

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาทรายวิทยาคม ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ แบบรูป สาเหตุการเกิด และ แนวทางการแก้ไข หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ดังรายละเอียดต่อไปนี้

#### การวิเคราะห์แบบรูป สาเหตุและแนวทางการแก้ไขของการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์แบบรูป สาเหตุและแนวทางการแก้ไขของการเกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด มีลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. นำแบบทดสอบข้อที่นักเรียนทำผิดมาวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่เกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏผลการวิเคราะห์ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 การวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่เกิดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด		จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบถูก	จำนวนนักเรียนที่ไม่ทำแบบทดสอบ
	หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ข้อผิดพลาด		
1	42	-	61	18
2	8	13	100	-
3	17	-	99	5
4	19	7	85	10
5	14	6	97	4
6	22	6	81	12

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด		จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบถูก	จำนวนนักเรียนที่ไม่ทำแบบทดสอบ
	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ข้อผิดพลาด		
7	25	14	68	14
8	34	9	61	17
9	27	-	79	15
10	23	-	84	14

จากตารางที่ 5 พบว่าจำนวนข้อที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้ ข้อ 1 มีจำนวน 42 คน ข้อ 8 มีจำนวน 34 คน และข้อ 9 มีจำนวน 27 คน ข้อ 7 มีจำนวน 25 คน ข้อ 10 มีจำนวน 23 คน ข้อ 6 มีจำนวน 22 คน ข้อ 4 มีจำนวน 19 คน ข้อ 3 มีจำนวน 17 คน ข้อ 5 มีจำนวน 14 คนและข้อ 2 มีจำนวน 8 คน

สำหรับข้อที่เกิดข้อผิดพลาด เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้ ข้อ 7 มีจำนวน 14 คน ข้อ 2 มีจำนวน 13 คน ข้อ 8 มีจำนวน 9 คน ข้อ 4 มีจำนวน 7 คน ข้อ 5 มีจำนวน 6 คนและข้อ 6 มีจำนวน 6 คน

2. นำมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์จากข้อมูลในตารางที่ 6 มาหาแบบรูปและหาสาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไข สรุปได้ดังนี้

2.1 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 1 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูปได้ดังนี้

#### การวิเคราะห์แบบรูป

<p>1. จงอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้</p> <p>1.1 ปริซึม... มีรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า... ตั้งทางตั้งของแกนแก...</p>
--

ภาพที่ 7 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 1 สรุปได้ 1 แบบรูปคือ : การปิดเบื้องทฤษฎีบท กฎสูตร บทนิยามและสมบัติ

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 42 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 1 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : โจทย์สั่งให้อธิบายลักษณะของปริซึม หนูก็อธิบายตามความเข้าใจของหนูค่ะ หนูก็อธิบายว่า ปริซึมเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติฐานของมันมีสองด้านคือหัวกับท้าย และฐานจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่เท่ากัน คือว่าหัวกับท้ายจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมสองรูปที่เท่ากัน จึงจะเรียกว่าปริซึมค่ะ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่สามารถอธิบายลักษณะของรูปปริซึมได้ ถูกต้อง คำตอบที่นักเรียนเป็นคำตอบที่แตกต่างไปจากความจริง

สรุปผลการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติได้ถูกต้อง โดยส่วนใหญ่จะอธิบายลักษณะไม่สอดคล้องกับลักษณะของรูปที่ถูกต้องหรือข้อความที่อธิบายไม่ครอบคลุมลักษณะของรูปทรงแต่ละชนิด นักเรียนเขียนคำตอบไม่สอดคล้องกับลักษณะของรูปทรงชนิดต่างๆรวมถึงไม่สามารถเรียงลำดับความคิดได้ ถูกต้อง การเขียนคำตอบวกวนสับสน

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ
2. ขาดความรู้ในเรื่อง ความสำคัญ กฎเกณฑ์หรือสูตร
3. ขาดทักษะด้านภาษาโดยเฉพาะการเขียนอธิบาย
4. ขาดความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเขียนอธิบาย
5. ครูเน้นทักษะการคิดคำนวณมากเกินไป
6. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน

### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ครูควรสอนควรใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมมาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเริ่มสอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมในบางเรื่อง
2. ทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ
3. ครูควรบอกเงื่อนไขหรือข้อจำกัดในสิ่งที่มีมักเกิดความคลาดเคลื่อนบ่อย ๆ โดยเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจอย่างแท้จริง โดยวิธีการสอนที่หลากหลายตามความเหมาะสมของเนื้อหาแต่ละเรื่อง
4. ครูควรเน้นให้นักเรียนได้ฝึกฝน เพื่อให้เกิดทักษะ กระบวนการและความชำนาญ โดยใช้ตัวอย่างที่คล้ายกัน ทำซ้ำหลายครั้งและหลายตัวอย่าง

2.2 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 8 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

#### วิเคราะห์แบบรูป

8. ลูกฟุตบอลลูกหนึ่งวัดความยาวรอบวงกลมใหญ่ได้ 66 เซนติเมตร ถ้าลูกฟุตบอลทำด้วยหนังหนา 0.6 เซนติเมตร จะจุดมาได้กี่ลูกบาทักเซนติเมตร

$$\text{เส้นรอบวงกลม} = \frac{4}{3} \pi r^2$$

$$= 66.4 = \frac{4}{3} \pi r^2 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times r^2$$

$$\frac{66.4}{2} = \frac{4}{3} \pi r^2$$

$$66.4 \times 3.14 = r^2$$

$$208.356 = r^2$$

$$\sqrt{208.356} = r$$

$$\sqrt{208.356} = 14.43$$

สรุป 14.43 ซม

ภาพที่ 8 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 8 สรุปได้ 1 แบบรูปคือ : ด้านการใช้ข้อมูลผิด

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 34 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 8 ดังต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : หนูคิดว่าความยาวรอบรูปของรูปวงกลมเท่ากับ 66 แต่ว่าลูกบอลลูกนี้หนา 0.6 ดังนั้นหนูจึงใช้ 66 ลบด้วย 0.6 ก็เลยได้ 65.4 แล้วหนูก็หารรัศมีของมันออกมาคือว่าเอาไปแทนค่าในสูตรหาความยาวรอบรูปของวงกลม ต่อไปหนูก็แก้สมการหารรัศมีออกมาก่อน เมื่อได้รัศมีออกมาแล้วก็นำไปแทนค่าสูตรหาปริมาตรทรงกลมก็จะรู้ว่าลูกบอลลูกนี้สามารถจุลมได้เท่าไรค่ะ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีค่ะ..หนูคิดว่าวิธีนี้น่าจะถูกแล้วค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนไม่เข้าใจเรื่องส่วนประกอบของวงกลม นักเรียนเกิดความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการนำสิ่งที่โจทย์ให้มา มาใช้ระหว่างการแก้ปัญหา โจทย์สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดความสับสนที่คลาดเคลื่อน พบว่านักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาเกี่ยวกับส่วนประกอบของวงกลม โดยเฉพาะเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลม นักเรียนบางคนยังสับสนระหว่างความยาวรอบรูปและความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลม

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นผลมาจากการสัมภาษณ์นักเรียน เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่อง วงกลม
2. ขาดมโนทัศน์ที่ถูกต้อง เรื่อง การหาปริมาตรทรงกลม
3. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องที่สำคัญ กฎเกณฑ์ หรือสูตร
4. ขาดความเข้าใจหลักการแก้โจทย์ปัญหา จึงใช้หลักการเดา
5. นักเรียนมีระดับสติปัญญาที่แตกต่างกัน
6. ขาดความเข้าใจ นักเรียนสามารถเข้าใจคำถามได้มากน้อยเพียงใด
7. นักเรียนอาจสับสนกับรูปแบบของคำถามที่ครูสร้างขึ้น

## แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่อง วงกลม โดยเริ่มจากบทนิยามของวงกลม ส่วนประกอบต่าง ๆ และการหาพื้นที่ของรูปร่างกลม

