

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรณีศึกษา :
เรื่อง ความน่าจะเป็น ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. มาตรฐานครุคณิตศาสตร์
2. ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู
 - 2.2 ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.3 องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. ความรู้ของครูด้านเนื้อหา
 - 3.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ลักษณะความรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์
 - 3.3 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้
 - 4.1 ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 4.2 ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น
 - 4.3 ความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์
5. ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน
 - 5.1 ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 5.2 ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นของผู้เรียน
6. การรู้คณิตศาสตร์
7. ความน่าจะเป็น
8. การสังเกต
9. การสัมภาษณ์
10. การตรวจสอบยืนยันโดยวิธีการอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

11. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 11.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 11.2 งานวิจัยต่างประเทศ
12. กรอบแนวคิดการวิจัย

มาตรฐานครุคณิตศาสตร์

มาตรฐานครุคณิตศาสตร์ที่ได้จากการรวบรวมคุณลักษณะที่สำคัญและจำเป็นต่อการเป็นครุคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 10 มาตรฐาน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 17-18) สาระสำคัญของมาตรฐานมีดังนี้

มาตรฐานที่ 1 ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

เข้าใจเนื้อหาสาระแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างครอบคลุมหลักสูตร และใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหา รวมทั้งจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ทำให้สาระการเรียนรู้มีความหมายต่อผู้เรียน

มาตรฐานที่ 2 การใฝ่รู้และพัฒนาวิชาชีพของตนเอง และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

มีความสนใจใฝ่เรียนรู้พัฒนาวิชาชีพของตนเองอย่างต่อเนื่อง และนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้จัดการเรียนรู้และปฏิบัติงานที่เป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนและสังคมโดยคำนึงถึงคุณธรรมจริยธรรม

มาตรฐานที่ 3 การจัดโอกาสในการเรียนรู้ให้กับผู้เรียนตามระดับการเรียนรู้และพัฒนาการของผู้เรียน

เข้าใจระดับการเรียนรู้ พัฒนาการของผู้เรียน และจัดโอกาสในการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน ได้พัฒนาสติปัญญา สังคม ร่างกายและบุคลิกภาพ

มาตรฐานที่ 4 การจัดกระบวนการเรียนรู้ตามความแตกต่างของผู้เรียน

เข้าใจความแตกต่างของผู้เรียนและใช้เป็นข้อสนเทศพื้นฐานในการจัดกระบวนการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาผู้เรียน ได้อย่างเต็มศักยภาพ

มาตรฐานที่ 5 การนำวิธีจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมมาใช้พัฒนากระบวนการคิดและการเรียนรู้ของผู้เรียน

เข้าใจหลักการเรียนรู้ และใช้วิธีการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้พัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์วิจารณ์และการแก้ปัญหา

มาตรฐานที่ 6 การสร้างแรงกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้

เข้าถึงแรงกระตุ้นและพฤติกรรมต่าง ๆ ของผู้เรียนและสามารถสร้างสถานการณ์หรือสภาพแวดล้อมที่จูงใจให้ผู้เรียนสนใจและเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้

มาตรฐานที่ 7 การใช้ทักษะการสื่อสารเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้

มีทักษะการสื่อสารและสามารถใช้ภาษาได้อย่างถูกต้อง ทั้งการพูดและการเขียน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการสืบเสาะหาความรู้และแก้ปัญหา รวมทั้งการมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีในการทำงานร่วมกัน

มาตรฐานที่ 8 การพัฒนาหลักสูตรและการวางแผนการจัดการเรียนรู้

พัฒนาหลักสูตรสถานศึกษาและจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนตามเป้าหมายที่กำหนด โดยคำนึงถึงคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของผู้เรียนและสอดคล้องกับความต้องการของชุมชน

มาตรฐานที่ 9 การประเมินผลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้

ใช้วิธีการประเมินผลตามสภาพจริงได้อย่างครอบคลุมสมรรถภาพของผู้เรียนทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการ และเจตคติ และนำผลการประเมินไปใช้พัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง

มาตรฐานที่ 10 การนำชุมชนมาร่วมจัดการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

ส่งเสริมให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างสถานศึกษากับชุมชน ให้โอกาสผู้ปกครอง ชุมชนและองค์กร ได้มีส่วนร่วมสนับสนุนการจัดการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

จากมาตรฐานครุคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ครุคณิตศาสตร์ต้องเป็นผู้ใฝ่รู้และมีความรู้ โดยมีความรู้ในเนื้อหาสาระทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความรู้ในการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นผู้เรียน พัฒนากระบวนการคิดและการแก้ปัญหาของผู้เรียน มีทักษะในการสื่อสารให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ พัฒนาหลักสูตรและวางแผนการจัดการเรียนรู้การวัดผลและประเมินผลมีความรู้ในพฤติกรรมกรเรียนรู้และวิธีเรียนรู้ของผู้เรียน พัฒนาผู้เรียนตามความแตกต่างระหว่างบุคคล สร้างแรงจูงใจในการเรียนและสร้างการมีส่วนร่วมในการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นอย่างมากในการจัดการเรียนรู้ และอำนวยความสะดวกในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงขอทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้ ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอนำเสนอรายละเอียดแต่ละประเด็น ดังนี้

1. ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู

1.1 ความหมายของความรู้ของครู

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) กล่าวว่าความรู้ของครู หมายถึง ความสามารถของครูเกี่ยวกับการรู้ กระบวนการคิดในการเรียนรู้ หรือการปฏิบัติงานต่าง ๆ ของครู

Elbaz. (1983 : 61) กล่าวว่า ความรู้ของครู หมายถึง สิ่งที่ถูกสร้างขึ้นเป็นกฎเกณฑ์โดยอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์ของครูกับผู้เรียนในห้องเรียนซึ่งความรู้เป็นสิ่งที่เคลื่อนไหว ผลักดัน โดยบริบทและเกี่ยวโยงกันของอดีต ปัจจุบัน และอนาคต โครงสร้างความรู้ของครูจะรวมมิติ 3 มิติเข้าด้วยกันคือ มิติกฎการปฏิบัติ มิติเกณฑ์การปฏิบัติ และมิติด้านจินตภาพ ซึ่งจินตภาพเป็นสิ่งที่เกี่ยวกับเวลา การมีปฏิสัมพันธ์กันการแยกแยะจินตภาพจะสามารถวิวัฒนาการ แต่ต้องอาศัยความรู้จากทุกด้านซึ่งรวมถึงอารมณ์และควมมีศีลธรรมด้วย จะสามารถคาดการณ์ได้ว่า ถ้าความรู้ของครูในเนื้อหาถูกรวมเข้าไม่ดี จินตภาพของครูในเรื่องคณิตศาสตร์ที่ครูสอน อาจสะท้อนภาพนี้ และเนื้อหาที่ทำการจัดการเรียนรู้ผู้เรียนในชั้นเรียน ก็จะถูกถ่ายทอดสู่ผู้เรียน ไม่ได้ได้เช่นกัน

Fennema. and Franke. (1992 : 148) กล่าวว่า ความรู้ของครูหมายถึง ระบบที่ทำงานของสติปัญญาแบบองค์รวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นภายในตัวครู โดยแต่ละส่วนแยกออกจากกันได้ยาก และความรู้ของครูนี้เป็นสิ่งที่ไม่ตายตัว

Growns. (1992 : 159-160) กล่าวว่า ความรู้ของครู หมายถึง ความรู้ที่ถูกกำหนดขึ้นที่มีความสลับซับซ้อน และส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมของครูและการเรียนรู้ของผู้เรียน แต่จะคุ้มค่ามากถ้าเรามีการสร้างความรู้ของครูในลักษณะการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่าง

ครูกับผู้เรียน นอกจากนี้ Grows. (1992) ยังให้ความหมายของความรู้ของครูอีกนัยหนึ่งว่า ความรู้ของครู หมายถึง ความรู้ในตัวผู้เรียนที่ได้จากการจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียน ในชั้นเรียน

สรุปว่า ความรู้ของครู หมายถึง กระบวนการทางสติปัญญาแบบองค์รวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นในตัวครูจากสถานการณ์เหตุการณ์ต่างๆจากการสะสมภูมิปัญญา ความรู้ ในการปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียนระหว่างการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนที่ได้จากการจัดประสบการณ์ในชั้นเรียนโดยครูจัดให้

1.2 ความสำคัญของความรู้ของครู

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งที่มีความสำคัญในการพัฒนาให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะที่ดี

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาและพัฒนาทักษะและกระบวนการ ไปพร้อมๆ กัน ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของวิชาและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 2) กล่าวถึง ความรู้ของครู มีความสำคัญในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ อย่างมีคุณภาพ มีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ โดยครูจะต้องมีความรู้ในหลายๆด้านที่เกี่ยวข้องกับ การจัดการเรียนรู้

Wineburg. and Wilson. (1991) กล่าวว่า ความรู้ของครู ว่า มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนรู้

Fennema. and Franke. (1992 : 148) กล่าวว่า ความรู้ของครูเป็นสิ่งที่จำเป็นที่จะนำไปสู่การเรียนรู้ของผู้เรียน

Barker. (2007 : 29) กล่าวว่า ความรู้ของครูสามารถใช้ตัดสินใจในการจัดการเรียนรู้ การกำหนดกิจกรรม สื่อ การวัดผลประเมินผลการเรียน และยังส่งผลโดยตรง ต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วย

สรุปว่า ความสำคัญของความรู้ของครู เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรมจริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์

สรุปได้ว่า ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู คือกระบวนการทางสติปัญญาแบบองค์รวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นในตัวครูจากสถานการณ์ เหตุการณ์ต่างๆจากการสะสมภูมิปัญญา ความรู้ ในการปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียนระหว่างการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนที่ได้จากการจัดประสบการณ์ในชั้นเรียน โดยครูจัดให้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพ มีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์

2. ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มีนักการศึกษา หน่วยงาน กล่าวถึง ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

2.1 ความหมายของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

วัชร กัญจนีกรติ (2554 : 10) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์หมายถึง การจัดให้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมจากการได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์นั้นทำให้เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไปจากเดิม ซึ่งในการเรียนการจัดการเรียนรู้ไม่ว่าจะเป็นวิชาใดก็ตาม ครูจะต้องรู้จิตวิทยาในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้การจัดการเรียนรู้สมบูรณ์และมีประสิทธิภาพ

Ma. (1999 : 12) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่แสดงให้เห็นว่าครูมีความเข้าใจเป็นอย่างดีเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยครูนั้นจะต้องทำการจัดการเรียนรู้อย่างมาแล้วมากกว่า 10 ปี

Hill, Rowan. and Ball. (2005 : 373) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

Olanoff. (2011 : 88 – 90) กล่าวว่า ความหมายของความรู้ของครูคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ หมายถึง ความรู้ของครูที่มีประสบการณ์จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นเวลานาน จะเป็นผู้มีความสามารถ มีความเชี่ยวชาญด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามเนื้อหาในหลักสูตรที่กำหนด

สรุปว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถของครูในการเชื่อมโยงความรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์และทักษะกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตลอดทั้ง การใช้หลักสูตรการเรียนการจัดการเรียนรู้ การควบคุมดูแลผู้เรียน การทบทวน

หลักสูตร การพัฒนากระบวนการประเมิน และอื่น ๆ กับประสบการณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ของครูที่ดำเนิน ไปอย่างมีประสิทธิภาพ

2.2 ความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ยูพิน พิพิธกุล จรรยา ภูอุดม และ อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม (2554 : 13, 34-40) กล่าวว่า ครูคณิตศาสตร์ต้องมีมาตรฐานในการปฏิบัติงาน ต้องรู้ว่าจะสอนอะไรเพื่อ เป้าหมายอะไรและประเมินการสอนของตนเองเพื่อพัฒนาอย่างไร ครูคณิตศาสตร์ต้องมีความรู้เกี่ยวกับ หลักการสอนและจิตวิทยาที่ควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ วิธีการสอนคณิตศาสตร์ และ เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้การสอนคณิตศาสตร์บรรลุมาตรฐานของหลักสูตร คณิตศาสตร์ ครูมีหลักจิตวิทยา สามารถจัดการเรียนการสอนให้สมบูรณ์ขึ้น จัดการสอนให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปด้วยตนเองและสามารถสร้างองค์ความรู้ และมีเทคนิคการสอนให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลินและสนุกสนาน

Cochran- Smith. (2003 : 23) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เป็นประสบการณ์ที่ได้รับจากห้องเรียน จากการจัดการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์ โดยใช้การสังเกตการจัดการเรียนรู้ของครู จะไม่ไปมีบทบาทหรือยุ่งเกี่ยวใดๆ ในการฝึกปฏิบัติ ตามสภาพจริงของเขา

Berliner. (2004 : 206) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์สามารถนำไปเชื่อมโยงความรู้และทักษะกับพฤติกรรมการจัดการเรียนรู้ของครูให้ ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ แต่การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับครู ครูต้องมีความรู้ทางวิชาการและมีทักษะในการจัดการเรียนรู้ที่ดี

Hill, Sleep, Lewis. and Ball. (2007 : 111-155) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการ จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถที่เกิดจากตัวครูเองที่นำไปจัดการเรียนรู้โดยใช้หลักสูตร การจัดการเรียนรู้ การควบคุมดูแลผู้เรียน การอำนวยความสะดวกในการสัมมนา การทบทวนหลักสูตร การพัฒนากระบวนการประเมิน และอื่น ๆ

สรุปว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการ จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สามารถนำไปเชื่อมโยงความรู้และทักษะกับพฤติกรรมการเรียนรู้ ทำให้จัดการเรียนรู้ได้ตรงตามหลักสูตร และส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สรุปได้ว่า ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของครูในการเชื่อมโยงความรู้ทางเนื้อหาคณิตศาสตร์ และทักษะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตลอดจนความสามารถในการใช้หลักสูตรการเรียน

การสอน และความเข้าใจความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ความเข้าใจวิธีเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพื่อให้ครูสามารถจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตรงตามหลักสูตร อย่างมีประสิทธิภาพ

3. องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและหน่วยงานได้รายงานถึง องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ที่จำเป็นของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มี 3 ด้าน ดังนี้

1. ความรู้ด้านเนื้อหาสาระ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่ผู้เรียนจำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่า โจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด และความรู้เกี่ยวกับความสามารถของผู้เรียน ดังนี้

1.1 ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่า โจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

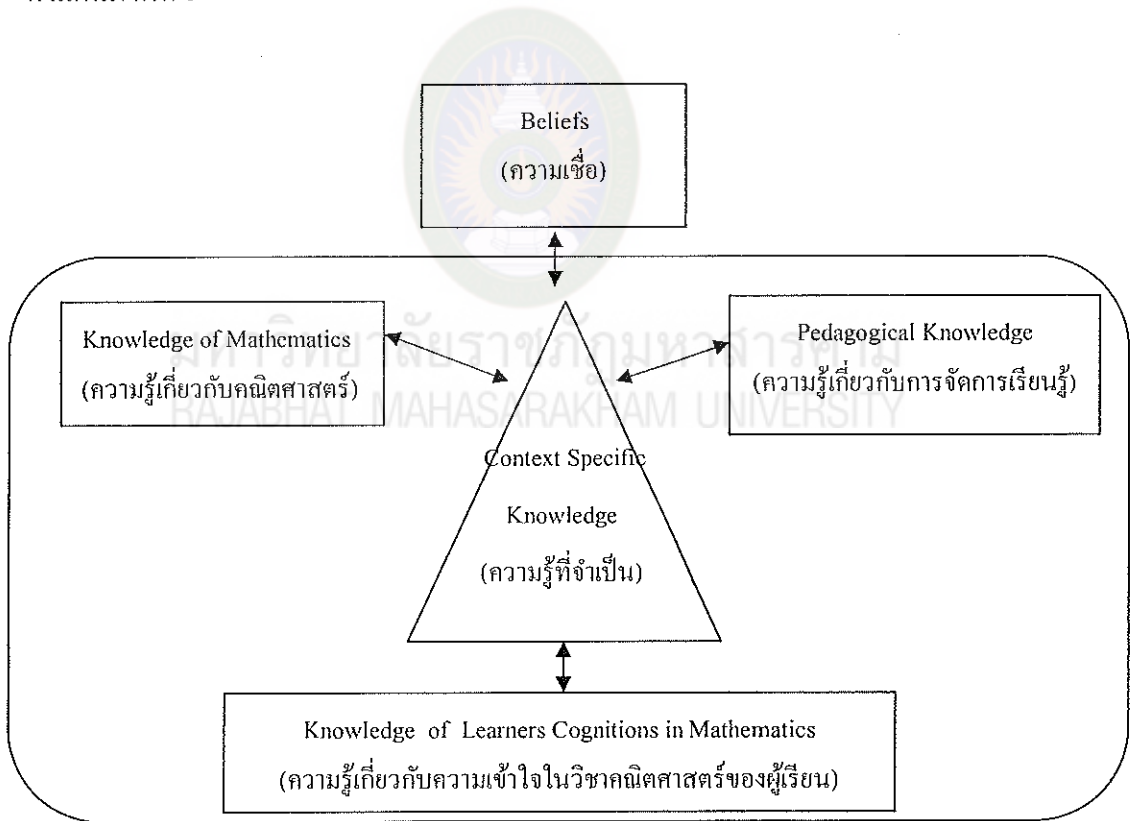
1.2 ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของผู้เรียน เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความรู้ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานด้วยตนเอง เช่น ผู้เรียนรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

2. ความรู้ในวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการหรือกระบวนการต่าง ๆ ที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องรู้ว่า มีวิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหาแบบใดบ้าง เพื่อให้สามารถหาคำตอบของโจทย์ปัญหานี้ได้

3. ความรู้ที่ใช้เพื่อตัดสินใจเลือกวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์ลักษณะของวิธีการที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เพื่อตัดสินใจเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด เช่น ผู้เรียนต้องวิเคราะห์ว่าวิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่มีอยู่ วิธีการใดเป็นวิธีที่ใช้แก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว ง่ายต่อการอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ และเหมาะสมที่สุดกับ โจทย์ปัญหา

Growns. (1992 : 161-162) กล่าวว่า ความรู้ของครูไม่สามารถแยกออกจากเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้ องค์ประกอบของความรู้ของครูคณิตศาสตร์จึงประกอบด้วย ความรู้ของครูในบริบททั่วไปในชั้นเรียน ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ รวมถึงความรู้เรื่องสอนให้มีความเข้าใจในกระบวนการเบื้องต้น ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์สามารถตีความความรู้เรื่องสอนได้ และความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน เข้าใจความคิดของผู้เรียน และสามารถประเมินความคิดของผู้เรียนเพื่อทำการตัดสินใจด้านการจัดการเรียนรู้

Fennema. and Franke. (1992 : 162) กล่าวว่าความรู้ของครูที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบที่ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ และความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 แสดงรูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของครูสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของ Fennema. and Franke. (1992 : 162)

จากแผนภาพที่ 1 อธิบายได้ว่าองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ด้านความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความรู้ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนด ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอน ความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาวิชามีความสำคัญในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2. ด้านความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ เช่น ยุทธวิธีสำหรับการวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ การจัดการชั้นเรียน โดยทั่วไป เทคนิคการจัดการพฤติกรรม กระบวนการจัดการชั้นเรียน และเทคนิคการสร้างแรงจูงใจ

3. ด้านความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดและกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

Steele. (2006 : 38) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำแนกได้ 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้คณิตศาสตร์และความรู้ในกิจกรรมคณิตศาสตร์ มีองค์ประกอบย่อยได้แก่

1.1 ความรู้ในเนื้อหาหลัก ความรู้ที่ต้องใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จะต้องใช้ในการจัดการเรียนรู้ เช่น การหาพื้นที่ เส้นผ่านศูนย์กลาง ปริมาตร เป็นต้น

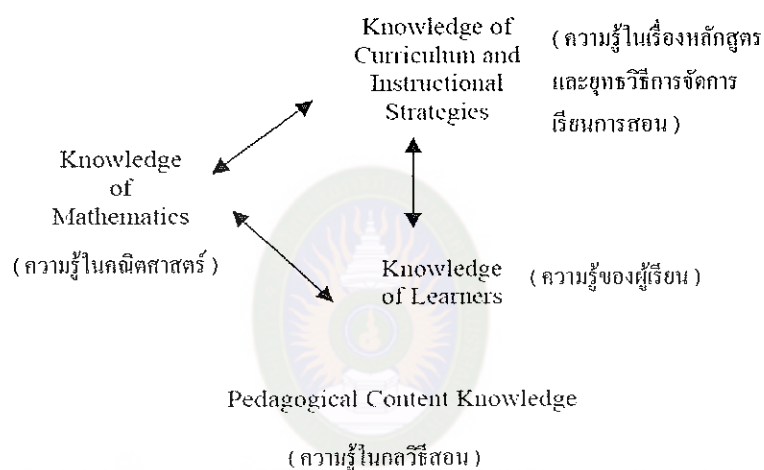
1.2 ความรู้ในเนื้อหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยความรู้เฉพาะที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการจัดการเรียนรู้ การให้งาน การยกตัวอย่าง การนำเสนอ และยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2. ความรู้คณิตศาสตร์สำหรับการเรียนของผู้เรียนประกอบด้วยความรู้ที่แสดงถึงความสัมพันธ์กับผู้เรียนเกี่ยวกับการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคิดในเนื้อหาคณิตศาสตร์ รวมถึงการคาดการณ์การแก้ปัญหาของผู้เรียน โดยการตรวจสอบและสอบถาม

ผู้เรียน การเลือกและการจัดลำดับการแก้ปัญหาของผู้เรียนการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการเชื่อมโยงต่อการแก้ปัญหาเพื่อเน้นความเข้าใจที่สำคัญ

3. ความรู้เกี่ยวกับการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้และสนับสนุนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับแง่มุมของการจัดการเรียนรู้ที่เป็นระบบและมีโครงสร้างของการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้

Barker. (2007 : 20) กล่าวว่า กรอบความรู้ของครูเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โดยบูรณาการ โมเดลความรู้ของครูดังแผนภาพที่ 2

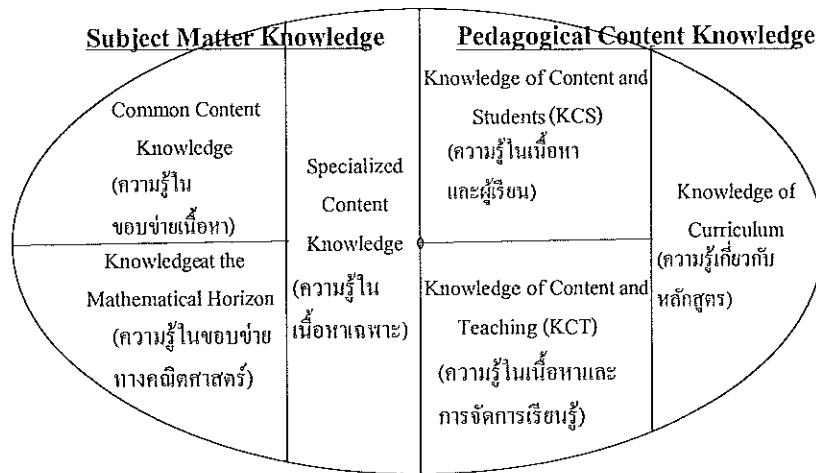


แผนภาพที่ 2 รูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของครู มุมมองเกี่ยวกับ Pedagogical Content Knowledge (Barker. 2007 : 20)

จากแผนภาพที่ 2 สามารถอธิบายถึงองค์ประกอบของความรู้ครูคณิตศาสตร์มี ดังนี้

1. ความรู้ในคณิตศาสตร์
2. ความรู้ในเรื่องหลักสูตรและยุทธวิธีการจัดการเรียนการสอน
3. ความรู้ของผู้เรียน

Ball, Thames. and Phelps. (2008 : 400-403) ได้ให้กรอบแนวคิดความรู้ของครู ในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังแผนภาพที่ 3



แผนภาพที่ 3 กรอบแนวคิดความรู้ของครูในการจัดการเรียนการจัดการ

เรียนรู้คณิตศาสตร์ของ Ball, Thames.and Phelps.(2008 : 403)

จากแผนภาพที่ 3 อธิบายได้ว่าความรู้ของครูประกอบด้วย 2 ส่วนที่มีความสำคัญ คือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา และความรู้ในกลวิธีสอน มีรายละเอียด ดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1.1 ความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการสอน ตัวอย่างเช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สิ่งที่ต้องตระหนักเกี่ยวกับความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา ก็คือ การตอบผิดหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมีแนวโน้มว่าผู้เรียนจะตอบผิดมากขึ้นหากผู้เรียนได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย

1.2 ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.3 ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ เป็นความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นสำหรับครูใช้ในการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้เฉพาะที่ใช้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น การอธิบายว่าทำไมเราจึงกลับเศษและส่วนเมื่อเราหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักวิจัยให้เหตุผลว่า ความรู้ประเภทนี้ เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู

2. ความรู้ในกลวิธีสอน (Pedagogical Content Knowledge) ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบดังนี้

2.1 ความรู้ในเนื้อหาและผู้เรียน เป็นการรวมความรู้ที่เกี่ยวกับผู้เรียนและ

ความรู้ที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ สิ่งแรกที่จะอธิบายถึงความรู้ประเภทนี้คือการทำงานร่วมกันของผู้เรียนในห้องเรียน

2.2 ความรู้ในเนื้อหาและการจัดการเรียนรู้ เป็นการรวบรวมความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ องค์ความรู้ประเภทนี้จะทำให้เรารู้ว่าแต่ละเรื่องจะจัดลำดับไว้ที่ใดเพื่อให้เห็นน้ำหนักและความสำคัญของแต่ละเรื่องที่แตกต่างกันเป็นด้านที่แสดงให้เห็นบางส่วนของบทบาทที่ครูได้ให้ความช่วยเหลือผู้เรียนในระหว่างการอภิปรายในชั้นเรียน กิจกรรมอาจหยุดชั่วคราว เพื่อเปิดโอกาสให้ครูอธิบายเพิ่มเติม ซึ่งครูจะทราบว่าในช่วงกิจกรรมการเรียนรู้ใดจะแทรกการอธิบายเพิ่มเติมในช่วงใด ควรตั้งคำถามหรือให้งานเมื่อไร ซึ่งครูจะต้องเข้าใจเกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วย ดังนั้นความรู้ของครูในด้านเนื้อหาและการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในด้านนี้มีความจำเป็นต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2.3 ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร

Wendy. (2010 : 19) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ครูในกลวิธีสอนประกอบด้วยความรู้ของการจัดการเรียนรู้ และความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน รายละเอียดมีดังนี้

1. ความรู้ของการจัดการเรียนรู้ แบ่งออกเป็น 5 องค์ประกอบย่อย ดังนี้

1.1 ความเข้าใจ (Understanding) เป็นความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ในการพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ การวางแผนการจัดการเรียนรู้และดำเนินการจัดการเรียนรู้

1.2 การแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่ส่งผลถึงความเข้าใจและความสามารถในการแก้ปัญหารวมเข้ากับวิธีการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียน

1.3 การอำนวยความสะดวก (Facilitation) เป็นความรู้สำหรับการอำนวยความสะดวกในการเรียนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความสามารถในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้โดยครูอาจจะใช้สื่อการเรียนรู้ช่วยในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.4 การแนะแนวทางผู้เรียนในการเรียนการจัดการเรียนรู้ (Learner Guided Instruction) เป็นความรู้ในการแนะแนวทางผู้เรียนในการเรียนการจัดการเรียนรู้ไม่เพียงแค่มโนทัศน์และการคิดของผู้เรียน แต่รวมถึงความสามารถในการลำดับการเรียนการจัดการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์

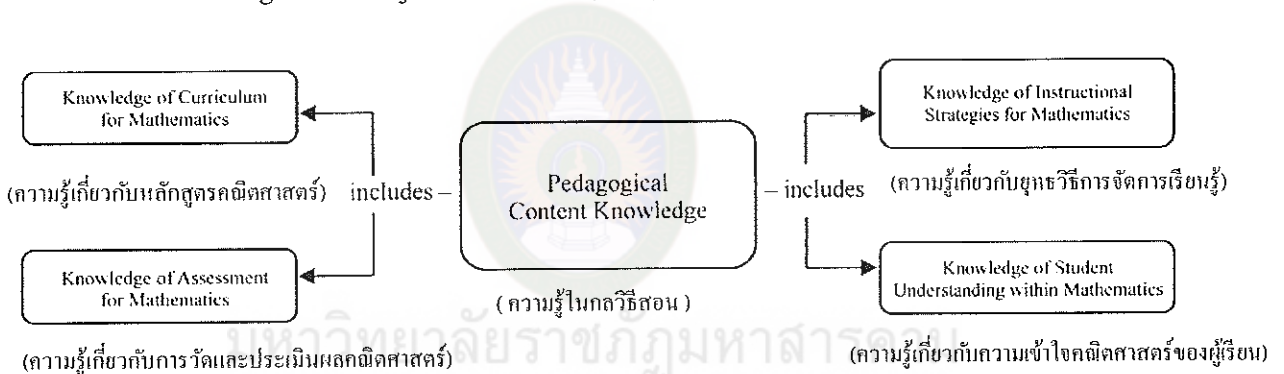
1.5 การแสดง (Representations) เป็นความรู้ในการแสดงถึงความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์รวมเข้ากับการเรียนการจัดการเรียนรู้

2. ความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 2 องค์ประกอบย่อย ดังนี้

2.1 ความเข้าใจ (Understanding) เป็นความรู้เกี่ยวกับการเข้าใจของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงความตระหนักของมโนทัศน์ว่าผู้เรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือความรู้เกี่ยวกับผู้เรียนว่าผู้เรียนเชื่อมโยงกับการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างไร

2.2 การแสดง (Representations) เป็นความรู้เกี่ยวกับการแสดงถึงความสัมพันธ์กับการคิดของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงการแสดงความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความหลากหลายของการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

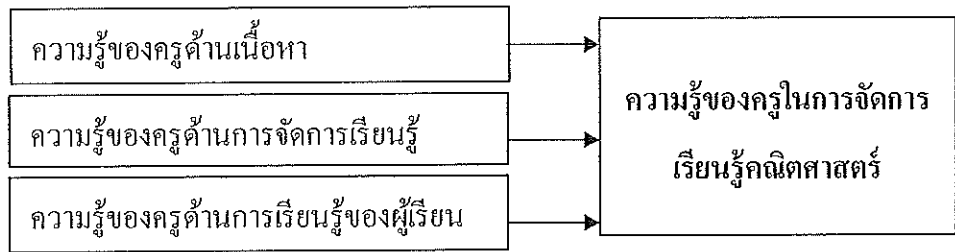
Taylor. (2011 : 9) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ในกลวิธีสอน โดยปรับจากแนวคิดของ Magnusson Krajcik and Borko. (1910) ดังภาพที่ 4



แผนภาพที่ 4 แสดงองค์ประกอบของความรู้ในกลวิธีสอนของ Taylor. (2011 : 9)

จากแผนภาพที่ 4 อธิบายได้ว่าองค์ประกอบของความรู้ในด้านกลวิธีสอนของ Taylor. นั้น มีองค์ประกอบ 4 องค์ประกอบ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีการจัดการเรียนรู้ ความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้เกี่ยวกับการวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า แนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มี 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ของครูด้านเนื้อหา ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังแผนภาพที่ 5



แผนภาพที่ 5 องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากรูปแบบและองค์ประกอบความรู้ของครู ของนักการศึกษาที่นำเสนอข้างต้นสรุปได้ว่า

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของครูในการเชื่อมโยงความรู้ทางเนื้อหาคณิตศาสตร์และทักษะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตลอดจนการใช้หลักสูตรการเรียนการสอน และความเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน วิธีเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพื่อให้ครูสามารถจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตรงตามหลักสูตรอย่างมีประสิทธิภาพ สรุปได้เป็นองค์ประกอบหลัก 3 ด้าน คือ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้และความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของครูด้านเนื้อหา

ความรู้ของครูด้านเนื้อหาเป็นองค์ประกอบหลัก ที่สำคัญมากในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูจะต้องมีความเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นๆ เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ของครูด้านเนื้อหาที่ถูกต้องในความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์ และ ลักษณะของความรู้ในเนื้อหา ขอนำเสนอรายละเอียดแต่ละประเด็น ดังนี้

1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 3-4) กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ได้ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดสำคัญ สาระ และ โครงสร้างของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้ต่อไปนี้

1.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Concept) ทฤษฎี (Theory) กฎหรือหลัก (Principle) ทางคณิตศาสตร์

1.2 ความรู้เกี่ยวกับเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอน วิธีการ (Algorithm) ทางคณิตศาสตร์

1.3 ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงของแนวคิดต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

2. ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและวิธีการ (Procedural Knowledge) ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีคำนวณ และขั้นตอนการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้เกี่ยวกับวิธีการระบุปัญหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณตามกฎและเงื่อนไขของกฎและความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากแนวคิดการจัดการเรียนรู้โดยเน้นขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้สอนเริ่มต้นจากการจัดการเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการให้ผู้เรียนก่อนที่จะได้สอนให้ผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์ของเนื้อหา นั้น อาจมีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระยะยาว เนื่องจากผู้เรียนจะไม่ได้พัฒนาความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะ แต่จะจดจำขั้นตอนหรือวิธีการไปใช้ โดยไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ไม่เป็นระเบียบแบบแผน (Informal Knowledge) ที่ตนมี กับคณิตศาสตร์ที่เป็นระเบียบแบบแผน (Formal Knowledge) ที่ตนถูกสอนในระบบโรงเรียน คณิตศาสตร์ในความคิดของผู้เรียนจึงลดความสำคัญลงเป็นเพียงการดำเนินการ โดยใช้สัญลักษณ์ นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านจึงได้ส่งเสริมการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อลดการจัดการเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการโดยตรง โดยพยายามให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดในการพัฒนามโนทัศน์ก่อน และสร้างขั้นตอนหรือวิธีการขึ้นจากมโนทัศน์เหล่านั้นด้วยตนเองในภายหลัง อันจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น (Kamii, Lewis, and Livingston, 1993 : 45) ลองพิจารณาความแตกต่างของการทำงาน 2 วิธี ต่อไปนี้ วิธีแรก โดยการใช้ความเข้าใจเรื่องค่าประจำหลักซึ่งเป็นการเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ในการหาผลบวกของจำนวน 2 จำนวน เช่น $36 + 88$ การหาผลลัพธ์ใช้การรวมกันของ 30 และ 80 ได้ 110 จากนั้นรวม 6 และ 8 ได้ 14 ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 124 วิธีนี้จะเป็นการบวกจากซ้ายไปขวา โดยใช้ความรู้เรื่อง ค่าประจำหลัก วิธีที่สอง โดยใช้ขั้นตอนการตั้งบวก ซึ่งเป็นการบวกจากขวาไปซ้าย การบวกทั้งสองวิธีแสดงได้ดังนี้

วิธีที่ 1 โดยใช้ค่าประจำหลัก	วิธีที่ 2 โดยใช้ขั้นตอนการบวก
บวก 36 และ 88 ดังนี้	36
เนื่องจาก $30 + 80 = 110$	+ 88
และ $6 + 8 = 14$	124
จะได้ $110 + 14 = 124$	
ดังนั้น $36 + 88 = 124$	

นักการศึกษาบางท่านให้ความเห็นว่า การบวกวิธีที่ 2 ที่ใช้ขั้นตอนหรือวิธีการบวกนั้น ควรใช้กับผู้เรียนที่เข้าใจดีว่า 3 ใน 36 มีค่าเท่ากับ 30 และ 8 ตัวแรก ใน 88 มีค่าเท่ากับ 80 สำหรับในเด็ก ควรใช้ค่าประจำหลักในการบวก เพื่อทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น อย่างไรก็ตาม การบวกโดยใช้ขั้นตอนมีที่มาจากการใช้ค่าประจำหลัก เพราะ $6 + 8 = 14$ จำนวน 1 ที่ทดคือ 10 และ $3 + 8$ คือ $30 + 80$ ซึ่งได้ 110 และรวมกับ 10 เป็น 120 อย่างไรก็ตาม นักการศึกษา คณิตศาสตร์หลายท่านเห็นว่า ผู้สอนควรใช้การบวกโดยใช้ค่าประจำหลักตามวิธีแรก ไปสัก ระยะเวลาหนึ่ง เพื่อเป็นการพัฒนามโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับผู้เรียน เมื่อผู้เรียนเข้าใจดีแล้ว จึงค่อย พัฒนาเป็นขั้นตอนหรือวิธีการตามวิธีที่ 2

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 6 – 8) กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยทั้งสองประเภทต่างก็มีบทบาทที่สำคัญต่อการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อีกทั้งมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ครูควรให้ผู้เรียนได้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆ กับทักษะทางวิธีการที่สัมพันธ์กันเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เกิดความรู้ความชำนาญในวิธีการ สามารถสร้างการเชื่อมโยงความรู้กับวิธีการจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างกว้างขวาง และจากการศึกษางานวิจัยพบว่า มีงานวิจัยจำนวนมากที่รายงานว่า ทักษะที่ผู้เรียน ได้เรียนรู้เกี่ยวกับการคิดคำนวณตามขั้นตอนการคำนวณอย่างไม่มี ความหมาย ก็มีความเป็นไปได้สูงมากที่จะทำให้ผู้เรียนคิดคำนวณที่ต้องการหาเพียงผลลัพธ์ในการคำนวณ แทนที่จะเป็นการคิดอย่างมีความหมาย ผลการวิจัยเหล่านี้ชี้ให้เห็นคร่าวๆ ว่า ทักษะที่ได้สอนวิธีการบางอย่างให้แก่ผู้เรียน หรือให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ก่อนที่จะเกิดความเข้าใจในขั้นตอนหรือหลักการเหล่านั้นแล้ว ผู้เรียนจะไม่พยายามคิดค้นหาความหมายในสิ่งที่เรียน ผู้เรียนมักจะยึดติดกับขั้นตอนเหล่านั้น ส่งผลทำให้การที่จะได้มาซึ่งความเข้าใจในภายหลังนั้นเกิดขึ้นได้ยาก ดังนั้นวิธีการทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญในการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีแนวทางคือ ทักษะทาง

วิธีการเกิดจากการกระทำต่างๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งบ่อยครั้งมักจะเกี่ยวข้องกับกฎวิธี ลำดับขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ ในทางกลับกันมโนทัศน์มักได้มาจากการสร้างเครือข่ายเชื่อมโยงประสานความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ ที่ไม่ปะติดปะต่อ ให้ประมวลเข้าไว้ด้วยกัน การคิดคำนวณจัดว่าเป็นทักษะทางวิธีการ เนื่องจากขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณสามารถกระทำได้โดยการปฏิบัติตามลำดับขั้นตอน ซึ่งวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวอาจได้มาจากการท่องจำหรือความเข้าใจ เช่น การคำนวณหาผลลัพธ์ $15+29$ บางคนอาจคำนวณโดยการตั้งบวกธรรมดาตามขั้นตอนวิธีการบวก บางคนอาจคิดในใจโดยรวม 15 กับ 30 เข้าด้วยกันเป็น 45 ก่อนแล้วจึงหัก 1 ออก จะได้คำตอบ 44 เช่นกัน จะเห็นได้ว่าวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวนี้เป็นทักษะทางวิธีการ ซึ่งแนวคิดวิธีหลังนี้ผู้เรียนสามารถคิดในใจอย่างมีความหมาย ในส่วนมโนทัศน์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างกระตือรือร้น (Active Thinking) เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และสร้างความเชื่อมโยงไปพร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้มีความสอดคล้องกัน ในขณะที่ทักษะทางวิธีการสามารถเกิดขึ้นได้ง่ายกว่าและเป็นไปอย่างไม่ลำบากมากนัก กล่าวคือ เมื่อผู้เรียนได้เห็นวิธีการหนึ่งที่ทำให้เห็นเป็นตัวอย่างหนึ่งแล้วผู้เรียนก็เพียงแต่เลียนแบบเทคนิควิธีเหล่านั้น ผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียนโดยวิธีท่องจำและเลียนแบบเช่นนี้ ครูอาจสังเกตเห็นได้จากพฤติกรรมที่ผู้เรียนใช้ในลักษณะที่เป็นกฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีต่าง ๆ ในขั้นตอนการคำนวณ ผู้เรียนกลุ่มนี้อาจมีความสามารถใช้ทักษะทางวิธีการที่เหมาะสมจากการจดจำเพียงอย่างเดียว แต่ไม่สามารถระลึกถึงข้อมูลที่จำเป็นบางอย่างที่นอกเหนือไปจากนั้นได้ ทั้งอาจไม่สามารถพลิกแพลงในการแก้ปัญหาที่แปลกออกไป เนื่องจากขาดการเชื่อมโยงและการสร้างเครือข่ายระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์และทักษะทางวิธีการ ซึ่งอาจมีผลทำให้การคิดคำนวณผิดพลาดได้ ทั้งนี้เพราะผู้เรียนที่มีทักษะทางวิธีการเพียงด้านเดียว จะมีข้อจำกัดในการตรวจสอบ แก้ไขข้อผิดพลาดและแก้คำตอบที่ไม่สมเหตุสมผลพร้อม ๆ กันกับการสร้างมโนทัศน์ที่จะต้องให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนด้วย

