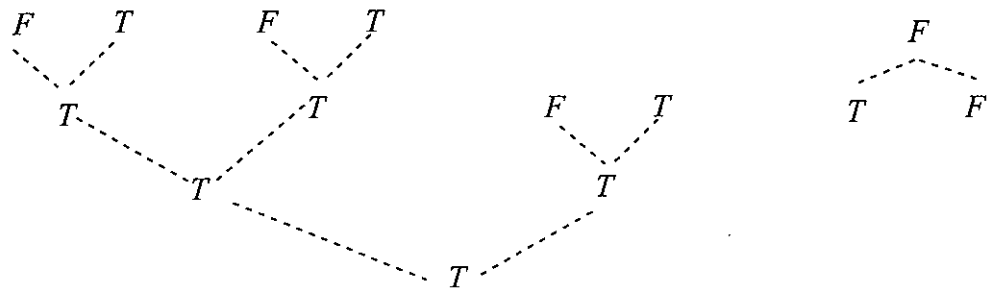
แทนค่า $p \equiv F$ และ $q \equiv F$ จะได้ $p \rightarrow (p \wedge \sim p)$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } F \rightarrow (F \wedge \sim F) &\equiv F \rightarrow (F \wedge T) \\ &\equiv F \rightarrow F \\ &\equiv T \end{aligned}$$

ดังนั้น p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ

จากตัวอย่างพบว่ากรณีที่นักศึกษาใช้ $p \equiv F$ แทน p มีค่าความจริงเป็นเท็จ ทำให้ความหมายผิดไปมากโดยเฉพาะในเรื่องตรรกศาสตร์ เนื่องจาก $p \equiv F$ นักศึกษาเข้าใจว่าประพจน์ p สมมูลกับ F ซึ่งไม่ถูกต้อง

$$[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$$



ดังนั้น จากที่สมมติไม่มีข้อขัดแย้ง
นั่นคือ ประพจน์นี้เป็นสัจนิรันดร์

จากตัวอย่างพบว่า นักศึกษาดำเนินการทางตรรกศาสตร์ไม่ครบถ้วน แต่นักศึกษาเสนอคำตอบได้ถูกต้อง จากการสัมภาษณ์เชิงลึก พบว่า นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเสนอคำตอบเพราะนักศึกษาไม่สามารถอธิบายที่มาของคำตอบได้

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์

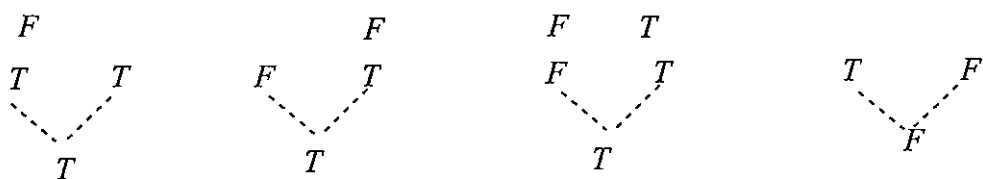
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ สาเหตุคือ นักศึกษาขาดการตรวจทานในการทำโจทย์ และขาดความชำนาญในการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ เช่น ตัวเชื่อมประพจน์ \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow ส่งผลให้คำตอบออกมาผิดได้ง่าย ดังตัวอย่าง

ผู้วิจัยถาม : จงตรวจสอบดูว่ารูปแบบของประพจน์ต่อไปนี้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$$

นักศึกษา :

$$[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$$



จากตัวอย่างพบว่านักศึกษาดำเนินการทางตรรกศาสตร์ไม่ครบทุกกรณี และนักศึกษายังไม่ดำเนินการทางตรรกศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสรุปว่าประพจน์เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

6. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ สาเหตุคือ นักศึกษาไม่มีความเข้าใจในหลักการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์อย่างแท้จริงหรือจำมาผิดๆ เมื่อนักศึกษาพบกับโจทย์ที่ประกอบด้วยหลักการทางตรรกศาสตร์ที่หลากหลายในโจทย์ข้อเดียวกัน เช่น การเชื่อมประพจน์ การพิสูจน์การสมมูล การพิสูจน์สัจนิรันดร์ การอ้างเหตุผล ในการหาคำตอบของโจทย์ ถ้านักศึกษาขาดความเข้าใจเพียงหลักการใดหลักการหนึ่งนักศึกษาจะไม่สามารถหาคำตอบของโจทย์ได้อย่างถูกต้อง และนักศึกษาขาดความรู้พื้นฐานในเรื่องของการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ เช่น ตัวเชื่อมประพจน์ $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ การสมมูล สัจนิรันดร์ การอ้างเหตุผล และเขียนขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ไม่ถูกต้อง ดังตัวอย่าง

ผู้วิจัยถาม : จงแสดงว่ารูปแบบของประพจน์ต่อไปนี้สมมูลกันหรือไม่

$$p \rightarrow (q \vee r) \text{ กับ } (\sim r \wedge p) \rightarrow q$$

นักศึกษา :

$$p \rightarrow (q \vee r)$$

F

T

F F

สมมูลกัน

$$(\sim r \wedge p) \rightarrow q$$

F

F

F

T

F

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตัวอย่างพบว่านักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ นักศึกษาใช้วิธีหาค่าความจริงของประพจน์เพื่อแสดงการสมมูล ซึ่งเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้องเพราะพิจารณาได้บางกรณีเท่านั้น นักศึกษายังเข้าใจผิด สาเหตุคือนักศึกษาขาดความเข้าใจในการพิสูจน์โดยใช้สมบัติการสมมูล หรือจำประพจน์ที่สมมูลผิด เมื่อนักศึกษาเผชิญกับโจทย์ที่ต้องใช้ประพจน์ที่สมมูลกันจึงส่งผลให้การแก้ปัญหาผิดพลาดและคำตอบผิด

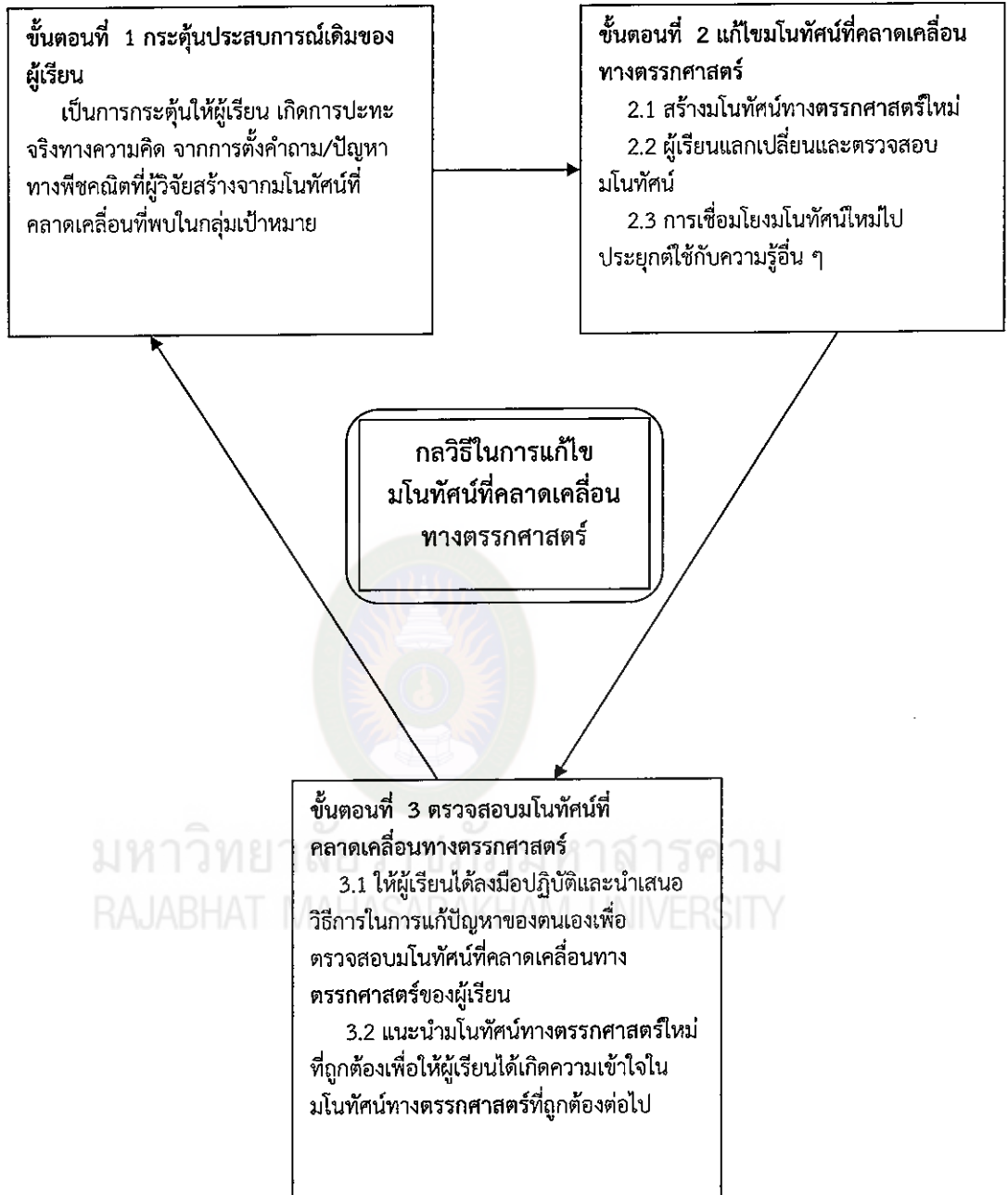
ผลการสัมภาษณ์เชิงลึกเป็นการยกตัวอย่างการสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายเพื่อให้เห็นลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้งหกลักษณะย่อยได้ชัดเจนยิ่งขึ้น หลังจากผู้วิจัยได้ทราบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากผลการใช้แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ โดยที่ผู้วิจัยจะเลือกเฉพาะโจทย์ที่ช่วยจะกระตุ้น ให้กลุ่มเป้าหมายที่เลือกมาสัมภาษณ์แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ออกมา ซึ่งผู้วิจัยไม่ได้ดำเนินงานทั้งหมดของกลุ่มเป้าหมายที่สัมภาษณ์มานำเสนอเพียงแต่นำเสนอในบางส่วนที่ทำให้ทราบถึงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์เพื่อจะเป็นแนวทางในการออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนระยะที่ 2 ต่อไป

2. กลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

จากการสังเคราะห์กลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักคณิตศาสตร์ศึกษา แล้วนำผลการสังเคราะห์ที่ได้มาจัดการสนทนากลุ่มโดยผู้เชี่ยวชาญ ผลการพัฒนากลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ปรากฏดังแผนภาพที่ 6



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แผนภาพที่ 6 กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

จากแผนภาพที่ 9 กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียน การกระตุ้นประสบการณ์เดิมจะทำให้ผู้เรียนได้แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของตนเองออกมาให้ผู้วิจัยทราบ ซึ่งการ

กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียนสามารถทำได้โดยการตั้งปัญหา ตั้งคำถามทางตรรกศาสตร์ ให้ผู้เรียนได้คิดแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 แกไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ หลังจากที่ได้ทราบข้อมูลแล้ว ผู้วิจัยทำการแกไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ผู้เรียนสามารถสืบค้นจากข้อมูลปฐมภูมิและข้อมูลทุติยภูมิได้ เช่น การคิดแกไขปัญหา การพิสูจน์ด้วยตนเอง หรือการสืบค้นข้อมูลจากข้อมูลทุติยภูมิ เช่น จากหนังสือ วารสาร จากอินเทอร์เน็ต ผู้วิจัยให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนมโนทัศน์ หลังจากนั้นผู้วิจัยช่วยหาข้อสรุปเพื่อให้ผู้เรียนได้ทราบมโนทัศน์ที่ถูกต้อง และการเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ไปประยุกต์ใช้ในศาสตร์ต่าง ๆ

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ผู้วิจัยให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติและนำเสนอมโนทัศน์ เพื่อพิจารณาว่าผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคงเหลืออยู่เพียงใด ผู้วิจัยแนะนำผู้เรียนให้เกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องมากขึ้นหลังจากนั้นใช้แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ทดสอบผู้เรียนอีกครั้ง

จากแผนภาพกลวิธีในการแกไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำมาจัดกิจกรรมแกไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยใช้กลวิธีในการแกไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ดังตัวอย่าง

กิจกรรมแกไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยใช้กลวิธีในการแกไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ขั้นที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียน

ครูตั้งปัญหาทางตรรกศาสตร์ ดังนี้

ปัญหา 1 จงตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $(q \vee r) \rightarrow p$

3. $\sim q$

ผล $\sim r$

ในขั้นนี้ผู้เรียนจะได้คิดและลงมือปฏิบัติเพื่อแกไขปัญหานั้นด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 การแกไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน

2.1 สร้างมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ใหม่

2.1.1 ครูตั้งปัญหาทางตรรกศาสตร์ ดังนี้

ปัญหา 7 จงตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $(p \vee q) \rightarrow r$

2. $(r \vee q) \rightarrow [p \rightarrow (s \leftrightarrow t)]$

3. $p \wedge s$

ผล $s \leftrightarrow t$

2.1.2 ผู้เรียนลงมือหาคำตอบโดยการสืบค้นจากข้อมูลปฐมภูมิ เช่นการคิดหาคำตอบด้วยตนเอง หรือการสืบค้นจากข้อมูลทุติยภูมิ เช่น จากหนังสือ จากอินเทอร์เน็ต

2.1.3 ครูจะตั้งคำถามทางตรรกศาสตร์ที่น่าสนใจเพื่อกระตุ้นความใคร่รู้ในตัวผู้เรียน

2.2 ให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนและตรวจสอบมโนทัศน์

2.2.1 ครูให้ผู้เรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา และวิธีการตรวจสอบคำตอบของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนวิธีการในการแก้ปัญหาของตนเองกับเพื่อนในกลุ่ม ในขั้นนี้ครูมีหน้าที่ตั้งคำถาม เช่น

- 1) นักศึกษามีวิธีการคิดอย่างไร ?
- 2) ใครมีวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่นบ้าง ?
- 3) ให้นักศึกษาคุยกับเพื่อนว่าสิ่งที่นำเสนอมีส่วนไหนที่คล้ายคลึงกันและแตกต่างกันบ้าง ? สาเหตุเกิดจากอะไร ?