2. สร้างความเข้าใจหลักการแก้โจทย์ปัญหา โดยการฝึกทักษะให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ การเข้าใจปัญหา การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผนในการลงมือแก้ปัญหานั้น และการตรวจสอบการดำเนินการ ใช้เทคนิคการยกตัวอย่าง และการสร้างโจทย์ปัญหา เช่น การยกตัวอย่างได้โดยอัตโนมัติ การยกโจทย์ที่นอกเหนือจากในหนังสือเรียน ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ยกตัวอย่างสอดคล้องกิจกรรม ใช้เทคนิคการสร้างโจทย์ปัญหา การสร้างโจทย์เป็นคำประพันธ์ การสร้างโจทย์จากภาพ การสร้างโจทย์แปลก ๆ

3. ฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ใช้ตัวแปร (Use a Variable) ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) วาดภาพ (Draw a Diagram) สร้างรายการ (Make a List) ทำย้อนกลับ (Work Backward) สร้างตาราง (Construct a Table) ทำปัญหาให้ง่ายกว่า (Solve a Simpler or Similar Problem) การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาลำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ คือ ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน การแก้ปัญหาก็สามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจง นักเรียนไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาลักษณะอื่น ๆ นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และมีโอกาสใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้น ถ้ารู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานั้นจะมีความสำคัญมากนอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

4. เมื่อนักเรียนหาคำตอบได้แล้ว ครูควรฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่



นักเรียน : ไม่มีค่ะ..หนูคิดว่าสูตรที่ใช้ก็น่าถูกแล้วค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยนักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนจากที่โจทย์กำหนดให้พื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอกแต่ นักเรียนเข้าใจว่าเป็นพื้นฐานของทรงกระบอก

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่า นักเรียนไม่เข้าใจ หลักการทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ นำไปใช้โดยผิดไปจากความเป็นจริง โดยมีโครงสร้างของความคิดไม่ถูกต้อง แล้วก็เกิดจินตนาการแบบผิดไปจากความเป็นจริง

### สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเรื่อง การหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของทรงกระบอก
2. นักเรียนอ่าน โจทย์แล้วไม่เข้าใจ
3. ขาดความเข้าใจหลักเกณฑ์ต่าง ๆ
4. นักเรียนขาดความรู้ในที่สำคัญ กฎเกณฑ์ หรือบทนิยาม
5. รูปแบบของคำถามทำให้นักเรียนเกิดความสับสน
6. รูปแบบของคำถาม ไม่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
 ภาควิชาคณิตศาสตร์  
 MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. สอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการได้ลงมือปฏิบัติ โดยให้นักเรียนทดลองสร้างรูปทรงกระบอกเพื่อเป็นการนำไปสู่ความรู้ที่จำเป็น เช่น ส่วนประกอบต่าง ๆ ของทรงกระบอก
2. สอนให้ผู้เรียนเห็น โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหา
3. สอน โดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือ ต้องคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน

4. สอนโดยการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้นหรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่สามารถหาตัวอย่างอธิบายได้

5. จัดกิจกรรมการสอนโดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของนักเรียน

6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล การฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

2.4 ผลการวิเคราะห์ข้อ 7 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

#### การวิเคราะห์แบบรูป

7. ถังกลวงทรงกลมใบหนึ่ง มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 84 เซนติเมตร จะสามารถจมน้ำได้มากที่สุดปริมาตรเท่าใด

วิธีทำ ปริมาตรของกลม  $= \frac{4}{3} \times \pi r^3 h$

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 84^3$  ลบ. ซม.

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 7096$  ลบ. ซม.

$= 22,155.84$  ลบ. ซม.

ตอบ  $22,155.84$  ลบ. ซม.

ภาพที่ 10 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 7 คือ : ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 25 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : ผมเขียนสูตรการหาปริมาตรทรงกลมไว้ก่อน จากนั้นแทนค่าในสูตร ต่อมาก็นำตัวเลขที่โจทย์ให้มาแทนลงไปแล้วก็เอามาคูณกัน โจทย์ข้อนี้ก็บอกมาครบแล้วรัศมีก็บอกมาแล้ว ผมก็จับคูณกันเลขตามสูตรครับ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่?

นักเรียน : ไม่มีครับ เพราะว่าโจทย์ถามหาปริมาตรทรงกลม สูตรการหาปริมาตรทรงกลมก็มีอยู่สูตรเดียวครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมีความเข้าใจที่แตกต่างไปจากความจริงในการนำสูตรไปใช้ไม่ถูกต้อง จึงส่งผลการหาคำตอบผิด

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า ส่วนใหญ่นักเรียนไม่เข้าใจความรู้พื้นฐานเรื่องวงกลม โดยเฉพาะส่วนประกอบของวงกลม ซึ่งเกิดความสับสนเกี่ยวกับ เส้นรอบวง เส้นผ่านศูนย์กลางและรัศมีของรูปวงกลมและนักเรียนส่วนใหญ่ยังเกิดความสับสนเกี่ยวกับสูตรในการหาปริมาตรทรงกลม

#### สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นผลมาจากการสัมภาษณ์นักเรียนในการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเรื่อง วงกลม
2. ขาดความรู้เรื่องกฎเกณฑ์หรือสูตร
3. ขาดความระมัดระวังในการทำโจทย์
4. นักเรียนมีระดับสติปัญญาที่แตกต่างกัน
5. ขาดการฝึกฝนในการทำแบบฝึกหัด
6. รูปแบบของโจทย์อาจสร้างความสับสนให้แก่นักเรียน

#### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. สอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยที่เกี่ยวกับบทนิยามของวงกลม ส่วนประกอบที่สำคัญของวงกลม

2. สอนให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหา

3. สอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือ ต้องคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน

4. สอนโดยการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้นหรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่สามารถหาสื่อมาอธิบายได้

5. จัดกิจกรรมการสอนโดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของนักเรียน

6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล การฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

2.5 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 10 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

## การวิเคราะห์แบบรูป

10. ซ็อกโกแลตก้อนหนึ่งมีลักษณะเป็นปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านยาวทั้งสามด้านเป็น 3.4 และ 5 เซนติเมตรและซ็อกโกแลตก้อนนี้ยาว 10 เซนติเมตร จะต้องใช้กระดาษห่อ ซ็อกโกแลตที่มีพื้นที่อย่างน้อยเท่าใด

วิธีทำ หินผก  $\Delta = 4 \times 3 \times 4$   
 $= 1 \times 3 \times 4$   
 $= 12 \times 2 = 24$   
 $\square = 4 \times 5$   
 $= 20 \times 2 = 40$   
 $= 4 \times 10 = 40$   
 $= 3 \times 10 = 30$   
 $= 132$  ตารางเซนติเมตร

ตอบ 132 ตารางเซนติเมตร

ภาพที่ 11 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 10 สรุปได้ 1 แบบรูปคือ : ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 23 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 10 ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : หนูคิดว่าต้องหาพื้นที่ของแต่ละรูปแล้วเอามาวกกัน ตอนแรกก็หาพื้นที่สามเหลี่ยมก่อน ใช้สูตรเศษหนึ่งส่วนสองคูณพื้นที่ฐานคูณสูง เวลาแทนค่าสูตรตรงที่เป็นฐานเท่ากับสี่ ตรงที่เป็นสูงเท่ากับสี่ หนูวาดรูปไว้แล้วเพื่อจะได้มองเห็นภาพว่าจะหาอะไรบ้าง พอได้ฐานกับสูงแล้วก็คูณกันก็จะได้คำตอบ แต่ว่าสามเหลี่ยมมีสองรูปต้องเอาสองคูณเข้าไปด้วย ต่อไปก็หารูปสี่เหลี่ยม สี่เหลี่ยมมีทั้งหมดสามรูป หนูก็หาแต่ละรูปทั้งสามรูป สูตรในการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคือกว้างคูณยาว รูปแรกเอาห้าคูณสิบ รูปสองเอาสี่คูณสิบ รูปสามเอาสามคูณสิบ พอได้คำตอบครบแล้ว เอาตัวเลขที่ได้มามวกกันก็ได้คำตอบร้อยสามสิบสอง ตารางเซนติเมตร

ผู้วิจัย : มีวิธีหาคำตอบวิธีอื่นอีกหรือไม่?

นักเรียน : ไม่มีค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนสามารถเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ต้องการอะไร ให้อะไร และสามารถแทนค่าได้ถูกต้องแต่นักเรียนยังขาดความเข้าใจในขั้นตอนการทำโจทย์ที่ถูกต้อง

สรุปผลการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ต้องการอะไร ให้อะไร และสามารถแทนค่าได้ถูกต้องแต่นักเรียนยังขาดความเข้าใจในขั้นตอนการทำโจทย์ที่ถูกต้อง

### สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเรื่อง การหาพื้นที่ผิวและปริมาตร
2. ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา
3. ขาดทักษะด้านภาษา โดยเฉพาะการอ่านจับใจความ
4. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
5. ครูเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหา
6. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน

### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาคือการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง การหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่อง การหาพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ การเข้าใจปัญหา การคิดวางแผนในการแก้ปัญหานั้น การดำเนินการตามแผนในการลงมือแก้ปัญหานั้น และ การตรวจสอบการดำเนินการ ใช้เทคนิคการยกตัวอย่าง และการสร้างโจทย์ปัญหา เช่น การยกตัวอย่างได้โดยอัตโนมัติ การยกโจทย์ที่นอกเหนือจากในหนังสือเรียน ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ยกตัวอย่างสอดแทรกจริยธรรม ใช้เทคนิคการสร้างโจทย์ปัญหา การสร้างโจทย์เป็นคำประพันธ์ การสร้างโจทย์จากภาพ การสร้างโจทย์แปลก ๆ

2. ฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหา เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ใช้ตัวแปร (Use a Variable) ค้นหาแบบรูป (Look for a

Pattern) วาดภาพ (Draw a Diagram) สร้างรายการ (Make a List) ทำย้อนกลับ (Work Backward) สร้างตาราง (Construct a Table) ทำปัญหาให้้ง่ายกว่า (Solve a Simpler or Similar Problem) การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ คือ ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจง นักเรียนไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และมีโอกาสใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ในการแก้ปัญหานั้น ถ้ารู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานั้นับว่ามีความสำคัญมากนอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

3. ครูควรเน้นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกฝนมากขึ้น และตรวจแบบฝึกหัดด้วยตัวเอง

4. ครูควรฝึกการเขียนแสดงวิธีทำเพื่อแสดงถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง และชัดเจน

5. ใช้บทเรียนสำเร็จรูป เพื่อจะช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันได้ฝึกตามศักยภาพที่แตกต่างกัน

2.6 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 6 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 รูปแบบดังนี้

## การวิเคราะห์แบบรูป

6. กรวยกระดาษสำหรับใส่น้ำดื่มสูงประมาณ 9 เซนติเมตร รัศมีของกรวยยาว 3 เซนติเมตร  
 กรวยใบนี้จุน้ำได้เท่าไร

วิธีทำ กรวยกระดาษนี้รัศมีของปากกรวยยาว 3 เซนติเมตร  
 สูงประมาณ 9 เซนติเมตร

เนื่องจาก รัศมีของกรวย  $\frac{1}{3} \times$  ~~รัศมี~~  $\times$  สูง

ดังนั้น ปริมาตรของกรวยกระดาษใบนี้  $\frac{1}{3} \times \pi (1.5)^2 \times 9$

$\approx \frac{1}{3} \times 3.14 \times 9 \times 9 \times 9$

ดังนั้น กรวยใบนี้จุน้ำได้ประมาณ 118.244 ลบ.ซม.

ตอบ ปริมาตร 118.244 ลบ.ซม.

ภาพที่ 12 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 6 สรุปได้ 1 แบบรูปคือ : การบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ  
 สูตร บทนิยามและสมบัติ

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 22 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 6 ผิด ต่อไปนี้เป็น  
 ตัวอย่างผลการสัมภาษณ์ MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : หนูคิดว่าโจทย์ข้อนี้ต้องการรู้ว่ากรวยอันนี้มีความจุเท่าไร คือว่า

ต้องการให้เราหาว่ามีปริมาตรเท่าไร ข้อนี้โจทย์ให้สูงของกรวยมาแล้วและตัวเลขอีกตัวที่เค้าให้  
 มาต้องเอามาหารสองก่อนที่จะแทนค่าสูตร พอได้ตัวเลขครบแล้วเอาไปใส่ในสูตรคือเศษหนึ่ง  
 ส่วนสามคูณสามจุดหนึ่งสี่จุดหนึ่งจุดห้ากำลังสองคูณเก้าก็ได้คำตอบประมาณร้อยสิบแปดจุด  
 สามสี่สี่คะ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมีความเข้าใจที่แตกต่างไปจากความจริงในการนำ  
 สูตรไปใช้ไม่ถูกต้อง

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า ส่วนใหญ่นักเรียนไม่เข้าใจความรู้พื้นฐานเรื่องวงกลมโดยเฉพาะส่วนประกอบของวงกลม ซึ่งเกิดความสับสนเกี่ยวกับ เส้นรอบวง เส้นผ่านศูนย์กลางและรัศมีของรูปร่างวงกลม

### สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นผลมาจากการสัมภาษณ์นักเรียนในการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเรื่อง วงกลม
2. ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา
3. รูปแบบของคำถาม อาจสร้างความสับสนให้แก่นักเรียน
4. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
5. ครุ่นเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหา
6. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน

### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาคือการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่อง วงกลม โดย ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหามาจากโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ การเข้าใจปัญหา การคิดวางแผนในการแก้ปัญหามา การดำเนินการตามแผนในการลงมือแก้ปัญหานั้น และ การตรวจสอบการดำเนินการ ใช้เทคนิคการยกตัวอย่าง และการสร้างโจทย์ปัญหา เช่น การยกตัวอย่างได้โดยอัตโนมัติ การยกโจทย์ที่นอกเหนือจากในหนังสือเรียน ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ยกตัวอย่างสอดคล้องกิจกรรม ใช้เทคนิคการสร้างโจทย์ปัญหา การสร้างโจทย์เป็นคำประพันธ์ การสร้างโจทย์จากภาพ การสร้างโจทย์แปลก ๆ

2. ฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหามา เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ใช้ตัวแปร (Use a Variable) ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) วาดภาพ (Draw a Diagram) สร้างรายการ (Make a List) ทำย้อนกลับ (Work Backward) สร้างตาราง (Construct a Table) ทำปัญหาให้ง่ายกว่า (Solve a Simpler or Similar Problem) การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนัก

อยู่เสมอ คือ ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจง นักเรียนไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับ ความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือก และลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และมีโอกาสใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหานั้น ถ้ารู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานั้นว่ามีความสำคัญมากนอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

3. ครูควรเน้นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกฝนมากขึ้น และตรวจแบบฝึกหัดด้วยตัวเอง

4. ใช้บทเรียนสำเร็จรูป เพื่อจะช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันได้ฝึกตามศักยภาพที่แตกต่างกัน

2.7 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 4 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูปได้ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

4. แก้วน้ำทรงกระบอกใบหนึ่งวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 10 เซนติเมตร แก้วน้ำลึก 12 เซนติเมตร จะจุน้ำได้เท่าไร

วิธีว่า ปริมาตรทรงกระบอก =  $\frac{4}{3} \times \pi r^2 h$

=  $\frac{4}{3} \times 3.14 \times 12 \times 12$  คม.ซม.

= 5.148.25.ค.ม. ซม.

= ๑4๒ คม.ซม.

ตอบ ๑4๒ คม.ซม.

ภาพที่ 13 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 4 สรุปได้ 1 แบบรูปคือ : การบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 19 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 4 ผิด ต่อไปนี้เป็น ตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : ก่อนที่จะทำโจทย์หนูก็อ่านโจทย์ให้เข้าใจก่อน โจทย์ข้อนี้ใช้สูตรการหาปริมาตรของทรงกระบอกค่ะ คือเอาสี่ส่วนสามคูณสามจุดหนึ่งสี่คูณสิบสองแล้วคูณรัศมีก็พอ แต่ว่าห่าก่อนจะคูณต้องยกกำลังสองก่อน ที่ต้องเอาห่าเพราะว่าโจทย์บอกเส้นผ่านศูนย์กลางมา แต่ว่าเราต้องการรัศมี รัศมีเป็นครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลางเลยต้องเอาห่ามายกกำลังสองตามสูตรแล้วค่อยคูณเข้าไปจึงจะได้คำตอบตามที่ต้องการ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนเกิดความสับสนระหว่างสูตรการหาปริมาตรของทรงกลมและสูตรการหาปริมาตรของทรงกระบอก โดยการนำสูตรมาใช้ผิดไปจากความจริง สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิคมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ส่วนใหญ่นักเรียนไม่สามารถใช้สูตรในการหาปริมาตรที่ถูกต้อง แล้วจึงส่งผลให้นักเรียนหาคำตอบผิดไป

#### สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเรื่อง การหาปริมาตรทรงกระบอก
2. ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา
3. รูปแบบของคำถาม อาจสร้างความสับสนให้แก่นักเรียน
4. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
5. ครูเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหา
6. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน

#### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาคือการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่อง การหาปริมาตรทรงกระบอก โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหา

ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ การเข้าใจปัญหา การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน ในการลงมือแก้ปัญหานั้น และ การตรวจสอบการดำเนินการ ใช้เทคนิคการยกตัวอย่าง และการสร้างโจทย์ปัญหา เช่น การยกตัวอย่างได้โดยอัตโนมัติ การยกโจทย์ที่นอกเหนือจากในหนังสือเรียน ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ยกตัวอย่างสอดแทรกจริยธรรม ใช้เทคนิคการสร้างโจทย์ปัญหา การสร้างโจทย์เป็นคำประพันธ์ การสร้างโจทย์จากภาพ การสร้างโจทย์แปลก ๆ

2. ฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ใช้ตัวแปร (Use a Variable) ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) วาดภาพ (Draw a Diagram) สร้างรายการ (Make a List) ทำย้อนกลับ (Work Backward) สร้างตาราง (Construct a Table) ทำปัญหาให้ง่ายกว่า (Solve a Simpler or Similar Problem) การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ คือ ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน การแก้ปัญหาก็สามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจง นักเรียนไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับ ความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือก และลองใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาแบบอื่น ๆ นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และมีโอกาสใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ในการแก้ปัญหานั้น ถ้ารู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานั้นว่ามีความสำคัญมากนอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

3. ครูควรเน้นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกฝนมากขึ้น และตรวจแบบฝึกหัดด้วยตัวเอง

4. ใช้บทเรียนสำเร็จรูป เพื่อจะช่วยให้ นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันได้ฝึกตามศักยภาพที่แตกต่างกัน

2.8 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 3 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

## การวิเคราะห์แบบรูป

3. อ่างเก็บน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 30 เมตร กว้าง 15 เมตร ถ้าต้องการเก็บน้ำไว้ในอ่าง 2,250 ลูกบาศก์เมตร ระดับน้ำจะสูงจากก้นอ่างเท่าไร

วิธีทำ :  $\text{ปริมาตร} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$

$$= (30 \times 15) \times h$$

$$= 450 \times h$$

$$h = \frac{2250}{450}$$

$$h = 5 \text{ เมตร} = 15 \times 30 \times 5 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

ตอบ 5 เมตร

ภาพที่ 14 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 3 สรุปได้ 1 แบบรูป คือ : ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 17 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : ผมก็เขียนสูตรไว้ก่อน สูตรในการหาปริมาตรปริซึมคือพื้นที่ฐานคูณสูง แต่ว่าข้อนี้โจทย์ต้องการให้เราหาว่าน้ำจะสูงจากก้นอ่างเท่าไร เราก็ต้องแก้สมการหาค่าตัว  $h$  ก็คือว่าพื้นที่ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เราก็เอาสามสิบคูณสิบห้า จากนั้นก็เอา สองพันสองร้อยห้าสิบตั้งหารสี่ร้อยห้าสิบ ได้  $h$  เท่ากับห้าครับ แล้วก็เอา สิบห้าคูณสามสิบคูณห้าก็ได้เท่ากับสองพันสองร้อยห้าสิบลูกบาศก์เมตรครับ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องแต่ขั้นตอนในการแสดงวิธีหาคำตอบผิด

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือสามารถเข้าใจว่า โจทย์ต้องการอะไร ให้อะไร และใช้สูตรในการหาคำตอบได้ถูกต้องแต่ขั้นตอนในการแสดง คำตอบผิดแต่นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

### สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเรื่อง การหาปริมาตรของปริซึม
2. ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา
3. ขาดทักษะด้านภาษาโดยเฉพาะการอ่านจับใจความ
4. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
5. ครูเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการแก้ปัญหามาจาก โจทย์ปัญหา
6. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน

### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาคือการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและ ปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่อง การหาปริมาตรของปริซึม โดย ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหามาจาก โพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ การเข้าใจปัญหา การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน ในการลงมือแก้ปัญหานั้น และ การตรวจสอบการดำเนินการ ใช้เทคนิคการยกตัวอย่าง และการ สร้างโจทย์ปัญหา เช่น การยกตัวอย่างได้โดยอัตโนมัติ การยกโจทย์ที่นอกเหนือจากในหนังสือ เรียน ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ยกตัวอย่างสอดคล้องธรรมชาติ ใช้เทคนิค การสร้างโจทย์ปัญหา การสร้างโจทย์เป็นคำประพันธ์ การสร้างโจทย์จากภาพ การสร้างโจทย์ แปลก ๆ

2. ฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา เช่น ยุทธวิธีเดาและ ตรวจสอบ (Guess and Check) ใช้ตัวแปร (Use a Variable) ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) วาดภาพ (Draw a Diagram) สร้างรายการ (Make a List) ทำย้อนกลับ (Work Backward) สร้างตาราง (Construct a Table) ทำปัญหาให้ง่ายกว่า (Solve a Simpler or Similar Problem) การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนัก

อยู่เสมอ คือ ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจง นักเรียนไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และมีโอกาสใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหานั้น ถ้ารู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานั้นว่ามีความสำคัญมากนอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

3. ครูควรเน้นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกฝนมากขึ้น และตรวจแบบฝึกหัดด้วยตัวเอง

4. ใช้บทเรียนสำเร็จรูป เพื่อจะช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันได้ฝึกตามศักยภาพที่แตกต่างกัน

2.9 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 5 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การวิเคราะห์แบบรูป

5. ที่ทับกระดาษหินอ่อนมีลักษณะเป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีความยาวของแต่ละด้านเป็นสองเท่าของความสูง พีระมิดนี้สูง 6 เซนติเมตร จงหาว่าที่ทับกระดาษหินอ่อนมีเนื้อหินอ่อนอยู่เท่าไร

วิธีทำ ให้สมมติความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ฐานเป็น  $x$  หน่วย และความสูงเป็น  $h$  หน่วย

$$x = 2h$$

$$V = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{3} \times x^2 \times h$$

$$= \frac{1}{3} \times (2h)^2 \times h$$

$$= \frac{1}{3} \times 4h^2 \times h$$

$$= \frac{4}{3} h^3$$

ดังนั้น ปริมาตรของทับกระดาษหินอ่อนมีเนื้อหินอ่อน  $\frac{4}{3} h^3$  หน่วย

ตอบ  $\frac{4}{3} h^3$  เซนติเมตร

ภาพที่ 15 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 5 สรุปได้ 1 แบบรูป คือ : การใช้ข้อมูลผิด

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 14 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 5 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : ผมก็อ่านโจทย์แล้วเข้าใจว่าโจทย์ต้องการให้หาปริมาตรและก็หินอ่อนอันนี้ก็เป็นรูปพีระมิด จากนั้นผมก็แทนค่าสูตรไปแล้วครับ สูตรก็คือว่าเศษหนึ่งส่วนสามคูณพื้นที่ฐานคูณด้วยความสูงของรูปพีระมิดรูปนี้ และ โจทย์บอกถึงความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมเป็นสองเท่าของความสูง ความสูงเท่ากับ 6 เลยได้ความยาวของด้านรูปสี่เหลี่ยมคือ 12 ครับ พอได้ตัวเลขครบแล้ว เอาไปใส่ในสูตรแล้วก็คูณกันเลยครับ ได้คำตอบเท่ากับ 8 ครับ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนละเลยการใช้สูตรที่จำเป็นในระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา โจทย์

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน นักเรียนไม่สามารถใช้ข้อมูลหรือสูตรที่จำเป็นในระหว่างการแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์และนักเรียนได้แนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์คลุมเครือหรือสับสนทำให้การแก้ปัญหาโจทย์ไม่ครบถ้วนตามกระบวนการที่ถูกต้อง

#### สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเรื่อง การหาพื้นที่รูปเรขาคณิตสองมิติ
2. ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา
3. ขาดความรู้ในเรื่อง กฎเกณฑ์หรือสูตร
4. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
5. ครูเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการแก้ปัญหาจากโจทย์ปัญหา
6. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน

#### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดย ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ การเข้าใจปัญหา การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผนในการลงมือแก้ปัญหานั้น และ การตรวจสอบการดำเนินการ ใช้เทคนิคการยกตัวอย่าง และการสร้างโจทย์ปัญหา เช่น การยกตัวอย่างได้โดยอัตโนมัติ การยกโจทย์ที่นอกเหนือจากในหนังสือเรียน ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ยกตัวอย่างสอดแทรกกิจกรรม ใช้เทคนิคการสร้างโจทย์ปัญหา การสร้างโจทย์เป็นคำประพันธ์ การสร้างโจทย์จากภาพ การสร้างโจทย์แปลก ๆ

2. ฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and check) ใช้ตัวแปร (Use a Variable) ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) วาดภาพ (Draw a Diagram) สร้างรายการ (Make a List) ทำย้อนกลับ (Work Backward) สร้างตาราง (Construct a Table) ทำปัญหาให้ง่ายกว่า (Solve a Simpler or

Similar Problem) การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ คือ ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจง นักเรียนไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับ ความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือก และลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และมีโอกาสใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

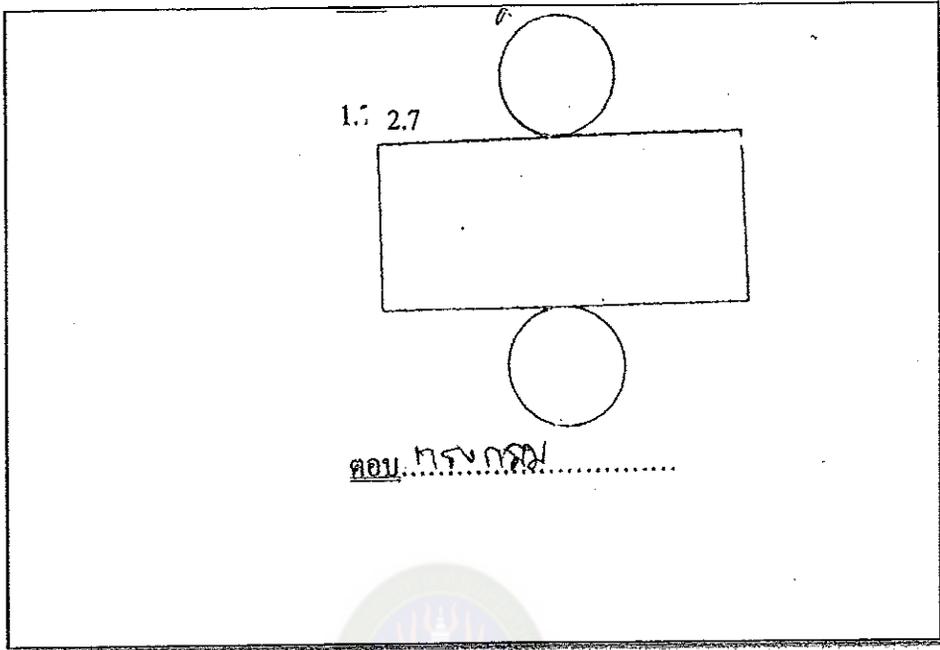
ในการแก้ปัญหานั้น ถ้ารู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานั้นแล้ว มีความสำคัญมากนอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

3. ครูควรเน้นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกฝนมากขึ้น และตรวจแบบฝึกหัดด้วยตัวเอง

4. ใช้บทเรียนสำเร็จรูป เพื่อจะช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันได้ฝึกตามศักยภาพที่แตกต่างกัน

2.10 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 2 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

### การวิเคราะห์แบบรูป



ภาพที่ 16 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 2 สรุปได้ 1 แบบรูป คือ : การบิดเบือนทฤษฎี กฏ สูตร บทนิยาม

ผู้วิจัย ได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 2 ผิด ต่อไปนี้เป็น ตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : ผมเห็นรูปก็คิดว่าน่าจะเป็นรูปทรงกลมครับ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนเข้าใจผิดในการใช้บทนิยาม และยังมีเข้าใจแบบคลุมเครือไม่ชัดเจนจึงทำให้นักเรียนจินตนาการในการหาคำตอบนั้นผิดไปด้วย

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน นักเรียนมีแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์คลุมเครือทำให้เกิดความสับสนในการตอบคำถามจึงส่งผลให้นักเรียนเกิดจินตนาการในการหาคำตอบผิดไป

## สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
2. ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา
3. ขาดความรู้ในเรื่อง กฎเกณฑ์ บทนิยาม
4. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
5. ครูเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหา
6. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน

### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาคือการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ครูควรสอนควรใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมมาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเริ่มสอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมในบางเรื่อง
2. ทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่อง รูปทรงเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดย ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ
3. ครูควรบอกเงื่อนไขหรือข้อจำกัดในสิ่งที่มีมักเกิดความคลาดเคลื่อนบ่อยๆ โดยเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจอย่างแท้จริงโดยวิธีการสอนที่หลากหลายตามความเหมาะสมของเนื้อหาแต่ละเรื่อง
4. ครูควรเน้นให้นักเรียนได้ฝึกฝน เพื่อให้เกิดทักษะ กระบวนการและความชำนาญโดยใช้ตัวอย่างที่คล้ายกัน ทำซ้ำหลายครั้งและหลายตัวอย่าง

สรุป จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ จำนวน 10 ข้อ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 3 แบบรูป คือ ด้านการขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้โจทย์ ด้านการใช้ข้อมูลผิดและด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

3. นำข้อผิดพลาดจากข้อมูลในตารางที่ 5 มาหาแบบรูป สรุปได้ดังนี้

3.1 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 7 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบแบบรูปของข้อผิดพลาด 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

7. ดังกลวงทรงกลมใบหนึ่ง มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 84 เซนติเมตร จะสามารถจุนน้ำได้มากที่สุดปริมาณเท่าใด

จากสูตร ทรงกลม  $= \frac{4}{3} \pi r^3$

แทนค่า  $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (42)^3$  กม.ซม.

$= \frac{4}{3} \times 22 \times 42^3$  กม.ซม.

$= 4 \times 22 \times 42^3$  กม.ซม.

$= 88 \times 8$  กม.ซม.

$= 704$  กม.ซม.

ตอบ 704 กม.ซม.

ภาพที่ 17 ข้อผิดพลาดข้อที่ 7 สรุปได้ 1 แบบรูป คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

ผู้วิจัย ได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 14 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : หนูอ่านโจทย์แล้ว(หยุดคิดสักพัก)เข้าใจว่า โจทย์บอกให้หาปริมาตรของทรงกลม แล้วหนูก็เอาตัวเลขที่โจทย์ให้มา คือแปดสิบสี่ มาหารสองก่อนค่ะ เพราะว่าที่ โจทย์ให้มาเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางแต่เราต้องการรัศมีก็เลยเอามาหารสองก่อนแล้วแทนค่าในสูตร พอแทนแล้วก็ตัดทอนตัวเลขให้ลดลง ก็คือว่าใช้เจ็ด ไปตัวทอนกับสี่สิบสองแล้วก็จะเอา

สามไปตัดทอนกับหกอีกทีเลยได้สี่คูณสี่สิบสองคูณหก ได้คำตอบเจ็ดร้อยสี่ลูกบาศก์เซนติเมตร  
 ค่ะ แต่(อู๋...)หนูลืมเห็นว่าเจ็ดกับสี่สิบสองตัดทอนกันไม่ได้เพราะว่าสี่สิบสองคิดเลขยกกำลัง  
 สามอยู่เลยยังตัดทอนไม่ได้ หนูคงรีบมากเลยคิดค่ะ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนรู้และเข้าใจแต่ทำงานเร่งรีบจนขาดความรอบคอบ  
 หลงลืมและขาดความระมัดระวังในการคำนวณเพื่อหาคำตอบให้ต่ีก่อนส่ง

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดข้อผิดพลาด คือนักเรียนขาดความระมัดระวังใน  
 การคิดคำนวณ นักเรียนทำงานไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน รีบเร่งขาดความรอบคอบ ขาดการ  
 ฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา

#### สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากแบบทดสอบและการ  
 สัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดทักษะในเรื่อง เลขยกกำลัง
2. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
3. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแตกต่างกัน
4. นักเรียนทำงานอย่างเร่งรีบ
5. ขาดสมาธิ จะไม่สามารถจดจ่ออยู่กับการทำงานได้นาน ทำงานไม่  
 สำเร็จ เบื่อง่าย ขาดความตั้งใจที่จะทำ ไม่รับผิดชอบการทำงาน ขี้ลืม
6. ขาดการยับยั้งใจตนเอง ทำตามใจตนเอง หนูหันพลันเล่น ขาดการยั้ง  
 คิด ทำไปด้วยอารมณ์ สบายเพราะ ประมาท เลินเล่อ ทำงานบกพร่องผิดพลาด
7. นักเรียนขาดความสนใจในการทำโจทย์ปัญหา

#### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาด เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้น  
 มัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. เวลาฟังครู หรือเวลาอ่าน ต้อง คิด ตาม จด ถ้าไม่เข้าใจควรจดคำถามไว้เพื่อ  
 คิดค้นคว้า หรือถามผู้รู้ต่อไป

2. หมั่นดูหนังสือหรือทำการบ้านอย่างมีประสิทธิภาพ ควรหมั่นอ่านหรือทำการบ้านที่เหมาะสมกับตนเอง

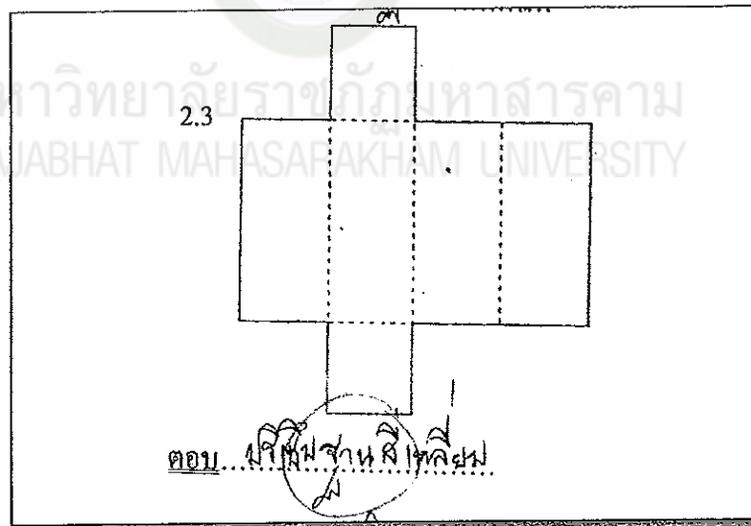
3. จัดเวลาสำหรับทบทวนสิ่งที่เรียนมา หรืออ่านล่วงหน้าสิ่งที่จะเรียนต่อไป และถ้าปฏิบัติตามที่กำหนดได้ควรให้รางวัลตัวเอง เช่น ได้ขนม ได้เล่น ได้ฟังเพลง ดูทีวี ได้เล่นกีฬา เป็นต้น ถ้าทำไม่ได้ตามกำหนดควรวางเวลาชดเชย

4. ทบทวนความรู้กับเพื่อน อย่าหวงวิชา แบ่งปันความรู้อธิบายให้กันและกัน อย่าช่วยเหลือเพื่อนในทางที่ผิด เช่น ทูจริตเวลาสอบ หรือให้ลอกงานโดยไม่เข้าใจ

5. ศึกษาด้วยตนเอง มิใช่ต้องเรียนจากครูเพียงอย่างเดียว การศึกษาด้วยตนเอง จากตำราหลาย ๆ เล่ม ต้องทำความเข้าใจจดสาระสำคัญต่าง ๆ ลงในโน้ตย่อ จดสิ่งที่ไม่เข้าใจไว้ ค้นคว้าต่อไป ถ้าต้องการเชี่ยวชาญคณิตศาสตร์ ต้องหมั่นหาโจทย์แปลกใหม่มาทำมาก ๆ เช่น โจทย์แข่งขัน เป็น

3.2 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 2 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบข้อผิดพลาด 1 แบบรูปได้ดังนี้

#### การวิเคราะห์แบบรูป



ภาพที่ 18 ข้อผิดพลาดข้อ 2 สรุปได้ 1 แบบรูป คือ : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำการสัมภาษณ์

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่ห้ามแบบทดสอบข้อที่ 2 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่าง ผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : ผมเห็นว่ารูปนี้ด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมและหัวกับท้ายก็เท่ากันคือเป็นรูปสี่เหลี่ยม ผมก็เลยตอบว่า ปริซึมสี่เหลี่ยม(หยุดคิด...แล้วพูดขึ้นว่า) ผมสับสนระหว่างรูปปริซึมกับพีระมิดครับ คือว่าเวลาจะเรียกชื่อรูปจะเรียกชื่อตามฐานของมัน แต่มีแตกต่างกันอยู่ตรงที่ว่ารูปปริซึมไม่มีคำว่าฐานและรูปพีระมิดจะมีคำว่าฐาน ตอนนั้นผมคงจะรีบมากและคงจะสับสนด้วยครับ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนเข้าใจแต่ขาดความระมัดระวังไม่รอบคอบ ตรวจสอบคำตอบให้ดีก่อนส่ง

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดข้อผิดพลาด พบว่านักเรียนขาดความระมัดระวังในการคำนวณ นักเรียนไม่ชอบคิด โดยเฉพาะเรื่องที่ยุ่งยากซับซ้อน ขาดความใส่ใจ นักเรียนไม่ชอบทำการบ้าน ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ นักเรียนสับสน สมาริชั่น ไม่ชอบเรียน

#### ศึกษาสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
2. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแตกต่างกัน
3. นักเรียนสับสน ไม่ชอบคิด สมาริชั่น ไม่ชอบเรียน
4. ขาดการยับยั้งใจตนเอง ทำตามใจตนเอง หุนหันพลันแล่น ขาดการยั้งคิด ทำไปด้วยอารมณ์ สับสน ประมาท เลินเล่อ ทำงานบกพร่องผิดพลาด

#### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาด เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. เวลาฟังครู หรือเวลาอ่าน ต้อง คิด ตาม จด ถ้าไม่เข้าใจควรจดคำถามไว้เพื่อคิดค้นคว้า หรือถามผู้รู้ต่อไป

2. หมั่นดูหนังสือหรือทำการบ้านอย่างมีประสิทธิภาพ ควรหาหม้ออ่านหรือทำการบ้านที่เหมาะสมกับตนเอง

3. จัดเวลาสำหรับทบทวนสิ่งที่เรียนมา หรืออ่านล่วงหน้าสิ่งที่จะเรียนต่อไป และถ้าปฏิบัติตามที่กำหนดได้ควรให้รางวัลตัวเอง เช่น ได้ขนม ได้เล่น ได้ฟังเพลง ดูทีวี ได้เล่นกีฬา เป็นต้น ถ้าทำไม่ได้ตามกำหนดควรหาเวลาชดเชย

4. ทบทวนความรู้กับเพื่อน อย่าหวงวิชา แบ่งปันความรู้อธิบายให้กันและกัน อย่างช่วยเหลือเพื่อนในทางที่ผิด เช่น ทูจริตเวลาสอบ หรือให้ลอกงานโดยไม่เข้าใจ

5. ศึกษาด้วยตนเอง มิใช่ต้องเรียนจากครูเพียงอย่างเดียว การศึกษาด้วยตนเอง จากตำราหลาย ๆ เล่ม ต้องทำความเข้าใจจดสาระสำคัญต่าง ๆ ลงในโน้ตย่อ จดสิ่งที่ไม่เข้าใจไว้ ค้นคว้าต่อไป ถ้าต้องการเชี่ยวชาญคณิตศาสตร์ ต้องหมั่นหาโจทย์แปลกใหม่มาทำมาก ๆ เช่น โจทย์แข่งขัน เป็นต้น

3.3 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 8 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบข้อผิดพลาด 1 แบบรูปได้ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

8. ลูกฟุตบอลลูกหนึ่งวัดความยาวรอบวงกลมใหญ่ได้ 66 เซนติเมตร ถ้าลูกฟุตบอลทำด้วยหนังหนา 0.6 เซนติเมตร จะกลมได้กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

วิธีทำ จากสูตร คำนวณความยาวเส้นรอบวง

$$C = 2\pi r$$

$$66 = 2 \times 3.14 \times r$$

$$r = \frac{66}{2 \times 3.14}$$

$$r = \frac{66}{6.28}$$

$$r = 10.51$$

ดังนั้น รัศมีของลูกฟุตบอล = 10.51 เซนติเมตร

พื้นที่ผิวของลูกฟุตบอล =  $4\pi r^2$

$$= 4 \times 3.14 \times (10.51)^2$$

$$= 137.44$$

ดังนั้น ลูกฟุตบอล 1 ลูก มีพื้นที่ผิว 137.44 ตารางเซนติเมตร

ลูกฟุตบอล 1 ลูก มีปริมาตร =  $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (10.51)^3$$

$$= 484.4$$

ดังนั้น ลูกฟุตบอล 1 ลูก มีปริมาตร 484.4 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ลูกฟุตบอล 1 ลูก มีพื้นที่ผิว 137.44 ตารางเซนติเมตร และปริมาตร 484.4 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ภาพที่ 19 ข้อผิดพลาดข้อที่ 8 สรุป ได้ 1 แบบรูป คือ : ด้านการผิดพลาดในเทคนิคการทำการสัมภาษณ์

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 9 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 8 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : หนูคิดว่าข้อนี้ต้องทำสองอย่างค่ะ ต้องหา  $r$  ก่อน แล้วค่อยเอาตัวเลขที่หาได้ไปแทนหาปริมาตรของทรงกลมค่ะ หนูหาค่า  $r$  จากเส้นรอบวงกลมที่โจทย์ให้มา แก้สมการก็จะได้  $r = 9.9$  ค่ะ แต่ว่าตรง  $y$  ในคำตอบความจริงแล้วเป็นตัว  $r$  ค่ะ หนูคงเขียนผิดไป อันนี้รีบแล้วลืมจริงๆค่ะ ขึ้นต่อมา ก็นำ  $r$  ที่ได้แทนค่าในสูตร ได้สี่ส่วนสามคูณสามจุดหนึ่งสี่คูณเก้าจุดเก้า (ดูคำตอบของตัวเองแล้วรีบบอกว่า..อู๊ย..หนูลืมนะค่ะ!) หนูลืมว่า เก้าจุดเก้ายกกำลังสามอยู่ค่ะ ถ้าเก้าจุดเก้ายกกำลังสามอยู่มันจะนำมาตัดทอนกับสามไม่ได้ หนูลืมเห็นจริงๆ คำตอบเลยผิด

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่มีค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนเข้าใจและสามารถใช้สูตรได้ถูกต้องแต่ขาดความระมัดระวังในการตอบจนลืมการใช้สัญลักษณ์และการคูณเลขยกกำลังให้ถูกต้องตามขั้นตอน

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดข้อผิดพลาด พบว่านักเรียนสับสนในการเขียนสัญลักษณ์ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณหาคำตอบ นักเรียนทำงานไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน รีบเร่ง ขาดความรอบคอบ ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ
2. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
3. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแตกต่างกัน
4. นักเรียนใช้วิธีการผิด ๆ ในการแก้โจทย์
5. นักเรียนไม่ตรวจทานความสมบูรณ์ของคำตอบก่อนที่จะส่ง
6. นักเรียนสับสน สมารถสั้น ไม่ชอบเรียน

### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ฝึกทำโจทย์หรือแบบฝึกหัดให้มากกว่าที่อาจารย์สั่ง โดยทำตามขั้นตอนและวิธีการ
2. ฝึกให้เด็กเป็นคนช่างสังเกต มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน
3. กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างเต็มที่ เช่น ทำให้เขารู้สึกว่าเขาทำได้
4. มีวิธีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้สนุกทำเกมซึ่งสามารถใช้สอนให้เด็กเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

3.4 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบ ข้อ 4 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบข้อผิดพลาด 1 แบบรูปดังนี้

#### การวิเคราะห์แบบรูป

4. แก้วน้ำทรงกระบอกใบหนึ่งวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 10 เซนติเมตร แก้วน้ำลึก 12 เซนติเมตร จะจุน้ำได้เท่าไร

สูตร  $\text{ปริมาตรของ } V = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$

พื้นที่  $\text{พื้นที่วงแหวน} = 10 = b \text{ ซม}$

$\text{ปริมาตร} = \pi r^2 \times h$

$= 3.14 \times 5^2 \times 12$

$= 942 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$

ตอบ 942 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ภาพที่ 20 พบว่าจากการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 4 สรุปได้ 1 แบบรูป คือ : ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหาการสัมภาษณ์

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 7 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 4 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : ผมเขียนสูตรหาปริมาตรทรงกรวยแล้วเอาตัวเลขที่โจทย์ให้มาแทนแต่ตรงที่เป็นรัศมีต้องเอาเส้นผ่านศูนย์กลางมาหารสองก่อนถึงจะได้รัศมี ได้แล้วก็เอาไปเข้าสูตรเลย (อ่าว...ผมไม่ได้ใส่จุดตรงคำตอบ) ทศนิยมมีสองจุด ต้องตอบเท่ากับเก้าจุดสี่สองถึงจะถูกครับ แต่ว่าผมเข้าใจอยู่นะครับว่าต้องทำอะไรยังไงเพียงแต่ว่าลืมใส่จุดแค่นั้นเอง

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่ครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนรู้และเข้าใจแต่ขาดความรอบคอบความระมัดระวังหลงลืมและไม่ตรวจทานความสมบูรณ์ของคำตอบก่อนที่จะส่ง

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดข้อผิดพลาด พบว่านักเรียนสะพร่าในการเขียนสัญลักษณ์ นักเรียนสะพร่าในการสรุปคำตอบนักเรียนทำงานไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน รีบเร่งจนขาดความรอบคอบ ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา

#### สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดทักษะในด้านการอ่านและการเขียน
2. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
3. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแตกต่างกัน
4. นักเรียนใช้วิธีการผิด ๆ ในการแก้โจทย์
5. นักเรียนไม่ตรวจทานความสมบูรณ์ของคำตอบก่อนที่จะส่ง
6. นักเรียนสับสน สมาธิสั้น ไม่ชอบเรียน

#### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหการเกิดข้อผิดพลาด เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. เวลาฟังครู หรือเวลาอ่าน ต้อง คิด ถาม จด ถ้าไม่เข้าใจควรจดคำถามไว้เพื่อคิดค้นคว้า หรือถามผู้รู้ต่อไป

2. หมั่นดูหนังสือหรือทำการบ้านอย่างมีประสิทธิภาพ ควรหมั่นอ่านหรือทำการบ้านที่เหมาะสมกับตนเอง

3. จัดเวลาสำหรับทบทวนสิ่งที่เรียนมา หรืออ่านล่วงหน้าสิ่งที่จะเรียนต่อไป และถ้าปฏิบัติตามที่กำหนดได้ควรให้รางวัลตัวเอง เช่น ได้ขนม ได้เล่น ได้ฟังเพลง ดูทีวี ได้เล่นกีฬา เป็นต้น ถ้าทำไม่ได้ตามกำหนดควรหาเวลาชดเชย

4. ทบทวนความรู้กับเพื่อน อย่าหวังวิชา แบ่งปันความรู้อธิบายให้กันและกัน อย่าช่วยเหลือเพื่อนในทางที่ผิด เช่น ทูจริตเวลาสอบ หรือให้ลอกงานโดยไม่เข้าใจ

5. ศึกษาด้วยตนเอง มิใช่ต้องเรียนจากครูเพียงอย่างเดียว การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง จากตำราหลาย ๆ เล่ม ต้องทำความเข้าใจจดสาระสำคัญต่าง ๆ ลงในโน้ตย่อ จุดสิ่งที่ไม่เข้าใจไว้ค้นคว้าต่อไป ถ้าต้องการเชี่ยวชาญคณิตศาสตร์ ต้องหมั่นหาโจทย์แปลกใหม่มาทำมาก ๆ เช่น โจทย์แข่งขัน เป็น

3.5 ผลการวิเคราะห์ แบบทดสอบข้อ 5 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิด โทศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบข้อผิดพลาด 1 รูปแบบดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

5. ที่ทับกระดาษหินอ่อนมีลักษณะเป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีความยาวของแต่ละด้านเป็นสองเท่าของความสูง พีระมิดนี้สูง 6 เซนติเมตร จงหาว่าที่ทับกระดาษหินอ่อนมีเนื้อหินอ่อนอยู่เท่าไร

วิธีทำ นำขนาดความยาวด้านหนึ่ง 2 เท่า ของความสูง  
พีระมิดสูง 6 ซม.  
ฐานแต่ละด้านยาว = 2 x 6 ซม.  
= 12 ซม.  
จากสูตร ปริมาตร = 1/3 x ม.ก. ฐาน x สูง ซม. ซม.  
สูตร พ.ก. = 1/3 x (12 x 12) ซม. ซม.  
= 48 ซม. ซม.  
ตามสูตร = 1/3 x 48 x 6 ซม. ซม.  
= 96 ซม. ซม.  
ตอบ 96 ซม. ซม.

ภาพที่ 21 ข้อผิดพลาดข้อที่ 5 สรุป ได้ 1 แบบรูป คือ : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

### การสัมภาษณ์

ผู้วิจัย ได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 6 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 5 ต่อไปนี้เป็น ตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : หนูคิดว่า (คิด..สักครู่) หนูรู้ว่าผิดตรงไหนแล้ว ตรงสูตรพื้นที่ ที่ใช้ลบ สองคูณสิบสอง ความจริงคือร้อยสี่สิบสี่ แต่ว่าทำไมไปเขียนยี่สิบสี่ก็ไม่รู้ สงสัยตอนนั้นรีบ มากก็เลยลืมน่ามันคูณกัน ไม่ใช่บวกกัน น่าจะเป็นอย่างนั้นมากกว่าละ แต่หนูเข้าใจนะค่ะว่า โจทย์ให้หาอะไรและที่ใช้สูตรอะไรหา

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่ทราบค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมีพบว่านักเรียนรู้และเข้าใจแต่ขาดความระมัดระวัง หลงลืมและไม่ตรวจทานความสมบูรณ์ของคำตอบก่อนที่จะส่ง

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดข้อผิดพลาด พบว่าเกิดจากนักเรียนมีความ สะเพร่าทำให้นำตัวเลขมาใช้อย่างผิดๆ นักเรียนไม่ชอบคิด โดยเฉพาะเรื่องที่ยุ่งยากซับซ้อน ขาดความใส่ใจ นักเรียนไม่ชอบทำการบ้าน ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ นักเรียนสับสน สมารถสั้น ไม่ชอบเรียน

### สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดทักษะในด้านการอ่านและการเขียน
2. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
3. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแตกต่างกัน
4. นักเรียนใช้วิธีการผิด ๆ ในการแก้โจทย์
5. นักเรียนไม่ตรวจทานความสมบูรณ์ของคำตอบก่อนที่จะส่ง
6. นักเรียนสับสน สมารถสั้น ไม่ชอบเรียน

### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

1. ฝึกทำโจทย์หรือแบบฝึกหัดให้มากกว่าที่อาจารย์สั่ง โดยทำตามขั้นตอนและวิธีการ
2. ฝึกให้เด็กเป็นคนช่างสังเกต มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน
3. กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างเต็มที่ เช่น ทำให้เขารู้สึกว่าเขาทำได้
4. มีวิธีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้สนุกทำเกมซึ่งสามารถใช้สอนให้เด็กเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

3.6 ผลการวิเคราะห์ แบบทดสอบข้อ 6 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบข้อผิดพลาด 1 รูปแบบดังนี้

#### การวิเคราะห์แบบรูป

6. กรวยกระดามสำหรับใส่น้ำดื่มสูงประมาณ 9 เซนติเมตร รัศมีของกรวยยาว 3 เซนติเมตร กรวยใบนี้จนน้ำได้เท่าไร

วิธีทำ ปริมาตรกรวย =  $\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$

ปริมาตรกรวย =  $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 9$

=  $\frac{1}{3} \times 3.14 \times 81$

=  $84.78$

ตอบ กรวยใบนี้จนน้ำได้ 84.78 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ภาพที่ 22 ข้อผิดพลาดข้อที่ 6 สรุป ได้ 1 แบบรูป คือ : ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหาการสัมภาษณ์

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 6 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 6 ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : หนูเขียนสูตรก่อนอันดับแรก แล้วแทนค่า แล้วก็หาค่าออกมา หนูนำสามไปหารแปดสิบเอ็ดแล้วจะเหลือ สามจุดหนึ่งสี่ทศนิยมสี่สิบเจ็ด ได้แปดพันสี่ร้อยเจ็ดสิบแปด ลูกบาศก์เซนติเมตร(คิด...สักครู) หนูลืมเติมจุดหลังเลขสี่เพราะว่าทศนิยมสองตำแหน่ง ความจริงคำตอบถูกแล้วแต่ว่าลืมเติมจุดเฉยๆค่ะ

ผู้วิจัย : มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ ?

นักเรียน : ไม่ทราบค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมีพบว่านักเรียนรู้และเข้าใจแต่ขาดความระมัดระวัง หลงลืมและไม่ตรวจทานความสมบูรณ์ของคำตอบก่อนที่จะส่ง

สรุปผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดข้อผิดพลาด พบว่าเกิดจากนักเรียนมีความสะเพร่าทำให้นำตัวเลขมาใช้อย่างผิด ๆ นักเรียนไม่ชอบคิด โดยเฉพาะเรื่องที่ยุ่งยากซับซ้อน ขาดความใส่ใจ นักเรียนไม่ชอบทำการบ้าน ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ นักเรียนสับสน สมาริสั้น ไม่ชอบเรียน

#### สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. ขาดทักษะในด้านการอ่านและการเขียน
2. ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา
3. ระดับสติปัญญาของนักเรียนแตกต่างกัน
4. นักเรียนใช้วิธีการผิด ๆ ในการแก้โจทย์
5. นักเรียนไม่ตรวจทานความสมบูรณ์ของคำตอบก่อนที่จะส่ง
6. นักเรียนสับสน สมาริสั้น ไม่ชอบเรียน

#### แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ดังนี้

- และวิธีการ
1. ฝึกทำโจทย์หรือแบบฝึกหัดให้มากกว่าที่อาจารย์สั่ง โดยทำตามขั้นตอน
  2. ฝึกให้เด็กเป็นคนช่างสังเกต มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน
  3. กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างเต็มที่ เช่น ทำให้เขารู้สึกว่าเขาทำได้
  4. มีวิธีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้สนุกทำเกมซึ่งสามารถใช้สอนให้เด็กเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

สรุป จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ จำนวน 10 ข้อ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า แบบรูปของข้อผิดพลาด มี 2 แบบรูป คือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY