

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องการศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพืชคณิตเชิงเส้น ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลและเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามระยะของการดำเนินการวิจัย ซึ่งแบ่งเป็น 2 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การยกร่างและพัฒนาองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพืชคณิตเชิงเส้น

ในการยกร่างและพัฒนาองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพืชคณิตเชิงเส้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการ 2 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ผลของการยกร่างองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพืชคณิตเชิงเส้น

การยกร่างองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพืชคณิตเชิงเส้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาหลักการ แนวคิด ทฤษฎี จากเอกสาร ตำราต่างๆ งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยการสังเคราะห์จากแนวคิดของนักวิชาการและนักคณิตศาสตร์ศึกษา โดยแบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ในเนื้อหา ด้านความรู้ในการจัดการเรียนรู้ และด้านความรู้ในการเรียนรู้ของผู้เรียน แล้วจัดทำเป็น โมเดล (Model) สมมติฐานองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพืชคณิตเชิงเส้น ดังนี้

1. องค์ประกอบหลัก

ผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบหลักของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพืชคณิตเชิงเส้น โดยได้ศึกษาจากแนวคิดของนักวิชาการและนักคณิตศาสตร์ศึกษา ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบหลัก แสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การสังเคราะห์องค์ประกอบหลักของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชา
พีชคณิตเชิงเส้น

ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น	Shulman	Grossman	Borkow และ Putnam	Neagoy	Fennema และ Franke	Steele	Barker	Welder	รวม
1. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	8
2. ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร	✓		✓				✓	✓	4
3. ความรู้ในการจัดการเรียนรู้	✓	✓	✓		✓	✓		✓	6
4. ความรู้เกี่ยวกับการสอน	✓	✓		✓			✓	✓	5
5. ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียนและการเรียนรู้	✓		✓	✓	✓	✓	✓		6
6. ความรู้เกี่ยวกับบริบทของโรงเรียน ทั่วไป	✓	✓			✓				3
7. ความรู้เกี่ยวกับปรัชญาการศึกษา เป้าหมายการศึกษา และวัตถุประสงค์การศึกษา	✓								1

จากตารางที่ 3 พบว่า แนวคิดของนักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์ศึกษามีแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น แบ่งออกเป็น 7 ด้าน และพบว่าด้านความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีแนวคิดตรงกัน 8 ท่าน ด้านความรู้ในการจัดการเรียนรู้และด้านความรู้เกี่ยวกับผู้เรียนและการเรียนรู้ มีแนวคิดตรงกันด้านละ 6 ท่าน ความรู้เกี่ยวกับการสอน มีแนวคิดตรงกัน 5 ท่าน ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร มีแนวคิดตรงกัน 4 ท่าน ความรู้เกี่ยวกับบริบทของโรงเรียน/ทั่วไป มีแนวคิดตรงกัน 3 ท่าน และความรู้เกี่ยวกับปรัชญาการศึกษา เป้าหมายการศึกษา และวัตถุประสงค์การศึกษา มีเพียง 1 ท่าน

จากแนวคิดของนักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์ศึกษาที่สอดคล้องกัน ผู้วิจัยจึงกำหนดเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นที่ได้จากการสังเคราะห์ ดังนี้ ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นมีองค์ประกอบหลัก 3 ด้าน ได้แก่ 1) ความรู้ในเนื้อหา 2) ความรู้ในการจัดการเรียนรู้ และ 3) ความรู้ในการเรียนรู้ของผู้เรียน

2. องค์ประกอบด้านความรู้ในเนื้อหา

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสังเคราะห์ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านความรู้ในเนื้อหา โดยศึกษาจากแนวคิดของนักวิชาการและนักคณิตศาสตร์ศึกษา ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านความรู้ในเนื้อหา แสดงดังตารางที่ 4 ดังนี้

ตารางที่ 4 การสังเคราะห์องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ ด้านความรู้ในเนื้อหา

ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้ ด้านความรู้ในเนื้อหา	Growns	Borkow และ Putnam	Ball, Thomas และ Phelps	Fennema และ Franke	รวม
1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge)	✓	✓		✓	3
2. ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge)	✓	✓	✓	✓	4
3. ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge)			✓	✓	2
4. ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง (Common Content Knowledge)			✓	✓	2
5. ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon)			✓		1

จากตารางที่ 4 พบว่าแนวคิดของนักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์ศึกษามีแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น แบ่งออกเป็น

3 ด้าน และพบว่าด้านความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ และด้านความรู้ในเนื้อหาพร้อม มีแนวคิดตรงกันทั้งสองท่าน ส่วนด้านความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ มีแนวคิดเพียงท่านเดียว ดังนั้น ผู้วิจัยจึงกำหนดเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นด้านความรู้ในเนื้อหาเบื้องต้นประกอบย่อย 4 ด้าน ได้แก่ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) 2) ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) 3) ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง (Common Content Knowledge) และ 4) ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge) โดยมีรายละเอียด ดังนี้

2.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge)

ผลจากการศึกษาและสังเคราะห์ดังกล่าว พบว่าความรู้เชิงมโนทัศน์เป็นความรู้ที่เกิดจากความรู้ ความเข้าใจ ทฤษฎี กฎ หรือ หลักการต่างๆ มองเห็นความสัมพันธ์และเชื่อมโยง ไปพร้อมกับปรับโครงสร้างของความรู้ในเนื้อหาเดิมและความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง ไปสู่ความรู้ในเนื้อหาใหม่ให้สอดคล้องกัน ประกอบด้วย มโนทัศน์พื้นฐานในการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น มโนทัศน์ของแต่ละเนื้อหาในวิชาพีชคณิตเชิงเส้น

2.2 ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge)

ผลจากการศึกษาและสังเคราะห์ดังกล่าว พบว่าความรู้เชิงกระบวนการ เป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ ใช้สูตร ทฤษฎี และกฎที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาหรือการหาผลเฉลยของคำตอบของสมการ รวมถึงหลักการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลเฉลยของคำตอบของสมการ ตลอดจนหลักการ กฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีการต่างๆ ในขั้นตอนการคำนวณในวิชาพีชคณิตเชิงเส้น

2.3 ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง (Common Content Knowledge)

ผลจากการศึกษาและสังเคราะห์ดังกล่าว พบว่า ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง เป็นความรู้และเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติและโครงสร้างของวิชาพีชคณิตเชิงเส้น และเป็นการรู้ในเนื้อหาเดิมที่สัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ เพื่อประกอบและส่งเสริมให้การรู้และเข้าใจในเนื้อหาใหม่หรือเนื้อหาเฉพาะได้ดีขึ้น

2.4 ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge)

ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะนั้นผู้วิจัย ได้ให้ความหมายในเนื้อหาเฉพาะวิชาพีชคณิตเชิงเส้น ตามประกาศกระทรวงศึกษาธิการว่าด้วยกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2554 ซึ่งหมายถึง การรู้และเข้าใจในบทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลง หลักการ สมบัติต่างๆ เพื่อใช้ในการสอนเฉพาะในบางเรื่องในวิชาพีชคณิต

เชิงเส้น ดังนี้ เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ระบบสมการเชิงเส้นและการดำเนินการขั้นมูลฐาน ปริภูมิเวกเตอร์ การแปลงเชิงเส้น ค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะการประยุกต์

3. องค์ประกอบด้านความรู้ในการจัดการเรียนรู้

จากการสังเคราะห์องค์ประกอบหลักด้านความรู้ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ผลการสังเคราะห์ ปรากฏดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 การสังเคราะห์องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น	Grossman	Ball, Thomas และ Phelps	Taylor	ชานนท์ จันทร์ทา	ศส.วท.	รวม
1. วิธีการจัดการเรียนรู้	✓	✓	✓	✓	✓	5
2. หลักสูตร	✓	✓	✓	✓	✓	5
3. ผู้เรียน	✓	✓				2
4. การสอน		✓	✓			2
5. การวัดผลและประเมินผล				✓	✓	2

จากตารางที่ 5 พบว่าแนวคิดของนักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์ศึกษามีแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น แบ่งออกเป็น องค์ประกอบย่อย ได้แก่ ด้านวิธีการจัดการเรียนรู้ ด้านหลักสูตร ด้านผู้เรียน ด้านการสอน และด้านการวัดผลและประเมินผล และพบว่าด้านวิธีการจัดการเรียนรู้ และด้านหลักสูตร มีแนวคิดตรงกันมากที่สุด ส่วนด้านผู้เรียน ด้านการสอน และด้านการวัดผลและประเมินผล มีแนวคิดเท่ากันคือด้านละสองท่าน เนื่องจากความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้ด้านผู้เรียน มีความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน และด้านการสอนเป็นส่วนหนึ่งของด้านการจัดการเรียนรู้

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงกำหนดเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นด้านความรู้ในการจัดการเรียนรู้ มีองค์ประกอบ

ย่อย 3 ด้าน ดังนี้ 1) ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2) หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และ 3) ความรู้ในหลักสูตร

3.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ศึกษาเกี่ยวกับหลักการและทฤษฎีการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักวิชาการดังต่อไปนี้ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget. (1971) ทฤษฎีการเรียนการสอนของ Bruner. (1915) ทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์ของ Dienes. (1989) ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Gagne. (1974) และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ได้ความรู้ที่เป็นไปตามพัฒนาการของผู้เรียน และต้องเกิดขึ้นในตัวผู้เรียน การสร้างความรู้โดยเริ่มจากข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ และกฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์จากรูปธรรมไปหนามธรรม จนสามารถ วิเคราะห์และสร้างความเป็นกรณีทั่วไป (Generalization of Mathematical Concept) ทำให้ เกิดความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนใช้ประสบการณ์ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่กับการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอกซึ่งผู้เรียนแต่ละคนมีวิธีสร้างความรู้ด้วยวิธีที่แตกต่างกัน นอกจากนี้ ผู้เรียนควรได้มีโอกาสพูดและเขียนมากขึ้น และได้รับการกระตุ้นให้เกิดการกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้

3.2 ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ผลจากการสังเคราะห์แนวความคิดการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดของนักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์ศาสตร์ศึกษา ผู้วิจัยได้สรุปความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้ ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 1) หลักการ ทักษะ และเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่ การสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม เรื่องที่สัมพันธ์กันควรจัดการเรียนรู้ไปพร้อมกัน มีทักษะการสอนและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ 2) วิธีการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่ สอนในลักษณะเป็นบันไดเวียน ใช้วิธีการสอนแบบวิเคราะห์-สังเคราะห์ และ 3) สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้แก่ การเลือกใช้สื่อที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ในบทเรียน เชื่อมโยงความรู้จากสื่อไปสู่สาระการเรียนรู้ การเลือกสื่อที่เหมาะสมกับวัย ระดับความรู้ และความสามารถของผู้เรียน