2.3 การเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ไปประยุกต์ใช้กับความรู้อื่น ๆ

2.3.1 ครูตั้งปัญหาทางตรรกศาสตร์ใหม่ที่คล้ายคลึงกันหรือยากขึ้นทันทีหลังจากขั้น 2.2 ปัญหาทางตรรกศาสตร์ ดังนี้

- ปัญหา 8 จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่
- เหตุ 1. ถ้าสนใจหรือสนใจตรสอบได้แล้ว สุขชาติและสุนทริห์จะสอบตก
 2. สมใจสอบได้
- ผล สุขชาติสอบตก

2.3.2 ครูตรวจสอบว่านักศึกษาแต่ละคนเข้าใจมากน้อยเพียงใด

ขั้นที่ 3 การตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน

ผู้วิจัยให้นักศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมายทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์หลังการใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์แล้ว และนำผลการทดสอบมาวิเคราะห์หา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมด้วยตนเองหลังการใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์แล้ว ได้นำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ชุดที่ 2 มาทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายดังกล่าว เพื่อศึกษาผลการใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งผลการศึกษาออกเป็น

1. ผลของการใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา ระดับปริญญาตรี โดยใช้สถิติทดสอบ t-test (Dependent t-test)
2. พัฒนาการของผู้เรียนหลังผ่านกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ผลของการใช้กลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา ระดับปริญญาตรี โดยใช้สถิติทดสอบ t-test (Dependent t-test)

ผลของการใช้กลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี ปรากฏดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบคะแนนโจทย์ทางตรรกศาสตร์ก่อนและหลังการใช้กลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

การทดสอบ	n	\bar{x}	S.D.	t	p-value
1. ก่อนการใช้กลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์	45	6.30	1.04	-	0.00
2. หลังการใช้กลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์	45	17.03	0.08	64.936*	

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 3 พบว่า นักศึกษามีคะแนนโจทย์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้องหลังการใช้กลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์สูงกว่าก่อนการใช้กลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. พัฒนาการของผู้เรียนหลังผ่านกลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

เพื่อให้เห็นพัฒนาการของผู้เรียนหลังผ่านกลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ผู้วิจัยจึงขอนำเสนอเปรียบเทียบตัวอย่างของผู้เรียนที่เคยมีโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์จากการสัมภาษณ์เชิงลึกในระยะที่ 1 ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 แสดงให้เห็นว่าหลังจากที่นักศึกษาได้ผ่านกลวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์แล้วมีโจทย์ที่คลาดเคลื่อนจากระยะที่ 1 ส่วนมากได้หายไป ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จากโจทย์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์การใช้สัญลักษณ์และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

ข้อ 1 จงพิจารณาว่ารูปแบบประพจน์ต่อไปนี้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$(\forall x [p(x)] \rightarrow \exists x [p(x)]) \leftrightarrow (\exists x [\sim p(x)] \vee \exists x [p(x)])$$

$$\begin{aligned} \text{พิสูจน์ } (\forall x [p(x)] \rightarrow \exists x [p(x)]) &\equiv \sim (\forall x [p(x)] \vee \exists x [p(x)]) \\ &\equiv \sim \forall x [p(x)] \vee \exists x [p(x)] \\ &\equiv \exists x [\sim p(x)] \vee \exists x [p(x)] \end{aligned}$$

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ การวิจัยเรื่องการพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไข
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี ตามลำดับดังนี้

1. วัตถุประสงค์การวิจัย
2. สรุปผลการวิจัย
3. อภิปรายผล
4. ข้อเสนอแนะ

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. ศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี
2. พัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับ
ปริญญาตรี

สรุปผลการวิจัย

1. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี สรุปได้ 3
ลักษณะเรียงจากน้อยไปมากได้ดังนี้
 - 1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์การใช้สัญลักษณ์และการให้เหตุผลทาง
ตรรกศาสตร์
 - 1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาวงทางตรรกศาสตร์
 - 1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์
2. ทวิวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี
ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียน ขั้นตอนที่ 2 แก้ไข
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ และขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
ตรรกศาสตร์

อภิปรายผล

การอภิปรายผลการวิจัย เรื่องการพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
ตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี ผู้วิจัยขออภิปรายผลการวิจัย ดังนี้

1. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี
จากผลการวิจัยพบว่า นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ใน
3 ด้าน ได้แก่
 - 1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทาง
ตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย

- 1.1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์
 - 1) นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์
 - 2) นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์
 - 3) นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์
- 1.1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ ทางตรรกศาสตร์
- 1.1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
- 1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย
 - 1.2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ
 - 1.2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์
- 1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์

โดยทั่วไปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการสะสมประสบการณ์ ถ้าประสบการณ์ด้านใดน้อยก็จะเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านนั้นอยู่เสมอกับทุกปัญหาทางตรรกศาสตร์ สำหรับรายละเอียดการอภิปรายผลของแต่ละมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์ จากการวิจัยพบว่า นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างเป็นการนำจำนวน สัญลักษณ์มาแทนค่าในสมการเพื่อให้ได้คำตอบ นักศึกษาเข้าใจว่าการพิสูจน์ซึ่งไม่ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่า นักศึกษาไม่นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาไม่เข้าใจว่าการพิสูจน์จะต้องนำ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม มาสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ แต่นักศึกษากำหนดสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องขึ้นมาเอง เพื่อใช้ในการพิสูจน์ขึ้นมาเอง การที่นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาไม่มีความเข้าใจในทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ที่สัมพันธ์กับสิ่งโจทย์กำหนดให้อย่างแท้จริง

จากการศึกษาของสุวิมล เขี้ยวแก้ว (Suwimon, 1988 : 15-18) พบว่า นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์เช่นเดียวกัน เนื่องจากนักศึกษาไม่มีความมั่นใจ มีความรู้ในนิยามน้อยหรือจำนิยามไม่ได้ ซึ่งมีสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของนักเรียน ในการที่นักเรียนจะศึกษามโนทัศน์ในบางเรื่องให้เข้าใจทั้งหมดจะต้องอาศัยวุฒิภาวะและการพัฒนาทางด้านสติปัญญาในระดับหนึ่ง ถ้าระดับวุฒิภาวะและการพัฒนาทางสติปัญญาไม่เพียงพอจะทำให้ไม่สามารถทำความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้ หรือเข้าใจได้เพียงบางส่วนแต่บางส่วนคลาดเคลื่อนไป ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของไมวอวิชิตซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-hadar et al. 1987 : 3-14) พบว่า นักเรียนมีลักษณะความคลาดเคลื่อน 6 ด้าน คือ 1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด 2. ด้านการตีความด้านภาษา 3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ 4. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ 5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และ 6. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และงานวิจัยขององ และลิม (Ong and Lim, 1987 : 199-205) บาร์เซลลอส (Barcellos, 2005 : 98-114) ที่พบความคลาดเคลื่อนของนักเรียนในด้านการใช้บทนิยาม สมบัติ มีการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาขาดความเข้าใจในการนำสัญลักษณ์มาใช้ในการพิสูจน์ หรือนักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าสัญลักษณ์ที่ใกล้เคียงกันจะใช้แทนกันได้ ซึ่งเมื่อนักศึกษาใช้สัญลักษณ์ดังกล่าวแล้วจะทำให้การพิสูจน์ผิดและไม่สามารถสรุปผล ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวินเนอร์และคณะ (Vinner et al. 1981 : 555-570) คลีเมนต์ (Clement. 1982 : 16-30) บูธ (Booth. 1986 : 2-4) สไตน์เบิร์กและคณะ (Steinberg et al. 1990 : 112-121) ชวาร์ซแมน (Schwartzman. 1996 : 164-173) สวอน (Swan. 2000 : 16-19) นาธานและโคดิงเจอร์ (Nathan and Koedinger. 2000 : 168-190) สตีเฟน (Stephens. 2005 : 96-100) และคาพารอและจอฟฟร็อน (Capraro and Joffrion. 2006 : 147-164) พบว่านักเรียนตีความสัญลักษณ์ผิด มีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร มีปัญหาในการนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์ ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์หรือสัญลักษณ์ที่นำไปสู่ความคลาดเคลื่อนในตัวอย่างเช่น นักศึกษาใช้ $p \equiv F$ แทน p มีค่าความจริงเป็นเท็จ ทำให้ความหมายผิดไปมาก

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาขาดความเข้าใจในการให้เหตุผล โดยการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ อย่างลึกซึ้งทำให้นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการให้เหตุผลการพิสูจน์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของมัวร์ โซวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-Hadar et al. 1987 : 3-14) พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) และจากการศึกษาของเฮอริร์และฮอลลี (Healy and Hoyles. 1999 : 59-84) ได้ศึกษาการมองเห็นและการให้เหตุผลเชิงสัญลักษณ์ในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีปัญหาในการอธิบาย การให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูปของสัญลักษณ์

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษามีพื้นฐานด้านการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ที่ไม่ดี ขาดการไตร่ตรอง จึงทำให้นักศึกษาสรุปคำตอบออกมาผิด และจากการศึกษาของแบลนโดและคณะ (Blando et al. 1989 : 301-308) พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ การอ่าน การทำความเข้าใจโจทย์ไม่รอบคอบ จึงคำนวณตามวิธีการและหลักการที่ตนเองเข้าใจ ซึ่งสอดคล้องกับวอร์แมน (Wollman. 1983 : 169-181) และวลาสซิส (Vlassis. 2008 : 555-570) พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจสอบคำตอบ โดยการนำตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการไปแทนลงในสมการที่กำหนดให้ เพื่อดูว่าค่าดังกล่าวเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ โดยไม่คำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาขาดทักษะในการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ เช่น ตัวเชื่อมประพจน์ $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ การสมมูล สัจนิรันดร์ การอ้างเหตุผล เขียนขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ไม่ถูกต้อง และไม่ได้ตรวจสอบคำตอบที่ได้ ส่งผลให้คำตอบออกมาผิด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของบาร์เซลลอส (Barcellos. 2005 : 98-114) พบว่านักเรียนไม่เข้าใจการดำเนินการที่ถูกต้อง และไม่สามารถใช้การดำเนินการที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของโคลแกน (Colgan. 1991 : 91-A) เคอร์สเลค (Kerstake. 1986 : 164-174) แบลนโดและคณะ (Blando et al. 1989 : 301-308) ลินเชฟสกีและลิเฟนซ์ (Linchevski and Livneh. 1999 : 40) กอนซาเลสและคณะ (Gonzales et al. 2004 : 1)

และโคลเนอร์และคณะ (Koellner et al. 2008 : 304-310) พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนทางเทคนิค (เช่นขาดทักษะพื้นฐานในการคำนวณ) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ (เช่น ตัวเชื่อมประพจน์ $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$)

6. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาไม่มีความเข้าใจหลักการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์อย่างลึกซึ้งหรือจำมาผิด ๆ ส่งผลให้นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการนำหลักการทางตรรกศาสตร์มาใช้แก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของบาร์นาร์ด (Barnard. 1989 : 3-20) พบว่านักศึกษาสามารถหาคำตอบได้แต่ไม่เข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์และหลักการพื้นฐานที่จำเป็น ไม่เข้าใจขั้นตอนวิธีที่ถูกต้อง และไม่มีความรู้เกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่ใช้ทางคณิตศาสตร์ และจากการศึกษาของคิแรน (Kieran. 1992 : 33-56) ดิงและลี (Ding and Li. 2010 : 147-171) พบว่า คำตอบไม่ถูกต้องเป็นผลมาจากการที่นักเรียนไม่ใช้สมบัติการแจกแจง (Distributive Property) อย่างถูกต้อง

2. กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี

จากผลการวิจัยพบว่า กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียน

เป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียน เกิดการปะทะจริงทางความคิด จากตั้งคำถาม/ปัญหาทางตรรกศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบในกลุ่มเป้าหมาย

ขั้นตอนที่ 2 แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. สร้างมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ใหม่
2. ผู้เรียนแลกเปลี่ยนและตรวจสอบมโนทัศน์
3. การเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ไปประยุกต์ใช้กับความรู้อื่น ๆ

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและนำเสนอวิธีการในการแก้ปัญหาของตนเองเพื่อตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน

2. แนะนำมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ใหม่ที่ถูกต้องเพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้องต่อไป

ทั้งนี้อาจเนื่องจาก กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 3 ขั้นตอน มีความครอบคลุมการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ทั้งหมดและครอบคลุมเนื้อหาทางตรรกศาสตร์ กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์จะเป็นประโยชน์เพื่อให้ผู้เรียนได้มีมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้องและลึกซึ้ง พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางตรรกศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับสติแพนส์และชมิทท์ (Stepans and Schmidt. 2009 : 57) กล่าวว่า การแก้ไขมโนทัศน์เมื่อนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมและกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้น ได้มีความเข้าใจในมโนทัศน์ ปรับปรุงการใช้ทักษะและกระบวนการ และพัฒนาความสามารถในกระบวนการสืบเสาะ และสอดคล้องกับ สติแพนส์และชมิทท์ (Stepans and Schmidt. 2009 : 64-65) กล่าวว่า ผลของ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อนักเรียน ทำให้นักเรียนได้เริ่มคิด และสร้างการเชื่อมโยง ช่วยนักเรียนสร้างการเชื่อมโยงกับมโนทัศน์อื่น ๆ

ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียน เป็นขั้นที่ผู้เรียนคิดแก้ปัญหาที่เผชิญ โดยผู้วิจัยตั้งคำถามและตั้งปัญหาทางตรรกศาสตร์กระตุ้นให้ผู้เรียนคิด ซึ่งสอดคล้องกับซาเดลา (Sadera, 2001 : 93) กล่าวว่า การกระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียนจะทำให้ผู้เรียนสังเกตเห็นความขัดแย้งหรือเกิดปัญหากับมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมของผู้เรียนที่ได้รับการสอนในห้องเรียนตามปกติ

ขั้นตอนที่ 2 แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ เป็นการสร้างมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ใหม่ และให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนและตรวจสอบมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ พร้อมทั้งเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ไปประยุกต์ใช้กับความรู้อื่น ๆ ซึ่งสอดคล้องกับบราวและเวนเลห์น (Brown and Vanlehn, 1980 : 379-426) กล่าวว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสามารถเปลี่ยนแปลงไปเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้ โดยอาศัยปัญหาหรือแบบฝึกหัดที่มีความยากมากยิ่งขึ้น จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถใช้มโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมมาแก้ปัญหาได้ ทำให้จำเป็นต้องปรับกระบวนการและมโนทัศน์ที่มีอยู่ไปสู่มโนทัศน์ที่ถูกต้องให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ผู้เรียนได้ลงมือแก้ปัญหา พิสูจน์และนำเสนอวิธีการในการแก้ปัญหา การพิสูจน์ของตนเองเพื่อตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน และผู้สอนช่วยแนะนำมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ใหม่ที่ต้อง ซึ่งสอดคล้องกับเวนเลห์นและบราว (Vanlehn and Brown, 1980 : 1-67) กล่าวว่า การตรวจสอบการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สำหรับนักเรียนที่ได้รับการแก้ไขมโนทัศน์แล้วจะต้องได้รับการทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เพื่อตรวจสอบว่าการแก้ไขมโนทัศน์นั้นเสร็จสมบูรณ์แล้ว (นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องแล้ว)