Piaget. (1971 : 37-39) กล่าวว่า แนวคิดและความสำคัญเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ การจัดการเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวไม่ได้ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดย Piaget. (1971) ได้ใช้ความรู้ 3 ประเภทตามแหล่งการเกิดความรู้ในการอธิบายแนวคิด ดังนี้

1. ความรู้ทางกายภาพ (Physical Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับสิ่งของรูปธรรมที่ปรากฏอยู่รอบตัว เช่น ความรู้เกี่ยวกับสีและรูปร่างของสิ่งของ

2. ความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม (Social - conventional Knowledge) เป็นความรู้ที่เกิดจากการอยู่ร่วมกันของมนุษย์ในสังคม เช่น ความรู้เกี่ยวกับภาษา หรือความรู้ที่ต้องใช้มือขวาในการจับมือกับผู้อื่น

3. ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ (Logico - mathematical Knowledge) เป็นความรู้ที่ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างสิ่งต่าง ๆ เช่น ความรู้ที่ว่าเพราะเหตุใดจำนวนสองจำนวนบวกกันจึงเกิดเป็นจำนวนที่สาม

โดย Piaget. (1971) ได้อธิบายด้วยการยกตัวอย่างว่า การที่ผู้สอนพยายามให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเป็นความพยายามให้ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ แต่กระบวนการจัดการเรียนรู้ไม่ได้ทำให้เกิดความรู้ดังกล่าวเนื่องจากผู้สอนมุ่งสอนให้ผู้เรียนจดจำและทำตามขั้นตอนที่คนในสังคมปฏิบัติต่อ ๆ กันมา ความรู้ที่เกิดขึ้นจึงเป็นเพียงความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม ซึ่งผู้เรียนจะทราบเพียงว่าคำตอบคืออะไร แต่จะไม่ทราบเหตุผลของการได้มาซึ่งผลลัพธ์และความหมายของสิ่งที่ได้ หรือบางครั้งการจดจำขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือจดจำมาอย่างผิด ๆ อาจทำให้นำความรู้ไปใช้ไม่ถูกต้อง เช่น การทำเศษส่วนที่กำหนดให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ หากผู้เรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์ของการทำเศษส่วนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำว่าเป็นการหาเศษส่วนใหม่ที่มีค่าเท่ากับเศษส่วนเดิม โดยการทำให้ทั้งตัวเศษและตัวส่วนลดลง แต่จดจำขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาอย่างผิด ๆ ว่าการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำเป็นการหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนเดียวกัน โดยการ “ตัดเลข” อาจดำเนินการผิด ๆ ดังกรณีต่อไปนี้

$$\text{กรณีที่ 1} \quad \frac{19}{95} = \frac{1}{5}$$

$$\text{กรณีที่ 2} \quad \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

$$\text{กรณีที่ 3} \quad \frac{17}{76} = \frac{1}{6}$$

กรณีแรก ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” โดยตัด 9 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน กรณีที่ 2 ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” โดยตัด 6 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน ซึ่งในทั้งสองกรณีเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้อง แต่ได้ผลลัพธ์ถูกต้อง สำหรับในกรณีที่ 3 ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” เช่นเดิม โดยตัด 7 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน แต่ครั้งนี้ไม่ถูกต้องทั้งในวิธีการและผลลัพธ์ ทั้งสามกรณีแสดงให้เห็นถึงผลเสียของการจดจำวิธีการโดยปราศจากความเข้าใจ ทำให้มีการนำไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง และหากวิธีการผิดแต่ได้คำตอบถูกต้องด้วยแล้ว ยังเป็นสิ่งที่อันตรายกว่าการได้คำตอบผิดแต่

วิธีการถูกต้อง เพราะการได้คำตอบถูกต้องแต่วิธีการผิดนั้น ผู้เรียนจะไม่ทบทวนวิธีการของตน เนื่องจากบรรลุเป้าหมายของการทำงานแล้ว จึงไม่มีโอกาสทราบว่าตนทำผิดในขั้นตอนใดและผิดอย่างไร แต่จะเข้าใจว่าสิ่งที่ทำนั้นถูกต้องแล้ว และจะจดจำเพื่อนำไปใช้ต่อไป ในทางตรงกันข้าม การได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้องนั้น ผู้เรียนมักจะทบทวนหรือตรวจสอบว่าตนทำผิดขั้นตอนใดและผิดอย่างไร จึงไม่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง และจะนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อไป

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทได้แก่ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่มีความสำคัญต่อการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์จะมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิด กระตุ้นให้มองเห็นวิธีการที่ถูกต้อง ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นความรู้ที่กว้างขวางมีคุณค่าอยู่รอบตัวเรา อยู่ในชีวิตประจำวัน และสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตได้

2. ลักษณะของความรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษา หน่วยงาน ได้กล่าวถึงลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) กล่าวว่าความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่ผู้เรียนจำเป็นต้องใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ใน 2 ประเด็นดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

2. ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของผู้เรียน เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความรู้ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานด้วยตนเอง เช่น ผู้เรียนรู้จักอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

Carpenter. et.al. (1989 : 386) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความรู้ในมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีทาง

คณิตศาสตร์ การรู้ถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน วิธีนำเสนอเพื่อไม่ให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และวิธีนำเสนอเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน และความรู้ในวิธีสอนที่เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของผู้เรียน

Fennema. and Franke. (1992 : 162) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) เป็นความรู้ที่ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนด ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอนความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาวิชาที่มีความสำคัญในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

Borkow. and Putnam. (1995 : 137) กล่าวว่า ความรู้ที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้สำหรับครู คือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) การจัดการเรียนรู้ที่มีคุณภาพขึ้นอยู่กับพัฒนาแนวคิดและความเข้าใจของครูที่มีต่อเนื้อหาวิชา ซึ่งรวมทั้งการรู้ข้อเท็จจริง แนวคิดและกระบวนการของแต่ละศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ (National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : 189) โดยคณะกรรมการการผลิตครูวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Committee on Science and Mathematics Teacher Preparation) กล่าวว่า ความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหา คณิตศาสตร์ เป็นความรู้ของครูประจำการคณิตศาสตร์ที่มีการผสมผสานกันระหว่างความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์และความรู้ทางการจัดการเรียนรู้เข้าไว้ด้วยกันและสามารถใช้ความรู้นี้ในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับความคิด

Ball, Thames. and Phelps. (2008 : 400-403) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหา คณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของความรู้ของครู ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา (Common Content Knowledge : CCK) คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการจัดการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือการเรียงลำดับของจำนวนในแบบรูป สิ่งที่ต้องตระหนักเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ร่วมกับเนื้อหา ก็คือ การตอบผิดหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมีแนวโน้มว่าผู้เรียนจะตอบผิดมากขึ้นหากผู้เรียนได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย
2. ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical

Horizon) เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหา คณิตศาสตร์

3. ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge : SCK) เป็น ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นสำหรับครูใช้ในการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้ เฉพาะที่ใช้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น การอธิบายว่าทำไมเราจึงกลับเศษและส่วน เมื่อเราหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถ ในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักวิจัยให้เหตุผลว่า ความรู้ประเภทนี้ เป็น สิ่งจำเป็นสำหรับครู

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็น ความรู้ใน ขอบข่ายเนื้อหา ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความรู้ในความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนประกอบด้วย ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ ผู้เรียน ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2547 : 5) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่า เป็นตัวอย่างหรือไม่ เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นซ้ำเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

Good. (1959 : 118) กล่าวว่า ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้อง กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวนรวมไปถึงการให้ เหตุผลอย่างมีระบบ หรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการ ได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Bell. (1981 : 124) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างคณิตศาสตร์มี 3 แบบ ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธ์ เป็นการจัดประเภทจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น การทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ตัวเลขแต่ละตัวหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200 ตัวเลข 7 หมายถึง 70 และ 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง $200 + 70 + 5$
3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น

Cooney, Davis. and Henderson. (1975 : 85) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของผู้เรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยผู้เรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ ผู้เรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Eggen. and Kauchak. (1996 : 71) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90° มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

Toumasis. (1995 : 98) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยผู้เรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

Schwarz. and Hershkowitz. (1999 : 363) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจในความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการจัดเรียนรู้คณิตศาสตร์ การมองเห็นความสัมพันธ์และโครงสร้าง ทำให้สามารถสรุปความ

เข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยามหรือความหมาย และสามารถจัดประเภทของสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

3.2 การเรียนรู้ใหม่โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงการเรียนรู้โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ปราณี รามสูต (2528 : 138) กล่าวถึง การเรียนรู้โน้ตทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์และกระบวนการเรียนรู้โน้ตทัศน์นั้น เกิดขึ้นเมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้ (Perception) เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บเป็นความจำ (Memory) เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้าความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้น ก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการประสมประสาน (Integration) กันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้าต่างๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไร (Discrimination) และการสรุปรวบยอด (Generation) ลักษณะของสิ่งเร้าที่ว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2553 : 130) กล่าวว่า ลำดับขั้นของการเรียนรู้โน้ตทัศน์ มีดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ได้เห็น ได้ยิน และได้สัมผัส มาก่อน
2. จากประสบการณ์เดิม ผู้เรียนจะนำความรู้ที่นำมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ
3. ผู้เรียนจะเริ่มพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้น
4. ตั้งสมมติฐานว่าความคิดรวบยอดนั้นคืออะไร
5. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น
6. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน หากปรากฏว่าถูกต้องก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้ ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกต และคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูก ก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้

Ausubel. (1968 : 517) กล่าวว่า กระบวนการเรียนรู้โน้ตทัศน์หรือความคิดรวบยอดอาจจะแบ่งออกได้เป็น 2 อย่าง ได้แก่ Concept Formation และ Concept Assimilation โดยให้ความหมายของการเรียนรู้ทั้งสองประเภท ดังนี้

1. Concept Formation หมายถึง การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจากประสบการณ์ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบหรือใช้วิธีอุปนัย (Inductive Process) ตัวอย่าง เช่น เด็กที่เรียนรู้ความคิดรวบยอดของเครื่องใช้ประจำวัน เช่น หมวก รองเท้า โดยการมีประสบการณ์ว่าถ้าจะออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะ สวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น เด็กรับรู้รูปร่างหมวก และคำว่า หมวก แทนสิ่งที่ตนรับรู้และมีมโนภาพ

2. Concept Assimilation เป็นการเรียนรู้ความคิดรวบยอดแบบนิรนัย (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของความคิดรวบยอด พร้อมกับตัวอย่างของความคิดรวบยอดและคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของความคิดรวบยอดนั้น เด็กโตและผู้ใหญ่ใช้กระบวนการ Concept Assimilation

สรุปได้ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ของคนเราเริ่มจากประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ ได้เห็น ได้ยิน และได้สัมผัสมาก่อน จากประสบการณ์เดิม ผู้เรียนจะนำความรู้ที่นำมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้า ดังนั้นบุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกันย่อมจะมีมโนทัศน์ของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน

ดังนั้น ความรู้ของครูด้านเนื้อหา (Subject Matter Knowledge) ในการวิจัยครั้งนี้ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับ มโนทัศน์ ขั้นตอนวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดและเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันของเรื่องความน่าจะเป็น ประกอบด้วยองค์ประกอบรอง 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ และความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา

ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับ ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมาย รวมถึงความเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆทางคณิตศาสตร์ เข้าด้วยกันเพื่อใช้ในการอธิบาย ให้ความหมายในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เข้าใจมโนทัศน์ ทฤษฎีต่างๆ ในเรื่อง ความน่าจะเป็นและเรื่องที่เกี่ยวข้อง

ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับ ทักษะการคำนวณ ขั้นตอนหรือกระบวนการต่างๆที่ใช้ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสำคัญของกฎและวิธีการต่างๆเพื่อให้สามารถจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด ในเรื่อง ความน่าจะเป็น

ความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา (Common Content Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่เกิดจากมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่กำหนดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ความรู้ที่เกี่ยวข้องกัน และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ

ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้

ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ มีความสำคัญยิ่งในการจัดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพและทำให้ผู้เรียนบรรลุตามเป้าหมายของหลักสูตร ขอนำเสนอรายละเอียดแต่ละประเด็น ดังนี้

1. ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้และแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายทฤษฎีที่สำคัญ ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของ Bruner ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ Dienes. และทฤษฎี Constructivist รายละเอียดมีดังนี้ (อัมพร ม้าคอง. 2546 : 1 – 7 และ สุรางค์ โคว์ตระกูล. 2553 : 47-59, 210-213)

1.1.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget

Piaget. (1971) เป็นนักจิตวิทยาชาวสวิสเซอร์แลนด์ที่มีบทบาทในวิชาชีพต่าง ๆ มาก ในช่วงปี ค.ศ.1930-1980 Piaget. (1971) เชื่อว่าพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์พัฒนาขึ้นเป็นลำดับ 4 ขั้น โดยแต่ละขั้นแตกต่างกันในกลุ่มคน และอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละขั้นจะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ลำดับขั้นทั้งสี่ของ Piaget. คือ ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory-motor Stage) ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (Preoperational Stage) ขั้นปฏิบัติการคิดที่เป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage) และขั้นปฏิบัติการคิดที่เป็นนามธรรม (Formal Operational Stage) พัฒนาการของมนุษย์จะเป็นไปตามลำดับขั้นและต่อเนื่องกัน ทฤษฎีนี้มีประโยชน์ต่อการศึกษา เนื่องจากขั้นทั้งสี่กล่าวถึงข้อเท็จจริงว่า วิธีคิด ภาษา ปฏิกิริยา และพฤติกรรมของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ ดังนั้น การจัดการศึกษาให้เด็กจึงต้องมีรูปแบบที่แตกต่างจากผู้ใหญ่ และสิ่งที่มีความหมายมากที่นักศึกษาได้รับจากงานของ Piaget. (1971) คือแนวคิดที่ว่าเด็กที่มี

อายุน้อย ๆ จะเรียนได้ดีที่สุด จากกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรม (Ginsburg. and Opper. 1969) หากแนวคิดนี้ถูกนำไปใช้ในห้องเรียน ผู้สอนจะต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และแนะนำผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรง ตามทฤษฎีของ Piaget. (1971) เมื่อเด็กโตขึ้นและเข้าสู่ลำดับขั้นที่สูงกว่า เด็กจะต้องการการเรียนรู้จากกิจกรรมลดลง เนื่องจากพัฒนาการของสติปัญญาที่ซับซ้อนและทันสมัยขึ้น แต่ไม่ได้หมายความว่า เด็กจะไม่ต้องการทำกิจกรรมเลย การเรียนรู้โดยการทำกิจกรรมยังคงอยู่ในทุกลำดับขั้นของพัฒนาการ นอกจากนี้ Piaget. (1971) ยังเน้นว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญาทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พุด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น Piaget. (1971) เรียกกระบวนการนี้ว่าการกระจายความคิด (Decentration) ซึ่งเป็นความสามารถของเด็กที่จะต้องได้รับการพัฒนาให้ขึ้นไปตามลำดับขั้น เพื่อพิจารณาสิ่งต่างๆ จากมุมมองของผู้อื่น ซึ่งประเด็นนี้ การศึกษาจะเข้ามามีบทบาทสำคัญในการจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถนี้

สรุปได้ว่า ทฤษฎีพัฒนาการตามลำดับขั้นทั้งสี่ของ Piaget. (1971) คือ ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ ขั้นปฏิบัติการคิดที่เป็นรูปธรรม และขั้นปฏิบัติการคิดที่เป็นนามธรรม พบอีกว่าวิธีคิด ภาษา ปฏิกริยา และพฤติกรรมของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่ในเชิงปริมาณและคุณภาพ ความสามารถของเด็กจะต้องได้รับการพัฒนาให้ขึ้นไปตามลำดับขั้นและต่อเนื่องกัน การนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรพิจารณาความรู้พื้นฐาน ที่ผู้เรียนมี ให้โอกาสผู้เรียนในการใช้ความรู้เดิม แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง และการเตรียมการสอนเนื้อหาใหม่ ควรพิจารณาความรู้เดิมที่ผู้เรียนมี การเพิ่มหรือลดเนื้อหาควรทำเพื่อจะเป็นประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียน

1.1.2 ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของ Bruner(1966)

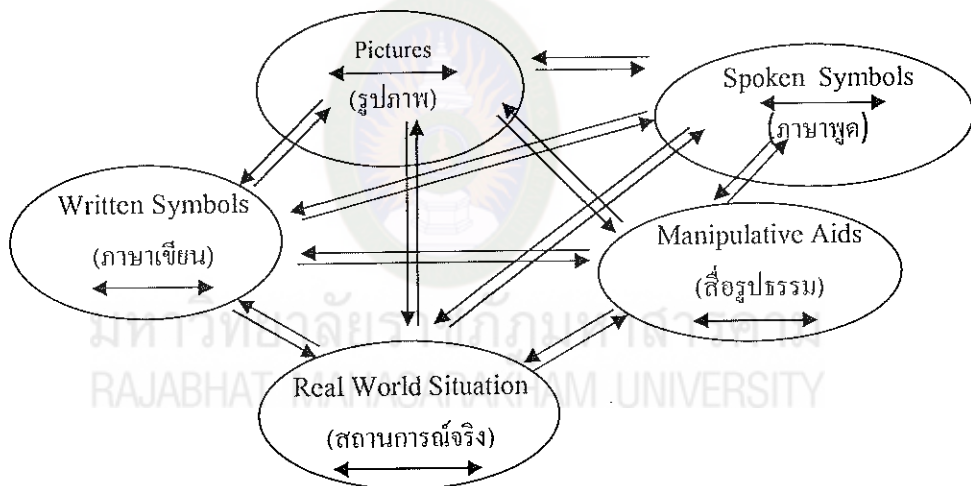
Bruner.(1966) เป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ได้ใช้หลักพัฒนาการทางเขาวนปัญญา มาสร้างทฤษฎีการเรียนรู้ โดยให้ชื่อว่า “Discovery Approach” หรือ การเรียนรู้โดยการค้นพบ Bruner.(1966) เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียน ได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ซึ่งนำไปสู่การค้นพบ การแก้ปัญหา ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bruner.(1966) นี้ เกี่ยวข้องโดยตรงกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยกล่าวถึงการเรียนการสอนที่ดี ว่าจะต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ คือ โครงสร้าง (Structure) ของเนื้อหาสาระ ความพร้อม (Readiness) ที่จะเรียนรู้ การหยั่งรู้ (Intuition) โดยการคะเนจากประสบการณ์อย่างมี

หลักเกณฑ์และแรงจูงใจ (Motivation) ที่จะเรียนเนื้อหาใด ๆ Bruner. (1966) ให้ความสำคัญกับสมดุลระหว่างผลลัพธ์กับกระบวนการเรียนการสอน (Process and Product Approach) นอกจากนี้ยังให้แนวคิดที่ มนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ 3 ระดับ ดังนี้

1. ระดับที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) เช่น ผู้เรียนรวมของ 4 ชิ้น กับของ 5 ชิ้น เพื่อเป็นของ 9 ชิ้น ซึ่งเป็นการสัมผัสกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete Objects or Manipulatives)
2. ระดับของการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic Stage) เช่น การใช้รูปภาพ ไดอะแกรม พัล์ม ที่เป็นสื่อสายตา (Visual Medium) ตัวอย่างการเรียนรู้นี้ เช่น ผู้เรียนดูภาพรถ 4 คัน ในภาพแรก ดูภาพรถ 5 คัน ในภาพที่สอง และดูภาพรถ 9 คัน ในภาพที่สามซึ่งเป็นภาพรวมของรถในภาพที่หนึ่งและภาพที่สอง รถ 9 คัน ในที่นี้เกิดจากการที่ผู้สอนวางแผนให้ผู้เรียนเรียนรู้ มิใช่เกิดจากตัวผู้เรียนเอง
3. ระดับของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เช่น การเขียน $5+4=9$ เป็นสัญลักษณ์แทนภาพในระดับที่ 2 สรุปได้ว่า แนวคิดทฤษฎีของ Bruner. (1966) เกี่ยวข้อง โดยตรงกับการจัดการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ โดยให้ความสำคัญกับสมดุลระหว่างผลลัพธ์กับกระบวนการเรียนการสอน (Process and Product Approach) Bruner. (1966) ยังให้แนวคิดที่ มนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ 3 ระดับ คือ 1) ขั้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) 2) ขั้นการเรียนรู้จากความคิด (Iconic Stage) และ 3) ขั้นการเรียนรู้สัญลักษณ์และนามธรรม (Symbolic Stage) และการเรียนรู้ที่ดีจะต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 8 ประการ คือ 1) กิจกรรมที่ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง 2) วิเคราะห์และจัดโครงสร้างเนื้อหาการเรียนรู้เหมาะสมก่อนการสอน 3) การจัดหลักสูตรแบบเกลียว (Spiral Curriculum) 4) ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างอิสระ 5) สร้างแรงจูงใจภายในแก่ผู้เรียน 6) จัดกระบวนการเรียนรู้เหมาะสมกับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน 7) สอนความคิดรวบยอดให้แก่ผู้เรียน และ 8) จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี

แนวคิดของ Bruner. (1966) ปรากฏอยู่ในผลงานของ Lesh. (1979) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในนามของ โมเดลของ Lesh. (Lesh's Model.) ซึ่ง Lesh. (1979) ใช้แนวคิดข้างต้นของ Bruner.(1966) ในการสร้างโมเดลที่แสดงว่าผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์

ได้ในหลาย ๆ รูปแบบ เช่น จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) สามารถแสดงความรู้ในรูปของรูปภาพ (Pictures) ภาษาเขียน (Written Symbols) ภาษาพูด (Spoken Symbols) และสถานการณ์จริง (Real World Situation) ได้ โมเดลนี้ทำให้เกิดการพัฒนาในด้านอื่น ๆ ที่ผู้สอนควรคำนึงถึง เช่น การให้ผู้เรียน ได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การได้พูดและเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีแสดงความคิดที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน ตามโมเดลที่ Lesh. (1979) ได้เสนอนั้น ผู้สอนสามารถประเมินความเข้าใจของผู้เรียน ได้จากการดูว่า ผู้เรียนสามารถเปลี่ยนความเข้าใจจากรูปแบบหนึ่งไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่งได้หรือไม่ เช่น ถ้าผู้เรียนสามารถเขียนสิ่งที่ตนอธิบายให้เพื่อนฟังเป็นภาษาเขียนได้ แสดงว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่พูด เนื่องจากสามารถเปลี่ยน จากภาษาพูดเป็นภาษาเขียนได้ ดังโมเดลการแปลงของ Lesh. (1979) มีรายละเอียดแสดงในแผนภาพที่ 6



แผนภาพที่ 6 โมเดลของ Lesh. (Lesh's Model, 1979 อ้างถึงใน Post, 1992)

1.1.3. ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ Dienes (1971)

แนวคิดของ Dienes. (1971) ส่วนมากเกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งมีบางส่วนที่คล้ายคลึงกับของ Piaget. (1971) เช่น การให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ Dienes. (1971) ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อ ดังนี้

1. กฎของภาวะพลวัต (The Dynamic Principle) กฎนี้กล่าวไว้ว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้นเป็นพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ขั้น คือ

ขั้นที่หนึ่ง เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใด ๆ เช่น การที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นนั้น

ขั้นที่สอง เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึง (Isomorphic) กับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียนรู้

ขั้นที่สาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ขั้นตอนที่สาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน เป็นกระบวนการที่ Dienes (1971) เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ (Learning Cycle) ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กจะต้องประสบในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

2. กฎความหลากหลายของการรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อผู้เรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลาย ๆ รูปแบบ ผ่านบริบททางกายภาพ นั่นคือการจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้น จะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) ของผู้เรียน ได้เป็นอย่างดี

3. กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The Mathematical Variability Principle) กฎข้อนี้กล่าวว่า การอ้างอิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Generalization of Mathematical Concept) หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้น ถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นเปลี่ยนแปลงไปอย่างเป็นระบบ ในขณะที่คงไว้ซึ่งตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ เช่น การสอนมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวแปร ที่ควรเปลี่ยนแปลง คือ ขนาดของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรคงไว้ คือ ลักษณะสำคัญของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องมีสี่ด้าน และด้านตรงข้ามขนานกัน

4. กฎการสร้าง (The Constructivity Principle) กฎข้อนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ที่ผู้เรียนควรได้พัฒนามโนทัศน์จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคง และจากพื้นฐานที่มั่นคงเหล่านี้ จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป Dienes, and Golding. (1971) ให้ความเห็นว่า การสร้างความรู้ควรมาก่อนการวิเคราะห์เสมอ เพราะเป็นไปไม่ได้ที่มนุษย์จะวิเคราะห์ในสิ่งที่ตนยังไม่รู้

ทฤษฎีนี้เสนอแนะให้ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้น และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

1.1.4 ทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivist Theory)

ทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivist Theory) มีหลักการที่สำคัญว่าในการเรียนรู้ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้กระทำและสร้างความรู้ โดยมีความเชื่อพื้นฐานมาจาก 2 แหล่ง คือ จากทฤษฎีพัฒนาการของ Piaget และ ทฤษฎีพัฒนาการของ Vygotsky (สุรางค์ โคว์วระกุล, 2553 : 210-213) ทฤษฎี Constructivism จึงแบ่งออกเป็น 2 ทฤษฎี คือ

1. Cognitive Constructivism มีรากฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการของ Piaget ทฤษฎีนี้ถือว่าผู้เรียนเป็นผู้กระทำ (active) และเป็นผู้สร้างความรู้ขึ้นในใจ ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมมีบทบาทก่อให้เกิดความไม่สมดุลทางพุทธิปัญญา เป็นเหตุให้ผู้เรียนปรับความเข้าใจเดิมที่มีอยู่ให้เข้ากับข้อมูลข่าวสารใหม่ จนเกิดความสมดุลทางพุทธิปัญญา หรือเกิดความรู้ใหม่ขึ้น

2. Social Constructivism มีรากฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการของ Vygotsky ทฤษฎีนี้ถือว่าผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่นในขณะที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมหรืองานในสถานะสังคม (Social Context) ซึ่งเป็นตัวแปรที่สำคัญและขาดไม่ได้ ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมทำให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยการเปลี่ยนแปลงความเข้าใจเดิมให้ถูกต้องหรือซับซ้อนกว้างขึ้น

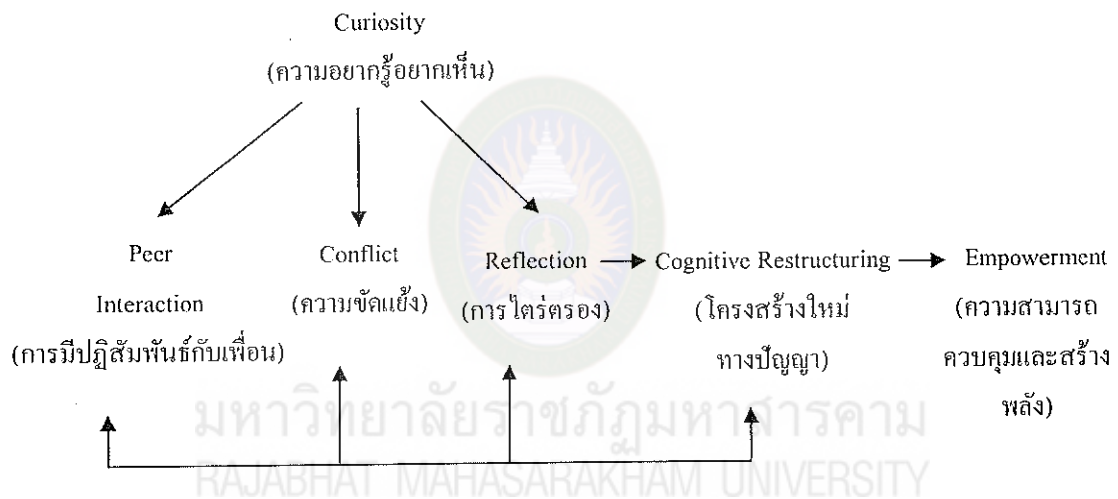
ทฤษฎี Constructivism นี้มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนรู้อย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากสอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ทฤษฎีนี้เน้นว่าความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้น โดยผู้เรียน ผู้เรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้าง ความรู้ใหม่ การเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียนจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก ผู้เรียนแต่ละคนจะสร้างความรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน แนวการสอนตามทฤษฎีนี้จึงเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือ ให้ผู้เรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่น ผู้สอนมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทายและช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้เอง กรอบแนวคิดของทฤษฎี Constructivism ที่สำคัญ ที่นำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ สรุปได้ดังนี้

1. ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง
2. ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นพื้นฐานของการสร้างความรู้ใหม่

3. ปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น ครูและเพื่อนมีส่วนช่วยในการสร้างความรู้

ครูมีบทบาทในการจัดบริบทความรู้ ตั้งคำถามท้าทายความสามารถ กระตุ้น สนับสนุน และให้ความช่วยเหลือการสร้างความรู้ ผู้เรียนเป็นผู้กระตือรือร้นในการเรียน นอกจากนี้ทฤษฎีนี้ยังได้กล่าวถึงสมมติฐานเกี่ยวกับการสร้างความรู้ของผู้เรียน ดังนี้

1. มนุษย์สร้างความรู้ผ่านกิจกรรมการไตร่ตรอง การสื่อสาร และการอภิปราย ซึ่งทำให้พวกเขาสร้างประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ดังที่ Underhill. (1991 : 229-248) ใช้โมเดลการเพิ่มพลังการเรียนรู้ของผู้เรียน (Model of Learner's Empowerment) ดังแสดงในแผนภาพที่ 7



แผนภาพที่ 7 โมเดลการสร้างพลังการเรียนรู้ของผู้เรียน Underhill. (1991 : 229-248)

จากแผนภาพที่ 7 อธิบายได้ว่า ความอยากรู้อยากเห็น (Curiosity) และความขัดแย้ง (Conflict) เป็นกลไกสำคัญในการกระตุ้นให้ผู้เรียนเรียน การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน (Peer Interaction) ก่อให้เกิดความขัดแย้งทางความคิด (Cognitive Conflict) ความขัดแย้งทางปัญญา นำมาซึ่งการไตร่ตรอง (Reflection) การไตร่ตรองกระตุ้นให้เกิดการจัดโครงสร้างใหม่ทางปัญญา (Cognitive Restructuring) ซึ่งเกิดเป็นวงจร โดยประสบการณ์ของผู้เรียนมีผลต่อการเกิดของวงจร และวงจรนี้เองที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและสร้างพลัง (Empowerment) การเรียนรู้ให้กับตนเอง

2. การสร้างความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนต่างกัน และต่างจากที่ผู้สอนคาดหวัง ผู้สอนต้องยอมรับและจัดการที่จะสนับสนุนสิ่งที่ผู้เรียนคิด

3. องค์ประกอบสำคัญในการสอน มีดังนี้

- 3.1 การรวบรวมสิ่งที่ผู้เรียนสร้างขึ้นให้เป็นไปในแนวทางที่ถูกต้อง
- 3.2 การสร้างแรงจูงใจภายในเป็นปัจจัยสำคัญในการสร้างความรู้
- 3.3 การวิเคราะห์ความคิดผู้เรียนในกระบวนการเรียนการสอน

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการคิด และกระบวนการทางสังคม แล้วสามารถนำองค์ความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ ให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตนเองให้เกิดทักษะในการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง มีการเสริมแรงจูงใจ ให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นอยากจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ร่วมกันให้มาก โดยคำนึงว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีโอกาสเรียนรู้ด้วยตนเองตามขั้นตอน ที่เริ่มตั้งแต่มีการศึกษา สืบถาม สังเกต บันทึกข้อมูล รวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล หาความสัมพันธ์หรือแบบรูปจากข้อมูล หาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ รวมถึงการตรวจสอบด้วยการพิสูจน์หรือให้เหตุผล ซึ่งขณะที่นักเรียนกำลังดำเนินการเรียนรู้จะมีการเชื่อมโยงข้อมูลหรือเชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่เดิม กับข้อมูลใหม่อย่างมีความหมายและเป็นองค์รวม

1.2 หลักการจัดการเรียนรู้

ครูจำเป็นต้องทราบหลักการสอนและนำไปใช้ในการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีความรู้ มีนักการศึกษา กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ยูพิน พิพิธกุล จรรยา ภูอุดม และ อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม

(2554 :1-35 – 1-36) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ให้บรรลุมาตรฐานของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ยึดหลักการสอนทั่วไปและหลักการเฉพาะที่สำคัญ ดังนี้

1. สอนโดยให้นักเรียนคิดเองและค้นพบด้วยตนเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้แนะ ไม่ใช่บอกให้รู้
2. สอนโดยยึดโครงสร้าง มีระบบระเบียบแต่ควรจะใช้วิธีสอนหลายๆ อย่าง มีการยืดหยุ่นให้เหมาะสมตามเนื้อหา
3. ไม่มุ่งสอนแต่เนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างเดียว ควรจะสอดแทรกความรู้ด้านสิ่งแวดล้อม
4. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก

5. เปลี่ยนจากรูปธรรมเป็นนามธรรมในเรื่องที่สามารถใช้สื่อรูปธรรมประกอบได้
 6. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อผู้สอนจะทบทวนเรื่องใดก็ควรทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่
 7. เปลี่ยนวิธีการสอน ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ผู้สอนควรจะสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ อาจมีกลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูนปริศนา ต้องรู้จักสอดแทรกสิ่งละอันพันละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ
 8. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงบันดาลใจที่จะเรียนด้วยเหตุนี้ การสอนจึงมีการนำเข้าสู่บทเรียนก่อน
 9. สอนผ่านประสาทสัมผัส ผู้สอนอย่าพูดเฉย ๆ โดยไม่ให้เห็นตัวอักษร ไม่เขียนกระดานดำ เพราะการพูดลอย ๆ ไม่เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจะเขียนกระดานดำ สรุปรตามขั้นตอน จะให้นักเรียนจดตรงไหนก็ควรบอก นอกจากนั้นผู้สอนต้องกวาดสายตาให้ทั่วทั้งชั้น เพื่อดูว่านักเรียนคนใดไม่สนใจ
 10. ควรจะคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม
 11. เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรสอนไปพร้อม ๆ กัน
 12. ให้นักเรียนมองเห็นโครงสร้างไม่ใช่แต่เนื้อหา
 13. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป ถ้าให้โจทย์เกินหลักสูตร นักเรียนอ่อนจะท้อถอย ถ้านักเรียนเก่งควรเสริมเป็นรายรายไป
 14. สอนให้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จนนักเรียนเห็นรูปแบบ จะช่วยให้นักเรียนสรุปได้อย่ารีบบอกเกินไป
 15. ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำให้
 16. ผู้สอนควรมีอารมณ์แจ่ม เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหนัก ครูไม่ควรจะเคร่งเครียด
 17. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ
 18. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อจะนำสิ่งแปลกและใหม่มาถ่ายทอดให้นักเรียนและผู้สอนควรจะเป็นผู้มีศรัทธาในอาชีพของตนเอง
- สิริพร ทิพย์คง (2545 : 110-111) เสนอหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้
1. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม

2. สอนจากสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่อยู่ไกลตัว
3. สอนจากเรื่องที่ยากก่อนสอนเรื่องที่ยาก
4. สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน
5. สอนให้คิดตามลำดับขั้นอย่างมีเหตุผล
6. สอนด้วยอารมณ์ขัน
7. สอนด้วยหลักจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจให้นักเรียน
8. สอนโดยนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น

Reys. et. al. (2003 : 22-26) ได้เสนอหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นหลักการที่ดี ดังนี้

หลักการที่ 1 การให้นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นการมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นจะช่วยให้ นักเรียน ได้เรียนรู้ทั้งในด้านกว้างและด้านลึก สามารถมองเห็นความสมเหตุสมผลของสิ่งที่กำลังศึกษา ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ ในที่สุด การมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น อาจทำได้ด้วยการจัดกิจกรรมที่มีการลงมือปฏิบัติ แต่จะต้องเป็นการปฏิบัติที่มีการใช้ความคิดเข้ามาเกี่ยวข้องใน การลงมือทำด้วย ซึ่งสามารถกระทำได้ในหลายรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นการมีปฏิสัมพันธ์กับครูหรือเพื่อนร่วมชั้นเรียน การมีประสบการณ์ตรงจากการใช้สื่อปฏิบัติหรือการใช้อุปกรณ์การเรียนรู้ เช่น หนังสือเรียนหรือเทคโนโลยี ในการสอนประจำของครู สิ่งหนึ่งที่ท้าทายความสามารถของครู คือ การจัดเตรียมประสบการณ์ที่กระตุ้นและส่งเสริมนักเรียนให้มีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นนั่นเอง

หลักการที่ 2 การเรียนรู้คือการพัฒนา

การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผลนั้น ไม่ได้เกิดขึ้นได้เอง นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดี เมื่อเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนนั้นมีความเหมาะสมกับพัฒนาการของนักเรียนในรูปแบบที่ทำให้มีความสุขสนุกสนานและน่าสนใจ กลุ่มที่มีพรสวรรค์เกี่ยวกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนที่มีส่วนใกล้เคียงกับการที่จะรับรู้หรือค้นพบความรู้ที่ครูสอนให้ ได้เสนอแนะว่านักเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมากในการพัฒนาและความพร้อมที่จะเรียนรู้ ดังนั้นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 บางคนอาจสามารถเข้าใจการบวก และมีความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงพื้นฐานต่าง ๆ ก่อนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 บางคน ในทำนองเดียวกัน นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นบางคน อาจจะพบความยากลำบากในการนึกสร้างภาพวัตถุในใจ นักเรียนเหล่านั้นอาจต้องการที่จะจับต้องและ

มองเห็นวัตถุนั้นจริง ๆ ก่อนที่จะสามารถสร้างความหมายจากสิ่งเหล่านั้น ในขณะที่เพื่อนร่วมชั้นอีกหลาย ๆ คนสามารถนึกสร้างภาพวัตถุนั้นใจได้โดยง่าย

ครูมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการตัดสินใจเกี่ยวกับระดับพัฒนาการของนักเรียน ตลอดจนการตัดสินใจเกี่ยวกับส่วนที่ใกล้เคียงกับการที่จะรับรู้หรือค้นพบตามที่ครูสอนให้ การตัดสินใจดังกล่าวจะส่งผลในการสร้างสภาพสิ่งแวดล้อมของห้องเรียน ให้มีความเหมาะสมกับการที่จะกระทำการสำรวจทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับระดับของพัฒนาการของนักเรียน นอกจากนี้ครูยังจะต้องเป็นผู้ให้คำแนะนำที่จำเป็นและช่วยให้ให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ รู้จักสร้างการเชื่อมโยง ตลอดจนการพูดคุยเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ดีอีกด้วย

หลักการที่ 3 การเรียนรู้เกิดจากความรู้ที่มีมาก่อนแล้ว

ครูจะต้องจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ มีความเหมาะสม และสามารถทำให้นักเรียนเข้าใจได้ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นทั้งความรู้ที่เป็นมโนทัศน์และความรู้ที่เป็นวิธีการ ซึ่งความท้าทายที่เกิดขึ้นสำหรับนักเรียนนั้น ไม่ใช่เพียงแต่การพัฒนาความรู้ทั้งสองอย่างดังกล่าว แต่หากเป็นการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทั้งสองอย่างนั้นด้วย ซึ่งความรู้ที่มีอยู่เดิมมีความสำคัญต่อกระบวนการการเรียนรู้คณิตศาสตร์มาก เช่น การพยายามประมาณระยะทางเป็นกิโลเมตรคงไร้ประโยชน์ หากนักเรียนไม่มีความรู้เดิมว่ากิโลเมตรคืออะไร

