

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

#### วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีวัตถุประสงค์เฉพาะดังนี้คือ

1. เพื่อศึกษาแบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด
2. เพื่อศึกษาสาเหตุของการเกิด มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด
3. เพื่อศึกษาหาแนวทางแก้ไข มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

#### สรุปผลการวิจัย

ในการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 แบบรูป คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และด้านการขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และ นักเรียนเกิดข้อผิดพลาด 2 แบบรูป คือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ
2. สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์แต่ละแบบรูปที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ เกิดจากนักเรียนขาดความรู้พื้นฐานในเรื่องที่มีความสัมพันธ์กับ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ครูผู้สอนไม่สอนจนเกินไปหายากไม่สอนให้นักเรียนเห็นเป็นรูปธรรม ขาดความเข้าใจกระบวนการ และวิธีการ ขาดทักษะในการอ่านและการเขียน ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา ครูเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่ากระบวนการ ส่วน สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด คือ นักเรียนมีความสะเพร่า ทำให้นำตัวเลข

มาใช้อย่างผิด ๆ นักเรียนไม่ชอบคิด โดยเฉพาะเรื่องที่ยุ่งยากซับซ้อน ขาดความใส่ใจ ทำงานไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน รีบเร่งจนขาดความระมัดระวัง ขาดการตรวจสอบ

3. แนวทางการแก้ไข มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาควรยึดหลักกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ การเข้าใจปัญหา การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผนในการลงมือแก้ปัญหา การตรวจสอบการดำเนินการ ใช้วิธีการสอนคณิตศาสตร์อย่างหลากหลายวิธี และใช้สื่อประกอบการจัดกิจกรรม เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด แนวทางการแก้ไขข้อผิดพลาด คือ นักเรียนต้องสนใจเรียน ชอบคิดคำนวณ ชอบแก้ปัญหา สามารถประยุกต์ความรู้ไปใช้แก้ปัญหา ผักฝืนและทบทวนด้วยตนเองสม่ำเสมอ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ ฝึกการทำงานให้เป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีวิจารณ์ญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเองมีพื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ดี และควรกล้าซักถามกล้าแสดงออก ส่วนผู้สอนควรเน้นฝึกการวิเคราะห์แนวคิดอย่างหลากหลายในชั้นวางแผนแก้ปัญหาหรือฝึกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาให้มาก จัดกิจกรรมสร้างเสริมให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

### อภิปรายผล

ในการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถอภิปรายผลของการวิจัยได้ดังนี้

นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 แบบรูป คือ

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด สาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเรื่องที่สัมพันธ์กับเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร นอกจากนั้น นักเรียนยังขาดความรู้ในเรื่องความสำคัญ กฎเกณฑ์ หรือสูตร ขาดความเข้าใจหลักการแก้โจทย์ปัญหาจึงใช้หลักการเดาและขาดความเข้าใจเกี่ยวกับคำถามของ โจทย์ ซึ่งสอดคล้องกับ จงกล ทำสวน (2547:87-89) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม” ประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางการเรียนมากที่สุดในด้านการคำนวณ รองลงมาเป็นด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ และด้านการตีความจากโจทย์

2. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ สาเหตุเกิดจาก ส่วนใหญ่นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเรื่องที่สัมพันธ์กับเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ขาดความเข้าใจกระบวนการ และวิธีการเขียนขั้นตอนการหาคำตอบไม่สมบูรณ์แต่ละขั้นตอนไม่ครบและไม่ถูกต้องตามหลักการ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ไช้มุก เลื่องสุนทร (2552 : 1) การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 402 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่อง “จำนวน” ซึ่งประกอบด้วย 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และด้านการตีความด้านภาษา

3. ด้านการขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา เกิดจากสาเหตุที่นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานที่สัมพันธ์กับเรื่อง การหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาขาดทักษะด้านภาษาโดยเฉพาะการอ่านจับใจความ ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหานั้นนอกจากนี้เกิดจากครุเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการแก้ปัญหาจาก โจทย์ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับเวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2546 : 2- บทคัดย่อ) จากการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ พ.ศ.2521 ถึง พ.ศ. 2546 พบว่าในแต่ละช่วงชั้นนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้านที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจาก โจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา และนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ ช่วงชั้นที่ 1 เรื่อง จำนวนนับและการบวก ลบ คูณ หารจำนวนนับ เวลา ช่วงชั้นที่ 2 เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ เวลา เงิน การวัด ตัวประกอบของจำนวนนับ สมการและการแก้สมการ ช่วงชั้นที่ 3 เรื่อง จำนวนเต็ม เลขยกกำลัง เศษส่วนและทศนิยม ห.ร.ม.และ ค.ร.น. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พหุนามและการแยกตัวประกอบพหุนาม อัตราส่วนและร้อยละ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง การวัด ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน อสมการ ปริมาตรและพื้นที่ผิว ความคล้าย ระบบสมการ สมการกำลังสอง ช่วงชั้นที่ 4 เรื่อง ระบบจำนวนจริง อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ เรขาคณิตวิเคราะห์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เซต เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ จำนวนเชิงซ้อน เวกเตอร์ในสามมิติ

ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์ ลำดับและอนุกรม ความน่าจะเป็น สถิติเบื้องต้น กำหนดการเชิงเส้น การแจกแจงปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น แคลคูลัสเบื้องต้น

### นักเรียนเกิดข้อผิดพลาดมี 2 แบบรูป คือ

1. ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ สาเหตุเกิดจากนักเรียนมีความสะเพร่าทำให้นำตัวเลขมาใช้อย่างผิด ๆ นักเรียนไม่ชอบคิด โดยเฉพาะเรื่องที่ยุ่งยากซับซ้อน ขาดความใส่ใจ นักเรียนไม่ชอบทำการบ้าน ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ นักเรียนสับสน สมมติสัน ไม่ชอบเรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Truran. (1987 : 58 - 60)สรุปผลการหาสาเหตุของข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคน ตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความคิดพลาด 9 ด้าน ของกาเซย์ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม กลยุทธ์วิธีในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากความระมัดระวังและความผิดพลาดซึ่งอาจจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้ แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมายใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยคอ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคดัง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไตล์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

2. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา สาเหตุเกิดจาก นักเรียนสะเพร่าในการเขียนสัญลักษณ์ นักเรียนสะเพร่าในการสรุปคำตอบนักเรียนทำงานไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน รีบเร่งจนขาดความระมัดระวัง ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Barcellos. (2005 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีชคณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย พบว่า มีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือการไม่เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน และอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน มีสาเหตุมาจากการเขียนข้อความที่สมมูลกันกับข้อความก่อนหน้าหรือมีสาเหตุมาจากการบกพร่องเกี่ยวกับ

สัญลักษณ์ที่จะใช้เขียนเพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาหาความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง มีสาเหตุมาจากความไม่เข้าใจเนื้อหาของการดำเนินการที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมีผลมาจากทั้งความเข้าใจผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการโดยไม่ถูกต้อง) และความเข้าใจผิดพลาดที่พบส่วนน้อย (ไม่สามารถใช้กระบวนการที่ถูกต้อง) สิ่งที่น่าเรียนแนะนำ คือจำนวนจริงที่คิดครุ่นคิดที่ไม่สามารถถอดรอกได้จะเป็นกรณีพิเศษที่สามารถถอดรอกได้โดยการดำเนินการของจำนวนจริงดังกล่าว

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 การจัดการเรียนการสอนในเนื้อหาเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ควรมีการเรียงลำดับเนื้อหาให้มีความต่อเนื่องและสัมพันธ์กัน โดยเริ่มจากเนื้อหาที่ง่ายและเป็นพื้นฐานไปสู่เรื่องที่ยากและซับซ้อนเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความรู้หรือหลักการพื้นฐานจากเรื่องที่ได้เรียนไปแล้วในการแก้ปัญหาที่ต้องอาศัยหลักการหลายๆอย่างและซับซ้อนมากขึ้น

1.2 การสร้างความคิดรวบยอดจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม ครูควรใช้รูปธรรมในลักษณะเดียวกันและมีความชัดเจนในการสร้างความคิดรวบยอดของเรื่องใดเรื่องหนึ่งเพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความสับสน แต่อย่างไรก็ตามเนื้อหาบางเรื่องอาจไม่สามารถใช้รูปภาพลักษณะเดียวกันในการสร้างความคิดรวบยอดได้ ดังนั้นครูควรเลือกใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาเพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.3 ควรมีการปรับพื้นฐานก่อนการสอนเรื่องการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต ควรสอนเกี่ยวกับเรื่องของการบวกการลบ การคูณและการหารจำนวนนับให้กับนักเรียนอย่างเพียงพอ เพราะเรื่องเหล่านี้เป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องอื่นๆ ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณน้อยลง

1.4 ควรมีเครื่องมือการเก็บรวบรวมที่หลากหลายเช่น แบบบันทึกการสังเกต พฤติกรรมของนักเรียน แบบบันทึกหลังการสอน แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียนและแบบบันทึกการสัมภาษณ์ กับนักเรียนและนำข้อมูลเหล่านั้นมาประกอบการพิจารณา เพื่อให้ทราบว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากน้อยเพียงใด รวมทั้งมีข้อผิดพลาดที่ควรแก้ไขอย่างไรบ้าง

1.5 ควรมีบันทึกผลการตรวจแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบเป็นรายบุคคลและรายชื่อ เพื่อที่จะทำให้ทราบว่า ข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นมาจากสาเหตุใด กล่าวคือ เป็น

ปัญหาที่เกี่ยวกับโจทย์แบบฝึกหัด หรือเป็นปัญหาเกี่ยวกับนักเรียนแต่ละคนหรือปัญหาของนักเรียนทั้งชั้นเรียน และจะได้มีแนวทางแก้ไขที่ตรงกับความเป็นจริงมากที่สุด

1.6 ควรมีการเขียนตอบในแบบฝึกหัด โดยมีทั้งการเขียนในลักษณะให้กำลังใจ และข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น เพื่อให้นักเรียนมีความภาคภูมิใจหรือทราบแนวทางที่ถูกต้องในการแก้ไขข้อผิดพลาดเหล่านั้น

1.7 ควรมีการจัดบรรยากาศในการห้องเรียนระหว่างครูและนักเรียนให้มีความเป็นกันเอง หมั่นตรวจสอบและแนะนำนักเรียนเมื่อพบข้อผิดพลาด คอยดูแลเอาใจใส่เพื่อให้ นักเรียนเกิดความมั่นใจและกล้าที่จะซักถามเมื่อเกิดความไม่เข้าใจ จะทำให้บรรยากาศในชั้นเรียนสนุกสนาน นักเรียนกล้าแสดงออกและมีความสุขในการเรียนรู้

## 2. ข้อเสนอแนะเพื่อการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการวิจัยการวิเคราะห์ห้มนโทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในเนื้อหาอื่นๆ เพื่อจะได้ผลการวิจัยที่ชัดเจนและครอบคลุมมากยิ่งขึ้น

2.2 ควรมีการศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับการสร้างและวิธีใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลหลากหลาย เพื่อให้ได้ข้อมูลที่สมบูรณ์และตรงกับสภาพที่แท้จริงมากที่สุด

2.3 ควรศึกษาวิธีการสอนและใช้ทฤษฎีการเรียนรู้เพื่อแก้ไขมนโทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลาย ๆ วิธี