3.3 ความรู้ในหลักสูตร

ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ องค์ประกอบด้านความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร ประกอบด้วย 1) หลักการ และจุดหมายของหลักสูตร ความสำคัญของมาตรฐานการเรียนรู้ และ 2) ความเชื่อมโยงของเนื้อหาทั้งในรายวิชาและรายวิชาอื่น ได้แก่

ความเชื่อมโยงของเนื้อหาคณิตศาสตร์ในรายวิชา และความเชื่อมโยงของเนื้อหาคณิตศาสตร์กับรายวิชาอื่น จนกระทั่งความรู้เกี่ยวกับสื่อที่เหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้ และหลักการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

4. องค์ประกอบด้านความรู้ในการเรียนรู้ของผู้เรียน

จากการสังเคราะห์ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นด้านความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยการศึกษาจากแนวคิดของนักวิชาการและนักคณิตศาสตร์ศึกษา ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นด้านความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ 1) ความรู้เกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และ 2) ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และ 3) องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

4.1 ความรู้เกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

การศึกษาธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนควรมีการศึกษาเกี่ยวกับจิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใดประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก นักเรียนก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะคิดจะทำให้ได้ การลองผิดลองถูก การถ่ายทอดการเรียนรู้ครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอนอย่างไร การสอนเพื่อจะให้เกิดการถ่ายทอดการเรียนรู้

4.2 ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ผลจากการสังเคราะห์ความรู้เกี่ยวกับการสร้างมโนทัศน์และความเข้าใจมโนทัศน์พีชคณิตเชิงเส้นของผู้เรียน มีองค์ประกอบดังนี้ 1) ความรู้เกี่ยวกับการสร้างมโนทัศน์ของความรู้พื้นฐานเดิมของผู้เรียน ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่องธรรมชาติและโครงสร้างทางพีชคณิต หลักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้พื้นฐานในวิชาพีชคณิตนามธรรม ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน การวิเคราะห์เวกเตอร์ สมบัติและการดำเนินการของเมทริกซ์ การหาตัวกำหนดของเมทริกซ์ การแก้ระบบสมการเชิงเส้น ระบบจำนวนจริง เพื่อเชื่อมโยงมโนทัศน์เดิมกับพีชคณิตเชิงเส้น และความหลากหลายในการสร้างมโนทัศน์ของพีชคณิตเชิงเส้น และ 2) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้น ได้แก่ ความคลาดเคลื่อนในความรู้ที่ส่งผลต่อความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการเพื่อหาผลเฉลยของคำตอบทางพีชคณิตเชิงเส้น และความคลาดเคลื่อนต่อความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตเชิงเส้น ในการนำเสนอโม

ทัศน์พีชคณิตเชิงเส้นประกอบด้วย ความรู้ในการนำเสนอโมทัศน์พีชคณิตเชิงเส้น ได้แก่ ความหลากหลายในการนำเสนอ โมทัศน์พีชคณิตเชิงเส้น

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นดังกล่าว ผู้วิจัยได้แยกเป็นประเด็นในการสังเคราะห์รายด้าน ผลการสังเคราะห์ปรากฏดังตารางที่ 6 - 8 ดังนี้

1. องค์ประกอบความรู้ด้านเนื้อหา ประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ ปรากฏในตารางที่ 6 ดังนี้

ตารางที่ 6 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น : ความรู้ในเนื้อหา

ข้อที่	รายการ
1.	ปรัชญาคณิตศาสตร์ ธรรมชาติของวิชาพีชคณิตเชิงเส้น
2.	โครงสร้างของคณิตศาสตร์
3.	โครงสร้างของพีชคณิตเชิงเส้น
4.	หลักการพิสูจน์ทฤษฎีบท กฎ สมบัติ เบื้องต้น เกี่ยวกับเซต
5.	หลักการพิสูจน์ทฤษฎีบท กฎ สมบัติ เบื้องต้น เกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
6.	หลักการพิสูจน์ทฤษฎีบท กฎ สมบัติ เบื้องต้น เกี่ยวกับเวกเตอร์เชิงเรขาคณิต
7.	นิยามความสัมพันธ์สมมูล
8.	นิยามฟังก์ชัน
9.	นิยามฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
10.	นิยามฟังก์ชันทั่วถึง
11.	นิยามฟังก์ชันผกผัน
12.	นิยามฟังก์ชันประกอบ
13.	นิยามพีชคณิตของฟังก์ชัน
14.	นิยามเซตของจำนวนจริง
15.	ทฤษฎีบท สมบัติ เกี่ยวกับเซตของจำนวนจริง
16.	นิยามเซตของจำนวนเต็ม

ข้อที่	รายการ
17.	ทฤษฎีบท สมบัติ เกี่ยวกับเซตของจำนวนเต็ม
18.	นิยามเซตของจำนวนตรรกยะ
19.	ทฤษฎีบท สมบัติ เกี่ยวกับเซตของจำนวนตรรกยะ
20.	นิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเซตของจำนวนอตรรกยะ
21.	นิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเซตของจำนวนเชิงซ้อน
22.	นิยามของกลุ่ม (Group)
23.	นิยามของกลุ่มฟังก์ชันสาคีสถิตฐาน (Group Homomorphism)
24.	นิยามและทฤษฎีเกี่ยวกับแก่นกลางและภาพของฟังก์ชัน
25.	นิยามและสมบัติพื้นฐานของสนาม (Fields)
26.	นิยามและสมบัติของเวกเตอร์เชิงเรขาคณิต (Geometrical Vectors)
27.	นิยามและการพิสูจน์ทฤษฎีบทพื้นฐานของเวกเตอร์ในปริภูมิ n มิติ (Vectors in R^n)
28.	เข้าใจหลักการของผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product)
29.	เข้าใจความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน
30.	เข้าใจสมบัติของความสัมพันธ์สมมูล (Equivalence Relation)
31.	วิธีการพิสูจน์สมบัติ ทฤษฎีบทต่างๆ ในความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
32.	วิธีการพิสูจน์สมบัติ ทฤษฎีบท เกี่ยวกับเซตของจำนวนจริง
33.	วิธีการพิสูจน์สมบัติ ทฤษฎีบท เกี่ยวกับเซตของจำนวนเต็ม
34.	วิธีการพิสูจน์สมบัติ ทฤษฎีบท เกี่ยวกับเซตของจำนวนตรรกยะและอตรรกยะ
35.	วิธีการพิสูจน์สมบัติ ทฤษฎีบท เกี่ยวกับเซตของจำนวนเชิงซ้อน
36.	วิธีการพิสูจน์ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตรต่างๆ ที่เกี่ยวกับกรุป
37.	วิธีการพิสูจน์สมบัติ ทฤษฎีบท เกี่ยวกับริงค์ และฟิลด์
38.	การคำนวณเพื่อหาคำตอบในการแก้ปัญหาพีชคณิตเชิงเส้น
39.	วิธีการพิสูจน์สมบัติ ทฤษฎีบท เกี่ยวกับเวกเตอร์ในระนาบ 2 มิติ 3 มิติ และ n มิติ
40.	วิธีดำเนินการหาคำตอบเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาในเซตของจำนวนจริง
41.	วิธีดำเนินการหาคำตอบเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาในเซตของจำนวนเต็ม
42.	วิธีดำเนินการหาคำตอบเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาในเซตของจำนวนตรรกยะและ

ข้อที่	รายการ
	อัตรกยะ
43.	เข้าใจวิธีดำเนินการหาคำตอบเกี่ยวกับการแก้ปัญหาในเซตของจำนวนเชิงซ้อน
44.	เข้าใจวิธีดำเนินการหาคำตอบเกี่ยวกับการแก้ปัญหาในเรื่องเวกเตอร์เชิงเรขาคณิต
45.	ดำเนินการหาคำตอบเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเรื่องการดำเนินการเบื้องต้นของเมทริกซ์
46.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบ ในการแก้ปัญหาเรื่องการดำเนินการขั้นมูลฐานและเมทริกซ์มูลฐาน
47.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบ ในการแก้ปัญหาเรื่องตัวกำหนด
48.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบ ในการแก้ปัญหาเรื่องสมบัติของตัวกำหนด
49.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบ ในการแก้ปัญหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้น
50.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบ ในการแก้ปัญหาเรื่องค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์
51.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบ ในการแก้ปัญหาเรื่องปริภูมิเวกต์
52.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบ ในการแก้ปัญหาเรื่องการแปลงเชิงเส้น
53.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบ ในการแก้ปัญหาเรื่องเมทริกซ์ของการแปลงเชิงเส้น
54.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบในการแก้ปัญหาเรื่องค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
55.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบในการแก้ปัญหาเรื่องเมทริกซ์คล้ายและการดำเนินการทำเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม
56.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบในการแก้ปัญหาเรื่องรูปแบบเชิงเส้น
57.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบในการแก้ปัญหาเรื่องผลคูณภายในแบบยุคลิด
58.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเรื่องปริภูมิผลคูณภายใน
59.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบการแก้ปัญหาเรื่องค่าประจำและระยะทาง
60.	การแก้ปัญหาเรื่องฐานหลักเชิงตั้งฉาก
61.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการกราม-ชมิคต์
62.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบการแก้ปัญหาเรื่องผลบวกตรง
63.	กระบวนการดำเนินการหาคำตอบการแก้ปัญหาเรื่องส่วนเติมเต็มเชิงตั้งฉาก
64.	เลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาพีชคณิตเชิงเส้น

ข้อที่	รายการ
65.	เข้าใจหลักการ กฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีการต่างๆ และนำมาใช้ในการคำนวณเพื่อหาผลเฉลยของคำตอบของพีชคณิตเชิงเส้น
66.	มีหลักการหรือวิธีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลเฉลยของคำตอบของพีชคณิตเชิงเส้น
67.	ความหมายของเมทริกซ์
68.	ความหมายเกี่ยวกับประเภทและชนิดของเมทริกซ์
69.	การดำเนินการบวกเมทริกซ์
70.	การดำเนินการคูณเมทริกซ์
71.	หลักการของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน
72.	ความหมายของเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน และเมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง
73.	ความหมายและลักษณะเมทริกซ์ไม่เอกฐาน (Non-singular Matrix)
74.	ความหมายและลักษณะเมทริกซ์เอกฐาน (Singular Matrix)
75.	ความหมายและลักษณะเมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix)
76.	ความหมายและลักษณะ เมทริกซ์ผกผัน (Inverse Matrix)
77.	ความหมายและลักษณะเมทริกซ์สมมาตร (Symmetric Matrix)
78.	ความหมายและลักษณะเมทริกซ์เสมือนสมมาตร (Skew Symmetric Matrix)
79.	วิธีการ การดำเนินการขั้นมูลฐานบนเมทริกซ์ตามแถวและตามสดมภ์ (Elementary Row(Column) Operation on Matrices)
80.	การสมมูลตามแถวหรือตามสดมภ์ของเมทริกซ์
81.	สมบัติและทฤษฎีบทของตัวกำหนด
82.	การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นและระบุจำนวนผลเฉลยด้วยค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์
83.	ลักษณะของโครงสร้างและสมบัติของปริภูมิ R^n
84.	ปริภูมิเวกเตอร์ (Vector Spaces) และ ปริภูมิย่อย (Subspaces)
85.	ความเป็นอิสระเชิงเส้น (Linear Independence)
86.	ฐานหลักและมิติ (Bases and Dimension)
87.	เวกเตอร์พิกัดและสมสัณฐาน (Coordinate Vectors and Isomorphism)

ข้อที่	รายการ
88.	การแปลงเชิงเส้น (Linear Transformations) แก่นกลางและภาพของการแปลงเชิงเส้น (Kernel and Image of Linear)
89.	เมทริกซ์ของการแปลงเชิงเส้น (Matrices of Linear Transformations)
90.	การเปลี่ยนฐานหลัก (Change of Basis)
91.	ความคล้าย (Similarity)
92.	ค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (Eigenvalues and Eigenvectors)
93.	รอยเมทริกซ์ (Trace of a Matrix)
94.	เมทริกซ์คล้ายและการทำเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม (Similar Matrices and Diagonalization)
95.	รูปแบบเชิงเส้น (Linear Forms)
96.	ตัวลบล้าง (Annihilators)
97.	รูปแบบเชิงเส้นคู่ (Bilinear Forms)
98.	รูปแบบเชิงเส้นคู่สมมาตร (Symmetric Bilinear Forms)
99.	รูปแบบกำลังสอง (Quadratic Forms)
100.	ผลคูณภายในแบบยูคลิด (Euclidean Inner Products)
101.	ปริภูมิผลคูณภายใน (Inner Product Spaces)
102.	ค่าประจำและระยะทาง (Norms and Distances)
103.	ฐานหลักเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Bases)
104.	กระบวนการของกราม-ชมิทต์ (Gram-Schmidt Process)
105.	ผลบวกตรง (Direct Sums)
106.	ส่วนเติมเต็มเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Complements)

2. ความรู้ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ประกอบด้วย ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และความรู้ในหลักสูตรปรากฏในตารางที่ 7 ดังนี้

ตารางที่ 7 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

ข้อที่	รายการ
1.	การสำรวจความพร้อมก่อนสอน
2.	การทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมก่อนนำเสนอเนื้อหาใหม่เสมอ
3.	เชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ได้อย่างกลมกลืน
4.	จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสนใจและความถนัดของผู้เรียน
5.	จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เนื้อหาสัมพันธ์และต่อเนื่องกัน
6.	ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการวางแผนจัดการเรียนรู้
7.	ให้ผู้เรียนเข้าใจกฎ สูตร ทฤษฎี จากการค้นคว้า
8.	กิจกรรมที่ให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเอง
9.	ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม
10.	นำประสบการณ์ในชีวิตประจำวันมาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้
11.	ให้ผู้เรียนได้เผชิญปัญหาที่เร้าใจและน่าสนใจ
12.	เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นและให้เหตุผล
13.	ส่งเสริมการคิดตามลำดับเหตุ ไปสู่ผล
14.	ส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง
15.	การเสริมแรงระหว่างทำกิจกรรม
16.	สื่อประกอบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม
17.	จัดบรรยากาศในการเรียนรู้ สนุกสนาน และน่าติดตาม
18.	การวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การจัดการวางแผนการเรียนรู้
19.	การวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานความรู้ในรายวิชาพีชคณิตเชิงเส้น ตามหลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ ตามประกาศกระทรวงศึกษาธิการ
20.	การวางแผนการจัดการเรียนรู้ตามผลการวิเคราะห์

ข้อที่	รายการ
21.	การเตรียมกิจกรรมก่อนการจัดการเรียนรู้
22.	จัดการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้
23.	ใช้เอกสารประกอบการสอนที่หลากหลาย เพื่อประกอบการจัดการเรียนรู้
24.	การประยุกต์ใช้ซอฟต์แวร์และเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้
25.	การจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนบนพื้นฐานนวัตกรรมและเทคโนโลยีสารสนเทศทางการศึกษา
26.	การวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดจากการใช้นวัตกรรมและเทคโนโลยีสารสนเทศ
27.	ใช้สื่อประสมในการทบทวนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้
28.	ปรับและเลือกใช้ซอฟต์แวร์ที่หลากหลายไปใช้ เพื่อนำไปสู่การคิดแก้ปัญหาและการสร้างสรรค์นวัตกรรมใหม่ในชีวิตประจำวันและการประยุกต์ทำงานที่เหมาะสมกับศาสตร์ต่างๆ
29.	พัฒนากระบวนการคิดของผู้เรียน ผ่านเครื่องมือการเขียนซอฟต์แวร์อย่างง่าย
30.	เข้าใจจุดมุ่งหมายและหลักการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้
31.	เข้าใจหลักการวัดและประเมินผลวิชาพีชคณิตเชิงเส้น
32.	ความรู้ในด้านภาษา ใช้คำศัพท์และประโยคที่ถูกต้องชัดเจนสื่อความหมายให้เข้าใจได้ง่ายในการวัดผล
33.	การวางแผนสร้างเครื่องมือในการวัดประเมินผล อย่างเป็นขั้นเป็นตอน
34.	การศึกษาหลักสูตรและมาตรฐานการเรียนรู้ ที่ต้องการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในวิชาพีชคณิตเชิงเส้น
35.	การวิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการวัดในการเรียนรู้ในวิชาพีชคณิตเชิงเส้น
36.	การตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้
37.	การกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่เหมาะสมและชัดเจน
38.	เข้าใจเกณฑ์การประเมินและแบบบันทึกผลการตรวจหรือประเมินคุณภาพ มีความสอดคล้องกัน มีความชัดเจน ครอบคลุมการวัดตามเนื้อหา
39.	แปลผลการประเมินได้อย่างถูกต้อง

3. ความรู้ในการเรียนรู้ของผู้เรียน ประกอบด้วย ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความเข้าใจในมโนทัศน์ของผู้เรียน และ องค์ประกอบในการเรียนรู้ของผู้เรียน ปรากฏในตารางที่ 8 ดังนี้

ตารางที่ 8 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้ วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน

ข้อที่	รายการ
1.	คำนิยามถึงบริบทของผู้เรียนที่เกี่ยวกับ สุขภาพ ประสบการณ์เดิม ความสนใจ เวลา เหตุการณ์ สถานที่ บรรยากาศ
2.	ความเป็นกัลยาณมิตรระหว่างครูกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้เรียน
3.	สร้างสมาธิก่อนการจัดการเรียนรู้แก่ผู้เรียน
4.	ผู้เรียน ได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน
5.	ผู้เรียนมีโอกาสดแสดงความคิดเห็นและซักถาม
6.	ผู้เรียน ได้รู้สึกเกิดความสำเร็จและภูมิใจในตนเอง
7.	ผู้เรียน ได้มีโอกาสนประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองและเพื่อน
8.	ผู้เรียน ได้รู้สึกว่ามีความสำคัญและได้รับเกียรติ
9.	การส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน
10.	การยอมรับความสามารถของผู้เรียน
11.	วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนซ์
12.	วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาการดำเนินการขั้นมูลฐาน
13.	วิธีการสร้างมโนทัศน์ในการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น
14.	วิธีการสร้างมโนทัศน์การศึกษาเรื่องปริภูมิเวกเตอร์
15.	วิธีการสร้างมโนทัศน์ในการแปลงเชิงเส้น ค่าเฉพาะ
16.	วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเวกเตอร์เฉพาะการประยุกต์
17.	วิเคราะห์ห้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบ
18.	วิเคราะห์หาสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
19.	หาแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น

ข้อที่	รายการ
20.	เข้าใจวิธีการเรียนรู้พีชคณิตเชิงเส้นของผู้เรียน
21.	เข้าใจความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา
22.	เข้าใจวิธีที่ทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนเรื่องเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนซ์
23.	รู้ถึงปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือ สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนเรื่องการดำเนินการขั้นมูลฐาน
24.	ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นหลายตัวแปร
25.	ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนเรื่องการสมมูลตามแถวหรือตามหลักของเมทริกซ์
26.	ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนเรื่องการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นและระบุจำนวนผลเฉลยด้วยค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์
27.	ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนเรื่องปริภูมิเวกเตอร์
28.	ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนเรื่อง การแปลงเชิงเส้น ค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะการประยุกต์
29.	ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการประยุกต์การแก้ปัญหาพีชคณิตเชิงเส้น เข้ากับศาสตร์อื่นๆ
30.	ความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ
31.	วิธีการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยง และมโนภาพของผู้เรียน

จากตารางที่ 6 - 8 พบว่า ร่างโมเดลองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ประกอบด้วย องค์ประกอบหลัก 3 ด้าน และประกอบด้วย องค์ประกอบย่อย ทั้งหมด 10 ด้าน ตัวแปรที่สังเกตได้ รวมทั้งหมด 176 ข้อ จากนั้นผู้วิจัยได้นำผลการสังเคราะห์องค์ประกอบที่ได้ มาจัดทำเป็นเอกสารประกอบการสนทนากลุ่ม เรื่อง การศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

ขั้นที่ 2 ผลการพัฒนางองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้เรื่อง พีชคณิตเชิงเส้น

การพัฒนางองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ผู้วิจัยได้พัฒนาโครงสร้างองค์ประกอบด้วยกระบวนการสนทนากลุ่มแบบวิธีฉันทามติแบบพหุลักษณะ โดยให้ผู้เข้าร่วมสนทนากลุ่มพิจารณา 3 ประเด็น ได้แก่