ตามหลักการเรียนรู้แบบบันไดเวียน (Spiral Approach) จะทำให้นักเรียนมีโอกาสมากมายที่จะพัฒนา และขยายมโนทัศน์ให้กว้างหรือลึกขึ้นไปเรื่อย ๆ ตามช่วงเวลาที่เหมาะสม โดยที่การเรียนรู้แบบนี้จะมีการรวบรวมความรู้และการสร้างการเรียนรู้ใหม่จากการเรียนรู้เดิม อันเป็นผลช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยการเพิ่มระดับของความยุ่งยากและซับซ้อนในสิ่งที่เรียนขึ้นไปได้เรื่อย ๆ เช่น ในเรื่องการวัดมุม ซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนชั้นประถมศึกษาที่มีความคุ้นเคยและรู้จักมาแล้วในระดับหนึ่ง และเมื่อสอนเนื้อหาที่เกี่ยวกับ “มุม” ในระดับที่สูงขึ้น เนื้อหาที่มีความละเอียดและซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนก็สามารถนำมโนทัศน์เกี่ยวกับการวัดมุมที่มีอยู่เดิม มาเป็นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาที่ซับซ้อน

หลักการที่ 4 การสื่อสารมีส่วนสำคัญในการสร้างความเข้าใจ

การสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูล ข้อเท็จจริงต่างๆ โดยการปฏิบัติสามารถนำไปสู่โอกาสที่หลากหลายในการคิด การพูดและการฟัง ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการพูด การอธิบายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การคาดการณ์และการอภิปราย การแสดงความคิดของนักเรียน โดยใช้วาจาหรือการเขียน เป็นการกระตุ้นให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง การสื่อสาร

โดยการปฏิบัติเช่นนี้ล้วนเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูจะต้องจัดให้มีและครูจะต้องระมัดระวังเกี่ยวกับความเคร่งครัดในการใช้ภาษาคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องก่อนวัยอันสมควร นักเรียนในทุก ระดับชั้นควรรู้จักสื่อสารด้วยการพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ก่อนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วย สัญลักษณ์หรือการเขียน

สำหรับกระบวนการเรียนรู้ นั้น การติดต่อสื่อสารระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และระหว่างครูกับนักเรียนล้วนมีความสำคัญทั้งสิ้น การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนด้วยกันเอง ทำให้เกิดโอกาสมากมายในการอธิบาย การพิสูจน์ข้อเท็จจริง และการแลกเปลี่ยนวิธีการคิด ซึ่งบ่อยครั้งที่ครูได้มองข้ามการสนทนาพูดคุยทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ในช่วงเวลาเรียนคณิตศาสตร์ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนได้สื่อสารกันเองมากขึ้นไม่ว่าด้วยการพูดคุย การเขียนและการมีส่วนร่วม ในกิจกรรมของชั้นเรียน

หลักการที่ 5 คำถามที่ดีช่วยส่งเสริมการเรียนรู้

ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ครู นักเรียนและเพื่อนนักเรียนด้วยกัน ควรมีโอกาสที่จะถามคำถามซึ่งกันและกัน คำถามเป็นส่วนประกอบที่สำคัญมากในกระบวนการเรียนรู้ครูจะต้องรู้ว่าเมื่อไรควรถามคำถาม และคำถามอะไรที่ควรถาม ครูยังจะรู้ดีกว่า เมื่อไรจึงจะตอบคำถาม และเมื่อไรจึงจะถามคำถามได้อีก ซึ่งคำถามครั้งหลังนี้อาจเป็นคำถามเพื่อช่วยให้สามารถตอบคำถามก่อนหน้านี้ได้

ในการใช้คำถามของครู บางคำถามอาจเป็นคำถามที่ไม่ดีหรือถามขึ้น เพราะความเข้าใจผิด บางคำถามอาจเหมาะสมกับบางเวลา ซึ่งในหลายครั้งหลายคราที่คำถามมีคำตอบเฉพาะ มีความเหมาะสม เช่น สามคุณสมบัติได้เท่าไร แต่ในบางคำถามที่เป็นคำถามปลายเปิดอาจมีความหมายและมีความเหมาะสมมากกว่า เช่น จะทำอย่างไรให้สามารถใส่ลูกปิงปอง เข้าไปในกล่องตามขนาดที่กำหนดให้ได้มากที่สุด ซึ่งการตั้งคำถามที่ดีนั้นสามารถกระตุ้นการคิดและการเรียนรู้ของนักเรียนได้ดี ซึ่งคำถามที่ดีมีหลายรูปแบบ โดยทั่วไปควรเป็นคำถามที่มีศักยภาพในการส่งเสริมการคิดการวิพากษ์วิจารณ์ การสร้างความสัมพันธ์และสนับสนุนการเชื่อมโยงอย่างมีความหมาย

หลักการที่ 6 สื่อปฏิบัติช่วยในการเรียนรู้

สื่อปฏิบัติมีบทบาทสำคัญในการสอนนักเรียนให้เรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะ ในระดับประถมศึกษา เนื่องจากโดยธรรมชาติแล้วคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม สื่อปฏิบัติที่เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้

มโนทัศน์ต่าง ๆ มีความเป็นรูปธรรมสำหรับนักเรียนมากขึ้น ทั้งนี้การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้ดีก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถเข้าใจในความสัมพันธ์พื้นฐานต่าง ๆ ซึ่งเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เหล่านั้น ภายใต้อุปสรรคที่มีความหมาย เช่น ในการพัฒนามโนทัศน์เกี่ยวกับวงกลม ครูอาจใช้งานใบหนึ่งแสดงถึงมโนทัศน์นี้ได้ โดยงานใบนี้ยังสามารถใช้ยกเป็นตัวอย่างเพื่ออธิบาย มโนทัศน์อื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง เช่น พื้นที่ อาณาบริเวณ เส้นรอบรูป แลเส้นผ่านศูนย์กลาง ซึ่งนักเรียนยังไม่ทราบว่ามีสมบัติใดบ้างที่บ่งบอกลักษณะของวงกลม ในระหว่างที่มโนทัศน์กำลังจะเกิดขึ้น การเลือกอุปกรณ์ที่ใช้แสดงถึงวงกลม จำเป็นจะต้องเป็นสื่อที่แสดงถึงลักษณะของวงกลมได้อย่างชัดเจน ควรหลีกเลี่ยงการใช้อุปกรณ์ที่มีลักษณะอื่นแฝงอยู่จนอาจทำให้นักเรียนเกิดความสับสน เช่น งานที่เลือกมาจะต้องไม่มีลวดลาย หรือถ้ามีลวดลายก็จะต้องไม่เป็นลวดลายที่ดึงดูดความสนใจนักเรียนจนเกินไป ขอบของงานจะต้องไม่บิ่นหรือมีรอยแตกร้าว เนื่องจากอาจทำให้มโนทัศน์ของนักเรียนเกี่ยวกับวงกลมคลาดเคลื่อนไป

การใช้อุปกรณ์หรือสื่อปฏิบัติหลาย ๆ อย่างเพื่อนำเสนอมโนทัศน์หนึ่งถือว่าการแสดงอย่างเป็นรูปธรรมที่มีความหลากหลาย ซึ่งจะช่วยให้ลักษณะหรือคุณลักษณะร่วมของมโนทัศน์นั้น ๆ ปรากฏชัดเจนขึ้นสำหรับนักเรียน เช่น การใช้งานกลม เหยียดรูปวงกลม แหวนเกลี้ยง เป็นสื่อรูปธรรมแสดงถึงมโนทัศน์ของวงกลม เป็นต้น

หลักการที่ 7 อภิปัญญา (Metacognition) มีผลต่อการเรียนรู้

อภิปัญญาเป็นการคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง โดยคิดทบทวนหรือคิดไตร่ตรอง เพื่อวิเคราะห์ดูว่าความคิดนั้นถูกต้องหรือยังมีข้อบกพร่องตรงจุดใด นักเรียนที่หมั่นคิดทบทวนความคิดนั้นถูกต้องหรือยังมีข้อบกพร่องตรงจุดใด นักเรียนที่หมั่นคิดทบทวนความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองเสมอจะเป็นผู้ที่เสาะแสวงหาความเข้าใจ และอยากเห็นความสมเหตุสมผลของคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียนรู้ โดยนักเรียนจะต้องรู้จักตระหนักถึงจุดแข็ง จุดอ่อน และลักษณะพฤติกรรมทั่วไปของตนเอง ตลอดจนองค์ประกอบทั้งหมดของกระบวนการ รวมถึงยุทธศาสตร์หรือยุทธวิธีที่ตนใช้ในการเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย บ่อยครั้งที่อภิปัญญาหรือการคิดทบทวนความคิดของตนเองของนักเรียนช่วยให้นักเรียนสามารถควบคุมและปรับปรุงแก้ไขพฤติกรรมของตนเองได้ เช่น ถ้าสมมติรู้ว่าเรอมักจะทำผิดบ่อยครั้งในการคำนวณ โดยใช้เครื่องคิดเลข โดยอาจกดปุ่มให้ช้าลงและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากเครื่องคิดเลข การพัฒนาทางอภิปัญญาของนักเรียนจำเป็นต้องอาศัยการสังเกตและทบทวนความคิดของตนเอง เช่น นักเรียนคิดว่ารู้อะไร

แล้ว นักเรียนคิดจะทำอะไรต่อ ตลอดจนการคิดในสิ่งที่เรียนรู้ เช่น นักเรียนคิดว่านักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไร หรือคิดว่าวิธีแก้ปัญหาที่ตนคิดไว้นั้นมีข้อดีหรือข้อเสียอย่างไร

หลักการที่ 8 เจตคติของครูมีความสำคัญยิ่ง

เจตคติที่ดีของครูที่มีต่อการเรียนการสอน มักส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย ทั้งนี้เพราะการสอนของครูมีความสำคัญต่อนักเรียนทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ เกิดแรงจูงใจให้อยากเรียน พบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ครูที่สนุกกับการสอนคณิตศาสตร์ โดยให้ความสนใจต่อการมีส่วนร่วมและความกระตือรือร้นของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากจะมีส่วนโน้มน้าวให้นักเรียนชอบคณิตศาสตร์แล้ว ยังสามารถโน้มน้าวให้นักเรียนสนใจและฝังใจในสิ่งที่เรียนรู้ด้วย เช่น ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ถ้าครูให้ความสำคัญกับทักษะในการคำนวณ นักเรียนก็จะมองเห็นว่าการคิดคำนวณเป็นสิ่งสำคัญมาก แต่ถ้าครูให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาที่สร้างสรรค์หรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ก็จะส่งผลให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการคิดที่หลากหลาย ยิ่งไปกว่านั้นถ้าครูแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่าการแก้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีการวิพากษ์วิจารณ์ความคิดเห็น เป็นการแก้ปัญหาที่มีคุณค่าควรแก่การยกย่องแล้ว นักเรียนก็จะคิดว่าการวิพากษ์วิจารณ์แนวคิดเพื่อการแก้ปัญหานั้นสำคัญ การแสดงว่าอะไรเป็นสิ่งสำคัญและมีคุณค่าในแต่ละชั้นเรียนคณิตศาสตร์นั้น มีอิทธิพลอย่างมากไม่เพียงแต่กับสิ่งที่ได้เรียนรู้และวิธีการเรียนรู้ แต่ยังมีอิทธิพลต่อเจตคติของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์อีกด้วย

หลักการที่ 9 ประสบการณ์มีอิทธิพลต่อความวิตกกังวล

ความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ เป็นความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์อย่างมาก อาการเบื้องต้นของความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ เช่น การขาดความมั่นใจ ไม่ชอบคิดคำนวณ มีแรงจูงใจต่ำ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนต่ำ ความรู้สึกในทางลบทั้งหลายอาจมาจากความรู้สึกไม่ปลอดภัย กลัวความล้มเหลว กลัวการถูกลงโทษ กลัวความอับอาย หรือกลัวถูกตราหน้า นักเรียนบางคนที่มีความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ อาจดูได้จากการที่เป็นคนมีเจตคติในทางลบต่อคณิตศาสตร์หรือมีปฏิกิริยาโต้ตอบที่แสดงถึงความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์ มีงานวิจัยหลายงานแสดงว่านักเรียนในระดับประถมศึกษาส่วนใหญ่ มีความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์ แต่ความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์มีแนวโน้มที่จะเพิ่มสูงขึ้นเมื่อนักเรียนเลื่อนชั้นไปเรียนในระดับมัธยมศึกษา นักเรียนที่มีความวิตกกังวลใน

คณิตศาสตร์มีแนวโน้มที่จะเลือกเรียนคณิตศาสตร์น้อยลงในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งได้ส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถไปเรียนในหลายวิชาชีพที่กำลังได้รับความสนใจในปัจจุบัน

วิธีการที่ครูจะช่วยให้นักเรียนขจัดหรือลดปัญหาความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ควรเน้นย้ำถึงความหมายและความเข้าใจมากกว่าการจดจำอย่างไม่เข้าใจ การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะต้องมีลักษณะของความสมเหตุสมผล นักเรียนที่พยายามจำจดเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน โดยปราศจากความเข้าใจนั้น มีความเป็นไปได้ที่จะทำให้เกิดความวิตกกังวล ในคณิตศาสตร์
2. ควรแสดงหรือสาธิตยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแทนการสอนที่มุ่งใช้กลวิธีเพื่อให้ได้คำตอบหรือผลลัพธ์แต่อย่างเดียว การส่งเสริมให้นักเรียนให้เสนอคำแนะนำที่หลากหลาย ตลอดจนการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดลองตามความคิดแล้วดูว่าเกิดอะไรขึ้น จะช่วยให้นักเรียนตระหนักว่า ความผิดพลาดในยุทธศาสตร์หรือขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นเป็นเรื่องธรรมดา ครูควรเตือนให้นักเรียนระลึกว่าการทำตามกระบวนการของการแก้ปัญหานั้นจำเป็นต้องใช้เวลานั้น สำคัญมากกว่าผลลัพธ์หรือคำตอบ การให้ความสำคัญกับกระบวนการมากกว่าคำตอบ จะช่วยลดความวิตกกังวลของนักเรียนอันเนื่องมาจากการได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องได้
3. ควรจัดเตรียมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและท้าทาย และควรเป็นสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จและควรเป็นสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จ ซึ่งผลจากประสบการณ์ที่ได้ประสบความสำเร็จทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น
4. ควรทำให้นักเรียนทุกคนได้รู้สึกซาบซึ้งในคุณค่า ประโยชน์ และความสำเร็จ ของคณิตศาสตร์ ครูต้องชี้ให้นักเรียนเห็นว่าทุกคนมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และควรหลีกเลี่ยงการแสดงความคาดหวังในการเรียนคณิตศาสตร์ ว่าขึ้นอยู่กับเชื้อชาติ ศาสนา เพศ หรือพื้นฐานทางครอบครัวของนักเรียน
5. ควรแสดงหรือเป็นผู้นำให้นักเรียนเห็นถึงความสนุกสนานในการเรียนรู้คณิตศาสตร์
6. ควรรักษาและแสดงออกถึงเจตคติในทางบวกของครูที่มีต่อคณิตศาสตร์และที่มีต่อนักเรียน
7. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้บอกครูเกี่ยวกับความรู้สึกที่มีต่อคณิตศาสตร์ ว่าอะไรคือสิ่งที่นักเรียนชอบ ทำไมนักเรียนจึงชอบสิ่งเหล่านั้น การสะท้อน

ความคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง ซึ่งการวินิจฉัยเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเล่ามา สามารถช่วยให้ครูทราบถึงความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

8. ควรระมัดระวังในการเน้นย้ำเกี่ยวกับอัตราเร็วในการทำแบบทดสอบหรือแบบฝึกหัดในห้องเรียน ต้องไม่ทำงานมากเกินไป นักเรียนบางคนอาจชอบความท้าทายจากการแข่งขัน แต่บางคนอาจไม่รู้สึกรัดอกกับความกดดันในเรื่องเวลาการแข่งขันในเรื่องเวลา อาจนำนักเรียนไปสู่ความวิตกกังวลและความกลัวในคณิตศาสตร์ได้

9. ควรศึกษาและเรียนรู้การใช้เทคนิคในการวินิจฉัยในการชี้ตัวนักเรียนที่มีปัญหาหรือต้องการความช่วยเหลือจากครู ซึ่งจะสามารถทำให้ครูช่วยเหลือนักเรียนให้กลับมาเรียน ทันเพื่อน ๆ ได้ในเวลาอันสั้น

หลักการที่ 10 ความถนัดตามธรรมชาติของแต่ละเพศนั้นมีความเท่าเทียมกัน ความหลากหลายซับซ้อนของแรงผลักดันในสังคมที่ส่งผลให้เกิดความไม่เท่าเทียมกันทางเพศนั้น สัมพันธ์กับการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น พ่อแม่ของนักเรียนอาจแสดง ความคาดหวังในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่มีต่อลูกชายและลูกสาวแตกต่างกัน ครูอาจปฏิบัติต่อเด็กชายและเด็กหญิงในชั้นเรียนแตกต่างกัน เช่น ครูอาจเรียกถามคำถามนักเรียนชายบ่อยครั้งกว่านักเรียนหญิง ในการตอบคำถามได้ถูกต้องครูอาจชมนักเรียนหญิงน้อยกว่านักเรียนชาย และครูมีความใส่ใจในการให้กำลังใจนักเรียนหญิงที่ตอบคำถามไม่ถูกต้องน้อยกว่า นอกจากนี้ครูยังมีแนวโน้มที่จะมองว่าความผิดพลาดของนักเรียนชายว่าเกิดจากการขาดความสนใจ ในขณะที่ครูกลับมองว่าความผิดพลาดของนักเรียนหญิงเกิดขึ้นจากตัวนักเรียนเอง สิ่งเหล่านี้อาจทำให้นักเรียนหญิงคิดว่าตัวเองไม่มีความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ซึ่งอาจส่งผลต่อการเรียนรู้ได้

หลักการที่ 11 ความทรงจำสามารถทำให้ดีขึ้นได้

ความทรงจำเป็นลักษณะหนึ่งที่สำคัญของการเรียนรู้ เช่น ถ้านักเรียนสามารถบอกเวลาจากนาฬิกาในห้องเรียนได้แต่ไม่สามารถบอกเวลาจากนาฬิกาที่บ้านได้ สิ่งนี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีปัญหาทางด้านความทรงจำ ความทรงจำสะท้อนให้เห็นถึงความทนในการเก็บความรู้ไว้ การรักษาทักษะที่ได้รับการฝึกฝนหรือพฤติกรรมในการแก้ปัญหาที่มักใช้บ่อย ๆ ให้ได้นาน การลืมเป็นปัญหาในการเรียนทุกวิชา แต่เมื่อเรียนรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์มากขึ้น ความสำคัญของปัญหาการลืมนั้นก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วย การลืมเกิดขึ้นได้ในทุกช่วงเวลาหรืออาจเกิดในช่วงเวลาใดช่วงเวลานึง

การทำให้ความทรงจำดีขึ้น มีข้อเสนอแนะที่ได้จากงานวิจัยต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การเรียนรู้ที่มีความหมายเป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการที่จะช่วยคำนวณ ความทรงจำ ในทุกขั้นตอนของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ ทักษะ และการแก้ปัญหา จะมีการพัฒนาขึ้นอย่างมีความหมาย การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ จะส่งผลทำให้เกิดความทรงจำ ที่ยาวนานขึ้น

2. บริบทของมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ ส่งผลให้เกิดการเชื่อมโยงที่เป็นประโยชน์ ต่อความทรงจำระยะยาว เช่น การสำรวจศึกษาเกี่ยวกับเส้นรอบรูปหรือเส้นรอบวงของวงกลม อาจทำได้ด้วยการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบรูปของวงกลมหลาย ๆ วง การลงมือ ปฏิบัติที่ได้วัดเกี่ยวกับวงกลมได้บันทึกข้อมูลและสังเกตแบบรูปที่ได้ ทำให้เกิดความเชื่อมโยง ไปสู่การจดจำว่าอัตราส่วนของความยาวของเส้นรอบวงต่อความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนั้น คงที่

3. การสร้างความเชื่อมโยงช่วยให้เกิดความทรงจำระยะยาว การเชื่อมโยง ช่วยให้นักเรียนมองเห็นว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นสัมพันธ์กันและเกี่ยวข้องกับโลกแห่ง ความจริงอย่างไร หัวข้อต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไม่ควรนำไปสอนเดี่ยว ๆ เหมือนกับเป็นหัวข้อ ที่ไม่เกี่ยวข้องกัน ในทางตรงกันข้าม แต่ละหัวข้อคณิตศาสตร์ควรสอนเชื่อมโยงและบูรณาการ กับสาระในหัวข้ออื่น ๆ ตามที่ควรจะเป็น และสอนสาระที่พัฒนาควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา และการใช้ประโยชน์ต่าง ๆ ภายใต้อุปสรรคที่มีความหมาย

4. การทบทวนความคิดสำคัญ ๆ เป็นระยะ ๆ ช่วยตอกย้ำความรู้และสามารถ ส่งผลทำให้เกิดความทรงจำในความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างมาก ในเด็กทุกช่วงวัย การทบทวน นี้จะช่วยขัดเกลาและเสริมให้ความรู้ที่มีนั้นชัดเจนอยู่เสมอ และยังส่งผลต่อการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ในขั้นสูงต่อไป ตลอดจนส่งเสริมความ ทรงจำให้ดีขึ้น

1.3 แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2546 : 8 - 10) ได้กล่าวถึงแนวการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ไว้ว่า

1. จัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จาก การคิดและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่ผู้เรียนสงสัยเป็น ประเด็น ในการอภิปรายเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

2. จัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างคู่อันดับ ความสัมพันธ์

และฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ระหว่างกราฟของความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน และลิมิต ความสัมพันธ์ของรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ

3. จัดการเรียนรู้โดยค้ำนึ่งว่าจะให้นักเรียน เรียนอะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือ ต้องค้ำนึ่งทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน

4. จัดการเรียนรู้โดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้นหรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่สามารถหาสื่อมาอธิบายได้

5. จัดกิจกรรมโดยค้ำนึ่งถึงประสบการณ์ และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน

6. จัดการเรียนรู้โดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล ฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

7. จัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาสามารถให้เหตุผล เชื่อมโยง สื่อสาร และคิดสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็น และนำไปคิดต่อ

8. จัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

9. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับผู้เรียน

10. จัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. สังเกต และประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจของผู้เรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้คำถามสั้นๆ หรือการพูดคุยปกติ

วัชรวิ กาญจนเกียรติ (2554 : 16) กล่าวว่า แนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ ควรจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน 3 แนวทาง ดังนี้

1. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม (Concrete Learning Experience) หรือ การเรียนรู้ขั้น “ลงมือกระทำ” เป็นประสบการณ์ที่ผู้เรียนได้กระทำกับวัตถุสิ่งของต่างๆ ควบคู่ ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย

2. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม (Semi Concrete Learning Experience) หรือการเรียนรู้ขั้น “การเกิดภาพในใจ” เป็นการจัดประสบการณ์ที่ให้ผู้เรียนได้รับ

สิ่งเร้าทางสายตาควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย ผู้เรียน ไม่ต้องกระทำกับวัตถุแต่สังเกตหรือดูภาพของวัตถุ

3. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม (Abstract Learning Experience) หรือการเรียนรู้ขั้น“คิดนามธรรม” เป็นประสบการณ์ที่ผู้เรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์เพียงอย่างเดียว ไม่ต้องมีการกระทำกับวัตถุหรือรับสิ่งเร้าทางสายตา

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2554 : 42-49) กล่าวว่า แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะต้องให้ความสำคัญกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Teaching for Understanding) โดยอธิบายว่าความเข้าใจเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ แต่ถึงกระนั้น ยังมีคำถามอีกมากมายเกิดขึ้น เป็นต้นว่า ความเข้าใจคืออะไร เป็นกริยาหรือการกระทำ ได้หรือไม่ เป็นประสบการณ์ทางด้านอารมณ์หรือเป็นวิถีของการเรียนรู้หรือไม่ อะไรเป็นเงื่อนไขที่ทำให้เกิดความเข้าใจ และเราเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างไร

ดังนั้น ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากการศึกษา ทฤษฎีการเรียนรู้ หลักการจัดการเรียนรู้ และแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สรุปได้ ดังนี้

1. จัดการเรียนรู้การสอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่ใช้สื่อรูปธรรมได้
2. จัดการเรียนรู้ตามวัยของผู้เรียนและเหมาะสมกับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน จัดการเรียนรู้การสอนตามความแตกต่างระหว่างบุคคล
3. วิเคราะห์และจัดโครงสร้างเนื้อหาการเรียนรู้เหมาะสมก่อนการสอน มีการยืดหยุ่นให้เหมาะสมตามเนื้อหา ให้นักเรียนมองเห็นโครงสร้างไม่ใหม่แต่เนื้อหา สอนโดยยึดโครงสร้าง
4. ทบทวนความรู้เดิม ก่อนสอนเนื้อหาใหม่ ควรจะคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ จัดกิจกรรมโดยคำนึงถึงประสบการณ์ และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน กิจกรรมใหม่ควรจะต้องเนื่องกับกิจกรรมเดิม ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นพื้นฐานของการสร้างความรู้ใหม่
5. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงบันดาลใจที่จะเรียนด้วยเหตุนี้ การสอนจึงมีการนำเข้าสู่บทเรียนก่อน
6. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก วัฏจักรการเรียนรู้ เรียนรู้จากสิ่งที่พบในชีวิตประจำวัน สิ่งที่ย่างไม่ซับซ้อนไปหาสิ่งใหม่ ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป ถ้าให้โจทย์เกินหลักสูตร นักเรียนอ่อนจะท้อถอย ถ้านักเรียนเก่งควรจะเสริมเป็นรายรายไป

7. จัดกิจกรรมที่ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี สอนให้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลายๆตัวอย่าง จนนักเรียนเห็นรูปแบบ จะช่วยให้นักเรียนสรุปได้้อย่างรีบอบอกเกินไป
8. คำนี้ถึงปฏิสัมพันธ์ของผู้เรียนกับผู้เรียนการนำเสนอ อภิปรายแสดงความคิดเห็น ทำให้เกิดพัฒนาการทางสติปัญญา ปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น ครูและเพื่อนมีส่วนช่วยในการสร้างความรู้
9. ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างอิสระ ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้ ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองสอน โดยให้นักเรียนคิดเองและค้นพบด้วยตนเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้แนะ ไม่ใช่บอกให้รู้
10. จัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยง สื่อสารและคิดสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อ
11. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อผู้สอนจะทบทวนเรื่องใดก็ควรทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องๆที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่ เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรจะสอนไปพร้อม ๆ กัน
12. เปลี่ยนวิธีการสอน ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ผู้สอนควรจะสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ อาจมี กลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูนปริศนา ต้องรู้จักสอดแทรกสิ่งละอันพันละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ
13. สอนผ่านประสาทสัมผัส ผู้สอนอย่าพูดเฉยๆ โดยไม่ให้เห็นตัวอักษร ไม่เขียนกระดานดำ เพราะการพูดเฉยๆ ไม่เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจะเขียนกระดานดำ สรุปตามขั้นตอน จะให้นักเรียนจดตรงไหนก็ควรจะบอก นอกจากนั้นผู้สอนต้องกวาดสายตาให้ทั่วทั้งชั้น เพื่อดูว่านักเรียนคนใดไม่สนใจ
14. จัดการเรียนรู้โดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล ฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น
15. สื่อปฏิบัติที่เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนต่าง ๆ มีความเป็นรูปธรรมสำหรับนักเรียนมากขึ้น ทั้งนี้การ

เรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถเข้าใจในความสัมพันธ์พื้นฐานต่าง ๆ ซึ่งเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เหล่านั้น

16. การสอนของครูมีความสำคัญต่อนักเรียนทำให้นักเรียนสามารถ เชื่อมโยงความรู้ เกิดแรงจูงใจให้อยากเรียน พบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ครูที่สนุกกับการสอนคณิตศาสตร์ โดยให้ความสนใจต่อการมีส่วนร่วม และความกระตือรือร้นของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากจะมีส่วนโน้มน้าวให้นักเรียนชอบคณิตศาสตร์แล้ว ยังสามารถโน้มน้าวให้นักเรียนสนใจและใส่ใจในสิ่งที่เรียนรู้ด้วย

17. ใช้คำถามที่ดีและน่าสนใจ โดยพยายามใช้คำถามให้ผู้เรียนตรวจสอบ ความถูกต้อง ฝึกให้ผู้เรียนโต้แย้งอย่างสุภาพ ครูนำเสนอวิธีทำความเข้าใจเนื้อหาและเทคนิค การบันทึกเนื้อหา การตั้งคำถามที่ดีนั้นสามารถกระตุ้นการคิดและการเรียนรู้ของนักเรียนได้ดี ซึ่งคำถามที่ดีมีหลายรูปแบบ

18. ใช้อุปกรณ์หรือสื่อปฏิบัติหลาย ๆ อย่าง เพื่อนำเสนอมน โนทัศน์หนึ่ง อย่างเป็นรูปธรรมที่มีความหลากหลาย

19. การเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการพูด การอธิบายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การคาดการณ์และการอภิปราย การแสดงความคิดของนักเรียนโดยใช้วาจาหรือการเขียน เป็นการกระตุ้นให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง ควรให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาท และกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้

20. ให้ความสำคัญกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยอธิบายว่าความเข้าใจเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์

21. ไม่มุ่งสอนแต่เนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างเดียว ควรจะสอดแทรกความรู้ ด้านสิ่งแวดล้อม จัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

22. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียน จัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมี ความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

23. การสร้างแรงจูงใจภายในเป็นปัจจัยสำคัญในการสร้างความรู้

24. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้จัด กิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับผู้เรียน สังเกต และประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจ

ของผู้เรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้คำถามสั้นๆ หรือการพูดคุยปกติ การวิเคราะห์ความคิด ผู้เรียนในกระบวนการเรียนการสอน การรวบรวมสิ่งที่ผู้เรียนสร้างขึ้นให้เป็นไปในแนวทางที่ ถูกต้อง

2. ความรู้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น

ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้เฉพาะเรื่องความน่าจะเป็น ได้ศึกษาจาก งานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น ผลเป็น ดังนี้

มยุรี บุญเยี่ยม (2545 : 95-98) ได้วิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาชุดการสอนเรื่องความ น่าจะเป็น โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมการตระหนักในการรู้คิด โดยทดลองกับนักศึกษา ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาหลังการใช้ชุด การเรียนโดยเน้นวิธีการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิด สูงกว่าก่อนการใช้ชุด การสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมุ่งเน้น ให้นักเรียน ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ได้ฝึกฝนอย่างเป็นขั้นตอน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ แสดงกระบวนการคิดของตนเองทำให้ครูสามารถส่งเสริมกระบวนการคิดของผู้เรียนแต่ละคน ได้

พวงพิศ นาไชโย (2550 : 85-86) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้โดยรวมและ เป็นรายด้าน 4 ด้านคือด้านเนื้อหาด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านสื่อการและด้านการวัดและ การประเมินผลเรียนอยู่ในระดับมาก และวิธีสอนที่สอนโดยการสืบเสาะคือกระบวนการค้นหา คำตอบโดยผ่านกระบวนการทำ (Process of Doing) และกระบวนการคิด (Process of Thinking) คำตอบที่สมเหตุสมผล ทำให้ผู้เรียนสังเกตสภาพการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่เป็น ปัญหาพยายามนำความคิดรวบยอดมาแปลความหมายทำความเข้าใจจัดโครงสร้างในรูปแบบ ต่าง ๆ เพื่อให้สอดคล้องสัมพันธ์กับสภาพการณ์อันเป็นปัญหานั้น

ศิริกุล อินพานิช (2550 : 88) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้และกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติเรื่อง ความน่าจะเป็น พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้มี

คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ ดังนั้นจึงควรส่งเสริมและสนับสนุนให้ครูนำวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการสอนแทนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติเพื่อให้ผู้เรียนบรรลุตามจะประสงค์การเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อไป

วรวิทย์ พาลพ่าย (2542 : 84) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องความน่าจะเป็น ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน กับกลุ่มวิธีแบบอธิบายปกติและแสดงเหตุผล โรงเรียนพนมสารคาม พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องความน่าจะเป็น ของกลุ่มที่สอนโดยใช้เทคนิคคัดสรรกลวิธีการสอนสูงกว่ากลุ่มวิธีแบบอธิบายปกติ และแสดงเหตุผล

นิตยา ฉิมวงศ์ (2551 : 85) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ และการสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็นหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ ครูผู้สอนจึงสามารถเลือกใช้การสอนตามทฤษฎีดังกล่าวได้อีกวิธีหนึ่ง

ชุตีมาตร บรรณจงส์ (2553 : 62) ได้ศึกษาผลการใช้บทเรียนออนไลน์ตามแนวคิดทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เรื่องความน่าจะเป็น วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง มุ่งเน้นการสร้างมากกว่าการรับรู้ โดยเชื่อว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการเกิดขึ้นภายในของผู้เรียน โดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็น กับความรู้ความเข้าใจเดิม เป็นการปรับ โครงสร้างทางปัญญาของตนเองในการรับสิ่งแวดลอมหรือความรู้ใหม่ โดยการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม เพื่อให้โครงสร้างทางปัญญาเข้าสู่สภาพสมดุล หรือเกิดการเรียนรู้นั่นเอง

มยุรี ชาภักดี (2553 : 77-78) ได้ศึกษาการพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า คณิตประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

(PBL) เรื่อง ความน่าจะเป็น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เท่ากับ 0.6642 แสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนรู้ร้อยละ 66.42 นักเรียนที่เรียนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) มีคะแนนทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) มีความพึงพอใจ อยู่ในระดับมาก โดยสรุป การพัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) เรื่องความน่าจะเป็น มีประสิทธิภาพ และประสิทธิผลเหมาะสม นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และมีความพึงพอใจในการเรียนในระดับมาก จึงควรส่งเสริมให้ครูนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ไปพัฒนากิจกรรมในรายวิชาอื่น ๆ ต่อไป

สุวิมล ทองเทียม (2555 : 97-98) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยวิธีการเรียนรู้รูปแบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่าการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้มีประสิทธิภาพต้องอาศัยเทคนิคและวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้หลายรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้เป็นกระบวนการเรียนรู้แนวทางหนึ่งซึ่งช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนได้เพราะเป็นกระบวนการแสวงหาความรู้ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเองและมีโอกาสลงมือปฏิบัติจริงในการทำกิจกรรมจนสามารถสรุปองค์ความรู้ได้และนักเรียนเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ไว้ดังนี้ พยายามค้นพบสิ่งที่เรียนรู้ด้วยตนเอง ใช้หลักการต่างๆ ใช้ทักษะการสังเกตการณ์ใช้เครื่องมือการดำเนินการทดลองการ บันทึกข้อมูลการอภิปรายและการสรุปซึ่งนำไปสู่การคิดและหลักเกณฑ์ที่สำคัญของบทเรียนแสดงความรู้สึกหรือความคิดเห็นอย่างมีอิสระและมีเหตุผลหรือโต้แย้งในสิ่งที่นักเรียนเชื่อมั่นและมีเหตุผล

ดังนั้น ความรู้ในการจัดการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นของผู้เรียน จากการศึกษาเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง สรุปได้ ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการสอนเน้นการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและฝึกฝนการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงกระบวนการคิดของตนเอง ทำให้ส่งเสริมกระบวนการคิดสร้างความรู้ความตระหนักในการรู้คิดของนักเรียนแต่ละคนได้

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเองมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เพราะมีโอกาสลงมือปฏิบัติจริงในการทำกิจกรรมจนสามารถสรุปองค์ความรู้ได้

3. การจัดการเรียนรู้โดยคัดสรรกลวิธีสอน เลือกวิธีสอนเหมาะกับกิจกรรมและเนื้อหา มีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าการจัดการเรียนรู้โดยการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. รูปแบบการสอนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ สูง
5. การใช้บทเรียนการใช้บทเรียนออนไลน์ตามแนวคิดการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โดยเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็น กับความรู้ความเข้าใจเดิม
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและมีความพึงพอใจในการเรียน

3. ความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพนั้น ครูจะมีความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ได้แก่ การวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.1 การวิเคราะห์หลักสูตร

การวิเคราะห์หลักสูตรเป็นกรอบหรือโครงสร้างในการจัดการเรียนรู้ได้ครอบคลุมตามหลักสูตร ช่วยให้ครูรู้รายละเอียดของเนื้อหาและพฤติกรรมที่ควรปลูกฝัง ผู้เรียนรู้ว่าเนื้อหาหนึ่ง ๆ ควรปลูกฝังพฤติกรรมใดบ้าง และปลูกฝังมากน้อยเพียงใด การกำหนดชั่วโมงการสอนทำได้เป็นส่วนที่เหมาะสมในแต่ละเนื้อหานั้น ๆ นอกจากนั้น ช่วยให้ครูได้ออกข้อสอบครอบคลุมเนื้อหาและพฤติกรรมตามที่ต้องการเป็นเครื่องช่วยบังคับทิศทาง การออกข้อสอบว่าจะออกเนื้อหาใดตามพฤติกรรมใด จำนวนกี่ข้อ และสามารถชี้ตรวจสอบความบกพร่องของเด็กเมื่อทำผิดได้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551 : 1-7) มีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาและวิเคราะห์เกี่ยวกับ วิสัยทัศน์ หลักการ จุดมุ่งหมาย สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษา และหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2551
2. ศึกษาและความสัมพันธ์ระหว่างสาระหลัก มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อแยกแยะว่าจะอะไรคือเนื้อหา และ

อะไรคือทักษะกระบวนการที่กำหนดไว้เป็นเป้าหมายการเรียนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ อาศัยการวิเคราะห์จากคำสำคัญ (Key Words) ที่ปรากฏในตัวชี้วัดที่กำหนดไว้แล้ว จากระดับชาติในหลักสูตรแกนกลาง (หรืออาจดูจากแนวทางการพัฒนาสาระหลักสูตรระดับเขตพื้นที่ก็ได้เช่นกัน) เพื่อจัดทำคำอธิบายรายวิชา โครงสร้างรายวิชา

3.2 การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ครูจะต้องมีความรู้ในการวิเคราะห์หลักสูตรเป็นสำคัญ ผู้สอนควรพิจารณาเลือกใช้รูปแบบการออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ที่เหมาะสม ตามเป้าหมายหลักสูตร มีนักการศึกษา ได้กล่าวไว้ ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2551 : 52) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนการออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ดังนี้

1. ทำความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในคำอธิบายรายวิชา โดยทำความเข้าใจกับมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นและขอบข่ายเนื้อหาสาระที่ระบุไว้ในคำอธิบายรายวิชา แล้ววิเคราะห์ว่าอะไรคือเป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้ ที่ต้องการให้ผู้เรียนรู้และปฏิบัติได้จริงตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนด

2. กำหนดภาระงาน ผลงานรวบยอดประจำรายวิชา พร้อมเกณฑ์การประเมิน เพื่อเป็นหลักฐาน ร่องรอยการปฏิบัติงานของผู้เรียน สำหรับยืนยันผลการเรียนรู้ รวบยอด ตามเป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้

3. กำหนดหน่วยการเรียนรู้รายวิชา จะต้องพิจารณาว่าการที่ผู้เรียนจะสามารถปฏิบัติภาระงาน/ผลงานรวบยอดตามที่ระบุไว้นั้น ผู้เรียนจะต้องมีองค์ความรู้และทักษะ กระบวนการใดบ้าง จึงจะเพียงพอต่อการปฏิบัติภาระงานดังกล่าว

4. ออกแบบหน่วยการเรียนรู้ ดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2

4.1 สาระการเรียนรู้ ซึ่งการวิเคราะห์สาระการเรียนรู้จะต้องมาจากตัวชี้วัดมาตรฐานในสาระแกนกลาง และจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องกับผู้เรียน ชุมชนท้องถิ่น ปฏิบัติได้จริง ทันสมัย ได้ความรู้ กระบวนการ เจตคติ เหมาะสมกับระดับของผู้เรียน น่าสนใจ เรียนรู้ได้ง่าย สะดวกต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4.2 การบูรณาการกับกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่น ๆ

4.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต้องวางแผนให้ดี มีขั้นตอน บอกให้รู้ว่าจะทำอะไรก่อนหลัง ให้ผู้เรียนมีกิจกรรมการเรียนรู้อย่างไรบ้าง เช่น เลือกวิธีการนำเข้าสู่

บทเรียนให้เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ และระดับของผู้เรียน เลือกรูปแบบให้สอดคล้องกับ ผลการเรียนรู้ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเป็นทีมตามขั้นตอนที่ครูวางแผนไว้ได้จริง สอดคล้องกับ เวลาที่ใช้ในการเรียนการจัดการเรียนรู้ สอดคล้องกับชีวิตประจำวันและชีวิตจริง คำนึงถึงทักษะ ของผู้เรียนในการเอาตัวรอดจากสิ่งชั่วร้ายในชีวิตประจำวัน