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

ผลจากการทำวิจัยในครั้งนี้ทำให้ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับครูผู้สอน นักวิจัยทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษา และผู้มีส่วนเกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้วิชาตรรกศาสตร์ระดับอุดมศึกษา ในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1.1 การจัดการเรียนรู้วิชาตรรกศาสตร์ ในระดับอุดมศึกษาควรพิจารณาเพิ่มวัตถุประสงค์ในส่วนของการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ โดยมุ่งให้นักศึกษาเรียนรู้โดยใช้ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของนักศึกษา ขั้นที่ 2 การแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา ขั้นที่ 3 การตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา ซึ่งเป็นการพัฒนาให้นักศึกษามีมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้องและคงทน

1.2 ในการออกแบบตำราเรียนหรือเอกสารประกอบการสอน ควรให้ความสำคัญกับการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1.3 ครูผู้สอนวิชาตรรกศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา ควรตระหนักว่าหากครูได้ศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง จะ

สามารถใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการวางแผนจัดการเรียนรู้และแก้ไขข้อบกพร่องที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาต่อไป

1.4 ในการสร้างเครื่องมือวัดผลและประเมินผล ควรมีการประเมินลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา ไม่ใช่แค่เพียงพิจารณาจากคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ โดยอาจใช้กรอบแนวคิดในการอธิบายลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ได้จากงานวิจัยในครั้งนี้เป็นแนวทางในการพิจารณาได้

2. ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์กับนักศึกษาในระดับชั้นอื่น ๆ เนื่องจากวุฒิภาวะของนักศึกษาในชั้นที่ต่างกันทำให้การเรียนรู้ต่างกัน และควรศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ นอกเหนือจากเนื้อหาตรรกศาสตร์ เช่น เรขาคณิต จำนวน สถิติ และความน่าจะเป็น ข้อมูลที่ได้จะมีประโยชน์อย่างมากต่อการพัฒนาหรือปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโอกาสต่อไป

2.2 เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ไม่ควรจะมากเกินไป เนื่องจากจะทำให้นักเรียนเกิดความเหนื่อยล้าในการทำแบบวัดลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และจะส่งผลให้ใช้ระยะเวลาในการทำแบบวัดลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และการสัมภาษณ์เชิงลึก

บรรณานุกรม

- เกรียงศักดิ์ เจริญศักดิ์. การคิดเชิงเปรียบเทียบ. กรุงเทพมหานคร : ซัคเซสมิเดีย, 2545.
- บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. การทดสอบแบบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ. กรุงเทพฯ : โอเดียน สโตร์, 2527.
- พลกฤษณ์ เทศสิงห์. การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก ลบ เศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2554 .
- ไพศาล วรคำ. การวิจัยทางการศึกษา (Educational Research). กภาพสินธุ์ : ประสานการพิมพ์, 2554.
- วิชาการ, กรม. รายงานการวิจัย เรื่อง การศึกษาสภาพการอ่านของนักเรียนและการจัดกิจกรรมส่งเสริมการอ่านในโรงเรียน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2544.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. หลักสูตรแกนกลางการศึกษา ชั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ, 2551.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น, 2539.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). ประกาศและรายงานผลการทดสอบ O-NET, 2556. (สามารถดาวโหลดได้จาก <http://www/niets.or.th/>)
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. ครูคณิตศาสตร์มีอาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ. กระทรวงศึกษาธิการ, 2554.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), และ OECD. ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ บทสรุปเพื่อการบริหาร. กรุงเทพฯ : อรุณการพิมพ์, 2553.
- สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี. พืชคณิตเชิงเส้น 1. คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2547.
- สมทรง สุวานิช. พืชคณิตศูนย์กลางของคณิตศาสตร์ทั้งปวง. วารสารครุศาสตร์ ปีที่ 6 ฉบับที่ 1, 2551.
- สุกัญญา สีสมา. การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การอสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2554.
- โสภภาพรรณ แสงศัพท์, ลัดดาวรรณ เจริญศักดิ์ศิริ และนภาพร บรรพพงศ์. การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โปรแกรมวิชาวิทยาศาสตร์ และนักศึกษาวิทยาลัยครู. กรุงเทพมหานคร คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2525.
- สิริพร ทิพย์คง. ความคลาดเคลื่อนทางมโนทัศน์เกี่ยวกับทศนิยมของนักศึกษาครู สาขาประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2532.

- อุไรวรรณ ศรีไชยมูล. การวิเคราะห์ทฤษฎีบทที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตร์มหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2554.
- อัมพร ม้าคนอง. การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. กรุงเทพมหานคร คณะศึกษาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.
- _____ . ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ : จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ใน พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ). ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์, 2547.
- Ainley, J., L. Bills and K. Wilson. Constructing Meanings and Utilities within Algebraic Tasks. Paper Presented at the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway, 2004.
- Arends, R. I. Learning to Teach. 3rd ed. New York : Mcgraw – Hill, 1994.
- Ashlock, R. B. Error Patterns in Computation : Using Error Patterns to Improve Instruction (9th ed.). Upper Saddle Ridge, NJ : Pearson Merrill Prentice Hall, 2006.
- Asquith, P., A. C. Stephens, E. J. Knuth and M. W. Alibali. Middle School Mathematics Teachers' Knowledge of Students' Understanding of Core Algebraic Concepts : Equal Sign and Variable. Mathematical Thinking and Learning : An International Journal, 9(3), 2007.
- Ausubel, D. P. Educational Psychology. A Cognitive View. New York : Rinegart and Winston, 1968.
- Ball, D. L., M. H. Thames and G. Phelps. Content Knowledge for Teaching: What Makes it Special ?. Journal of Teacher Education, 59(5), 2008.
- Barcellos, A. Mathematics Misconceptions of College-age Algebra Students. Unpublished Doctoral Dissertation, University of California, Davis, 2005.
- Barker D. D. Teachers' Knowledge of Algebraic Reasoning : Its Organization for Instruction. Front Cover.. University of Missouri - Columbia, 2007.
- Barnard, J. J. Poor Concept Formation in Mathematics : A Diagnostic Perspective. (ERIC Document Reproductions Service No. ED 310926), 1989.
- Becker, B. A. The Concept of Functions : Misconceptions and Remediation at the Collegiate Level (Function Concepts, Precalculus), Dissertation Abstract International 52, 1992.
- Beeth, M. E. and M. G. Hennessey. Teaching for Understanding in Science: What

- Counts as Conceptual Change ?**. Paper Presented at the Annual Meeting of the National Association for Research in Science Teaching, St. Louis, MO. (ERIC Document Reproduction Service No. ED407268), 1996.
- Bell, J. L. **Category Theory and the Foundations of Mathematics**. British Journal for the Philosophy of Science 32, 1981.
- Bell, A., E. Fischbein and B. Greer. **Choice of Operation in Verbal Arithmetic Problem: The Effects of Number Size Problem Structure and Context**, Educational Studies in Mathematics. April, 1984.
- Behr, M., G. Harrel, T. R. Postand and R. Lesh. **Rational Number, Ratio, and Proportion**. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1992.
- Blando, J. A., N. E. Kelly, B. R. Schacider and D. Sleeman. **Analyzing and Modeling Arithmetic Errors**. Journal for Research in Mathematics Education. 20 May, 1989.
- Blanton, M. L. **Algebra and the Elementary Classroom : Transforming Thinking, Transforming Practice**. Portsmouth, NH: Heinemann, 2008.
- Booth, L. R. **Algebra : Children's Strategies and Errors : A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project**. Windsor, UK : NFER-NELSON, 1984.
- _____. **Difficulties in Algebra**. Australian Mathematics Teacher, 42(3), 1986.
- _____. **Children's Difficulties in Beginning Algebra**. In A. F. Coxford and A. P. Schulte (Eds.), The Ideas of Algebra : K-12, 1988 Yearbook. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1988.
- Booth, L. R and J. Watson. **Research for Teaching : Learning and Teaching Algebra**. Australian Mathematics Teacher, 46(3), 1990.
- Borasi, R. **Using Errors as Springboards for the Learning of Mathematics : An Introduction**. Focus on Learning Problems in Mathematics 7. 3 and 4, 1985.
- Bourne, L. E. **Human Conceptual Behaviors**. Boston : Allyn Bacon, Inc, 1966.
- Brown, L. and K. M. Hart. **Children's Understanding of Mathematics**. London : John Murrag, 1981.
- Brown, G. and R. J. Quinn. **Algebra Students' Difficulty with Fractions : An Error Analysis**. Australian Mathematics Teacher, 62(4), 2006.
- Brown, J. S. and K. VanLehn. **Toward a Generative Theory of "Bugs"**. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, and T. A. Romberg (Eds.), Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective. Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Association, Inc, 1982.

- _____. **Repair Theory : A Generative Theory of Bugs in Procedural Skills.** Cognitive Science, 1980.
- Bruner, J. S., J. J. Goodnow and G. A. Austin. **A Study of Thinking.** New York : John, Wiley and Sons, Inc, 1957.
- Cai, J. **Developing Algebraic Thinking in the Earlier Grades : A Case Study of the Chinese Mathematics Curriculum.** *The Mathematics Educator* 8 (April, 2004a), 2004.
- Capraro, M. M. and H. Joffrion. **Algebraic Equations : Can Middle School Students Meaningfully Translate From Words to Mathematical Symbols ?.** *Reading Psychology*, 27, 2006.
- Carpenter, M., J. Call and M. Tomasello. **Understanding “Prior Intentions” Enables Two-Year-Olds to Imitatively Learn a Complex Task.** *Child Development* 73 :1431–41. [DPD], 2002.
- Chai, C. M. and B. H. Ang. **Identifying The Reasons Underlying Pupils Particular Errors In Simple Algebraic Expression and Equations.** *Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference On Mathematical Education (Icme-Seams)*, 1987.
- Chi, M. T. H. and R. D. Roscoe. **The Process and Challenges of Conceptual Change.** In M. Limon and L. Mason (Eds), *Reconsidering Conceptual Change : Issues in Theory and Practice.* Dordrecht, The Netherlands : Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Chi, M. T. H., N. DeLeeuw, M. H. Chiu and C. La Vancher. **Eliciting Self-Explanations Improves Understanding.** *Cognitive Science*, 18, 1994.
- Chinn, C. A. and W. F. Brewster. **The Role of Anomalous Data in Knowledge Acquisition : A theoretical Framework and Implications for Science Instruction.** *Review of Educational Research*, 63, 1993.
- Clement, J. **Algebra Word Problem Solutions: Thought Processes Underlying a Common Misconception.** *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(1), 1982.
- Cockburn, A. and G. H. Littler. **The Upper Students Conceptions and Misconceptions about Photosynthesis in Khon Kaen.** *SEAMEORECSAM*. 84(4) : 3–6 ; February, 2010.
- Colgan, M. **An Analysis of Problem Solving Errors Made Throughout a College Level Finite Mathematics Course.** Bloomington, IN. Indiana University, 1991.
- Cooney, T. J., E. J. Davis and K. B. Henderson. **Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics.** Boston: Houghton Mifflin Company, 1975.

- Cramer, K. and N. Bezuk. **Multiplication of Fractions: Teaching for Understanding. "Arithmetic Teacher"**. Uses Geoboards, Paper Folding, and Counters to Show Multiplication of Fractions Concepts. 39(3), 1991.
- Darley, J. W. **Traveling from Arithmetic to Algebra**. Mathematics Teaching in the Middle School, 14(8), 2009.
- De Bock, D., W. Van Dooren, L. Verschaffel and D. Janssens. **Improper Use of Linear Reasoning : An in-Depth Study of the Nature and the Irresistibility of Secondary School Students' Errors**. Educational Studies in Mathematics, 50, 2002.
- De Cecco, J. P. **The Psychology of Learning and Instruction: Educational Psychology** Englewood. Prentice – Hall, 1968.
- _____. **The Psychology of Learning and Instruction : Educational Psychology**. Englewood: Prentice Hall, 1968.
- Desmet, L., J. Gregoire and C. Mussolin. **Developmental Changes in the Comparison of Decimal Fractions**. Learning and Instruction, 20, 2010.
- Dessart J. D. and N. M. Suydam. **Classroom Ideas from Research on Secondary School Mathematics**. Reston, VI : National Council of Teachers of Mathematics, 1986.
- Ding, M. and X. Li. **A Comparative Analysis of The Distributive Property in U.S. and Chinese Elementary Mathematics Textbooks**. Cognition and Instruction, 28(2), 2010.
- DiSessa, A. A., A. Elby and D. Hammer. **J's Epistemological Stance and Strategies**. In G. Sinatra and Pintrich (Eds.), **Intentional Conceptual Change**. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates, 2002.
- Donovan, J. A. and R. R. Gerald. **Guideline for Teaching Mathematics School Edition**. Wadsworth Publishing, 1972.
- Drews, D. **Children's Errors in Mathematics : Understanding Common Misconception in Primary Schools**. "Children's Mathematical Error and Misconceptions : Perspectives on the Teacher's Role. In A. Hansen (ed),". Great Britain : Bell and Bain, 2005.
- Dykstra, D. I., C. F. Boyle and I. A. Monarch. **Studying Conceptual Change in Learning Physics**. Science Education, 76(6), 1992.
- Eggen, P. D. and D. P. Kauchak. **Strategies for Teachers : Teaching Content and Thinking Skills**. 3rd ed. Massachusetts : Allyn and Bacon, 1996.