ประเด็นที่ 1 องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านความรู้ในเนื้อหา

ประเด็นที่ 2 องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านความรู้ในการจัดการเรียนรู้

ประเด็นที่ 3 องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านความรู้ในการเรียนรู้ของผู้เรียน

ผลการสนทนากลุ่มผู้ทรงคุณวุฒิมีมติ ดังนี้

ประเด็นที่ 1 ผู้ทรงคุณวุฒิมีมติเห็นชอบให้องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านความรู้ในเนื้อหา มีองค์ประกอบย่อย 4 ด้าน ได้แก่ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ 2) ความรู้เชิงกระบวนการ 3) ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และ 4) ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ

ประเด็นที่ 2 ผู้ทรงคุณวุฒิมีมติเห็นชอบองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านการจัดการเรียนรู้ มีองค์ประกอบย่อย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2) หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และ 3) ความรู้ในหลักสูตร

ประเด็นที่ 3 ผู้ทรงคุณวุฒิมีมติเห็นชอบองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน มีองค์ประกอบย่อย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2) ความเข้าใจในมโนทัศน์ของผู้เรียน และ 3) องค์ประกอบในการเรียนรู้ของผู้เรียน

ผลจากการพัฒนาร่างโมเดล (Model) องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น โดยกระบวนการสนทนากลุ่ม แสดงดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 ตารางแสดงองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชา
พีชคณิตเชิงเส้น

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	จำนวนตัวแปร ที่สังเกตได้(ข้อ)
1.ความรู้ด้านเนื้อหา	1.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์	4
	1.2 ความรู้เชิงกระบวนการ	5
	1.3 ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง	5
	1.4 ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ	5
2.ความรู้ด้านการจัดการ เรียนรู้	2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการ เรียนรู้	13
	2.2 หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์	13
	2.3 ความรู้ในหลักสูตร	10
3. ความรู้ด้านการเรียนรู้ของ ผู้เรียน	3.1 ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ ผู้เรียน	6
	3.2 ความเข้าใจในมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ของผู้เรียน	7
	3.3 องค์ประกอบในการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของผู้เรียน	5
รวม		73

จากตารางที่ 9 พบว่า ตัวแปรองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียน
วิชา พีชคณิตเชิงเส้น ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบหลัก ได้แก่

1. ความรู้ด้านเนื้อหา มี 4 องค์ประกอบย่อย ได้แก่ ด้านความรู้เชิงมโนทัศน์
จำนวน 4 ข้อ ด้านความรู้เชิงกระบวนการจำนวน 5 ข้อ ด้านความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องจำนวน
5 ข้อ ด้านความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ จำนวน 5 ข้อ

2. ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ มี 3 องค์ประกอบย่อย ได้แก่ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง
กับการจัดการเรียนรู้ จำนวน 13 ข้อ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 13 ข้อ ความรู้
ในหลักสูตร จำนวน 10 ข้อ

3. ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน มี 3 องค์ประกอบย่อย ได้แก่ ด้านธรรมชาติ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีจำนวน 6 ข้อ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีจำนวน 7 ข้อ องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีจำนวน 5 ข้อ (รายละเอียดในภาคผนวก ข)

ระยะที่ 2 การประเมินองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

การประเมินองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการสรุปผลเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ผลการวิเคราะห์ห้องค์ประกอบเชิงยืนยันขององค์ประกอบความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

ในการวิเคราะห์เพื่อยืนยัน โมเดลองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการเพื่อยืนยันด้วยข้อมูลเชิงประจักษ์ โดยการวิเคราะห์จากความคิดเห็นต่อการประเมินองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น และการยืนยันด้วยผลการวิเคราะห์ห้องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Second Order Confirmatory Factor Analysis) โดยใช้โปรแกรม Mplus 6.12 มีรายละเอียด ดังนี้

1. ผลของความคิดเห็นต่อการประเมินองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

จากการสำรวจความคิดเห็นต่อการประเมินองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศสำหรับการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ของอาจารย์จำนวน 199 คน ที่ โดยภาพรวมและรายด้านปรากฏดังตารางที่ 10 - 12

ตารางที่ 10 ความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศต่อความรู้ด้านเนื้อหา

ความรู้ในเนื้อหา	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
ความรู้เชิงมโนทัศน์			
1. แนวคิดเกี่ยวกับปรัชญาคณิตศาสตร์ และ ความสำคัญในโครงสร้างคณิตศาสตร์	4.15	.79	มาก
2. ความหมาย และความสำคัญของหลักการพิสูจน์ ทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ และสมบัติ ต่างๆ ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และเนื้อหาเฉพาะ	4.35	.69	มาก
3. ความหมาย และความสำคัญของหลักการประยุกต์ ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ ผู้การประยุกต์กับศาสตร์ที่ หลากหลาย	4.29	.71	มาก
4. ความหมายและความสำคัญในหลักการหาคำตอบ และการตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง	4.35	.73	มาก
รวม	4.28	.73	มาก
ความรู้เชิงกระบวนการ			
1. วิธีการและขั้นตอนการพิสูจน์ในทฤษฎีบท กฎ หรือสมบัติต่างๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาที่สัมพันธ์กับ เนื้อหาทางพีชคณิตเชิงเส้น	4.29	.67	มาก
2. เลือกใช้สูตร ทฤษฎีบทหรือกฎต่างๆ มาใช้ใน วิธีการดำเนินการตามขั้นตอนของการคำนวณเพื่อ หาผลเฉลยของคำตอบของสมการทางพีชคณิต	4.35	.72	มาก
3. เลือกวิธีและหลักการหาคำตอบ ในการแก้ปัญหา พีชคณิตเชิงเส้นที่เหมาะสม	4.36	.72	มาก
4. ทำการวิเคราะห์ถึงแนวทางหรือวิธีการเลือกใช้ ยุทธวิธีที่เหมาะสม สำหรับใช้ในการแก้ปัญหา พีชคณิตเชิงเส้น	4.38	.67	มาก
5. วิธีการตรวจสอบคำตอบ และความสมเหตุสมผล ในผลเฉลยของคำตอบของสมการพีชคณิต	4.43	.65	มาก

ความรู้ในเนื้อหา	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
รวม	4.36	.68	มาก
ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง			
1. วิธีการพิสูจน์ หลักการให้เหตุผล หลักตรรกศาสตร์	4.42	.71	มาก
2. ความหมายและลักษณะของความสัมพันธ์และฟังก์ชันพีชคณิต	4.30	.78	มาก
3. สมบัติและทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวนและการวิเคราะห์เซตของจำนวนจริง และจำนวนเชิงซ้อน	4.31	.75	มาก
4. นิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับพื้นฐานในวิชาพีชคณิตนามธรรม เช่น กลุ่ม (Group) กลุ่มฟังก์ชันโฮโมมอร์ฟิซึม (Group Homomorphism) แก่นกลางและภาพของฟังก์ชัน และนิยามและสมบัติพื้นฐานของสนาม (Fields)	4.29	.78	มาก
5. นิยามและทฤษฎีบทพื้นฐานเรื่องเวกเตอร์เชิงเรขาคณิต (Geometrical Vectors)	4.35	.72	มาก
รวม	4.34	.75	มาก
ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ			
1. บทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลง หลักการ และสมบัติพื้นฐานและการดำเนินการของเมทริกซ์และตัวกำหนด สมบัติและทฤษฎีบทของตัวกำหนด และการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นและระบุจำนวนผลเฉลยด้วยค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์	4.39	.75	มาก

ความรู้ในเนื้อหา	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
2. ลักษณะของโครงสร้างและสมบัติของปริภูมิ ปริภูมิเวกเตอร์ (Vector Spaces) ปริภูมีย่อย (Subspaces) ความเป็นอิสระเชิงเส้น (Linear Independence) ฐานหลักและมิติ (Bases and Dimension) เวกเตอร์พิกัดและสมสัณฐาน (Coordinate Vectors and Isomorphism) และ วิธีการดำเนินการประยุกต์	4.45	.72	มาก
3. หลักการของการแปลงเชิงเส้น (Linear Transformations) และลักษณะของรูปแบบเชิงเส้น (Linear Forms) และวิธีการดำเนินการประยุกต์	4.47	.75	มาก
4. ค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (Eigenvalues and Eigenvectors) และการประยุกต์	4.45	.76	มาก
5. หลักการ วิธีหาผลคูณภายในแบบยูคลิด (Euclidean Inner Products) ปริภูมิผลคูณภายใน (Inner Product Spaces) วิธีการและการดำเนินการ กระบวนการของ กราม-ชมิคต์ (Gram-Schmidt Process) การหาผลบวกตรง (Direct Sums) ส่วน เติมเต็มเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Complements) และวิธีการประยุกต์	4.40	.73	มาก
รวม	4.43	.74	มาก
ความรู้ด้านเนื้อหา รวม	4.35	.73	มาก

จากตารางที่ 10 พบว่า อาจารย์มีความคิดเห็นเกี่ยวกับความรู้ด้านเนื้อหาโดยรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.35$, S.D. = .73) และมีความคิดเห็นในองค์ประกอบย่อยทุกด้านอยู่ในระดับมาก โดยเรียงลำดับค่าเฉลี่ยจากมากไปน้อยดังนี้ ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ ($\bar{X} = 4.43$) รองลงมาความรู้เชิงกระบวนการ ($\bar{X} = 4.36$) ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง ($\bar{X} = 4.34$) และความรู้เชิงมโนทัศน์ ($\bar{X} = 4.28$)

ตารางที่ 11 ความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศ
ต่อความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้

ความรู้ของอาจารย์ด้านการจัดการเรียนรู้	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์			
1. การเรียนรู้ตามพัฒนาการของผู้เรียน	4.23	.71	มาก
2. ผู้เรียนต้องมีโอกาสปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก	4.22	.68	มาก
3. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม	4.25	.71	มาก
4. ผู้เรียนได้มีโอกาสดูและเขียนมากขึ้น	3.88	.90	มาก
5. กระตุ้นให้ผู้เรียนได้มีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้	4.32	.70	มาก
6. การจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม	3.71	1.11	มาก
7. ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อได้	3.82	.96	มาก
8. การเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องเริ่มจากข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์และกฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์	3.65	1.14	มาก
9. ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และลักษณะทั่วไป จนทำให้เกิดความหลากหลายทางคณิตศาสตร์	3.78	.84	มาก
10. การเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน	3.78	.95	มาก
11. ผู้เรียนใช้ประสบการณ์ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่กับการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก	3.63	1.14	มาก
12. ผู้เรียนแต่ละคนมีวิธีสร้างความรู้ด้วยวิธีที่แตกต่างกัน	4.02	.97	มาก
13. ผู้เรียนได้เลือกกิจกรรมเองตามความถนัด	4.25	.78	มาก
รวม	3.97	.89	มาก
ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้			
1. การสำรวจความพร้อมและการทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมก่อนนำเสนอเนื้อหาใหม่เสมอ	4.37	.68	มาก
2. เชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ได้อย่างกลมกลืน	4.17	.81	มาก