4.4 สื่อและแหล่งการเรียนรู้ ครูควรจะคัดเลือกสื่อและแหล่งเรียนที่ สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และมีอย่างหลากหลาย ซึ่งสื่อครูอาจจะคิดสร้างขึ้นมาจาก อาจจะให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสร้างสื่อ หรือถ้าเป็นเนื้อหาสาระครูต้องอธิบายเพื่อให้ผู้เรียน เกิดความคิดรวบยอด และสามารถสร้างองค์ความรู้ให้ได้

4.5 การวัดผลประเมินผล ต้องวัดผลประเมินผลในหลาย ๆ วิธี ผสมผสาน กัน รูปแบบที่น่าสนใจ ก็คือ การวัดผลและประเมินผลตามสภาพจริง เพราะเป็นการเสริมสร้าง ศักยภาพของผู้เรียน มุ่งให้ผู้เรียนมีความสามารถในการประยุกต์องค์ความรู้ที่ได้ในห้องเรียนไป ใช้จริง ๆ ในการดำรงชีวิตของผู้เรียน

4.6 บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ ครูควรบันทึกตามความเป็นจริงที่เกิดขึ้น ในการนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้

ตารางที่ 1 แสดงการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด เนื้อหาและ เนื้อหาย่อย

ขั้นตอนที่ 1	ขั้นตอนที่ 2	ขั้นตอนที่ 3	ขั้นตอนที่ 4
การระบุมมาตรฐาน และตัวชี้วัด ผลการเรียนรู้	การจัดกลุ่มเนื้อหา ตามตัวชี้วัดในขั้นตอนที่ 1 เรื่อง ความน่าจะเป็น	การจำแนกเนื้อหา ตามตัวชี้วัด	การวิเคราะห์เนื้อหาจาก ขั้นตอนที่ 3 ตามสาระสำคัญเพื่อนำไปสู่การจัดการ เรียนรู้

จากตารางที่ 1 สรุปได้ว่า การวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด เนื้อหา และเนื้อหาย่อย ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การระบุมাত্রฐานและตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มเนื้อหาตามตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ ในขั้นตอนที่ 1

ขั้นตอนที่ 3 การจำแนกเนื้อหาในขั้นตอนที่ 2 ออกเป็นเนื้อหาย่อย

ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์เนื้อหาย่อยในขั้นตอนที่ 3 ตามสาระสำคัญเพื่อนำไปสู่แผนการจัดการเรียนรู้

ตารางที่ 2 หน่วยการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ชื่อหน่วย การเรียนรู้	มาตรฐานการ เรียนรู้ ตัวชี้วัด ผลการเรียนรู้	สาระสำคัญ	เวลา เรียน
ความ น่าจะเป็น			18 ชั่วโมง

การจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้

1. องค์ประกอบและขั้นตอนการทำแผนจัดการเรียนรู้

การเขียนแผนจัดการเรียนรู้ เป็นงานสำคัญอย่างยิ่ง ของครูผู้สอน การเตรียมการสอนที่สมบูรณ์ จะช่วยให้การจัดการเรียนรู้บรรลุตามตัวชี้วัดหรือผลการเรียนรู้มี
วัฒนาพร ระเบียบทุกข์ (2543:83 - 136) นำเสนอ ขั้นตอนการทำแผนการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้จะได้มาจากจุดหมายของหลักสูตร จุดประสงค์ของวิชาหรือกลุ่มประสบการณ์และจุดประสงค์ในคำอธิบายรายวิชา การเขียนจุดประสงค์การเรียนรู้จะต้องเขียนให้ครอบคลุม พฤติกรรมทั้ง 3 ด้าน และเขียนในเชิงพฤติกรรม จุดประสงค์สามารถจำแนกได้ 3 ด้าน ดังนี้

1. พุทธิพิสัย (Cognitive) คือ จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เน้นความสามารถทางสมอง หรือความรู้ในเนื้อหาวิชาหรือในทฤษฎี

2. ทักษะ (Skill) คือ จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เน้นการปฏิบัติที่ต้องลงมือทำ
3. จิตพิสัย (Affective) คือ จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เน้นคุณธรรม เจตคติ หรือความรู้สึกในจิตใจ

ขั้นที่ 2 การกำหนดแนวการจัดการเรียนการสอน

การเรียนการสอนในแผนนั้นมีจุดเน้นหรือสาระสำคัญอะไรจะต้องสอนเนื้อหาใดจึงจะครอบคลุมครบถ้วน จะเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีสอนใดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจึงจะทำให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ และจะใช้สื่อการเรียนการสอนใดจึงจะสอดคล้องเหมาะสมกับกิจกรรมที่กำหนด การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย

1. การเขียนสาระสำคัญ สาระสำคัญหมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหา หลักการวิธีการที่ต้องการจะให้ผู้เรียนได้รับหลังจากเรียนเรื่องนั้น ๆ แล้ว ทั้งในด้านความรู้ ความสามารถ เจตคติ สาระสำคัญจะเป็นข้อความที่เขียนในลักษณะสรุปเนื้อหาเป้าหมายอย่างสั้น ๆ จะเขียนเป็นความเรียงหรือเป็นข้อ ๆ ก็ได้

2. เนื้อหา คือ รายละเอียดของเรื่องที่ใช้จัดการเรียนการสอนให้บรรลุตามจุดประสงค์ การเรียนรู้ ประกอบด้วย ทฤษฎี หลักการ วิธีการและแนวปฏิบัติ การจะเขียนเนื้อหาสาระในการสอนแต่ละจุดประสงค์หรือแต่ละเรื่อง ได้ดีนั้นครูผู้สอนจะต้องศึกษาหาความรู้จากเอกสารตำราเรียน หนังสือ คู่มือครูและแหล่งความรู้ต่าง ๆ นำมาพิจารณาใช้ประกอบให้เหมาะกับวัยและระดับของ ผู้เรียนทั้งในด้านความยากง่ายและความถูกต้องเหมาะสม การเขียนเนื้อหาสาระในแผนการจัดการเรียนรู้ ครูจะเขียนเนื้อหาสาระรายละเอียดทั้งหมดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ ตามหัวข้อที่อยู่ในแผนการจัดการเรียนรู้ก็ได้ แต่หากรายละเอียดของเนื้อหาไม่มากควรเขียนเฉพาะหัวข้อเรื่องเนื้อหานั้น ๆ ไว้ ส่วนรายละเอียดให้นำไปไว้ในส่วนท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ หรือนำส่วนที่เป็นเนื้อหาสาระของทุกแผนการจัดการเรียนรู้ แยกไว้อีกเล่มหนึ่งต่างหากเป็นเอกสารประกอบการสอนก็ได้

3. กิจกรรมการเรียนการสอน คือ สภาพการเรียนรู้ที่กำหนดขึ้นเพื่อนำผู้เรียน ไปสู่เป้าหมายหรือจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ จึงเป็น ความสามารถและทักษะของครูมืออาชีพในการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิผล กิจกรรมการเรียนการสอนควรมีลักษณะดังนี้

- 3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหา
- 3.2 ฝึกกระบวนการที่สำคัญให้กับผู้เรียน
- 3.3 เหมาะสมกับธรรมชาติและวัยของผู้เรียน
- 3.4 เหมาะสมกับสภาพแวดล้อมใน โรงเรียนและชีวิตจริง
- 3.5 เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

4. สื่อการเรียนการสอนหมายถึง สิ่งที่เป็นพาหนะหรือสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาความรู้ ทักษะ และเจตคติให้บรรลุผลตามจุดประสงค์การเรียนการสอนและตามจุดหมายของหลักสูตร ได้ดียิ่งขึ้นหรือเร็วยิ่งขึ้น จากการศึกษาวิจัย พบว่า สื่อประเภทต่าง ๆ มีประสิทธิผลช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ ในระดับที่แตกต่างกัน

ขั้นที่ 3 การกำหนดวิธีวัดและประเมินผล

การวัดและการประเมิน จัดเป็นกิจกรรมสำคัญที่สอดแทรกอยู่ในทุกขั้นตอนของกระบวนการจัดการเรียนการสอน เริ่มตั้งแต่ก่อนการเรียนการสอนจะเป็นการประเมินเพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียน ระหว่างการเรียนการสอน จะเป็นการประเมินเพื่อปรับปรุงผลการเรียนและเพื่อให้ผู้เรียนทราบผลการเรียนของตนเป็นระยะ ๆ และเมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนในแต่ละรายวิชาของภาคเรียนนั้น จะเป็นการประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียนเพื่อตรวจสอบให้แน่ชัดว่าผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนที่กำหนดไว้

3.3 สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นวัสดุ อุปกรณ์และวิธีการซึ่งถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดำเนินไปอย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ ครูต้องเลือก ใช้สื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน เหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน

ความหมายและความสำคัญของสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่ผู้สอนใช้เป็นตัวกลางในการถ่ายทอดความรู้ ทักษะและกระบวนการ ประสบการณ์ ความคิดเห็น และเจตคติไปสู่ผู้เรียน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2554 : 85) เป็นวัสดุ อุปกรณ์และวิธีการซึ่งถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดำเนินไปอย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์

ของการการเรียนรู้ (วัชร กัญจน์กัรติ. 2554 : 89) นอกจากนี้สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ยังเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการที่จะช่วยจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครูผู้สอน (ยุพิน พิพิธกุล. 2545 : 45) เนื่องจากสื่อการเรียนรู้เป็นสิ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ อย่างมีประสิทธิภาพ เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจบทเรียน ช่วยสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ เสริมสร้างประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรมกับผู้เรียน รวมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ โดยการลงมือปฏิบัติช่วยสนับสนุนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

แนวปฏิบัติในการใช้สื่อการเรียนรู้

1. ต้องมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน สื่อที่นำมาใช้ต้องสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน
2. ต้องเหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน
3. ขนาดและวิธีการนำเสนอเรื่องราวของสื่อการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับจำนวนผู้เรียน ต้องคำนึงว่าสื่อที่ใช้เป็นสื่อสำหรับให้ผู้เรียนศึกษาเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มย่อย เป็นกลุ่มใหญ่ หรือทั้งชั้นเรียน
4. เน้นการให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อการเรียนรู้ การมีส่วนร่วมครอบคลุมถึง การช่วยกระตุ้นให้เกิดความคิด การตอบสนองด้วยการตอบคำถาม การอภิปรายร่วมกัน และการขยายฐานความคิด
5. ครูต้องมีการเตรียมการใช้สื่อการเรียนรู้ ฝึกการใช้สื่อการเรียนรู้เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ และมีทักษะในการใช้สื่อเหล่านั้น ๆ ก่อนนำไปใช้กับผู้เรียน
6. การใช้สื่อการเรียนรู้ต้องใช้ในโอกาสที่เหมาะสม ไม่ควรใช้มากเกินไป เมื่อผู้เรียนเข้าใจบทเรียนแล้วก็ไม่จำเป็นต้องใช้ หลังจากการใช้สื่อการเรียนรู้ต้องมีการสรุป เชื่อมโยงความรู้ที่ได้ จากสื่อการเรียนรู้กับสาระที่เรียนรู้ในบทเรียน
7. หลังการใช้สื่อการเรียนรู้ ต้องมีการประเมินและติดตามผลเพื่อดูว่าสื่อการเรียนรู้สามารถช่วยให้เกิดการเรียนรู้ตามที่ต้องการหรือไม่ ควรปรับปรุงสื่อการเรียนรู้อย่างไร สำหรับการนำไปใช้ในโอกาสต่อไป
8. การใช้สื่อการเรียนรู้ควรมีขีดจำกัด ไม่ควรใช้อย่างพร่ำเพรื่อจนผู้เรียนติดสื่อ ไม่สามารถเรียนรู้ได้ถ้าไม่มีสื่อการเรียนรู้

3.4 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 193-203) ได้กล่าวถึง หลักการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์และวิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3.4.1 หลักการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

- 1) เน้นการนำผลการประเมินมาใช้เพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้มากกว่าการตัดสินใจสอบได้สอบตกของผู้เรียน
- 2) คำนึงถึงพื้นฐานความรู้ประสบการณ์และลักษณะของผู้เรียนในระดับชั้นที่เรียนอยู่
- 3) จัดดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลต้องมีวัตถุประสงค์ของการประเมินที่ชัดเจน
- 4) ดำเนินการอย่างมีระบบและผสมผสานกับการเรียนการจัดการเรียนรู้ โดยกระทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการจัดการเรียนรู้
- 5) ประเมินผู้เรียนทั้งด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์และสังคม โดยใช้เครื่องมือและวิธีการวัดผลที่หลากหลาย ให้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา คณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะ
- 6) บอกแนวทางการประเมินและเกณฑ์ในการตัดสิน ตลอดจนแนวทางในการปฏิบัติตนของผู้เรียนให้ผู้เรียนทราบล่วงหน้า
- 7) เป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดผลและประเมินผล

3.4.2 วิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

- 1) การสังเกต เป็นการสังเกตจากความสนใจ ความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของผู้เรียน การทำกิจกรรมในห้องเรียน
- 2) การใช้คำถามในขณะที่ผู้เรียนแก้ปัญหาผู้สอนอาจเดินดูผู้เรียนทำงานและใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนใช้ความคิดก่อนตอบคำถามนั้นควรถามเพื่อให้ผู้เรียนอธิบาย

3) การรายงานของผู้เรียน การให้ผู้เรียนได้เขียนรายงานเกี่ยวกับ ประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองจะช่วยให้ผู้สอนทราบกระบวนการคิด การทำงาน และ เจตคติของผู้เรียน ก่อนให้ผู้เรียนเขียนรายงานตนเอง

4) การสัมภาษณ์ การสัมภาษณ์ผู้เรียน ครูอาจทำได้อย่างเป็นทางการ หรือไม่เป็นทางการ โดยดูจากแบบฝึกหัด การบ้าน โครงการที่ผู้เรียนทำ ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจ ในเรื่องที่ผู้เรียนเรียน ไปหรือไม่

5) การตรวจแบบฝึกหัดการตรวจแบบฝึกหัดที่ผู้เรียนทำ จะทำให้ครู ทราบผลการเรียนของผู้เรียนและความรับผิดชอบในการทำงาน ในกรณีที่ผู้เรียนตรวจสอบการ ทำงานของตนเองด้วยการทำสิ่งพิมพ์ ครูควรตรวจดูอีกครั้งหนึ่งว่างานที่ผู้เรียนทำมีความ ถูกต้องและสมบูรณ์เพียงใดเพื่อช่วยพัฒนาและช่วยเหลือผู้เรียน ได้มากขึ้น

6) การทำแบบทดสอบการวัดผลและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของข้อทดสอบ ขั้นตอนในการสร้างข้อทดสอบ การนำ แบบทดสอบไปใช้และการวิเคราะห์คุณภาพของข้อทดสอบ

7) การประเมินแฟ้มงานการประเมินแฟ้มงาน เป็นวิธีการประเมินผล ตามสภาพจริงวิธีหนึ่งที่นักการศึกษาในปัจจุบันให้ความสนใจมาก เป็นเอกสารรวบรวมข้อมูล และผลงานของผู้เรียนที่ผ่านการคัดเลือกโดยตัวของผู้เรียนเอง หรือภายใต้การแนะนำของครู นำมาเก็บไว้อย่างเป็นระบบและมีจุดมุ่งหมาย

สรุปได้ว่า ความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ในการวิเคราะห์ หลักสูตร การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สื่อการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ดังนั้น ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ (Pedagogical Knowledge)

หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับองค์ความรู้ที่ช่วยให้ครูดัดสติใจในการเลือกวิธีการจัดการเรียนรู้ สามารถวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและการวางแผนจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เลือกสื่อการเรียนรู้ เลือกวิธีการวัดผลและประเมินผล สามารถนำมาตัดสินใจออกแบบ วางแผนและดำเนินการจัดการเรียนรู้ ในเรื่อง ความน่าจะเป็น ประกอบด้วยองค์ประกอบรอง 3 องค์ประกอบ ได้แก่ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความรู้ในหลักการจัดการ เรียนรู้เฉพาะเรื่องความน่าจะเป็นและความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์

ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์(Mathematical Principles Instructional Strategies Knowledge) หมายถึง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการ

เรียนรู้ให้ผู้เรียนบรรลุผลตามมาตรฐานหลักสูตร ได้แก่ความรู้ในเรื่องทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น(Probability Principles Instructional Strategies Knowledge) หมายถึง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ได้แก่ความรู้ในเรื่องทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิธีสอน เทคนิคการสอน ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น

ความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ (Mathematics Curriculum Knowledge) หมายถึง ความรู้ในเป้าหมายและการนำหลักสูตรสู่การจัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่ การวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน เป็นองค์ประกอบหลักที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำให้ครูมีความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในธรรมชาติของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ สามารถนำมาเป็นข้อมูลของผู้เรียนและจัดการดำเนินงานจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนในเรื่องความน่าจะเป็น ซึ่งประกอบด้วย องค์ประกอบรอง 2 องค์ประกอบ ได้แก่ ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น ของผู้เรียน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ในการศึกษาธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีการศึกษาเกี่ยวกับจิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และองค์ประกอบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยมีรายละเอียดตามลำดับเนื้อหาต่อไปนี้

1.1 จิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ในการจัดการเรียนรู้นั้นก็เพื่อจะให้นักเรียนเกิดการพัฒนาขึ้น ครูจะต้องนึกอยู่เสมอว่านักเรียนจะพัฒนาไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการ ได้อย่างไร นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม (ยุพิน พิพิธกุล. 2545 : 4) ดังนี้

1.1.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อผู้เรียนได้รับประสบการณ์ใด ประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก ผู้เรียนก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะคิดจะทำได้ วิธีการคิดนั้นอาจจะเป็นการลองผิด ลองถูก แต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์อีกครั้งหนึ่ง เขาก็จะสามารถตอบได้แสดงว่าเขาเกิดการรับรู้

1.1.2 การถ่ายทอดการเรียนรู้

1) ผู้เรียนจะได้รับการถ่ายทอดการเรียนรู้ ก็ต่อเมื่อเห็นเหตุการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ครูเขียนโจทย์ลงไปว่า $7 + 9$, $13 + 9$, $15 + 9$ ผู้เรียนที่ฉลาดจะสังเกตเห็นว่า จำนวนที่นำมาบวกนั้นเหมือนกันคือ 9 และจะทำได้โดยครูไม่ต้องช่วย ผู้เรียนปานกลางครูอาจต้องช่วย ผู้เรียนที่เรียนอ่อนก็อาจจะมัวนับอยู่และทำไม่ค้อยได้ ครูจะต้องคอยช่วยเหลือ

2) ครูควรจะฝึกผู้เรียนให้รู้จักสังเกตแบบรูปของสิ่งที่คล้ายคลึงกันแล้วเขาก็จะสามารถสรุปว่าแบบรูปนั้นเป็นอย่างไรมื่อผู้เรียนใช้การสังเกต เขาก็จะเกิดการเรียนรู้ขึ้นได้

3) รู้จักนำเรื่องที่เคยเรียนแล้ว ในอดีตมาเปรียบเทียบกับหรือใช้กับเรื่องที่จะต้องเรียนใหม่

4) ควรจะให้ผู้เรียนได้เรียนอย่างประสบความสำเร็จไปเป็นเรื่องๆ เพราะถ้าเขาทำเรื่องใดประสบความสำเร็จ เขาก็จะสามารถถ่ายทอดไปยังเรื่องอื่นได้ ดังนั้นครูควรพยายามให้ผู้เรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเองจะทำให้เขาเข้าใจและจำได้นาน เมื่อเขาจำได้ก็จะนำไปใช้กับเรื่องอื่น ๆ ได้

5) การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการจัดการเรียนรู้ของครู ดังนั้นครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอนอย่างไร การจัดการเรียนรู้เพื่อจะให้เกิดการถ่ายทอดการเรียนรู้นั้นควรจะยึดหลักการ ดังนี้

5.1) ให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด (Concept) ด้วยตนเองและนำไปสู่ข้อสรุปได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำข้อสรุปนั้นไปใช้ได้

5.2) ครูจะต้องเน้นในขณะที่สอนและแยกแยะให้ผู้เรียนเห็นองค์ประกอบในเรื่องที่กำลังเรียน

5.3) ครูควรจะฝึกผู้เรียนให้รู้จักบทนิยาม หลักการ กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎี จากเรื่องที่เรียนไปแล้วในสถานการณ์ที่มีองค์ประกอบคล้ายคลึงกันแต่ซับซ้อนยิ่งขึ้น จิตวิทยาที่ผู้สอนคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวคิด เกี่ยวกับจิตวิทยาการเรียนรู้ข้างต้น สามารถสรุป
ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ดังนี้

1. นักเรียนจะต้องรู้จักจุดประสงค์ในการเรียนในบทเรียนแต่ละบทนั้น
นักเรียนกำลังต้องการอะไร นักเรียนจะสามารถปฏิบัติหรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างไร
2. นักเรียนจะต้องรู้จักวิเคราะห์ข้อความในลักษณะที่เป็นแบบเดียวกันหรือ
เปรียบเทียบกันเพื่อนำไปสู่การค้นพบ
3. นักเรียนจะต้องรู้จักสัมพันธ์ความคิด ครูจะต้องพยายามสอนให้นักเรียน
รู้จักสัมพันธ์ความคิด เมื่อสอนเรื่องหนึ่งก็ควรพูดถึงเรื่องที่เกี่ยวข้องกันเช่น จะทบทวนเรื่องเส้น
ขนาน ครูก็ต้องทบทวนให้ครบทุกเรื่องที่เกี่ยวข้อง และจะต้องดูให้เหมาะสมกับเวลา
4. นักเรียนจะต้องเรียนด้วยความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้ นักเรียนบาง
คนจำสูตรได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ เรื่องนี้ครูควรแก้ไขและสอนให้นักเรียนเข้าใจถึง
กระบวนการแก้ปัญหา
5. ครูจะต้องเป็นผู้มีปฏิภาณ สมองใจ รู้จักวิธีการที่จะนำนักเรียนไปสู่ข้อสรุป
ในการสอนแต่ละเรื่องนั้น ควรจะได้สรุปบทเรียนทุกครั้ง
6. นักเรียนควรจะเรียนรู้วิธีการว่าจะเรียนอย่างไร โดยเฉพาะการเรียน
คณิตศาสตร์ จะมาท่องจำแบบนกแก้วนกขุนทองไม่ได้
7. ครูไม่ควรทำโทษนักเรียน จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายยิ่งขึ้น ควรจะเสริม
กำลังใจให้นักเรียน
8. ครูจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences)
ผู้เรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจและลักษณะนิสัย ดังนั้นใน
การจัดการเรียนเรียนรู้ผู้สอนจึงต้องคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้
 - 8.1 ความแตกต่างของผู้เรียนภายในกลุ่มเดียวกัน ผู้สอนต้องศึกษาว่า
นักเรียนแต่ละคนมีปัญหาอะไร ต้องการความช่วยเหลือด้านใด
 - 8.2 ความแตกต่างระหว่างกลุ่มของผู้เรียน เช่น ผู้สอนอาจแบ่งผู้เรียนออก
ตามความสามารถ (Ability Grouping) ว่าผู้เรียนมีความเก่ง อ่อนต่างกันอย่างไร เมื่อทราบแล้วก็
ต้องสอดคล้องกับความสนใจของผู้เรียน

8.3 ศึกษาผู้เรียนแต่ละบุคคล ดูความแตกต่างเสียก่อน วินิจฉัยว่าผู้เรียนแต่ละคนประสบปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร

8.4 วางแผนให้สอดคล้องกับความแตกต่างของผู้เรียน ถ้าผู้เรียน เรียนเก่งก็เสริมความก้าวหน้าเรียนอ่อนก็ช่วยเหลือ

8.5 ผู้สอนต้องรู้จักวิธีสอนหลาย ๆ วิธี หาวิธีการและเทคนิคใหม่ ๆ การสอนคนเรียน อ่อนก็ใช้วิธีรูปธรรมอธิบายนามธรรม ให้ผู้เรียนได้รับความสนุกสนาน เพลิดเพลินอาจจะใช้เพลง เกมปริศนา บทเรียนการ์ตูนมาช่วยเสริม

8.6 ผู้สอนจะต้องรู้จักหาเอกสารประกอบการสอน มาเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน เช่น เรียนเก่งให้แบบฝึกหัดเสริมความก้าวหน้า เรียนอ่อนให้ทำแบบฝึกหัดที่ง่าย

8.7 การสอนผู้เรียนที่มีความแตกต่างกันนั้น ครูต้องมีความอดทน ขยัน ใฝ่หาความรู้เสียสละเวลา

9. ครูต้องให้ผู้เรียนฝึกเพราะการฝึกเป็นเรื่องที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนแต่ถ้าฝึกซ้ำๆ ผู้เรียนก็จะเบื่อหน่าย ดังนั้นการฝึกที่ได้ผลดีอาจพิจารณาดังนี้ ฝึกเป็นรายบุคคล ฝึกไปทีละเรื่อง แบบฝึกต้องสอดคล้องกับบทเรียน มีการตรวจสอบแบบฝึกทุกครั้ง แบบฝึกต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล แบบฝึกควรฝึกหลาย ๆ ด้านและคำนึงถึงความยากง่าย และผู้สอน พึงตระหนักไว้เสมอว่าฝึกอย่างไรผู้เรียนจะคิดเป็น ทำเป็นและแก้ปัญหาเป็น

10. ครูต้องให้ผู้เรียนเรียนรู้โดยการกระทำ (Learning by Doing) ทฤษฎีนี้กล่าวมานานแล้วโดย John Dewey. (1952) การสอนคณิตศาสตร์นั้น ปัจจุบันมีสื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรมมาช่วยมากมาย ผู้สอนจะต้องให้นักเรียนลงกระทำหรือปฏิบัติจริงแล้วจึงสรุปมโนคติ (Concept) ผู้สอนไม่ควรเป็นผู้บอก เพราะถ้าผู้เรียน ได้ค้นพบด้วยตนเอง เขาจะเข้าใจและทำได้

11. ครูต้องให้ผู้เรียนเกิดการเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning) เป็นการเรียนแบบรู้จริงทำได้จริงในการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้เรียนบางคนทำตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ครูกำหนดไว้ได้แต่บางคนไม่สามารถ ทำตามได้ ผู้เรียนประเภทหลังนี้ควรจะได้รับการสอนซ่อมเสริมเพื่อให้เกิดการเรียนรู้เหมือนคนอื่น ๆ อาจต้องใช้เวลามากกว่าคนอื่นในการที่จะเรียนเนื้อหาเดียวกัน ผู้สอนจะต้องพิจารณาว่าจะทำอย่างไรจึงจะตอบสนองความแตกต่างระหว่างข้อนี้ได้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ครบตามจุดประสงค์ การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ เมื่อผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสำเร็จตามจุดประสงค์ เขาก็จะมีความพึงพอใจ มีกำลังใจและเกิดแรงจูงใจให้อยากเรียนต่อไป

12. ครูต้องสำรวจความพร้อม (Readiness) ของผู้เรียนเพราะความพร้อมเป็นเรื่องสำคัญมากเพราะถ้านักเรียนไม่เกิดความพร้อมที่จะเรียน เขาก็ไม่สามารถจะเรียนต่อไปได้ ผู้สอนจะต้องสำรวจความพร้อมของผู้เรียนก่อน ผู้เรียนที่มีวัยแตกต่างกัน ย่อมมีความพร้อมที่แตกต่างกัน การสอนคณิตศาสตร์ผู้สอนจะต้องตรวจสอบความพร้อมของผู้เรียนอยู่เสมอ ผู้สอนควรจะดูความรู้พื้นฐานของผู้เรียนก่อน ว่าพร้อมที่จะเรียนต่อไปหรือไม่ ถ้าผู้เรียนยังไม่พร้อม ผู้สอนต้องทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นเสียก่อน การเรียนที่มีความพร้อมจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้เร็วและเรียนรู้ได้ดีด้วย

13. ครูต้องสร้างแรงจูงใจ (Motivation) ให้กับผู้เรียน เพราะแรงจูงใจเป็นเรื่องที่ควรเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง เพราะธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ยากอยู่แล้ว ดังนั้นผู้สอนควรคำนึงถึงอยู่เสมอ ในการทำงานผู้สอนจะต้องคำนึงถึงความสำเร็จด้วย การที่ครูค่อย ๆ ทำให้ผู้เรียนเกิดความสำเร็จขึ้นเรื่อย ๆ จะทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจ ผู้สอนควรให้โจทย์ง่าย ๆ ก่อนให้เขาทำให้อีกทีละตอนก่อนแล้วค่อยเพิ่มความยากขึ้นเรื่อย ๆ สิ่งเหล่านี้เป็นการคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลนั่นเอง ควรให้เกิดการแข่งขันหรือเสริมกำลังใจเป็นกลุ่ม ก็จะเป็นการสร้างแรงจูงใจเช่นเดียวกัน เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จเขาจะมีแรงจูงใจที่ดีต่อตนเอง ทำให้เกิดแรงจูงใจที่อยากเรียนรู้ต่อไป และในขณะที่เดียวกันถ้าเขาล้มเหลวเขาก็มีมโนคติที่ไม่ดีต่อตนเอง (Self-concept)

14. ครูต้องมีการเสริมกำลังใจ (Reinforcement) เพราะ การเสริมกำลังใจ เป็นเรื่องที่สำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียน การสอนเพราะ ถ้าคนเราทราบว่าพฤติกรรมที่แสดงออกมานั้นเป็นที่ยอมรับยอมรับทำให้เกิดกำลังใจการที่ผู้สอนชมเชยนักเรียนในโอกาสที่เหมาะสมจะเป็นกำลังใจให้ผู้เรียนเป็นอย่างมาก การเสริมกำลังใจจะมีทั้งทางบวกและทางลบ การเสริมกำลังใจทางบวก ได้แก่ การชมเชย การให้รางวัล การเสริมกำลังใจทางลบ ได้แก่ การทำโทษ ผู้สอนควรพิจารณาให้ดี ๆ การเสริมกำลังใจจะได้ผลมากน้อยเพียงใด ก็ต้องพิจารณาด้วยว่าสิ่งที่เราเสริมกำลังใจไปนั้น เขาต้องการหรือไม่ซึ่งใน การสร้างเจตคติที่ดีในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่พึงปรารถนาเป็นอย่างยิ่ง เจตคติเป็นสิ่งที่เกิดขึ้น หรือได้รับการปลูกฝังทีละน้อยกับผู้เรียน โดยผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกครั้ง ผู้สอนควรคำนึงถึงด้วยว่าจะนำผู้เรียน ไปสู่เจตคติที่ดีหรือไม่ และสิ่งที่สำคัญอีกประการหนึ่งที่ผู้สอนควรใส่ใจ คือว่าถ้าผู้สอนเป็นเรื่องที่ควรระมัดระวัง เพราะอาจทำให้ผู้เรียนเกิดการท้อถอยได้ ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนนั้น คนที่แก้ปัญหาได้คือ ครูผู้สอนนั่นเอง

สรุปได้ว่า เมื่อผู้เรียนได้รับประสบการณ์ใดประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก ผู้เรียนก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะทำอะไรก็ได้ การถ่ายทอดการเรียนรู้ คำนี้ถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกโดยมีการตรวจสอบแบบฝึกทุกครั้ง ให้ผู้เรียนเรียนรู้โดยการกระทำ ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนเพื่อรอบรู้ ครูต้องสำรวจความพร้อมของผู้เรียน สร้างแรงจูงใจ และมีการเสริมกำลังใจให้กับผู้เรียน

1.2 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

เป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนคือพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพ ทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ คุณลักษณะที่พึงประสงค์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 169-172) ได้กล่าวถึง เจตคติ ดังนี้

เจตคติ จำแนกได้ 2 ลักษณะ คือ เจตคติทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อคณิตศาสตร์เจตคติทางคณิตศาสตร์ เป็นคุณลักษณะที่ผู้เรียนจะได้รับการพัฒนา โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ต่าง ๆ ในลักษณะของความสนใจใฝ่รู้ เพื่อเพิ่มพูนความรู้ทางคณิตศาสตร์ การมีเหตุผล การสื่อสาร ความเชื่อมโยง ความรับผิดชอบและความเพียรพยายาม ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น ความละเอียดรอบคอบในการทำงาน

เจตคติต่อคณิตศาสตร์ เป็นความรู้สึกรักของบุคคล ที่จะตอบสนองต่อวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านความพอใจ ความไม่พอใจ ความชอบหรือไม่ชอบ รวมทั้งความตระหนักในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ การเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ขึ้นอยู่กับปัจจัย ดังนี้

1. ความสอดคล้องกลมกลืน ไม่มีความกดดัน จะทำให้เจตคติต่อสิ่งนั้น ความต่อเนื่อง
2. การเสริมแรง และยกย่องชมเชยให้ผู้เรียน เกิดความสนใจ ยอมรับข้อมูลข่าวสารทำให้ผู้เรียนเกิดเจตคติตามสิ่งล่อใจ
3. การตัดสินใจทางสังคม การอยู่ในกลุ่มคนที่มีเจตคติแบบใดแบบหนึ่ง ก็จะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ

การวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ได้ข้อมูลที่น่าไปใช้เพื่อการประเมินหลักสูตร รูปแบบการจัดการเรียนรู้ กระบวนการสอนของผู้สอน

ส่วนการวัดเจตคติทางคณิตศาสตร์ จะช่วยในการวัดพฤติกรรมที่แสดงออกของผู้เรียนหลังเรียนคณิตศาสตร์แล้ว เพื่อนำผลที่ได้ไปพัฒนาหลักสูตร

ตัวอย่างพฤติกรรมที่แสดงออกถึงการมีเจตคติทางคณิตศาสตร์

1. มีความกระตือรือร้นที่จะสืบเสาะหาความรู้
2. ตรวจสอบข้อมูลที่ได้จากทฤษฎีความสมเหตุสมผล
3. หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องอย่างสมเหตุสมผล
4. ตรวจสอบความถูกต้องความสมเหตุสมผลของข้อมูลต่างๆ
5. กระตือรือร้นที่จะทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์
6. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และมีการประยุกต์ใช้ทักษะต่างๆ

เพื่อแก้ปัญหาหรือภาระงานที่มอบหมาย

7. มีการวางแผนแก้ปัญหาหรือภาระงานที่มอบหมายอย่างเป็นระบบ

ชัดเจน

8. มีความเพียรพยายามในการค้นหาคำตอบ
9. เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับปรากฏการณ์

ในชีวิตประจำวัน

จากการวิจัยของ กองวิจัยทางการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ (2541 : 104-105) พบว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเมื่อพิจารณาถึงกระบวนการเรียนการสอน พบว่า ในสภาพปัจจุบันที่โลกไร้พรมแดน ข้อมูลมีส่วนสำคัญต่อการคิดการตัดสินใจและการแสวงหาความรู้ด้วยระบบเทคโนโลยี ครูคณิตศาสตร์จำนวนมากยังไม่สามารถใช้เทคโนโลยีมาส่งเสริมการเรียนรู้ และวิธีสอนของครูยังไม่ส่งผลดีให้ผู้เรียนพัฒนาได้ตามจุดหมายของหลักสูตร ในด้านการคิด และการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน นักเรียนยังมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้หากนักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อเรื่องใด ย่อมส่งผลให้เกิดผลกระทบต่อการเรียนเรื่องนั้น ด้วยเหตุนี้ ครูผู้สอนคณิตศาสตร์จึงต้องมีความตระหนักในการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิดคุณภาพทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ คือคุณธรรมจริยธรรมค่านิยม เจตคติ

1.3 ความรู้ในองค์ประกอบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ความรู้ในองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีนัยการศึกษา กล่าวถึงไว้หลายทัศนะ ดังนี้

Even. and Tirosh. (2002 : 232 – 233) กล่าวว่า สิ่งที่ครูจำเป็นต้องมีความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน มี 3 องค์ประกอบ ได้แก่ มโนทัศน์ของผู้เรียน (Student Conceptions) รูปแบบของความรู้ (Forms of Knowledge) และ ค่านิยมและความเชื่อในชั้นเรียน (Classroom Culture) ดังนี้

1. มโนทัศน์ของผู้เรียน ในการเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ของผู้เรียนนั้น ได้มีนักพฤติกรรมนิยมหลาย ๆ คน ได้กล่าวไว้ว่า การที่จะให้ครูรับรู้มโนทัศน์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในความคิดของผู้เรียนนั้นเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก แต่สิ่งที่ครูจะสามารถรับรู้ถึงการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ ก็คือ การตอบสนองหรือพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูจะต้องเรียนรู้ว่าผู้เรียนสามารถสร้างมโนทัศน์นั้นได้อย่างไร รวมทั้งมโนทัศน์ที่ผู้เรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนด้วย

2. รูปแบบของความรู้ที่เป็นความรู้เชิงกระบวนการ ขั้นตอนหรือวิธีการ และทักษะนั้น เป็นสิ่งที่ครูส่วนใหญ่จะเน้น ในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แต่ในส่วนของแนวคิดคอนสตรัคติวิซซิมนั้น จะเน้นรูปแบบของการพัฒนาความรู้ที่แตกต่างกัน โดยเฉพาะความรู้ในการสร้างมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และความสามารถในการประเมินความนึกคิด ของตนเอง ซึ่งครูควรมีความรู้เกี่ยวกับรูปแบบของความรู้ที่แตกต่างกันและมีหลายลักษณะเพื่อเป็นแนวทาง ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน

3. กำนนิยมในชั้นเรียน เป็นส่วนสำคัญอีกอย่างหนึ่งที่ครูควรรู้เกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในชั้นเรียนที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคน โดยครูจะต้องทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ กล่าวคือ ครูเป็นคนสร้างหรือกำหนดสถานการณ์ในการฝึกปฏิบัติ ให้ตัวอย่างกระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้จนผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ได้มากขึ้น

Hill, Ball, and Shilling. (2008 : 381) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนจำแนกออกเป็น 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับข้อผิดพลาด โดยทั่วไปของผู้เรียน ซึ่งเกิดขึ้นจากการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน
2. ความสามารถในการเข้าใจว่าผู้เรียนเข้าใจในมโนทัศน์นั้นได้อย่างไร และการเข้าใจในสิ่งที่แสดงถึงความเข้าใจของผู้เรียน
3. ความรู้เกี่ยวกับการพัฒนาการคิดของผู้เรียน ในแต่ละระดับชั้น
4. ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา

Wendy. (2010 : 19) กล่าวว่า องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 2 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความเข้าใจ (Understanding) เป็นการเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงความตระหนักในมโนทัศน์ของผู้เรียนว่า ผู้เรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับการเรียนรู้ได้อย่างไร

2. มโนภาพ (Representations) เป็นการแสดงถึงความสัมพันธ์ทางการคิดของผู้เรียน การแสดงความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความหลากหลายของการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ดังนั้น ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน จากการศึกษาจิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และองค์ประกอบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน สรุปได้ ดังนี้

1. ธรรมชาติของนักเรียนมีความใฝ่รู้ ความอยากรู้ อยากเห็นและ อยากจะคิดจะทำให้ได้
2. การทบทวนความรู้เดิม ประสบการณ์เดิมช่วยทำให้เกิดความรู้ใหม่ในเหตุการณ์ที่คล้ายกัน
3. ความรู้สึกล่าช้าสำเร็จส่งผลต่อแรงจูงใจในการเรียน
4. การเรียนรู้จากการปฏิบัติทำให้สามารถสรุปองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง
5. การเรียนรู้จนสามารถสรุปองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ทำให้เข้าใจและจดจำได้นาน
6. การมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
7. การจัดบรรยากาศ และสิ่งแวดล้อม ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีความสุข
8. การตอบคำถามปลายเปิด ช่วยกระตุ้นและส่งเสริมการคิดให้ผู้เรียน
9. การจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกัน ช่วยส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ในการเรียนของผู้เรียน
10. การจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน และมีโอกาสนำเสนออภิปราย ส่งเสริมให้นักเรียนสรุปองค์ความรู้ได้
11. การใช้ปัญหาสถานการณ์ที่น่าสนใจ ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์

12. การให้ผู้เรียนสรุปบทเรียนท้ายชั่วโมงทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่
คงทน
13. การตรวจสอบมโนทัศน์ของผู้เรียนก่อนเรียน เป็นสิ่งสำคัญในการ
คัดกรองผู้เรียน
14. การหาสาเหตุที่ทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นสิ่งสำคัญ
ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้และการศึกษานักเรียนเป็นกรณี
15. การหาวิธีการและแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน
ช่วยทำให้นักเรียนได้รับการซ่อมเสริมตามความแตกต่างระหว่างบุคคล

2. ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นของผู้เรียน

ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ในการเรียน เรื่องความน่าจะเป็น ศึกษาได้จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น พบว่าดังนี้

รวีวรรณ เทนอิสระ (2554 : 8-23 – 8-27) ได้กล่าวถึงแนวการจัด
ประสบการณ์การเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น ว่าการจัดกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะ
หลาย ๆ ด้าน ครูต้องมีวิธีการจัดกิจกรรมที่เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะทำ
ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนและมีความเข้าใจองเห็น นอกจากนี้ควร
สร้างโอกาสให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ปฏิสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์
หรือกับศาสตร์อื่น ๆ การที่นักเรียนมีทักษะในการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้
ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน สามารถอธิบายและสร้างแบบจำลองข้อเท็จจริงของโลกได้
กระบวนการเรียนการสอนที่สามารถพัฒนาสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ซึ่งมี
อยู่หลายวิธีเช่น การสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Process) และการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็น
พื้นฐาน (Problem Based Learning)

ชาวลิต พันธุ์พุกษา (2549 : 51) ได้ศึกษาการพัฒนาาระบบอิเล็กทรอนิกส์
ปฏิสัมพันธ์ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า การจัดการเรียน
การสอนบนเว็บนั้นเป็นการสนับสนุนให้ผู้เรียนได้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองอีกทั้งยังส่งเสริม
ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสร่วมกิจกรรมต่าง ๆ กับผู้เรียนคนอื่น ๆ และผู้เชี่ยวชาญในเครือข่าย
อินเทอร์เน็ต ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้โดยไม่มีข้อจำกัดของเวลาและสถานที่

สิริกุล อินพานิช (2550 : 88) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ และกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติเรื่องความน่าจะเป็น พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ

พวงพิศ นาไชโย (2550 : 85-86) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ทำให้ผู้เรียนสังเกตสภาพการณ์ หรือสิ่งแวดล้อมที่เป็นปัญหาพยายามนำความคิดรวบยอดมาแปลความหมาย ทำความเข้าใจจัดโครงสร้างในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้สอดคล้องสัมพันธ์กับสภาพการณ์อันเป็นปัญหานั้น

ยุรพงษ์ จัตุรศุภสิริ (2553 : 7 - 25) ได้เปรียบเทียบผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ STAD (Student Teams Achievement Divisions) กับการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีความพึงพอใจต่อการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สนับสนุนการมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่าง ครูผู้สอนกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียน ซึ่งครูจะจัดเตรียมเอกสารใบงาน รวมทั้งอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน นักเรียนมีอิสระในการคิดมีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม ร่วมมือ และช่วยเหลือกัน เพื่อให้การทำงานกลุ่มของตนเองประสบความสำเร็จ

ชุลีมาตร บรรณจงส์ (2553 : 62) ได้ศึกษาผลการใช้บทเรียนออนไลน์ตามแนวคิดทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เรื่องความน่าจะเป็น วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า บทเรียนออนไลน์ตามแนวคิดทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็น กับความรู้ความเข้าใจเดิม เป็นการปรับโครงสร้างทางปัญญาของตนเองในการรับสิ่งแวดล้อมหรือความรู้ใหม่ โดยการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม เพื่อให้โครงสร้างทางปัญญาเข้าสู่สภาพสมดุล หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นเอง

พรสวรรค์ สงวนนาม (2553 : 21) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็นและการคิดวิเคราะห์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการเรียนรู้โดยโปรแกรมบทเรียนกับการเรียนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า โปรแกรมบทเรียนที่พัฒนาขึ้น ทำให้นักเรียน ได้มีส่วนร่วมในการเรียนอย่างจริงจัง (Active Participation and Active Learning) ด้วยการลงมือศึกษาค้นคว้า และปฏิบัติด้วยตนเอง ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองโดยไม่จำกัดเวลา และสถานที่ สามารถเรียนรู้ได้ตามความต้องการ โดยที่ครูสอนแบบเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการเรียนตอบสนองผู้เรียนเกิดการแข่งขันกับตัวเอง เกิดแรงกระตุ้นในการเรียนรู้ เป็นสื่อการสอนที่สนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ดี ควรนำบทเรียนโปรแกรมมาใช้ในรูปแบบศูนย์การเรียน

มยุรี ชากักดี (2553 : 77-78) ได้ศึกษาการพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียน โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) มีคะแนนทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และ มีความพึงพอใจ อยู่ในระดับมาก

ชวนพิศ สัจจภาณี (2554 : 69) ได้พัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค TGT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาค้นคว้า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค เป็นรูปแบบวิธีการ การสอนที่ใช้สอนนักเรียน โดยการแบ่งกลุ่มตามระดับความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน เพื่อให้ นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม นอกจากนี้การเรียนรู้แบบร่วมมือยัง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดอย่างอิสระ โดยมีการอภิปรายโต้แย้ง ซักถามกันในกลุ่ม ทำให้การเรียนรู้เป็นไปอย่างสนุกสนานเป็นกันเอง ไม่เครียด ทุกคนสามารถแสดงความคิดของตนเอง ได้อย่างเต็มที่

สุวิมล ทองเทียม (2555 : 97-98) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยวิธีการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และนักเรียนที่เรียนโดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ วิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่า นักเรียนที่เรียน โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และมีความพึงพอใจในการเรียนรู้ อยู่ในระดับมาก

ดังนั้น จากการศึกษา เอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ในธรรมชาติ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น สรุปได้ ดังนี้

1. การให้นักเรียน ได้มีประสบการณ์ปฏิบัติสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาต่างๆ ใน วิชาคณิตศาสตร์หรือกับศาสตร์อื่น ๆ และมีทักษะในการเชื่อมโยงจะทำให้ นักเรียนสามารถนำ ความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

2. การให้ผู้เรียนมีโอกาสมือปฏิบัติจริงในการทำกิจกรรมตามเรียนรู้ แบบสืบเสาะหาความรู้ จนสามารถสรุปองค์ความรู้ได้ ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูง และทำให้ ผู้เรียน ได้สังเกต สภาพการณ์ หรือสิ่งแวดล้อมที่เป็นปัญหา สรุปความคิดรวบยอดมาแปล ความหมาย ทำความเข้าใจจัด โครงสร้างในรูปแบบต่าง ๆ

3. การมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่าง ครูผู้สอนกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียน โดยครูจะจัดเตรียมสื่อและอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ STAD ทำ ให้นักเรียนมีอิสระในการคิดมีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่มของตนเองให้ประสบความสำเร็จ

4. การให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็น กับความรู้ความเข้าใจเดิมเรียนรู้โดยใช้บทเรียนออนไลน์ตามแนวคิดทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ ด้วยตนเอง เป็นการปรับ โครงสร้างทางปัญญาของตนเองในการรับสิ่งแวดล้อมหรือความรู้ใหม่ โดยการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม เพื่อให้โครงสร้างทางปัญญาเข้าสู่สภาพสมดุล หรือเกิด การเรียนรู้

5. การให้นักเรียน ได้มีส่วนร่วมในการเรียนอย่างจริงจัง (Active Participation and Active Learning) ด้วยการลงมือศึกษาค้นคว้า และปฏิบัติด้วยตนเอง เรียนรู้ ได้ด้วยตนเองด้วยโปรแกรมบทเรียน โดยไม่จำกัดเวลาและสถานที่ ตอบสนองผู้เรียนเกิดการ แข่งขันกับตัวเอง เกิดแรงกระตุ้นในการเรียนรู้ เป็นสื่อการสอนที่สนองความแตกต่างระหว่าง บุคคลได้ดี ควรนำบทเรียน โปรแกรมมาใช้ในรูปแบบศูนย์การเรียน

6. การให้นักเรียน ได้ฝึกแก้ปัญหาและมีกระบวนการทำงานกลุ่ม เรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจในการเรียน

7. การนักเรียน โดยการแบ่งกลุ่มตามระดับ ความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันทำงานร่วมกัน เป็นกลุ่ม และเปิดโอกาสให้นักเรียน ได้แสดงความคิดอย่างอิสระ โดยมีการอภิปรายโต้แย้ง

ซักถามกันในกลุ่ม ทำให้การเรียนรู้เป็นไปอย่างสนุกสนานเป็นกันเอง ไม่เครียด ทุกคนสามารถแสดงความคิดของตนเองได้อย่างเต็มที่

ดังนั้น **ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน (Learner's Learning Knowledge)** หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในธรรมชาติของผู้เรียนในด้านต่างๆ สามารถนำมาเป็นข้อมูลของผู้เรียนและจัดการดำเนินงานจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนในเรื่องที่น่าจะเป็น ซึ่งประกอบด้วย องค์ประกอบรอง 2 องค์ประกอบ ได้แก่ ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น โดยแต่ละองค์ประกอบรอง มีความหมาย ดังนี้

ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Learner's Nature of Mathematics Learning Knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับวิธีการและพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ได้แก่ จิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และ องค์ประกอบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น ของผู้เรียน (Learner's Nature of Probability Learning Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่เกี่ยวกับ จิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน องค์ประกอบ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนและวิธีการ ในการเรียนรู้ของผู้เรียน ในเรื่อง ความน่าจะเป็น

การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy)

ความหมายของ Literacy

Good (1973 : 342) ให้ความหมายของ Literacy ในพจนานุกรมทางการศึกษา ไว้ว่า หมายถึง ความสามารถในการอ่านและการเขียน

Kouba and Champagne (1998 : 2) กล่าวว่า Literacy หมายถึง การอ่านออกเขียนได้ ที่เป็นมากกว่าความสามารถในการอ่าน การเขียน การฟังและการพูด แต่ยังหมายถึง ความสามารถในการสื่อสารและการใช้เหตุผลอีกด้วย

ราชบัณฑิตยสถาน (2551 : 266) ให้ความหมายของ Literacy ในพจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ โดยแปลเป็นคำไทยว่า การรู้หนังสือ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการอ่านออก เขียนได้ คิดคำนวณได้ ในระดับที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้จริง และอธิบายเพิ่มเติมว่ามาตรฐานการรู้หนังสือของประชาชนแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกัน

ศุณีย์ คล้ายนิล และคณะ (2549 : 7) กล่าวว่า Literacy แต่เดิมใช้ความหมายทางภาษาซึ่งแปลเป็นไทยว่า อ่านออกเขียนได้ หมายถึง การใช้ภาษาเพื่อ อ่าน เขียน ฟัง พูด ซึ่งภาษาเป็นเครื่องมือที่สำคัญของมนุษย์ แต่ในปัจจุบัน คำว่า Literacy ถูกใช้ในความหมายอื่นนอกจากด้านภาษาคัว โดยคำไทยที่มีความหมายใกล้เคียงกับคำว่า Literacy คือ การรู้เรื่อง

จากความหมายของ Literacy สรุปได้ว่า Literacy หรือ ใช้คำภาษาไทยว่า “การรู้” เป็นความสามารถของบุคคลในการใช้ภาษาทั้งการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียนในระดับที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์เพื่อเป็นสื่อกลางในการทำ ความเข้าใจและการสื่อสาร

ความสำคัญของ Literacy

โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) ซึ่งเป็นโครงการประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิกองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ OECD (Organization for Economic Cooperation and Development) เพื่อสำรวจความรู้และทักษะของประชากรอายุ 15 ปี ว่าได้รับการศึกษาพอสำหรับจะใช้ชีวิตและมีส่วนร่วมในสังคมอนาคตได้ดีเพียงใด เนื่องจาก OECD ถือว่าการศึกษาคือปัจจัยของการพัฒนาเศรษฐกิจ โดยหลักสำคัญของ PISA คือ การประเมิน “การรู้(Literacy)” ซึ่งเน้นที่ความรู้และทักษะที่จำเป็นต่อการปรับตัวเข้ากับโลกที่เปลี่ยนแปลง วิชาที่ถือว่าเป็นตัวแทนการวางรากฐานการเรียนรู้ตลอดชีวิตได้แก่ทักษะด้านการอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ โดยดำเนินการประเมินจากปี ค.ศ. 2000 เป็นต้นมา และต่อเนื่องทุกระยะเวลา 3 ปี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2547 : 1)

ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy)

จากการศึกษาความหมายของการรู้คณิตศาสตร์ พบว่า นักการศึกษาคณิตศาสตร์ และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงการรู้คณิตศาสตร์(Mathematics Literacy) ไว้ดังนี้

Good. (1973 : 353) ให้ความหมายของ Mathematical Literacy ในพจนานุกรมทางการศึกษาไว้ว่าหมายถึง การรู้หลักการพื้นฐานและเทคนิคซึ่งเป็นสมรรถนะการใช้งานทางคณิตศาสตร์

Jablonka. (2003 : 77,80) กล่าวถึง Mathematical Literacy ว่าเป็นการรู้คณิตศาสตร์ในด้านการใช้ประโยชน์จากความรู้คณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่าการรู้คณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการใช้และประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์ในการปฏิบัติและการทำงาน

OECD. (2003 : 24) ให้ความหมายของการรู้คณิตศาสตร์(Mathematics Literacy) ว่าเป็นความสามารถของบุคคลในการระบุและเข้าใจบทบาทคณิตศาสตร์ที่มีในโลกหรือใน

ชีวิตจริง สามารถตัดสินใจต่าง ๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์มีความผูกพันกับคณิตศาสตร์ รู้จักใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาและตอบสนองความต้องการในชีวิต

ศุภชัย คล้ายนิล และคณะ (2549 : 1) กล่าวว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ มีความหมายมากกว่าการคิดเลขและการทำโจทย์ การรู้จักรูปคณิตศาสตร์ หรือการจัดการข้อมูล แต่หมายรวมถึงรู้ขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์ สามารถติดตามและประเมินข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกวิธีการนำเสนอสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถตัดสินใจบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงว่าเป็นประชากรที่มีความคิดสร้างสรรค์และรอบคอบ

สรุปได้ว่า การรู้คณิตศาสตร์(Mathematics Literacy) หมายถึง ความรู้ความสามารถของบุคคลในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ สามารถประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ความสำคัญของการรู้คณิตศาสตร์

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นทักษะชีวิตอย่างหนึ่งซึ่งเป็นพื้นฐานที่จำเป็น เช่นเดียวกับการอ่านออกเขียนได้ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้และฝึกฝน (Devlin. 2000 : 24 and Watson. 2002 : 157) ในโลกปัจจุบันบุคคลต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งในการดำเนินชีวิตประจำวัน ความรู้และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจประเด็นหรือความจำเป็นต่าง ๆ อย่างมีความหมายและทำให้ภารกิจสำเร็จลุล่วง การขาดความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล อาจทำให้เกิดการตัดสินใจที่ผิดพลาดหรือตัดสินใจผิดพลาดในชีวิตการทำงานและชีวิตส่วนตัวเช่นผู้ที่ตัดสินใจอย่างไร้ข้อมูลข่าวสาร (ศุภชัย คล้ายนิล และคณะ, 2549 : 8, 13) ดังนั้น ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นักเรียนจึงไม่เรียนรู้เฉพาะแต่มีโน้ตศัพท์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ต้องเรียนรู้การใช้แนวคิดเหล่านี้เหล่านี้เพื่อแก้ปัญหาแปลกใหม่และเรียนรู้การคิดในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลายให้เป็นคณิตศาสตร์อีกด้วย

OECD กล่าวถึง การรู้คณิตศาสตร์ มีความหมายมากกว่าการคิดเลข และการแก้โจทย์ปัญหา การรู้จักรูปคณิตศาสตร์ การรู้ข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกวิธีการนำเสนอสถานการณ์ มีความคิดสร้างสรรค์และรอบคอบ การประเมิน การรู้คณิตศาสตร์ เน้นการประเมินความสามารถของนักเรียนที่จะนำเอาความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์มาใช้ในสถานการณ์ที่ท้าทายในอนาคต จึงเป็นการประเมินสมรรถนะของนักเรียน

ในการวิเคราะห์ การใช้เหตุผล การสื่อสารแนวคิดอย่างมีประสิทธิภาพ โดยนำปัญหาในชีวิตจริงมาตั้งเป็นปัญหาและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่หลากหลาย ดังนั้น OECD and PISA นิยาม “การรู้คณิตศาสตร์” ว่า “รู้และเข้าใจคณิตศาสตร์ที่มีในโลก หรือชีวิตจริง สามารถตัดสินใจปัญหาต่าง ๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ และรู้จักใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาของตน และเตรียมพร้อมเป็นพลเมืองที่มีวิจรรณญาณ ห่วงใยและสร้างสรรค์สังคม ในอนาคต” (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2547 : 2)

สรุปว่า การรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นจุดมุ่งหมายหลักอย่างหนึ่งของการจัดการศึกษาในโรงเรียนยุคปัจจุบัน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์ นั่นคือ สามารถเลือกและประยุกต์ใช้ความรู้และวิธีการที่มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

การประเมินการรู้คณิตศาสตร์

การประเมินการรู้คณิตศาสตร์ OECD and PISA ประเมินการรู้คณิตศาสตร์สามด้าน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2547 : 37-38) ได้แก่

1. เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ เป็นการประเมินแนวคิดกว้างๆของคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2. กระบวนการของคณิตศาสตร์ เป็นสมรรถนะทั่วไป เช่น การใช้ภาษาคณิตศาสตร์ การสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหา การสร้างตัวคำถามที่ผสมผสานเนื้อหาและกระบวนการเข้าด้วยกัน จะเป็นคำถามที่วัดสมรรถนะของนักเรียน เรียงลำดับดังนี้

ขั้นที่ 1 ประกอบด้วยการคิดคำนวณคณิตศาสตร์เบื้องต้น การรู้คณิตศาสตร์ตามนิยามเบื้องต้น ที่พบในข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป

ขั้นที่ 2 ต้องการให้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่เนื้อหา

ขั้นที่ 3 ประกอบด้วยการคิดวิเคราะห์ ลงข้อสรุป และเห็นความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์

3. การใช้คณิตศาสตร์ ใช้ในการคิดวิเคราะห์สำหรับตนเอง สำหรับวิทยาศาสตร์และสังคม และสามารถใช้อคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาคั้งเดิม

การประเมิน PISA ในปี ค.ศ. 2012 ซึ่งมีจุดเน้นที่ การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) โดยเน้นที่การประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาแปลกใหม่ที่อยู่ในบริบทของโลกในชีวิตจริง เนื้อหาสาระในกรอบการประเมินมี 4 เรื่อง ได้แก่ ปริภูมิและรูปร่างเรขาคณิต (Space and Shape) การเปลี่ยนแปลงและ

ความสัมพันธ์ (Change and Relationships) ปริมาณ (Quality) ความไม่แน่นอน (Uncertainty) สำหรับเรื่องความไม่แน่นอนเกี่ยวข้องกับข้อมูลและโอกาส ซึ่งเป็นเนื้อหาทางสถิติและความน่าจะเป็น โดย OECD แนะนำให้ประเทศสมาชิกเพิ่มความสำคัญวิชาสถิติและความน่าจะเป็นในหลักสูตร เพราะยุคนี้เป็นยุคของข้อมูลข่าวสารและมนุษย์มักจะเผชิญกับความไม่แน่นอนอยู่เสมอ เช่น การพยากรณ์อากาศ การพยากรณ์สถานการณ์เศรษฐกิจ

การพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เป็นจุดเน้นของ OCDE (รวิวรรณ เทน อิศระและนริศ วังศ์โรจนกุล, 2554 : 8-23) ได้แก่ การคิดและการให้เหตุผล (Thinking and Reasoning) การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) การสื่อสาร (Communication) การสร้างตัวแบบ (Modeling) การตั้งโจทย์และการแก้ปัญหา (Problem Posing and Solving) การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) การใช้สัญลักษณ์ ภาษาและการดำเนินการ (Using Symbolic, Language and Operation) การใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using Aids and Tools)

ความน่าจะเป็น (Probability)

จากการศึกษาเอกสาร ตำรา ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา “ความน่าจะเป็น” (โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์มูลนิธิ สอวน. 2547: 97-120) มีรายละเอียดของเนื้อหาสาระ ดังนี้

กรอบความคิดและความเป็นมาของความน่าจะเป็น

การดำเนินกิจกรรมในแต่ละวันเรา เช่น การไปโรงเรียน หรือ การรับฟังข่าวสาร เราจะได้พบเจอเหตุการณ์ต่าง ๆ ซึ่งส่วนแล้วแต่ส่งผลกระทบต่อการดำเนินชีวิตของเราทั้งโดยตรงและโดยอ้อม เช่น ฝนตก หรือ วิกฤตเศรษฐกิจของอเมริกา ซึ่งในกิจวัตรที่เราคุ้นเคย เราเองอาจสามารถคาดคะเนถึงเหตุการณ์และผลกระทบจากเหตุการณ์ได้โดยใช้ความรู้สึกหรือใช้ความคิดตัดสินใจตั้งต้นจากประสบการณ์ เช่น เหตุการณ์-ไปโรงเรียนวันฝนตก ผลกระทบ-เปียกฝน (ควรเตรียมอุปกรณ์กันฝนไปด้วย) แต่ในเหตุการณ์ที่มีความซับซ้อนและส่งผลกระทบต่อส่วนรวมหรือคนหมู่มาก การคาดการณ์ถึงเหตุการณ์และผลกระทบจำเป็นต้องเชื่อถือได้และมีความเป็นไปได้มากที่สุด เช่น เหตุการณ์-รับฟังข่าวสารวิกฤตเศรษฐกิจของอเมริกา ผลกระทบ-จะส่งผลอย่างไรต่อเศรษฐกิจไทย (ควรวางแผนการออมหรือการลงทุนอย่างไร)

ดังนั้นในการคาดคะเนถึงเหตุการณ์ใด ๆ จึงได้มีการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ เพื่อให้เกิดตรรกะทางความคิดที่แน่นอน เชื่อถือได้และมีความเป็นไปได้มากที่สุด โดยมีพื้นฐานมาจากความเป็นจริงของเหตุการณ์ ซึ่งหลักการดังกล่าวเรียกว่า “ทฤษฎีความน่าจะเป็น”

ความหมายเกี่ยวกับ ความน่าจะเป็น

ในทางคณิตศาสตร์ เราหา "ค่าของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ซึ่ง ไม่ทราบแน่ชัดว่าจะเกิดหรือไม่" ได้โดยพิจารณา "น้ำหนัก" ที่เหตุการณ์นั้นๆ จะเกิด ถ้ากำหนดให้น้ำหนักของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นไม่ได้มีค่าเป็น 0 น้ำหนักของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นนั้นมีค่าเป็น 1 และน้ำหนักของเหตุการณ์ใด ๆ ที่อาจเกิดขึ้นมีค่าเป็นจำนวนเลขที่อยู่ระหว่าง 0 กับ 1 เราจะมีตัวเลขมากมายนับไม่ถ้วน แสดงค่าของน้ำหนัก หรือ โอกาสที่เหตุการณ์ต่างๆ จะเกิดขึ้นได้ และเรียกค่าของน้ำหนักนี้ว่า "ค่าของความน่าจะเป็น"

พิจารณาการ โยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ ถ้าเหรียญนั้น ไม่ได้มีการถ่วงให้หน้าใดหาง่ายกว่าหน้าอื่น ก็เชื่อว่า "น้ำหนัก" ของการที่เหรียญจะหงายหน้าใดหน้าหนึ่งย่อมเท่ากัน

โดยผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี 2 อย่างคือ เหรียญหงายหัว หรือ หางก้อย ซึ่งอาจเกิดอย่างใดอย่างหนึ่งได้เท่าๆ กัน นั่นคือ โอกาสที่เหรียญจะหงายหัว เท่ากับ โอกาสที่เหรียญจะหางก้อยซึ่งกำหนดเป็นค่าความน่าจะเป็นได้ ดังนี้

$$\text{โอกาสที่เหรียญจะหงายหัว เท่ากับ } \frac{1}{2}$$

$$\text{โอกาสที่เหรียญจะหางก้อย เท่ากับ } \frac{1}{2}$$

โดยเราจะกล่าวว่า ความน่าจะเป็นที่เหรียญหงายหัวมีค่า $\frac{1}{2}$ และความน่าจะเป็นที่เหรียญหางก้อยมีค่า $\frac{1}{2}$ เช่นเดียวกับการทอดลูกเต๋าลูกหนึ่ง เมื่อลูกเต๋านั้น ๆ มีหน้าใหญ่เท่า ๆ กัน และไม่มีการถ่วงให้หน้าใดให้หาง่ายกว่าหน้าอื่น ก็เชื่อได้ว่า "น้ำหนัก" ของการที่ลูกเต๋าคจะหงายหน้าใดหน้าหนึ่งย่อมเท่ากันผลที่ลูกเต๋าคจะขึ้นหน้าต่าง ๆ ทั้งหมดมี 6 อย่าง คือ อาจขึ้นหน้าหนึ่ง สอง สาม สี่ ห้า หรือ หก ด้วยความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน คือ $\frac{1}{6}$

นอกจากเรื่องการ โยนเหรียญหรือ โยนลูกเต๋าคแล้ว ยังมีเรื่องอื่น ๆ อีกมากที่มีผลการเกิดซึ่งบอกล่วงหน้าไม่ได้ว่าจะให้ผลอย่างไร ทางคณิตศาสตร์จึงมีการคิดวิธีการและใช้สัญลักษณ์มาช่วยจำลองเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นเฉพาะเรื่อง โดยอาศัยกฎเกณฑ์ของคณิตศาสตร์ในแขนงอื่น ๆ ทำให้เกิดทฤษฎีต่างๆ ที่สามารถนำค่าความน่าจะเป็นมาคำนวณหา

ค่าอื่น ๆ ที่เป็นประโยชน์ในการนำไปใช้ประกอบการตัดสินใจ เช่น ใช้ค่าความน่าจะเป็น
ประมาณการลูกค้าที่เข้ามาซื้อของในร้าน เพื่อหาว่าโดยเฉลี่ยแล้วจะมีลูกค้าเข้ามาซื้อของกี่คน

ความคิดเรื่องความน่าจะเป็น ได้กำเนิดขึ้นเมื่อ ประมาณ 300 ปีมาแล้วโดย

นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส Pascal. and Fermat. โดยเริ่มมาจากปัญหาของการเล่นเกมการพนัน
ซึ่งเกิดจากการแก้ปัญหา ของ Chevalier de Mire หากแต่เพิ่ง ได้มีการศึกษาโดยละเอียดและ
นำไปใช้เมื่อประมาณ 40 ปีมานี้เอง ปัจจุบันเรื่องราวของความน่าจะเป็น มีความสำคัญอย่าง
มากใน การค้นคว้า การวิจัย และการปฏิบัติงานใด ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการคาดคะเน ทั้งการเกษตร
การแพทย์ เศรษฐศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทุกสาขา โดยความน่าจะเป็นบางเรื่องใช้
คณิตศาสตร์ชั้นสูงหลายแขนงวิหามาเกี่ยวโยงกัน ซึ่งทำให้มีเรื่องต้องศึกษาค้นคว้าอีกมาก

ความน่าจะเป็นกับเรื่องรอบตัว

ในโลกยุคใหม่ที่มีความเจริญก้าวหน้าเป็นอย่างมากในเทคโนโลยี หน่วย
คำนวณสมองกล หรือที่เราเข้าใจกันง่ายๆ ว่า คอมพิวเตอร์ นั้น การนำ “ทฤษฎีความน่าจะเป็น”
ไปประยุกต์ใช้กับเรื่องต่างๆ ที่จำเป็นต้องอาศัยการคำนวณทางคณิตศาสตร์ในปริมาณมาก
จึงสามารถทำได้ง่ายและมีประสิทธิภาพสูง ซึ่งทำให้มีการนำไปใช้กันอย่างแพร่หลายในทุก ๆ
องค์ความรู้ที่ต้องการการคาดคะเนความเป็นไปในอนาคต

ปัจจุบันข้อมูลความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ปรากฏอยู่ในทุกส่วนของ
สังคมและยังผลมาถึงชีวิตประจำวันของเราโดยไม่รู้ตัว อาทิเช่น ความน่าจะเป็นของการเป็น
โรคทางพันธุกรรมในเด็กทารก ความน่าจะเป็นที่เครื่อง GT200 จะตรวจเจอระเบิด ความน่าจะเป็น
ของการเป็นโสดของประชากรวัยแรงงาน ความน่าจะเป็นสำหรับ Suggestion Friends ใน
สังคมออนไลน์ Facebook

นอกจากนี้ การทำงานทางสถิติซึ่งมี ทฤษฎีความน่าจะเป็น เป็นพื้นฐาน ยัง
นำไปใช้ในการคาดการณ์ ทิศทางความเป็นไปในอนาคตซึ่งมีบทบาทสำคัญในการขับเคลื่อน
เศรษฐกิจและสังคม อาทิเช่น การคาดการณ์แนวโน้มสภาพคล่องทางการเงิน การคาดการณ์
ภัยแล้งหรืออุทกภัย การคาดการณ์ปริมาณการใช้งานโครงข่ายโทรคมนาคม การคาดการณ์
การเกิดโรคระบาด การคาดการณ์ปริมาณข้าวเปลือกที่จะออกสู่ตลาด การคาดการณ์ราคาขาย
ปลีกเนื้อสุกร และอื่น ๆ

จะเห็นได้ว่า ความน่าจะเป็น ไม่ได้เป็นเรื่องที่ไกลตัว หากแต่เกี่ยวข้องกับเราทุก
คนอย่างมาก ดังนั้นความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับความน่าจะเป็นจึงจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับนักเรียน ทั้ง

ในการเรียนขั้นสูงต่อไป หรือเป็นพื้นฐานในการเข้าใจข้อมูลข่าวสารเพื่อให้รู้เท่าทันความ
เป็นไปในปัจจุบัน

ความรู้เรื่องความน่าจะเป็นในหลักสูตร

ความรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น ประกอบด้วยความหมาย แนวคิดในเนื้อหา
สาระสำคัญ และแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็น สอดคล้องกับ หลักสูตร
แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นเนื้อหา
ที่ใช้เรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ประกอบด้วยเนื้อหาเกี่ยวกับ กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการ
นับแฟกทอเรียล วิธีเรียงสับเปลี่ยน การจัดหมู่ การทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของ
เหตุการณ์ การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

เรายังจะคุ้นเคยกับการนับจำนวนวิธีของการทำงานบางอย่าง หรือจำนวนวิธีที่
เหตุการณ์บางอย่างจะเกิดขึ้นตัวอย่างเช่น จำนวนวิธีที่จะจัดเรียงสิ่งของเพื่อจะตกแต่งสถานที่
จำนวนวิธีที่จะจัดคนกลุ่มหนึ่งเข้าที่พัก จำนวนวิธีที่จะจัดการแข่งขันของทีมนักกีฬา เป็นต้น
หลักการนับเบื้องต้นจะช่วยให้การนับจำนวนวิธีของเหตุการณ์ต่างๆ ทำได้ง่าย และสะดวก
รวดเร็วขึ้น หลักการนับเบื้องต้นจะประกอบด้วยหลักการคูณและหลักการบวก ดังต่อไปนี้

หลักการคูณ

พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 คนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วยชาย 3 คน และหญิง 4 คน จงหาจำนวนวิธีที่
จะเลือกตัวแทน 2 คน โดยเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน

วิธีทำ สมมติชาย 3 คน คือ ช1, ช2, ช3

และหญิง 4 คน คือ ญ1, ญ2, ญ3, ญ4

จะเห็นว่าวิธีเลือกตัวแทนทั้งหมด 12 วิธี คือ

(ช1, ญ1), (ช1, ญ2), (ช1, ญ3), (ช1, ญ4)

(ช2, ญ1), (ช2, ญ2), (ช2, ญ3), (ช2, ญ4)

(ช3, ญ1), (ช3, ญ2), (ช3, ญ3), (ช3, ญ4)

จากตัวอย่างที่ 1 เราสามารถสรุปหลักการคูณได้ดังนี้

กฎข้อ 1 ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งประกอบด้วยการทำงาน 2 ชนิด โดยที่งานชนิดที่หนึ่งทำได้ n_1 วิธี และแต่ละวิธีในการทำงานชนิดที่หนึ่งมีวิธีทำงานงานชนิดที่สองได้ n_2 วิธี ดังนั้นจำนวนวิธีทั้งหมดของการทำงานนี้ เท่ากับ $n_1 n_2$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 จงหาจำนวนวิธีในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ พร้อมกับทอดลูกเต๋า 1 ลูก

วิธีทำ ผลจากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ มี 2 วิธี คือ เกิดหน้า หัว ก้อย

ผลจากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก มี 6 วิธี คือ เกิดแต้ม 1, 2, 3, 4, 5, 6

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $2 \times 6 = 12$ วิธี

ข้อสังเกต ในการโยนเหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก เป็นการกระทำที่เกิดขึ้นต่อเนื่องกันซึ่งจะ
ทำอย่างใดก่อนหรือหลังจะมีจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดเท่ากัน

กฎข้อ 2 ถ้างานอย่างแรกมีวิธีทำได้ n_1 วิธี

ในแต่ละวิธีในการทำงานอย่างแรกมีวิธีทำงานงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี

ในแต่ละวิธีในการทำงานอย่างที่สองมีวิธีทำงานงานอย่างสามได้ n_3 วิธี

⋮

ในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างที $(k-1)$ มีวิธีทำงานงานอย่างที k ได้ n_k วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกทำงาน k อย่าง เท่ากับ $n_1 n_2 n_3 \dots n_k$ วิธี

หลักการบวก

พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีครูคณิตศาสตร์ชาย 3 คน และหญิง 4 คน โดยใน
จำนวนนี้มีครูสองคน เป็นสามีภรรยา กัน ซึ่งจะไปประชุมที่ต่างจังหวัดพร้อมกันเท่านั้น
โรงเรียนแห่งนี้จะส่งครู 2 คน ที่เป็นชายหนึ่งคนและหญิงหนึ่งคนไปประชุมต่างจังหวัดได้กี่วิธี

วิธีทำ การที่ครูสองคนจะไปประชุมที่ต่างจังหวัดแบ่งเป็น 2 วิธี คือ

วิธีที่ 1 ครูสองคนที่เป็นสามีภรรยา กันไปประชุมได้ 1 วิธี

วิธีที่ 2 ครูสองคนที่ไม่เป็นสามีภรรยา กันไปประชุมได้ 6 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะส่งครูไปประชุมที่ต่างจังหวัด เท่ากับ $1 + 6 = 7$ วิธี

กฎข้อ 3 ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งประกอบด้วยวิธีทำงาน 2 วิธี แต่ละวิธีของการทำงานไม่เกิดซ้ำซ้อนกัน งานอย่างแรกทำได้ n_1 วิธี และงานอย่างที่สองทำได้ n_2 วิธี
จำนวนวิธีที่จะทำงานนี้เท่ากับ $n_1 + n_2$ วิธี

ตัวอย่างที่ 4 จำนวนเต็มบวกสามหลักมีกี่จำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว และแต่ละหลักมีตัวเลขไม่ซ้ำกัน

วิธีทำ จำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 5 ลงตัว แบ่งเป็นจำนวนเต็มที่มีเลขในหลักหน่วยเป็น 0 และจำนวนเต็มที่มีเลขในหลักหน่วยเป็น 5

วิธีที่ 1 ตัวเลขในหลักหน่วยเป็น 0 มี 1 วิธี

ตัวเลขในหลักร้อยเลือกได้ 9 วิธี (คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

ตัวเลขในหลักสิบเลือกได้ 8 วิธี (ไม่ซ้ำกับหลักหน่วยและหลักร้อย)

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกสามหลักที่ลงท้ายด้วย 0 มี $1 \times 9 \times 8 = 72$ วิธี

วิธีที่ 2 ตัวเลขในหลักหน่วยเป็น 5 มี 1 วิธี

ตัวเลขในหลักร้อยเลือกได้ 8 วิธี (ไม่ใช่เลข 0 และเลข 5)

ตัวเลขในหลักสิบเลือกได้ 8 วิธี (ไม่ซ้ำกับหลักหน่วยและหลักร้อย)

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกสามหลักที่ลงท้ายด้วย 5 มี $1 \times 8 \times 8 = 64$ วิธี

เพราะฉะนั้น จำนวนเต็มบวกสามหลักที่ต้องการมีทั้งหมด $72 + 64 = 136$ วิธี

จากตัวอย่างข้างต้น สรุปหลักการบวกในรูปทั่วไปดังนี้

กฎข้อ 4 ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งประกอบด้วยวิธีทำงาน k วิธี แต่ละวิธีของการทำงานไม่เกิดซ้ำซ้อนกัน

วิธีที่ 1 มีวิธีการทำงาน n_1 วิธี

วิธีที่ 2 มีวิธีการทำงาน n_2 วิธี

⋮

วิธีที่ k มีวิธีการทำงาน n_k วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะทำงานนี้เท่ากับ $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ วิธี

แฟกทอเรียล

กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล n เขียนแทนด้วย $n!$ โดยที่

$$\begin{aligned} n! &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n \\ &= n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 \end{aligned}$$

ข้อสังเกต 1. กำหนดให้ $0! = 1$ ดังนั้น สำหรับจำนวนเต็มบวก n

$$n! = n(n-1)!$$

$$\text{เช่น } 1! = 1 \cdot 0! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1! = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2! = 6$$

$$4! = 4 \cdot 3! = 24$$

$$5! = 5 \cdot 4! = 120$$

2. ถ้า r เป็นจำนวนเต็มบวก $1 \leq r \leq n$ แล้ว

$$\begin{aligned} n(n-1) \cdots (n-r+1) &= \frac{n(n-1) \cdots (n-r+1)(n-r)!}{(n-r)!} \\ &= \frac{n!}{(n-r)!} \end{aligned}$$

วิธีเรียงสับเปลี่ยน

บางครั้งเราต้องการทราบจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการจัดเรียงอันดับของสิ่งของ ดังตัวอย่าง ในการนำอักษร 3 ตัว คือ A, B และ C มาจัดเรียงใหม่ได้จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยน ทั้งหมด 6 วิธี ดังนี้

ABC	BAC	CAB
ACB	BAC	CBA

การจัดเรียงข้างต้นมีแนวคิดดังนี้

ตำแหน่งที่ 1 จะเป็นอักษร A, B หรือ C ก็ได้มีวิธีจัดได้ 3 วิธี

ตำแหน่งที่ 2 เหลืออักษรที่จะนำมาจัดเรียงเพียง 2 ตัว จึงจัดได้ 2 วิธี

ตำแหน่งที่ 3 เหลืออักษรเพียง 1 ตัว จึงจัดได้ 1 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $3 \times 2 \times 1 = 6$ วิธี

การจัดเรียงอันดับของตัวอักษร เช่นนี้เรียกว่า วิธีเรียงสับเปลี่ยน

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

เป็นการเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรงหรือเส้นโค้ง โดยที่ปลายทั้งสองข้างไม่บรรจบกัน

1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน สิ่งแตกต่างกันทั้ง n สิ่งในแนวเส้นตรง หาได้ดังนี้

ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 3	ตำแหน่งที่ n
<input style="width: 100px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100px; height: 20px;" type="text"/>

ตำแหน่งที่ 1 จะวางของสิ่งใดใน n สิ่งก็ได้ มีวิธีจัดวางได้ n วิธี

ตำแหน่งที่ 2 แต่ละวิธีที่วางของตำแหน่งที่ 1 มีวิธีวางของตำแหน่งที่ 2 ได้ $(n-1)$ วิธี

ตำแหน่งที่ 3 สำหรับแต่ละวิธีที่วางของในตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 2 จะมีวิธีวางของในตำแหน่งที่ 3 ได้ $(n-2)$ วิธี

⋮

ตำแหน่งที่ n เหลือสิ่งของอยู่สิ่งเดียวจึงมีวิธีวางของได้ 1 วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของทั้ง n สิ่งเท่ากับ $n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$ วิธี

ตัวอย่างที่ 5 จัดคน 7 คน ยืนเรียงแถวเพื่อถ่ายรูป จะได้ภาพต่างกันอย่างเบบ

วิธีทำ การจัดคน 7 คน ยืนเรียงแถว จะมีวิธีจัดที่ต่างกันทั้งหมด $7! = 5040$ วิธี

ดังนั้นจะได้ภาพที่ต่างกันทั้งหมด 5040 ภาพ

ในทำนองเดียวกัน ถ้ามีของอยู่ n สิ่งแตกต่างกันทั้งหมด ต้องการนำมาจัดอันดับที่ละ r สิ่ง โดยที่ $1 \leq r \leq n$ ตำแหน่งที่จะจัดเรียงจึงมีเพียง r ตำแหน่ง

ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 3	ตำแหน่งที่ r
<input style="width: 100px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100px; height: 20px;" type="text"/>	<input style="width: 100px; height: 20px;" type="text"/>