- Fennema, E. and M. Franke. **Teachers' Knowledge and Its impact**. In : D.A. Grouws (Ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (New York: Macmillan Publishing), 1992.
- Fischbein, E., M. Deri, M. Nello and M. Marino. **The Role of Implicit Models in Multiplication and Division**. *Journal for Research in Mathematics Education*. 16 (January), 1985.
- Fisher, K. M. **A Misconception in Biology : Amino Acid and Translation**. *Journal of Research in Science Teaching* 22(January) : 53-62, 1985.
- Gibson, J. T. **Psychology for the Class**. Englewood Cliff. New Jersey : Prentice-Hall, 1980.
- Gonzales, M. M., R. Ambrose and E. C. Martinez. **In the Transition from Arithmetic to Algebra : Misconceptions of the Equal Sign**. Retrieved (July 22), 2004. (Can be Downloaded From <http://www.Emis.de2proceedings/PME28/so110-MOLINA-Gonzale.pdf>)
- Good, C. V. **Dictionary of Education**. United States of America : McGraw-Hill Book Company, 1959.
- Goodwin, W. L. and H. J. Klausmeier. **Facilitating Student Learning : An Introduction to Education Psychology**. New York : Harrer and Row, 1995.
- Gourgey, A. F. **The Relationship of Misconceptions about Math and Mathematics Self-Concept to Math Anxiety and Statistics Performance**. Paper Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Associations. (ERIC Document Reproductions Service No. ED 3254417). 1984
- Graeber, A. O. and P. F. Campbell. **Misconception about Multiplication and Division**. *Arithmetic Teacher*. 40(7), 1993.
- Greenes, C. and C. Findell. **Developing Students' Algebraic Reasoning Abilities**. In L. V. Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics, 1999.
- Guildford, J. P. **General Psychology**. New Jersey : Nostrand Company, 1952.
- Hadjidemetriou, C. and J. S. Williams. **Children's Graphical Conceptions : Assessment of Learning for Teaching**. Paper Presented at the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Utrecht, Netherlands, 2001.
- Halloun, I. A. and D. Hestenes. **Common Sense Concepts about Motion**. *The American Journal of Physice* 53, 1985.
- Hart, K. **The Understanding of Ratio in the Secondary School**. *Mathematics in*

- School. 7(1), 1980.
- Healy, L. and C. Hoyles. **Visual and Symbolic Reasoning in Mathematics: Making Connections with Computers ?**. *Mathematical Thinking and Learning*, 1, 1999.
- Hee-Hyung C., J. B. Kahle and F. H. Nordland. **An Investigation of High School Biology Textbooks as Sources of Misconceptions and Difficulties in Genetics and Some Suggestions for Teaching**, 1985.
- Herscovics, N. and C. Kieran. **Constructing Meaning for the Concept of Equation**. *Mathematics Teacher*, 73, 1980.
- Hiebert, J. and T. P. Carpenter. **Learning and Teaching with Understanding**. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York : Macmillan, 1992.
- Hoffer, A. **Ratios and Proportional Thinking**. In T. Post (Ed.), *Teaching Mathematics in Grades K-8: Research Based Methods*. Boston, MA : Allyn and Bacon, 1988.
- Ivarsson, J., J. Schoultz and R. Saljo. **Reconsidering Conceptual Change : Issues in Theory and Practice**. *Map Reading versus Mind Reading: Revisiting Children's Understanding of the Shape of the Earth*. In Limon, M. and Mason (Eds), L. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Kalchman, M. and K. R. Koedinger. **Teaching and Learning Functions**. *How Students Learn : Mathematics in The Classroom* National Academies Press, 2005.
- Kamii, C. and A. Dominick. **To Teach or not to Teach Algorithms**. *Journal of Creative Behavior*, 16(1). 1997.
- Kerslake, D. **Fractions : Children's Strategies and Errors**, London : NFER-Nelson, 1986.
- Kieran, C. **The Learning and Teaching of School Algebra**. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, V A : NCTM, 1992.
- Kilpatrick, J., J. O. Swafford and B. Findell. **Adding it Up : Helping Children Learn Mathematics**. Washington, DC : National Academies Press, 2001.
- Kiokaew, S. **Comparing College Freshmens Concepts of Covalent Bonding and the Colleges of Science and the College of Educations at Prince of Songkhla University, Thailand**. Ph.D. Thesis, University of Missouri-Columbia, 1988.
- Klausmeier, H. J. **Learning and Human Abilities : Educational Psychology 3rd**. Harper and Row, Publishers, 1971.
- _____. **Education Psychology**. United States of America, Harper and Row, 1985.

- Klausmeier, H. J. and R. E. Ripple. **Learning and Human Abilities: Educational Psychology**. New York : Harper International Editions, 1971.
- Koellner, K., M. Pittman and J. Frykholm. **Talking Generally or Generally Talking in An Algebra Classroom**. [Article]. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(5), 2008.
- Krech, D. and R. S. Crutchfield. **Elements of Psychology**. United States of America : Alfred A Knopf, 1959.
- Kriegler. **Just What Algebra Thinking**, 2003. (Can be Downloaded From http://www.mathandteaching.org/uploads/Articles_PDF/articles-01-kriegler.pdf)
- Kuhn, T. S. **Criticism and the Growth of Knowledge**. "Reflections on My Critics", in : I. Lakatos and A. Musgrave, (eds.), Cambridge : Cambridge University Press, 1970c.
- Labato, J. and A. B. Ellis. **Developing the Essential Understanding of Ratios, Proportions and Proportional Reasoning : Grades 6-8**. Reston, V A : National Council of Teachers of Mathematics, 2010.
- Lawson, A. E. **Using the Learning Cycle to Teach Biology Concepts and Reasoning Patterns**. *Journal of Biological Education*, 35(4), 2002. (Can be Downloaded From <http://www.iob.org>).
- Lew, H. C. **Developing Algebraic Thinking In The Earlier Grades : A Case Study of The South Korean Elementary School Mathematics Curriculum**. *The Mathematics Educator* 8 (April, 2004, 2004.
- Li, X. **Cognitive Analysis of Students' Errors and Misconceptions in Variables, Equations, and Functions**. ProQuest, UMI Dissertation Publishing, 2003.
- Linchevski, L. and N. Herscovics. **Crossing the Cognitive Gap Between Arithmetic and Algebra : Operating on the Unknown in the Context of Equations**. *Educational Studies in Mathematics*, 30(1), 1996.
- Linchevski, L. and D. Livneh. **Structure Sense: the Relationship Between Algebraic and Numerical Contexts**. *Educational Studies in Mathematics*, 40(2), 1999.
- Lockhead, J. and J. Mestre. **From Words to Algebra : Mending Misconceptions**. *The Ideas of Algebra, K-J2 : J988 Yearbook*. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics, 1988.
- Lovell, K. **Education Psychology and Children**. Great Britain for University of London Press, 1996.
- Ivarsson, J., J. Schoultz and R. Saljo. **Reconsidering Conceptual Change : Issues in Theory and Practice**. *Map Reading versus Mind Reading : Revisiting Children's*

- Understanding of the Shape of the Earth. In Limon, M. and Mason (Eds), L. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Matz, M. **Towards a Process Model for School Algebra Error**. In D. Sleeman and J. S. Brown (Eds.), *Intelligent Tutoring Systems* New York : Academic Press, 1982.
- Mc Cown, R. R. and R. Roup. **Education Psychology and Classroom Practice : A Partnership**. United States of America : A Division of Simon and Schuster, Morgan, King and Robinson, 1992.
- McDonald, F. J. **Educational Psychology**. 2nd ed. San Francisco : Wadsworth Publishing, 1967.
- Mestre, J. **Hispanic and Anglo Students's Misconceptions in Mathematics**, Appalachia Education Laboratory, P.O. Box 1348, Charleston, WV 25325 (free) (ERIC Document Reproductions Service No. ED 313192), 1989.
- Morgan, G. T., R. A. King and N. M. Robinson. **Introduction to Psychology**. Singapore : McGraw – Hill, 1984.
- Movshovitz-Hadar, N., O. Zaslavsky and S. Inbar. **Analyzing and Modeling Arithmetic**. *Journal for Research in Mathematic Education*. 18 (1). January, 1987.
- _____. **An Empirical Classification Model for Errors in High School Mathematics**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1987.
- National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA : NCTM, 2000.
- Nathan, M. J. and K. R. Koedinger. **Teachers' and Researcher's Beliefs about the Development of Algebraic Reasoning**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 2000.
- Neal, L. and J. Cameron. **Using Common Error to Combat Misconceptions in a Community College Developmental Mathematics Course**. *Dissertation Abstracts International*. 47(09), 1987.
- Ong, S. T. and S. K. Lim. **Understanding and Error in Algebra**. *Processing of Forth Southeast Asian Conference on Mathematical Education*, 1987.
- Osborne, R. and P. Freyberg. **Learning in Science : The Implication of Children's Science**. London: Heinemann Publishers, 1985.
- Perrenet, J. C. and M. A. Wolters. **The Art of Checking: A Case Study of Students' Erroneous Checking Behavior in Introductory Algebra**. *Journal for Mathematical Behavior*, 1994.
- Peterson, R. F. and D. R. Treagust. **Development and Application of a Diagnostic Instrument to Evaluate Grade 11 and 12 Students' Concepts of Covalent**

- Bonding and Structure Following a Course of Instruction. *Journal of Research in Science Teaching* 26(April), 1989.
- Piaget, J. *Equilibration of Cognitive Structures*, New York : Viking Press, 1977.
- Pines, A. L. and L. H. T. West. *A Framework for Conceptual Change Special Reference to Misconceptions*. Proceeding of the International Seminar Misconceptions in Science and Mathematics. Ithaca, New York : Cornell University Press, 1983.
- Pipping, G. *Rechenschwacha in Psychologischer Sicht*. *Mathemattick in der Schule*, 1975.
- Podell, H. A. *Two Processes of Concept Formations*. *Psychology Monography*, 1958.
- Poincare, H. *Science and Method*. New York : Dover, 1952.
- Posner, G. J., K. A. Strike, P. W. Hewson and W. A. Gertzog. *Accommodation of a Scientific Conception : Toward a Theory of Conceptual Change*. *Science Education*, 1982.
- Post, T. R., M. J. Behr and R. Lesh. *Proportionality and the Development of Prealgebra Understandings*. In A. F. Coxford and A. P. Schulte (Eds.), *The Ideas of Algebra, K-12* (Vol. 1988 Yearbook. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics, 1988.
- Pugalee, D. *Extending Students' Development of Proportional Reasoning*. Paper Presented at the Regional Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, New Orleans, LA. (October), 2010.
- Radatz, H. *Error Analysis in Mathematics Education*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10, 1979.
- Radford, L. *Signs and Meanings in Students' Emergent Algebraic Thinking : A Semiotic Analysis*. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 2000.
- Reins, K. J. *Chapter 7: Geometry*. In R. Kinsky (Ed.) *Teaching for K-12 Mathematical Understanding using The Conceptual Change Model*. Saiwood, CA : Saiwood Publications, 2006.
- Renner, J. W. *Understanding and Misconceptions of Eight Graders of Four Physics Concepts Found in Textbooks*. *Journal of Research Teaching*. 27(1), 1990.
- Romberg, T. and M. S. Spence, (1995). *Some Thoughts on Algebra for the Evolving Work Force*. In C. Lacampagne, W. Blair, and J. Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium, Volume 2*. Washington, DC: U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement, 1995.

- Russell, D. H. *Children's Thinking*. Boston : Ginn and Company, 1956.
- _____. *Children Learn to Read*. Boston : Ginn and Company, 1961.
- _____. *Children's Thinking*. Boston : Ginn and Company, 1965.
- Sadera, W. A. *Conceptual Change-Based Instruction and Preservice Teacher Technology Preparation : A Collective Case Study*. Un-Published Doctoral Dissertation, Iowa State University, 2001.
- Sadi, A. *Misconceptions in Numbers*. UGRU Journal. Fall(5). Retrieved August 19, 2007. (Can be Downloaded From http://www.ugruenglish.uaeu.ac.ae/UGRUJournal/UGRUJournal_files/SR5/MIN.pdf)
- Sallis, E. and G. Jones. *Knowledge management in education: Enhancing learning and education*. London : Kogan Page, 2002.
- Sarah, B. *Analyzing Common Algebra-related Misconceptions and Errors of Middle School Students*. ProQuest, UMI Dissertation Publishing, 2011.
- Scheuermann, A. and D. Van Garderen. *Analyzing Students' use of Graphic Representations : Determining Misconceptions and Error Patterns for Instruction*. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(8), 2008.
- Schifter, D., S. Monk, S. J. Russell and V. Bastable. *Early Algebra : What does Understanding the Laws of Arithmetic Mean in the Elementary Grades ?*. In J. J. Kaput, D. W. Carraher and M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* New York, NY : Routledge, 2008.
- Schwartzman, S. *Some Common Algebraic Misconceptions*. *Mathematics and Computer Education*. 30(2), 1996.
- Schwarz, B. B. and R. Hershkowitz. *Prototypes : Brake of Levers in Learning the Function Concept ?*. *The Role of Computer Tools*. *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (4), 1999.
- Shulman L. S. *Those Who Understand : Knowledge Growth in Teaching*. *Educational Researcher*, Vol. 15, No. 2. (Feb., 1986), 1986.
- Simson, W. W. and A. E. Marek. *Understanding and Misconception of Biology Concepts Hold by Students Attending Small High Schools*. *Journal of Research in Science Teaching* 25, 1988.
- Singh, P. *Understanding the Concepts of Proportion and Ratio Constructed by Two Grade Six Students*. *Educational Studies in Mathematics*, 43(3), 2000.
- Slotta, J. D. and M. T. H. Chi. *The Impact of Ontology Training on Conceptual Change : Helping Students Understand the Challenging Topics in Science*. *Cognition and Instruction*, 24, 2006.

- Stacey, K. Finding and Using Patterns in Linear Generalizing Problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 1989.
- Stacey, K. and M. MacGregor. **Building Foundations for Algebra**. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(4), 1997a.
- _____. **Ideas about Symbolism that Students Bring to Algebra**. *Mathematics Teacher*, 90(2), 1997b.
- _____. **Learning the Algebraic Method of Solving Problems**. *Journal of Mathematical Behavior*, 18, 2000.
- Stafylidou, S. and S. Vosniadou. **The Development of Students' Understanding of the Numerical Value of Fractions**. Σ TO L. Verschaffel **K**DI S. Vosniadou (Eds.), **Conceptual Change in Mathematics Learning and Teaching**, Special Issue of *Learning and Instruction*, 14, 2004.
- Stein, S. **Equipped for the Future, Content Standards**. Washington, DC: National Institute for Literacy. 2001.
- Steinberg, R. M., D. H. Sleeman and D. Ktorza. **Algebra Students' Knowledge of Equivalence of Fractions**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(2), 1990.
- Steinle, V. and K. Stacey. **Persistence of Decimal Misconceptions and Readiness to Move to Expertise**. Paper Presented at the the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway, 2004.
- Stephens, A. C. **Developing Students' Understandings of Variable**. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 11(2), 2005.
- Stepans, J. I. and D. L. Schmidt. **Inquiry: The Key to Exemplary Science**. From Wyoming to Florida, They Ask, "Why Wasn't I Taught This Way?". USA : National Science Teachers Association, 2009.
- Suping, S. M. **Conceptual Change among Students in Science**. Retrieved (September), 2003. (Can be Downloaded From <http://www.ericdigests.org/2004-3/change.html>)
- Swafford, J. O. and C. W. Langrall. **Grade 6 Students' Pre Instructional use of Equations to Describe and Represent Problem Situations**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 2000.
- Swan, M. **Making Sense of Algebra**. *Mathematics Teaching*(171), 2000.
- Toumasis, C. **Concept Worksheet : An Important Tool for Learning**. *The Mathematics Teacher*. 2, 1995. Travers Robert, M. W. **Essentials of Learning :**

- An Overview for Students of Education.** United States of America : The Maemillan Company, 1967.
- Truran, K. M. **Error Analysis as a Remedial Teaching Technique.** Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education. 1-3 (June), 1987.
- Usiskin, Z. **Conceptions of School Algebra and Uses of Variables.** In A. F. Coxford and A. P. Schulte (Eds.), *The Ideas of Algebra, K-12* (Vol. 1988 Yearbook. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics, 1988.
- _____. **Trends in Mathematics Education.** Document for Conference Titled "Trends in Mathematics Education". Bangkok, 2001
- Vamvakoussi, X. and S. Vosniadou. **Understanding Density : Presuppositions, Synthetic Models and the Effect of the Number Line.** In S. Vosniadou, C. Stathopoulou, X. Vamvakoussi, and N. Mamaloukos (Eds.), *Proceedings of the 4th European Symposium on Conceptual Change Delfi, Greece, 2004a.*
- Van de Walle, J. A., K. S. Karp and J. M. Bay-Williams. **Elementary and Middle School Mathematics : Teaching Developmentally** (7 ed.). New York : Pearson Education, 2010.
- VanLehn, K. and J. S. Brown. **Planning Nets : A Representation for Formalizing Analogies and Semantic Models of Procedural Skills.** In R. E. Snow, P. A. Federico and W. E. Montague (Eds.), *Aptitude, Learning and Instruction : Cognitive Process Analyses.* Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates, 1980.
- Vinner, S., R. Hershkowitz and M. Bruckheimer. **Some Cognitive Factors as Causes of Mistakes in Addition of Fractions.** *Journal for Research in Mathematics Education.* 12, 1981.
- Vlassis, J. **The Role of Mathematical Symbols in the Development of Number Conceptualization : The Case of the Minus Sign.** *Philosophical Psychology,* 21(4), 2008.
- Vosniadou, S. **Mental Models in Conceptual Development.** In L. Magnani and N. Nersessian *Model-Based Reasoning : Science, Technology, Values,* New York : Kluwer Academic Press, 2002.
- Vosniadou, S. and X. Vamvakoussi. **Examining Mathematics Learning from a Conceptual Change Point of View: Implications for the Design of Learning Environments.** In L. Verschaffel, F. Dachy, M. Boekaerts, and S. Vosniadou (Eds.), *Instrlctional Psychology: Past, Presellt Alldfltlire Tre1lds - Fifteen Essays in Honour of Erik De Corte.* Oxford : Elsevier, 2006.
- Wollman, W. **Determining the Sources of Error in a Translation From Sentence to**

- Equation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 1983.
- Wu, H. How to Prepare Students for Algebra. *American Educator* 25(2), 2001.
- _____. **Key Mathematical Ideas in Grades 5-8**. Paper Presented at the Annual Meeting of The National Council of Teachers of Mathematics, Anaheim, CA. (April), 2005.
- Zirbel, E. L. Learning Science and Concept Formation, in Preparation, 2005.
- Aristotle, 384 – 322 ก่อนคริสตกาล



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ก

1. การสังเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
ตรรกศาสตร์
2. การสังเคราะห์กลวิธีการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
ตรรกศาสตร์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การสังเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. วิเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ศึกษาและวิเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ของไมวโซวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovits-hadar et. al. 1987 : 3-14) ราดาร์ส (Radatz. 1979 : 163-172) วินเนอร์และคณะ (Vinner et al. 1981 : 555-570) โบราลี (Borasi. 1985 : 1-14) ทูแรน (Truran. 1987 : 92) และโคลแกน (Cołgan. 1991 : 91-A) ผลการวิเคราะห์ สรุปปรากฏตั้งตารางภาคผนวกที่ 1



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางภาคผนวกที่ 1 ผลการวิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของไม่วิวิธซ์-ฮาดาร์ และคณะ	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของราคาร์ส	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของวินเนอร์และคณะ	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของโบราลี	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของทรูเรน	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของโคลแกน	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น
ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data)	-	-	-	-	ความคลาดเคลื่อนจากข้อมูล เช่น ความคลาดเคลื่อนจากการคัดลอก	-
ตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language)	ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากความยากลำบากด้านภาษา (Errors Due to Language Difficulties)	ความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากปัญหาด้านภาษา	การอ่านคำถามความเข้าใจในคำถาม	ความคลาดเคลื่อนจากภาษา	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์และภาษา 1. ไม่เข้าใจคำถาม 2. ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ในการอธิบายความที่ไม่ชัดเจน ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน	

กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของไมวโซวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของราคาร์ส	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของวินเนอร์และคณะ	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของโบราลี	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของทรูแมน	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของโคลแกน	กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น
ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference)	-	-	-	-	ความคลาดเคลื่อนจากตรรกะ (Logic)	-
ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition)	การประยุกต์ใช้กฎหรือกลยุทธ์ที่ไม่เกี่ยวข้อง (Errors Due to the Application of Irrelevant Rules of Strategies)	-	ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการประยุกต์ใช้กฎหรือยุทธวิธีที่ไม่เกี่ยวข้อง	-	คลาดเคลื่อนจากนิยาม ทฤษฎีบทหรือกฎ	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์และภาษา การใช้ทฤษฎีบทหรือนิยามที่ไม่เกี่ยวข้อง การบิดเบือนทฤษฎีบทและหลักการ

กรอบลักษณะมิโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนของไม่ว โซวิทซ์-ฮาดาร์ และ คณะ	กรอบลักษณะมิโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนของราดาร์ส	กรอบลักษณะ มิโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนของ วินเนอร์และคณะ	กรอบลักษณะ มิโนทัศน์ที่คลาด เคลื่อนของโบราลี	กรอบลักษณะ มิโนทัศน์ที่คลาด เคลื่อนของทรูแรน	กรอบลักษณะ มิโนทัศน์ที่คลาด เคลื่อนของโคลแกน	กรอบลักษณะมิโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ที่พัฒนาขึ้น
ด้านขาดการตรวจสอบ ในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)	-	-	-	-	-	มิโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้าน การแก้ปัญหา การตรวจสอบคำตอบใน ระหว่างการแก้ปัญหาทาง ตรรกศาสตร์ และการ ตรวจสอบคำตอบเมื่อแก้ปัญหา ทางตรรกศาสตร์เสร็จสิ้น
ด้านข้อผิดพลาดใน เทคนิคการทำ (Technical Error)	-	-	-	-	-	มิโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้าน การแก้ปัญหา แก้ปัญหาทาง ตรรกศาสตร์ไม่สมบูรณ์
-	2. ความคลาดเคลื่อน เนื่องจากความยากลำบาก ในการรับข้อมูลเชิงพื้นที่ (Errors Due to Difficulties on Obtaining Spatial Information)	-	-	-	-	-

กรอบลักษณะมิโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนของไม่ว โซวิทซ์-ฮาทาร์ และ คณะ	กรอบลักษณะมิโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนของ คาร์ส	กรอบลักษณะ มิโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนของ วินเนอร์และคณะ	กรอบลักษณะ มิโนทัศน์ที่คลาด เคลื่อนของโบราลี	กรอบลักษณะ มิโนทัศน์ที่คลาด เคลื่อนของทรูเรน	กรอบลักษณะ มิโนทัศน์ที่คลาด เคลื่อนของโคลแกน	กรอบลักษณะมิโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ พัฒนาขึ้น
-	ความคลาดเคลื่อน เนื่องมาจากความบกพร่อง ในทักษะที่จำเป็น ข้อเท็จจริงและแนวคิด (Errors Due Deficient Mastery of Prerequisite Skill, Fact, and Concept)	-	นักเรียนไม่มีความรู้ เรื่องนั้น	1. กลยุทธ์ในการ เลือกใช้ความรู้ 2. นักเรียนเลือกใช้ ความรู้ไม่เป็น 3. นักเรียน ประยุกต์ใช้ความรู้ ไม่ได้	นักเรียนขาดทักษะ พื้นฐานในการคำนวณ	มิโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้าน ทักษะ และความรู้ ขาดทักษะทางตรรกศาสตร์ ที่จำเป็น
-	-	การเสนอรายละเอียด ที่ผิด: สิมบางส่วน	-	-	-	มิโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้าน การแก้ปัญหา 1. การสืบเสนอรายละเอียด บางส่วน 2. นักศึกษาละเลยข้อมูลที่ จำเป็นในการแก้ปัญหา

กรอบลักษณะแนวโน้มที่ตลาดเคลื่อนไหวของไม่วิชีพ-ฮาดาร์ และคณะ	กรอบลักษณะแนวโน้มที่ตลาดเคลื่อนไหวของราดาร์ส	กรอบลักษณะแนวโน้มที่ตลาดเคลื่อนไหวของวินเนอร์และคณะ	กรอบลักษณะแนวโน้มที่ตลาดเคลื่อนไหวของโพรลิส	กรอบลักษณะแนวโน้มที่ตลาดเคลื่อนไหวของทรูเรน	กรอบลักษณะแนวโน้มที่ตลาดเคลื่อนไหวของโคลแกน	กรอบลักษณะแนวโน้มที่ตลาดเคลื่อนไหวของมโนทัศน์ที่ตลาดเคลื่อนไหวทางธุรกิจและพัฒนารัฐ
-	-	การใช้วิธีการที่ไม่เหมาะสมในการแก้ปัญหา	-	-	-	มโนทัศน์ที่ตลาดเคลื่อนไหวด้าน การแก้ปัญหา ใช้วิธีการที่ไม่เหมาะสมในการแก้ปัญหาทางธุรกิจ
-	-	การสรุปเป็นหลักการผิด	-	-	-	มโนทัศน์ที่ตลาดเคลื่อนไหวด้าน การแก้ปัญหา การสรุปเป็นกรณีทั่วไปทางธุรกิจไม่ได้
-	-	การตีความสัญลักษณ์ผิด	-	-	-	มโนทัศน์ที่ตลาดเคลื่อนไหวด้าน ทฤษฎีบท สัญลักษณ์และภาษา ใช้สัญลักษณ์ผิด ทำให้คำตอบผิด
-	-	นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจสอบผลลัพธ์	-	-	-	-

กรอบลักษณะมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนของไม่ว โซวิทซ์-ฮาดาร์ และ คณะ	กรอบลักษณะมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนของรา ดาร์ส	กรอบลักษณะ มโน ทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของ วินเนอร์และคณะ	กรอบลักษณะ มโนทัศน์ที่คลาด เคลื่อนของโบริลลี	กรอบลักษณะ มโน ทัศน์ที่คลาด เคลื่อน ของทรูเรน	กรอบลักษณะ มโนทัศน์ที่คลาด เคลื่อนของโคลแกน	กรอบลักษณะมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนทาง ตรรกศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น
-	-	-	ความคลาดเคลื่อน เนื่องจากการเรียนรู้มี ความเข้าใจผิด	-	-	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการแก้ปัญหา แก้ปัญหาโดยขาด หลักการทางตรรกศาสตร์
-	-	-	วิธีทำไม่สมบูรณ์	-	วิธีการแก้ปัญหาไม่ สมบูรณ์	-
-	ความคลาดเคลื่อน เนื่องจากการเชื่อมโยงที่ ไม่ถูกต้องหรือความคิดที่ ไม่ยืดหยุ่น (Errors Due to Incorrect Associations or Rigidity of Thinking)	-	-	เสนอคำตอบ คลาดเคลื่อน	-	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการแก้ปัญหา 1. แก้ปัญหาไม่ตรง กับที่โจทย์ต้องการ 2. ขาดความ ยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา ทางตรรกศาสตร์

กรอบลักษณะโมโนทัศน์ ที่ตลาดเคลื่อนของไม่ว โยวิพซ์-ฮาดาร์ และ คณะ	กรอบลักษณะโมโนทัศน์ ที่ตลาดเคลื่อนของรา ดาร์ส	กรอบลักษณะโมโนทัศน์ ที่ตลาดเคลื่อนของ วินเนอร์และคณะ	กรอบลักษณะ โมโนทัศน์ที่ตลาด เคลื่อนของโบราณ	กรอบลักษณะ โมโนทัศน์ที่ตลาด เคลื่อนของโคลแกน	กรอบลักษณะโมโนทัศน์ที่ ตลาดเคลื่อนทาง ตรรกศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น
-	-	-	-	ความรู้พื้นฐานไม่ เพียงพอ	โมโนทัศน์ที่ตลาดเคลื่อน ด้านทักษะ และความรู้ พิสูจน์ทางตรรกศาสตร์ 1. ขาดความรู้ในการ พิสูจน์ทางตรรกศาสตร์ 2. ขาดความรู้ในการ เลือกใช้วิธีแก้ปัญหาทาง ตรรกศาสตร์ 3. ขาดความรู้พื้นฐาน ทางตรรกศาสตร์



จากตารางภาคผนวกที่ 1 สรุปเป็น 3 ด้าน ดังนี้

- 1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์และภาษา
 - 1.1.1 ไม่เข้าใจคำถาม
 - 1.1.2 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ในการอธิบายความได้ไม่สมบูรณ์ ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน
 - 1.1.3 การใช้ทฤษฎีบทหรือนิยามที่ไม่เกี่ยวข้อง การบิดเบือนทฤษฎีบทและหลักการ
 - 1.1.4 ใช้สัญลักษณ์ผิด ทำให้คำตอบผิด
- 1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา
 - 1.2.1 การตรวจสอบคำตอบในระหว่างการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ และการตรวจสอบคำตอบเมื่อแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์เสร็จสิ้น
 - 1.2.2 แก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ไม่สมบูรณ์
 - 1.2.3 การลืมนเสนอรายละเอียดบางส่วน
 - 1.2.4 นักศึกษาละเลยข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
 - 1.2.5 ใช้วิธีการที่ไม่เหมาะสมในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์
 - 1.2.6 การสรุปเป็นกรณีทั่วไปทางตรรกศาสตร์ไม่ได้
 - 1.2.7 แก้ปัญหาโดยขาดหลักการทางตรรกศาสตร์
 - 1.2.8 แก้ปัญหาไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ
 - 1.2.9 ขาดความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์
- 1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
 - 1.3.1 ขาดทักษะทางตรรกศาสตร์ที่จำเป็น
 - 1.3.2 ขาดความรู้ในการพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์
 - 1.3.3 ขาดความรู้ในการเลือกวิธีแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์
 - 1.3.4 ขาดความรู้พื้นฐานทางตรรกศาสตร์

การสังเคราะห์ทฤษฎีการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

1. สังเคราะห์แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวกับการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของ สตีแพนส์และชมิทท์ (Stepans and Schmidt. 2009 : 22) เซอร์เบล (Zirbel. 2005 : 10) ซาเดลา (Sadera. 2001 : 93) ไคค์สตราและคณะ(Dykstra et al. 1992 : 615) และทฤษฎีการซ่อมแซม และนำผลการสัมภาษณ์เชิงลึกไปออกแบบทฤษฎีในการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ แล้วนำเสนอร่างทฤษฎีในการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ดังนี้

จากการศึกษาและสังเคราะห์แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวกับการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ได้แก่ รูปแบบการปรับมโนทัศน์ของสตีแพนส์ รูปแบบการปรับมโนทัศน์ของเซอร์เบล รูปแบบการปรับมโนทัศน์ของซาเดลา รูปแบบการปรับมโนทัศน์ของ ไคค์สตราและคณะ และทฤษฎีการซ่อมแซม ผลการสังเคราะห์ทฤษฎีในการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ปรากฏดังตารางภาคผนวกที่ 2



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางภาคผนวกที่ 2 การสังเคราะห์กลวิธีในการแก้ไขโมเดลที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