ความรู้ของอาจารย์ด้านการจัดการเรียนรู้	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
3. การเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ตามสนใจและความถนัด และเหมาะสมต่อผู้เรียน	3.86	1.03	มาก
4. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เนื้อหาสัมพันธ์และต่อเนื่องกัน	4.15	.73	มาก
5. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการวางแผนจัดการเรียนรู้และมี ส่วนร่วมในกิจกรรมทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม	4.10	.70	มาก
6. ให้ผู้เรียนเข้าใจกฎ สูตร ทฤษฎี จากการค้นคว้า	4.28	.73	มาก
7. กิจกรรมที่ให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเอง	4.25	.76	มาก
8. เลือกวิธีการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหา	4.23	.78	มาก
9. ให้ผู้เรียนได้เผชิญปัญหาที่เร้าใจและน่าสนใจ	4.23	.73	มาก
10. ส่งเสริมและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการแสดง ความคิดเห็นจากเหตุสุดุผล	4.19	.77	มาก
11. การเสริมแรงระหว่างทำกิจกรรม	3.72	.90	มาก
12. สื่อประกอบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับเนื้อหา	3.71	.91	มาก
13. จัดบรรยากาศในการเรียนรู้ สนุกสนาน และน่าติดตาม	3.77	.90	มาก
รวม	4.08	.80	มาก
ความรู้ในหลักสูตร			
1. การวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การ จัดการวางแผนการเรียนรู้	3.71	1.01	มาก
2. การวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานความรู้ใน รายวิชาพีชคณิตเชิงเส้น ตามหลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ ตามประกาศกระทรวงศึกษาธิการ	3.58	1.13	มาก
3. การวางแผนการจัดการเรียนรู้ตามผลการวิเคราะห์	3.58	1.07	มาก
4. การเตรียมกิจกรรมก่อนการจัดการจัดการเรียนรู้	3.52	1.10	มาก
5. จัดการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้	3.53	1.15	มาก

ตารางที่ 11 ความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศ
ต่อความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ (ต่อ)

ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
6. ใช้เอกสารประกอบการสอนที่หลากหลาย เพื่อประกอบการจัดการเรียนรู้	3.69	.91	มาก
7. การประยุกต์ใช้ซอฟต์แวร์และเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้	4.14	.73	มาก
8. การจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนบนพื้นฐานนวัตกรรมและเทคโนโลยีสารสนเทศทางการศึกษา	4.28	.68	มาก
9. การวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดจากการใช้นวัตกรรมและเทคโนโลยีสารสนเทศ	4.27	.66	มาก
10. ใช้สื่อประสมในการทบทวนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.23	.67	มาก
รวม	3.85	.80	มาก
ความรู้ของอาจารย์ด้านการจัดการเรียนรู้ที่ขคิดเชิงเส้นโดยรวม	3.97	.83	มาก

จากตารางที่ 11 พบว่า อาจารย์มีความคิดเห็นเกี่ยวกับความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้โดยรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 3.97$, S.D. = .83) และมีความคิดเห็นต่อองค์ประกอบย่อยแต่ละด้านอยู่ในระดับมาก โดยเรียงลำดับค่าเฉลี่ยจากมากไปน้อย ดังนี้ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้ ($\bar{X} = 4.08$) ทฤษฎีการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ($\bar{X} = 3.97$) และความรู้ในหลักสูตร ($\bar{X} = 3.85$)

ตารางที่ 12 ความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศ
ต่อความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน			
1. คำนึงถึงบริบทของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับ สุขภาพ ความสะดวกอันเดิม ความสนใจ เวลา เหตุการณ์ สถานที่ บรรยากาศ	4.19	.68	มาก
2. ความเป็นกัลยาณมิตรระหว่างครูกับผู้เรียน ผู้เรียน			

ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
กับผู้เรียน	4.43	.68	มาก
3. สร้างสมานก่อนการจัดการเรียนรู้แก่ผู้เรียน	3.95	.93	มาก
4. ผู้เรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน และแสดงความคิดเห็นและซักถาม	4.31	.65	มาก
5. ผู้เรียนได้มีโอกาสประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองและเพื่อน	4.43	.65	มาก
6. ยอมรับความสามารถของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้รู้สึกเกิดความสำเร็จ มีความสำคัญ ได้รับเกียรติและภูมิใจในตนเอง	4.19	.73	มาก
รวม	4.25	.72	มาก
ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางพีชคณิตเชิงเส้น			
1. วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนซ์	4.00	.93	มาก
2. วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาการดำเนินการชั้นมูลฐาน	4.26	.72	มาก
3. วิธีการสร้างมโนทัศน์ในการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น	4.42	.61	มาก
4. วิธีการสร้างมโนทัศน์การศึกษาเรื่องปริภูมิเวกเตอร์	4.47	.63	มาก
5. วิธีการสร้างมโนทัศน์ในการแปลงเชิงเส้น ค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะ การประยุกต์	4.28	.72	มาก
6. วิเคราะห์ห้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบและวิเคราะห์หาสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	4.32	.67	มาก
7. หาแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น	4.27	.69	มาก
รวม	4.28	.71	มาก
องค์ประกอบในการเรียนรู้พีชคณิตเชิงเส้น			
1. เข้าใจความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียน			

ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
ในการแก้ปัญหาพีชคณิตเชิงเส้น	4.10	.70	มาก
2. ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนไม่เข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนในเนื้อหาเฉพาะ	4.18	.71	มาก
3. ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	4.05	.70	มาก
4. ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนไม่เข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการประยุกต์การแก้ปัญหาพีชคณิตเชิงเส้น เข้ากับศาสตร์อื่น ๆ	4.12	.69	มาก
5. เข้าใจในหลักการให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยง และมโนภาพของผู้เรียน และความสามารถการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ	4.15	.72	มาก
รวม	4.12	.70	มาก
ความรู้ด้าน การเรียนรู้ของผู้เรียนโดยรวม	4.22	.71	มาก

จากตารางที่ 12 พบว่า อาจารย์มีความคิดเห็นเกี่ยวกับ ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.22$, S.D. = .71) และมีความคิดเห็นต่อองค์ประกอบย่อยแต่ละด้านอยู่ในระดับมาก โดยเรียงลำดับค่าเฉลี่ยจากมากไปน้อย ดังนี้ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางพีชคณิตเชิงเส้น ($\bar{X} = 4.28$) ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ($\bar{X} = 4.25$) และ ความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้พีชคณิตเชิงเส้นของผู้เรียน ($\bar{X} = 4.12$)

ตารางที่ 13 ความคิดเห็นเกี่ยวกับองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

องค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น	\bar{X}	S.D.	ระดับความคิดเห็น
1. ความรู้ด้านเนื้อหา	4.35	.73	มาก
2. ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้	3.97	.83	มาก
3. ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน	4.22	.71	มาก

จากตารางที่ 13 พบว่า อาจารย์มีความคิดเห็นเกี่ยวกับความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น อยู่ในระดับมาก โดยเรียงลำดับจากค่าเฉลี่ยมากไปน้อย ดังนี้ ความรู้ด้านเนื้อหา ($\bar{X} = 4.35$) รองลงมาคือ ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน ($\bar{X} = 4.22$) และความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ ($\bar{X} = 3.97$)

2. ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง ขององค์ประกอบความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

การตรวจสอบความตรงของโมเดล องค์ประกอบความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ความรู้ที่ใช้วัดองค์ประกอบของความรู้ด้านเนื้อหา (CONT) ในการวิจัยครั้งนี้ วัดจากองค์ประกอบย่อย ประกอบด้วย 4 ด้าน ได้แก่ 1) ความรู้เชิงโน้ตสน์ (A1) 2) ความรู้เชิงกระบวนการ (A2) 3) ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง (A3) และ 4) ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (A4) ซึ่งในผลการวิเคราะห์ถือเป็นตัวแปรสังเกตได้ ความรู้ที่ใช้วัดองค์ประกอบของความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ (LNING) ในการวิจัยครั้งนี้ วัดจากองค์ประกอบย่อย ประกอบด้วย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (B1) 2) หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (B2) และ 3) ความรู้ในหลักสูตร (B3) ซึ่งในผลการวิเคราะห์ถือเป็นตัวแปรสังเกตได้ ความรู้ที่ใช้วัดองค์ประกอบของความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน (LNER) ในการวิจัยครั้งนี้ วัดจากองค์ประกอบย่อย ประกอบด้วย 3 ด้าน ได้แก่ 1) ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน (C1) 2) ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน (C2) และ 3) องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน (C3) ซึ่งในผลการวิเคราะห์ถือเป็นตัวแปรที่สังเกตได้ของแต่ละองค์ประกอบ ดังรายละเอียดเกี่ยวกับผลการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ขององค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ปรากฏดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 ผลการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ขององค์ประกอบของความรู้ของ
อาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	C1	C2	C3
A1	1									
A2	.770**	1								
A3	.777**	.849**	1							
A4	.731**	.876**	.849**	1						
B1	.399**	.333**	.401**	.417**	1					
B2	.521**	.462**	.501**	.419**	.343**	1				
B3	.390**	.243**	.248**	.216**	.285**	.779**	1			
C1	.382**	.359**	.319**	.298**	.483**	.687**	.630**	1		
C2	.492**	.489**	.366**	.479**	.378**	.736**	.654**	.698**	1	
C3	.480**	.431**	.412**	.477**	.592**	.522**	.455**	.519**	.671**	1

หมายเหตุ

1. Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy. = .840

2. Bartlett's Test of Sphericity ; Approx. Chi-Square = 1693.644 , df= 45 , p = .000

จากตารางที่ 14 พบว่า มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อยู่ระหว่าง .216 ถึง .876 คู่ที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุดเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง ความรู้เชิงกระบวนการ(A2) กับความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (A4) มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .876 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำสุดเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง (A4) กับความรู้ในหลักสูตร(B3) มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ .218 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ขององค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นทั้ง 10 องค์ประกอบมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อพิจารณาผลการทดสอบค่าสถิติ Bartlett's Test of Sphericity ซึ่งเป็นค่าสถิติทดสอบสมมติฐานว่าเมทริกซ์สหสัมพันธ์นั้นเป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) หรือไม่ พบว่าได้ค่า $\chi^2 = 1693.644$ (df= 45 ค่า p = .000) ซึ่งแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ ค่าดัชนี Kaiser –

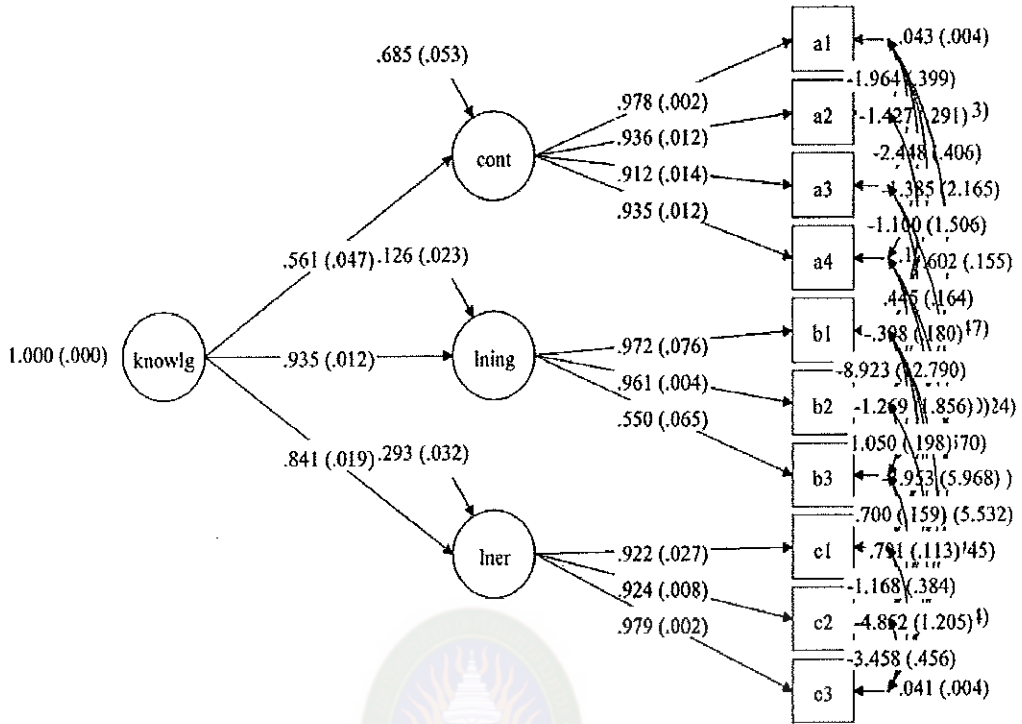
Mayer - Olkin (KMO) = .840 แสดงว่าองค์ประกอบมีความสัมพันธ์กันเหมาะสมดี สามารถนำไปวิเคราะห์องค์ประกอบในลำดับต่อไปได้

การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Second order Confirmatory Factor Analysis) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างและยืนยันโมเดลขององค์ประกอบความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น ที่ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบหลัก ได้แก่ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งมีตัวแปรที่สังเกตได้ทั้งหมด 73 ข้อ โดยการนำเสนอโมเดลองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนวิชา พีชคณิตเชิงเส้น ด้านต่าง ๆ ผลการตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างของโมเดลองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น พบว่า มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ ผลปรากฏในตารางที่ 15 ดังนี้

ตารางที่ 15 ผลการตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างของโมเดลองค์ประกอบ
ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น

ค่าสถิติวัดระดับความ กลมกลืน	เกณฑ์ในการพิจารณา	ระดับความ กลมกลืน	ผลการพิจารณา ความสอดคล้อง
1. χ^2/df	< 2	1.263	สอดคล้อง
2. ค่าดัชนี TLI	$\geq .95$.993	สอดคล้อง
3. ค่าดัชนี CFI	$\geq .95$.998	สอดคล้อง
4. ค่าดัชนี RMSEA	< .05 หมายถึง สอดคล้องดี .05 - .08 หมายถึง พอใช้ได้ .08 - .10 หมายถึง ไม่ค่อยดี > .10 หมายถึง สอดคล้อง ไม่ดี	.036	สอดคล้องดี
5. ค่าดัชนี SRMR	< .08	.062	สอดคล้อง

ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Second Order Confirmatory Factor Analysis) เพื่อตรวจสอบความตรงของโมเดลองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น โดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์ ด้วยโปรแกรม Mplus 6.12 ผลการวิเคราะห์ ปรากฏดังแผนภาพที่ 10



แผนภาพที่ 10 แสดงผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสองของโมเดลองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

จากภาพที่ 10 พบว่า จากการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Second Order Confirmatory Factor Analysis) เพื่อตรวจสอบความตรงของโมเดลองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นนั้น โมเดลมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ในระดับดีมาก ซึ่งค่าน้ำหนักองค์ประกอบ ที่ได้เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดคือ ค่าน้ำหนักขององค์ประกอบมีค่าเข้าใกล้ 1 ซึ่งผลการวิเคราะห์ความรู้ด้านเนื้อหา มีค่าน้ำหนักขององค์ประกอบต่ำสุด คือ .561 ประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ มีค่าสัมประสิทธิ์น้ำหนักองค์ประกอบเท่ากับ .978, .936, .935, .912 ตามลำดับ ผลการวิเคราะห์ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ มีค่าสัมประสิทธิ์ของน้ำหนักองค์ประกอบเท่ากับ .935 ประกอบด้วย ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และความรู้ในหลักสูตร มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบเท่ากับ .972, .961, .550 ตามลำดับ และ ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบเท่ากับ .841 ประกอบด้วย องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และ

ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบเท่ากับ .979, .924, .922 ตามลำดับ

ขั้นที่ 2 ผลการสังเกต และสัมภาษณ์การจัดการความรู้ของอาจารย์ที่สอนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น

1. ผลจากการสังเกตการจัดการความรู้ของอาจารย์ที่สอนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น การสังเกตพฤติกรรมที่แสดงถึงความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ผู้วิจัยได้ทำการบันทึกพฤติกรรมการจัดการเรียนรู้ของอาจารย์และนักศึกษา ในเนื้อหาวิชาพีชคณิตเชิงเส้น เรื่อง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 3 ชั่วโมง พร้อมบันทึกตามกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับบทบาทอาจารย์และนักศึกษา ตามแบบสังเกต (ปรากฏในภาคผนวก จ) ซึ่งผลของการสังเกตพฤติกรรมการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การสังเกตเกี่ยวกับความรู้ของอาจารย์ ด้านเนื้อหา

จากการสังเกตการจัดการความรู้ของอาจารย์ในการประเมินองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศสำหรับการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นของอาจารย์ ปรากฏดังตารางที่ 16 ดังนี้

ตารางที่ 16 ผลการสังเกตความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านเนื้อหา

ความรู้ของอาจารย์ด้านเนื้อหา	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
ความรู้เชิงมโนทัศน์			
1. แนวคิดเกี่ยวกับปรัชญาคณิตศาสตร์ และความสำคัญในโครงสร้างคณิตศาสตร์ ความหมายของพีชคณิตเชิงเส้น	4.00	1.41	มาก
2. ความสำคัญของการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น สมการเชิงเส้น การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเมทริกซ์กับระบบสมการ	5.00	.00	มากที่สุด
3. หลักการปรับความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการเบื้องต้นบนเมทริกซ์ สู่การเชื่อมโยงวิธีการหาผลเฉลยของระบบสมการ	5.00	.00	มากที่สุด

ความรู้ของอาจารย์ด้านเนื้อหา	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
4. ความหมายและความสำคัญในหลักการหาคำตอบและการตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง	4.50	.71	มากที่สุด
รวม	4.63	.68	มากที่สุด
ความรู้เชิงกระบวนการ			
1. วิธีการและขั้นตอนการพิสูจน์ในทฤษฎีบท ทฤษฎี หรือสมบัติต่างๆ ที่เกี่ยวกับเมทริกซ์ การพิสูจน์กฎที่ใช้ในการหาผลเฉลยของระบบสมการ	4.50	.71	มากที่สุด
2. เลือกใช้สูตร ทฤษฎีบทหรือกฎต่างๆ ที่เหมาะสมกับวิธีการดำเนินการเพื่อคำนวณหาผลเฉลยของคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น	5.00	.00	มากที่สุด
3. วิธีการหรือหลักการเกี่ยวกับการดำเนินการขั้นมูลฐานระหว่างแถวหรือสครัมภ์ของเมทริกซ์ ในการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นที่เหมาะสม	5.00	.00	มากที่สุด
4. หลักการพิจารณาถึงผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น 3 แบบ ได้แก่ มีเพียงผลเฉลยเดียว (Unique Solution) มีหลายผลเฉลย (Infinitely Many Solutions) หรือ ไม่มีผลเฉลยเลย (No Solution)	4.50	.71	มากที่สุด
5. วิธีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลเฉลยของคำตอบของสมการพีชคณิต	5.00	.00	มากที่สุด
รวม	4.80	.27	มากที่สุด
ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง			
1. รูปแบบการพิสูจน์ วิธีการพิสูจน์ ที่เหมาะสมกับเนื้อหาหลักการให้เหตุผล หลักตรรกศาสตร์	5.00	.00	มากที่สุด
2. การหาคำตอบของระบบสมการ โดยใช้กราฟ	4.00	.00	มาก
3. เซตจำนวนจริง จำนวนเชิงซ้อน การดำเนินการเบื้องต้นของเมทริกซ์	5.00	.00	มากที่สุด

ความรู้ของอาจารย์ด้านเนื้อหา	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
4. นิยามและทฤษฎีบทพื้นฐานเกี่ยวกับวิชาพีชคณิตนามธรรม	4.00	.00	มาก
รวม	4.50	.58	มากที่สุด
ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ			
1. บทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลง หลักการ และสมบัติพื้นฐานและการดำเนินการของเมทริกซ์	5.00	.00	มากที่สุด
2. สมบัติและทฤษฎีบทของตัวกำหนด การหาตัวกำหนด	5.00	.00	มากที่สุด
3. การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น และระบุจำนวนผลเฉลยด้วยค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์	5.00	.00	มากที่สุด
4. การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น ด้วยวิธีของ Gaussian Elimination และ วิธี Cramer's Rule	5.00	.00	มากที่สุด
รวม	5.00	.00	มากที่สุด
ความรู้ของอาจารย์ด้านเนื้อหาโดยรวม	4.73	.22	มากที่สุด

จากตารางที่ 16 พบว่า อาจารย์มีความรู้ ด้านเนื้อหาโดยรวมอยู่ในระดับความเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{X} = 4.73$, S.D. = .22) และมีความรู้เป็นองค์ประกอบย่อยทุกด้านอยู่ในระดับมากที่สุด โดยเรียงลำดับค่าเฉลี่ยจากมากไปน้อยดังนี้ ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ ($\bar{X} = 5.00$) รองลงมา คือ ความรู้เชิงกระบวนการ ($\bar{X} = 4.80$) ความรู้เชิงมโนทัศน์ ($\bar{X} = 4.63$) และความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง ($\bar{X} = 4.50$)

ตอนที่ 2 ผลการสังเกตความรู้ของอาจารย์ ด้านการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

จากการสังเกตความรู้ของอาจารย์ในการประเมินองค์ประกอบของความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ปรากฏดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 ผลการสังเกตความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิต
เชิงเส้น ด้านการจัดการเรียนรู้

ความรู้ของอาจารย์ ด้านการจัดการเรียนรู้	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์			
1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสม กับวัยของผู้เรียน	3.50	.71	ปานกลาง
2. ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเขียนมากขึ้น	4.50	.71	มาก
3. การเรียนรู้คณิตศาสตร์เริ่มจากข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์และกฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์	4.50	.71	มาก
4. มีกิจกรรมที่ทำให้ การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกิดขึ้น ในตัวผู้เรียน	4.00	.00	มาก
5. ผู้เรียนได้ใช้ประสบการณ์ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐาน ในการสร้างความรู้ใหม่	3.00	.00	ปานกลาง
รวม	3.90	.65	มาก
ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์			
1. การสำรวจความพร้อมและการทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมก่อนนำเสนอเนื้อหาใหม่เสมอ	4.00	.00	มาก
2. เชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ได้อย่างกลมกลืน	3.50	.71	ปานกลาง
3. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เนื้อหาสัมพันธ์และต่อเนื่องกัน	4.00	.00	มาก
4. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการวางแผนจัดการเรียนรู้และมีส่วนร่วมในกิจกรรมทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม	4.00	.00	มาก
5. ให้ผู้เรียนเข้าใจกฎ สูตร ทฤษฎี จากการค้นคว้า	4.00	.00	มาก
6. กิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเอง	5.00	.00	มากที่สุด
7. เลือกวิธีการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหา	5.00	.00	มากที่สุด
8. ส่งเสริมและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นจากเหตุสู่ผล	4.00	.00	มาก

ความรู้ของอาจารย์ด้านการจัดการเรียนรู้	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
9. การเสริมแรงระหว่างทำกิจกรรม	5.00	.00	มากที่สุด
10. จัดบรรยากาศในการเรียนรู้ สนุกสนาน และน่าติดตาม	5.00	.00	มากที่สุด
รวม	4.35	.58	มาก
ความรู้ในหลักสูตร			
1. การวิเคราะห์คำอธิบายรายวิชาให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้รายวิชาที่ขคิดเชิงเส้น	4.00	.00	มาก
2. การวางแผนการจัดการเรียนรู้ตามผลการวิเคราะห์	4.00	.00	มาก
3. การเตรียมกิจกรรมก่อนการจัดการเรียนรู้	3.50	.71	ปานกลาง
4. จัดการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้	4.00	.00	มาก
5. ใช้เอกสารประกอบการสอนที่หลากหลาย เพื่อประกอบการจัดการเรียนรู้	3.50	.71	ปานกลาง
6. การประยุกต์ใช้ซอฟต์แวร์และเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้	4.00	.00	มาก
7. การจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนบนพื้นฐานนวัตกรรมและเทคโนโลยีสารสนเทศทางการศึกษา	4.00	.00	มาก
8. การวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดจากการใช้นวัตกรรมและเทคโนโลยีสารสนเทศ	3.00	.00	ปานกลาง
รวม	3.75	.38	มาก
ความรู้ของอาจารย์ด้านการจัดการเรียนรู้โดยรวม	4.00	.31	มาก

จากตารางที่ 17 พบว่า อาจารย์มีความรู้ ด้านการจัดการเรียนรู้ โดยรวมอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{X} = 4.00$, S.D. = .31) และมีความรู้เป็นองค์ประกอบย่อยทุกด้านอยู่ในระดับเหมาะสมมาก โดยเรียงลำดับค่าเฉลี่ยจากมากไปน้อยดังนี้ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ($\bar{X} = 4.35$) รองลงมา คือ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ($\bar{X} = 3.90$) และความรู้ในหลักสูตร ($\bar{X} = 3.75$)

ตอนที่ 3 ผลการสังเกตความรู้ของอาจารย์ในการเรียนรู้ของผู้เรียน จากการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความรู้ของอาจารย์ในการประเมินองค์ประกอบของความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน ปรากฏดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 ผลการสังเกตความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิต
เชิงเส้น ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของอาจารย์ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์			
1. ประสบการณ์เดิม ความสนใจและความถนัด มีผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน	4.00	.00	มาก
2. ผู้เรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้เมื่อเรียนด้วยความเข้าใจ	3.50	.71	ปานกลาง
3. ความเป็นกัลยาณมิตร การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้เรียน	4.50	.71	มาก
4. ผู้เรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน และแสดงความคิดเห็นและซักถาม	4.50	.71	มาก
5. ผู้เรียนได้มีโอกาสประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองและเพื่อน	4.00	.00	มาก
รวม	4.10	.42	มาก
ความเข้าใจในมโนทัศน์ของผู้เรียน			
1. วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนซ์	4.50	.71	มาก
2. วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาการดำเนินการขั้นมูลฐาน	5.00	.00	มากที่สุด
3. วิธีการสร้างมโนทัศน์ในการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น	5.00	.00	มากที่สุด
4. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบและวิเคราะห์หาสาเหตุของมโนทัศน์ที่			

ความรู้ของอาจารย์ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
คลาดเคลื่อน	5.00	.00	มากที่สุด
5. หาแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนวิชาฟิสิกคณิตเชิงเส้น	3.50	.71	ปานกลาง
รวม	4.60	.65	มากที่สุด
องค์ประกอบในการเรียนรู้ฟิสิกคณิตเชิงเส้น			
1. เข้าใจความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาฟิสิกคณิตเชิงเส้น	4.00	.00	มาก
2. ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนไม่เข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนในเนื้อหาเฉพาะ	4.50	.71	มาก
3. ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	4.50	.71	มาก
4. การวิเคราะห์สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการประยุกต์การหาคำตอบของระบบสมการ โดยวิธีของ	4.50	.71	มาก
5. เข้าใจในหลักการให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยง และมโนภาพของผู้เรียน และความสามารถการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ	5.00	.00	มากที่สุด
รวม	4.50	.35	มาก
ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียนโดยรวม	4.40	.26	มาก

จากตารางที่ 18 พบว่า อาจารย์มีความรู้ เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยรวมอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{X} = 4.40$, S.D. = .65) และมีความรู้เป็นองค์ประกอบย่อยทุกด้านอยู่ในระดับเหมาะสมมาก โดยเรียงลำดับค่าเฉลี่ยจากมากไปน้อย ดังนี้ ความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในมโนทัศน์ของผู้เรียน ($\bar{X} = 4.60$) รองลงมา คือ ความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้ฟิสิกคณิตเชิงเส้นของผู้เรียน ($\bar{X} = 4.50$) และความรู้เกี่ยวกับธรรมชาติของผู้เรียนมีความ ($\bar{X} = 4.10$)

จากการสังเกตองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น พบว่า องค์ประกอบหลักด้านที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุด เป็นความรู้ด้านเนื้อหา มีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.73$, S.D. = .22) รองลงมา คือ ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียนมีความเหมาะสมในระดับมาก ($\bar{X} = 4.40$, S.D. = .26) และ ด้านที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุด คือ ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมในระดับมาก ($\bar{X} = 4.00$, S.D. = .31)

2. ผลการสัมภาษณ์การจัดการเรียนรู้การจัดการความรู้ของอาจารย์ที่สอนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น

ผลการสัมภาษณ์การจัดการความรู้ของอาจารย์ที่สอนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นสามารถวิเคราะห์ได้ตามประเด็น ดังนี้

ประเด็นที่ 1 การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนนั้นอาจารย์จำเป็นต้องมีกิจกรรมที่น่าสนใจและสอดคล้องกับเนื้อหาเฉพาะ เช่น กิจกรรมการใช้สื่อเทคโนโลยี หรือโปรแกรมต่างๆ ทั้งนี้ในการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียน ได้มีมโนทัศน์ในเนื้อหานั้น จำเป็นต้องอาศัยการศึกษาทฤษฎีบท จากกระบวนการพิสูจน์ เนื่องจากกระบวนการพิสูจน์จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจพื้นฐาน และที่มาของกฎหรือทฤษฎีบทต่างๆ ได้อย่างลึกซึ้ง และสามารถนำความรู้ในเนื้อหาเฉพาะดังกล่าว ไปใช้ในการประยุกต์เพื่อแก้ปัญหา หรือเพื่อพัฒนาทางด้านศาสตร์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ประเด็นที่ 2 ผู้เรียน ได้มีส่วนร่วมในการวางแผนจัดการเรียนรู้และมีส่วนร่วมในกิจกรรมทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม

ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้นนั้น เนื่องจากเป็นวิชาที่มีทั้งทฤษฎีและการประยุกต์ ดังนั้นในการมีส่วนร่วมการวางแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม นั้น จึงมีโอกาสน้อยกว่ารายวิชาอื่นที่เน้นการปฏิบัติ

ประเด็นที่ 3 มีการวิเคราะห์คำอธิบายรายวิชาเพื่อให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้รายวิชาพีชคณิตเชิงเส้นหรือไม่? และมีขั้นตอนในการเตรียมกิจกรรมก่อนการจัดการเรียนรู้หรือไม่

ในการจัดการเรียนรู้รายวิชาพีชคณิตเชิงเส้น ได้ทำการวิเคราะห์คำอธิบายรายวิชา รวมถึงเนื้อหาเฉพาะ และวิธีการสอนรวมทั้งใช้สื่อหรือโปรแกรมสำเร็จรูปที่เหมาะสมในบางเนื้อหา ที่ใช้ในการสอนเพื่อให้เหมาะสมกับ เนื้อหาต่างๆ ตามมาตรฐานผลการเรียนรู้

ของผู้เรียน ตามมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี ซึ่งจะเน้นการจัดการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียน เป็นสำคัญ

ประเด็นที่ 4 ในการจัดการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์เชิงเส้น ท่านใช้ออกสาร ประกอบการสอนจากแหล่งข้อมูลใดบ้าง เพื่อให้เพียงพอต่อการจัดการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน?

ในการจัดการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์เชิงเส้น ได้มีการเตรียมเอกสาร ประกอบการสอนดังกล่าว โดยมีการปรับปรุงและพัฒนาปีการศึกษาละ 1 ครั้ง และยังมีเอกสาร หรือหนังสือที่นักศึกษาสามารถค้นคว้าได้จากอินเทอร์เน็ต ห้างสมุด เป็นต้น

ประเด็นที่ 5 ท่านมีวิธีการอย่างไรในการการวิเคราะห์ปัญหา และเพื่อหาแนวทางแก้ไข โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนวิชาฟิสิกส์เชิงเส้นของผู้เรียนที่เกิดจากการใช้นวัตกรรม และเทคโนโลยีสารสนเทศ?

ในการวิเคราะห์ปัญหาจะวิเคราะห์จากกระบวนการทำแบบฝึกหัด และ คำตอบ แล้วจึงนำมาวิเคราะห์แนวทางในการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในรายบุคคล หรือรายกลุ่ม โดยการสอนเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกและพัฒนาการเรียนรู้ของตนเองจากความผิดพลาด เช่น การให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรม โครงการ เป็นต้น

จากการสัมภาษณ์ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์เชิงเส้น 5 ประเด็นดังกล่าว สรุปได้ ดังนี้

1. ความรู้ของอาจารย์ด้านเนื้อหา ประกอบด้วย มโนทัศน์เกี่ยวกับฟิสิกส์เชิงเส้น พื้นฐานในด้านต่างๆ มีความเข้าใจธรรมชาติและโครงสร้างของฟิสิกส์เชิงเส้น เพียงพอที่จะ นำเนื้อหาที่เกี่ยวข้องมาใช้ในการอธิบายเรื่องราวต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับฟิสิกส์เชิงเส้น มีความ ชัดเจนในเนื้อหาเฉพาะ สามารถแสดงเหตุผลหรือพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนทราบ ซึ่งอาจเป็นการยกตัวอย่างแล้วนำไปสู่การสรุป มีกลยุทธ์ในการใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียน วิเคราะห์ได้ ควรให้ผู้เรียนสามารถทราบที่มาและความสำคัญของทฤษฎีบทและสูตรต่าง ๆ ซึ่ง ตามหลักแล้วจะใช้วิธีการพิสูจน์เป็นเครื่องมือเพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจที่มาของทฤษฎีบท มากกว่า การให้ผู้เรียนจดจำทฤษฎีบทต่าง ๆ ไว้ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาแต่เพียงอย่างเดียว ดังนั้นกระบวนการพิสูจน์จึงถือเป็นกระบวนการที่สำคัญสำหรับ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และใน กระบวนการสอนต้องใช้ความรู้ที่หลากหลาย เนื้อหาที่แตกต่างจากหลาย ๆ ตำรา อย่าง ครบถ้วน มีโจทย์ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม ต้องเข้าใจและอธิบายถึงความสัมพันธ์ ระหว่างความรู้เดิมและความรู้ใหม่ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ได้ และนำความรู้ด้านเนื้อหาไปประยุกต์แก้ไขโจทย์ในสถานการณ์ต่างๆ เช่น การเชื่อมโยงความรู้

จากการหาคำตอบของสมการเส้น ไปสู่การประยุกต์ด้านเศรษฐศาสตร์ ด้านคอมพิวเตอร์ เป็นต้น ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดความคุ้นเคยในส่วนของโจทย์ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งผู้เรียนจะได้เข้าใจถึงหลักการเลือกใช้ทฤษฎี วิธีการต่างๆ ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยมีหลักการหรือวิธีที่ใช้ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง สามารถที่จะแนะนำหรือสร้างข้อสังเกตเพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยผู้เรียนสามารถให้เหตุผลถึงที่มาของคำตอบได้อย่างชัดเจน

2. ความรู้ของอาจารย์ ด้านจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยการทบทวนพื้นฐานที่เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย เช่น การจัดการเรียนรู้ เรื่องการแก้สมการเชิงเส้น การแก้สมการหาจุดตัด เวกเตอร์เชิงคณิตศาสตร์ในระนาบ 2 มิติ และ 3 มิติ ก่อนที่จะทำการเรียนการสอนจริง อาจมีการทดสอบเกี่ยวกับวิธีการพิสูจน์ก่อนเรียน เพื่อเป็นการตรวจสอบก่อนว่าผู้เรียนมีประสบการณ์เดิมและความรู้เกี่ยวกับเรื่องที่จะสอนใหม่อย่างไรบ้าง หรือมีความรู้ความชำนาญอะไรบ้างเกี่ยวกับวิชาที่เรียนมาแล้ว การประเมินก่อนการเรียน เป็นเครื่องชี้ความพร้อมของผู้เรียนว่าผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้อะไรเพิ่มเติมอีกบ้างจากความรู้เก่าที่เคยเรียนมา ผู้เรียนเองก็จะทราบถึงข้อบกพร่องของตัวเอง ทำให้ผู้สอนสามารถวางแผนจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับผู้เรียน วิเคราะห์เนื้อหาหรือพฤติกรรมที่ต้องการวัดในการเรียนรู้ในพีชคณิตเชิงเส้นและทำการชี้แจงเกณฑ์การให้คะแนนที่เหมาะสมและชัดเจน เป็นไปตามกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับอุดมศึกษา ซึ่งอาจเปิดโอกาสให้นักศึกษามีส่วนร่วมในการวางแผนการวัดและประเมินผล ผู้สอนต้องมีความพร้อมในเนื้อหาที่จะจัดการเรียนรู้ เตรียมเนื้อหาและกิจกรรมที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ ก่อนจะนำมาถ่ายทอดให้นักศึกษา ในการวางแผนและเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น ผู้สอนควรคำนึงถึง การสอนแต่ละประเภทในชั้นเรียนควรเป็นรูปแบบใด วิธีการเรียนของผู้เรียนควรเป็นอย่างไร สำหรับผลการเรียนรู้แต่ละประเภท เป็นความรู้ ทักษะ และเจตคติ เป็นกิจกรรมที่จะก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียนควรมีอะไรบ้าง สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ย่อมขึ้นอยู่กับความเหมาะสมเช่น ควรมีการเสนอเนื้อหาการเรียนในชั้นแก่ผู้เรียนพร้อมกันในคราวเดียวทั้งหมดหรือควรให้เป็น การเรียนรายบุคคล หรือ การสร้างเสริมประสบการณ์แก่ผู้เรียนนั้นควรจะใช้วิธีการอภิปราย หรือวิธีการทำกิจกรรมกลุ่ม การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสมขึ้นอยู่กับสภาพการณ์ต่าง ๆ หลายประการ นับตั้งแต่จุดมุ่งหมาย ลักษณะของผู้เรียน ลักษณะของเนื้อหาวิชา และการวัดผล การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลายจะทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น มีเจตคติที่ดี ต่อการเรียนพีชคณิตเชิงเส้น ผู้สอนต้องคำนึงถึงกลุ่มผู้เรียนว่ามี

ขนาดเท่าใด เพื่อที่จะสามารถจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของวิชาและความสนใจของกลุ่ม นอกจากนี้ การเลือกวัสดุอุปกรณ์สื่อการสอนก็ต้องให้สัมพันธ์กับกิจกรรมการเรียนการสอนด้วย เช่นการใช้ซอฟต์แวร์ที่นำมาใช้เพื่อนำไปสู่การคิดแก้ปัญหา เพื่อเพิ่มผลสัมฤทธิ์ของการเรียนการสอนพีชคณิตเชิงเส้น ควรทำหลังจากที่ผู้เรียนได้เข้าใจถึงหลักการและที่มาของเนื้อหาในแต่ละเรื่อง การตรวจแบบฝึกหัดหรือข้อสอบ ควรเป็นปัจจุบัน จะทำให้ทราบถึงการรับรู้ในเนื้อหาของนักศึกษา ว่ามีความถูกต้องชัดเจนเพียงใด หากเกิดความผิดพลาดในการรับรู้ ผู้สอนสามารถปรับวิธีเรียนเปลี่ยนวิธีสอนให้สอดคล้องกับผู้เรียน

3. ความรู้ของอาจารย์ที่สอนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน ประกอบด้วย ความรู้เดิมของนักศึกษาจะส่งผลโดยตรงต่อการเรียนพีชคณิตเชิงเส้นในมหาวิทยาลัย แต่ประเด็นความรู้เดิมของนักศึกษา สามารถแก้ไขได้จากแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ของตัวนักศึกษาเอง แต่ผู้สอนก็เป็นส่วนสำคัญในการสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนที่จะเรียนรู้ โดยการหาสิ่งใหม่มาเสริมและพัฒนาการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความชอบที่จะเรียนพีชคณิตเชิงเส้น อาจารย์ผู้สอนควรเข้าใจภูมิหลังด้านสังคม การศึกษา และสภาพเศรษฐกิจของผู้เรียนแต่ละคน พื้นฐานการเรียนรู้ของนักศึกษาที่แตกต่างกัน ผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้ไม่เท่ากันอาจทำให้รับความรู้ไม่เท่ากัน เมื่อความรู้พื้นฐานไม่เท่ากัน ส่งผลถึงประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหาที่ย่อมไม่เท่ากันด้วย การตรวจแบบฝึกหัดหรือข้อสอบที่ควรทำเป็นปัจจุบัน หากพบปัญหาแล้วผู้สอนจำเป็นต้องวิเคราะห์ถึงปัญหาที่เกิดขึ้นได้ ว่าเกิดจากผู้สอนหรือเกิดจากผู้เรียน การทำเช่นนี้จะทำให้สามารถปรับวิธีเรียนเปลี่ยนวิธีสอนให้สอดคล้องกับผู้เรียน