ตำแหน่งที่ 1 มีวิธีวางของได้ n วิธี

ตำแหน่งที่ 2 มีวิธีวางของได้ $n-1$ วิธี

ตำแหน่งที่ 3 มีวิธีวางของได้ $n-2$ วิธี

⋮

ตำแหน่งที่ r มีวิธีวางของได้ $n-(r-1) = n-r+1$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดอันดับของ r สิ่งเท่ากับ $n(n-1) \cdots (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

กฎข้อ 5 จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดแบบเชิงเส้น โดยจัดทีละ r สิ่ง เขียนแทนด้วย $P_{n,r}$ หาได้จาก

$$P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ข้อสังเกต $P_{n,n} = n!$

ตัวอย่างที่ 6 มีหนังสือต่างกันทั้งหมด 6 เล่ม ในจำนวนนี้มีหนังสือปกสีแดง 3 เล่ม จงหาจำนวนวิธีจัดหนังสือทั้ง 6 เล่มบนชั้น โดยที่หนังสือเล่มแรกและเล่มสุดท้ายเป็นหนังสือปกสีแดง

วิธีทำ



หนังสือเล่มแรกและเล่มสุดท้ายเป็นหนังสือปกสีแดง จัดได้ $P_{3,2}$

หนังสือตรงกลางมีทั้งหมด 4 เล่ม จัดวางได้ 4! วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดหนังสือ 6 เล่มบนชั้นเท่ากับ $4! \times P_{3,2} = 144$ วิธี

2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

ถ้ามีสิ่งของ n สิ่งแตกต่างกันทั้งหมดมีจำนวนวิธีจัดเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นเท่ากับ $n!$ วิธีสมมติให้ของ n สิ่งมี n_1 สิ่งเหมือนกันเป็นกลุ่มที่ 1 มี n_2 สิ่งเหมือนกันเป็นกลุ่มที่ 2 ... และมี n_k สิ่งเหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k โดยที่ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$ จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนจะน้อยลงไปคือในจำนวน $n!$ วิธีจะรวมวิธีเรียงสับเปลี่ยนที่ไม่แตกต่างกัน $n_1!$ วิธีสำหรับสิ่งของเหมือนกันของกลุ่มที่ 1 และ $n_2!$ วิธี สำหรับสิ่งของเหมือนกันของกลุ่มที่ 2 ... และ $n_k!$ วิธี สำหรับสิ่งของเหมือนกันของกลุ่มที่ k

ดังนั้น วิธีเรียงสับเปลี่ยนที่สามารถเห็นความแตกต่างได้เท่ากับ $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$ วิธี

ตัวอย่างที่ 7 มีลูกบอลขนาดเดียวกัน 9 ลูก เป็นสีแดง 5 ลูก และสีดำ 4 ลูก จะเรียงลูกบอลเป็นแนวตรงได้กี่วิธี โดยที่

1. ลูกบอลที่อยู่หัวแถวและท้ายแถวมีสีเดียวกัน
2. ลูกบอลที่อยู่หัวแถวและท้ายแถวมีสีต่างกัน

วิธีทำ 1. ลูกบอลที่อยู่หัวแถวและท้ายแถวจะเป็นสีแดงหรือสีดำก็ได้

วิธีที่ 1 ถ้าลูกบอลหัวแถวและท้ายแถวเป็นสีแดง จะมีลูกบอลเหลือ 7 ลูก

ที่เป็นสีแดง 3 ลูก เป็นสีดำ 4 ลูก

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเท่ากับ } \frac{7!}{3!4!} = 35 \text{ วิธี}$$

วิธีที่ 2 ถ้าลูกบอลหัวแถวและท้ายแถวเป็นสีดำ จะมีลูกบอลเหลือ 7 ลูก

ที่เป็นสีแดง 5 ลูก เป็นสีดำ 2 ลูก

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเท่ากับ } \frac{7!}{5!2!} = 21 \text{ วิธี}$$

ดังนั้นจำนวนวิธีเรียงลูกบอลทั้ง 9 ลูกเป็นแนวตรงได้ $35 + 21 = 56$ วิธี

2. เรียงลูกบอลทั้ง 9 ลูกที่เป็นสีแดง 5 ลูก และสีดำ 4 ลูกในแนวตรง

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเท่ากับ } \frac{9!}{5!4!} = 126 \text{ วิธี}$$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน โดยที่หัวแถวและท้ายแถวมีสีต่างกัน

$$= \text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนทั้งหมด} - \text{จำนวนวิธีสับเปลี่ยนในข้อ 1)}$$

$$= 126 - 56 = 70 \text{ วิธี}$$

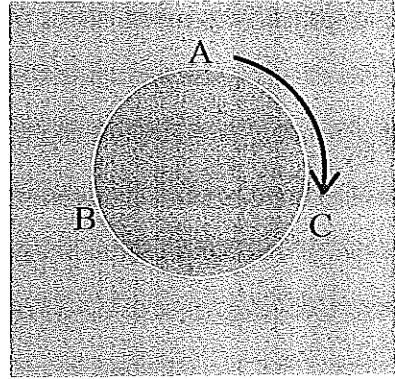
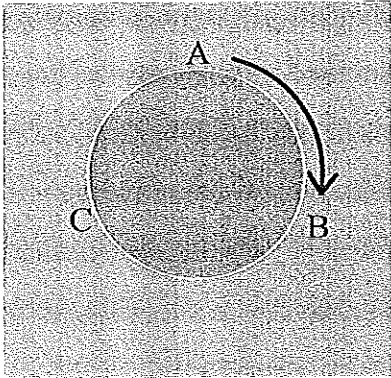
วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมจะต่างจากวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ทั้งนี้เพราะวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมไม่มีหัวแถวหรือท้ายแถว เช่น สมมติว่าจัดอักษร 3 ตัวคือ A, B และ C เรียงเป็นเชิงเส้นจะจัดได้ทั้งหมด $3! = 6$ วิธี คือ

ABC BAC CAB

ACB BAC CBA

แต่จัดอักษรทั้ง 3 ตัวเรียงเป็นวงกลมจะมีวิธีจัดเพียง 2 วิธีเท่านั้น ดังรูป

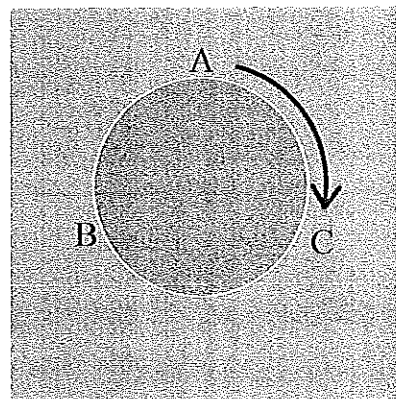
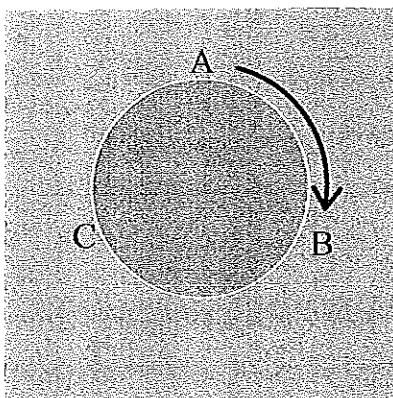


จะเห็นว่าการจัดเรียง ABC, BCA และ CAB ก็ถือเป็นวิธีเดียวกัน และการจัดเรียง ACB, BAC และ CBA ก็ถือเป็นวิธีเดียวกัน ดังนั้น ถ้ากำหนดให้ A อยู่คงที่จะเหลืออักษรอีก 2 ตัว คือ B และ C ที่ต้องเรียงสับเปลี่ยนซึ่งมีวิธีจัดได้ $2!$ หรือ $(3-1)!$ วิธี อาศัยแนวคิดเดียวกันนี้ สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

ทฤษฎีข้อ 6 ถ้ามีของ n สิ่งแตกต่างกัน ทั้งหมดเมื่อนำมาจัดเรียงเป็นวงกลมกำหนดให้ของสิ่งหนึ่งอยู่คงที่ แล้วจัดของที่เหลือ $(n-1)$ สิ่ง เรียงสับเปลี่ยนจะได้จำนวนวิธีเท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

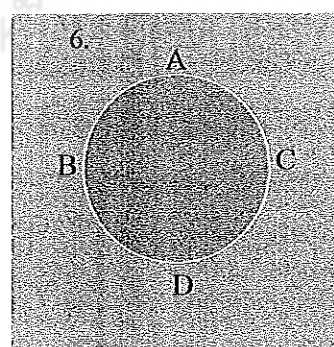
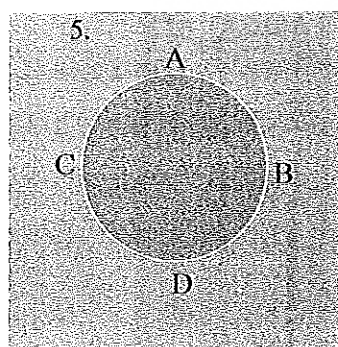
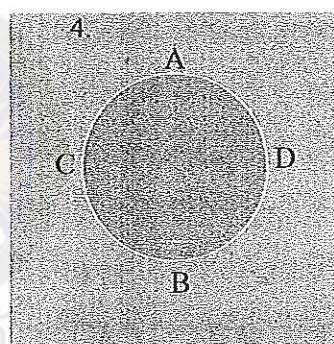
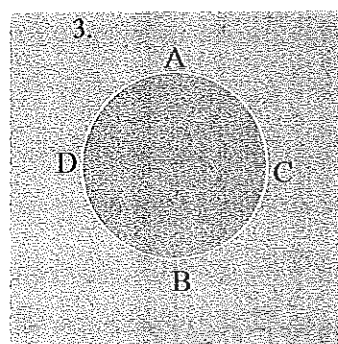
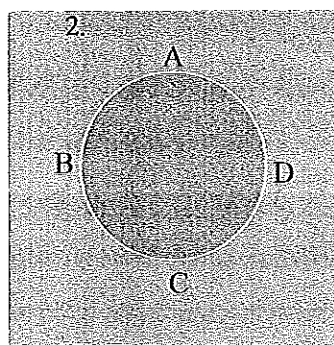
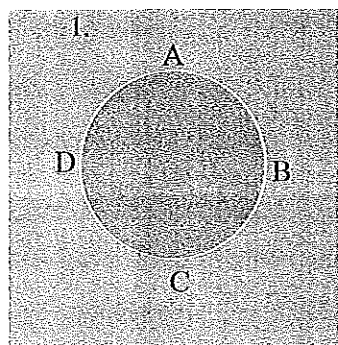
สังเกตว่าการจัดคนนั่งรอบโต๊ะ หรือการจัดตัวอักษรเป็นวงกลมเป็นการจัดเรียงสับเปลี่ยนที่มองได้ด้านเดียว แต่ก็มี การจัดเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของเป็นวงกลมที่สามารถพลิกกลับอีกด้านหนึ่งได้ เช่น การร้อยพวงมาลัย การร้อยลูกปัด หรือพวงกุญแจ เป็นต้น

พิจารณาการเรียงตัวอักษร 3 ตัว A, B และ C เป็นวงกลมถ้ามองด้านเดียวจะมีการจัดเรียงได้ 2 แบบ



ถ้าพลิกอีกด้านหนึ่งการจัดเรียง ABC จะตรงกับการจัดเรียง ACB ดังนั้นจำนวนวิธีการจัดเรียงอักษรเป็นเพียงแบบเดียวเท่านั้น

ถ้าพิจารณาการเรียงตัวอักษร 4 ตัว A, B, C และ D เป็นวงกลมซึ่งเมื่อมองด้านเดียวจะมีการจัดเรียงได้ $3! = 6$ วิธี ดังรูป



ถ้าพลิกอีกด้านหนึ่งการจัดเรียงแบบที่ 1 จะตรงกับแบบที่ 2 การจัดเรียงแบบที่ 3 จะตรงกับแบบที่ 4 การจัดเรียงแบบที่ 5 จะตรงกับแบบที่ 6 และ สังเกตได้ว่าจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมในลักษณะที่มีการพลิกกลับอีกด้านหนึ่ง เป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพริกไม่ได้ดังนี้

กฎข้อ 7 ถ้ามีของ n สิ่งเมื่อ $n > 3$ แตกต่างกันทั้งเมื่อนำมาจัดเรียงเป็นวงกลมในลักษณะ มีการพลิกกลับอีกด้านหนึ่ง ได้ จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ $\frac{(n-1)!}{2}$ วิธี

วิธีจัดหมู่

สมมติว่าต้องการเลือกตัวแทนนักเรียน 2 คน จากผู้สมัคร 3 คน ซึ่งเหมือนกับ การหาจำนวนสับเซตที่มีสมาชิก 2 ตัว ของเซตที่มีสมาชิก 3 ตัว

สมมติว่ามีเซต $A = \{a, b, c\}$ สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 2 ตัว มีทั้งหมด 3 เซต คือ $\{a, b\}$, $\{a, c\}$ และ $\{b, c\}$ ทำนองเดียวกันในการเลือกตัวแทนนักเรียน 2 คน จากที่ผู้สมัคร 3 คนจะมีวิธีเลือกทั้งหมด 3 วิธี วิธึหาสับเซตหรือวิธีเลือกตัวแทนนักเรียนดังกล่าวเรียกว่า วิธีจัดหมู่

สังเกตว่าสับเซตที่มีสมาชิก 2 ตัวของเซต A ข้างต้น อันดับของตัวอักษรในสับเซต ไม่มีความสำคัญเพราะว่าเซตสองเซตเท่ากันก็ต่อเมื่อมีสมาชิกชุดเดียวกัน ดังนั้นวิธีจัดหมู่จะไม่คำนึงถึงอันดับของสิ่งของขณะที่การเรียงสับเปลี่ยนจะคำนึงถึงอันดับของสิ่งของ

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนอักษร 2 ตัวจากอักษรทั้งหมด 3 ตัว มี $P_{3,2} = 6$ วิธี

จำนวนวิธีจัดหมู่อักษร 2 ตัวจากอักษรทั้งหมด 3 ตัว มี 3 วิธี

วิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

3. วิธีเลือกสิ่งของ r สิ่งจากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง เมื่อ $0 \leq r \leq n$

สมมติว่ามีสิ่งของ n สิ่งแตกต่างกัน จะเลือกมาเพียง r สิ่ง เมื่อ $0 \leq r \leq n$

โดยทั่วไปถ้ามีของ n สิ่งแตกต่างกัน จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของคราวละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$ คือ

$$P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ให้ $C_{n,r}$ หรือ $\binom{n}{r}$ แทนจำนวนวิธีที่จะเลือกของ r สิ่งจากของ n สิ่ง

หมายเหตุ $\binom{n}{r}$ อ่านว่า “ n เลือก r ”

ในการเลือกสิ่งของ r สิ่งจากสิ่งของ n ไม่สนใจว่าของทั้ง r สิ่งนั้นเรียงกันอยู่อย่างไร

จำนวนวิธีทั้งหมด $C_{n,r} = \frac{P_{n,r}}{r!(n-r)!}$

ข้อสังเกต 1. $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ และ $\binom{n}{1} = n$

2. $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

3. $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{r!}$

ตัวอย่างที่ 8 สมศรีต้องการเชิญเพื่อนสนิทซึ่งมี 10 คน มารับประทานอาหารด้วยกัน 6 คน ถ้าใน 10 คนนี้มี 2 คน เป็นพี่น้องกันจะเชิญมาต่อเชิญทั้งคู่ สมศรีจะมีวิธีเชิญเพื่อนได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ถ้าสมศรีเชิญ 2 คน พี่น้องมาด้วยจะเชิญเพื่อนคนอื่นได้เพียง 4 คนจาก 8 คน

จำนวนวิธีเชิญเพื่อนเท่ากับ $\binom{8}{4} = 70$ วิธี

แต่ถ้าสมศรีไม่เชิญพี่น้อง 2 คนนั้นมาด้วยจะต้องเชิญเพื่อน 6 คน จาก 8 คน

จำนวนวิธีเชิญเพื่อนเท่ากับ $\binom{8}{6} = 28$ วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีเชิญเพื่อนทั้งหมดเท่ากับ $70 + 28 = 98$ วิธี

4. วิธีแบ่งสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งออกเป็น k กลุ่มโดยที่แต่ละกลุ่มมีสิ่งของไม่เท่ากัน

ถ้ามีตัวอักษร 3 ตัว a, b และ c ต้องการแบ่งเป็น 2 กลุ่ม โดยที่กลุ่มแรกมีอักษร 2 ตัว และกลุ่มที่สองมีอักษร 1 ตัว ทำได้ 3 วิธี คือ

$$\{a, b\} \text{ และ } \{c\}$$

$$\{a, c\} \text{ และ } \{b\}$$

$$\{b, c\} \text{ และ } \{a\}$$

แนวคิดในการนับจำนวนวิธีคือเลือกตัวอักษร 2 ตัว เป็นกลุ่มแรกก่อนจะได้ว่า

ตัวอักษรที่เหลือจะเป็นตัวอักษรในกลุ่มที่สอง จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่มเท่ากับ $\binom{3}{2} = 3$ วิธี

ข้อสังเกต ในการแบ่งตัวอักษร 3 ตัว ออกเป็นสองกลุ่มอาจสลับเป็นเลือกตัวอักษร 1 ตัว เป็น

กลุ่มแรกและตัวอักษรที่เหลือเป็นกลุ่มที่สอง จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่มเท่ากับ $\binom{3}{1} = 3$ วิธี

ถ้าสิ่งของแตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ n_1 และ n_2 ตามลำดับ โดยที่ $n_1 \neq n_2$ และ $n_1 + n_2 = n$

$$\text{จำนวนวิธีแบ่งกลุ่มเท่ากับ } \binom{n}{n_1} = \frac{n!}{n_1!(n-n_1)!} = \frac{n!}{n_1!n_2!} \text{ วิธี}$$

ถ้าสิ่งของแตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการแบ่งเป็น 3 กลุ่ม ๆ ละ n_1 และ n_2 ตามลำดับ โดยที่ $n_1 \neq n_2 \neq n_3$ และ $n_1 + n_2 + n_3 = n$

จำนวนวิธีแบ่งกลุ่มเท่ากับ

$$\begin{aligned} \binom{n}{n_1} \binom{n-n_1}{n_2} &= \frac{n!}{n_1!(n-n_1)!} \cdot \frac{(n-n_1)!}{n_2!(n-n_1-n_2)!} \\ &= \frac{n!}{n_1!n_2!n_3!} \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 9 จะแบ่งนักเรียน 12 คน ออกเป็นสองกลุ่ม ๆ ละ 5 คน และ 7 คน ได้กี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีแบ่งนักเรียนเท่ากับ $\frac{12!}{5!7!} = 792$ วิธี

กฎข้อ 8 แบ่งสิ่งของแตกต่างกัน n สิ่งออกเป็น k กลุ่ม ๆ ละ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ โดยที่

$$n_1 \neq n_2 \neq \dots \neq n_k \text{ และ } n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$$

$$\text{จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่มเท่ากับ } \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!} \text{ วิธี}$$

5. วิธีแบ่งสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งออกเป็น k กลุ่มโดยที่แต่ละกลุ่มมีจำนวนสิ่งของเท่ากัน

ถ้ามีตัวอักษร 4 ตัว a, b, c และ d ต้องการแบ่งเป็น 2 กลุ่ม โดยที่แต่ละกลุ่มมีอักษร 2 ตัว ถ้าเลือกตัวอักษร 2 ตัว เป็นกลุ่มแรกจะเหลือตัวอักษรอีก 2 ตัวเป็นกลุ่มที่สอง จะมี

$$\text{จำนวนวิธีเท่ากับ } \binom{4}{2} = 6 \text{ วิธี ดังนี้}$$

กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2
{a, b}	{c, d}
{a, c}	{b, d}
{a, d}	{b, c}
{b, c}	{a, d}
{b, d}	{a, c}
{c, d}	{a, b}

สังเกตว่ากลุ่มของตัวอักษรในกลุ่มที่ 1 และ กลุ่มที่ 2 แต่ละชุดจะสลับกัน $2!$ วิธี (สลับที่ระหว่างกลุ่ม 2 กลุ่ม) ทำให้มีวิธีแบ่งกลุ่มซ้ำกันอยู่ $2!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีแบ่งกลุ่มเท่ากับ $\frac{4!}{(2!)^2 2!} = \frac{6}{2!} = 3$ วิธี

ในการทำงานเดียวกันแบ่งสิ่งของ n สิ่งออกเป็น k กลุ่มๆ ละ r สิ่งเท่าๆ กัน

จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่มเท่ากับ $\frac{n!}{(r!)^k k!}$ วิธี

ตัวอย่างที่ 10 จงหาจำนวนวิธีแบ่งดินสอสี 12 แท่งออกเป็น 3 กอง ๆ ละเท่า ๆ กัน

วิธีทำ แบ่งดินสอสี 12 แท่งออกเป็น 3 กอง จะต้องแบ่งกองละ 4 แท่ง

จำนวนวิธีแบ่งดินสอสีเท่ากับ $\frac{12!}{(4!)^3 3!} = 5775$ วิธี

ทฤษฎีบททวินาม

พิจารณาการกระจายของ $(a + b)^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$(a + b)^0 = 1$$

$$(a + b)^1 = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$(a + b)^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่ไม่มากนักทำได้โดยการคูณ $(a + b)$ เข้าด้วยกัน n ครั้ง
เช่น

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)(a+b) \\ &= (a+b)(a^2+2ab+b^2) \\ &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\end{aligned}$$

แต่ถ้า n เป็นจำนวนที่มีค่ามากๆ จะพิจารณาได้จาก

$$(a+b)^n = (a+b)(a+b)(a+b)\dots(a+b) \quad (n \text{ วงเล็บ})$$

พจน์ที่ 1 ได้จากการนำ a จากทุกวงเล็บคูณกันได้ a^n

พจน์ที่ 2 ได้จากการนำ b จากหนึ่งวงเล็บคูณกับ a จาก $(n-1)$ วงเล็บที่เหลือ

$$\text{จะได้พจน์ } a^{n-1}b \text{ ซึ่งเกิดขึ้นได้ } \binom{n}{1} \text{ วิธี}$$

พจน์ที่ 3 ได้จากการนำ b จากสองวงเล็บคูณกับ a จาก $(n-2)$ วงเล็บที่เหลือ

$$\text{จะได้พจน์ } a^{n-2}b^2 \text{ ซึ่งเกิดขึ้นได้ } \binom{n}{2} \text{ วิธี}$$

⋮

พจน์ที่ $n+1$ ได้จากการนำ b จากทุกวงเล็บคูณกัน จะได้ b^n

ดังนั้น

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}a^0b^n$$

การกระจาย $(a+b)^n$ สรุปเป็นทฤษฎีบทได้ดังนี้

ทฤษฎีบททวินาม (Binomial Theorem)

ถ้า a, b เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}a^0b^n$$

จำนวน $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{n-1}, \binom{n}{n}$ ที่เป็นสัมประสิทธิ์ของแต่ละ

พจน์ในการกระจาย $(a+b)^n$ เรียกว่า สัมประสิทธิ์ทวินาม (Binomial coefficient)

- ข้อสังเกต
1. จำนวนพจน์ของการกระจาย $(a + b)^n$ มีทั้งหมด $n + 1$ พจน์
 2. ในการกระจาย $(a + b)^n$ เลขชี้กำลังของ a เริ่มจาก n แล้วลดลงทีละ 1 จนถึง 0 ส่วนเลขชี้กำลังของ b เริ่มจาก 0 เพิ่มขึ้นทีละ 1 จนถึง n
 3. ในแต่ละพจน์ของการกระจาย $(a + b)^n$ ผลรวมของเลขชี้กำลังของ a และ b เท่ากับ n เสมอ

$$4. \text{พจน์ที่ } r + 1 \text{ ของการกระจาย } (a + b)^n \text{ คือ } \binom{n}{r} a^{n-r} b^r \text{ เมื่อ } 0 \leq r \leq n$$

เช่น จงหาพจน์ที่ 4 ของการกระจาย $(x + 2y)^{10}$

วิธีทำ พจน์ที่ 4 ของการกระจาย คือ $\binom{10}{3} x^7 (2y)^3$

การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ

การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่ทราบขอบเขตของผลลัพธ์แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าแต่ละครั้งที่ทำการทดลองเกิดผลลัพธ์ใด

ตัวอย่างเช่น การเลือกตัวอักษร 2 ตัว จากตัวอักษร 4 ตัว A B C และ D ก็เป็น การทดลองสุ่มเพราะสามารถบอกได้ว่าจะได้ตัวอักษร AB, AC, AD, BC, BD หรือ CD

แซมเปิลสเปซ คือเซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม

ตัวอย่างเช่น การเลือกตัวอักษร 2 ตัว จากตัวอักษร 4 ตัว A B C และ D

แซมเปิลสเปซ $S = \{ AB, AC, AD, BC, BD, CD \}$

เหตุการณ์

เหตุการณ์ คือ สับเซตของแซมเปิลสเปซ

ถ้าแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มมีสมาชิก N ตัว จะได้ว่า จำนวนเหตุการณ์จะมีทั้งหมด 2^N เหตุการณ์ และจะเห็นว่าแซมเปิลสเปซ และ \emptyset ต่างก็เป็นเหตุการณ์ด้วย

ยูเนียนของเหตุการณ์

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ จะได้

$E_1 \cup E_2$ คือเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 หรือเหตุการณ์ E_2 หรือทั้งสองเหตุการณ์

อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ จะได้

$E_1 \cap E_2$ คือเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2

เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

จะเรียกเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ว่า เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ที่ $E_1 \cap E_2 = \emptyset$

คอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์

ให้ S เป็นแซมเปิลสเปซ และ E เป็นเหตุการณ์

คอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย E' คือเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E

ความน่าจะเป็น

ถ้าในแซมเปิลสเปซ S มีสมาชิก N ตัว โดยที่สมาชิกแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆกัน และเหตุการณ์ E เป็นสับเซตของ S มีสมาชิก n ตัว ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$ โดยที่

$$P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ } S} = \frac{n}{N}$$

ข้อสังเกต

1. ถ้า $P(E) = 0$ หมายความว่าเหตุการณ์ E ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย
2. ถ้า $P(E) = 1$ หมายความว่าเหตุการณ์ E จะเกิดขึ้นอย่างแน่นอน

กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

1. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใดๆ จะมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 นั่นคือ $0 \leq P(E) \leq 1$
2. $P(S) = 1$ และ $P(\emptyset) = 0$
3. ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ จะได้ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$
4. ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน จะได้ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$
5. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใดๆ จะได้ $P(E) + P(E') = 1$

ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ โดยที่ $P(B) > 0$

$P(A|B)$ แทนความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A เมื่อเหตุการณ์ B เกิดขึ้นแล้ว

เช่น ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ทราบว่าจะเกิดแต้มี่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม
น้อยกว่า 4

วิธีทำ ให้ B แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าก่อเกิดแต้มี่

และ A แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าก่อเกิดแต้มน้อยกว่า 4

จะได้ $A \cap B$ แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าก่อเกิดแต้มน้อยกว่า 4

ดังนั้น $B = \{1, 3, 5\}$, $A = \{1, 2, 3\}$ และ $A \cap B = \{1, 3\}$

ฉะนั้น $P(A|B) = \frac{2}{3}$

ข้อสังเกตให้ $n(B)$ และ $n(A \cap B)$ แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ B และ

$A \cap B$ ตามลำดับ

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{n(A \cap B)}{N} \cdot \frac{N}{n(B)}$$

$$\text{ดังนั้น } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกัน

จะเรียกเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B เป็นอิสระต่อกัน ก็ต่อเมื่อเหตุการณ์ A จะ
เกิดขึ้นไม่ว่าเหตุการณ์ B จะเกิดขึ้นหรือไม่ก็ตาม และจะได้ว่า

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

เช่น ในการทอดลูกเต๋านึ่งลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะขึ้นแต้ม 3 อย่างน้อย
หนึ่งครั้ง

วิธีทำ ให้ A แทนเหตุการณ์ที่ทอดลูกเต๋าคั้งแรกแล้วขึ้นแต้ม 3

และ B แทนเหตุการณ์ที่ทอดลูกเต๋าคั้งที่สองแล้วขึ้นแต้ม 3

จะได้ว่า $A \cap B$ แทนเหตุการณ์ที่ทอดลูกเต๋าคั้งแรกขึ้นแต้ม 3 และคั้งที่สองขึ้นแต้ม 3

และ $A \cup B$ แทน เหตุการณ์ที่ทอดลูกเต๋านึ่งลูก 2 คั้งแล้วคั้งแรกขึ้นแต้ม 3 หรือ
คั้งที่สองแล้วขึ้นแต้ม 3

$$\text{เพราะว่า } P(A) = \frac{1}{6} \text{ และ } P(B) = \frac{1}{6}$$

และเนื่องจากการทอดลูกเต๋าสองคั้งเป็นอิสระต่อกัน ดังนั้น

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

เพราะฉะนั้น $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

การสังเกต

มีนักวิชาการและองค์กรทางการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับ การสังเกต (Observation) ในแนวทางที่ สอดคล้องกัน ผู้วิจัยจึงนำมาวิเคราะห์และสังเคราะห์เกี่ยวกับ ลักษณะ ประเภท การรวบรวมข้อมูล เครื่องมือที่ใช้ การสร้างและพัฒนา ได้ดังนี้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช.2546 : 179-182; สมนึก ภัททิยชนี. 2553 : 35-37 ; สมบัติ ท้ายเรือคำ. 2553 : 83-85; ไพศาล วรคำ. 2554 : 212-215; บุญชม ศรีสะอาด. 2554 : 84-94; พิสนุ ฟองศรี. 2554 : 37-40 ; สุภางค์ จันทร์วานิช. 2556 : 44-62 และ ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2543.)

ความหมายของการสังเกต

การสังเกต หมายถึง การเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ประสาทสัมผัสทั้งห้าในการรับรู้ ข้อเท็จจริงจากปรากฏการณ์ใดๆ เป็นการเฝ้าดูอย่างเอาใจใส่ เพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับ ปรากฏการณ์ที่ไม่สามารถวัดได้โดยตรงและมีความซับซ้อน

ประเภทของการสังเกต

การสังเกต จัดแบ่งออกเป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ แบ่งตามบทบาทของผู้สังเกต แบ่งตามรูปแบบของการสังเกต และแบ่งตามวิธีการสังเกต รายละเอียดมีดังนี้

1. แบ่งตามบทบาทของผู้สังเกต เป็นการรวบรวมข้อมูลที่พิจารณาจากการเข้าไปมีส่วนร่วม หรือเข้าไปแสดงบทบาทในกลุ่มเป้าหมายที่ต้องการสังเกต จำแนกได้ 2 ประเภทคือ

1.1 การสังเกตแบบมีส่วนร่วม (Participant Observation) เป็นการสังเกตที่ผู้สังเกตเข้าไปเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มเป้าหมายที่ทำการสังเกตและร่วมทำกิจกรรมใน ทุก ๆ กิจกรรม หรือทุกเหตุการณ์ โดยแสดงตนให้เป็นที่ไปตามธรรมชาติเช่นเดียวกับสมาชิกคน อื่น ๆ อาจแบ่งได้เป็น 3 ประเภทย่อยคือ

1.1.1 การสังเกตแบบมีส่วนร่วมทุกกิจกรรม โดยไม่แสดงตนให้ผู้ถูกสังเกตรู้ตัว

1.1.2 การสังเกตแบบมีส่วนร่วมทุกกิจกรรม โดยแสดงตนให้ผู้ถูกสังเกตรู้ตัว

1.1.3 การสังเกตแบบมีส่วนร่วมเฉพาะบางกิจกรรม

1.2 การสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วม (Nonparticipant Observation) เป็นการ

สังเกตที่ผู้สังเกตไม่เข้าร่วมกิจกรรมในเหตุการณ์นั้น ทำตนเป็นบุคคลภายนอกที่คอยเฝ้าดูพฤติกรรมของผู้ถูกสังเกต โดยผู้ถูกสังเกตไม่รู้ตัวว่ากำลังถูกสังเกต

2. แบ่งตามรูปแบบของการสังเกต เป็นการรวบรวมข้อมูลโดยคำนึงถึงขอบเขตที่ผู้วิจัยกำหนด จำนวนได้ 2 ประเภทคือ

2.1 การสังเกตแบบมีโครงสร้าง (Structured Observation) เป็นการสังเกตที่ผู้สังเกตจะกำหนดประเด็นหรือเป้าหมายของการสังเกตไว้อย่างชัดเจนในการสังเกตจะศึกษาเฉพาะเรื่องที่คุณสังเกตจำกัดขอบเขตไว้กำหนดเรื่องเฉพาะโดยมีรายละเอียดพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์ที่ได้ระบุไว้ล่วงหน้า จะไม่สังเกตเรื่องอื่นนอกจากเรื่องที่กำหนดไว้ โดยจะใช้เครื่องมือที่ได้สร้างไว้อย่างเป็นทางการให้ผู้สังเกตได้ใช้เป็นคู่มือการสังเกตและจดบันทึก

2.2 การสังเกตแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Observation) เป็นการสังเกตที่นิยมใช้กันมากในงานวิจัยของมานุษยวิทยา ที่ผู้สังเกตมีอิสระในการสังเกต ผู้สังเกตไม่ต้องวางแผนหรือกำหนดขอบเขตประเด็นการสังเกตไว้ล่วงหน้าอย่างเจาะจงว่าศึกษาเรื่องใด การสังเกตจึงเป็นการสังเกตสภาพทั่ว ๆ ไปอย่างกว้าง ๆ การสังเกตที่ผู้สังเกตไม่ได้กำหนดเรื่องให้เฉพาะแน่นอนลงไป เทคนิคการสังเกตแบบนี้ ได้นำมาใช้มากใน ด้านมานุษยวิทยา

3. แบ่งตามวิธีการสังเกต เป็นการรวบรวมข้อมูลที่พิจารณาจากเทคนิควิธีของผู้วิจัยในการเข้าไปสัมผัสเหตุการณ์หรือกิจกรรม จำนวนได้ 2 ประเภทคือ

3.1 การสังเกตทางตรง (Direct Observation) เป็นการสังเกตการณ์ที่ผู้สังเกตการณ์สัมผัสกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น โดยตรงด้วยตนเอง เช่น เป็นผู้เข้าร่วมประชุมสัมมนา

3.2 การสังเกตทางอ้อม (Indirect Observation) เป็นการสังเกตการณ์ที่ผู้สังเกตไม่ได้เฝ้าดู หรือศึกษาเหตุการณ์หรือปรากฏการณ์นั้น ๆ โดยตรง แต่จะดูหรือศึกษาจากที่ได้บันทึกมา หรือจากการบอกเล่าของบุคคลอื่นเช่น จากเทปบันทึกภาพ เป็นต้น

การรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต

การรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต มีแนวทางสำคัญในการเก็บข้อมูล 6 ประการ ดังนี้

1. มีจุดมุ่งหมายที่ชัดเจนว่าจะสังเกตอะไร ใคร ที่ไหน เมื่อใด
2. มีการวางแผนล่วงหน้าอย่างเป็นระบบ ขั้นตอน รวมทั้งแนวทางแก้ไขหรือทางเลือกถ้าไม่เป็นไปตามกำหนด
3. ต้องจดบันทึกตามแบบที่กำหนดไว้ระหว่างสังเกต (ถ้าทำได้ แต่ในกรณี

สังเกตแบบมีส่วนร่วมอาจทำไม่ได้) อย่าคิดว่าค้อยบันทึก เพราะจะลืมแม้จะไม่ลืมข้อมูลทั้งหมดแต่จะทำให้ความสมบูรณ์เสียไป การไปสังเกตใหม่จะทำให้เสียเวลา อาจทำไม่ได้ถ้าเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ยาก

4. ผู้สังเกตต้องมีความรู้ในเรื่องที่สังเกต
5. ถ้าเป็นคนอย่าให้ผู้ถูกสังเกตรู้ตัว และเปลี่ยนพฤติกรรมจากสภาพปกติ
6. ถ้าสังเกตหลายคนควรมีการตรวจสอบเปรียบเทียบว่าแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร พร้อมทั้งวิเคราะห์หาสาเหตุ

เครื่องมือที่ใช้ในการสังเกต

ในการสังเกตจำเป็นจะต้องมีเครื่องมือต่างๆ ที่ใช้ในการสังเกตเพื่อให้ได้ข้อมูลที่เชื่อถือได้ เครื่องมือที่ใช้มีดังนี้

1. แบบบันทึกการสังเกต ได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ (Check – list) ที่เป็นรายการแสดงขั้นตอน กิจกรรมหรือพฤติกรรมและคุณลักษณะของกลุ่มหรือรายบุคคลที่ผู้สังเกตได้จดบันทึกไว้ว่ามี-ไม่มี จริง-ไม่จริง ใช่-ไม่ใช่ แต่จะไม่มีมีการประมาณค่าระดับความเข้มของพฤติกรรมที่เกิดขึ้น แบบมาตราส่วนประมาณค่า(Rating Scale) เป็นการกำหนดรายการหรือ พฤติกรรมที่ต้องการสังเกตในลักษณะของการประเมินที่มีค่าระดับความเข้มของพฤติกรรมหรือ คุณลักษณะที่เกิดขึ้น(กระบวนการและผลลัพธ์)โดยมีผู้สังเกตเป็นผู้ประเมิน แต่จะต้องระมัดระวังใน การกำหนดข้อความที่กำวม ความลำเอียงของผู้สังเกตที่เป็นในลักษณะธรรมชาติ และสภาวะแวดล้อมของสิ่งที่จะสังเกต

2. สมุดจดบันทึก ได้แก่ แผนภูมิการมีส่วนร่วม เป็นการสังเกตพฤติกรรมที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติในการเข้าร่วมกิจกรรมของสมาชิกในกลุ่มเล็ก ๆ โดยที่ผู้สังเกตเป็นผู้สังเกตการณ์ ภายนอกเพื่อป้องกันความลำเอียง และจดบันทึกทันทีเมื่อได้สังเกตพบพฤติกรรมหรือใน คุณลักษณะที่ต้องการเพื่อป้องกันการลืม แล้วจึงนำผลการบันทึกมาแปลความหมายตามจุดมุ่งหมาย อีกครั้งหนึ่ง

3. เครื่องมือประกอบ เช่น กล้องถ่ายรูป เทปบันทึกเสียง/วิดิทัศน์ กล้องถ่ายวีดีโอ กล้องส่องทางไกล เป็นต้น

การสร้างและพัฒนาแบบสังเกต

การสร้างและพัฒนาแบบสังเกตมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. ศึกษาพฤติกรรมที่จะสังเกต โดยศึกษาโครงสร้างประเด็นหลักๆว่ามี

อะไรบ้าง

2. นิยามพฤติกรรมที่จะสังเกต นำผลจากข้อ 1 มากำหนดเป็นนิยามที่จะสังเกตให้ละเอียดพอที่จะสร้างประเด็นย่อย
3. ร่างประเด็นย่อยและองค์ประกอบของแบบสังเกต โดยนำนิยามหรือประเด็นที่จะสังเกตมาแตกเป็นประเด็นย่อย กำหนดองค์ประกอบว่าจะเก็บข้อมูลในเชิงปริมาณหรือคุณภาพอย่างไร
4. ตรวจสอบด้วยตนเองและผู้ใกล้ชิด เพื่อนำผลการตรวจมาปรับปรุง
5. ปรับปรุงเบื้องต้น โดยนำผลจากข้อ 4 มาปรับปรุงให้ครอบคลุม กระชับ และคาดว่าจะสังเกตได้สะดวก

6. ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจเพื่อหาค่าความตรง ค่า IOC หรือ \bar{X} และข้อเสนอแนะอื่น ๆ มาปรับปรุง ในการหาความเที่ยงตรงตามเนื้อหา ที่นิยมใช้มากคือ สูตรคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อกับวัตถุประสงค์ที่เรียกว่า IOC (Index of Item Objective Congruence) ซึ่งเป็นสูตรของ Rowinelli and Hambleton. (1977 อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 246) โดยผู้เชี่ยวชาญ 3 – 5 คน พิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อกับวัตถุประสงค์ โดยกำหนดคะแนนความเห็นดังนี้

- +1 แน่ใจว่าข้อคำถามจากการสังเกตสอดคล้องจุดประสงค์
- 0 ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามจากการสังเกตสอดคล้องจุดประสงค์
- 1 แน่ใจว่าข้อคำถามจากการสังเกตไม่สอดคล้องจุดประสงค์

นำคะแนนของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนมาคำนวณจากสูตรดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

กำหนดเกณฑ์การยอมรับว่าข้อคำถามข้อนั้น วัดได้ตรงจุดประสงค์จากค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป หากพบว่าค่า IOC ที่ผู้เชี่ยวชาญวิเคราะห์ไม่ถึง 0.50 ในทางปฏิบัติต้องตัดออก ในทางปฏิบัติจึงมักจะออกข้อสอบเพื่อไว้ ได้นำมาทดแทน และให้ผู้เชี่ยวชาญวิเคราะห์อีกครั้งจนกว่าจะเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด

7. ทดลองใช้เพื่อคำนวณหาค่าความเที่ยง เนื่องจากแบบสังเกตผู้บันทึกข้อมูล

โดยผู้สังเกตเพียงคนเดียวเท่ากับมีเลขชุดเดียว ซึ่งถ้าจะให้ให้มีเลข 2 ชุด ก็ต้องสังเกตซ้ำในสถานการณ์เหมือนกัน ซึ่งทำได้ยาก จึงต้องใช้ผู้สังเกต 2 คนในเวลาเดียวกันแทน แล้วนำผลการสังเกตของทั้งสองคน มาหาค่าความสอดคล้องกันว่ามีค่ามากน้อยเพียงใด ซึ่งถ้าพิจารณาจะเห็นว่าค่าความเที่ยงจากการสังเกตเป็นความเที่ยงร่วมกัน ระหว่างแบบสังเกตกับผู้สังเกต (ปาริชาติ สถาปิตานนท์. 2546 : 163-165) จึงต้องมีวิธีการฝึกผู้สังเกตทั้งวิธีการและประเด็นพฤติกรรมที่จะสังเกตให้เข้าใจตรงกัน ซึ่งการหาความเที่ยงของแบบสังเกตหาได้หลายวิธี เช่น

7.1 วัดความมั่งคงในการสังเกต วิธีการนี้ใช้ผู้สังเกตคนเดียวแต่สังเกตต่างเวลา แล้วนำผลที่ได้จากการสังเกตทั้งสองครั้งมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์โดยวิธีของเพียร์สัน

7.2 หาดัชนีของความสอดคล้อง (Intra and Inter Observation Reliability) กรณีที่มีผู้สังเกตกลุ่มตัวอย่างเดียวกัน พฤติกรรมเดียวกัน สามารถนำข้อมูลที่ได้จากการสังเกตมาหาความเที่ยงได้โดยวิธีของ Scott. (1912)

$$\pi = \frac{P_0 - P_c}{1 - P_c}$$

เมื่อ P_0 คือ ความแตกต่างระหว่าง 1.00 กับผลรวมของความแตกต่างระหว่างผู้สังเกต 2 คน

P_c คือ ผลบวกของกำลังสองของค่าสัดส่วนของคะแนนจากลักษณะที่สังเกตได้สูงสุดกับค่าที่สุทธองลงมา โดยจะเลือกจากผลของการสังเกตคนใดคนหนึ่งก็ได้

7.3 หาสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องกรณีนี้ใช้กับการสังเกตที่ใช้ผู้สังเกตหลายคนทำการสังเกตคนกลุ่มเดียวกัน พฤติกรรมเดียวกัน แล้วนำข้อมูลที่ได้จากการสังเกตมาหาค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องโดยใช้สูตรของสเปียร์แมน หรือ เคนคอลล์ ดังนี้ กรณีผู้สังเกต 2 คน ใช้สูตรสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอันดับที่ของสเปียร์แมนและตัวอย่างการคำนวณ ดังนี้

$$P = 1 - \frac{6 \sum D^2}{n(n^2)}$$

เมื่อ D แทน ผลต่างอันดับที่ของข้อมูลแต่ละคู่

n แทน จำนวนข้อมูลที่ได้รับการจัดอันดับ

ตัวอย่าง สมมติว่าผู้สังเกตสองคน ถ้าจัดอันดับที่ตามพฤติกรรมตัวอย่าง 5 รายการ

8. ปรับปรุงก่อนนำไปใช้จริง ถ้าทดลองใช้ได้และหาค่าความเที่ยง แล้วพบว่า มีความสอดคล้องต่ำก็ต้องปรับปรุง นอกจากจะปรับปรุงแบบสังเกตแล้ว อาจปรับปรุงผู้สังเกต หรือวิธีการสังเกตด้วย

สรุปได้ว่า การสังเกต หมายถึง การเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ประสาทสัมผัสทั้งห้า ในการรับรู้ข้อเท็จจริงจากปรากฏการณ์ใดๆ เป็นการเฝ้าดูอย่างเอาใจใส่ เพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงลึก เกี่ยวกับปรากฏการณ์ที่ไม่สามารถวัดได้โดยตรงและมีความซับซ้อน มีการแบ่งประเภทของการสังเกตได้แก่ แบ่งตามบทบาทของผู้สังเกต แบ่งตามรูปแบบของการสังเกต และแบ่งตามวิธีการสังเกต เครื่องมือที่ใช้ประกอบการสังเกต ได้แก่ แผนภูมิการมีส่วนร่วม แบบตรวจสอบรายการ มาตรฐานประมาณค่า โดยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาแบบสังเกตที่เป็นระบบ คือ ศึกษาพฤติกรรมที่จะสังเกต นิยามพฤติกรรมที่จะสังเกต ร่างประเด็นย่อยและองค์ประกอบของแบบสังเกต ตรวจสอบด้วยตนเองและผู้ใกล้ชิด ปรับปรุงเบื้องต้นให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเพื่อหาค่าความตรง แล้วปรับปรุงก่อนนำไปใช้จริง

การสัมภาษณ์

มีนักวิชาการและองค์กรทางการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับ การสัมภาษณ์ (Interview) ในแนวทางที่ สอดคล้องกัน ผู้วิจัยจึงนำมาวิเคราะห์และสังเคราะห์เกี่ยวกับ ความหมาย ประเภท การรวบรวมข้อมูล เครื่องมือที่ใช้ การสร้างและพัฒนา ดังนี้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2546 : 179-182; สีน พันธุ์พิณีจ, 2547:221-222 ; สมบัติ ท้ายเรือคำ, 2553 : 81-83; พิสนุ ฟองศรี, 2553 : 147; สมนึก ภัททิยธนี, 2553 : 35-37 ; ไพศาล วรคำ, 2554 : 212-215; บุญชม ศรีสะอาด, 2554 : 84-94; พิสนุ ฟองศรี, 2554 : 37-40 และ สุภางค์ จันทวานิช, 2556 : 74-95)

ความหมายการสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ หมายถึง วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยวิธีการสนทนา พูดคุย ซักถามเพื่อวิเคราะห์เหตุผล อย่างมีจุดประสงค์ระหว่างผู้สัมภาษณ์ และผู้ให้สัมภาษณ์ เพื่อให้ ได้ความรู้ความจริงเกี่ยวกับพฤติกรรมคุณลักษณะที่ต้องการ และในกรณีที่มีข้อสงสัยหรือ คำถามใดไม่ชัดเจนก็สามารถถามซ้ำซึ่งในการสนทนาดังกล่าวนอกจากการใช้คำพูดแล้วยังต้องใช้ตาและหูเพื่อดูและฟังประกอบการพิจารณาเพื่อหาข้อเท็จจริงที่ผู้สัมภาษณ์ตั้งวัตถุประสงค์ไว้

ประเภทของการสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ จัดแบ่งออกเป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ แบ่งตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ แบ่งตามจำนวนผู้ให้การสัมภาษณ์ แบ่งตามรูปแบบของการสัมภาษณ์ มีรายละเอียดดังนี้

1. แบ่งตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ เป็นการสัมภาษณ์ที่พิจารณาจากจุดมุ่งหมายของความต้องการข้อมูลเป็นหลัก แบ่งออกเป็น 4 วิธี ดังนี้

1.1 การสัมภาษณ์แบบไม่มีทิศทาง (Non-directive Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการแสดงความคิดเห็น

1.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจเฉพาะ (Focused Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีการกำหนดประเด็นของเรื่องที่สนใจ หรือข้อมูลที่ต้องการไว้ล่วงหน้า ขณะสัมภาษณ์ต้องพยายามป้อนคำถาม และตะล่อมให้ผู้ให้สัมภาษณ์จดจ่อกับคำถามที่ถาม และแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลที่ต้องการอย่างอิสระ

1.3 การสัมภาษณ์แบบเชิงลึก (Indepth Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์ได้กำหนดประเด็นในการซักถามไว้ล่วงหน้า เพื่อสืบค้นหาข้อเท็จจริงและเหตุผลที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริงนั้นๆจากผู้ให้สัมภาษณ์มากที่สุด ซึ่งผู้วิจัยมีวัตถุประสงค์ ที่จะเลือกสัมภาษณ์บุคคลดังกล่าวในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เป็นการเฉพาะ ทั้งนี้เรื่องที่สัมภาษณ์นั้นมักเป็นเรื่องที่บุคคลนั้น ไม่ต้องการจะเปิดเผยให้บุคคลอื่น ๆ รับรู้ ดังนั้นข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์แบบนี้จึงเป็นข้อมูลที่อยู่ในระดับลึก โดยบุคคลนี้จะเปิดเผยก็ต่อเมื่อ ได้พูดคุยกับบุคคลที่ตนมีความสนิทสนมไว้วางใจเท่านั้น ด้วยเหตุนี้เองการสัมภาษณ์แบบนี้จึงมักจะกระทำสองต่อสองระหว่างผู้วิจัยหรือผู้สัมภาษณ์กับผู้ถูกสัมภาษณ์ นอกจากนั้นแล้วในการสัมภาษณ์ผู้ถูกสัมภาษณ์ก็ต้องทำการซักถามพูดคุยแบบค่อยเป็นค่อยไป เพื่อที่จะให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ไม่รู้สึกรู้สีกว่าถูกคุกคามให้ตอบคำถาม ผู้วิจัยหรือผู้สัมภาษณ์ต้องพยายามรักษาวรรยากาศการสัมภาษณ์ให้เหมือนกับการพูดคุยกันตามปกติ โดยให้ความจริงจากผู้ถูกสัมภาษณ์ค่อย ๆ เปิดเผยให้รับรู้ตามลำดับ ทั้งนี้ในการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์อาจใช้เทคนิคการตะล่อมกล่อมเกลา (Probe) เพื่อให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เปิดเผยคำตอบหรือข้อมูลตามที่ต้องการก็ได้

1.4 การสัมภาษณ์แบบซ้ำ (Repeated Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาการพัฒนา การพิจารณาความถูกต้องของข้อมูลจากหลายๆแหล่ง หรือดูความเปลี่ยนแปลงความต่อเนื่องของเหตุการณ์ หรือความเปลี่ยนแปลงเฉพาะเรื่องที่มีการศึกษามากกว่า 1 ครั้ง

2. แบ่งตามจำนวนผู้ให้การสัมภาษณ์ เป็นการสัมภาษณ์ที่พิจารณาจากจำนวนผู้ให้การสัมภาษณ์ในแต่ละครั้งเป็นหลัก แบ่งออกเป็น 2 วิธี ดังนี้

2.1 การสัมภาษณ์รายบุคคล (Individual Interview) เป็นการสัมภาษณ์ตัวต่อตัวระหว่างผู้สัมภาษณ์และผู้ให้สัมภาษณ์ กระทำในลักษณะสองต่อสอง เพื่อป้องกันมิให้ผู้อื่นมีอิทธิพลต่อการตอบของผู้ให้สัมภาษณ์

2.2 การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group Interview) เป็นการสนทนาระหว่างผู้สัมภาษณ์คนเดียวกับผู้ให้สัมภาษณ์หลายคน ทุกคนที่เป็นกลุ่มเป้าหมายควรมีโอกาสแสดงความคิดเห็นเท่าเทียมกัน

3. แบ่งตามรูปแบบของการสัมภาษณ์ เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดขอบเขต แบ่งออกเป็น 3 วิธี ดังนี้

3.1 การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Informal or Unstructure Interview) หรือการสัมภาษณ์อย่างไม่เป็นทางการเหมาะสำหรับการวิจัยและประเมินเชิงคุณภาพ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีลักษณะยืดหยุ่น ไม่มีแบบแผนกำหนดไว้ตายตัวว่าจะถามเรื่องอะไร ลักษณะใดวิธีการใดก่อนหลัง ผู้สัมภาษณ์อาจมีแนวของหัวเรื่องที่จะถาม เปิดโอกาสให้ผู้ให้สัมภาษณ์แสดงความคิดเห็นอย่างเสรี มีอิสระในการถามตอบอย่างเต็มที่ ผู้ถูกสัมภาษณ์จึงต้องมีความรู้และความเชี่ยวชาญเป็นพิเศษ ผู้สัมภาษณ์อาจมีเพียงหัวเรื่องหรือชุดของคำถามอย่างกว้าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลที่ต้องการรายละเอียดต่าง ๆ ที่อาจจะไม่ได้จากการถามในครั้งแรก ๆ ซึ่งการสัมภาษณ์แบบนี้ อาจทำได้หลายวิธี เช่น

3.1.1 การสัมภาษณ์แบบเจาะลึก เป็นการสัมภาษณ์ที่จะต้องใช้ความพยายามในการล้วงเข้าไปถึงจิตใจของผู้ให้สัมภาษณ์ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ซ่อนเร้นอยู่ในใจ โดยเฉพาะพฤติกรรมสุขภาพที่เป็นพฤติกรรมซ่อนเร้น เช่น พฤติกรรมเสี่ยงทางเพศ เป็นต้น

3.1.2 การสัมภาษณ์เป็นกลุ่มเป็นการสัมภาษณ์สมาชิกในสนามวิจัยที่ร่วมทำกิจกรรมบางอย่างร่วมกันเป็นกลุ่ม

3.1.3 การสัมภาษณ์แบบเจาะลึก เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่างๆที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง โดยเป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำการสัมภาษณ์เหมาะสม เช่น พฤติกรรมเสี่ยงทางเพศ เป็นต้น

3.1.4 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจ โดยเฉพาะ เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้ว จึงพยายามให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้น ๆ วิธีการนี้ต้องการผู้สัมภาษณ์ที่มีประสบการณ์มาก จึงจะสามารถสนทนาให้เข้าสู่จุดที่ต้องการได้

3.1.5 การสัมภาษณ์แบบไม่มีการนำ เป็นการสัมภาษณ์ที่ปล่อยให้ผู้ให้สัมภาษณ์เล่าตามความพอใจ โดยไม่มีการดึงเข้าสู่จุดที่ต้องการ ผู้สัมภาษณ์เพียงแต่รับฟังและตอบรับคำพูดของผู้ให้สัมภาษณ์ หรือกระตุ้นให้พูดต่อไปเรื่อยๆ ข้อมูลที่ได้จึงขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้สัมภาษณ์เป็นอย่างมาก เพราะการสัมภาษณ์แบบนี้ ไม่มีมีกฎเกณฑ์ที่แน่นอน ต้องอาศัยวิธีการที่ยืดหยุ่นอยู่ตลอดเวลา แต่ถึงแม้ว่าการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง จะมีข้อดีอยู่มาก แต่ก็ยังมีข้อจำกัดอยู่หลายประการเช่น คำตอบที่ได้มัก ไม่ได้เป็นมาตรฐาน ทำให้ยากในการวิเคราะห์ ผู้สัมภาษณ์ต้องมีความชำนาญ และมีประสบการณ์สูง การวิเคราะห์จะต้องใช้เวลานาน และเสียค่าใช้จ่ายสูง เป็นต้น

3.2 การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Formal or Structure Interview) หรือ การสัมภาษณ์อย่างเป็นทางการ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดแบบของการสัมภาษณ์แน่นอนตายตัวว่าจะถามประเด็นใด อะไรเป็นลำดับก่อนหลังตามที่กำหนดไว้ ผู้ให้การสัมภาษณ์จะถูกถามด้วยข้อคำถามที่เตรียมไว้ล่วงหน้า ผู้สัมภาษณ์จะซักถามผู้ถูกสัมภาษณ์ทุกคนด้วยข้อคำถามเดียวกันตามแบบสัมภาษณ์ โดยผู้สัมภาษณ์จะจดบันทึกคำตอบทั้งหมดลงในแบบสัมภาษณ์

3.3 การสัมภาษณ์แบบกึ่งมีโครงสร้าง (Half formal or Half - structured Interview) หรือการสัมภาษณ์แบบกึ่งทางการ หรือเรียกว่าแบบผสม เป็นแบบสัมภาษณ์ที่กำหนดเค้าโครงล่วงหน้าและยังไม่ได้กำหนดไว้ มีลักษณะผสมระหว่างแบบมีโครงสร้างและไม่มีการมีโครงสร้าง

การรวบรวมข้อมูลการสัมภาษณ์

การรวบรวมข้อมูลจากการสัมภาษณ์ มีแนวทางรวบรวมที่สำคัญ ดังนี้

1. การเตรียมสัมภาษณ์ เป็นขั้นตอนในการวางแผนและกำหนดวัตถุประสงค์ว่าจะสัมภาษณ์ ใคร ที่ไหน เมื่อไร และอย่างไรให้ชัดเจน และจัดเตรียมวัสดุอุปกรณ์ ผู้ช่วยวิจัย หรือยานพาหนะ ฯลฯ โดยมีขั้นตอนการปฏิบัติ ดังนี้

1.1 กำหนดวัตถุประสงค์และวางแผนการสัมภาษณ์ โดยให้ระบุ วัน-เวลา สถานที่และผู้ให้สัมภาษณ์ที่ชัดเจน

1.2 ประสานงานกับผู้ให้สัมภาษณ์ หน่วยงาน และผู้ที่เกี่ยวข้อง

1.3 เตรียมเครื่องมือในการสัมภาษณ์ อาทิ แบบสัมภาษณ์ กล้องถ่ายรูป เทปบันทึกเสียง ปากกา ดินสอ และอื่น ๆ

1.4 มีการฝึกอบรมผู้สัมภาษณ์ในกรณีที่มีผู้สัมภาษณ์หลายคนเพื่อให้ ความเข้าใจในประเด็นที่ต้องการสอดคล้องกัน ดังนี้

1.4.1 อธิบายให้ทราบวัตถุประสงค์และความจำเป็นที่ต้องสำรวจ ข้อมูลว่ามีอย่างไร ให้มีความเข้าใจอย่างชัดเจน

1.4.2 ให้ผู้สัมภาษณ์ทุกคนเข้าใจในข้อความที่ถูกต้อง/สอดคล้องกัน โดยการชี้แจงข้อความตามแบบสอบถามทีละประเด็น พร้อมการใช้เทคนิคในการถาม

1.4.3 ให้ผู้สัมภาษณ์รับทราบประเภทของข้อมูลในแต่ละข้อที่จะ นำมาวิเคราะห์เพื่อให้เก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

1.4.4 ให้ศึกษาสภาพท้องถิ่น และลักษณะของสังคมที่จะ ไป สัมภาษณ์ เพื่อเป็นการเตรียมตัว

1.4.5 พยายามปรับตัวให้เข้ากับคณะ มีความอดทน เสียสละ

1.4.6 รักษาระเบียบวินัยของหมู่คณะ รักษาเวลา/มารยาท หรือ การใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม กับผู้ให้สัมภาษณ์

1.4.7 การบริหารจัดการในการสัมภาษณ์ อาทิ การแบ่งกลุ่ม การเลือก หัวหน้ากลุ่ม เวลาค้นหาหมาย การรับ-ส่ง ฯลฯ

1.5 ประชุมผู้สัมภาษณ์ เพื่อรับทราบแผนปฏิบัติการและแนวทาง การเก็บ ข้อมูล ค่าใช้จ่าย และกำหนดนัดหมายที่ชัดเจน พร้อมทั้งจะสัมภาษณ์

2. การสัมภาษณ์ ในการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์ควร ไปให้ทันเวลากำหนดการที่ ได้นัดหมายกับผู้ให้สัมภาษณ์ โดยมีการแต่งกายให้เหมาะสมกับสภาพแวดล้อมในท้องถิ่น พร้อมด้วยวัสดุอุปกรณ์ที่จัดเตรียมไว้ มีขั้นตอนการปฏิบัติ ดังนี้

2.1 แนะนำตนเอง พร้อมกับชี้แจงวัตถุประสงค์และความสำคัญ ขอบเขต และประโยชน์ของการให้ข้อมูล และสนทนาเรื่องทั่ว ๆ ไปเพื่อเป็นการสร้างความคุ้นเคย

2.2 ใช้คำถามที่ชัดเจน โดยใช้ภาษาพูดหรือภาษาท้องถิ่นที่สุภาพ ทีละ คำถาม และให้คำอธิบายกรณีให้ผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจ

2.3 ใช้การสังเกตพฤติกรรมระหว่างการให้ข้อมูลว่าผู้ให้สัมภาษณ์ให้

ข้อมูลที่เป็นจริงหรือไม่ ถ้าพบว่าไม่แน่ใจให้ปรับเปลี่ยนประเด็นคำถามใหม่เพื่อให้ได้ข้อมูลที่แท้จริง

2.4 ไม่ควรซักถามข้อมูลที่สามารถเก็บรวบรวมได้โดยใช้การสังเกต อาทิ เพศ บ้านเลขที่ ลักษณะของบ้าน เป็นต้น

2.5 ไม่ควรใช้เวลาเกินไปในการสัมภาษณ์และควรหยุดพัก เมื่อพิจารณาสังเกตเห็นผู้ให้สัมภาษณ์ไม่ค่อยให้คำตอบ และผู้สัมภาษณ์จะไม่แสดงอาการเบื่อหน่ายในการซักถาม

2.6 พยายามให้ผู้ให้สัมภาษณ์ให้ข้อมูลมาก ๆ โดยผู้สัมภาษณ์เป็นผู้ฟังที่ดี แต่มีวิธีการกระตุ้นให้ผู้ให้สัมภาษณ์พูดและแสดงความคิดเห็นในประเด็นข้อมูลที่ต้องการ

2.7 ไม่แสดงอาการเบื่อหน่ายในขณะที่ฟังคำให้สัมภาษณ์ที่อาจจะเกี่ยวข้องหรือไม่เกี่ยวข้องกัประเด็นที่ต้องการ

2.8 จัดบันทึกข้อมูลตามที่ได้รับตามความเป็นจริงโดยไม่ต้องแปลความหรือขยายความเพราะมีจะนั้นจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อน และข้อความที่บันทึก ควรประกอบด้วย ชื่อ-นามสกุล และที่อยู่ วัน-เดือน-ปี ที่สัมภาษณ์ ผลการสัมภาษณ์และข้อสังเกตขณะสัมภาษณ์ หรือข้อเสนอแนะของผู้ให้สัมภาษณ์ และ สรุปผลการสัมภาษณ์

2.9 ถ้าการสัมภาษณ์จำเป็นจะต้องถ่ายรูปหรือบันทึกเสียงควรจะต้องขออนุญาตและได้รับการอนุญาตจากผู้ให้สัมภาษณ์ก่อน

2.10 เมื่อจะสิ้นสุดการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์ควรแจ้งข้อมูล ผลการสัมภาษณ์ให้แก่ผู้ให้สัมภาษณ์ได้รับทราบเพื่อเพิ่มเติมหรือแก้ไขข้อมูล ประเด็นในการสัมภาษณ์ที่ยังไม่ชัดเจน

2.11 การปิดการสัมภาษณ์ มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

2.11.1 กล่าวขอบคุณผู้ให้สัมภาษณ์ที่ให้ความอนุเคราะห์ให้ข้อมูล ก่อนให้ผู้ให้สัมภาษณ์เกิดเจตคติที่ดีในการให้สัมภาษณ์แก่ผู้อื่นต่อไปในอนาคต หรือให้ความร่วมมือในโอกาสที่ต้องการได้รับข้อมูลเพิ่มเติม

2.11.2 ทบทวนความถูกต้องและความเชื่อถือได้ของข้อมูลที่ ได้รับ โดยการแจ้งข้อมูลให้ผู้ให้สัมภาษณ์ได้รับทราบเพื่อความชัดเจน หรือแก้ไขปรับปรุงข้อมูลให้ถูกต้องมากขึ้น

3. การติดตามการสัมภาษณ์ ผู้วิจัยจะต้องมีการติดตามการสัมภาษณ์ของผู้สัมภาษณ์อย่างใกล้ชิดว่าได้ดำเนินการตามแผนปฏิบัติการหรือไม่ และได้จำนวนผู้ให้สัมภาษณ์

ครบตามจำนวนที่ต้องการหรือไม่ (ร้อยละ 85-90) ถ้าไม่ครบตามจำนวนจะต้องมาดำเนินการตามขั้นตอนใหม่เพื่อให้ได้ข้อมูลจากผู้สัมภาษณ์ที่เพียงพอตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยหลักทั่วไปในการสัมภาษณ์ ต้องประกอบด้วยสาระสำคัญ 3 ประการ คือ

1. การเตรียมตัวก่อนการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรเตรียมตัวในเรื่องต่าง ๆ ดังนี้

1.1 ทำความเข้าใจในสาระสำคัญของการสัมภาษณ์และคำถามแต่ละข้อว่ามีจุดมุ่งหมายอย่างไร เพื่อช่วยให้การสัมภาษณ์อยู่ในขอบข่ายที่ต้องการ นอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ควรศึกษาคำตอบต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ล่วงหน้าในแบบสัมภาษณ์เพื่อช่วยให้การจดบันทึกมีความถูกต้องสะดวกรวดเร็วยิ่งขึ้น

1.2 ก่อนเริ่มสัมภาษณ์จะต้องแนะนำตนเอง และบอกจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ให้ชัดเจนด้วยภาษาง่าย ๆ ที่ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจได้ และควรใช้เวลาเล็กน้อยสนทนาเรื่องที่ผู้ถูกสัมภาษณ์สนใจทั่ว ๆ ไป

2. การดำเนินการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรคำนึงถึงเทคนิคที่สำคัญดังนี้

2.1 ผู้สัมภาษณ์จะต้องสร้างบรรยากาศที่ดีในการสัมภาษณ์โดยทำความคุ้นเคยกับผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มีความรู้สึกเป็นมิตร มีความสบายใจ การสร้างบรรยากาศที่ดีขึ้นอยู่กับบุคลิกภาพและไหวพริบของผู้สัมภาษณ์แต่ละคน

2.2 ใช้การสัมภาษณ์แบบตัวต่อตัว เพื่อให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เกิดความกล้าและไม่ลังเลใจที่จะตอบ

2.3 ผู้สัมภาษณ์จะต้องใช้ไหวพริบสังเกตดูว่า จังหวะที่สัมภาษณ์นั้นเหมาะสม

2.4 ในระหว่างสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ไม่ควรเร่งรัดหรือคาดคั้นคำตอบจากผู้ถูกสัมภาษณ์ ควรให้มีลักษณะที่เป็นอิสระ แต่ต้องให้ผู้สัมภาษณ์เข้าใจว่าคำตอบที่เป็นความจริงคือคำตอบที่ผู้สัมภาษณ์ต้องการ

2.5 ผู้สัมภาษณ์ควรหลีกเลี่ยงการใช้คำถามที่เป็นการขู่แนะคำตอบ

2.6 ผู้สัมภาษณ์ควรระมัดระวังคำพูดและภาษาที่ใช้ คือคำตอบควรจะสั้นและกะทัดรัด

2.7 คำตอบบางข้อผู้ถูกสัมภาษณ์อาจไม่เต็มใจหรือลำบากใจที่จะตอบตามความจริง เช่น เรื่องส่วนตัว เรื่องที่ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้สึกว่าน่าละอาย หรือรู้สึกว่าไม่ถูกต้อง และปมด้อย หรือเรื่องที่คิดว่าเมื่อตอบไปแล้วจะเป็นการเสียประโยชน์ หรือเป็นเรื่องทดสอบ

ความรู้ ผู้สัมภาษณ์ระวังอย่าให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เกิดความรู้สึกดั่งกล่าว เพราะจะได้ข้อมูลที่บิดเบือนไปจากความเป็นจริง

2.8 ผู้สัมภาษณ์จะต้องหลีกเลี่ยงการวิพากษ์วิจารณ์หรือสั่งสอนผู้ถูกสัมภาษณ์ให้ข้อมูลหรือพฤติกรรมที่ขัดกับสิ่งที่สังคมยอมรับ

2.9 ในกรณีที่ผู้สัมภาษณ์ยังไม่ได้คำตอบที่ชัดเจนหรือเป็นที่พอใจ เมื่อจบการสัมภาษณ์แล้วอาจย้อนมาถามใหม่ โดยกล่าวในเชิงทบทวนคำถามใหม่เช่น มีคำถามบางข้อที่ผู้สัมภาษณ์รู้สึกว่าอาจจะถามไม่ชัดเจน ของถามซ้ำอีกครั้งว่า... หรือกล่าวในเชิงทบทวนคำตอบเพื่อให้แน่ใจว่าผู้สัมภาษณ์เข้าใจคำตอบไม่ผิด ขอทบทวนคำตอบอีกครั้งคือคำตอบหมายความว่า ... ใหม่อีก เป็นต้น

2.10 เมื่อสัมภาษณ์จบแล้ว ควรกล่าวคำขอบคุณผู้ถูกสัมภาษณ์ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี

3. การจดบันทึกคำตอบในแบบสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรยึดหลักการ ดังนี้

3.1 ต้องจดบันทึกคำตอบทันทีหลังจากสัมภาษณ์แล้ว เพื่อป้องกันการหลงลืม แต่ไม่ควรพะวงในการจดบันทึกจนทำให้เสียบรรยากาศในการสัมภาษณ์

3.2 ควรบันทึกเฉพาะเนื้อหาสาระเท่านั้น และไม่ควรใส่ความคิดของผู้สัมภาษณ์ลงไปเพราะอาจก่อให้เกิดความเอนเอียง ยกเว้นข้อสังเกตที่ได้ในขณะที่สัมภาษณ์เกี่ยวกับปัญหานั้น ๆ

3.3 ในการสัมภาษณ์ถ้าไม่ได้คำตอบในคำถามใด ผู้สัมภาษณ์ควรจะบันทึกเหตุผลไว้ด้วย

เครื่องมือที่ใช้ในการสัมภาษณ์

ในการสัมภาษณ์จำเป็นจะต้องมีเครื่องมือต่าง ๆ ที่ใช้ประกอบการสัมภาษณ์ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เชื่อถือได้ เครื่องมือที่ใช้มีดังนี้

1. แบบสัมภาษณ์
2. แบบสอบถาม
3. เครื่องมือประกอบการสัมภาษณ์ เช่น กล้องถ่ายรูป แลบบันทึกเสียง เทปบันทึกเสียง วิทยุทัศน์ กล้องถ่ายภาพยนตร์ วิดีโอเทป กล้องส่องทางไกล เป็นต้น

การสร้างและพัฒนาแบบสัมภาษณ์

การสร้างและพัฒนาแบบสัมภาษณ์มีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. ศึกษาหลักการ วิธีการสร้างแบบสัมภาษณ์จากเอกสาร หนังสือ

2. กำหนดลักษณะประเด็นข้อคำถาม สำหรับการสัมภาษณ์ ให้มีความสอดคล้องกับหลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งคำถาม ควรมีคำถามทั้งแบบปลายปิดและปลายเปิด ที่พร้อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เสนอความคิดเห็นเพิ่มเติมได้ ที่ครอบคลุมเนื้อหาวัตถุประสงค์และแนวคิดในแต่ละข้อที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา
 3. ตรวจสอบแบบสัมภาษณ์ด้วยตนเองและผู้เกี่ยวข้อง นำประเด็นข้อคำถามที่ร่างไว้จากข้อ 2 ตรวจสอบ ควรทดลองสัมภาษณ์ดูในเบื้องต้น
 4. ปรับปรุงเบื้องต้น โดยนำผลจากข้อ 3 มาปรับปรุงเบื้องต้นก่อนให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจ
 5. ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจ เพื่อหาความตรง การหาความตรงของแบบสัมภาษณ์วิธีที่ง่ายต่อการดำเนินการมากที่สุด คือ การหาความตรงโดยให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณาความสอดคล้องของประเด็นที่สัมภาษณ์กับจุดมุ่งหมายของการวิจัย และนิยามที่กำหนดดำเนินการ เช่นเดียวกันกับแบบสังเกต
 6. ปรับปรุงผลจากการตรวจของผู้เชี่ยวชาญ ดำเนินการเช่นเดียวกันกับแบบสังเกตปรับปรุงก่อนนำไปใช้จริง ซึ่งแบบสัมภาษณ์สามารถทดลองใช้ได้ตลอดเวลาถ้าผู้ทดลองให้สัมภาษณ์ได้
 7. วิเคราะห์และสรุปผลจากการสัมภาษณ์ หลังจากเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสัมภาษณ์ จะมีการนำข้อมูลมาวิเคราะห์และสรุปผล ดังนี้
 - 7.1 ตรวจสอบข้อมูลเบื้องต้น ว่าน่าเชื่อถือเพียงใด มีหลักฐานใดในการพิจารณาประกอบ ดังนี้
 - 7.1.1 ใช้เทคนิคการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis)
 - 7.1.2 พิจารณาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล
 - 7.2 ตดทอนข้อมูลจากรายละเอียด ไปสู่ภาพรวมที่แสดงแบบแผนของความคิดหรือพฤติกรรม
 - 7.3 ในกรณีการสัมภาษณ์กลุ่ม ข้อมูลที่สรุปจะต้องเป็นภาพรวมของกลุ่มที่สะท้อนอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นภายในกลุ่มด้วย การนำเสนอข้อมูล ทั้งในการสัมภาษณ์รายบุคคลหรือรายกลุ่ม ใช้วิธีการบรรยายที่เสริมด้วยคำพูดของผู้สัมภาษณ์บางตอนที่เน้นความหมายให้เกิดความชัดเจนมากยิ่งขึ้น
- สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์ หมายถึง วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยวิธีการสนทนาพูดคุย ชักถามเพื่อวิเคราะห์เหตุผล อย่างมีจุดประสงค์ระหว่างผู้สัมภาษณ์ และผู้ให้สัมภาษณ์

เพื่อให้ได้ความรู้ความจริงเกี่ยวกับพฤติกรรมคุณลักษณะที่ต้องการ และในกรณีที่มีข้อสงสัยหรือคำถามใดไม่ชัดเจนก็สามารถถามซ้ำซึ่งในการสนทนาดังกล่าวนอกจากการใช้คำพูดแล้วยังต้องใช้ตาและหูเพื่อดูและฟังประกอบการพิจารณาเพื่อหาข้อเท็จจริงที่ผู้สัมภาษณ์ตั้งวัตถุประสงค์ไว้ การสัมภาษณ์ จัดแบ่งออกเป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ แบ่งตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ แบ่งตามจำนวนผู้ให้สัมภาษณ์ แบ่งตามรูปแบบของการสัมภาษณ์ การเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสัมภาษณ์ ประกอบด้วย การเตรียมสัมภาษณ์ การสัมภาษณ์ และการติดตามการสัมภาษณ์ เครื่องมือที่ใช้ประกอบการสัมภาษณ์ คือ แบบสัมภาษณ์ การสร้างและพัฒนาแบบสัมภาษณ์ประกอบด้วย ศึกษาพฤติกรรมที่จะสัมภาษณ์ นิยามพฤติกรรมที่จะวัด ร่างข้อคำถาม ตรวจสอบด้วยตนเองและผู้เกี่ยวข้อง ปรับปรุงเบื้องต้นก่อนให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ เพื่อหาความตรง ปรับปรุงผลจากการตรวจสอบของผู้เชี่ยวชาญ ดำเนินการเช่นเดียวกันกับแบบสังเกตปรับปรุงก่อนนำไปใช้ วิเคราะห์และสรุปผลจากการสัมภาษณ์ ทำได้โดย ตรวจสอบข้อมูลเบื้องต้น ด้วยการวิเคราะห์เนื้อหา พิจารณาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ลดทอนข้อมูลจากรายละเอียดไปสู่ภาพรวมที่แสดงแบบแผนของความคิดหรือพฤติกรรม กรณีการสัมภาษณ์กลุ่ม ข้อมูลที่สรุปจะต้องเป็นภาพรวมของกลุ่มที่สะท้อนอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นภายในกลุ่มด้วย ในการนำเสนอข้อมูล ทั้งในการสัมภาษณ์รายบุคคลหรือรายกลุ่ม ใช้วิธีการบรรยายที่เสริมด้วยคำพูดของผู้สัมภาษณ์บางตอนที่เน้นความหมายให้เกิดความชัดเจนมากยิ่งขึ้น

การตรวจสอบยืนยันโดยวิธีการอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ (Connoisseurship)

วิธีการอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ (Connoisseurship) เป็นแนวคิดของ Eisner. (1985) ซึ่งมีแนวคิดเริ่มต้นมาจากผลงานและวิธีการของศิลปินวิจารณ์ประกอบด้วย การบรรยาย การวิเคราะห์ การตีความหมาย และการตัดสินสิ่งใดสิ่งหนึ่ง นักวิจารณ์จึงเป็นบุคคลที่มีเอกลักษณ์ในการกล่าวถึงที่เขาพบเห็น นักประเมินทางการศึกษาจึงเป็นนักวิจารณ์ทางการศึกษานั้นเอง ดังนั้น ความเชี่ยวชาญ ประสบการณ์และความเป็นคนที่เชื่อถือได้จึงเป็นเรื่องสำคัญมาก ความถูกต้องของการประเมินจึงขึ้นอยู่กับความรู้ของนักประเมิน ในกรณีเช่นนี้ผลการตัดสินคุณค่าในสิ่งเดียวกันจากผู้วิจารณ์ต่างกัน ย่อมต่างกันได้และเป็นสิ่งที่พึงปรารถนาด้วยในมิติของการวิจารณ์เพราะเป็นการขยายการรับรู้ให้หลากหลายและกว้างขวางออกไป ในทัศนะของการวิจารณ์เช่นนี้ไม่จำเป็นต้องมุ่งหาข้อสรุปเชิงเพียงหนึ่งเดียวจากผู้วิจารณ์ที่หลากหลาย นักประเมินทางการศึกษาในทัศนะนี้ก็คือนักการศึกษาเชิงศิลปวิจารณ์ (Educational Connoisseur)

ที่ประยุกต์ใช้หลักการของศิลปวิจารณ์ (Art Criticism) คือ การแสดงความคิดเห็นต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดตามความรู้ความเข้าใจจากประสบการณ์ของผู้วิจารณ์ ในการวิจารณ์ศิลปะต้องตรงไปตรงมาวิจารณ์ตามความรู้สึกจากประสาทสัมผัสตามประสบการณ์ที่มี หรือวิจารณ์ไปที่ตัวผลงานโดยตีความหมายเนื้อหาที่แสดงออก ประกอบด้วยศิลปะของการรับรู้อันประณีต ซึ่งเกิดจากการฝึกฝนและประสบการณ์กับ ศิลปะการเปิดเผยคุณภาพของการถ่ายทอดความรู้สึกที่กลั่นกรองเพื่อสะท้อนคุณค่าของสิ่งนั้น โดยใช้วิจารณ์ญาณที่จะบรรยายคุณภาพ (Descriptive) ตีความหมาย (Interpretive) ออกมาในเชิงประจักษ์เน้นการวิเคราะห์วิจารณ์อย่างลึกซึ้งซึ่งให้ความสำคัญกับความหมายในภาพรวม เป็นวิธีการ “เติมเต็ม” ความสมบูรณ์ของเรื่องและผู้วิจัยศึกษาให้ได้ข้อสรุปที่มีประสิทธิภาพและมีคุณภาพเป็นที่ยอมรับยิ่งขึ้น ดังนั้นแนวคิดในเกณฑ์การเลือกผู้ทรงคุณวุฒิจึงเน้นที่สถานภาพทางวิชาชีพ ประสบการณ์และการสั่งสมประสบการณ์อันเป็นที่เชื่อถือ เป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ รอบรู้ มีความเชี่ยวชาญเฉพาะทางอย่างแท้จริง รวมทั้งจรรยาบรรณของผู้ทรงคุณวุฒิด้วย Eisner.(1985) ได้นำแนวคิดในการอ้างอิงด้วยผู้ทรงคุณวุฒิ มาประยุกต์ในวิจัยทางการศึกษา โดยอาศัยเทคนิควิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ นิยมใช้มากในระดับอุดมศึกษา เพราะถือว่าเป็นการตัดสินใจหรือการวิพากษ์วิจารณ์โดยกลุ่มผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความรู้ในศาสตร์สาขาหรือวิชาชีพนั้น ๆ เป็นอย่างดี ที่สะสมอยู่ในตัวของผู้ทรงคุณวุฒิ รวมทั้งพื้นฐานการศึกษาและประสบการณ์การฝึกฝนของผู้ทรงคุณวุฒินั้น ดังนั้นความเที่ยงธรรม และวิจารณ์ญาณที่คืออยู่ที่ตัวผู้ทรงคุณวุฒิ ซึ่งทำให้การอ้างอิงด้วยผู้ทรงคุณวุฒินี้มีความเชื่อมั่นและเที่ยงตรงที่สุดให้ความน่าเชื่อถือและยอมรับได้ (Eisner, 1975 : 2-22 ; 1979 : 164 ; 1985 : 92-93 and 1998 : 63) โดยสรุปลักษณะ วิธีการ จุดเด่นของการอ้างอิงด้วยผู้ทรงคุณวุฒิสรุไปได้ดังนี้

ลักษณะของการอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ มีดังนี้

1. การอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ จะเน้นการวิเคราะห์วิจารณ์อย่างลึกซึ้งเฉพาะในประเด็นที่นำมาพิจารณา ตามวิจารณ์ญาณของผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับ คุณภาพ ประสิทธิภาพ หรือความเหมาะสมของสิ่งที่พิจารณานั้นๆ
2. การอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ เน้นความเชี่ยวชาญเฉพาะทาง (Specialization) ในเรื่องที่จะพิจารณา โดยที่พัฒนามาจากรูปแบบการวิจารณ์งานศิลปะ ที่มีความละเอียดอ่อนลึกซึ้งเป็นการใช้ความรู้ความสามารถเฉพาะสาขาของผู้ทรงคุณวุฒิอย่างแท้จริงที่มีความละเอียดอ่อนลึกซึ้ง รู้ในเรื่องนั้นจริง ๆ

3. การอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นการให้ผู้ทรงคุณวุฒิเป็นเครื่องมือ เป็นการนำความเชี่ยวชาญทางวิชาชีพ มาใช้โดยตรงในการตัดสินคุณภาพอะไรก็ตามที่ต้องการประเมิน ในการพิจารณาโดยเน้นความเชื่อถือว่า ผู้ทรงคุณวุฒินั้น มีความเที่ยงตรง เทียบธรรมและมี วิจารณ์ญาณที่ดี ด้วยการ ใช้ศักยภาพของผู้ทรงคุณวุฒิเป็นหลัก การนำความเชี่ยวชาญทาง วิชาชีพ มาใช้โดยตรงในการตัดสินคุณภาพอะไรก็ตามที่ต้องการประเมิน

4. การอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นกระบวนการทำงานที่มีความยืดหยุ่น นับตั้งแต่การกำหนดประเด็นที่จะพิจารณาการป่งชี้ข้อมูลที่ต้องการ วิธีการเก็บรวบรวม การ ประมวลผลและวินิจฉัยข้อมูล ตลอดจนการนำเสนอ

ขั้นตอนของวิธีการในการอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

เนื่องจากลักษณะการดำเนินงานของการอ้างอิงด้วยผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความยืดหยุ่น สนับสนุนการเก็บรวบรวมข้อมูลในสภาพธรรมชาติ อาศัยระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ เครื่องมือที่นิยมใช้คือ การสังเกตและการสัมภาษณ์ เน้นการวิเคราะห์ข้อมูลตามหลักการวิจัยเชิง คุณภาพ ที่อาศัยหลักการเชื่อมโยงเหตุผล การสังเกตและการวิเคราะห์เบื้องต้นจะนำไปสู่ ข้อสรุป นับว่าเป็นเทคนิควิธีการวิจัยเชิงคุณภาพอีกแบบหนึ่งที่เป็นที่นิยมใช้ อาจใช้เทคนิคเดล ฟายคือการสอบถามผู้ทรงคุณวุฒิกลุ่มหนึ่งและรายงานผลในลักษณะข้อมูลย้อนกลับและถามว่า จะเปลี่ยนแปลงความเห็นเดิมหรือไม่กลับไปกลับมาหลาย ๆ ครั้ง จนกว่าจะเกิดความเห็นพ้อง ต้องกันเป็นเอกฉันท์ในปัญหาการวิจัยที่สอบแล้วผู้วิจัยจึงรวบรวมข้อเสนอแนะ ข้อสรุป (ถ้ามี) และอาจเขียนรายงานด้วยก็ได้ หลังจากเสร็จสิ้นการวิจัยเชิงปริมาณเพื่อนำผลการวิจัยมา ตรวจสอบความถูกต้อง หรือแสวงหาแนวทางปฏิบัติต่อไปโดยอาศัยหลักการเชื่อมโยงเหตุผล การสังเกตและการวิเคราะห์เบื้องต้นจะนำไปสู่ข้อสรุปโดยอาศัยความรู้ ความเชี่ยวชาญ และ ประสบการณ์เป็นเกณฑ์สำคัญในการสรุปผล ด้วยการ ใช้ศักยภาพของตนเองเป็นหลัก

ประโยชน์ของการอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

เน้นขึ้นอยู่กับการนำความเชี่ยวชาญทางวิชาชีพ มาใช้โดยตรงในการตัดสิน คุณภาพอะไรก็ตามที่ต้องการประเมิน เช่นรูปแบบ Connoisseurship ของ Eisner. (1985) เป็น ต้น Eisner. (1985) สนใจที่จะให้นักการศึกษาใช้ความรู้ความเชี่ยวชาญในการประเมินคุณภาพ ของการศึกษาในกระบวนการทัศน์ในมุมมองไม่เป็นวิทยาศาสตร์ หรือเป็นกระบวนการทัศน์ในเชิง ศิลปะหรือเชิงคุณภาพ นักวิจารณ์ทางการศึกษาในทัศนะของ Eisner. (1985) คือ ผู้ที่รู้ถึงความ สลับซับซ้อนของบริบทของการศึกษา และสามารถรับรู้และซาบซึ้งในความสลับซับซ้อนได้

เช่น นักวิจารณ์ทางการศึกษาที่สามารถทำให้สาธารณะเข้าถึงคุณภาพและความสำคัญของสิ่งที่ถูกประเมินการวิจารณ์มิใช่ผลการประเมินในทางนิเสธ แต่เป็นกระบวนการทางการศึกษาที่จะทำให้แต่ละคนได้เข้าถึงคุณภาพและคุณลักษณะของบางสิ่งบางอย่างที่หลายคนอาจจะนึกไม่ถึงหรือมองข้ามไป การอ้างอิงด้วยผู้ทรงคุณวุฒินำมาประยุกต์ใช้เป็นรูปแบบของการประเมินโดยอาศัยแนวคิดว่าการวิพากษ์วิจารณ์เป็นการใช้วิจารณ์ญาณในการบรรยายคุณภาพของสิ่งที่ศึกษา (Descriptive Aspect) ตีความหมายคุณภาพของสิ่งที่ศึกษา (Interpretive Aspect) ออกมาในเชิงประจักษ์ตามการรับรู้ของผู้เชี่ยวชาญ และตัดสินคุณค่าของสิ่งนั้น (Evaluative Aspect) Eisner. เสนอว่าการประเมินตามแนวทางของศิลปวิจารณ์ ประกอบด้วยศิลปะของการรับรู้อันประณีต ซึ่งเกิดจากการฝึกฝนและประสบการณ์กับศิลปะของการเปิดเผยคุณภาพของการถ่ายทอดความรู้สึกที่กลั่นกรองผ่านเกณฑ์มาตรฐานเพื่อสะท้อนคุณค่าของสิ่งนั้นออกมาวิธีการประเมินแนวนี้จึงขึ้นอยู่กับความเชี่ยวชาญ และนำมาประยุกต์ใช้กับการศึกษาระดับสูง ในสาขาเฉพาะที่ต้องอาศัยผู้รู้ในเรื่องนั้นจริง ๆ นิยมใช้มากทางอุดมศึกษาที่ต้องการความเชี่ยวชาญเฉพาะทางเป็นอย่างมากและความเชื่อถือได้เพราะถือว่าการตัดสินหรือการวิพากษ์วิจารณ์โดยกลุ่มผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความรู้ในศาสตร์สาขานั้น หรือในวิชาชีพนั้น ๆ เป็นอย่างดีเป็นสิ่งที่ยอมรับได้ และนำมาประยุกต์ใช้ในการวิพากษ์วิจารณ์ทางการศึกษา (Educational Criticism) จะทำให้ได้ประโยชน์ คือ ช่วยอธิบายวัตถุประสงค์ และกระบวนการเชิงคุณภาพในเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่มีความสัมพันธ์กัน และระหว่างองค์ประกอบย่อยและองค์ประกอบใหญ่ของเรื่องหนึ่งซึ่งสะท้อนการหยั่งรู้ ตู้อการกำหนดวัตถุประสงค์ หรือรูปแบบที่ออกแบบไว้สมบูรณ์ และ สลับซับซ้อน การสะท้อนกลับทั้งที่เป็นกระบวนการ และผลผลิตของการปฏิบัติงาน และเป็น การแปล และตัดสินคุณค่าจากประสบการณ์ที่ใช้นุชยธรรมเป็นหลักซึ่งใช้การสังเคราะห์ ความรู้จากกระบวนการทางวิจัย ผลการประเมินอาจช่วยจุดประกายความคิดของผู้เกี่ยวข้อง ทำให้เกิดความสนใจในสิ่งที่ประเมินมากขึ้น การใช้ในเชิงตรวจสอบยืนยัน (Legitimate Use) ผลการประเมินอาจถูกใช้เป็นเหตุผลสนับสนุนหรือยืนยันผลการตัดสินใจที่กำหนดไว้ล่วงหน้า ทำให้แนวทาง นโยบายที่เลือกใช้น้ำหนักและความชอบธรรมยิ่งขึ้น

สรุปได้ว่าการอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ ตามแนวคิดของ Eisner. (1985) โดยเริ่มต้นมาจากผลงานและวิธีการของศิลปวิจารณ์ได้แก่ การบรรยาย การวิเคราะห์ การตีความหมาย และการตัดสินสิ่งใดสิ่งหนึ่ง มีลักษณะพิเศษคือเน้นการวิเคราะห์วิจารณ์อย่างลึกซึ้งเฉพาะ เน้นความเชี่ยวชาญเฉพาะทาง เน้นการใช้ความเชี่ยวชาญทางวิชาชีพในตัวผู้ทรงคุณวุฒิเป็น เครื่องมือในการตัดสินคุณภาพ และมีความยืดหยุ่นในวิธีการ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และงานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีดังนี้

1. งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รสวลีย์ อักษรวงศ์ (2545 : 54) ได้ศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้

ความสามารถของครูในการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญห พบว่า ปัจจัยที่คาดว่าจะมีอิทธิพลต่อ ความรู้ความสามารถของครูในการแก้ปัญหตามแนวคิดของแบนดูราและที่ได้จากแนวคิดและ ผลการวิจัย ประกอบด้วย 1) ประสบการณ์การฝึกอบรม 2) เนื้อหาวิชาที่สอน 3) ประสบการณ์ การจัดการเรียนรู้ทักษะการแก้ปัญห 4) ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ทักษะการแก้ปัญห 5) ความสามารถในการวิเคราะห์ภารกิจจัดการเรียนรู้ 6) ความสามารถในการจัดการเรียนรู้ ทักษะการแก้ปัญห 7) การได้รับความสำเร็จในการจัดการเรียนรู้ 8) การมีแบบอย่างในการ จัดการเรียนรู้ และ 9) การได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้

เกสร ทองแสน (2553 : 237-248) ได้ศึกษาการพัฒนาครูตามมาตรฐานวิชาชีพ ครูคณิตศาสตร์โดยใช้การศึกษาบทเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลง มาตรฐานวิชาชีพครูของครูที่ได้รับการพัฒนาโดยใช้การศึกษาบทเรียน เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ และทักษะการแก้ปัญหของนักเรียนที่ได้เรียนจากครูที่ได้รับการพัฒนาโดยใช้การศึกษา บทเรียน ผลการวิจัยพบว่า ผลการประเมินมาตรฐานวิชาชีพครูอยู่ในระดับดีมากทุกคน และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมีการพัฒนาและเปลี่ยนแปลงในด้านความเชื่อมั่น กล้า แสดงออก มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และ ทักษะทางสังคม

กระทรวงศึกษาธิการ (2554 : 85-95) ได้ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนและแนวทางการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พบว่า ครูเป็นปัจจัยที่สำคัญที่สุด ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ปัญหาที่พบ คือ ครูไม่แม่นยำเนื้อหา สอนไม่ตรงวิชาเอก ขาดความรู้และเทคนิคการจัดการเรียนการสอน ไม่ใฝ่รู้วิธีสอนใหม่ ๆ ไม่ส่งเสริมศักยภาพนักเรียนที่เก่งและไม่ดูแลช่วยเหลือนักเรียนที่อ่อน ไม่สร้างสื่อและใช้สื่อที่มีประสิทธิภาพ วัดผลไม่ตรงตัวชี้วัดและไม่สอดคล้องกับความแตกต่าง

ระหว่างผู้เรียน สำหรับแนวทางการพัฒนาการจัดการเรียนการสอน ดังนี้ ควรคัดเลือกคนเก่ง มาเป็นครูและมีการพัฒนาต่อเนื่อง ครูต้องมีความรู้และความเข้าใจหลักสูตร มีความรู้ใน เนื้อหาที่สอน กระบวนการจัดการเรียนการสอนและการวัดผลประเมินผล มีทักษะในการจัด กระบวนการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดและการแก้ปัญหา ใช้สื่อมาเสริมในการสอนและดูแล นักเรียนที่อ่อน

สำนักเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ (2552 : 54-63) ได้ศึกษา สภาพปัญหาและแนวทางแก้ปัญหาการจัดการเรียนการสอนที่ส่งผลต่อการพัฒนาคุณภาพ ผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน พบว่า ผลการศึกษาในวิชาคณิตศาสตร์ ปัญหาที่พบ คือ ครูขาดความรู้ที่ลุ่มลึกในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ส่งผลให้ผู้เรียนขาดทักษะกระบวนการคิด วิเคราะห์ที่เป็นทักษะสำคัญต่อการดำรงชีวิต และครูมักใช้วิธีสอนแบบอธิบายเนื้อหา ตัวอย่าง แล้วให้ทำแบบฝึกหัด

งานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น

เชาวลิต พันธุ์พฤกษา (2549 : 51) ได้ศึกษาการพัฒนาาระบบอีเลิร์นนิ่งเชิง ปฏิสัมพันธ์ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนห้วยคตพิทยฯ อำเภอห้วยคต จังหวัดอุทัยธานี ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนการสอนบนเว็บนั้นเป็นการ สนับสนุนให้ผู้เรียน ได้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองอีกทั้งยังส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้มีโอกาสร่วม กิจกรรมต่างๆ กับผู้เรียนคนอื่นๆ พร้อมทั้งคุณาจารย์หรือผู้เชี่ยวชาญได้อีกด้วย โดยใช้บริการที่ มีอยู่ในเครือข่ายอินเทอร์เน็ตเป็นเครื่องมือในการติดต่อสื่อสาร ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ โดยไม่มีข้อจำกัดของเวลาและสถานที่

พวงพิศ นาไชโย (2550 : 85-86) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า 1) แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ มีประสิทธิภาพ 79.35 / 76.48 ซึ่งสูง กว่าเกณฑ์ 75 / 75 ที่ตั้งไว้ 2) คำนีประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ มีค่าเท่ากับ 0.6593 แสดงว่า ผู้เรียน มีความก้าวหน้าในการเรียนคิดเป็นร้อยละ 65.93 3) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนโดยใช้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้ กระบวนการสืบเสาะหาความรู้โดยรวมและเป็นรายด้าน 4 ด้าน คือ ด้านเนื้อหา ด้านการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการและด้านการวัดและการประเมินผลเรียนอยู่ในระดับมาก และได้

กล่าวถึงวิธีสอนที่สอนโดยการสืบเสาะ คือกระบวนการค้นหาคำตอบโดยผ่านกระบวนการทำ (Process of Doing) และกระบวนการคิด (Process of Thinking) คำตอบที่สมเหตุสมผล ทำให้ผู้เรียนสังเกตสภาพการณ์ หรือสิ่งแวดล้อมที่เป็นปัญหาพยายามนำความคิดรวบยอดมาแปลความหมาย ทำความเข้าใจจัด โครงสร้างในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้สอดคล้องสัมพันธ์กับสภาพการณ์อันเป็นปัญหานั้น

สิริกกุล อินพานิช (2550 : 88) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ และกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติเรื่องความน่าจะเป็น พบว่า 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ มีประสิทธิภาพ E1/E2 เท่ากับ 75.58/78.10 และ 71.13/75.22 ตามลำดับซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ 70/70 ตั้งไว้ 2) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ มีดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.6972 และ 0.6708 แสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนเพิ่มขึ้นคิดเป็นร้อยละ 69.72 และ 67.08 ตามลำดับ และ 3) นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยสรุป นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ ดังนั้น จึงควรส่งเสริมและสนับสนุนให้ครูนำวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการสอนแทนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุตามจะประสงค์การเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553 : 184-185) ได้ศึกษาปัจจัยทางโรงเรียนที่ทำให้ระบบประสบผลสำเร็จ ผลการประเมิน PISA 2009 นักเรียนมีผลประเมินสูงกว่าค่าเฉลี่ย OECD พบว่า ครูเป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลกระทบต่อมากที่สุด การขาดครูคุณภาพดีส่งผลกระทบต่อการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญ

ยุรพงษ์ ฉัตรสุกสิริ (2553 : 7 - 25) ได้เปรียบเทียบผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ STAD กับการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) ประสิทธิภาพของแผนการจัดการ

เรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยกลุ่ม
 ร่วมมือแบบ STAD มีประสิทธิภาพ 84.55/79.19 2) ดัชนีประสิทธิผลกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่ม
 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ
 STAD มีค่าเท่ากับ 0.6020 แสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนเท่ากับ 0.6020 หรือคิด
 เป็นร้อยละ 60.20 3) นักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 สูงกว่ากลุ่มที่เรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 4) นักเรียนมีความพึง
 พอใจต่อการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ STAD
 โดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ STAD ที่ผู้ศึกษาค้นคว้า
 พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ จึงสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 สนับสนุนการมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่าง ครูผู้สอนกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียน ซึ่งครูจะ
 จัดเตรียมเอกสาร ใบงาน รวมทั้งอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน นักเรียนมี
 อิสระในการคิดมีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม ร่วมมือ และช่วยเหลือกัน เพื่อให้การทำงานกลุ่ม
 ของตนเองประสบความสำเร็จ

ชวลีมาตร บรรณเจงส์ (2553 : 62) ได้ศึกษาผลการใช้บทเรียนออนไลน์ตามแนวคิด
 ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เรื่องความน่าจะเป็น วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่
 5 ผลการศึกษาพบว่า 1) ประสิทธิภาพของบทเรียนออนไลน์ตามแนวคิดทฤษฎีการสร้างองค์
 ความรู้ด้วยตนเอง เรื่องความน่าจะเป็น วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีค่า E1/E2
 เท่ากับ 84.75/76.11 เป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ที่ 75/75 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน เรื่อง
 ความน่าจะเป็น วิชาคณิตศาสตร์ ของกลุ่มที่สอน โดยใช้บทเรียนออนไลน์ตามแนวคิดทฤษฎี
 การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง สูงกว่า กลุ่มที่สอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ
 .05 และ 3) ความพึงพอใจต่อการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สอน โดยใช้บทเรียน
 ออนไลน์ตามแนวคิดทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง อยู่ในระดับดีมาก โดยกล่าวถึง
 ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง มุ่งเน้นการสร้างมากกว่าการรับรู้ โดยเชื่อว่าการเรียนรู้
 เป็นกระบวนการเกิดขึ้นภายในของผู้เรียน โดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์
 ระหว่างสิ่งที่พบเห็น กับความรู้ความเข้าใจเดิม เป็นการปรับโครงสร้างทางปัญญาของตนเองใน
 การรับสิ่งแวดล้อมหรือความรู้ใหม่ โดยการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม เพื่อให้โครงสร้าง
 ทางปัญญาเข้าสู่สภาพสมดุล หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นเอง

พรสวรรค์ สวงนาม (2553 : 21) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็นและการคิดวิเคราะห์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการเรียนโดยโปรแกรม บทเรียนกับการเรียนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) โปรแกรมบทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 81.36/81.52 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 2) ดัชนีประสิทธิผลของโปรแกรมบทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เท่ากับ 0.72 3) นักเรียนที่เรียนด้วยโปรแกรมบทเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 4) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนด้วยโปรแกรมบทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยรวมอยู่ในระดับมาก โดยสรุป โปรแกรมบทเรียนที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลเหมาะสมสำหรับการจัดการเรียนการสอน สามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และยังทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนอย่างจริงจัง (Active Participation and Active Learning) ด้วยการลงมือศึกษาค้นคว้า และปฏิบัติด้วยตนเอง ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง โดยไม่จำกัดเวลาและสถานที่ สามารถเรียนรู้ได้ตามความต้องการ โดยที่ครูสอนแบบเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนองของผู้เรียนเกิดการแข่งขันกับตัวเอง เกิดแรงกระตุ้นในการเรียนรู้ เป็นสื่อการสอนที่สนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ดี ควรนำบทเรียนโปรแกรมมาใช้ในรูปแบบศูนย์การเรียน

2. งานวิจัยต่างประเทศ

Begle. (1979 : 41 – 43) ได้สังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวกับบทบาทของความรู้ของครูที่มีต่อประสิทธิภาพของผู้เรียน ระหว่างปี ค.ศ. 1960 – 1976 โดยเขาพิจารณาจากความรู้ของครู 3 ชนิด ดังนี้ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ และบริบทอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งครูได้เรียนในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างที่ศึกษาอยู่ในมหาวิทยาลัย ผลการศึกษา พบว่า จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความรู้ที่ครูได้รับมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนร้อยละ 10 และมีความสัมพันธ์เชิงลบกับผลการปฏิบัติงานของผู้เรียนร้อยละ 8 ในทำนองเดียวกัน รายวิชาที่เกี่ยวกับวิธีการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ส่งผลเชิงบวกต่อกรณีศึกษาถึงร้อยละ 24 และส่งผลเชิงลบต่อกรณีศึกษาร้อยละ 6 นอกจากนี้ การที่ครูเรียนในวิชาเอกคณิตศาสตร์ก็ส่งผลเชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนร้อยละ 9 และส่งผลเชิงลบต่อผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนร้อยละ 4 ของการศึกษา

Carpenter. et. al. (1988 : 385) ได้ศึกษาความรู้ทางการสอนในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาการบวก และการลบ จำนวนเต็มในระดับประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นครูประจำการคณิตศาสตร์ที่สอน ในเกรด 1 จำนวนทั้งหมด 40 คน จาก 27 โรงเรียน มีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบทดสอบซึ่งครูประจำการคณิตศาสตร์ต้องวิเคราะห์ปัญหาจำนวนทั้งหมด 6 ข้อ ได้แก่ $5+7=?$ $6+?=11$ $?+4=12$ $13-4=?$ $15-?=9$ และ $?-3=9$ องค์ประกอบที่ใช้ในการศึกษาความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความสามารถในการจำแนกรูปแบบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการรู้ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ผลการวิจัยพบว่า ครูประจำการคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่สามารถจำแนกความแตกต่างของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ แต่ความรู้ทั้งสองส่วนนี้ยังไม่ได้ถูกจัดระบบให้มีการเชื่อมโยงกัน นอกจากนี้ผลการวิจัยยังพบว่า ความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนอย่างมีนัยสำคัญ

Marks. (1990 : 3) ได้ศึกษาความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ โดยใช้การสัมภาษณ์ครูประจำการคณิตศาสตร์ที่สอนในเกรด 5 จำนวนทั้งหมด 8 คน เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน เฉพาะหัวข้อเรื่องเศษส่วนที่เท่ากัน องค์ประกอบที่ใช้ในการศึกษาความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 4 ด้าน ได้แก่ ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ การรู้ความคิดและความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการรู้วิธีนำเสนอหรือการให้คำอธิบายที่เหมาะสมต่อความคิดและความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ในงานวิจัยนี้มีการอภิปรายถึงความซับซ้อนเกี่ยวกับความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ และมีข้อเสนอแนะว่าครูประจำการคณิตศาสตร์คนใดที่สามารถบูรณาการองค์ประกอบทั้ง 4 ด้านของความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เข้าไปในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้จะเป็นผู้ที่ประสบความสำเร็จในการปรับปรุงคุณภาพการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

Growns. (1992 : 161-162) กล่าวถึงรูปแบบสำหรับการทำวิจัยเกี่ยวกับความรู้ของครูในประเทศสหรัฐอเมริกาว่า ความรู้ของครูไม่สามารถแยกออกจากเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จะต้องนิยามองค์ประกอบ และความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของความรู้ของครูให้เข้าใจชัดเจน การศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของครูไม่อาจทำได้นอกบริบทหรือแบบ

โคดเคี้ยว องค์ประกอบจะต้องศึกษาโดยความสัมพันธ์กัน และเราต้องพิจารณาสภาพความรู้ของครูแบบพลวัตที่มุ่งเน้นไปที่ความรู้ของครูที่เป็นผลมาจากสิ่งที่ปรากฏขึ้นในบริบทของชั้นเรียน โดยความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้จะรวมถึง ความรู้เรื่องสอนให้มีความเข้าใจกระบวนการเบื้องต้น ความรู้ในความสัมพันธ์ระหว่างด้านต่าง ๆ ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการตีความความรู้เรื่องการจัดการเรียนรู้ ความเข้าใจความคิดของผู้เรียน และสามารถประเมินความคิดของผู้เรียนเพื่อที่จะทำการตัดสินใจด้านการจัดการเรียนรู้

Raudenbush, Phumirat. and Kamali. (1992 : 165-177) ได้ทำวิจัยศึกษาการรับรู้ในความรู้ความสามารถและความเชื่อในการจัดการเรียนรู้ของครู ผลการวิจัยกล่าวว่าการรับรู้ความรู้ความสามารถของครูในเชิงบวกจำเป็นต้องเกิดขึ้นพร้อมกับการแสวงหาความรู้และการมีทักษะในการจัดการเรียนรู้ที่ดี จึงจะทำให้เกิดประสิทธิผลในการจัดการเรียนรู้อย่างสมบูรณ์ และผลงานวิจัยนี้ยังเชื่ออีกว่า การรับรู้ความรู้ความสามารถของครูหรือความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถของครูมีความสัมพันธ์กับพฤติกรรมการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิผลของครู

Bandura. (1997 : 240-243) ได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการรับรู้ความรู้ความสามารถของครู ได้บ่งชี้ว่าความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถในการจัดการเรียนรู้ของครู เป็นส่วนหนึ่งในการกำหนดวิถีจัดกิจกรรมการเรียนการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนและวิธีประเมินผล โดยครูที่รู้ว่าตนเองมีการรับรู้ความสามารถสูงเป็นครูที่เปิดรับแนวคิดใหม่ๆ ที่หลากหลายให้เหมาะสมกับผู้เรียน มีความรู้สึกที่มั่นคงเมื่อเผชิญกับปัญหาหรืออุปสรรค อดทนกับผู้เรียนที่เรียนช้าหรือมีปัญหาในห้องเรียนกระตือรือร้นในการจัดการเรียนรู้ มีความมุ่งมั่นในการจัดการเรียนรู้ ฯลฯ ส่วนครูที่มีระดับการรับรู้ความสามารถต่ำส่วนมากเป็นครูที่มีประสิทธิผลต่ำในการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้

Lampert. (2001 : 334-357) ได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ พบว่าครูจำนวนมากให้ความสำคัญกับการรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน และการรู้วิธีนำเสนอเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนนั้น Lampert. ยกตัวอย่างกรณีศึกษาครูประจำการคณิตศาสตร์คนหนึ่งซึ่งรู้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่อง การบวกเศษส่วน และสามารถช่วยตัวอย่างงานของผู้เรียนมาอธิบายเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน โดยที่ครูประจำการคณิตศาสตร์คนหนึ่งกล่าวถึงประสบการณ์ในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนในการบวกเศษส่วน โดยมีการหา

คำตอบจากการนำจำนวนที่เป็นตัวเศษของเศษส่วนที่เป็นตัวตั้งและตัวบวกมาบวกกัน และนำจำนวนที่เป็นตัวส่วนของเศษส่วนที่เป็นตัวตั้งและตัวบวกมาบวก

Charalambous. (2008 : 938-939) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการจัดการเรียนรู้และประสิทธิภาพในการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู ซึ่งเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูและการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ โดยเฉพาะการศึกษาในประเด็น ดังนี้ 1) ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู 2) การศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับความเชื่อและข้อมูลพื้นฐานของนักศึกษาครู และ 3) การศึกษาผลของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีผลต่อการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบแบบปรนัยใช้ในการวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครู แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างใช้วัดประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู และแบบสอบถามใช้สำรวจความเชื่อและข้อมูลพื้นฐานของนักศึกษาครู โดยแบ่งการศึกษาดังกล่าวออกเป็น 2 ระยะ ดังนี้ ในระยะที่ 1 เป็นการศึกษาค้นคว้าข้อมูลพื้นฐานที่น่าสนใจ โดยใช้สถิติ ค่าสถิติไม่อิงพารามิเตอร์ และในระยะที่ 2 เป็นการศึกษาค้นคว้าเชิงคุณภาพ นักศึกษาครูที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 7 คน ถูกสังเกตและพิจารณาเพื่อนำไปสู่การพัฒนาในลักษณะที่เชื่อมโยงกัน จากการศึกษาพบว่า มีความสัมพันธ์กันอย่างมากระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู แต่ปัจจัยนี้ไม่ได้เป็นสื่อกลางในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ความเชื่อและภาพเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู พบว่า ประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครูแยกออกจากความรู้ของพวกเขา นอกจากนี้ในการวิเคราะห์ข้อมูลยังพบว่า ความรู้ของนักศึกษาครูสามารถที่จะช่วยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Zopf. (2010 : Abstract) ได้ศึกษาความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู กรณีการทำงานทางคณิตศาสตร์และความรู้ซึ่งนำมาโดยครู การวิจัยนี้ศึกษาความต้องการในการทำงานและความรู้ทางคณิตศาสตร์ของงานในการเรียนการจัดการเรียนรู้ของครู ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาการเรียนการจัดการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์ 2 คน ที่มีความแตกต่างกันในการฝึกอบรม ผู้เรียนมีความแตกต่างกัน โดยเป็นครูคณิตศาสตร์และนักศึกษาครู การจัดเตรียมข้อมูลเพื่อพิสูจน์งานที่เกิดขึ้นและความต้องการของการทำงานการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แก่ครู ประการแรก คือการระบุโดเมนงานต่างๆ ภายในการทำงาน ของครูทั้งสอง โดยพิจารณาจากงาน 3 งาน ได้แก่ เลือกราคาดีความและวิธีการเลือกตัวอย่าง และ

การจัดการงานทางคณิตศาสตร์ สี่กรณีของการเรียนการจัดการเรียนรู้ สองจากการศึกษาของครู แต่ละคนสำหรับการวิเคราะห์องค์ประกอบของโดเมนงานจากการวิเคราะห์ข้ามกรณีเพื่อแยกความแตกต่างขององค์ประกอบที่ดูเหมือนจะมีความสอดคล้องกันและกรณีที่แตกต่างกัน และนำเสนอการศึกษากรอบการทำงานของครู ประการที่สอง การตรวจสอบการทำงานทางคณิตศาสตร์ของกรณีศึกษาสำหรับความต้องการความรู้ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดเมนของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู อภิปรายเชิงคุณภาพที่โดดเด่นของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครูที่ปรากฏลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู วิธีการและสิ่งที่ใช้สำหรับการทำงานของคุณ

Li. (2011 : 1-16) ได้ศึกษาความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องขั้นตอนเชิงพีชคณิต กรณีศึกษาการแก้สมการกำลังสอง การศึกษาครั้งนี้ มุ่งเน้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในการกระทำและการตัดสินใจของครู ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าการเตรียมความพร้อมของครูคณิตศาสตร์และการพัฒนาวิชาชีพครูจะเปิดโอกาสให้ครูได้ทบทวนการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ในเชิงลึก และการพัฒนาทักษะการเรียนการจัดการเรียนรู้ในการทำการตัดสินใจที่จะรักษาสมดุลของโดเมนทั้งหมดของความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ความเชื่อของครู และปัจจัยอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวัดระดับความสามารถในการปฏิบัติการทางพีชคณิต

Patricio. and Karl. (2012 : 1-8) ได้ทำวิจัยศึกษาความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย การวิจัยนี้เป็นการพัฒนาเครื่องมือเพื่อวัดความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยรายงานเกี่ยวกับกระบวนการของการพัฒนาและข้อคำถามที่ใช้ในการวัด โดเมนต่าง ๆ ของความรู้ในการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการศึกษาพบว่าประสบการณ์ด้านการจัดการเรียนรู้มีความสัมพันธ์กับการจัดการเรียน การจัดการเรียนรู้เรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากผลการศึกษานี้อาจเป็นแนวทางเสนอวิธีการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ของความคิดรวบยอดเฉพาะเพื่อใช้ในการออกแบบคำถามความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สรุปได้ว่า เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นและเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น และความสำคัญของความรู้ของครู ในการจัดการเรียนรู้ ผลการวิจัย พบว่าความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบ่งเป็น 3 ด้าน

ได้แก่ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน เครื่องมือในการเก็บข้อมูลโดยใช้ แบบสัมภาษณ์ แบบสังเกต การจัดการเรียนรู้ของครูที่แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ กับประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้

ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ จึงได้กำหนดกรอบการศึกษา ความรู้ในการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของครูในการเชื่อมโยงความรู้ทางเนื้อหาคณิตศาสตร์และทักษะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตลอดทั้ง การใช้หลักสูตรการเรียนการสอน และความเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน วิธีเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพื่อให้ครูสามารถจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตรงตามหลักสูตร อย่างมีประสิทธิภาพ มีองค์ประกอบหลัก 3 ด้านได้แก่ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

1. ความรู้ด้านเนื้อหา (Subject Matter Knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับ มโนทัศน์ ขั้นตอนวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดและเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันของเรื่องความน่าจะเป็น ประกอบด้วยองค์ประกอบรอง 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ และความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา

1.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมาย รวมถึงความเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เพื่อใช้ในการอธิบาย ให้ความหมายในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เข้าใจมโนทัศน์ ทฤษฎีต่างๆ ในเรื่อง ความน่าจะเป็นและเรื่องที่เกี่ยวข้อง

1.2 ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับทักษะการคำนวณ ขั้นตอนหรือกระบวนการต่างๆที่ใช้ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสำคัญของกฎและวิธีการต่างๆเพื่อให้สามารถจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด ในเรื่อง ความน่าจะเป็น

1.3 ความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา (Common Content Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่เกิดจากมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่กำหนดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันและความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ

2. ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ (Pedagogical Knowledge)
หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับองค์ความรู้ที่ช่วยให้ครูตัดสินใจในการเลือกวิธีการจัดการเรียนรู้ สามารถวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและการวางแผนจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

เลือกสื่อการเรียนรู้ เลือกวิธีการวัดผลและประเมินผล สามารถนำมาตัดดัดใจออกแบบวางแผนและดำเนินการจัดการเรียนรู้ในเรื่อง ความน่าจะเป็น ประกอบด้วยองค์ประกอบรอง 3 องค์ประกอบ ได้แก่ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เฉพาะเรื่องความน่าจะเป็นและความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์

2.1 ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Mathematical Principles Instructional Strategies Knowledge) หมายถึง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนบรรลุผลตามมาตรฐานหลักสูตร ได้แก่ความรู้ในเรื่องทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2.2 ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น(Probability Principles Instructional Strategies Knowledge) หมายถึง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ได้แก่ความรู้ในเรื่องทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิธีสอน เทคนิคการสอน ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น

2.3 ความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ (Mathematics Curriculum Knowledge) หมายถึง ความรู้ในเป้าหมายและการนำหลักสูตรสู่การจัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่ การวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน (Learner's Learning Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในธรรมชาติของผู้เรียนในด้านต่างๆ สามารถนำมาเป็นข้อมูลของผู้เรียนและจัดการดำเนินงานจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนในเรื่องความน่าจะเป็น ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบรอง 2 องค์ประกอบ ได้แก่ ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เฉพาะเรื่อง ความน่าจะเป็น ของผู้เรียน โดยแต่ละองค์ประกอบรอง มีความหมาย ดังนี้

3.1 ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Learner's Nature of Mathematics Learning Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่เกี่ยวกับ จิตวิทยาการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และ องค์ประกอบการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

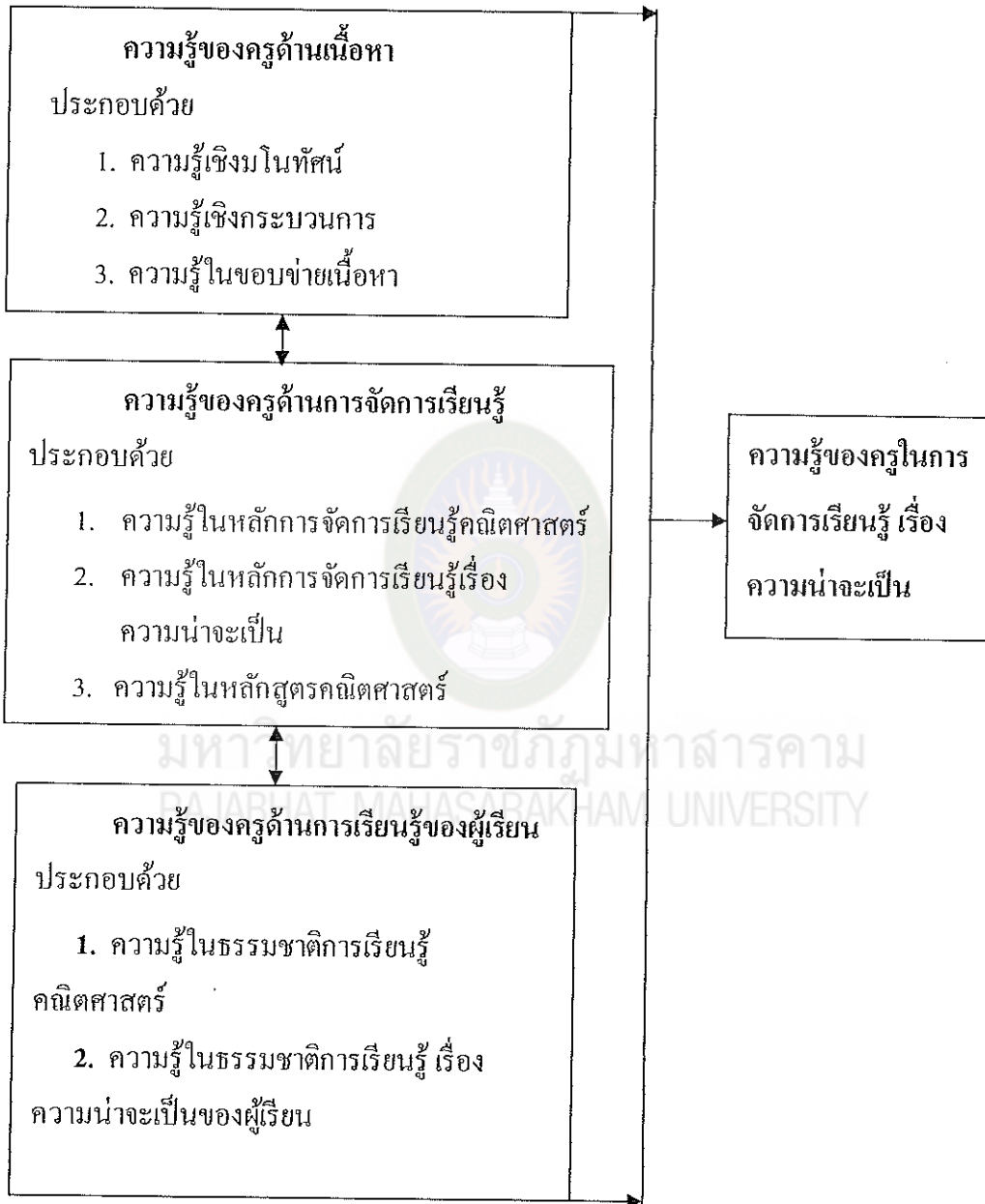
3.2 ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นของผู้เรียน (Learner's Nature of Probability Learning Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่เกี่ยวกับ จิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน องค์ประกอบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และวิธีการในการเรียนรู้ของผู้เรียนในเรื่อง ความน่าจะเป็น



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารที่กล่าวข้างต้น ผู้วิจัยสรุปกรอบแนวคิดการวิจัยเรื่อง การศึกษา
 ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : กรณีศึกษา เรื่อง ความน่าจะเป็น ดังนี้



แผนภาพที่ 8 กรอบแนวคิดการวิจัย เรื่อง การศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์ : กรณีศึกษาเรื่อง ความน่าจะเป็น