รูปแบบการปรับ โมเดลของสติแพนส์ และซิมิตท์	รูปแบบการปรับ โมเดลของเซอร์เบด	รูปแบบการปรับ โมเดลของซาเดลา	รูปแบบการปรับ โมเดลของ โคคัสตราและ คณะ	ทฤษฎีการซ่อมแซม	กลวิธีในการแก้ไขโมเดลที่ คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ที่พัฒนาขึ้น
ขั้นที่ 1 ขึ้นมอบหมาย งาน (Commit to a Position or an Outcome)	-	ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้น ประสบการณ์เดิมต่าง ๆ ของผู้เรียนและวินิจฉัย ในความเชื่อต่าง ๆ เหล่านั้น ขั้นตอนที่ 2 นำผู้เรียน เข้าสู่ข้อมูลสารสนเทศ ใหม่	1. การปรับปรุง ความเข้าใจ (Differentiation)	ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอ โมเดลในขั้นต้น	ขั้นที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์ เดิมของผู้เรียน

รูปแบบการปรับ มโนทัศน์ของสติแทนส์ และชมิติท์	รูปแบบการปรับ มโนทัศน์ของเซอร์เบล	รูปแบบการปรับ มโนทัศน์ของซาดลา	รูปแบบการปรับ มโนทัศน์ของ ไคส์ตราและคณะ	ทฤษฎีการซ่อมแซม	กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ที่พัฒนาขึ้น
ชั้นที่ 1 ชั้นมอบหมาย งาน (Commit to a Position or an Outcome)	-	ชั้นตอนที่ 3 ผู้เรียน จำเป็นต้องลงมือ ปฏิบัติเพื่อทำการ สำรวจความสัมพันธ์ ของข้อมูล สารสนเทศ ชั้นตอนที่ 4 เปิด โอกาสให้ผู้เรียนสร้าง ความเข้าใจที่แข็งแกร่ง ต่อความเข้าใจโมโน ทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	-	-	-
ชั้นที่ 2 ชั้นแสดง ความเชื่อ (Expose Beliefs)	-	ชั้นตอนที่ 5 การ แลกเปลี่ยนความคิด ของผู้เรียน	-	-	-

รูปแบบการปรับ มีโมทัศน์ของสติแพนส์ และซมิตท์	รูปแบบการปรับ มีโมทัศน์ของเซอร์เบล	รูปแบบการปรับ มีโมทัศน์ของซา เตลา	รูปแบบการปรับ มีโมทัศน์ของ โตคัสตราและคณะ	ทฤษฎีการซ่อมแซม	กลวิธีในการแก้ไขโมทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ที่พัฒนาขึ้น
ขั้นที่ 6 ชั้นนอกเหนือ บทเรียน (Go Beyond)	ขั้นตอนที่ 1 การทำให้ ผู้เรียนติดโมทัศน์ใหม่ ขั้นตอนที่ 2 การ แนะนำตัวเชื่อม ขั้นตอนที่ 3 การตั้ง คำถามและการ เผชิญหน้ากับผู้เรียน ขั้นตอนที่ 4 การ ปฏิบัติและการสร้าง	-	-	ขั้นที่ 4 ชั้นตรวจสอบการ แก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ โมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง ตรรกศาสตร์ของผู้เรียน ว่า ยังคงมีอยู่หรือไม่

รูปแบบการรับ มีทัศนคติของสติปัญญา และเชมิตท์	รูปแบบการรับ มีทัศนคติของเซอร์ เบล	รูปแบบการรับ มีทัศนคติของซา เตลา	รูปแบบการรับ ทัศนคติของ ราและคณะ ไคส์ต	ทฤษฎีการซ่อมแซม	กลวิธีในการแก้ไขทัศนคติ ฉลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ที่พัฒนาขึ้น
ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้า กับความเชื่อ (Confront Beliefs)	-	-	2. การขยายชั้นความ เข้าใจ (Class Extension)	ขั้นที่ 2 ขั้นการทำความเข้าใจ ฉลาดเคลื่อนของทัศนคติ ผู้เรียนสร้างขึ้น	ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ลักษณะ มีทัศนคติที่ฉลาดเคลื่อนทาง ตรรกศาสตร์ของผู้เรียน
ขั้นที่ 4 ขั้นจัดมโน ทัศน์ (Accommodate the Concept)	-	-	3. การเปลี่ยนกรอบ ความเข้าใจ (Reconceptualization)	ขั้นที่ 3 ขั้นการแก้ไข (Repair)	ขั้นที่ 3 แก้ไขมโนทัศน์ที่ ฉลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ของผู้เรียน 3.1 สร้างมโนทัศน์ทาง ตรรกศาสตร์ใหม่ 3.2 ใ้ผู้เรียนแลกเปลี่ยน และตรวจสอบมโนทัศน์
ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโน ทัศน์ (Extend the Concept)	-	-	-	-	ขั้นที่ 3 การแก้ไขมโนทัศน์ที่ ฉลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ 3.3 การเชื่อมโยงมโนทัศน์ ใหม่ไปประยุกต์ใช้กับความรู้ อื่น ๆ

จากตารางภาคผนวกที่ 2 พบว่า ผลการสังเคราะห์กลยุทธ์ในการแก้ไขหมันทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ เป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของผู้เรียน

ขั้นที่ 1 ขั้นมอบหมายงาน

ขั้นที่ 2 ขั้นกระตุ้นประสบการณ์เดิมต่าง ๆ ของผู้เรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นนำผู้เรียนเข้าสู่ข้อมูลสารสนเทศใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นการปรับปรุงความเข้าใจ

ขั้นที่ 5 ขั้นเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจ

ขั้นที่ 6 ขั้นลงมือปฏิบัติ

ขั้นที่ 7 ขั้นแลกเปลี่ยนความคิดของผู้เรียน

ขั้นตอนที่ 2 วิเคราะห์ลักษณะ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่นักเรียนสร้างขึ้น

ขั้นที่ 1 ขั้นการค้นหาความคลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงความคลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 3 ขั้นเผชิญหน้ากับความคลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 4 ขั้นการขยายชั้นความคลาดเคลื่อน

ขั้นตอนที่ 3 การแก้ไขหมันทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ขั้นที่ 1 ขั้นขจัดความคลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นเปลี่ยนกรอบความเข้าใจ

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นแลกเปลี่ยนและตรวจสอบมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 ขั้นขยายมโนทัศน์

ขั้นที่ 6 ขั้นเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ไปประยุกต์ใช้กับความรู้อื่น ๆ

ขั้นที่ 7 ขั้นทำให้ผู้เรียนติดมโนทัศน์ใหม่

ขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ขั้นที่ 1 ขั้นการตั้งคำถามและการเผชิญหน้ากับผู้เรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติและการสร้าง

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบการแก้ไขหมันทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 4 ขั้นการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน

ภาคผนวก ข

1. แบบบันทึกการสนทนากลุ่ม
2. แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์
3. แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบบันทึกการสนทนากลุ่ม (Focus Group)

เรื่อง การพัฒนานวัตกรรมในการแก้ไขหมอกควันที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

วัน...เดือนพ.ศ.

สถานที่สนทนากลุ่ม.....

ผู้เข้าร่วมสนทนากลุ่ม

.....
.....
.....
.....
.....

เริ่มการสนทนากลุ่มเวลา.....น.

สาระการสนทนากลุ่ม

.....
.....
.....
.....
.....



เลิกการสนทนากลุ่ม เวลา.....น.

(ลงชื่อ).....ผู้จัดบันทึกการสนทนากลุ่ม
(.....)

(ลงชื่อ).....ผู้ตรวจสอบบันทึกการสนทนากลุ่ม
(.....)

ตำแหน่ง.....

เกณฑ์การให้คะแนนโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ข้อ 1 ถึงข้อ 8

ระดับ คะแนน	คำอธิบาย
0	นักศึกษามีโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 3 ด้าน
1	นักศึกษามีโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 ด้าน
2	นักศึกษามีโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 ด้าน
3	นักศึกษาไม่มีโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

หมายเหตุ โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 3 ด้าน คือ

1. โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
 - 1.1 โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์
 - 1.1.1 นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์
 - 1.1.2 นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์
 - 1.1.3 นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์
 - 1.2 โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนการใช้สัญลักษณ์ ทางตรรกศาสตร์
 - 1.3 โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
2. โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์
 - 2.1 โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ
 - 2.2 โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์
3. โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์
 - 3.1 โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์

ภาคผนวก ค

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
ตรรกศาสตร์กับกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

**แบบประเมินความสอดคล้อง
ของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ทางตรรกศาสตร์กับ
กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์**

คำชี้แจง โปรดพิจารณาความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์กับ
กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

พิจารณาแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์แต่ละข้อต่อไปนี้
โดยทำเครื่องหมาย ลงในช่อง โดยที่

- สอดคล้อง มีค่า +1
 ไม่แน่ใจ มีค่า 0
 ไม่สอดคล้อง มีค่า -1

ตามความคิดเห็นของท่าน พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลหรือข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดมโน
ทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

คำถามที่ 1

คำถามที่ 1 กำหนดให้ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q] \wedge [p \rightarrow (p \wedge \sim p)]$ มีค่าความจริงเป็น
จริง จงหาค่าความจริงของ p และ q

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์ และภาษา
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

สอดคล้อง ไม่แน่ใจ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ.....
.....
.....

คำถามที่ 2

คำถามที่ 2 จงแสดงว่ารูปแบบของประพจน์ต่อไปนี้สมมูลกันหรือไม่

2.1 $p \rightarrow (q \vee r)$ กับ $(\sim r \wedge p) \rightarrow q$

2.2 $[p \rightarrow (q \wedge r)] \leftrightarrow \sim (r \wedge \sim r)$ กับ $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์ และภาษา
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

สอดคล้อง ไม่แน่ใจ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ.....
.....
.....

คำถามที่ 3

คำถามที่ 3 จงตรวจสอบดูว่ารูปแบบของประพจน์ต่อไปนี้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$$

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์ และภาษา
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

สอดคล้อง ไม่แน่ใจ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ.....
.....
.....

คำถามที่ 4

คำถามที่ 4 จงตรวจสอบดูว่าประพจน์ต่อไปนี้ สมมูลกันหรือไม่

$$\sim (\forall x [x \geq 0] \wedge \exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]) \text{ กับ } \sim \forall x [x \geq 0] \wedge \sim \exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$$

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์ และภาษา
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

สอดคล้อง ไม่แน่ใจ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ.....
.....
.....

คำถามที่ 5

คำถามที่ 5 จงหานิเสธของข้อความต่อไปนี้

$$\forall x \forall y \forall z [(x < y \wedge y < z) \rightarrow xy < yz]$$

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์ และภาษา
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

สอดคล้อง ไม่แน่ใจ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ.....

คำถามที่ 6

คำถามที่ 6 จงพิจารณาตัวรูปแบบประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$(\forall x[p(x)] \rightarrow \exists x[p(x)]) \leftrightarrow (\exists x[\neg p(x)] \vee \exists x[p(x)])$$

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์ และภาษา
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

สอดคล้อง ไม่แน่ใจ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ.....

คำถามที่ 7

คำถามที่ 7 จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $p \leftrightarrow \neg q$

2. $\neg p \rightarrow (r \rightarrow \neg q)$

3. $(\neg s \vee \neg r) \rightarrow \neg(\neg q)$

4. $\neg s$

ผล $\neg r$

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์ และภาษา
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

สอดคล้อง ไม่แน่ใจ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ.....

คำถามที่ 8

คำถามที่ 8 จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

- เหตุ 1. ถ้า a^2 เป็นจำนวนคู่แล้ว a เป็นจำนวนคู่
 2. ถ้า a ไม่เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 ไม่เป็นจำนวนคู่
 ผล a^2 เป็นจำนวนคู่ หรือ a เป็นจำนวนคู่

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์ และภาษา
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะ และความรู้
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา

สอดคล้อง ไม่แน่ใจ ไม่สอดคล้อง

เหตุผล/ข้อเสนอแนะ.....



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ง

1. การหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
ตรรกศาสตร์
2. การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติทดสอบ t-test
(Dependent t-test)



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางภาคผนวกที่ 4 ความยากง่าย (PE) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ข้อที่	PE	D
1	0.68	0.89
2	0.40	0.47
3	0.68	0.89
4	0.77	1.00
5	0.73	0.94
6	0.77	1.00
7	0.73	0.94
8	0.69	0.90

การหาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ซึ่งใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์อัลฟา (α Coefficient) ของ Cronbach ได้ค่า Cronbach's Alpha เท่ากับ 0.81

การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติทดสอบ t-test (Dependent t-test)

ข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติทดสอบ t-test (Dependent t-test) คือ ข้อมูลหรือประชากรต้องมีการแจกแจงแบบปกติ มีวิธีการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติทดสอบดังนี้

1. ตั้งสมมุติฐาน
 H_0 : ผลต่างของคะแนนเฉลี่ยมีการแจกแจงแบบปกติ
 H_1 : ผลต่างของคะแนนเฉลี่ยมีการแจกแจงแบบไม่ปกติ
2. ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov(a)			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
di	.150	45	.200(*)	.960	80	.692

* This is a lower bound of the true significance.

a Lilliefors Significance Correction

เนื่องจาก Sig.=.000 ของ Kolmogorov-Smirnov ซึ่งมากกว่า $\alpha = 0.05$ ดังนั้นจึงยอมรับ H_0 นั่นคือ ผลต่างของคะแนนเฉลี่ยมีการแจกแจงแบบปกติที่ระดับนัยสำคัญ .05

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก จ
เฉลยแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

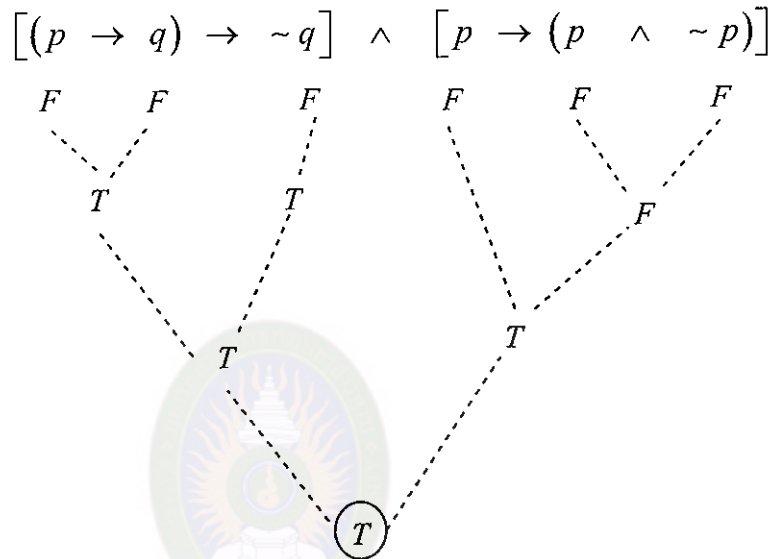


มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เฉลยแบบวัตมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ข้อ 1. กำหนดให้ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q] \wedge [p \rightarrow (p \wedge \sim p)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง
จงหาค่าความจริงของ p และ q

วิธีทำ $[(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q] \wedge [p \rightarrow (p \wedge \sim p)]$



ดังนั้น p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ข้อ 2. จงแสดงว่ารูปแบบของประพจน์ต่อไปนี้สมมูลกันหรือไม่

2.1 $p \rightarrow (q \vee r)$ กับ $(\sim r \wedge p) \rightarrow q$

วิธีทำ $p \rightarrow (q \vee r) \equiv \sim p \vee (q \vee r)$

$$\equiv (\sim p \vee r) \vee q$$

$$\equiv \sim(p \wedge \sim r) \vee q$$

$$\equiv (p \wedge \sim r) \rightarrow q$$

$$\equiv (\sim r \wedge p) \rightarrow q$$

ดังนั้น $p \rightarrow (q \vee r) \equiv (\sim r \wedge p) \rightarrow q$

2.2 $[p \rightarrow (q \wedge r)] \leftrightarrow \sim(r \wedge \sim r)$ กับ $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

วิธีทำ $[p \rightarrow (q \wedge r)] \leftrightarrow \sim(r \wedge \sim r) \equiv [p \rightarrow (q \wedge r)] \leftrightarrow \sim F$; $r \wedge \sim r$ มีค่า
ความจริงเป็น F

$$\equiv [p \rightarrow (q \wedge r)] \leftrightarrow T$$

$$\begin{aligned} &\equiv p \rightarrow (q \wedge r) \\ &\equiv \sim p \vee (q \wedge r) && \text{; กฎการสมมูล} \\ &\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r) && \text{; กฎการแจกแจง} \\ &\equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) && \text{; กฎการสมมูล} \end{aligned}$$

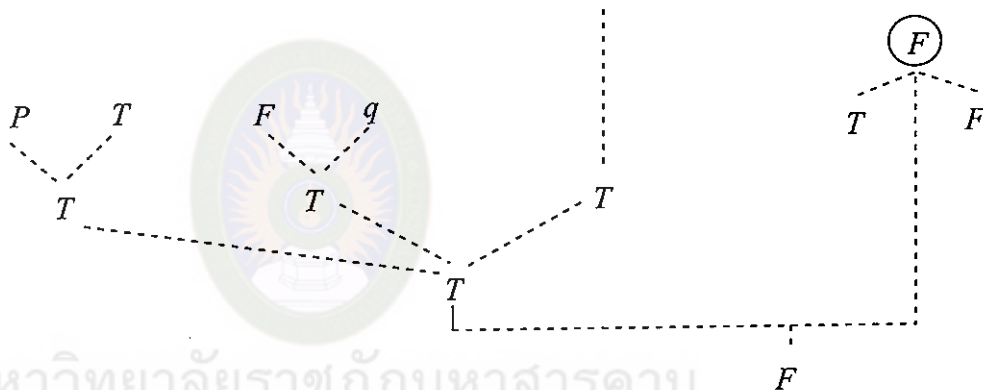
ดังนั้น $[p \rightarrow (q \wedge r)] \leftrightarrow \sim (r \wedge \sim r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

ข้อ 3. จงตรวจสอบดูว่ารูปแบบของประพจน์ต่อไปนี้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$$

วิธีทำ

$$[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$$



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

RAJABHAT MAHASARAKAM UNIVERSITY

ถ้าให้ $r \rightarrow s$ เป็น F จะได้ r เป็น T และ s เป็น F

$p \vee \sim p$ มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี

$p \rightarrow r$ เมื่อ r เป็นจริง $p \rightarrow r$ เป็นจริงทุกกรณี

$s \rightarrow q$ เมื่อ s เป็นเท็จ $s \rightarrow q$ เป็นจริงทุกกรณี

ดังนั้น $[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

ข้อ 4. จงตรวจสอบดูว่าประพจน์ต่อไปนี้ สมมูลกันหรือไม่

$$\sim (\forall x [x \geq 0] \wedge \exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]) \text{ กับ } \sim \forall x [x \geq 0] \wedge \sim \exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$$

วิธีทำ $\sim (\forall x [x \geq 0] \wedge \exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]) \equiv \sim \forall x [x \geq 0] \vee \sim \exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$

$$\text{; } \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

ดังนั้น $\sim (\forall x [x \geq 0] \wedge \exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]) \equiv \sim \forall x [x \geq 0] \vee \sim \exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$ ไม่สมมูลกับ $\sim \forall x [x \geq 0] \wedge \sim \exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$

ข้อ 5. จงหานิเสธของข้อความต่อไปนี้

$$\forall x \forall y \forall z [(x < y \wedge y < z) \rightarrow xy < yz]$$

วิธีทำ $\sim \forall x \forall y \forall z [(x < y \wedge y < z) \rightarrow xy < yz]$

$$\equiv \exists x \exists y \exists z \sim [(x < y \wedge y < z) \rightarrow xy < yz]$$

$$\equiv \exists x \exists y \exists z \sim [\sim (x < y \wedge y < z) \vee xy < yz]$$

$$\equiv \exists x \exists y \exists z [(x < y \wedge y < z) \wedge \sim (xy < yz)]$$

$$\equiv \exists x \exists y \exists z [(x < y \wedge y < z) \wedge xy \geq yz]$$

ดังนั้น นิเสธของข้อความ $\forall x \forall y \forall z [(x < y \wedge y < z) \rightarrow xy < yz]$ คือ

$$\exists x \exists y \exists z [(x < y \wedge y < z) \wedge xy \geq yz]$$

ข้อ 6. จงพิจารณาเลือกรูปแบบประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$(\forall x [p(x)] \rightarrow \exists x [p(x)]) \leftrightarrow (\exists x [\sim p(x)] \vee \exists x [p(x)])$$

วิธีทำ $(\forall x [p(x)] \rightarrow \exists x [p(x)]) \equiv \sim (\forall x [p(x)] \wedge \sim \exists x [p(x)])$

$$\equiv \sim \forall x [p(x)] \vee \exists x [p(x)]$$

$$\equiv \exists x [\sim p(x)] \vee \exists x [p(x)]$$

ดังนั้น $(\forall x [p(x)] \rightarrow \exists x [p(x)]) \leftrightarrow (\exists x [\sim p(x)] \vee \exists x [p(x)])$ เป็นสัจนิรันดร์

ข้อ 7. จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $p \leftrightarrow \sim q$

2. $\sim p \rightarrow (r \rightarrow \sim q)$

3. $(\sim s \vee \sim r) \rightarrow \sim (\sim q)$

4. $\sim s$

ผล $\sim r$

วิธีทำ

1. $\sim s$

เหตุ 4 กำหนดให้

2. $\sim s \vee \sim r$

ข้อ 1 กฎการเพิ่ม

3. $(\sim s \vee \sim r) \rightarrow \sim (\sim q)$

เหตุ 3 กำหนดให้

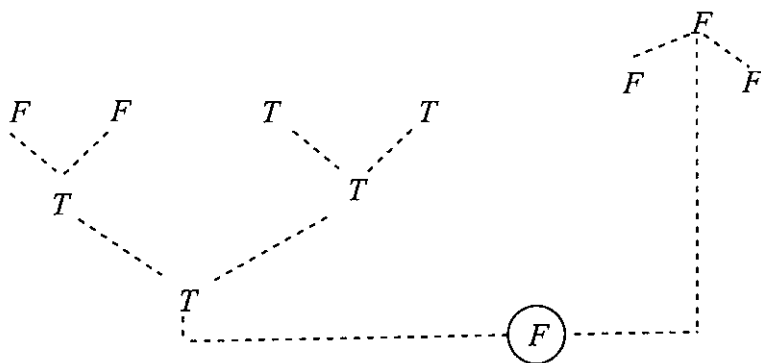
- | | |
|---|---------------------------|
| 4. $\sim(\sim q)$ | ข้อ 2, 3 การแจงเหตุตามผล |
| 5. q | ข้อ 4 นิเสธซ้อน |
| 6. $p \leftrightarrow \sim q$ | เหตุ 1 กำหนดให้ |
| 7. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \rightarrow p)$ | ข้อ 3 กฎตรรกบทแบบการเลือก |
| 8. $p \rightarrow \sim q$ | ข้อ 7 กฎการตัด |
| 9. $\sim p$ | ข้อ 5, 8 การแจงผลค้ำเหตุ |
| 10. $\sim p \rightarrow (r \rightarrow \sim q)$ | เหตุ 2 กำหนดให้ |
| 11. $r \rightarrow \sim q$ | ข้อ 9, 10 การแจงผลตามเหตุ |
| 12. $\sim r$ | ข้อ 5, 11 การแจงผลค้ำเหตุ |

ข้อ 8 จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่
 เหตุ 1. ถ้า a^2 เป็นจำนวนคู่แล้ว a เป็นจำนวนคู่
 2. ถ้า a ไม่เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 ไม่เป็นจำนวนคู่
 ผล a^2 เป็นจำนวนคู่ หรือ a เป็นจำนวนคู่

วิธีทำ ให้ p แทน a^2 เป็นจำนวนคู่
 q แทน a เป็นจำนวนคู่

- เหตุ 1. $p \rightarrow q$
 2. $\sim q \rightarrow \sim p$

ผล $[(p \rightarrow q) \wedge (\sim q \rightarrow \sim p)] \rightarrow (p \vee q)$



ดังนั้น ไม่สมเหตุสมผล

ภาคผนวก ฉ
ตัวอย่างการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
ตรรกศาสตร์ของผู้เรียน



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขั้นที่ 3 การแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน

3.1 สร้างมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ใหม่

3.1.1 ครูตั้งปัญหาทางตรรกศาสตร์ ดังนี้

ปัญหาที่ 1 กำหนดให้ประพจน์ $(p \wedge \sim p) \vee (\sim p \wedge q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง จงหาค่าความจริงของ p และ q

ปัญหาที่ 2 จงแสดงว่ารูปแบบของประพจน์ $(p \wedge q) \rightarrow r$ กับ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ สมมูลกันหรือไม่

ปัญหาที่ 3 จงตรวจสอบดูว่ารูปแบบของประพจน์ $[p \rightarrow (q \vee r)] \leftrightarrow [(p \rightarrow q) \vee r]$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

ปัญหา 4 จงตรวจสอบดูว่าประพจน์ต่อไปนี้ สมมูลกันหรือไม่
 $\sim(\exists x[p(x)] \rightarrow \forall x[q(x)])$ กับ $\exists x[p(x)] \wedge \forall x[q(x)]$

ปัญหา 5 จงหานิเสธของข้อความต่อไปนี้ $\exists x \forall y \forall z [xy = y \vee x + z = z]$

ปัญหา 6 จงพิจารณาว่ารูปแบบประพจน์ต่อไปนี้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่
 $\sim(\exists x[p(x)] \vee \forall x[p(x)]) \leftrightarrow (\forall x[\sim p(x)] \wedge \exists x[\sim p(x)])$

ปัญหา 7 จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่
 เหตุ 1. $(p \vee q) \rightarrow r$

2. $(r \vee q) \rightarrow [p \rightarrow (s \leftrightarrow t)]$

3. $p \wedge s$

ผล $s \leftrightarrow t$

ปัญหา 8 จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. ถ้าเขาไม่ทำการบ้านแล้ว เขาจะสอบตก

2. ถ้าเขาทำการบ้านแล้ว เขาจะเก่ง

3. เขาสอบไม่ตก

ผล เขาเป็นคนเก่ง

3.1.2 ผู้เรียนลงมือหาคำตอบโดยการสืบค้นจากข้อมูลปฐมภูมิ เช่นการคิดหาคำตอบด้วยตนเอง หรือการสืบค้นจากข้อมูลทุติยภูมิ เช่น จากหนังสือ จากอินเทอร์เน็ต

3.1.2 ครูจะตั้งคำถามทางตรรกศาสตร์ที่น่าสนใจเพื่อกระตุ้นความใคร่รู้ในตัวผู้เรียน

3.2 ให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนและตรวจสอบมโนทัศน์

3.2.1 ครูให้ผู้เรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา และวิธีการตรวจคำตอบของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนวิธีการในการแก้ปัญหาของตนเองกับเพื่อนในกลุ่ม ในขั้นนี้ครูมีหน้าที่ตั้งคำถาม เช่น

- 1) นักศึกษามีวิธีการคิดอย่างไร ?
- 2) ใครมีวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่นบ้าง ?
- 3) ให้นักศึกษาคู่กับเพื่อนว่าสิ่งที่น่าสนใจมีส่วนไหนที่คล้ายคลึงกันและแตกต่างกันบ้าง ? สาเหตุเกิดจากอะไร ?

3.3 การเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ไปประยุกต์ใช้กับความรู้อื่น ๆ

3.3.1 ครูตั้งปัญหาทางตรรกศาสตร์ใหม่ที่คล้ายคลึงกันหรือยากขึ้นทันทีหลังจากชั้น 3.2 ปัญหาทางตรรกศาสตร์ ดังนี้

ปัญหาที่ 1 กำหนดให้ประพจน์ $\sim(p \vee \sim q) \rightarrow (r \vee \sim s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของ p, q, r และ s

ปัญหาที่ 2 จงแสดงว่ารูปแบบของประพจน์ $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r)$ กับ $p \wedge (q \rightarrow r)$ สมมูลกันหรือไม่

ปัญหาที่ 3 จงตรวจสอบดูว่ารูปแบบของประพจน์ $[(p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\sim q \wedge \sim r) \rightarrow \sim p]$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

ปัญหา 4 จงตรวจสอบดูว่าประพจน์ต่อไปนี้ สมมูลกันหรือไม่

$\sim \exists x \forall y [x + y = 1] \wedge \forall x \exists y [xy = 1]$ กับ $\sim (\sim \forall x \exists y [xy = 1] \vee \exists x \forall y [x + y = 1])$

ปัญหา 5 จงหานิเสธของข้อความต่อไปนี้ $\exists x \exists y \exists z [(xy)z \neq x(yz) \wedge x + y + z = 0]$

ปัญหา 6 จงพิจารณาว่ารูปแบบประพจน์ต่อไปนี้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$\sim (\forall x [p(x)] \rightarrow \exists x [p(x)]) \leftrightarrow (\forall x [p(x)] \wedge \forall x [\sim p(x)])$

ปัญหา 7 จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $p \rightarrow (q \vee r)$

2. $\sim q$

3. $\sim r$

ผล $\sim p$

ปัญหา 8 จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. ถ้าสนใจหรือสนใจใครสักคนได้แล้ว สุขคติและสุจริตจะสอบตก

2. สนใจสอบได้

ผล สุขคติสอบตก

3.3.2 ครูตรวจสอบว่านักศึกษาแต่ละคนเข้าใจมากน้อยเพียงใด

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของผู้เรียน
ผู้วิจัยให้นักศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมายทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
ตรรกศาสตร์หลังการใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์แล้ว และนำ
ผลการทดสอบมาวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ข

1. ตัวอย่างการสัมภาษณ์เชิงลึก โดยใช้การบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) จากแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง
2. ตัวอย่างการวิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างการสัณภาษณ์เชิงลึก โดยใช้การบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) จากแบบสัณภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

ผู้วิจัยนำเสนอตัวอย่างการสัณภาษณ์เชิงลึก โดยใช้การบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) จากแบบสัณภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ซึ่งเป็นการสัณภาษณ์เชิงลึก เนื้อหาเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ (ข้อ 1) สัณภาษณ์นางสาวสุวรรณี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 4

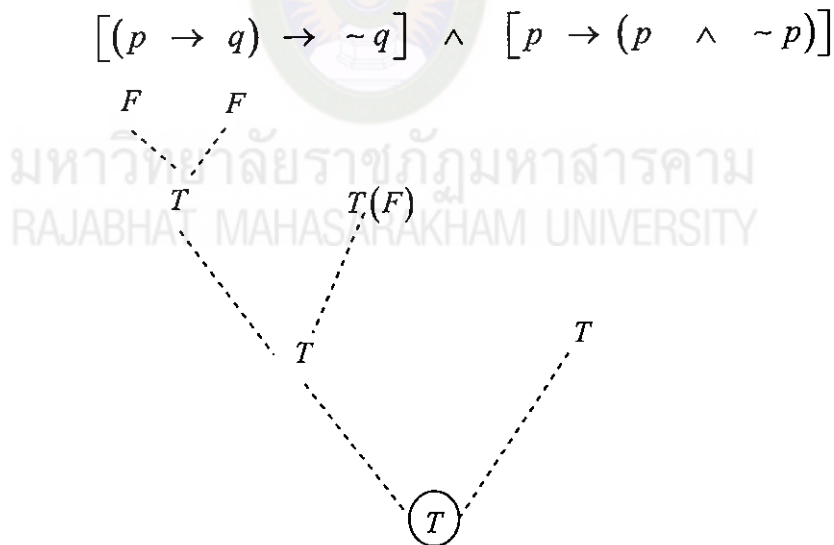
ข้อ 1. กำหนดให้ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q] \wedge [p \rightarrow (p \wedge \sim p)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง จงหาค่าความจริงของ p และ q

โดยใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) จากแบบสัณภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ดังต่อไปนี้

ครู : จากโจทย์ข้อ 1 ให้ผู้เรียนอธิบายวิธีการหาค่าความจริงเป็นจริงของประพจน์ p และ q

นิษฐาน : ผู้เรียนหยุดคิด แล้วตอบว่าจากประพจน์ $[(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q] \wedge [p \rightarrow (p \wedge \sim p)]$

สมมติให้ประพจน์นี้ มีค่าความจริงเป็นจริง และให้ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q]$ มีค่าความจริงเป็นจริง ประพจน์ $[p \rightarrow (p \wedge \sim p)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง และจะได้ดังนี้



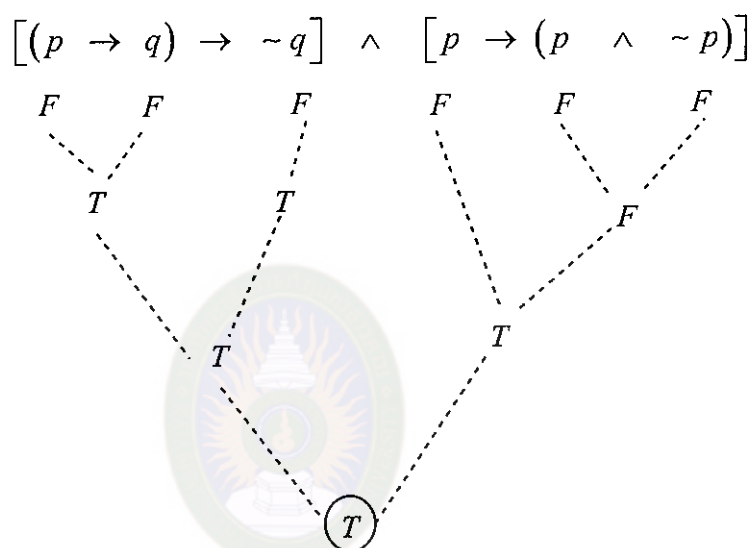
แทนค่า $p \equiv F$ และ $q \equiv F$ จะได้ $p \rightarrow (p \wedge \sim p)$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } F \rightarrow (F \wedge \sim F) &\equiv F \rightarrow (F \wedge T) \\ &\equiv F \rightarrow F \\ &\equiv T \end{aligned}$$

ดังนั้น p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ผลการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description)

จากปัญหานี้ พบว่า ผู้เรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ ซึ่งตัวอย่างนี้ แสดงให้เห็นว่านักศึกษามีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ $p \equiv F$ แทน p มีค่าความจริง เป็นเท็จ ซึ่งทำให้ความหมายผิดไปมากโดยเฉพาะในเรื่องตรรกศาสตร์ เนื่องจาก $p \equiv F$ นักศึกษาเข้าใจ ว่าประพจน์ p สมมูลกับ F ซึ่งไม่ถูกต้อง ซึ่งขั้นตอนที่ถูกต้องควรเขียน



ดังนั้น p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ตัวอย่างการวิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์

1.1.1 นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์

(ข้อ 8) จำนวนสองจำนวนอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือทุกจำนวนเป็น

เหตุ 1. ถ้า a^2 เป็นจำนวนคี่ แล้ว a เป็นจำนวนคี่
 2. ถ้า a เป็นจำนวนคี่ แล้ว a^2 เป็นจำนวนคี่
 ผล a^2 เป็นจำนวนคี่ เป็น a เป็นจำนวนคี่

อ้างว่า p คือจำนวน a เป็นจำนวนคี่
 q คือจำนวน a^2 เป็นจำนวนคี่

เหตุ 1. $q \rightarrow p$
 2. $\neg p \rightarrow \neg q$
 ผล $q \vee p$

$[(q \rightarrow p) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)] \rightarrow q \vee p$

สมมติให้ q เป็นจริง p เป็นเท็จ $q \vee p \equiv F$
 ถ้า $q \equiv F$
 แล้ว $p \equiv F$

ผล $(q \rightarrow p) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q) \equiv T$

หรือ $p \equiv F$ หรือ $q \equiv F$ หรือ $(F \rightarrow F) \wedge (T \rightarrow T) \equiv T$

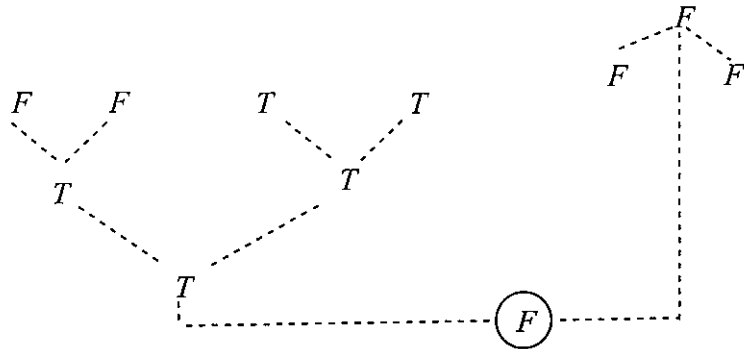
$T \wedge T \equiv T$

∴ ไม่ผิดข้อใดหรือ ต้องใช้สมมติฐานที่กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์

- ที่ถูกต้องคือ
- ให้ p แทน a^2 เป็นจำนวนคี่
 - q แทน a เป็นจำนวนคี่
 - เหตุ 1. $p \rightarrow q$
 - 2. $\neg q \rightarrow \neg p$

ผล

$$[(p \rightarrow q) \wedge (\sim q \rightarrow \sim p)] \rightarrow (p \vee q)$$



ดังนั้น ไม่สมเหตุสมผล

1.1.2 นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์

6. จงนิยามความถูกต้องของประโยคต่อไปนี้และยกตัวอย่างหรือไม่

$(\forall x [P(x)] \rightarrow \exists x [P(x)]) \leftrightarrow (\exists x [\sim P(x)] \vee \exists x [P(x)])$

วิธีที่ 1

$(\forall x [P(x)] \rightarrow \exists x [P(x)]) \leftrightarrow (\exists x [\sim P(x)] \vee \exists x [P(x)])$

วิธีที่ 2

นิยาม $\exists x [\sim P(x)] \equiv \sim \forall x [P(x)]$

$(\forall x [P(x)] \rightarrow \exists x [P(x)]) \leftrightarrow (\exists x [\sim P(x)] \vee \exists x [P(x)])$

วิธีที่ 2

ดังนั้น ประเด็นที่กล่าวถึง เป็นเพียงนิยาม

#

ที่ถูกต้องคือ

$$\begin{aligned} (\forall x[p(x)] \rightarrow \exists x[p(x)]) &\equiv \neg(\forall x[p(x)] \vee \exists x[p(x)]) \\ &\equiv \neg \forall x[p(x)] \vee \exists x[p(x)] \\ &\equiv \exists x[\neg p(x)] \vee \exists x[p(x)] \end{aligned}$$

ดังนั้น $(\forall x[p(x)] \rightarrow \exists x[p(x)]) \leftrightarrow (\exists x[\neg p(x)] \vee \exists x[p(x)])$ เป็นสัจ นิรันดร์

1.1.3 นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์

จงตรวจสอบว่าข้อสรุปต่อไปนี้ มีผลจริงหรือไม่

$\neg(\forall x[x > 0] \wedge \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}])$ เป็น $\neg(\forall x[x > 0] \wedge \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}])$

ข้อสรุป: ค่าความจริง P เป็นจริง $\forall x[x > 0]$

หรือ $\exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}]$

หาก $\neg(\forall x[x > 0] \wedge \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}])$

จะได้ $\neg(P \wedge Q)$

หาก $\forall x[x > 0] \wedge \neg \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}]$

หรือ $\neg P \wedge Q$

กรณีที่ 1) $\neg(P \wedge Q) \rightarrow \neg P \wedge Q$

(F)

T	F	F	T
F	T	T	F

ไม่จริง

ข้อสรุป 2

$\neg P \wedge Q \rightarrow \neg(P \wedge Q)$

(F)

T	F	T	F
F	T	F	T

ถ้า $\neg P \wedge Q$ เป็นจริง

ดังนั้น จากกรณีที่ 1 และ 2 จะได้ว่าข้อสรุปไม่เป็นจริง

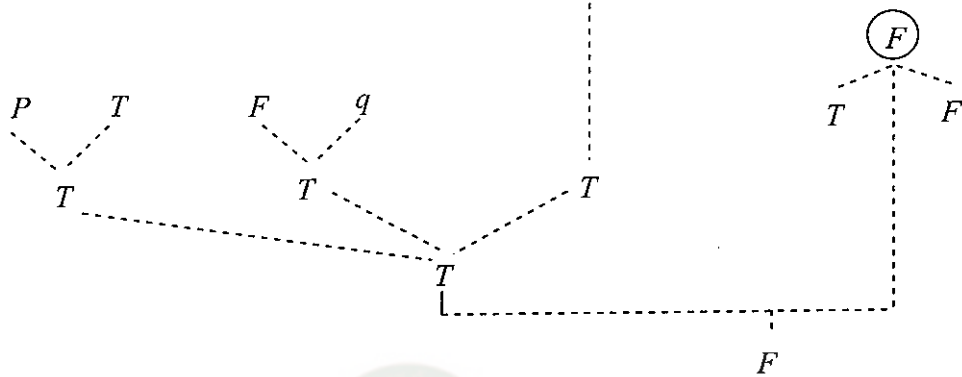
$\neg(\forall x[x > 0] \wedge \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}])$ กับ $\neg P \wedge Q$

$\neg(\forall x[x > 0] \wedge \exists x[x \text{ เป็นจำนวนคู่}])$

ไม่จริง

ที่ถูกต้องคือ

$$[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$$



ถ้าให้ $r \rightarrow s$ เป็น F จะได้ r เป็น T และ s เป็น F

$p \vee \sim p$ มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี

$p \rightarrow r$ เมื่อ r เป็นจริง $p \rightarrow r$ เป็นจริงทุกกรณี

$s \rightarrow q$ เมื่อ s เป็นเท็จ $s \rightarrow q$ เป็นจริงทุกกรณี

ดังนั้น $[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์

๑) ได้ข้อใด (ในขอบเขตความรู้) ของตรรกศาสตร์ที่ถูกต้องไป เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$[(p \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim p)] \rightarrow (r \rightarrow s)$				
T	T	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	F	T	

∴ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

ข้อสรุปไม่ถูกต้อง เพราะไม่ได้เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่างที่ 3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์
 3.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์

ขแสดงว่า สมมูลกัน			
	$p \rightarrow (q \vee r) \equiv (\sim r \wedge p) \rightarrow q$		
นิยาม	$p \rightarrow (q \vee r)$ หรือ $(\sim r \wedge p) \rightarrow q$		
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; width: 50%;"> $\begin{matrix} & \text{F} & \\ \text{T} & \text{F} & \\ & \text{F} & \end{matrix}$ </td> <td style="text-align: center; width: 50%;"> $\begin{matrix} & \text{T} & \text{F} & \\ \text{T} & \text{T} & \text{F} & \\ & \text{T} & \text{F} & \end{matrix}$ </td> </tr> </table>	$\begin{matrix} & \text{F} & \\ \text{T} & \text{F} & \\ & \text{F} & \end{matrix}$	$\begin{matrix} & \text{T} & \text{F} & \\ \text{T} & \text{T} & \text{F} & \\ & \text{T} & \text{F} & \end{matrix}$
$\begin{matrix} & \text{F} & \\ \text{T} & \text{F} & \\ & \text{F} & \end{matrix}$	$\begin{matrix} & \text{T} & \text{F} & \\ \text{T} & \text{T} & \text{F} & \\ & \text{T} & \text{F} & \end{matrix}$		
	สมมูลกัน		

ที่ถูกต้องคือ

$$\begin{aligned}
 p \rightarrow (q \vee r) &\equiv \sim p \vee (q \vee r) \\
 &\equiv (\sim p \vee r) \vee q \\
 &\equiv \sim (p \wedge \sim r) \vee q \\
 &\equiv (p \wedge \sim r) \rightarrow q \\
 &\equiv (\sim r \wedge p) \rightarrow q
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $p \rightarrow (q \vee r) \equiv (\sim r \wedge p) \rightarrow q$

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นवल นนทภา
วัน เดือน ปีเกิด	16 มกราคม พ.ศ. 2527
ที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 92/1 ถนนเกษตรสมบูรณ์ ตำบลกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง กาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ 46000
ตำแหน่งปัจจุบัน	ตำแหน่ง อาจารย์
สถานที่ทำงาน	สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาวิทยาลัราชภัฏ มหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 40000
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2549	วิทยาศาสตร์บัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
พ.ศ. 2552	ครุศาสตรมหาบัณฑิต (ค.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
พ.ศ. 2557	ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต (ค.ด.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY