

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องการศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : กรณีศึกษาเรื่อง เศษส่วน ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามลำดับหัวข้อดังต่อไปนี้

1. มาตรฐานครุคณิตศาสตร์
2. ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู
 - 2.2 ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.3 องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. ความรู้ของครูด้านเนื้อหา
 - 3.1 ความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ลักษณะความรู้ของครูด้านเนื้อหา
 - 3.3 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้
 - 4.1 ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 4.2 ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน
 - 4.3 ความรู้ในหลักสูตร
5. ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน
 - 5.1 ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน
 - 5.2 ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนของผู้เรียน
6. การรู้เรื่องคณิตศาสตร์
7. เศษส่วน
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 8.1 งานวิจัยในประเทศ

8.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

9. กรอบแนวคิดการวิจัย

มาตรฐานครุคณิตศาสตร์

มาตรฐานครุคณิตศาสตร์ที่ได้จากการรวบรวมคุณลักษณะที่สำคัญและจำเป็นต่อการเป็นครุคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 10 มาตรฐาน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 17-18) สาระสำคัญของมาตรฐานมีดังนี้

มาตรฐานที่ 1 ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

เข้าใจเนื้อหาสาระแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างครอบคลุมหลักสูตร และใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหา รวมทั้งจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ทำให้สาระการเรียนรู้มีความหมายต่อผู้เรียน

มาตรฐานที่ 2 การใฝ่รู้และพัฒนาวิชาชีพของตนเอง และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

มีความสนใจใฝ่เรียนรู้พัฒนาวิชาชีพของตนเองอย่างต่อเนื่อง และนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้จัดการเรียนรู้และปฏิบัติงานที่เป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนและสังคมโดยคำนึงถึงคุณธรรมจริยธรรม

มาตรฐานที่ 3 การจัดโอกาสในการเรียนรู้ให้กับผู้เรียนตามระดับการเรียนรู้และพัฒนาการของผู้เรียน

เข้าใจระดับการเรียนรู้ พัฒนาการของผู้เรียน และจัดโอกาสในการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน ได้พัฒนาสติปัญญา สังคม ร่างกายและบุคลิกภาพ

มาตรฐานที่ 4 การจัดกระบวนการเรียนรู้ตามความแตกต่างของผู้เรียน

เข้าใจความแตกต่างของผู้เรียนและใช้เป็นข้อสนเทศพื้นฐานในการจัดกระบวนการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาผู้เรียน ได้อย่างเต็มศักยภาพ

มาตรฐานที่ 5 การนำวิธีจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมมาใช้พัฒนากระบวนการคิดและการเรียนรู้ของผู้เรียน

เข้าใจหลักการเรียนรู้ และใช้วิธีการจัดการเรียนรู้อย่างหลากหลายเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์วิจารณ์และการแก้ปัญหา

มาตรฐานที่ 6 การสร้างแรงกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้

เข้าถึงแรงกระตุ้นและพฤติกรรมต่างๆของผู้เรียนหรือกลุ่มของผู้เรียนและสามารถสร้างสถานการณ์หรือสภาพแวดล้อมที่จูงใจให้ผู้เรียนสนใจและเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้

มาตรฐานที่ 7 การใช้ทักษะการสื่อสารเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้

มีทักษะการสื่อสารและสามารถใช้ภาษาได้อย่างถูกต้อง ทั้งการพูดและการเขียน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการสืบเสาะหาความรู้และแก้ปัญหา รวมทั้งการมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีในการทำงานร่วมกัน

มาตรฐานที่ 8 การพัฒนาหลักสูตรและการวางแผนการจัดการเรียนรู้

พัฒนาหลักสูตรสถานศึกษาและจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนตามเป้าหมายที่กำหนด โดยคำนึงถึงคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของผู้เรียนและสอดคล้องกับความต้องการของชุมชน

มาตรฐานที่ 9 การประเมินผลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้

ใช้วิธีการประเมินผลตามสภาพจริงได้อย่างครอบคลุมสมรรถภาพของผู้เรียนทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการ และเจตคติ และนำผลการประเมินไปใช้พัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง

มาตรฐานที่ 10 การนำชุมชนมาร่วมจัดการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

ส่งเสริมให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างสถานศึกษากับชุมชนและให้โอกาสผู้ประกอบการ ชุมชนและองค์กร ได้มีส่วนร่วมในการสนับสนุนการจัดการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

สรุปได้ว่า ครูคณิตศาสตร์ต้องเป็นผู้ใฝ่รู้และมีความรู้ โดยมีความรู้ในเนื้อหาสาระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความรู้ในการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นผู้เรียน พัฒนากระบวนการคิดและการแก้ปัญหาของผู้เรียน มีทักษะในการสื่อสารให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ พัฒนาหลักสูตรและวางแผนการจัดการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล มีความรู้ในพฤติกรรม การเรียนรู้และวิธีเรียนรู้ของผู้เรียน พัฒนาผู้เรียนตามความแตกต่างระหว่างบุคคล สร้างแรงจูงใจในการเรียน สร้างการมีส่วนร่วมในการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นอย่างมากในการจัดการเรียนรู้ และอำนวยความสะดวกในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงขอทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้ ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอนำเสนอรายละเอียดแต่ละประเด็น ดังนี้

ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู

มีนักการศึกษา หน่วยงาน กล่าวถึงความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูไว้ ดังนี้

ความหมายของความรู้ของครู

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) กล่าวว่าความรู้ของครู หมายถึง ความสามารถของครูเกี่ยวกับการรู้กระบวนการคิดในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่าง ๆ ของครู

Elbaz. (1983 : 61) กล่าวว่า ความรู้ของครู หมายถึง สิ่งที่ถูกสร้างขึ้นเป็นกฎเกณฑ์โดยอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์ของครูกับผู้เรียนในห้องเรียนซึ่งความรู้เป็นสิ่งที่เคลื่อนไหว ผลัดกัน โดยบริบทและเกี่ยวโยงกันของอดีต ปัจจุบัน และอนาคต โครงสร้างความรู้ของครูจะรวมมิติ 3 มิติเข้าด้วยกันคือ มิติกฎการปฏิบัติ มิติเกณฑ์การปฏิบัติ และมิติด้านจินตภาพ ซึ่งจินตภาพเป็นสิ่งที่เกี่ยวกับเวลา การมีปฏิสัมพันธ์กันการแยกแยะจินตภาพจะสามารถวิวัฒนาการ แต่ต้องอาศัยความรู้จากทุกด้านซึ่งรวมถึงอารมณ์และควมมีศีลธรรมด้วย จะสามารถคาดการณ์ได้ว่า ถ้าความรู้ของครูในเนื้อหาถูกรวมเข้าไม่ดี จินตภาพของครูในเรื่องคณิตศาสตร์ที่ครูสอน อาจสะท้อนภาพนี้ และเนื้อหาที่ทำการจัดการเรียนรู้ผู้เรียนในชั้นเรียนก็จะถูกถ่ายทอดสู่ผู้เรียนไม่ดี ได้เช่นกัน

Fennema. and Franke. (1992 : 148) กล่าวว่า ความรู้ของครูหมายถึง ระบบที่ทำงานของสติปัญญาแบบองค์รวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นภายในตัวครู โดยแต่ละส่วนแยกออกจากกันได้ยาก และความรู้ของครูนี้เป็นสิ่งที่ไม่ตายตัว

Growns. (1992 : 159-160) กล่าวว่า ความรู้ของครู หมายถึง ความรู้ที่ถูกกำหนดขึ้นที่มีความสลับซับซ้อน และส่งผลกระทบต่อเกี่ยวกับพฤติกรรมของครูและการเรียนรู้ของผู้เรียน แต่จะคุ้มค่ามากถ้าเรามีการสร้างความรู้ของครูในลักษณะการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับผู้เรียน นอกจากนั้น เกราส์ ยังให้ความหมายของความรู้ของครูอีกนัยหนึ่งว่า ความรู้ของครู หมายถึง ความรู้ในตัวผู้เรียนที่ได้จากการจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียนในชั้นเรียน

Perks and Prestage. (2008 : 265) กล่าวว่า ความรู้ของครูที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้หมายถึง ความสามารถที่ได้จากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในห้องเรียนจากการสะสมภูมิปัญญาและความรู้ที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติของผู้เรียนที่อาจมีผลต่อความรู้ของครู

สรุปว่า ความรู้ของครู หมายถึง กระบวนการทางสติปัญญาแบบองค์รวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นในตัวครูจากสถานการณ์ เหตุการณ์ต่างๆจากการสะสมภูมิปัญญา ความรู้ ในการปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียนระหว่างการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนที่ได้จากการจัดประสบการณ์ในชั้นเรียน โดยครูจัดให้

ความสำคัญของความรู้ของครู

สิริพร ทิพย์คง (2546 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งที่มีความสำคัญในการพัฒนาให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะที่ดี

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาและพัฒนาทักษะและกระบวนการไปพร้อม ๆ กัน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของวิชาและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 2) กล่าวว่า ความรู้ของครู มีความสำคัญในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพ มีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ โดยครูจะต้องมีความรู้ในหลาย ๆ ด้านที่เกี่ยวข้องกับ การจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้

Wineburg and Wilson. (1991) กล่าวว่า ความรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนรู้

Fennema and Franke. (1992 : 148) กล่าวว่า ความรู้ของครูเป็นสิ่งที่จำเป็นที่จะนำไปสู่การเรียนรู้ของผู้เรียน

Barker. (2007 : 29) กล่าวว่า ความรู้ของครูสามารถใช้ตัดสินใจในการจัดการเรียนรู้ การกำหนดกิจกรรม สื่อ การวัดผลประเมินผลการเรียน และยังส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วย

สรุปว่า ความรู้ของครูมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรมจริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูหมายถึง กระบวนการทางสติปัญญาแบบองค์รวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นในตัวครูจากสถานการณ์ เหตุการณ์ต่างๆจากการสะสมปัญหา ความรู้ในการปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียนระหว่างการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนที่ได้จากการจัดประสบการณ์ในชั้นเรียน โดยครูจัดให้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพ มีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์

ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มีนักการศึกษา หน่วยงาน กล่าวถึง ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ความหมายของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

วัชร กาจจนีกรติ (2554 : 10) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์หมายถึง การจัดให้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมจากการได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์นั้นทำให้เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไปจากเดิม ซึ่งในการเรียนการจัดการเรียนรู้ไม่ว่าจะเป็นวิชาใดก็ตาม ครูจะต้องรู้จิตวิทยาในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้การจัดการเรียนรู้สมบูรณ์และมีประสิทธิภาพ

Ma. (1999 : 12) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่แสดงให้เห็นว่าครูมีความเข้าใจเป็นอย่างดีเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยครูนั้นจะต้องทำการจัดการเรียนรู้มาแล้วมากกว่า 10 ปี

Hill, Rowan. and Ball. (2005 : 373) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

Olanoff. (2011 : 88 – 90) กล่าวว่า ความหมายของความรู้ของครูคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง ครูที่มีประสิทธิภาพในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นเวลานาน จะเป็นผู้มีความสามารถ มีความเชี่ยวชาญด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามเนื้อหาในหลักสูตรที่กำหนด

สรุปว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เนื้อหาและทักษะกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตลอดทั้ง การใช้หลักสูตรการเรียนการจัดการเรียนรู้ การควบคุมดูแลผู้เรียน การอำนวยความสะดวกในการสัมมนา การทบทวนหลักสูตร การพัฒนากระบวนการประเมิน และอื่น ๆ กับประสิทธิภาพต่างๆทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ของครู ที่ดำเนิน ไปอย่างมีประสิทธิภาพ

ความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

Hill, Sleep, Lewis. and Ball. (2007) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถที่เกิดจากตัวครูเองที่นำไปจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้หลักสูตรการเรียนการจัดการเรียนรู้ การควบคุมดูแลผู้เรียน การอำนวยความสะดวกในการสัมมนา การทบทวนหลักสูตร การพัฒนากระบวนการประเมิน และอื่น ๆ

Cochran – Smith. (2003 : 23) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้อคณิตศาสตร์เป็นประสบการณ์ที่ได้รับจากห้องเรียน จากการจัดการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์ โดยใช้ในการสังเกตการจัดการเรียนรู้ของครู จะไม่ไปมีบทบาทหรือยุ่งเกี่ยวใด ๆ ในการฝึกปฏิบัติตามสภาพจริงของเขา

Berliner. (2004 : 206) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้อคณิตศาสตร์สามารถนำไปเชื่อมโยงความรู้และทักษะกับพฤติกรรมการจัดการเรียนรู้ของครูให้ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ แต่การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับครู ครูต้องมีความรู้ทางวิชาการและมีทักษะในการจัดการเรียนรู้ที่ดี

สรุปว่า ความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้ ได้ตรงตามหลักสูตร และได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เนื้อหาและทักษะกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตลอดทั้ง การใช้หลักสูตรการเรียนการจัดการเรียนรู้ การควบคุมดูแลผู้เรียน การอำนวยความสะดวกในการสัมมนา การทบทวนหลักสูตร การพัฒนากระบวนการประเมิน และอื่น ๆ กับประสิทธิภาพ

ต่างๆทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ของครู ที่ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ และมี
ความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้ ได้ตรงตามหลักสูตร และได้อย่างมีประสิทธิภาพ

องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มีนักการศึกษา หน่วยงาน ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของความรู้ของครู ในการจัด
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2551 : 80) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ที่จำเป็นในการ
จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่สอน ครูจะต้องมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ใน
เรื่องนั้น ๆ อย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่าง ๆ

2. ความรู้ที่เกี่ยวกับผู้เรียน ครูจะต้องรู้ว่าผู้เรียนในช่วงวัยนั้น ๆ มี
ความสามารถน้อยเพียงใด สามารถพัฒนาได้มากที่สุดเพียงใด วิธีคิดของผู้เรียนแต่ละคน
นั้นเป็นอย่างไรรูปแบบการคิดของผู้เรียนมีความแตกต่างกัน จัดประสบการณ์อย่างไรจึงจะ
สอดคล้องกับวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน

3. ความรู้ในวิชาครู ครูต้องรู้ว่าจะออกแบบการจัดการเรียนรู้อย่างไร จะจัด
สถานการณ์อย่างไร เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่เข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216)
กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ที่จำเป็นของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มี 3 ด้าน ดังนี้

1. ความรู้ด้านเนื้อหาสาระ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่ผู้เรียน
จำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ
ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียน
ต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์
เรื่องใด และความรู้เกี่ยวกับความสามารถของผู้เรียน ดังนี้

1.1 ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับ
กับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

1.2 ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของผู้เรียน เป็นความสามารถในการ
วิเคราะห์ความรู้ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานด้วยตนเอง เช่น ผู้

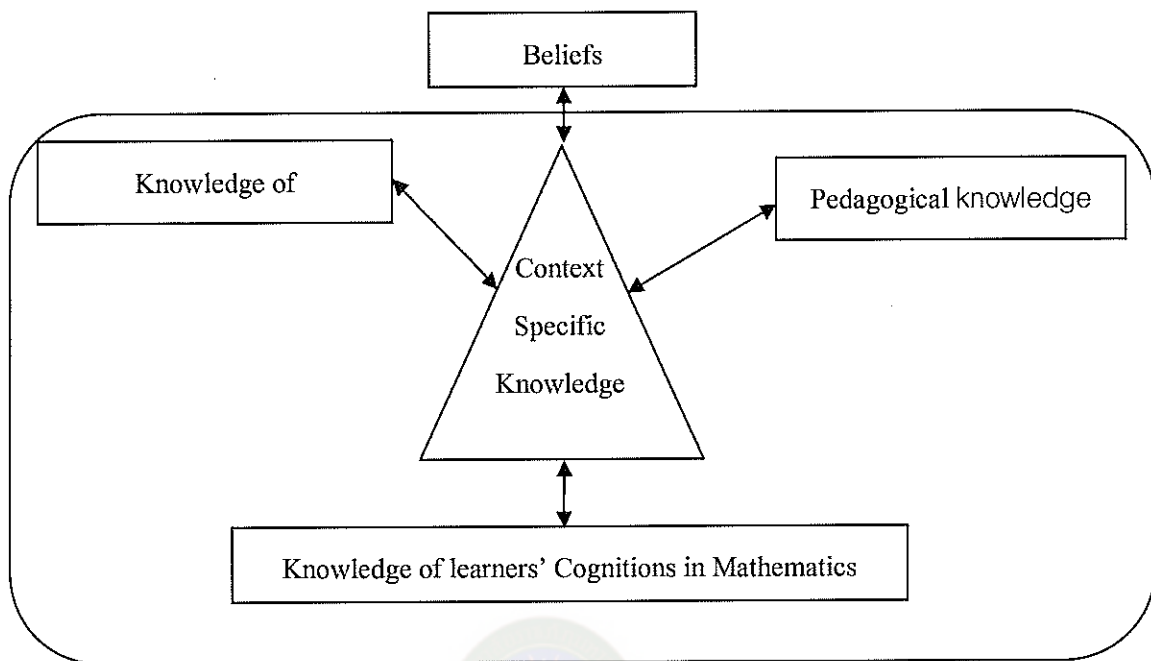
เรียนรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

2. ความรู้ในวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการหรือกระบวนการต่างๆ ที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องรู้ว่าวิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหานั้นแบบใดบ้าง เพื่อให้สามารถหาคำตอบของโจทย์ปัญหานี้ได้

3. ความรู้ที่ใช้เพื่อตัดสินใจเลือกวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์ลักษณะของวิธีการที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เพื่อตัดสินใจเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด เช่น ผู้เรียนต้องวิเคราะห์ว่าวิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหานั้นมีอยู่ วิธีการใดเป็นวิธีที่ใช้แก้ปัญหานั้นได้อย่างรวดเร็ว ง่ายต่อการอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ และเหมาะสมที่สุดกับโจทย์ปัญหา

Grouws. (1992 : 161-162) กล่าวว่า ความรู้ของครูไม่สามารถแยกออกจากเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้ องค์ประกอบของความรู้ของครูคณิตศาสตร์จึงประกอบด้วย ความรู้ของครูในบริบททั่วไปในชั้นเรียน ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ รวมถึงความรู้เรื่องสอนให้มีความเข้าใจในกระบวนการเบื้องต้น ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์สามารถตีความความรู้เรื่องสอนได้ และความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน เข้าใจความคิดของผู้เรียน และสามารถประเมินความคิดของผู้เรียนเพื่อทำการตัดสินใจด้านการจัดการเรียนรู้

Fennema and Franke. (1992 : 162) กล่าวว่าความรู้ของครูที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ และความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 แสดงรูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของครูสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

Fennema and Franke. (1992 : 162)

จากภาพที่ 1 อธิบายได้ว่าองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ด้านความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความรู้ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนด ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอนความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาวิชามีความสำคัญในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2. ด้านความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ เช่น ยุทธวิธีสำหรับการวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ การจัดการชั้นเรียน โดยทั่วไป เทคนิคการจัดการพฤติกรรม กระบวนการจัดการชั้นเรียน และเทคนิคการสร้างแรงจูงใจ

3. ด้านความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดและกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

Steele. (2006 : 38) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำแนกได้ 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้คณิตศาสตร์และความรู้ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มีองค์ประกอบย่อย ได้แก่

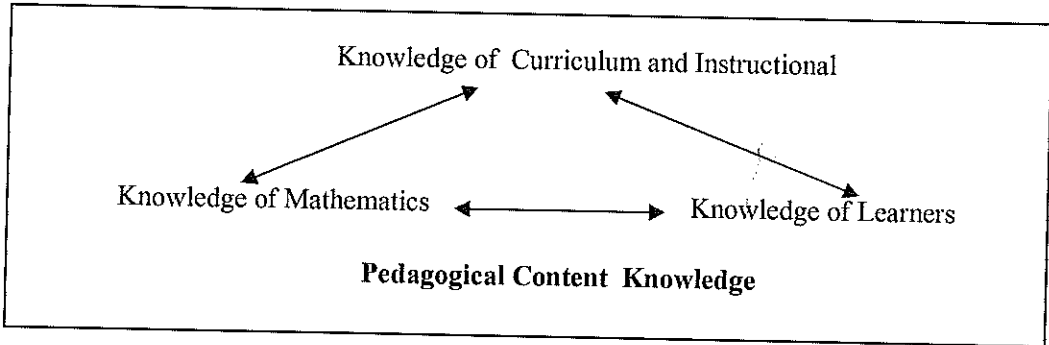
1.1 ความรู้ในเนื้อหาหลัก ความรู้ที่ต้องใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จะต้องใช้ในการจัดการเรียนรู้ เช่น การหาพื้นที่ การหาเส้นผ่านศูนย์กลาง การหาปริมาตร เป็นต้น

1.2 ความรู้ในเนื้อหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยความรู้เฉพาะที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการจัดการเรียนรู้ การให้งาน การยกตัวอย่าง การนำเสนอ และยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2. ความรู้คณิตศาสตร์สำหรับการเรียนของผู้เรียนประกอบด้วยความรู้ที่แสดงถึงความสัมพันธ์กับผู้เรียนเกี่ยวกับการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคิดในเนื้อหา คณิตศาสตร์ รวมถึงการคาดการณ์การแก้ปัญหของผู้เรียน โดยการตรวจสอบและสอบถามผู้เรียน การเดาและการจัดลำดับการแก้ปัญหของผู้เรียนการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการเชื่อมโยงต่อการแก้ปัญหาเพื่อเน้นความเข้าใจที่สำคัญ

3. ความรู้เกี่ยวกับการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้และสนับสนุนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับแง่มุมของการเรียนการจัดการเรียนรู้ที่เป็นระบบและมีโครงสร้างของการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้

Barker. (2007 : 20) กล่าวว่า กรอบความรู้ของครูเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการโมเดลความรู้ของครูดังแผนภาพที่ 2



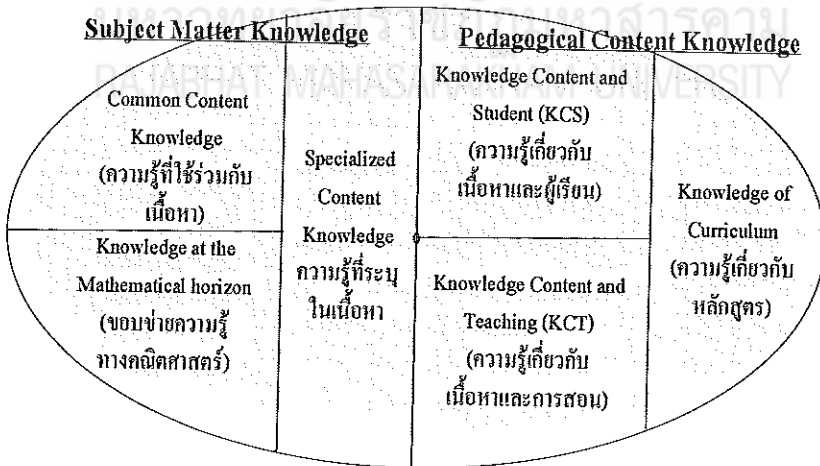
แผนภาพที่ 2 รูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของครู มุมมองเกี่ยวกับ

Pedagogical Content Knowledge (Barker. 2007 : 20)

จากภาพที่ 2 สามารถอธิบายถึงองค์ประกอบของความรู้ครูคณิตศาสตร์มี ดังนี้

1. ความรู้ในคณิตศาสตร์
2. ความรู้ในเรื่องหลักสูตรและยุทธวิธีการจัดการเรียนการสอน
3. ความรู้ของผู้เรียน

Ball, Thames, and Phelps. (2008 : 400-403) กล่าวว่า กรอบแนวคิดความรู้ของครูในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังแผนภาพที่ 3



Framework : Mathematical Knowledge for Teaching (Ball.et.al. 2008 : 403)

แผนภาพที่ 3 กรอบแนวคิดความรู้ของครูในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ Ball, Thames. and Phelps. (2008 : 403)

จากภาพที่ 3 อธิบายได้ว่าความรู้ของครูประกอบด้วย 2 ส่วนที่มีความสำคัญ คือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา และความรู้ในกลวิธีสอน Ball. et al. (2008 : 403) มีรายละเอียด ดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชา ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1.1 ความรู้ในเนื้อหารวม คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการสอน ตัวอย่างเช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สิ่งที่ต้องตระหนักเกี่ยวกับความรู้ที่เข้าร่วมกับเนื้อหา ก็คือ การตอบผิดหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมีแนวโน้มว่าผู้เรียนจะตอบผิดมากขึ้นหากผู้เรียนได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย

1.2 ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.3 ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ เป็นความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นสำหรับครูใช้ในการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้เฉพาะที่ใช้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น การอธิบายว่าทำไมเราจึงกลับเศษและส่วนเมื่อเราหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักวิจัยให้เหตุผลว่า ความรู้ประเภทนี้ เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู

2. ความรู้ในกลวิธีสอน ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

2.1 ความรู้ในเนื้อหาและผู้เรียน เป็นการรวมความรู้ที่เกี่ยวกับผู้เรียนและความรู้เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ สิ่งแรกที่จะอธิบายถึงความรู้ประเภทนี้คือการทำงานร่วมกันของผู้เรียนในห้องเรียน

2.2 ความรู้ในเนื้อหาและการจัดการเรียนรู้ เป็นการรวบรวมความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ องค์ความรู้ประเภทนี้จะทำให้เรารู้ว่าแต่ละเรื่องจะจัดลำดับไว้ที่ใดเพื่อให้เห็นน้ำหนักและความสำคัญของแต่ละเรื่องที่แตกต่างกัน เป็นด้านที่แสดงให้เห็นบางส่วนของบทบาทที่ครูได้ให้ความช่วยเหลือผู้เรียนในระหว่างการสอน อภิปรายในชั้นเรียน กิจกรรมอาจหยุดชั่วคราว เพื่อเปิดโอกาสให้ครูอธิบายเพิ่มเติม ซึ่งครูจะทราบว่าในช่วงกิจกรรมการเรียนรู้ใดจะแทรกการอธิบายเพิ่มเติมในช่วงใด ควรตั้งคำถามหรือให้งานเมื่อไร ซึ่งครูจะต้องเข้าใจเกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วย นักวิจัยจึงเห็นว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในด้านนี้มีความจำเป็น

2.3 ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร

Wendy. (2010 : 19) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ครูในกลวิธีสอน ประกอบด้วย ความรู้ของการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ และความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน รายละเอียดมีดังนี้

1. ความรู้ของการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ แบ่งออกเป็น 5 องค์ประกอบย่อย ดังนี้

1.1 ความเข้าใจ (Understanding) เป็นความรู้สำหรับการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งรวมถึงการพัฒนาความเข้าใจใหม่ โนทัศน์ การวางแผนการจัดการเรียนรู้และการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้

1.2 การแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่ส่งผลถึงความเข้าใจและความสามารถในการแก้ปัญหารวมเข้ากับวิธีการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียน

1.3 การอำนวยความสะดวก (Facilitation) เป็นความรู้สำหรับการอำนวยความสะดวกในการเรียนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความสามารถในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้โดยครูอาจจะใช้สื่อการเรียนรู้เป็นสิ่งอำนวยความสะดวกในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

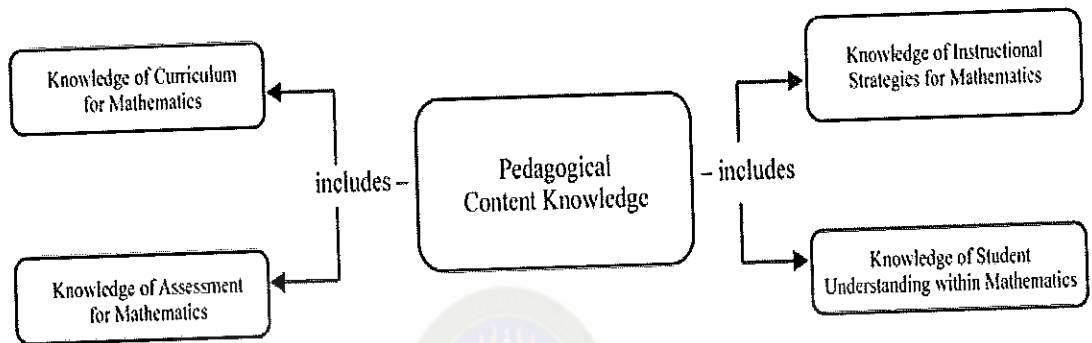
1.4 การแนะนำทางผู้เรียน ในการเรียนการจัดการเรียนรู้ (Learner Guided Instruction) เป็นความรู้ในการแนะนำทางผู้เรียนในการเรียนการจัดการเรียนรู้ไม่เพียงแค่มโนทัศน์และการคิดของผู้เรียน แต่รวมถึงความสามารถในการลำดับการเรียนการจัดการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.5 การแสดง (Representations) เป็นความรู้ในการแสดงถึงความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์รวมเข้ากับการเรียนการจัดการเรียนรู้

2. ความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 2 องค์ประกอบย่อย ดังนี้

2.1 ความเข้าใจ (Understanding) เป็นความรู้เกี่ยวกับการเข้าใจของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงความตระหนักของมโนทัศน์ว่าผู้เรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ใหม่ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือความรู้เกี่ยวกับผู้เรียนว่าผู้เรียนเชื่อมโยงกับการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างไร

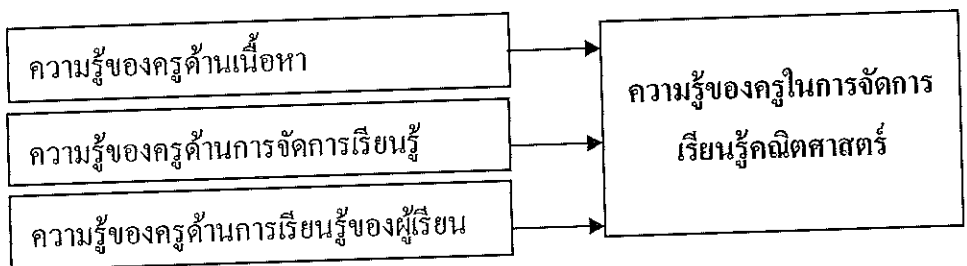
2.2 การแสดง (Representations) เป็นความรู้เกี่ยวกับการแสดงถึงความสัมพันธ์กับการคิดของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงการแสดงความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับการเรียนรู้โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความหลากหลายของการเรียนรู้โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ Taylor. (2011 : 9) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ในกลวิธีสอน โดยปรับจากแนวคิดของ แม็กนุสสัน เกรจซิก และบอร์โค ดังแผนภาพที่ 4



แผนภาพที่ 4 แสดงองค์ประกอบของความรู้ในกลวิธีสอนของเทย์เลอร์ (Taylor. 2011 : 9)

จากภาพที่ 4 อธิบายได้ว่า องค์ประกอบของความรู้ในด้านกลวิธีสอนของเทย์เลอร์นั้น มีองค์ประกอบ 4 องค์ประกอบ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีการจัดการเรียนรู้ ความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้เกี่ยวกับการวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่าแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มี 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ของครูด้านเนื้อหา ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ และ ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังแผนภาพที่ 5



แผนภาพที่ 5 องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากรูปแบบและองค์ประกอบความรู้ของครูของนักการศึกษาที่นำเสนอข้างต้นสรุปได้ว่า

ความรู้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของครูในการเชื่อมโยงความรู้ทางเนื้อหาคณิตศาสตร์และทักษะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตลอดทั้ง การใช้หลักสูตรการเรียนการสอน และความเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน วิธีเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพื่อให้ครูสามารถจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตรงตามหลักสูตร อย่างมีประสิทธิภาพ สรุปได้เป็นองค์ประกอบหลัก 3 ด้าน คือ ความรู้ของครูด้านเนื้อหา ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของครูด้านเนื้อหา

ความรู้ของครูด้านเนื้อหา เป็นความรู้ที่สำคัญมากในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูจะต้องมีความเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นๆ เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง ตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับ ความรู้ของครูด้านเนื้อหาที่ถูกต้องในความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์ และลักษณะของความรู้ในเนื้อหา ขอนำเสนอรายละเอียดแต่ละประเด็น ดังนี้

ความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 3-4) กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ ได้ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดสำคัญ สาระ และโครงสร้างของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้ต่อไปนี้

1.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Concept) ทฤษฎี (Theory) กฎหรือหลัก (Principle) ทางคณิตศาสตร์

1.2 ความรู้เกี่ยวกับเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอน/วิธีการ (Algorithm) ทางคณิตศาสตร์

1.3 ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงของแนวคิดต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

2. ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน/วิธีการ (Procedural Knowledge) ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีคำนวณ และขั้นตอนการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้เกี่ยวกับวิธีการระบุปัญหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณตามกฎและเงื่อนไขของกฎและความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากคำอธิบายการจัดการเรียนรู้โดยเน้นขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ของ อัมพร ม้าคอง สรุปว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้สอนเริ่มต้นจากการจัดการเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการให้ผู้เรียนก่อนที่จะได้สอนให้ผู้เรียนเข้าใจโมทัศน์ของเนื้อหานั้น อาจมีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระยะยาว เนื่องจากผู้เรียนจะไม่ได้พัฒนาความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะ แต่จะจดจำขั้นตอนหรือวิธีการไปใช้ โดยไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ไม่เป็นระเบียบแบบแผน (Informal Knowledge) ที่ตนมี กับคณิตศาสตร์ที่เป็นระเบียบแบบแผน (Formal Knowledge) ที่ตนถูกสอนในระบบโรงเรียน คณิตศาสตร์ในความคิดของผู้เรียนจึงลดความสำคัญลงเป็นเพียงการดำเนินการโดยใช้สัญลักษณ์ นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านจึงได้ส่งเสริมการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อลดการจัดการเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการโดยตรง โดยพยายามให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดในการพัฒนามโนทัศน์ก่อน และสร้างขั้นตอนหรือวิธีการขึ้นจากมโนทัศน์เหล่านั้นด้วยตนเองในภายหลัง อันจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น Kamii, Lewis, and Livingston. (1993 : 45) ลองพิจารณาความแตกต่างของการทำงาน 2 วิธี ต่อไปนี้ วิธีแรก โดยการใช้ความเข้าใจเรื่องค่าประจำหลักซึ่งเป็นความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ในการหาผลบวกของจำนวน 2 จำนวน เช่น $36 + 88$ การหาผลลัพธ์ใช้การรวมกันของ 30 และ 80 ได้ 110 จากนั้นรวม 6 และ 8 ได้ 14 ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 124 วิธีนี้จะเป็นการบวกจากซ้ายไปขวา โดยใช้ความรู้เรื่อง ค่าประจำหลัก วิธีที่สอง โดยใช้ขั้นตอนการตั้งบวก ซึ่งเป็นการบวกจากขวาไปซ้าย การบวกทั้งสองวิธีแสดงได้ ดังนี้

วิธีที่ 1 โดยใช้ค่าประจำหลัก	วิธีที่ 2 โดยใช้ขั้นตอนการบวก
บวก 36 และ 88 ดังนี้	36
เนื่องจาก $30 + 80 = 110$	88 +
และ $6 + 8 = 14$	124
จะได้ $110 + 14 = 124$	
ดังนั้น $36 + 88 = 124$	

นักการศึกษาบางท่านให้ความเห็นว่า การบวกวิธีที่ 2 ที่ใช้ขั้นตอนหรือวิธีการบวกนั้น ควรใช้กับผู้เรียนที่เข้าใจดีว่า 3 ใน 36 มีค่าเท่ากับ 30 และ 8 ตัวแรก ใน 88 มีค่าเท่ากับ 80 สำหรับในเด็ก ควรใช้ค่าประจำหลักในการบวก เพื่อทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น อย่างไรก็ตาม การบวกโดยใช้ขั้นตอนมีที่มาจากการใช้ค่าประจำหลัก เพราะ $6 + 8 = 14$ จำนวน 1 ที่ทดคือ 10 และ $3 + 8$ คือ $30 + 80$ ซึ่งได้ 110 และรวมกับ 10 เป็น 120 อย่างไรก็ตาม นักการศึกษา คณิตศาสตร์หลายท่านเห็นว่า ผู้สอนควรใช้การบวกโดยใช้ค่าประจำหลักตามวิธีแรก ไปสัก ระยะเวลาหนึ่ง เพื่อเป็นการพัฒนามโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับผู้เรียน เมื่อผู้เรียนเข้าใจดีแล้ว จึงค่อย พัฒนาเป็นขั้นตอนหรือวิธีการตามวิธีที่ 2

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 6 – 8) กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยทั้งสองประเภทต่างก็มีบทบาทที่สำคัญต่อการเรียนการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ อีกทั้งมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ครูควรให้ผู้เรียนได้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆ กับทักษะทางวิธีการที่สัมพันธ์กันเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่าง มีความหมาย เกิดความรู้ความชำนาญในวิธีการ สามารถสร้างการเชื่อมโยงความรู้กับวิธีการจน สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างกว้างขวาง และจากการศึกษางานวิจัยพบว่า มีงานวิจัยจำนวนมากที่รายงานว่า ทักษะที่ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการคิดคำนวณตามขั้นตอนการ คำนวณอย่างไม่มี ความหมาย ก็มีความเป็น ไปได้สูงมากที่จะทำให้ผู้เรียนคิดคำนวณที่ต้องการ หาเพียงผลลัพธ์ในการคำนวณ แทนที่จะเป็นการคิดอย่างมีความหมาย ผลการวิจัยเหล่านี้ชี้ว่า เตือนครูว่า ทักษะที่ได้สอนวิธีการบางอย่างให้แก่ผู้เรียน หรือให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติก่อนที่จะ เกิดความเข้าใจในขั้นตอนหรือหลักการเหล่านั้นแล้ว ผู้เรียนจะไม่พยายามคิดค้นหาความหมาย ในสิ่งที่เรียน ผู้เรียนมักจะยึดติดกับขั้นตอนเหล่านั้น ส่งผลทำให้การที่จะได้มาซึ่งความเข้าใจใน ภายหลังนั้นเกิดขึ้นได้ยาก ดังนั้นวิธีการทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จึงมี ความสำคัญในการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีแนวทางคือ ทักษะทางวิธีการเกิดจาก การกระทำต่าง ๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งบ่อยครั้งมักจะเกี่ยวข้องกับกฎวิธี ลำดับ ขั้นตอนหรือ วิธีการคิดคำนวณ ในทางกลับกันมโนทัศน์มักได้มาจากการสร้างเครือข่ายเชื่อมโยงประสาน ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่ไม่ปะติดปะต่อ ให้ประมวลเข้าไว้ด้วยกัน การคิดคำนวณ จัดว่าเป็นทักษะทางวิธีการ เนื่องจากขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ สามารถกระทำได้โดยการ ปฏิบัติตามลำดับขั้นตอน ซึ่งวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวอาจได้มาจากการท่องจำหรือความเข้าใจ เช่น การคำนวณหาผลลัพธ์ $15+29$ บางคนอาจคำนวณ โดยการตั้งบวกธรรมดาตามขั้นตอน

วิธีการบวก บางคนอาจคิดในใจโดยรวม 15 กับ 30 เข้าด้วยกันเป็น 45 ก่อนแล้วจึงหัก 1 ออก จะได้คำตอบ 44 เช่นกัน จะเห็นได้ว่าวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวนี้เป็นทักษะทางวิธีการ ซึ่งแนวคิดวิธีหลังนี้ผู้เรียนสามารถคิดในใจอย่างมีความหมาย ในส่วนมโนทัศน์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างกระตือรือร้น (Active Thinking) เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และสร้างความเชื่อมโยงไปพร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้มีความสอดคล้องกัน ในขณะที่ทักษะทางวิธีการสามารถเกิดขึ้นได้ง่ายกว่า และเป็นไปอย่างไม่ลำบากมากนัก กล่าวคือ เมื่อผู้เรียนได้เห็นวิธีการหนึ่งที่ทำให้เห็นเป็นตัวอย่างหนึ่งแล้วผู้เรียนก็เพียงแค่เลียนแบบเทคนิควิธีเหล่านั้น ผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียนโดยวิธีท่องจำและเลียนแบบเช่นนี้ ครูอาจสังเกตเห็นได้จากพฤติกรรมที่ผู้เรียนใช้ในลักษณะที่เป็นกฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีต่างๆ ในขั้นตอนการคำนวณ ผู้เรียนกลุ่มนี้อาจมีความสามารถใช้ทักษะทางวิธีการที่เหมาะสมจากการจดจำเพียงอย่างเดียว แต่ไม่สามารถระลึกถึงข้อมูลที่จำเป็นบางอย่างที่นอกเหนือไปจากนั้นได้ ทั้งอาจไม่สามารถพลิกแพลงในการแก้ปัญหาที่แปลกออกไป เนื่องจากขาดการเชื่อมโยงและการสร้างเครือข่ายระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์และทักษะทางวิธีการ ซึ่งอาจมีผลทำให้การคิดคำนวณผิดพลาดได้ ทั้งนี้เพราะผู้เรียนที่มีทักษะทางวิธีการเพียงด้านเดียว จะมีข้อจำกัดในการตรวจสอบ แก้ไขข้อผิดพลาดและแก้คำตอบที่ไม่สมเหตุผลพร้อม ๆ กันกับการสร้างมโนทัศน์ที่จะต้องให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนด้วย

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2554 : www.obec.go.th) กล่าวว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ เดิมคนส่วนใหญ่มักเชื่อว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นการจดจำสูตร กฎ ทฤษฎีบท ทำตามตัวอย่าง สามารถพิสูจน์หรือแก้ปัญหาโจทย์ในหนังสือเรียนและทำข้อสอบด้วยความเชื่อแบบเดิมนี้ ทำให้การเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในอดีตให้ความสำคัญกับการจดจำสูตร กฎ วิธีการในการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยปล่อยให้ผู้เรียนรู้และมีความเข้าใจ ถึงเหตุผลที่แท้จริงว่า เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นมีความหมายอย่างไร สามารถใช้อธิบายสิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัวได้อย่างไร ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนมีคำถามว่า เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม ดังนั้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน จึงมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ คิด กระตุ้นให้ผู้เรียนมองเห็นและตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ สามารถเรียนรู้และสนุกสนานด้วยได้

Piaget. (1971 : 37-39) กล่าวว่า แนวคิดและความสำคัญเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ การจัดการเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวไม่ได้ช่วย

ให้ผู้เรียนพัฒนาการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเพียงเจตได้ใช้ความรู้ 3 ประเภทตามแหล่ง
การเกิดความรู้ในการอธิบายแนวคิด ดังนี้

1. ความรู้ทางกายภาพ (Physical Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับสิ่งของ
รูปธรรมที่ปรากฏอยู่รอบตัว เช่น ความรู้เกี่ยวกับสีและรูปร่างของสิ่งของ
2. ความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม (Social - conventional
Knowledge) เป็นความรู้ที่เกิดจากการอยู่ร่วมกันของมนุษย์ในสังคม เช่น ความรู้เกี่ยวกับภาษา
หรือความรู้ที่ต้องใช้มือขวาในการจับมือกับผู้อื่น

3. ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ (Logico - mathematical
Knowledge) เป็นความรู้ที่ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างสิ่ง
ต่าง ๆ เช่น ความรู้ที่ว่าเพราะเหตุใดจำนวนสองจำนวนบวกกันจึงเกิดเป็นจำนวนที่สาม

โดยเพียงเจตได้อธิบายด้วยการยกตัวอย่างว่า การที่ผู้สอนพยายามให้ผู้เรียนเห็น
ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเป็นความพยายามให้ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์
แต่กระบวนการจัดการเรียนรู้ไม่ได้ทำให้เกิดความรู้ดังกล่าวเนื่องจากผู้สอนมุ่งสอนให้ผู้เรียน
จดจำและทำตามขั้นตอนที่คนในสังคมปฏิบัติต่อ ๆ กันมา ความรู้ที่เกิดขึ้นจึงเป็นเพียงความรู้ที่
เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม ซึ่งผู้เรียนจะทราบเพียงว่าคำตอบคืออะไร แต่จะไม่ทราบ
เหตุผลของการได้มาซึ่งผลลัพธ์และความหมายของสิ่งที่ได้ หรือบางครั้งการจดจำขั้นตอนหรือ
วิธีการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือจดจำมาอย่างผิด ๆ
อาจทำให้นำความรู้ไปใช้ไม่ถูกต้อง เช่น การทำเศษส่วนที่กำหนดให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ หาก
ผู้เรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์ของการทำเศษส่วนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำว่า เป็นการหาเศษส่วนใหม่ที่
มีค่าเท่ากับเศษส่วนเดิม โดยการทำให้ทั้งตัวเศษและตัวส่วนลดลง แต่จดจำขั้นตอนหรือวิธีการ
ทางคณิตศาสตร์มาอย่างผิด ๆ ว่าการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำเป็นการหารทั้งตัวเศษและตัว
ส่วนด้วยจำนวนเดียวกันโดยการ “ตัดเลข” อาจดำเนินการผิด ๆ ดังกรณีต่อไปนี้

$$\text{กรณีที่ 1} \quad \frac{19}{95} = \frac{1}{5}$$

$$\text{กรณีที่ 2} \quad \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

$$\text{กรณีที่ 3} \quad \frac{17}{76} = \frac{1}{6}$$

กรณีแรก ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” โดยตัด 9 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน กรณีที่ 2
ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” โดยตัด 6 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน ซึ่งในทั้งสองกรณีเป็นวิธีการที่ไม่

ถูกต้อง แต่ได้ผลลัพธ์ถูกต้อง สำหรับในกรณีที่ 3 ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” เช่นเดิม โดยตัด 7 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน แต่ครั้งนี้ไม่ถูกต้องทั้งในวิธีการและผลลัพธ์ ทั้งสามกรณีแสดงให้เห็นถึงผลเสียของการจดจำวิธีการ โดยปราศจากความเข้าใจ ทำให้มีการนำไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง และหากวิธีการผิดแต่ได้คำตอบถูกต้องด้วยแล้ว ยิ่งเป็นสิ่งที่อันตรายกว่าการได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้อง เพราะการได้คำตอบถูกต้องแต่วิธีการผิดนั้น ผู้เรียนจะไม่ทบทวนวิธีการของตนเองเนื่องจากบรรลุเป้าหมายของการทำงานแล้ว จึงไม่มีโอกาสทราบบว่าตนทำผิดในขั้นตอนใดและผิดอย่างไร แต่จะเข้าใจว่าสิ่งที่ทำนั้นถูกต้องแล้ว และจะจดจำเพื่อนำไปใช้ต่อไป ในทางตรงกันข้าม การได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้องนั้น ผู้เรียนมักจะทบทวนหรือตรวจสอบว่าตนทำผิดขั้นตอนใดและผิดอย่างไร จึงไม่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้องและจะนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อไป

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทได้แก่ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่มีความสำคัญต่อการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์จะมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิด กระตุ้นให้มองเห็นวิธีการที่ถูกต้อง ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นความรู้ที่กว้างขวางมีคุณค่าอยู่รอบตัวเรา อยู่ในชีวิตประจำวัน และสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตได้

ลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษา หน่วยงาน ได้กล่าวถึงลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะดังนี้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2551 : 80) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่สอน ครูจะต้องมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ อย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่าง ๆ

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) กล่าวว่าความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่ผู้เรียนจำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ใน 2 ประเด็นดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

2. ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของผู้เรียน เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความรู้ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานด้วยตนเอง เช่น ผู้เรียนรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

Carpenter. et. al. (1989 : 386) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความรู้ในมโนทัศน์และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ การรู้ถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน วิธีนำเสนอเพื่อไม่ให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และวิธีนำเสนอเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน และความรู้ในวิธีสอนที่เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของผู้เรียน

Fennema. and Franke. (1992 : 162) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) เป็นความรู้ที่ประกอบด้วยความรู้ เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนด ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอนความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาวิชามีความสำคัญในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

Borkow. and Putnam. (1995 : 137) กล่าวว่า ความรู้ ที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้สำหรับครู คือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) การจัดการเรียนรู้ที่มีคุณภาพขึ้นอยู่กับพัฒนาแนวคิดและความเข้าใจของครูที่มีต่อเนื้อหาวิชา ซึ่งรวมทั้งการรู้ข้อเท็จจริง แนวคิดและกระบวนการของแต่ละศาสตร์สภาการวิจัยแห่งสหรัฐอเมริกา National Research Council (2000 : 189) โดยคณะกรรมการการผลิตครูวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Committee on Science and Mathematics Teacher Preparation) กล่าวว่า ความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์

เป็นความรู้ของครูประจำการคณิตศาสตร์ที่มีการผสมผสานกันระหว่างความรู้ในเนื้อหา คณิตศาสตร์และความรู้ทางการจัดการเรียนรู้เข้าไว้ด้วยกันและสามารถใช้ความรู้นี้ในการ จัดการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับความคิด

Mohr. (2006 : 219) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ใน เนื้อหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 1. ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ ความรู้ในเชิงมโน ทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ในเชิงขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ 2. ความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ ซึ่งได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการ จัดการเรียนรู้อื่น ๆ) การรู้ความคิดและความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน 4. การรู้ วิธีนำเสนอที่เหมาะสมกับเนื้อหาเฉพาะทางคณิตศาสตร์ และ 5. ความเชื่อของครูประจำการ คณิตศาสตร์

Ball. et al. (2008 : 400-403) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่ง ของความรู้ของครู ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหาพร้อม (Common Content Knowledge : CCK) คือ ความรู้ ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการจัดการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการ แก้ไขข้อผิดพลาดสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือการเรียงลำดับของจำนวนในแบบรูป สิ่งที่ต้อง ตระหนักเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ร่วมกับเนื้อหาอีกคือ การตอบผิดหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมี แนวโน้มว่าผู้เรียนจะตอบผิดมากขึ้นหากผู้เรียน ได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย

2. ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon) เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหา คณิตศาสตร์

3. ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge : SCK) เป็น ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นสำหรับครูใช้ในการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้ เฉพาะที่ใช้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น การอธิบายว่าทำไมเราจึงกลับเศษและส่วน เมื่อเราหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถ ในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักวิจัยให้เหตุผลว่า ความรู้ประเภทนี้ เป็น สิ่งจำเป็นสำหรับครู

สรุปว่า ความรู้ของครูด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นความรู้ในเนื้อหา เฉพาะ ความรู้ในเนื้อหาพร้อม และความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความรู้ในความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนประกอบด้วย ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2547 : 5) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่า เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นซ้บเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

Good. (1959 : 118) กล่าวว่า ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวนรวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ หรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Bell. (1981 : 124) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างคณิตศาสตร์มี 3 แบบ ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ เป็นการจับประเภทจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น การทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ตัวเลข แต่ละตัวหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200 7 หมายถึง 70 และ 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง $200 + 70 + 5$
3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น

Cooney, Davis and Henderson. (1975 : 85) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของผู้เรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยผู้เรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ ผู้เรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Eggen and Kauchak. (1996 : 71) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกันโดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90° มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

Toumasis. (1995 : 98) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยผู้เรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

Schwarz and Hershkowitz. (1999 : 363) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจในความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการจัดเรียนรู้คณิตศาสตร์ การมองเห็นความสัมพันธ์และโครงสร้าง ทำให้สามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยามหรือความหมาย และสามารถจัดประเภทของสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

การเรียนรู้ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ปราณี รามสูต (2528 : 138) กล่าวว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์และกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์นั้น เกิดขึ้นเมื่อได้ปะทะกับ สิ่งเร้าบุคคลจะเกิดการรับรู้ (Perception) เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บเป็นความจำ (Memory) เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้าความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้น ก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการประสมประสาน (Integration) กันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้า นั้น ๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไร

(Discrimination) และการสรุปรวบยอด (Generation) ลักษณะของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2553 : 130) กล่าวว่า ลำดับขั้นของการเรียนรู้ มีโนทัศน์ มีดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ได้เห็น ได้ยิน และได้สัมผัส มาก่อน

2. จากประสบการณ์เดิม ผู้เรียนจะนำความรู้ที่นำมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ

3. ผู้เรียนจะเริ่มพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้น

4. ตั้งสมมติฐานว่าความคิดรวบยอดนั้นคืออะไร

5. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น

6. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน หากปรากฏว่าถูกต้องจะคงสมมติฐานนั้นไว้ ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกต และคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูกต้องจะคงสมมติฐานนั้นไว้

Ausubel. (1968 : 517) กล่าวว่า กระบวนการเรียนรู้ โนทัศน์หรือความคิดรวบยอดอาจจะแบ่งออกได้เป็น 2 อย่าง ได้แก่ Concept Formation และ Concept Assimilation โดยให้ความหมายของการเรียนรู้ทั้งสองประเภท ดังนี้

1. Concept Formation หมายถึง การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจากประสบการณ์ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบหรือใช้วิธีอุปนัย (Inductive Process) ตัวอย่าง เช่น เด็กที่เรียนรู้ความคิดรวบยอดของเครื่องใช้ประจำวัน เช่น หมวก รองเท้า โดยการมีประสบการณ์ว่าถ้าจะออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะ สวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น เด็กรับรู้รูปร่างหมวก และคำว่า หมวก แทนสิ่งที่ตนรับรู้และมีมโนภาพ

2. Concept Assimilation เป็นการเรียนรู้ความคิดรวบยอดแบบนิรนัย (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของความคิดรวบยอด พร้อมกับตัวอย่างของความคิดรวบยอดและคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของความคิดรวบยอดนั้น เด็กโตและผู้ใหญ่ใช้กระบวนการ Concept Assimilation

ดังนั้น การเรียนรู้ โนทัศน์ของคนเราเริ่มจากประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ได้เห็น ได้ยิน และได้สัมผัสมาก่อน จากประสบการณ์เดิม ผู้เรียนจะนำความรู้ที่นำมาใช้ใน

การแยกแยะความแตกต่างพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้า ดังนั้นบุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกันย่อมจะมี โน้ตศน์ของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูด้านเนื้อหา หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ ขั้นตอนวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนด ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอน ความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ประกอบด้วยองค์ประกอบรอง 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ในมโนทัศน์ ความรู้ในกระบวนการ และความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา

ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้

ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน และความรู้ในหลักสูตร ขอนำเสนอรายละเอียดแต่ละประเด็น ดังนี้

ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มี ดังรายละเอียดต่อไปนี้

หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่นักการศึกษาและครูผู้สอนต้องคำนึงถึงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเต็มตามศักยภาพของแต่ละบุคคล นักการศึกษาได้กล่าวถึงหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 39-41) สรุปหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ใน

ด้านเนื้อหา ควรสอนจากง่ายไปยาก จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

ด้านวิธีสอน ควรสอนให้สนุก เปลี่ยนวิธีสอนไม่ให้น่าเบื่อ

ด้านตัวนักเรียน ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานเดิม

ด้านตัวครู ควรมีความกระตือรือร้น หมั่นแสวงหาความรู้ อารมณ์

ขันไม่เคร่งเครียด

นอกจากนั้น ยูพิน พิพิชกุล (2545 : 4 - 7) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นก็เพื่อจะให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาขึ้น ครูจะต้องนึกอยู่เสมอว่าผู้เรียนจะพัฒนาไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการได้อย่างไร ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม และสามารถสรุปจิตวิทยาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อผู้เรียนได้รับประสบการณ์ใด ประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก ผู้เรียนก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะทำอะไรก็ได้ วิธีการคิดนั้นอาจจะเป็นการลองผิด ลองถูก แต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์อีกครั้งหนึ่ง เขาก็จะสามารถตอบได้แสดงว่าเขาเกิดการรับรู้

2. การถ่ายทอดการเรียนรู้

2.1 ผู้เรียนจะได้รับการถ่ายทอดการเรียนรู้ ก็ต่อเมื่อเห็นเหตุการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ครูเขียนโจทย์ลงไปว่า $7 + 9$, $13 + 9$, $15 + 9$ ผู้เรียนที่ฉลาดจะสังเกตเห็นว่า จำนวนที่นำมาบวกนั้นเหมือนกันคือ 9 และจะทำได้โดยครูไม่ต้องช่วย ผู้เรียนปานกลางครูอาจต้องช่วย ผู้เรียนที่เรียนอ่อนก็อาจจะมัวนอนอยู่และทำไม่ค้อยได้ ครูจะต้องคอยช่วยเหลือ

2.2 ครูควรจะฝึกผู้เรียนให้รู้จักสังเกตแบบรูปของสิ่งที่คล้ายคลึงกันแล้ว เขาก็จะสามารถสรุปว่าแบบรูปนั้นเป็นอย่างไร เช่น

2 4 6 8 10	2 4 8 16
3 5 7 9 11	3 6 12 24

เมื่อผู้เรียนใช้การสังเกต เขาก็จะเกิดการเรียนรู้ขึ้นได้

2.3 รู้จักนำเรื่องที่เคยเรียนแล้วในอดีตมาเปรียบเทียบหรือใช้กับเรื่องที่จะต้องเรียนใหม่

2.4 ควรจะให้ผู้เรียนได้เรียนอย่างประสบความสำเร็จไปเป็นเรื่องๆ เพราะถ้าเขาทำเรื่องใดประสบความสำเร็จ เขาก็จะสามารถถ่ายทอดไปยังเรื่องอื่นได้ ดังนั้นครูควรพยายามให้ผู้เรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเองจะทำให้เขาเข้าใจและจำได้นาน เมื่อเขาจำได้ก็จะนำไปใช้กับเรื่องอื่นๆ ได้

2.5 การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการจัดการเรียนรู้ของครู ดังนั้นครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอนอย่างไร การจัดการเรียนรู้เพื่อจะให้เกิดการถ่ายทอดการเรียนรู้นั้นควรจะมีหลักการ ดังนี้

2.5.1 ให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด (Concept) ด้วยตนเองและนำไปสู่ข้อสรุปได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำข้อสรุปนั้นไปใช้ได้

2.5.2 ครูจะต้องเน้นในขณะที่สอนและแยกแยะให้ผู้เรียนเห็นองค์ประกอบในเรื่องที่กำลังเรียน

2.5.3 ครูควรจะฝึกผู้เรียนให้รู้จักบทนิยาม หลักการ กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎี จากเรื่องที่เรียนไปแล้วในสถานการณ์ที่มีองค์ประกอบคล้ายคลึงกันแต่ซับซ้อนยิ่งขึ้น

Reys. et al. (2003 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2554 : 10–17) เสนอหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นหลักการที่ดีและสอดคล้องตามทฤษฎีการเรียนรู้ไว้ดังนี้

หลักการที่ 1 การให้นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น

การมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นจะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งในด้านกว้างและด้านลึก สามารถมองเห็นความสมเหตุสมผลของสิ่งที่กำลังศึกษา ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ในที่สุด การมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น อาจทำได้ด้วยการจัดกิจกรรมที่มีการลงมือปฏิบัติ แต่จะต้องเป็นการปฏิบัติที่มีการใช้ความคิดเข้ามาเกี่ยวข้องในการลงมือทำด้วย ซึ่งสามารถกระทำได้ในหลายรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นการมีปฏิสัมพันธ์กับครูหรือเพื่อนร่วมชั้นเรียน การมีประสบการณ์ตรงจากการใช้สื่อปฏิบัติหรือการใช้อุปกรณ์การเรียนรู้ เช่น หนังสือเรียนหรือเทคโนโลยี ในการสอนประจำของครูสิ่งหนึ่งที่ท้าทายความสามารถของครู คือ การจัดเตรียมประสบการณ์ที่กระตุ้นและส่งเสริมนักเรียนให้มีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นนั่นเอง

หลักการที่ 2 การเรียนรู้คือการพัฒนา

การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผลนั้นไม่ได้เกิดขึ้นได้เอง นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดี เมื่อเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนนั้นมีความเหมาะสมกับพัฒนาการของนักเรียนในรูปแบบที่ทำให้มีความสนุกสนานและน่าสนใจ กลุ่มที่มีพรสวรรค์เกี่ยวกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนที่มีส่วนใกล้เคียงกับการที่จะรับรู้หรือค้นพบความรู้ที่ครูสอนให้ ได้เสนอแนะว่านักเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมากในการพัฒนาและความพร้อมที่จะเรียนรู้ ดังนั้นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 บางคนอาจสามารถเข้าใจการบวกและมีความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงพื้นฐานต่าง ๆ ก่อนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 บางคน ในทำนองเดียวกัน นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นบางคน อาจจะพบความยากลำบากในการนี้

สร้างภาพวัตถุในใจ นักเรียนเหล่านั้นอาจต้องการที่จะจับต้องและมองเห็นวัตถุนั้นจริงๆ ก่อนที่จะสามารถสร้างความหมายจากสิ่งเหล่านั้น ในขณะที่เพื่อนร่วมชั้นอีกหลายๆ คนสามารถนึกสร้างภาพวัตถุในใจได้โดยง่าย

ครูมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการตัดสินใจเกี่ยวกับระดับพัฒนาการของนักเรียน ตลอดจนการตัดสินใจเกี่ยวกับส่วนที่ใกล้เคียงกับการที่จะรับรู้หรือค้นพบตามที่ครูสอนให้ การตัดสินใจดังกล่าวจะส่งผลในการสร้างสภาพสิ่งแวดล้อมของห้องเรียน ให้มีความเหมาะสมกับการที่จะกระทำการสำรวจทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับระดับของพัฒนาการของนักเรียน นอกจากนี้ครูยังจะต้องเป็นผู้ให้คำแนะนำที่จำเป็นและช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ รู้จักสร้างการเชื่อมโยง ตลอดจนการพูดคุยเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ดีอีกด้วย

หลักการที่ 3 การเรียนรู้เกิดจากความรู้อันมีมาก่อนแล้ว

ครูจะต้องจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ มีความเหมาะสม และสามารถทำให้นักเรียนเข้าใจได้ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นทั้งความรู้ที่เป็นมโนทัศน์และความรู้ที่เป็นวิธีการ ซึ่งความท้าทายที่เกิดขึ้นสำหรับนักเรียนนั้น ไม่ใช่เพียงแต่การพัฒนาความรู้ทั้งสองอย่างดังกล่าว แต่หากเป็นการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทั้งสองอย่างนั้นด้วย ซึ่งความรู้ที่มีอยู่เดิมมีความสำคัญต่อกระบวนการการเรียนรู้คณิตศาสตร์มาก เช่น การพยายามประมาณระยะทางเป็นกิโลเมตรคงไร้ประโยชน์ หากนักเรียนไม่มีความรู้เดิมว่ากิโลเมตรคืออะไร

ตามหลักการเรียนรู้แบบบันไดเวียน (Spiral Approach) จะทำให้นักเรียนมีโอกาสมากมายที่จะพัฒนา และขยายมโนทัศน์ให้กว้างหรือลึกขึ้นไปเรื่อยๆ ตามช่วงเวลาที่เหมาะสม โดยที่การเรียนรู้แบบนี้จะมีการรวบรวมความรู้และการสร้างการเรียนรู้ใหม่จากการเรียนรู้เดิม อันเป็นผลช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยการเพิ่มระดับของความยุ่งยากและซับซ้อนในสิ่งที่เรียนขึ้นไปเรื่อยๆ เช่น ในเรื่องการวัดมุม ซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนชั้นประถมศึกษาที่มีความคุ้นเคยและรู้จักมาแล้วในระดับหนึ่ง และเมื่อสอนเนื้อหาที่เกี่ยวกับ “มุม” ในระดับที่สูงขึ้น เนื้อหาที่มีความละเอียดและซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนก็สามารถนำมโนทัศน์เกี่ยวกับการวัดมุมที่มีอยู่เดิม มาเป็นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาที่ซับซ้อน

หลักการที่ 4 การสื่อสารมีส่วนสำคัญในการสร้างความเข้าใจ

การสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูล ข้อเท็จจริงต่างๆ โดยการปฏิบัติสามารถนำไปสู่โอกาสที่หลากหลายในการคิด การพูดและการฟัง ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการพูด การอธิบายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การคาดการณ์และการอภิปราย การแสดงความคิดของนักเรียน

โดยใช้วาจาหรือการเขียน เป็นการกระตุ้นให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง การสื่อสารโดยการปฏิบัติเช่นนี้ล้วนเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูจะต้องจัดให้มี และครูจะต้องระมัดระวังเกี่ยวกับความเคร่งครัดในการใช้ภาษาคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องก่อนวัยอันสมควร นักเรียนในทุกระดับชั้นควรรู้จักสื่อสารด้วยการพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ก่อนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยสัญลักษณ์หรือการเขียน

สำหรับกระบวนการเรียนรู้ นั้น การติดต่อสื่อสารระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และระหว่างครูกับนักเรียนล้วนมีความสำคัญทั้งสิ้น การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนด้วยตนเอง ทำให้เกิดโอกาสมากมายในการอธิบาย การพิสูจน์ข้อเท็จจริง และการแลกเปลี่ยนวิธีการคิด ซึ่งบ่อยครั้งที่ครูได้มองข้ามการสนทนาพูดคุยทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ในชั่วโมงเรียนคณิตศาสตร์ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนได้สื่อสารกันเองมากขึ้นไม่ว่าด้วยการพูดคุย การเขียนและการมีส่วนร่วมในกิจกรรมของชั้นเรียน

หลักการที่ 5 คำถามที่ดีช่วยส่งเสริมการเรียนรู้

ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ครู นักเรียนและเพื่อนนักเรียนด้วยกันควรมีโอกาสที่จะถามคำถามซึ่งกันและกัน คำถามเป็นส่วนประกอบที่สำคัญมากในกระบวนการเรียนรู้ครูจะต้องรู้ว่าเมื่อไรควรถามคำถาม และคำถามอะไรที่ควรถาม ครูยังจะรู้อีกว่าเมื่อไรจึงจะตอบคำถาม และเมื่อไรจึงจะถามคำถามได้อีก ซึ่งคำถามครั้งหลังนี้อาจเป็นคำถามเพื่อช่วยให้สามารถตอบคำถามก่อนหน้านี้ได้

ในการใช้คำถามของครู บางคำถามอาจเป็นคำถามที่ไม่ดีหรือถามขึ้นเพราะความเข้าใจผิด บางคำถามอาจเหมาะสมกับบางเวลา ซึ่งในหลายครั้งหลายคราที่คำถามมีคำตอบเฉพาะ มีความเหมาะสม เช่น สามคูณสองได้เท่าไร แต่ในบางคำถามที่เป็นคำถามปลายเปิดอาจมีความหมายและมีความเหมาะสมมากกว่า เช่น จะทำอย่างไรให้สามารถใส่ลูกบิงปองเข้าไปในกล่องตามขนาดที่กำหนดให้ได้มากที่สุด ซึ่งการตั้งคำถามที่ดีนั้นสามารถกระตุ้นการคิดและการเรียนรู้ของนักเรียนได้ดี ซึ่งคำถามที่ดีมีหลายรูปแบบโดยทั่วไปควรเป็นคำถามที่มีศักยภาพในการส่งเสริมการคิดการวิพากษ์วิจารณ์ การสร้างความสัมพันธ์และสนับสนุนการเชื่อมโยงอย่างมีความหมาย

หลักการที่ 6 สื่อปฏิบัติช่วยในการเรียนรู้

สื่อปฏิบัติมีบทบาทสำคัญในการสอนนักเรียนให้เรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในระดับประถมศึกษา เนื่องจากโดยธรรมชาติแล้วคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็น

นามธรรม สื่อปฏิบัติที่เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้
 มโนทัศน์ต่างๆ มีความเป็นรูปธรรมสำหรับนักเรียนมากขึ้น ทั้งนี้การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะ
 เกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถเข้าใจในความสัมพันธ์พื้นฐานต่างๆ ซึ่งเกี่ยวกับความรู้
 ทางคณิตศาสตร์เหล่านั้น ภายใต้บริบทที่มีความหมาย เช่น ในการพัฒนามโนทัศน์เกี่ยวกับ
 วงกลม ครูอาจใช้งานใบหนึ่งแสดงถึงมโนทัศน์นี้ได้ โดยงานใบนี้ยังสามารถใช้ยกเป็นตัวอย่าง
 เพื่ออธิบายมโนทัศน์อื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง เช่น พื้นที่ อาณาบริเวณ เส้นรอบรูป
 และเส้นผ่านศูนย์กลาง ซึ่งนักเรียนยังไม่ทราบว่า มีสมบัติใดบ้างที่บ่งบอกลักษณะของวงกลม
 ในระหว่างที่มโนทัศน์กำลังจะเกิดขึ้น การเลือกอุปกรณ์ที่ใช้แสดงถึงวงกลม จำเป็นจะต้องเป็น
 สื่อที่แสดงถึงลักษณะของวงกลมได้อย่างชัดเจน ควรหลีกเลี่ยงการใช้อุปกรณ์ที่มีลักษณะอื่น
 ผ่างอยู่จนอาจทำให้นักเรียนเกิดความสับสน เช่น งานที่เลือกมาจะต้องไม่มีลวดลาย หรือถ้ามี
 ลวดลายก็จะต้องไม่เป็นลวดลายที่ดึงดูดความสนใจนักเรียนจนเกินไป ขอบของงานจะต้องไม่
 บิ่นหรือมีรอยแตกร้าว เนื่องจากอาจทำให้นักเรียนเกี่ยวกับวงกลมคลาดเคลื่อนไป

การใช้อุปกรณ์หรือสื่อปฏิบัติหลาย ๆ อย่างเพื่อนำเสนอมโนทัศน์หนึ่งถือ
 ว่าเป็นการแสดงอย่างเป็นรูปธรรมที่มีความหลากหลาย ซึ่งจะช่วยให้ลักษณะหรือคุณ
 ลักษณะร่วมของมโนทัศน์นั้นๆ ปรากฏชัดเจนขึ้นสำหรับนักเรียน เช่น การใช้งานกลม เหรียญ
 บาท แหวนเกลี้ยง เป็นสื่อรูปธรรมแสดงถึงมโนทัศน์ของวงกลม เป็นต้น

หลักการที่ 7 อภิปัญญา (Metacognition) มีผลต่อการเรียนรู้

อภิปัญญาเป็นการคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง โดยคิดทบทวนหรือ
 คิดไตร่ตรอง เพื่อวิเคราะห์ดูว่าความคิดนั้นถูกต้องหรือยังมีข้อบกพร่องตรงจุดใด นักเรียนที่
 หมั่นคิดทบทวนความคิดนั้นถูกต้องหรือยังมีข้อบกพร่องตรงจุดใด นักเรียนที่หมั่นคิดทบทวน
 ความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองเสมอจะเป็นผู้ที่เสาะแสวงหาความเข้าใจ และอยากเห็น
 ความสมเหตุสมผลของคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียนรู้ โดยนักเรียนจะต้องรู้จักตระหนักถึงจุดแข็ง
 จุดอ่อน และลักษณะพฤติกรรมทั่วไปของตนเอง ตลอดจนองค์ประกอบทั้งหมดของ
 กระบวนการ รวมถึงยุทธศาสตร์หรือยุทธวิธีที่ตนใช้ในการเรียนรู้และแก้ปัญหาทาง
 คณิตศาสตร์ด้วย บ่อยครั้งที่อภิปัญญาหรือการคิดทบทวนความคิดของตนเองของนักเรียนช่วย
 ทำให้นักเรียนสามารถควบคุมและปรับปรุงแก้ไขพฤติกรรมของตนเองได้ เช่น ถ้าสมหญิงรู้ว่าเธอ
 มักจะทำผิดบ่อยครั้งในการคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข โดยอาจกดปุ่มให้ช้าลงและตรวจสอบ
 ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากเครื่องคิดเลข การพัฒนาทางอภิปัญญาของนักเรียน
 จำเป็นต้องอาศัยการสังเกตและทบทวนความคิดของตนเอง เช่น นักเรียนคิดว่ารู้อะไรแล้ว

นักเรียนคิดจะทำอะไรต่อ ตลอดจนการคิดในสิ่งที่เรียนรู้ เช่น นักเรียนคิดว่านักเรียนจะแก้ปัญหายังไง หรือคิดว่าวิธีแก้ปัญหานั้นมีข้อดีหรือข้อเสียอย่างไร

หลักการที่ 8 เจตคติของครูมีความสำคัญยิ่ง

เจตคติที่ดีของครูที่มีต่อการเรียนการสอน มักส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย ทั้งนี้เพราะการสอนของครูมีความสำคัญต่อนักเรียนทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ เกิดแรงจูงใจให้อยากเรียนพบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ครูที่สนุกกับการสอนคณิตศาสตร์ โดยให้ความสนใจต่อการมีส่วนร่วมและความกระตือรือร้นของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากจะมีส่วนโน้มน้าวให้นักเรียนชอบคณิตศาสตร์แล้ว ยังสามารถโน้มน้าวให้นักเรียนสนใจและใส่ใจในสิ่งที่เรียนรู้ด้วย เช่น ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ถ้าครูให้ความสำคัญกับทักษะในการคำนวณ นักเรียนก็จะมองเห็นว่าการคิดคำนวณเป็นสิ่งสำคัญมาก แต่ถ้าครูให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหที่สร้างสรรค์หรือวิธีการแก้ปัญหที่หลากหลาย ก็จะส่งผลให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการคิดที่หลากหลาย ยิ่งไปกว่านั้นถ้าครูแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่าการแก้ปัญหที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีการวิพากษ์วิจารณ์ความคิดนั้น เป็นการแก้ปัญหที่มีคุณค่าควรแก่การยกย่องแล้ว นักเรียนก็จะคิดว่าการวิพากษ์วิจารณ์แนวคิดเพื่อการแก้ปัญหานั้นสำคัญ การแสดงว่าอะไรเป็นสิ่งสำคัญและมีคุณค่าในแต่ละชั้นเรียนคณิตศาสตร์นั้น มีอิทธิพลอย่างมากไม่เพียงแต่กับสิ่งที่ได้เรียนรู้และวิธีการเรียนรู้ แต่ยังมีอิทธิพลต่อเจตคติของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์อีกด้วย

หลักการที่ 9 ประสบการณ์มีอิทธิพลต่อความวิตกกังวล

ความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ เป็นความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์อย่างมาก อาการเบื้องต้นของความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ เช่น การขาดความมั่นใจ ไม่ชอบคิดคำนวณ มีแรงจูงใจต่ำ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนต่ำ ความรู้สึกในทางลบทั้งหลายอาจมาจากความรู้สึกไม่ปลอดภัย กลัวความล้มเหลว กลัวการถูกลงโทษ กลัวความอับอาย หรือกลัวถูกตราหน้า นักเรียนบางคนที่มีความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ อาจดูได้จากการที่เป็นคนมีเจตคติในทางลบต่อคณิตศาสตร์หรือมีปฏิกิริยาโต้ตอบที่แสดงถึงความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์ มีงานวิจัยหลายงานแสดงว่านักเรียนในระดับประถมศึกษาส่วนใหญ่ มีความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์ แต่ความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์มีแนวโน้มที่จะเพิ่มสูงขึ้นเมื่อนักเรียนเลื่อนชั้นไปเรียนในระดับมัธยมศึกษา นักเรียนที่มีความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์มีแนวโน้มที่จะ

เลือกเรียนคณิตศาสตร์น้อยลงในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งได้ส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถไปเรียนในหลายๆวิชาชีพที่กำลังได้รับความนิยมในปัจจุบัน

วิธีการที่ครูจะช่วยให้นักเรียนขจัดหรือลดปัญหาความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ควรเน้นย้ำถึงความหมายและความเข้าใจมากกว่าการจดจำอย่างไม่เข้าใจ การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะต้องมีลักษณะของความสมเหตุสมผล นักเรียนที่พยายามจำคณณศาสตร์ที่เรียนโดยปราศจากความเข้าใจนั้น มีความเป็นไปได้ที่จะทำให้เกิดความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์
2. ควรแสดงหรือสาธิตยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแทนการสอนที่มุ่งใช้กลวิธี เพื่อให้ได้คำตอบหรือผลลัพธ์แต่อย่างเดียว การส่งเสริมนักเรียนให้เสนอคำแนะนำที่หลากหลาย ตลอดจนการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดลองตามความคิดแล้วดูว่าเกิดอะไรขึ้น จะช่วยให้นักเรียนตระหนักว่า ความผิดพลาดในยุทธศาสตร์หรือขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นเป็นเรื่องธรรมดา ครูควรเตือนให้นักเรียนระลึกว่าการทำตามกระบวนการของการแก้ปัญหานั้นจำเป็นต้องใช้เวลานั้น สำคัญมากกว่าผลลัพธ์หรือคำตอบ การให้ความสำคัญกับกระบวนการมากกว่าคำตอบ จะช่วยลดความวิตกกังวลของนักเรียนอันเนื่องมาจากการได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องได้
3. ควรจัดเตรียมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและท้าทาย และควรเป็นสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จและควรเป็นสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จ ซึ่งผลจากประสบการณ์ที่ได้ประสบความสำเร็จ ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น
4. ควรทำให้นักเรียนทุกคนได้รู้สึกซาบซึ้งในคุณค่า ประโยชน์ และความสำเร็จของคณิตศาสตร์ ครูต้องชี้ให้นักเรียนเห็นว่าทุกคนมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และควรหลีกเลี่ยงการแสดงความคาดหวังในการเรียนคณิตศาสตร์ว่าขึ้นอยู่กับ เชื้อชาติ ศาสนา เพศ หรือพื้นฐานทางครอบครัวของนักเรียน
5. ควรแสดงหรือเป็นผู้นำให้นักเรียนเห็นถึงความสนุกสนานในการเรียนรู้คณิตศาสตร์
6. ควรรักษาและแสดงออกถึงเจตคติในทางบวกของครูที่มีต่อคณิตศาสตร์ และที่มีต่อนักเรียน
7. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้บอกครูเกี่ยวกับความรู้สึกที่มีต่อคณิตศาสตร์ว่า อะไรคือสิ่งที่นักเรียนชอบ ทำไมนักเรียนจึงชอบสิ่งเหล่านั้น การสะท้อน

ความคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง ซึ่งการวินิจฉัยเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเล่ามา สามารถช่วยให้ครูทราบถึงความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

8. ควรระมัดระวังในการเน้นย้ำเกี่ยวกับอัตราเร็วในการทำแบบทดสอบหรือแบบฝึกหัดในห้องเรียน ต้องไม่ทำงานมากเกินไป นักเรียนบางคนอาจชอบความท้าทายจากการแข่งขัน แต่บางคนอาจไม่รู้สึกรู้สึกับกับความกดดันในเรื่องเวลาการแข่งขันในเรื่องเวลาอาจนำนักเรียนไปสู่ความวิตกกังวลและความกลัวในคณิตศาสตร์ได้

9. ควรศึกษาและเรียนรู้การใช้เทคนิคในการวินิจฉัยในการชี้ตัวนักเรียนที่มีปัญหาหรือต้องการความช่วยเหลือจากครู ซึ่งจะสามารถทำให้ครูช่วยเหลือนักเรียนให้กลับมาเรียน ทันเพื่อน ๆ ได้ในเวลาอันสั้น

หลักการที่ 10 ความถนัดตามธรรมชาติของแต่ละเพศนั้นมีความเท่าเทียมกัน

ความหลากหลายซับซ้อนของแรงผลักดันในสังคมที่ส่งผลให้เกิดความไม่เท่าเทียมกันทางเพศนั้น สัมพันธ์กับการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น พ่อแม่ของนักเรียนอาจแสดงความคาดหวังในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่มีต่อลูกชายและลูกสาวแตกต่างกัน ครูอาจปฏิบัติต่อเด็กชายและเด็กหญิงในชั้นเรียนแตกต่างกัน เช่น ครูอาจเรียกถามคำถามนักเรียนชายบ่อยครั้งกว่านักเรียนหญิง ในการตอบคำถามได้ถูกต้องครูอาจชมนักเรียนหญิงน้อยกว่านักเรียนชาย และครูมีความใส่ใจในการให้กำลังใจนักเรียนหญิงที่ตอบคำถาม ไม่ถูกต้องน้อยกว่า นอกจากนี้ครูยังมีแนวโน้มที่จะมองว่าความผิดพลาดของนักเรียนชายว่าเกิดจากการขาดความสนใจ ในขณะที่ครูกลับมองว่าความผิดพลาดของนักเรียนหญิงเกิดขึ้นจากตัวนักเรียนเอง สิ่งเหล่านี้ อาจทำให้นักเรียนหญิงคิดว่าตัวเองไม่มีความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ซึ่งอาจส่งผลต่อการเรียนรู้ได้

หลักการที่ 11 ความทรงจำสามารถทำให้ดีขึ้นได้

ความทรงจำเป็นลักษณะหนึ่งที่สำคัญของการเรียนรู้ เช่น ถ้านักเรียนสามารถบอกเวลาจากนาฬิกาในห้องเรียนได้แต่ไม่สามารถบอกเวลาจากนาฬิกาที่บ้านได้ สิ่งนี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีปัญหาทางด้านความทรงจำ ความทรงจำสะท้อนให้เห็นถึงความทนในการเก็บความรู้ไว้ การรักษาทักษะที่ได้รับการฝึกฝนหรือพฤติกรรมในการแก้ปัญหาที่มักใช้บ่อยๆ ให้ได้นาน การลืมเป็นปัญหาในการเรียนทุกวิชา แต่เมื่อเรียนรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์มากขึ้น ความสำคัญของปัญหาการลืมนั้นก็จะเพิ่มขึ้นตาม ไปด้วยการลืมเกิดขึ้นได้ในทุกช่วงเวลาหรืออาจเกิดในช่วงเวลาใดช่วงเวลานึง

การทำให้ความทรงจำดีขึ้น มีข้อเสนอแนะที่ได้จากงานวิจัยต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การเรียนรู้ที่มีความหมายเป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการที่จะช่วยต้านความทรงจำ ในทุกขั้นตอนของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ ทักษะ และการแก้ปัญหาจะมีการพัฒนาขึ้นอย่างมีความหมาย การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจจะส่งผลทำให้เกิดความทรงจำที่ยาวนานขึ้น

2. บริบทของมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ ส่งผลให้เกิดการเชื่อมโยงที่เป็นประโยชน์ ต่อความทรงจำระยะยาว เช่น การสำรวจศึกษาเกี่ยวกับเส้นรอบรูปหรือเส้นรอบวงของวงกลม อาจทำได้ด้วยการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบรูปของวงกลมหลาย ๆ วง การลงมือปฏิบัติที่ได้วัดเกี่ยวกับวงกลมได้บันทึกข้อมูลและสังเกตแบบรูปที่ได้ ทำให้เกิดความเชื่อมโยงไปสู่การจดจำว่าอัตราส่วนของความยาวของเส้นรอบวงต่อความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนั้นคงที่

3. การสร้างความเชื่อมโยงช่วยทำให้เกิดความทรงจำระยะยาว การเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนมองเห็นว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นสัมพันธ์กันและเกี่ยวข้องกับโลกแห่งความจริงอย่างไร หัวข้อต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไม่ควรนำไปสอนเดี่ยว ๆ เหมือนกับเป็นหัวข้อที่ไม่เกี่ยวข้องกัน ในทางตรงกันข้าม แต่ละหัวข้อคณิตศาสตร์ควรสอนเชื่อมโยงและบูรณาการกับสาระในหัวข้ออื่น ๆ ตามที่ควรจะเป็น และสอนสาระที่พัฒนาควบคู่ไปกับการแก้ปัญหาและการใช้ประโยชน์ต่าง ๆ ภายใต้บริบทที่มีความหมาย

4. การทบทวนความคิดสำคัญ ๆ เป็นระยะ ๆ ช่วยตอกย้ำความรู้และสามารถส่งผลทำให้เกิดความทรงจำในความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างมากในเด็กทุกช่วงวัย การทบทวนนี้จะช่วยขัดเกลาและเสริมให้ความรู้ที่มีนั้นชัดเจนอยู่เสมอ และยังส่งผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ในขั้นสูงต่อไป ตลอดจนส่งเสริมความทรงจำให้ดีขึ้น

ดังนั้น ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

1. ครูควรสร้างเจตคติที่ดีให้เกิดกับผู้เรียนและให้ผู้เรียนได้ตระหนักและเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
2. ครูควรตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนเรียนเนื้อหาใหม่เสมอ
3. ครูควรสำรวจความพร้อมของสื่อ วัสดุอุปกรณ์ เอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ก่อนการจัดการเรียนรู้

4. ครูควรจัดกิจกรรมส่งเสริมการคิดโดยใช้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน เปิดโอกาสให้นักเรียน ได้ปฏิบัติ และสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง
5. ครูควรเน้นการมีส่วนร่วมในกิจกรรมทั้งรายบุคคลกลุ่มย่อย และทั้งชั้นเรียน
6. ครูควรจัดเรียงลำดับของเนื้อหาจากง่ายไปหายาก
7. ครูควรใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม หรือของจริง สามารถจับต้องได้เพื่อนำไปสู่ความเป็นนามธรรมหรือสัญลักษณ์ และมีความเหมาะสมกับมโนทัศน์ในแต่ละเรื่องเรียนรู้
8. ครูควรใช้เพลงหรือเกมประกอบการจัดการเรียนรู้
9. ครูควรสร้างแรงจูงใจและการเสริมแรงให้กับผู้เรียน
10. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เชื่อมโยงเนื้อหา กับชีวิตประจำวัน
11. ครูควรสอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม หรือคุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการจัดการเรียนรู้

ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน

มีนักการศึกษา หน่วยงาน ได้กล่าวถึงความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน มีรายละเอียดต่อไปนี้

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2535 : 157-158) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วน มีประเด็นที่ควรคำนึงถึงดังนี้

1. ควรเน้นให้นักเรียนเข้าใจว่าตัวส่วนของเศษส่วนต้องแสดงจำนวนของการแบ่งส่วนทั้งหมดออกเป็นส่วนย่อยที่เท่ากัน ถ้าแบ่งไม่เท่ากันจะเขียนในรูปเศษส่วนไม่ได้
2. สื่อการเรียนการสอนสำเร็จรูปหรือที่ครูผลิตขึ้นเอง เช่น รูปเรขาคณิตที่สามารถแบ่งออกเป็นส่วนที่เท่ากันทุกประการได้ แต่สื่อการสอนประเภทของจริง เช่น ผลไม้ ควรพยายามหาผลไม้ที่มีรูปร่างและขนาดใกล้เคียงกันที่สุด และอธิบายให้นักเรียนเข้าใจการใช้เศษส่วนในชีวิตประจำวันเป็นการประมาณเท่านั้น
3. การฝึกให้นักเรียนเขียนจำนวนนับในรูปของเศษส่วน และการเขียนเศษส่วนในรูปของจำนวนนับ ช่วยทำให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนนับและเศษส่วนได้
4. การจัดการเรียนการสอนการบวก ลบ และคูณเศษส่วน นักเรียนพอจะหาข้อสรุปเป็นขั้นตอนวิธีการคำนวณจากการสังเกตภาพได้ ส่วนการหารเศษส่วนนั้น ครูควร

แสดงวิธีการคำนวณที่หลากหลายแล้วนำผลหารที่ได้ไปเปรียบเทียบกับวิธีการอื่นๆที่ได้ผลหารเท่ากัน เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปการหารเศษส่วนได้

5. ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วน ควรเลือกจำนวนที่ง่ายและสามารถแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้

บุญทัน อยู่บุญชม (2529 : 166) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วน พอสรุปได้ดังนี้

1. ควรสอดแทรกการใช้เศษส่วนในชีวิตประจำวัน เช่น การใช้คำว่าครึ่งหนึ่งของทั้งหมด หนึ่งในสามของทั้งหมด เป็นต้น
2. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ของจริงแสดงการแบ่งให้เห็น โดยเน้นย้ำการแบ่งออกเป็นส่วนที่เท่า ๆ กัน

อัมพร ม้าคอง (2547 : 118-124) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ว่าควรพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากจะทำให้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่แตกต่างจากการจดจำขั้นตอนวิธีมาใช้ เพราะความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนมีความสำคัญในการทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เป็นพื้นฐานในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้และเอื้อให้เกิดการเรียนรู้สิ่งใหม่ต่อไป อย่างไรก็ตามควรประเมินความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนวางแผนพัฒนาความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาใหม่ หากพบว่านักเรียนไม่มีความเข้าใจหรือมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในเรื่องใด ควรปรับปรุงความรู้ความเข้าใจเสียก่อน

ชาติรี เมืองนาโพธิ์ (1957 : 1-3) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์พื้นฐานและการอ่านเขียนสัญลักษณ์ของเศษส่วน ของนักเรียนเกรด และ 4 ใน โรงเรียนประเทศสหรัฐอเมริกา โดยทดลองจัดการเรียนการสอน โดยเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานเรื่องเศษส่วนกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 15 คน เปรียบเทียบกับการจัดการเรียนการสอนแบบปกติโดยครูประจำชั้น ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบระหว่างกลุ่มที่จัดการเรียนการสอน โดยผู้วิจัยและครูประจำชั้นไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานเรื่องเศษส่วนมีผลต่อความจำและถ่ายโยงการเรียนรู้ในระดับที่สูงกว่าการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของการจัดการเรียนการสอน โดยเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานเรื่อง

เศษส่วน และเมื่อนำคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบโดยใช้ข้อสอบมาตรฐานของ NLSMA (The National Longitudinal Study of Mathematics Abilities) ของนักเรียนที่เรียน โดยเน้นให้มีความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานเรื่องเศษส่วน ไปเปรียบเทียบกับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนเกรด 7 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มแรกสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มหลังอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนการสอน โดยเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานเรื่อง เศษส่วน มีความเหมาะสมกว่าการจัดการเรียนการสอนแบบอื่น

Ellebruch and Payne. (1978 : 131) กล่าวถึง ลำดับขั้นของการพัฒนาความเข้าใจในความหมาย การใช้คำอ่าน และสัญลักษณ์ของเศษส่วน มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การใช้วัตถุหรือสิ่งที่เป็นรูปธรรมในการอธิบาย โดยให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแบ่งวัตถุหรือสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้นออกเป็นส่วนที่เท่า ๆ กัน
2. ทำให้นักเรียนรู้จักการใช้คำแสดงส่วนที่แบ่งออกอย่างเท่า ๆ กันนั้นอย่างหลากหลาย
3. วาดแผนภาพแทนวัตถุหรือสิ่งที่เป็นรูปธรรมและเชื่อมโยงการใช้คำอ่านแสดงส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กันลงในแผนภาพ
4. ใช้สัญลักษณ์ของเศษส่วนที่กล่าวถึงของส่วนทั้งหมดที่ถูกแบ่งออกอย่างเท่า ๆ กันนั้นทั้งในสิ่งที่เป็นรูปธรรมและแผนภาพ

Duquette. (1972 : 274) Larson. (1966 : 236) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วน ควรควรตระหนักถึงประสบการณ์ของนักเรียน และควรยกตัวอย่างจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมหรือประสบการณ์จริงก่อน และให้คงไว้จนกระทั่งนักเรียนสามารถเข้าใจสัญลักษณ์ และควรเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมหรือของจริงไปสู่การมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรมด้วยความสามารถของนักเรียนเอง

Sobel and Maletsky. (1999 : 93) กล่าวว่า การใช้แบบจำลองซึ่งเป็นรูปเรขาคณิตในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน ไว้ดังนี้

1. ในการบวกเศษส่วน ควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนพับแถบกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน พับแถบกระดาษอีกชิ้นหนึ่งที่มีขนาดเดียวกันแต่พับให้ได้ 6 ส่วนเท่า ๆ กัน และพับแถบกระดาษอีกชิ้นหนึ่งที่มีขนาดเดียวกันแต่พับให้ได้ 2 ส่วนเท่า ๆ กัน

2. ในการคูณเศษส่วน ควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนพับแถบกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยพับด้านยาวออกเป็น 3 ส่วน และพับครึ่งด้านกว้าง เพื่อแสดงว่าแต่ละส่วนย่อยของส่วนทั้งหมดที่ถูกแบ่งออกเท่า ๆ กัน สามารถแทนด้วย $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ นั่นคือ $\frac{1}{6}$

นอกจากนี้แล้วคณะกรรมการกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดมาตรฐานที่สำคัญประการหนึ่ง ได้แก่ การมีความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) เกี่ยวกับจำนวนนับ เศษส่วน และทศนิยม แสดงให้เห็นว่าในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน ครูควรมีการพัฒนาให้นักเรียนในด้านความรู้สึกเชิงจำนวน (สสวท. 2545 : 8)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 ข : 1-2) ได้ให้ความหมายของความรู้สึกเชิงจำนวนว่า เป็นการหยั่งรู้เกี่ยวกับจำนวนในเชิงของขนาด การดำเนินการของจำนวน การประมาณค่า รวมทั้งองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะสามารถนำความรู้สึกเรื่องจำนวนไปใช้อย่างถูกต้องและเหมาะสม ความสามารถที่เป็นตัวบ่งชี้ว่านักเรียนมีความรู้สึกเชิงจำนวนหรือไม่ จะเกี่ยวข้องกับความสามารถต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. ความสามารถในการคิดในใจ
2. ความสามารถในการประมาณค่า
3. ความสามารถในการใช้เกณฑ์อ้างอิง
4. ความสามารถในการเชื่อมโยงองค์ความรู้เดิมและความรู้ใหม่
5. ความสามารถในการตัดสินใจเกี่ยวกับขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน
6. ความสามารถในการนำจำนวนเชิงอันดับและจำนวนเชิงการนับไปใช้
7. ความสามารถในการแก้ปัญหาและสถานการณ์ต่าง ๆ

การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นพัฒนานักเรียนให้มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะมีส่วนช่วยปรับปรุงให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น และเชื่อว่านักเรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะมีความสามารถในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการคิดในใจ การประมาณค่า การเลือกใช้จำนวนเชิงขนาดได้อย่างเหมาะสม และช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนเป็นนักคิดคำนวณที่ดี การจัดกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการของจำนวนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนหาคำตอบด้วยตนเอง และสนับสนุนให้นักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ตลอดจนอธิบายวิธีคิดและบอกเหตุผลในการคิดจะมีส่วนช่วยในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนได้

เอมอร์ สิทธิรักษ์ (2546 : 4-6 ; 83-84) ได้ทำการวิจัยการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนมี 5 ด้าน ได้แก่ 1. ความเข้าใจในความหมายของจำนวน 2. การใช้ตัวอ้างอิง 3. การคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น 4. การประมาณค่า และ 5. การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ครูควรแทรกการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนในการจัดการเรียนการสอนเสมอ

ในด้านความเข้าใจในความหมายของจำนวน นักเรียนสามารถบอกความหมายของจำนวนที่กล่าวถึงได้ตามประสบการณ์ของตนเอง สามารถเขียนจำนวนที่มีขนาดเท่ากันได้หลายรูปแบบ สามารถเปรียบเทียบจำนวน และเรียงลำดับจำนวน สามารถบอกจำนวนที่อยู่ระหว่างสองจำนวนใด ๆ และสามารถบอกได้ว่าจำนวนใดมีค่าใกล้กับจำนวนที่กำหนดให้มากกว่ากัน ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูควรส่งเสริมให้นักเรียนสามารถบอกความหมายของจำนวนในแง่มุมต่าง ๆ ได้ตามประสบการณ์ เช่นการบอกความหมายของ $\frac{1}{2}$ ตามประสบการณ์ของตนเอง

ในด้านความสามารถในการใช้ตัวอ้างอิง นักเรียนสามารถใช้ตัวอ้างอิงในการเปรียบเทียบจำนวน สามารถใช้ตัวอ้างอิงในการประมาณค่า และสามารถใช้ตัวอ้างอิงในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนควรให้ความสำคัญและเน้นให้นักเรียนมีทักษะในการใช้ตัวอ้างอิง เช่น ในการเปรียบเทียบเศษส่วน โดยใช้ $\frac{1}{2}$ เป็นตัวอ้างอิง นักเรียนบอกได้ว่า $\frac{7}{9}$ มีค่ามากกว่า $\frac{3}{7}$ เพราะ $\frac{7}{9}$ มีค่ามากกว่า $\frac{1}{2}$ แต่ $\frac{3}{7}$ มีค่าน้อยกว่า $\frac{1}{2}$ หรือในการบวกเศษส่วนนักเรียนสามารถบอกได้ว่า $\frac{7}{9} + \frac{4}{7}$ มีค่ามากกว่า 1 เพราะทั้งคู่มีค่ามากกว่า $\frac{1}{2}$ หรือการใช้ตัวอ้างอิงในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ เช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่าคำตอบของ $\frac{6}{7} - \frac{1}{2} = \frac{5}{5} = 1$ เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง และไม่มีควมสมเหตุสมผลเพราะว่า $\frac{6}{7}$ มีค่าไม่ถึง 1

ในด้านความสามารถในการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น นักเรียนสามารถใช้กลวิธีการคิดคำนวณภายในใจอย่างรวดเร็วด้วยการใช้หัวใจอย่างเดียวเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องด้วยการใช้กลวิธีการคิดคำนวณอย่างยืดหยุ่น โดยปราศจากการใช้กระดาษ ดินสอ เทคโนโลยี หรือเครื่องมืออื่นใดมาช่วยในการคิดคำนวณ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนครู

ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายวิธีคิดของตนเองหลังจากที่หาคำตอบได้แล้ว และให้แลกเปลี่ยนวิธีคิดซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนได้วิธีการคิดที่ยืดหยุ่นเพิ่มขึ้นและสามารถเลือกวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการนำไปใช้

ในด้านความสามารถประมาณค่า นักเรียนมีความสามารถในการหาคำตอบโดยประมาณอย่างรวดเร็วและยืดหยุ่นซึ่งมีค่าใกล้เคียงพอที่จะยอมรับได้ตามสถานการณ์นั้นๆ โดยไม่จำเป็นต้องได้คำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูควรให้ความสำคัญกับการส่งเสริมให้นักเรียนใช้การประมาณค่าอย่างสม่ำเสมอ เช่นนักเรียนสามารถบอกได้ว่า $\frac{3}{5} \times 116$ มีค่าประมาณ $\frac{1}{2} \times 116$ ซึ่งเท่ากับครึ่งหนึ่งของ 116

ในด้านความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักเรียนมีความสามารถในการนำความรู้ หรือแนวคิดต่าง ๆ เกี่ยวกับจำนวนมาอธิบายหรือแสดงได้ว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูควรส่งเสริมให้นักเรียนพิจารณาคำตอบที่ได้ทุกครั้งว่ามีโอกาสเป็นไปได้หรือไม่ หรืออาจให้เพื่อนคนอื่นๆ ช่วยกันพิจารณา ที่สำคัญนักเรียนควรบอกได้ว่าเป็นไปได้หรือไม่ด้วยเหตุผลอย่างไร เช่นนักเรียนบอกได้ว่า $\frac{5}{9} + \frac{5}{7} = \frac{10}{16}$ เป็นไปไม่ได้ เพราะว่าทั้ง $\frac{5}{9}$ และ $\frac{5}{7}$ มีค่ามากกว่า $\frac{1}{2}$ เพราะฉะนั้นผลบวกต้องมากกว่า 1

ดังนั้น ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน เป็นดังนี้

1. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการพัฒนาให้ผู้เรียนเข้าใจในความหมายของเศษส่วนในแง่มุมต่าง ๆ เช่น ส่วนหนึ่งของทั้งหมด สิ่งของหนึ่งกลุ่มจากสิ่งของทั้งหมดในกลุ่มนั้น และในแง่ของผลที่ได้จากการหาร
2. ครูควรจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนเข้าใจโมโนทัศน์เรื่องเศษส่วน หน่วย และการแบ่งส่วนที่เท่ากันในแต่ละหน่วยมีความหมายอย่างไร
3. ครูควรให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์หรือโครงสร้างระหว่างจำนวนนับกับเศษส่วน ฝึกฝนให้ผู้เรียนเขียนจำนวนนับในรูปของเศษส่วน และการเขียนเศษส่วนในรูปของจำนวนนับ
4. ครูควรสอดแทรกการใช้เศษส่วนในชีวิตประจำวันให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นและเข้าใจได้ง่าย เช่น การใช้คำว่าครึ่งหนึ่งของทั้งหมด หนึ่งในสามของทั้งหมด เป็นต้น

5. ครูควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มาแก้ปัญหา นอกจากการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการจดจำขั้นตอนวิธี เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เรื่องเศษส่วนอย่างมีความหมาย

6. ครูควรจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ใช้สื่อสัมผัส รูปภาพ และตัวแทนของจริง หรือแบบจำลองซึ่งเป็นรูปเรขาคณิต เช่น วงกลมเศษส่วน กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส สำหรับใช้ในการพับ การระบายสี หรือแรเงาเพื่อนำไปสู่มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

7. ครูควรจัดการเรียนรู้ควรพัฒนาผู้เรียนในด้านความรู้สึกเชิงจำนวน ได้แก่ ความเข้าใจในความหมาย ความสามารถในการใช้ตัวอ้างอิง ความสามารถในการคิดคำนวณในใจ ความสามารถในการประมาณค่า และความสามารถในการพิจารณาความสัมพันธ์สมเหตุสมผล

ความรู้ในหลักสูตร

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพนั้น ครูจะมีความรู้ในหลักสูตร ได้แก่ การวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สื่อการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การวิเคราะห์หลักสูตร

การวิเคราะห์หลักสูตรเป็นกรอบหรือโครงสร้างในการจัดการเรียนรู้ได้ครอบคลุมตามหลักสูตร ช่วยให้ครูรู้รายละเอียดของเนื้อหาและพฤติกรรมที่ควรปลูกฝัง ผู้เรียนรู้ว่าเนื้อหาหนึ่ง ๆ ควรปลูกฝังพฤติกรรมใดบ้าง และปลูกฝังมากน้อยเพียงใด การกำหนดชั่วโมงการสอนทำได้เป็นสัดส่วนเหมาะสมในแต่ละเนื้อหานั้น ๆ นอกจากนั้น ช่วยให้ครูได้ออกข้อสอบครอบคลุมเนื้อหาและพฤติกรรมตามที่ต้องการเป็นเครื่องช่วยบังคับทิศทางการออกข้อสอบว่าจะออกเนื้อหาใดตามพฤติกรรมใด จำนวนกี่ข้อ และสามารถใช้ตรวจสอบความบกพร่องของเด็กเมื่อทำผิดได้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551 : 1-7) มีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาและวิเคราะห์เกี่ยวกับ วิสัยทัศน์ หลักการ จุดมุ่งหมาย สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษา และหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2551

2. ศึกษาและความสัมพันธ์ระหว่างสาระหลัก มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อแยกแยะว่าอะไรคือเนื้อหา และอะไรคือทักษะกระบวนการที่กำหนดไว้เป็นเป้าหมายการเรียนรู้การจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ใน มาตรฐานการเรียนรู้ อาศัยการวิเคราะห์จากคำสำคัญ (Key Words) ที่ปรากฏในตัวชี้วัดที่กำหนดไว้แล้ว จากระดับชาติในหลักสูตรแกนกลาง (หรืออาจดูจากแนวทางการพัฒนาสาระหลักสูตรระดับเขตพื้นที่ก็ได้เช่นกัน) เพื่อจัดทำคำอธิบายรายวิชา โครงสร้างรายวิชา

สรุปได้ว่าในการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ครูจะต้องมีความรู้ในการวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อเป็นกรอบหรือโครงสร้างในการจัดการเรียนรู้ของครูได้ครอบคลุมตามเป้าหมายหลักสูตร โดยการวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด จัดกลุ่มมาตรฐานและตัวชี้วัดที่มีเนื้อหาสอดคล้องกัน เพื่อนำไปเป็นข้อมูลพื้นฐานในการออกแบบและวางแผนการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับผู้เรียนและที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

กระทรวงศึกษาธิการ (2551 : 52) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนการออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ดังนี้

1. ทำความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในคำอธิบายรายวิชา โดยทำความเข้าใจกับ มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นและขอบข่ายเนื้อหาสาระที่ระบุไว้ในคำอธิบายรายวิชา แล้ว วิเคราะห์ว่าอะไรคือเป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้ ที่ต้องการให้ผู้เรียนรู้และปฏิบัติได้จริงตาม มาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนด

2. กำหนดภาระงาน ผลงานรวบยอดประจำรายวิชา พร้อมเกณฑ์การ ประเมิน เพื่อเป็นหลักฐาน ร่องรอยการปฏิบัติงานของผู้เรียน สำหรับยืนยันผลการเรียนรู้รวบ ยอด ตามเป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้

3. กำหนดหน่วยการเรียนรู้รายวิชา จะต้องพิจารณาว่าการที่ผู้เรียนจะ สามารถปฏิบัติภาระงาน และผลงานรวบยอดตามที่ระบุไว้นั้น ผู้เรียนจะต้องมีองค์ความรู้และ ทักษะ และกระบวนการใดบ้าง จึงจะเพียงพอต่อการปฏิบัติภาระงานดังกล่าว

4. ออกแบบหน่วยการเรียนรู้

4.1 สาระการเรียนรู้ ซึ่งการวิเคราะห์สาระการเรียนรู้จะต้องมาจาก ตัวชี้วัดมาตรฐานในสาระแกนกลาง และจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องกับผู้เรียน ชุมชน ท้องถิ่น ปฏิบัติได้จริง ทันสมัย ได้ความรู้ กระบวนการ เจตคติ เหมาะสมกับระดับของผู้เรียน น่าสนใจ เรียนรู้ได้ง่าย สะดวกต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4.2 การบูรณาการกับกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่นๆ

4.3 ในการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ต้องวางแผนให้ดี มีขั้นตอน บอกให้รู้ว่าจะทำอะไรก่อนหลัง ให้ผู้เรียนมีกิจกรรมการเรียนรู้อย่างไรบ้าง เช่น เลือกรูปแบบการนำเสนอเข้าสู่บทเรียนให้เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ และระดับของผู้เรียน เลือกรูปแบบให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเป็นทีมตามขั้นตอนที่ครูวางแผนไว้ได้จริง สอดคล้องกับเวลาที่ใช้ในการเรียนการจัดการเรียนรู้ สอดคล้องกับชีวิตประจำวันและชีวิตจริง คำนึงถึงทักษะของผู้เรียนในการเอาตัวรอดจากสิ่งชั่วร้ายในชีวิตประจำวัน

4.4 สื่อ และแหล่งการเรียนรู้ ครูควรจะคัดเลือกสื่อและแหล่งเรียนรู้ที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และมีอย่างหลากหลาย ซึ่งสื่อครูอาจจะคิดสร้างขึ้นมาจากอาจจะให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสร้างสื่อ หรือถ้าเป็นเนื้อหาสาระครูต้องอธิบายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด และสามารถสร้างองค์ความรู้ให้ได้

4.5 การวัดผลประเมินผล ต้องวัดผลประเมินผลในหลายๆวิธี ผสมผสานกัน รูปแบบที่น่าสนใจและเป็นที่ยอมรับอย่างแพร่หลาย ก็คือ การวัดผลและประเมินผลตามสภาพจริง เพราะเป็นการเสริมสร้างศักยภาพของผู้เรียน มุ่งให้ผู้เรียนมีความสามารถในการประยุกต์องค์ความรู้ที่ได้ในห้องเรียนไปใช้จริง ๆ ในการดำรงชีวิตของผู้เรียน

4.6 บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ ครูควรบันทึกตามความเป็นจริงที่เกิดขึ้นในการนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้

สรุปได้ว่า การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญนั้น ครูจะต้องมีการออกแบบอย่างเป็นระบบและเป็นขั้นตอน เป็นไปตามแผน มีการสังเกต บันทึกพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละคน หรือแต่ละกลุ่ม ทั้งนี้เพื่อสามารถปรับกิจกรรมให้มีความเหมาะสม

แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการสอนปัจจุบันเรียกว่า แผนการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากคำว่าแผนการสอนนั้นทำให้ครูเข้าใจคลาดเคลื่อนส่งผลทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยครูป้อนความรู้ให้กับนักเรียนฝ่ายเดียว ทำให้นักเรียนขาดทักษะหลาย ๆ ด้าน เช่น ทักษะด้านการคิด วิเคราะห์ ด้านการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง เป็นต้น ปัจจุบันการจัดการเรียนการสอนเปลี่ยนจากครู คือ ผู้สอนมาเป็นครู คือ ผู้อำนวยการในการจัดการเรียนรู้ของนักเรียน เปลี่ยนการ

จัดการเรียนการสอนมาเป็นกระบวนการพัฒนาผู้เรียน โดยเน้นให้นักเรียนมีทักษะในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นจากคำว่า แผนการสอน จึงเปลี่ยนมาเรียนแผนการจัดการเรียนรู้ แต่ก็ยังมีนักวิชาการหลายท่านยังใช้คำว่า แผนการสอนอยู่ ดังนั้นคำว่าแผนการสอนกับแผนการจัดการเรียนรู้จึงหมายถึง เรื่องเดียวกัน ซึ่งกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2545 : 93) ได้กำหนดว่า แผนการจัดการเรียนรู้ ก็คือ แผนการสอนนั่นเอง แต่เป็นแผนที่เน้นให้นักเรียน ได้พัฒนาการเรียนของตนเองด้วยกิจกรรมที่หลากหลาย มีครูคอยแนะนำ หรือจัดแนวทางการเรียนรู้แก่นักเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนรู้จักคิด รู้จัก ศึกษา ค้นคว้า วิเคราะห์ วิจัย วัสดุ และสังเคราะห์เป็นความรู้ของตนเอง นักเรียนจะอ่านหนังสือ จดบันทึก และควรจะได้เรียนรู้จากแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลาย เรียนรู้จากครู วิทยากรท้องถิ่น จากสถานที่จริง ในชุมชน จากสื่อ อิเล็กทรอนิกส์ ซีดีรอม วีดิทัศน์ ซึ่งเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เป็นต้น

ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2543 : 1) ได้ให้ความหมายว่า แผนการสอน คือ แผนการหรือ โครงการที่จัดทำเป็นลายลักษณ์อักษรเพื่อใช้ในการปฏิบัติการสอนวิชาใดวิชาหนึ่งเป็นการเตรียมการสอนอย่างมีระบบ และเป็นเครื่องมือช่วยให้ครูพัฒนาการจัดการเรียนการสอนไปสู่จุดประสงค์การเรียนรู้ และจุดหมายของหลักสูตร ได้อย่างมีประสิทธิภาพ แผนการสอนคือแผนงานหรือโครงการที่จัดทำไว้ล่วงหน้าอย่างมีระบบตามลำดับขั้นตอนมีการวางแผน มีการเตรียมตัวผู้สอนเตรียมเนื้อหา กิจกรรม สื่อ และ การวัดผล ประเมินผล และเขียนไว้เป็นลายลักษณ์อักษร สำหรับใช้สอนในวิชาใดวิชาหนึ่ง เพื่อนำไปใช้ทำการสอนและช่วยให้ครูได้พัฒนาการเรียนการสอน ไปสู่จุดประสงค์การเรียนรู้และสู่เป้าหมายของหลักสูตร ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

มลิวลัย บุปผา (2550 : 21) สรุปได้ว่า แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง ลำดับขั้นตอนของการเตรียมการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างเป็นรูปธรรมของการแปลงหลักสูตรสู่กระบวนการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนที่ผู้สอนเตรียมการไว้ล่วงหน้าอย่างเป็นระบบและเป็นลายลักษณ์อักษร ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน สภาพของผู้เรียนและความพร้อมของ โรงเรียนและตรงกับชีวิตจริงในท้องถิ่น ซึ่งแผนการเรียนรู้อมีส่วน

สรุปได้ว่า แผนการจัดการเรียนรู้เป็นเอกสารทางวิชาการที่ครูผู้สอนได้ ดำเนินการจัดการเรียนรู้ไว้ล่วงหน้าอย่างเป็นระบบ เพื่อนำไปจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนให้มี

คุณภาพ และการเรียนรู้เป็นไปตามจุดประสงค์ หรือผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรกำหนด

ความสำคัญและประโยชน์ของแผนการจัดการเรียนรู้

วัฒนาพร ระบุว่า (2543 : 2) ได้กล่าวว่า การจัดแผนการเรียนรู้จะก่อให้เกิดประโยชน์ดังนี้

1. ก่อให้เกิดการวางแผนและการเตรียมตัวล่วงหน้า เป็นการนำเทคนิควิธีการสอนการเรียนรู้สื่อเทคโนโลยี และจิตวิทยาการเรียนการสอนมาผสมผสานกัน ประยุกต์ให้เหมาะสมกับสภาพแวดล้อมต่าง ๆ
2. ส่งเสริมให้ครูผู้สอนค้นคว้าหาความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร เทคนิคการเรียนการสอน การเลือกใช้สื่อ การวัดผลประเมินผล
3. เป็นคู่มือการสอนสำหรับครูผู้สอนที่สอนแทน นำไปใช้ปฏิบัติการสอนอย่างมั่นใจเป็นหลักฐานแสดงข้อมูลด้านการเรียนการสอน และการวัดผลประเมินผลที่จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนต่อไป
4. เป็นหลักฐานแสดงความเชี่ยวชาญของผู้สอน สามารถนำไปเป็นผลงานทางวิชาการได้

นงนิต บุญประสิทธิ์ (2545 : 113) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนเป็นการเตรียมการสอนอย่างมีแบบแผนก่อนดำเนินการสอนย่อมทำให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากกว่าที่ไม่มีการเตรียมการล่วงหน้าทำให้ผู้สอน ผู้บริหาร และผู้นิเทศได้ทำหน้าที่ของตนเองให้เกิดการพัฒนาการเรียนการสอน และส่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้ผลที่น่าพอใจ

ดังนั้น แผนการจัดการเรียนรู้ทำให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ ผลการเรียนมีคุณภาพ เพราะการทำแผนการจัดการเรียนรู้นั้นครูผู้สอนได้เตรียมการล่วงหน้าด้วยตนเอง จึงมีแผนการจัดการเรียนรู้ ที่เหมาะสมกับวัยและความสนใจของนักเรียน การเตรียมตัวล่วงหน้าโดยการจัดทำแผนการเรียนรู้ทำให้ครูมีความมั่นใจในการสอน ผู้บริหารมีแนวทางในการนิเทศการจัดการเรียนการสอน และแผนการจัดการเรียนรู้ยังเป็นผลงานทางวิชาการที่น่าเชื่อถือได้

องค์ประกอบและขั้นตอนการทำแผนจัดการเรียนรู้

การเขียนแผนจัดการเรียนรู้ เป็นงานสำคัญอย่างยิ่ง ของครูผู้สอน การเตรียมการสอนที่สมบูรณ์ จะช่วยให้การจัดการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์หรือผลการเรียนรู้ที่คาดหวังผู้รายงานได้ศึกษาขั้นตอนการทำแผนการจัดการเรียนรู้ดังนี้

ขั้นตอนการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้

วัฒนาพร ระบุว่าทุกซ์ (2543 : 83 - 136) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้

เป็นการกำหนดสิ่งที่ต้องการให้ผู้เรียนมีหรือบรรลุ ซึ่งมีทั้งความรู้ ทักษะ และเจตคติ จุดประสงค์การเรียนรู้จะได้อาจมาจากจุดหมายของหลักสูตร จุดประสงค์ของวิชาหรือกลุ่มประสบการณ์และจุดประสงค์ในคำอธิบายรายวิชา การเขียนจุดประสงค์การเรียนรู้จะต้องเขียนให้ครอบคลุม พฤติกรรมทั้ง 3 ด้าน และเขียนในเชิงพฤติกรรม จุดประสงค์สามารถจำแนกได้ 3 ด้าน ดังนี้

1. พุทธิพิสัย (Cognitive) คือ จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เน้นความสามารถทางสมอง หรือความรอบรู้ในเนื้อหาวิชาหรือในทฤษฎี
2. ทักษะ (Skill) คือ จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เน้นการปฏิบัติที่ต้องลงมือทำ
3. จิตพิสัย (Affective) คือ จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เน้นคุณธรรม เจตคติ หรือความรู้สึกในจิตใจ

จุดประสงค์การเรียนรู้ แบ่งเป็น 2 ระดับ คือ

1. จุดประสงค์ปลายทาง คือ จุดประสงค์ที่เป็นเป้าหมายสำคัญที่มุ่งหวังให้เกิดขึ้นกับ ผู้เรียนในการเรียนแต่ละเรื่อง หรือแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้
2. จุดประสงค์นำทาง คือ จุดประสงค์ที่วิเคราะห์แตกออกจากจุดประสงค์ปลายทาง เป็นจุดประสงค์ย่อย โดยกำหนดพฤติกรรมสำคัญที่คาดหวังให้เกิดกับผู้เรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้อย่างเป็นขั้นตอนจากจุดย่อยไปจนถึงจุดใหญ่ปลายทาง ในการสอนจึงควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้บรรลุจุดประสงค์นำทางไปสู่จุดประสงค์ปลายทาง

ขั้นที่ 2 การกำหนดแนวการจัดการเรียนการสอน

การเรียนการสอนในแผนนั้นมีจุดเน้นหรือสาระสำคัญอะไรจะต้องสอน เนื้อหาใดจึงจะครอบคลุมครบถ้วน จะเลือกให้เทคนิคหรือวิธีสอนใดในการจัดกิจกรรมการเรียน

การสอนจึงจะทำให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ และจะใช้สื่อการเรียนการสอนใดจึงจะสอดคล้องเหมาะสมกับกิจกรรมที่กำหนด การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนประกอบด้วย

1. การเขียนสาระสำคัญ สาระสำคัญหมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหา หลักการวิธีการที่ต้องการจะให้ผู้เรียนได้รับหลังจากเรียนเรื่องนั้น ๆ แล้ว ทั้งในด้านความรู้ ความสามารถ เจตคติ สาระสำคัญจะเป็นข้อความที่เขียนในลักษณะสรุปเนื้อหาเป้าหมายอย่างสั้น ๆ จะเขียนเป็นความเรียงหรือเป็นข้อ ๆ ก็ได้

2. เนื้อหา คือ รายละเอียดของเรื่องที่ใช้จัดการเรียนการสอนให้บรรลุตามจุดประสงค์ การเรียนรู้ ประกอบด้วย ทฤษฎี หลักการ วิธีการและแนวปฏิบัติ การจะเขียนเนื้อหาสาระในการสอนแต่ละจุดประสงค์หรือแต่ละเรื่องได้ดีนั้นครูผู้สอนจะต้องศึกษาหาความรู้จากเอกสารตำราเรียน หนังสือ คู่มือครูและแหล่งความรู้ต่าง ๆ นำมาพิจารณาใช้ประกอบให้เหมาะสมกับวัยและระดับของ ผู้เรียนทั้งในด้านความง่ายและความถูกต้องเหมาะสม การเขียนเนื้อหาสาระในแผนการจัดการเรียนรู้ ครูจะเขียนเนื้อหาสาระรายละเอียด ทั้งหมดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ ตามหัวข้อที่อยู่ในแผนการจัดการเรียนรู้ก็ได้ แต่หากรายละเอียดของเนื้อหาไม่มากควรเขียนเฉพาะหัวข้อเรื่องเนื้อหานั้น ๆ ไว้ ส่วนรายละเอียดให้นำไปไว้ในส่วนท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ หรือนำส่วนที่เป็นเนื้อหาสาระของทุกแผนการจัดการเรียนรู้ แยกไว้อีกเล่มหนึ่งต่างหากเป็นเอกสารประกอบการสอนก็ได้

3. กิจกรรมการเรียนการสอน คือ สภาพการเรียนรู้ที่กำหนดขึ้นเพื่อนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายหรือจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ จึงเป็น ความสามารถและทักษะของครูมืออาชีพในการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิผล กิจกรรมการเรียนการสอนควรมีลักษณะดังนี้

- 3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหา
- 3.2 ฝึกกระบวนการที่สำคัญให้กับผู้เรียน
- 3.3 เหมาะสมกับธรรมชาติและวัยของผู้เรียน
- 3.4 เหมาะสมกับสภาพแวดล้อมในโรงเรียนและชีวิตจริง
- 3.5 เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

4. สื่อการเรียนการสอนหมายถึง สิ่งที่เป็นพาหนะหรือสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาความรู้ ทักษะ และเจตคติให้บรรลุผลตามจุดประสงค์การเรียนการสอนและตาม

จุดหมายของหลักสูตรได้ดียิ่งขึ้นหรือเร็วยิ่งขึ้น จากการศึกษาวิจัย พบว่า สื่อประเภทต่าง ๆ มีประสิทธิผลช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ ในระดับที่แตกต่างกัน

ขั้นที่ 3 การกำหนดวิธีวัดและประเมินผล

การวัดและการประเมิน จัดเป็นกิจกรรมสำคัญที่สอดแทรกอยู่ในทุกขั้นตอนของกระบวนการจัดการเรียนการสอน เริ่มตั้งแต่ก่อนการเรียนการสอนจะเป็นการประเมินเพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียน ระหว่างการเรียนการสอน จะเป็นการประเมินเพื่อปรับปรุงผลการเรียนและเพื่อให้ผู้เรียนทราบผลการเรียนของตนเป็นระยะ ๆ และเมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนในแต่ละรายวิชา/ภาคเรียน จะเป็นการประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียนเพื่อตรวจสอบให้แน่ชัดว่าผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนที่กำหนดไว้

นงนิต บุญประสิทธิ์ (2545 : 116 – 118) ได้เสนอองค์ประกอบ และขั้นตอนการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1. ชื่อแผนการสอน เป็นส่วนที่ต้องเขียนระบุให้ชัดเจนเกี่ยวกับรายวิชา เรื่อง ชั้น เวลา (จำนวนคาบ) วัน เดือน ปีที่สอน
2. สาระสำคัญ เป็นส่วนที่เขียนบอกความคิดรวบยอดของเนื้อหา หลักการ วิธีการ หรือการสรุปประเด็นความ แก่นของเรื่องที่ต้องการให้เกิดความเข้าใจอย่างคงทนตลอดไป อาจเขียนเป็นแบบความเรียงหรือแบ่งเป็นข้อย่อย ๆ ก็ได้
3. จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นการกำหนดเป้าหมายสำคัญหรือพฤติกรรมอย่างกว้าง ๆ ที่ต้องการเกิดแก่ผู้เรียนในการเรียนแต่ละเรื่องหลังผ่านกระบวนการเรียนการสอนในเรื่องนั้น ๆ ครบถ้วนแล้ว มีลักษณะเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมซึ่งสังเกตได้ วัดได้และตรวจสอบได้ง่ายต่อการวัดผลประเมินผล โดยกำหนดเรื่องและสาระสำคัญของเนื้อหาที่จะสอน ซึ่งได้จากทฤษฎีบทหรือหลักการและคำอธิบายรายวิชา
4. เนื้อหา เป็นการกำหนดเนื้อหาที่ต้องการให้นักเรียนรู้เฉพาะในการสอนตามแผนการสอนแต่ละแผน โดยอาจเขียนเป็นเนื้อหาโดยสรุปหรือแบ่งเป็น หัวข้อย่อย ๆ ส่วนเนื้อหาโดยละเอียดจะเขียนไว้ในภาคผนวกเพิ่มเติม
5. กิจกรรมการเรียนการสอน เป็นส่วนที่ลำดับกำหนดขั้นตอนหรือกระบวนการในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ละเอียดและเด่นชัด ซึ่งต้องให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ นำทาง โดยเขียนกำหนดตั้งแต่เริ่มสอน คือ บรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ปลายทาง เน้นกิจกรรมที่ต้องให้นักเรียนเป็นผู้กระทำคือยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง

6. สื่อการเรียนการสอน เป็นส่วนที่กำหนดรายชื่ออุปกรณ์การเรียนการสอนทั้งหมดที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนรู้ตรงตามจุดประสงค์

7. การวัดผล ประเมินผล

7.1 การวัดผลเป็นการวัดพฤติกรรมที่คาดหวังที่กำหนดไว้เป็นจุดประสงค์การเรียนรู้โดย กำหนดวิธีการ เครื่องมือ และเกณฑ์ไว้อย่างชัดเจน เช่นการตรวจแบบฝึกหัด การสังเกตพฤติกรรม การซักถามหรือการทำแบบทดสอบ เป็นต้น

7.2 การประเมินผลเป็นการนำผลที่ได้จากการวัดมาตัดสินใจเพื่อบ่งบอกถึงแนวทางพัฒนาหรือปรับปรุงแก้ไขนักเรียนควรมีโอกาสประเมินตนเองบ้างตามสภาพจริง

8. กิจกรรมเสนอแนะ

8.1 เป็นกิจกรรมหรืองานที่กำหนด เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนที่เรียนเก่ง และกิจกรรมหรืองานที่กำหนดเพื่อช่วยเป็นพิเศษสำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อน

8.2 เป็นกิจกรรมที่เสนอให้นักเรียนที่มีความสนใจในเรื่องใดเรื่องหนึ่งเป็นพิเศษ

8.3 เป็นกิจกรรมที่กำหนดเพิ่มเติมเพื่อฝึกทักษะให้นักเรียน นอกเหนือจากกิจกรรมที่กำหนดไว้ในแผนการสอน

9. ความคิดเห็นของผู้บริหาร เป็นการบันทึกความคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะของผู้บริหาร โรงเรียนหรือผู้ที่ได้ตรวจแผนการสอน เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขก่อนที่จะนำไปใช้ได้จริง

10. บันทึกผลหลังการสอน

10.1 เป็นส่วนที่ครูผู้สอนบันทึกผลการใช้แผนการสอน โดยบันทึกการผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ของนักเรียน บันทึกความเหมาะสมของเนื้อหาวิชา กิจกรรมและเวลาที่กำหนดในแผนการสอน

10.2 ปัญหาอุปสรรค เป็นส่วนที่ครูผู้สอนบันทึกข้อบกพร่องสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไขที่พบระหว่างทำการสอน

10.3 ข้อเสนอแนะแนวทางแก้ไข เป็นส่วนที่ครูผู้สอนบันทึกแนวทางแก้ไขข้อบกพร่อง ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบระหว่างทำการสอน และยังคงลงชื่อกำกับไว้

จากการศึกษาขั้นตอนและแนวทางจัดทำแผนจัดการเรียนรู้ที่กล่าวมา สรุปได้
ว่า

1. การจัดทำแผนการเรียนรู้ที่มีคุณภาพนั้น ครูผู้สอนจะต้องศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง เช่น หลักสูตรการศึกษาทั้งหลักสูตรแกนกลางและหลักสูตรของสถานศึกษา เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการทำนำหลักสูตรไปใช้ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เอกสารเกี่ยวกับการผลิตสื่อ การวัดผลและการประเมินผล ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้และการทำแบบฝึกหัดรวมถึงการจัดทำข้อทดสอบด้วย
2. จัดทำแผนจัดการเรียนรู้โดยนำเนื้อหาสาระที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ไปกำหนดเป็นแผนจัดการเรียนโดยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและกำหนดเนื้อหาสาระให้เหมาะสมกับเวลาและวัยของนักเรียนรวมถึงการสอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้ที่โรงเรียนกำหนด
3. จัดทำรายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้ตามองค์ประกอบของแผนจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้กระบวนการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลประเมินผล กิจกรรมเสนอแนะ ความคิดเห็นผู้บริหาร บันทึกหลังสอน ปัญหาอุปสรรค ข้อเสนอแนะ

สื่อการเรียนรู้

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 85-86)
ได้กล่าวถึงความหมาย ความสำคัญ และแนวปฏิบัติในการใช้สื่อการเรียนรู้ ดังนี้

ความหมายและความสำคัญของสื่อการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่ผู้สอนใช้เป็นตัวกลางในการถ่ายทอดความรู้ ทักษะและกระบวนการ ประสบการณ์ ความคิดเห็น และเจตคติไปสู่ผู้เรียน (สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554 : 85) เป็นวัสดุ อุปกรณ์และวิธีการซึ่งถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดำเนินไปอย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของการการเรียนรู้ (วัชรวิภา ภาณุจันทร์, 2554 : 89) นอกจากนี้สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการที่จะช่วยจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู (ยุพิน พิพิธกุล, 2545 : 45) เนื่องจากสื่อการเรียนรู้เป็นสิ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจบทเรียน ช่วยสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้เสริมสร้างประสบการณ์

ที่เป็นรูปธรรมกับผู้เรียน รวมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้ โดยการลงมือปฏิบัติช่วยสนับสนุน การเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

แนวปฏิบัติในการใช้สื่อการเรียนรู้

1. ต้องมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน สื่อที่นำมาใช้ ต้องสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน
 2. ต้องเหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน
 3. ขนาดและวิธีการนำเสนอเรื่องราวของสื่อมีความเหมาะสมกับจำนวน ผู้เรียน ต้องคำนึงว่าสื่อที่ใช้นั้นเป็นสื่อสำหรับให้ผู้เรียนศึกษาเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มย่อย เป็น กลุ่มใหญ่ หรือทั้งชั้นเรียน
 4. เน้นการให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ การมีส่วนร่วมครอบคลุมถึง การช่วยกระตุ้นให้เกิดความคิด การตอบสนองด้วยการตอบคำถาม การอภิปรายร่วมกัน และ การขยายฐานความคิด
 5. ครูต้องมีการเตรียมการใช้สื่อ ฝึกการใช้สื่อเพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ และมีทักษะในการใช้สื่อนั้น ๆ ก่อนนำไปใช้กับผู้เรียน
 6. การใช้สื่อต้องใช้ในโอกาสที่เหมาะสม ไม่ควรใช้มากเกินไป เมื่อผู้เรียน เข้าใจบทเรียนแล้วก็ไม่จำเป็นต้องใช้ หลังจากการใช้สื่อต้องมีการสรุปเชื่อมโยงความรู้ที่ได้ จากสื่อกับสาระที่เรียนรู้ในบทเรียน
 7. หลังการใช้สื่อ ต้องมีการประเมินและติดตามผลเพื่อดูว่าสื่อสามารถช่วยให้ เกิดการเรียนรู้ตามที่ต้องการหรือไม่ ควรปรับปรุงสื่ออย่างไรสำหรับการนำไปใช้ใน โอกาสต่อไป
 8. การใช้สื่อควรมีขีดจำกัด ไม่ควรใช้อย่างพร่ำเพรื่อจนผู้เรียนคิดสื่อไม่ สามารถเรียนรู้ได้ถ้าไม่มีสื่อ
- สรุปได้ว่าสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นวัสดุ อุปกรณ์และวิธีการซึ่งถูก นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดำเนินไปอย่างสะดวก และมีประสิทธิภาพ ครูต้องเลือก ใช้สื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนนั้น สื่อการเรียนรู้ต้องมี เหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน ตลอดจนมีความเหมาะสมกับจำนวน ผู้เรียนทั้งที่เป็นรายบุคคล กลุ่มย่อย กลุ่มใหญ่ หรือทั้งชั้นเรียน และที่สำคัญสื่อการเรียนรู้ที่ นำมาใช้นั้นควรให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อด้วย

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 193-203) ได้กล่าวถึง หลักการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และวิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. เน้นการนำผลการประเมินมาใช้เพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้มากกว่าการตัดสินใจสอบได้สอบตกของผู้เรียน
2. คำนึงถึงพื้นฐานความรู้ประสบการณ์และลักษณะของผู้เรียนในระดับชั้นที่เรียน
3. จัดดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลต้องมีวัตถุประสงค์ของการประเมินที่ชัดเจน
4. ดำเนินการอย่างมีระบบและผสมผสานกับการเรียนการจัดการเรียนรู้ โดยกระทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการจัดการเรียนรู้
5. ประเมินผู้เรียนทั้งด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์และสังคม โดยใช้เครื่องมือและวิธีการวัดผลที่หลากหลาย ให้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา คณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะ
6. บอกแนวทางการประเมินและเกณฑ์ในการตัดสิน ตลอดจนแนวทางการปฏิบัติตนของผู้เรียนให้ผู้เรียนทราบล่วงหน้า
7. เป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดผลและประเมินผล

วิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. การสังเกต เป็นการสังเกตจากความสนใจ ความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของผู้เรียน การทำกิจกรรมในห้องเรียน
2. การใช้คำถาม ในขณะที่ผู้เรียนแก้ปัญหา ผู้สอนอาจเดินดูผู้เรียนทำงาน และใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนใช้ความคิดก่อนตอบ คำถามนั้นควรถามเพื่อให้ผู้เรียนอธิบาย

3. การรายงานของผู้เรียนการให้ผู้เรียนได้เขียนรายงานเกี่ยวกับประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองจะช่วยให้ผู้สอนทราบกระบวนการคิด การทำงาน และเจตคติของผู้เรียน ก่อนให้ผู้เรียนเขียนรายงานตนเอง

4. การสัมภาษณ์ การสัมภาษณ์ผู้เรียน ครูอาจทำได้อย่างเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการโดยดูจากแบบฝึกหัด การบ้าน โครงการที่ผู้เรียนทำ ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่ผู้เรียนเรียนไปหรือไม่

5. การตรวจแบบฝึกหัดการตรวจแบบฝึกหัดที่ผู้เรียนทำ จะทำให้ครูทราบผลการเรียนของผู้เรียนและความรับผิดชอบในการทำงาน ในกรณีที่ผู้เรียนตรวจสอบการทำงานของตนเองด้วยการทำสิ่งพิมพ์ ครูควรตรวจดูอีกครั้งหนึ่งว่างานที่ผู้เรียนทำมีความถูกต้องและสมบูรณ์เพียงใดเพื่อช่วยพัฒนาและช่วยเหลือผู้เรียนได้มากขึ้น

6. การทำแบบทดสอบการวัดผลและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของข้อทดสอบ ขั้นตอนในการสร้างข้อทดสอบ การนำแบบทดสอบไปใช้และการวิเคราะห์คุณภาพของข้อทดสอบ

7. การประเมินเพิ่มงานการประเมินเพิ่มงาน เป็นวิธีการประเมินผลตามสภาพจริงวิธีหนึ่งที่นักการศึกษาในปัจจุบันให้ความสนใจมาก เป็นเอกสารรวบรวมข้อมูลและผลงานของผู้เรียนที่ผ่านการคัดเลือกโดยตัวของผู้เรียนเอง หรือภายใต้การแนะนำของครู นำมาเก็บไว้อย่างเป็นระบบและมีจุดมุ่งหมาย

ดังนั้นความรู้ของครูเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงเป็นสิ่งสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยยึดหลักการปฏิบัติที่ต้องกระทำควบคู่ไปกับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์และกระทำอย่างต่อเนื่อง ใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมเพื่อตรวจสอบความรู้ความสามารถของนักเรียนว่า สอดคล้องหรือบรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่กำหนดไว้ในหลักสูตรหรือไม่เพียงใด จะส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และส่งผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้น ความรู้ในหลักสูตร เป็นดังนี้

1. ครูควรมีความรู้ในการวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อเป็นกรอบหรือโครงสร้างในการจัดการเรียนรู้ของครูได้ครอบคลุมตามเป้าหมายหลักสูตร

2. ครูควรวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด จัดกลุ่มมาตรฐานและตัวชี้วัดที่มีเนื้อหาสอดคล้องกัน เพื่อนำไปเป็นข้อมูลพื้นฐานในการออกแบบและวางแผนการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับผู้เรียนและที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

3. ครูควรออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญนั้น

4. ครูควรออกแบบอย่างเป็นระบบและเป็นขั้นตอน เป็นไปตามแผน มีการสังเกต บันทึกพฤติกรรมที่ปรากฏของผู้เรียนแต่ละคน หรือแต่ละกลุ่ม ทั้งนี้เพื่อสามารถปรับกิจกรรมให้มีความเหมาะสม

5. ครูควรใช้สื่อการเรียนรู้ที่เหมาะสม เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้ดำเนินไปอย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ

6. ครูควรเลือกใช้สื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนนั้น

7. ครูควรเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน และควรให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อด้วย

8. ครูควรมีความรู้เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยยึดหลักการปฏิบัติที่ต้องกระทำควบคู่ไปกับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์และกระทำอย่างต่อเนื่อง

9. ครูควรเลือกใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมและหลากหลายในการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ มีองค์ประกอบรอง 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน และความรู้ในหลักสูตร

ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบรอง ได้แก่ ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนของผู้เรียน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

จิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ในการจัดการเรียนรู้นั้นก็เพื่อจะให้นักเรียนเกิดการพัฒนาขึ้น ครูจะต้องนึกอยู่เสมอว่านักเรียนจะพัฒนาไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการได้อย่างไร นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม (ยูพิน พิพิธกุล. 2545 : 4) ดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อผู้เรียนได้รับประสบการณ์ใด ประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก ผู้เรียนก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะคิดจะทำให้ได้ วิธีการคิดนั้นอาจจะเป็นการลองผิด ลองถูก แต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์อีกครั้งหนึ่ง เขาก็จะสามารถตอบได้แสดงว่าเขาเกิดการรับรู้

2. การถ่ายทอดการเรียนรู้

2.1 ผู้เรียนจะได้รับการถ่ายทอดการเรียนรู้ ก็ต่อเมื่อเห็นเหตุการณ์ที่ คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ครูเขียนโจทย์ลงไปว่า $7 + 9$, $13 + 9$, $15 + 9$ ผู้เรียนที่ฉลาด จะสังเกตเห็นว่า จำนวนที่นำมาบวกนั้นเหมือนกันคือ 9 และจะทำได้โดยครูไม่ต้องช่วย ผู้เรียนปานกลางครูอาจต้องช่วย ผู้เรียนที่เรียนอ่อนก็อาจจะมัวนับอยู่และทำไม่ค้อยได้ ครูจะต้องคอยช่วยเหลือ

2.2 ครูควรจะฝึกผู้เรียนให้รู้จักสังเกตแบบรูปของสิ่งที่คล้ายคลึงกัน แล้วเขาก็จะสามารถสรุปว่าแบบรูปนั้นเป็นอย่างไร เมื่อผู้เรียนใช้การสังเกต เขาก็จะเกิดการ เรียนรู้ขึ้นได้

2.3 รู้จักนำเรื่องที่เคยเรียนแล้วในอดีตมาเปรียบเทียบหรือใช้กับเรื่องที่จะต้องเรียนใหม่

2.4 ควรจะให้ผู้เรียนได้เรียนอย่างประสบความสำเร็จ ไปเป็นเรื่อง ๆ เพราะถ้าเขาทำเรื่องใดประสบความสำเร็จ เขาก็จะสามารถถ่ายทอดไปยังเรื่องอื่นได้ ดังนั้นครู ควรจะพยายามให้ผู้เรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเองจะทำให้เขาเข้าใจและจำได้นาน เมื่อเขาจำ ได้ก็จะนำไปใช้กับเรื่องอื่น ๆ ได้

2.5 การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับ วิธีการจัดการเรียนรู้ของครู ดังนั้นครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอน อย่างไร การจัดการเรียนรู้เพื่อจะให้เกิดการถ่ายทอดการเรียนรู้ นั้นควรจะยึดหลักการ ดังนี้

2.5.1 ให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด (Concept) ด้วยตนเองและ นำไปสู่ข้อสรุปได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำข้อสรุปนั้นไปใช้ได้

2.5.2 ครูจะต้องเน้นในขณะที่สอนและแยกแยะให้ผู้เรียนเห็น องค์ประกอบในเรื่องที่กำลังเรียน

2.5.3 ครูควรจะฝึกผู้เรียนให้รู้จักบทนิยาม หลักการ กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎี จากเรื่องที่เรียนไปแล้วในสถานการณ์ที่มีองค์ประกอบคล้ายคลึงกันแต่ซับซ้อน ยิ่งขึ้นจิตวิทยาที่ผู้สอนคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวคิด เกี่ยวกับจิตวิทยาการเรียนรู้ข้างต้น สามารถสรุป
 ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ได้ดังนี้

1. นักเรียนจะต้องรู้จักจุดประสงค์ในการเรียนในบทเรียนแต่ละบทนั้น
 นักเรียนกำลังต้องการอะไร นักเรียนจะสามารถปฏิบัติหรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างไร
2. นักเรียนจะต้องรู้จักวิเคราะห์ข้อความในลักษณะที่เป็นแบบเดียวกัน
 หรือเปรียบเทียบกันเพื่อนำไปสู่การค้นพบ
3. นักเรียนจะต้องรู้จักสัมพันธ์ความคิด ครูจะต้องพยายามสอนให้นักเรียน
 รู้จักสัมพันธ์ความคิด เมื่อสอนเรื่องหนึ่งก็ควรพูดถึงเรื่องที่เกี่ยวข้องกันเช่น จะทบทวนเรื่องสั้น
 ขนาน ครูก็ต้องทบทวนให้ครบทุกเรื่องที่เกี่ยวข้อง และจะต้องดูให้เหมาะสมกับเวลา
4. นักเรียนจะต้องเรียนด้วยความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้ นักเรียน
 บางคนจำสูตรได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ เรื่องนี้ครูควรจะแก้ไขและสอนให้นักเรียนเข้าใจถึง
 กระบวนการแก้ปัญหา
5. ครูจะต้องเป็นผู้มีปฏิภาณ สมองไว รู้จักวิธีการที่จะนำนักเรียนไปสู่
 ข้อสรุป ในการสอนแต่ละเรื่องนั้น ควรจะได้สรุปบทเรียนทุกครั้ง
6. นักเรียนควรจะเรียนรู้วิธีการว่าจะเรียนอย่างไร โดยเฉพาะการเรียน
 คณิตศาสตร์ จะมาท่องจำแบบนกแก้วนกขุนทองไม่ได้
7. ครูไม่ควรทำโทษนักเรียน จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายยิ่งขึ้น ควรจะ
 เสริมกำลังใจให้นักเรียน
8. ครูจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual
 Differences) ผู้เรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจและลักษณะนิสัย
 ดังนั้นในการจัดการเรียนเรียนรู้ผู้สอนจึงต้องคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้
 - 8.1 ความแตกต่างของผู้เรียนภายในกลุ่มเดียวกัน ผู้สอนต้องศึกษาว่า
 นักเรียนแต่ละคนมีปัญหาอะไร ต้องการความช่วยเหลือด้านใด
 - 8.2 ความแตกต่างระหว่างกลุ่มของผู้เรียน เช่น ผู้สอนอาจแบ่งผู้เรียน
 ออกตามความสามารถ (Ability Grouping) ว่าผู้เรียนมีความเก่ง อ่อนต่างกันอย่างไร เมื่อทราบ
 แล้วก็ต้องสอดคล้องกับความสนใจของผู้เรียน
 - 8.3 ศึกษาผู้เรียนแต่ละบุคคล ดูความแตกต่างเสียก่อน วินิจฉัยว่าผู้เรียน
 แต่ละคนประสบปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร

8.4 วางแผนให้สอดคล้องกับความแตกต่างของผู้เรียน ถ้าผู้เรียน เรียนเก่งก็เสริมความก้าวหน้าเรียนอ่อนก็ช่วยเหลือ

8.5 ผู้สอนต้องรู้จักวิธีสอนหลาย ๆ วิธี หาวิธีการและเทคนิคใหม่ ๆ การสอนคนเรียน อ่อนก็ใช้วิธีรูปธรรมมาอธิบายนามธรรม ให้ผู้เรียนได้รับความสนุกสนาน เพลิดเพลินอาจจะใช้เพลง เกมปริศนา บทเรียนการ์ตูนมาช่วยเสริม

8.6 ผู้สอนจะต้องรู้จักหาเอกสารประกอบการสอน มาเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน เช่น เรียนเก่งให้แบบฝึกหัดเสริมความก้าวหน้า เรียนอ่อนให้ทำแบบฝึกหัดที่ง่าย

8.7 การสอนผู้เรียนที่มีความแตกต่างกันนั้น ครูต้องมีความอดทน ขยัน ใฝ่หาความรู้เสียสละเวลา

9. ครูต้องให้ผู้เรียนฝึกเพราะการฝึกเป็นเรื่องที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนแต่ถ้าฝึกซ้ำๆ ผู้เรียนก็จะเบื่อหน่าย ดังนั้นการฝึกที่ได้ผลคืออาจพิจารณาดังนี้ ฝึกเป็นรายบุคคล ฝึกไปทีละเรื่อง แบบฝึกต้องสอดคล้องกับบทเรียน มีการตรวจสอบแบบฝึกทุกครั้ง แบบฝึกต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล แบบฝึกควรฝึกหลาย ๆ ด้านและคำนึงถึงความยากง่าย และผู้สอน พึงตระหนักไว้เสมอว่าฝึกอย่างไรผู้เรียนจะคิดเป็น ทำเป็นและแก้ปัญหาเป็น

10. ครูต้องให้ผู้เรียนเรียนรู้โดยการกระทำ (Learning by Doing) ทฤษฎีนี้กล่าวมานานแล้วโดยจอห์น ดิวอี้ (John Dewey. 1859) การสอนคณิตศาสตร์นั้น ปัจจุบันมีสื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรมมาช่วยมากมาย ผู้สอนจะต้องให้นักเรียนลงกระทำหรือปฏิบัติจริงแล้วจึงสรุปมโนคติ (Concept) ผู้สอนไม่ควรเป็นผู้บอก เพราะถ้าผู้เรียนได้ค้นพบด้วยตนเอง เขาจะเข้าใจและทำได้

11. ครูต้องให้ผู้เรียนเกิดการเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning) เป็นการเรียนแบบรู้จริงทำได้จริงในการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้เรียนบางคนทำตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ครูกำหนดไว้ได้แต่บางคนไม่สามารถ ทำตามได้ ผู้เรียนประเภทหลังนี้ควรจะได้รับการสอนซ่อมเสริมเพื่อให้เกิดการเรียนรู้เหมือนคนอื่นๆ อาจต้องใช้เวลามากกว่าคนอื่นในการที่จะเรียนเนื้อหาเดียวกัน ผู้สอนจะต้องพิจารณาว่าจะทำอย่างไรจึงจะตอบสนองความแตกต่างระหว่างข้อนี้ได้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ครบตามจุดประสงค์ การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ เมื่อผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสำเร็จตามจุดประสงค์ เขาก็จะมีความพึงพอใจ มีกำลังใจและเกิดแรงจูงใจให้อยากเรียนต่อไป

12. ครูต้องสำรวจความพร้อม (Readiness) ของผู้เรียนเพราะความพร้อมเป็นเรื่องสำคัญมากเพราะถ้านักเรียนไม่เกิดความพร้อมที่จะเรียน เขาก็ไม่สามารถจะเรียนต่อไป

ได้ผู้สอนจะต้องสำรวจความพร้อมของผู้เรียนก่อน ผู้เรียนที่มีวัยแตกต่างกัน ย่อมมีความพร้อมที่แตกต่างกัน การสอนคณิตศาสตร์ผู้สอนจะต้องตรวจสอบความพร้อมของผู้เรียนอยู่เสมอ ผู้สอนควรจะดูความรู้พื้นฐานของผู้เรียนก่อน ว่าพร้อมที่จะเรียนต่อไปหรือไม่ ถ้าผู้เรียนยังไม่พร้อม ผู้สอนต้องทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นเสียก่อน การเรียนที่มีความพร้อมจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้เร็วและเรียนรู้ได้ดีด้วย

13. ครูต้องสร้างแรงจูงใจ (Motivation) ให้กับผู้เรียน เพราะแรงจูงใจเป็นเรื่องที่ควรเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง เพราะธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ยากอยู่แล้ว ดังนั้นผู้สอนควรคำนึงถึงอยู่เสมอ ในการทำงานผู้สอนจะต้องคำนึงถึงความสำเร็จด้วย การที่ครูค่อย ๆ ทำให้ผู้เรียนเกิดความสำเร็จขึ้นเรื่อย ๆ จะทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจ ผู้สอนควรให้โจทย์ง่าย ๆ ก่อนให้เขาทำให้ออกที่ละตอนก่อนแล้วค่อยเพิ่มความยากขึ้นเรื่อย ๆ สิ่งเหล่านี้เป็นการคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลนั่นเอง ควรให้เกิดการแข่งขันหรือเสริมกำลังใจเป็นกลุ่ม ก็จะเป็นการสร้างแรงจูงใจเช่นเดียวกัน เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จเขาจะมีแรงจูงใจที่ดีต่อตนเอง ทำให้เกิดแรงจูงใจที่อยากเรียนรู้ต่อไป และในขณะเดียวกันถ้าเขาล้มเหลวเขาก็มีมโนคติที่ไม่ดีต่อตนเอง (Self – concept)

14. ครูต้องมีการเสริมกำลังใจ (Reinforcement) เพราะ การเสริมกำลังใจเป็นเรื่องที่สำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียน การสอนเพราะ ถ้าคนเราทราบว่าพฤติกรรมที่แสดงออกมานั้นเป็นที่ยอมรับยอมทำให้เกิดกำลังใจการที่ผู้สอนชมเชยนักเรียนในโอกาสที่เหมาะสม จะเป็นกำลังใจให้ผู้เรียนเป็นอย่างมาก การเสริมกำลังใจจะมีทั้งทางบวกและทางลบ การเสริมกำลังใจทางบวกได้แก่ การชมเชย การให้รางวัล การเสริมกำลังใจทางลบ ได้แก่ การทำโทษ ผู้สอนควรพิจารณาให้ดี ๆ การเสริมกำลังใจจะได้ผลมากน้อยเพียงใด ก็ต้องพิจารณาด้วยว่าสิ่งที่เราเสริมกำลังใจไปนั้น เขาต้องการหรือไม่ซึ่งใน การสร้างเจตคติที่ดีในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่พึงปรารถนาเป็นอย่างยิ่ง เจตคติเป็นสิ่งที่เกิดขึ้น หรือ ได้รับการปลูกฝังทีละน้อยกับผู้เรียน โดยผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกครั้ง ผู้สอนควรคำนึงถึงด้วยว่าจะนำผู้เรียน ไปสู่เจตคติที่ดีหรือไม่ และสิ่งที่สำคัญอีกประการหนึ่งที่ผู้สอนควรใส่ใจ คือวจาผู้สอนเป็นเรื่องที่ควรระมัดระวัง เพราะอาจทำให้ผู้เรียนเกิดการทอดয়ได้ ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนนั้น คนที่แก้ปัญหาได้คือ ครูผู้สอนนั่นเอง

สรุปได้ว่า เมื่อผู้เรียนได้รับประสบการณ์ใดประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก ผู้เรียนก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะทำซ้ำ ๆ การถ่ายทอดการเรียนรู้ คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เน้นให้ผู้เรียน ได้ฝึก โดยมีการตรวจสอบแบบฝึกทุกครั้ง ให้ผู้เรียน

เรียนรู้ โดยการกระทำ ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนเพื่อรอบรู้ ครูต้องสำรวจความพร้อมของผู้เรียน สร้างแรงจูงใจ และมีการเสริมกำลังใจให้กับผู้เรียน

เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

เป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนคือพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพ ทั้งด้าน ความรู้ ทักษะกระบวนการ คุณลักษณะที่พึงประสงค์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 : 169-172) ได้กล่าวถึง เจตคติ ดังนี้

เจตคติ จำแนกได้ 2 ลักษณะ คือ เจตคติทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อ คณิตศาสตร์เจตคติทางคณิตศาสตร์ เป็นคุณลักษณะที่ผู้เรียนจะได้รับการพัฒนา โดยผ่าน กระบวนการเรียนรู้ต่าง ๆ ในลักษณะของความสนใจใฝ่รู้ เพื่อเพิ่มพูนความรู้ทาวคณิตศาสตร์ การมีเหตุผล การสื่อสาร ความเชื่อมโยง ความรับผิดชอบและความเพียรพยายาม ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น ความละเอียดรอบคอบในการทำงาน

เจตคติต่อคณิตศาสตร์ เป็นความรู้สึกรักของบุคคล ที่จะตอบสนองต่อวิชา คณิตศาสตร์ ในด้านความพอใจ ความไม่พอใจ ความชอบหรือไม่ชอบ รวมทั้งความตระหนัก ในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ การเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ขึ้นอยู่กับ ปัจจัย ดังนี้

1. ความสอดคล้องกลมกลืน ไม่มีความกดดัน จะทำให้เจตคติต่อสิ่งนั้น ความต่อเนื่อง
2. การเสริมแรง และยกย่องชมเชยให้ผู้เรียน เกิดความสนใจ ยอมรับ ข้อมูลข่าวสารทำให้ผู้เรียนเกิดเจตคติตามสิ่งล่อใจ
3. การตัดสินใจทางสังคม การอยู่ในกลุ่มคนที่มีเจตคติแบบใดแบบหนึ่ง ก็ จะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ

การวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ได้ข้อมูลที่น่าไปใช้เพื่อการประเมิน หลักสูตร รูปแบบการจัดการเรียนรู้ กระบวนการสอนของผู้สอน

ส่วนการวัดเจตคติทางคณิตศาสตร์ จะช่วยในการวัดพฤติกรรมที่แสดงออก ของผู้เรียนหลังเรียนคณิตศาสตร์แล้ว เพื่อนำผลที่ได้ไปพัฒนาหลักสูตร

ตัวอย่างพฤติกรรมที่แสดงออกถึงการมีเจตคติทางคณิตศาสตร์

1. มีความกระตือรือร้นที่จะสืบเสาะหาความรู้
2. ตรวจสอบข้อมูลที่ได้จากทฤษฎีความสมเหตุสมผล

3. หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องอย่างสมเหตุสมผล
4. ตรวจสอบความถูกต้องความสมเหตุสมผลของข้อมูลต่าง ๆ
5. กระตือรือร้นที่จะทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์
6. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และมีการประยุกต์ใช้ทักษะต่าง ๆ

เพื่อแก้ปัญหาหรือภาระงานที่มอบหมาย

7. มีการวางแผนแก้ปัญหาหรือทำภาระงานที่มอบหมายอย่างเป็นระบบ

ชัดเจน

8. มีความเพียรพยายามในการค้นหาคำตอบ
9. เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับปรากฏการณ์

ในชีวิตประจำวัน

จากการวิจัยของ กองวิจัยทางการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ (2541 : 104-105) พบว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเมื่อพิจารณาถึงกระบวนการเรียนการสอน พบว่า ในสภาพปัจจุบันที่โลกไร้พรมแดน ข้อมูลมีส่วนสำคัญต่อการคิดการตัดสินใจและการแสวงหาความรู้ด้วยระบบเทคโนโลยี ครูคณิตศาสตร์จำนวนมากยังไม่สามารถใช้เทคโนโลยีมาส่งเสริมการเรียนรู้ และวิธีสอนของครูยังไม่ส่งผลให้ผู้เรียนพัฒนาได้ตามจุดหมายของหลักสูตร ในด้านการคิด และการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน นักเรียนยังมีโน้ตทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้หากนักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อเรื่องใด ย่อมส่งผลให้เกิดผลกระทบต่อการเรียนเรื่องนั้น ด้วยเหตุนี้ ครูผู้สอนคณิตศาสตร์จึงต้องมีความตระหนักในการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิดคุณภาพทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ คือคุณธรรมจริยธรรมค่านิยม เจตคติ

องค์ประกอบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีนักการศึกษากล่าวถึงไว้หลายทัศนะ ดังนี้

Even and Tirosh. (2002 : 232 – 233) กล่าวว่า สิ่งที่ครูจำเป็นต้องมีความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน มี 3 องค์ประกอบ ได้แก่ มโนทัศน์ของผู้เรียน (Student Conceptions) รูปแบบของความรู้ (Forms of Knowledge) และค่านิยมและความเชื่อในชั้นเรียน (Classroom Culture) ดังนี้

1. มโนทัศน์ของผู้เรียน ในการเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ของผู้เรียนนั้นได้มีนักพฤติกรรมนิยมหลาย ๆ คนได้กล่าวไว้ว่า การที่จะให้ครูรับรู้มโนทัศน์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในความคิดของผู้เรียนนั้นเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก แต่สิ่งที่ครูจะสามารถรับรู้ถึงการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ ก็คือ การตอบสนองหรือพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูจะต้องเรียนรู้ว่าผู้เรียนสามารถสร้างมโนทัศน์นั้นได้อย่างไร รวมทั้งมโนทัศน์ที่ผู้เรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนด้วย

2. รูปแบบของความรู้ที่เป็นความรู้เชิงกระบวนการ ขั้นตอนหรือวิธีการ และทักษะนั้น เป็นสิ่งที่ครูส่วนใหญ่จะเน้น ในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แต่ในส่วนของแนวคิดคอนสตรัคติวิซซิมนั้น จะเน้นรูปแบบของการพัฒนาความรู้ที่แตกต่างกัน โดยเฉพาะความรู้ในการสร้างมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และความสามารถในการประเมินความนึกคิด ของตนเอง ซึ่งครูควรจะมีความรู้เกี่ยวกับรูปแบบของความรู้ที่แตกต่างกันและมีหลายลักษณะเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน

3. ค่านิยมในชั้นเรียน เป็นส่วนสำคัญอีกอย่างหนึ่งที่ครูควรจะต้องรู้เกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในชั้นเรียนที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคน โดยครูจะต้องทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ กล่าวคือ ครูเป็นคนสร้างหรือกำหนดสถานการณ์ในการฝึกปฏิบัติ ให้ตัวอย่างกระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้จนผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ได้มากขึ้น

Hill, Ball and Shilling. (2008 : 381) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนจำแนกออกเป็น 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับข้อผิดพลาดโดยทั่วไปของผู้เรียน ซึ่งเกิดขึ้นจากการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน
2. ความสามารถในการเข้าใจว่าผู้เรียนเข้าใจในมโนทัศน์นั้นได้อย่างไร และการเข้าใจในสิ่งที่แสดงถึงความเข้าใจของผู้เรียน
3. ความรู้เกี่ยวกับการพัฒนาการคิดของผู้เรียนในแต่ละระดับชั้น
4. ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา

Wendy. (2010 : 19) กล่าวว่า องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 2 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความเข้าใจ (Understanding) เป็นการเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงความตระหนักในมโนทัศน์ของผู้เรียนว่า ผู้เรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับการเรียนรู้ได้อย่างไร

2. มโนภาพ (Representations) เป็นการแสดงถึงความสัมพันธ์ทางการคิดของผู้เรียน การแสดงความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความหลากหลายของการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า ความรู้ในองค์ประกอบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ได้แก่ ความรู้ในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พื้นฐานความรู้ของผู้เรียนความแตกต่าง พัฒนาการคิดของผู้เรียน ในแต่ละระดับชั้น วิธีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละระดับชั้น และ ความเชื่อค่านิยมในชั้นเรียน

ดังนั้น ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เป็นดังนี้

1. ครูควรสร้างความพร้อมก่อนการเรียนรู้โดยการทบทวนสูตร กฎ หลักการต่าง ๆ มีการสร้างสมาธิก่อนการจัดการเรียนรู้แก่ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนมีความสนใจ จดจ่อ และมีความมุ่งมั่นอยู่กับเรื่องที่จะเรียน

2. ครูควรให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างปัญหาและเลือกปัญหาตามความสามารถของตนเอง

3. ครูควรให้ผู้เรียนได้มีเวลาเพียงพอในการคิดหา คำตอบและแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ที่เป็นความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียนเอง

4. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับวัย และความสนใจ โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล คำนึงถึงวุฒิภาวะ สุขภาพ ประสบการณ์เดิม ความสนใจ ความถนัด เวลา เหตุการณ์ สถานที่ และบรรยากาศ

5. ครูควรสร้างความเป็นกัลยาณมิตรระหว่างครูกับผู้เรียน หรือผู้เรียนกับผู้เรียน

6. ครูควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นซักถามในประเด็นปัญหาหรือสิ่งที่ไม่เข้าใจ และมีโอกาสได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันอย่างทั่วถึงระหว่างครูกับผู้เรียน หรือผู้เรียนกับผู้เรียน

7. ครูควรให้ผู้เรียนได้มีโอกาสประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองและเพื่อน
8. ครูควรให้ผู้เรียนได้รู้สึกรู้ว่ามีตนเองมีความสำคัญ และมีความภูมิใจใน

ตนเอง

ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนของผู้เรียน

เศษส่วนเป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนอีกรูปแบบหนึ่งที่มีทั้งตัวเศษและตัวส่วน เศษส่วนมีลักษณะเหมือนจำนวนทั่ว ๆ ไป คือ มีความเป็นนามธรรม จึงเป็นเรื่องที่เข้าใจยากสำหรับเด็ก การสอนเศษส่วนให้เด็กเข้าใจ อย่างลึกซึ้ง ถึงขั้นสามารถเกิดจินตภาพ (Mental Image) ได้นั้นจะต้องให้เด็กได้สัมผัสกับอุปกรณ์ หลาย ๆ ชนิด หลาย ๆ แบบ และได้ลงมือปฏิบัติจริงในช่วงเวลาที่เพียงพอ Shokoohi. (1980 : 40) ในการเริ่มต้นทำความเข้าใจ ความหมายของเศษส่วน จะต้องเลือกเฉพาะเศษส่วนที่เกี่ยวข้องกับ ชีวิตประจำวันของเด็ก สามารถมองเห็นและเข้าใจง่ายก่อน เช่น เศษหนึ่งส่วนสอง เศษหนึ่งส่วนสาม ฯลฯ Thomas. (1976 : 72) กล่าวว่าเศษส่วนเป็นเรื่องที่เข้าใจยาก เนื่องจากธรรมชาติของเศษส่วน เป็นจำนวนที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ทำให้เข้าใจยาก เพราะมีทั้งเศษและส่วน ที่สัมพันธ์กัน จะแยกออกจากกันโดด ๆ ไม่ได้ และจากผลการวิจัยของอุไรวรรณ ทศนบุตร (2533 : 72) ที่ วิเคราะห์เกี่ยวกับข้อบกพร่องในเรื่องการบวก ลบ คูณ และหารเศษส่วน พบสาเหตุของ ข้อบกพร่อง คือ การไม่เข้าใจความหมายของเศษส่วน ไม่เข้าใจกระบวนการ บวก ลบ คูณ หารเศษส่วน และข้อบกพร่องในการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ สภาพการเรียนการสอน คณิตศาสตร์โดยเฉพาะเศษส่วนที่ไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควรนั้น นอกจากธรรมชาติของ เนื้อหาวิชา มีลักษณะเป็นนามธรรม มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอน และโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล และมีการสื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์แล้ว ตัวผู้สอน และคุณภาพของผู้สอน โดยเฉพาะ วิธีการสอนของครูก็มีส่วน ครูส่วนใหญ่ยังมีการสอนแบบบรรยาย มุ่งเน้นการท่องจำมาก เกินไปทำให้ผู้เรียนไม่สนใจ และมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้ผู้เรียนอ่อนใน เรื่องการคิด ขาดในเรื่องการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การวิเคราะห์ด้วยเหตุด้วยผล (ยุพิน พิพิธกุล. 2546 : 4 - 6) วิธีหนึ่งที่จะช่วยในการจัดการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนให้มีประสิทธิภาพดีขึ้น ได้แก่ การนำเอาเทคโนโลยีทางการศึกษามาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับลักษณะ เนื้อหาวิชา กล่าวคือ ครูจะต้องรู้จักนำเอาสื่อการเรียนรู้ และวิธีการสอนที่เหมาะสม เพื่อให้การจัดการ เรียนรู้ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้นกว่าเดิม (อาคม จันทสุนทร. 2539 : 17) สื่อการเรียนการสอนจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนมากยิ่งขึ้น ช่วยให้การสอนนักเรียนที่มี

ความสามารถแตกต่างกันให้บรรลุจุดประสงค์ของการเรียน ช่วยสร้างเสริมความสนใจในการเรียน ประหยัดเวลาในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ การเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะนำไปสู่ นามธรรม ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจและคงทน สร้างเจตคติที่ดีแก่ผู้เรียน และส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักคิดและสังเกต และทำให้ผู้เรียนเรียนด้วยความสนุกสนานไม่เกิดความเบื่อหน่าย ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อเรื่องที่เรียน (ยูพิน พิพิธกุล และอรวรรณ ต้นบรรจง, 2542 : 17 - 18) ในการจัดการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน นอกจากใช้สื่อประกอบการสอนที่เหมาะสมแล้ว ยังต้องใช้วิธีการสอนที่เหมาะสม เพื่อสร้างความเข้าใจ กระบวนการของคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำได้โดย การเรียนการสอนจากอุปกรณ์จริง ให้มีโอกาสสัมผัส จับต้อง มีสิ่งให้ผู้เรียนเกิดความสนุกสนานระหว่างเรียน พร้อมทั้งมีสิ่งที่ทำ ทายให้ผู้เรียนเกิดความอยากเรียน (Crabe, 1972 : 32)

นักคณิตศาสตร์ศึกษาได้พยายามค้นหาสาเหตุว่าทำไมเด็กจึงเรียนเศษส่วนไม่รู้ เรื่อง ผลการค้นคว้าได้ข้อสรุปที่น่าสนใจว่า วิธีการสอนของครูเป็นส่วนหนึ่งสาเหตุนั้น ทั้งนี้ เพราะครูเน้นการสอนให้จำวิธีการ กฎ กติกา (Syntactic Knowledge) มากกว่าการสอนให้ เข้าใจ ความหมาย (Semantic Knowledge) และขาดการกระตุ้นให้เด็กเกิดความพยายามที่จะทำ ความเข้าใจในความหมายที่แท้จริงของเศษส่วน อีกประการหนึ่งนั่นคือการให้เวลาในการ พัฒนาความคิดรวบยอดของเศษส่วน โดยการใช้สื่อสัมผัส (Manipulative Materials) น้อย มาก และเด็กยังขาดโอกาสในการสนทนา แลกเปลี่ยน ปรีกษาหรือ และศึกษาร่วมกันและ กับครูในเรื่อง เศษส่วน ในการสร้างความเข้าใจการสมมูลกันของเศษส่วน ครูให้นักเรียนทำ ตามวิธีการ โดยขาดการเชื่อมโยงกับสื่อ และในการสร้างความคิดรวบยอดเรื่องหน่วย (Unit) ครูยังให้ความชัดเจนไม่เพียงพอ (Moss and Case, 1999 : 32)

ในการพัฒนาการสอนเศษส่วนสำหรับนักเรียนเกรด 3-5 ใน สหรัฐอเมริกานักคณิตศาสตร์ศึกษา ได้แนะนำว่า ควรเน้นการเข้าใจความหมายสัญลักษณ์ มอง หาความสัมพันธ์ สร้างความคิดรวบยอดของอันดับ และการสมมูลกันของเศษส่วน เมื่อเด็ก เข้าใจสิ่งเหล่านี้ดีแล้ว จึงสอนการคำนวณซึ่งอยู่ในขั้นที่สูงขึ้นไป

นักคณิตศาสตร์ศึกษากลุ่มนี้ยังแนะนำเพิ่มเติมอีกว่าในการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้เรื่อง เศษส่วนควรเริ่มจากรูปแบบง่าย ๆ และเน้นให้เข้าใจว่า หน่วย (Unit) คืออะไร และส่วนแบ่งที่เท่ากันในแต่ละหน่วยมีความหมายและสัมพันธ์กับหน่วยอย่างไร โดยใช้ของ จริง แผนภูมิ และสถานการณ์จริง เพื่อช่วยให้เด็กได้เชื่อมโยงจากสิ่งเหล่านี้ ไปสู่ภาษาพูด และสัญลักษณ์ต่อไป วิธีการนี้จะช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง และสามารถสร้างกล

ยุทธ์สำหรับการคำนวณอย่างง่าย ๆ ได้ด้วยตนเอง อันจะส่งผลดีต่อการเรียนรู้ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นที่สูงขึ้น และลดเวลาในการซ่อมเสริมแก้ปัญหาความเข้าใจไม่ถูกต้องได้อีกด้วย

ดังนั้น สรุปได้ว่า ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนของผู้เรียน เป็นดังนี้

1. ครูควรให้ความสำคัญกับความรู้พื้นฐานเดิมของผู้เรียน
2. มีเวลาอย่างเพียงพอ ในการได้เล่น สัมผัส และเรียนรู้จากสื่อสัมผัส
3. ครูควรคำนึงถึงการให้คำอธิบาย การใช้ภาษา รูปภาพ สัญลักษณ์ และตัวแทนของจริง ที่มีส่วนในการสร้างความเข้าใจ มโนทัศน์ในเรื่องเศษส่วนของผู้เรียน
4. ครูควรให้ผู้เรียนมีโอกาสได้พูดคุย แลกเปลี่ยนประสบการณ์กันและกัน และกับครูผู้สอน
5. ครูควรเน้นความเข้าใจในมโนทัศน์ก่อน แล้วจึงสอนการคิดคำนวณ
6. ครูควรยกตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน
7. ครูควรใช้เทคโนโลยีช่วยในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจมาก

ยิ่งขึ้น

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นความรู้ที่มีความสำคัญในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะการเข้าใจผู้เรียนในด้านต่างๆ ทำให้การจัดการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ บรรลุวัตถุประสงค์ตามที่ตั้งไว้ ประกอบด้วยองค์ประกอบรอง 2 ด้าน ได้แก่ ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนของผู้เรียน

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy)

ความหมายของ Literacy

ราชบัณฑิตยสถาน (2551 : 266) ให้ความหมายของ Literacy ในพจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ โดยแปลเป็นคำไทยว่า การรู้หนังสือ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการอ่านออก เขียนได้ คิดคำนวณได้ ในระดับที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้จริง และอธิบายเพิ่มเติมว่า มาตรฐานการรู้หนังสือของประชาชนแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกัน

สุณีย์ คลัยนิล และคณะ (2549 : 7) กล่าวว่า Literacy แต่เดิมใช้ความหมายทางภาษาซึ่งแปลเป็นไทยว่า อ่านออกเขียนได้ หมายถึง การใช้ภาษาเพื่อ อ่าน เขียน ฟัง พูด ซึ่งภาษาเป็นเครื่องมือที่สำคัญของมนุษย์ แต่ในปัจจุบัน คำว่า Literacy ถูกใช้ในความหมายอื่นนอกจากด้านภาษาคือ โดยคำไทยที่มีความหมายใกล้เคียงกับคำว่า Literacy คือ การรู้เรื่อง

จากความหมายของ Literacy สรุปได้ว่า Literacy หรือ ใช้คำภาษาไทยว่า “การรู้เรื่อง” เป็นความสามารถของบุคคลในการใช้ภาษาทั้งการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน ในระดับที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์เพื่อเป็นสื่อกลางในการทำความเข้าใจและการสื่อสาร โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) ซึ่งเป็นโครงการประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิกองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ OECD (Organization for Economic Cooperation and Development) เพื่อสำรวจความรู้และทักษะของประชากรอายุ 15 ปี ว่าได้รับการศึกษาพอสำหรับจะใช้ชีวิตและมีส่วนร่วมในสังคมอนาคตได้ดีเพียงใด เนื่องจาก OECD ถือว่าการศึกษาคือปัจจัยของการพัฒนาเศรษฐกิจ โดยหลักสำคัญของ PISA คือ การประเมิน “การรู้เรื่อง (Literacy)” ซึ่งเน้นที่ความรู้และทักษะที่จำเป็นต่อการปรับตัวเข้ากับโลกที่เปลี่ยนแปลง วิชาที่ถือว่าเป็นตัวแทนการวางรากฐานการเรียนรู้ตลอดชีวิตได้แก่ทักษะด้านการอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ โดยดำเนินการประเมินจากปี ค.ศ. 2000 เป็นต้นมา และต่อเนื่องทุกระยะเวลา 3 ปี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2547 : 1)

ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy)

จากการศึกษาความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ พบว่า นักการศึกษา คณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) ไว้ดังนี้ Good. (1973 : 353) ให้ความหมายของ Mathematical Literacy ในพจนานุกรมทางการศึกษาไว้ว่าหมายถึง การรู้หลักการพื้นฐานและเทคนิคซึ่งเป็นสมรรถนะการใช้งานทางคณิตศาสตร์

Jablonka. (2003 : 77,80) กล่าวถึงการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในด้านการใช้ประโยชน์ จากความรู้คณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการใช้และประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์ในการปฏิบัติและการใช้งาน

OECD. (2003 : 24) ให้ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ว่าเป็น ความสามารถของบุคคลในการระบุและเข้าใจบทบาทคณิตศาสตร์ที่มีในโลกหรือในชีวิตจริง

สามารถตัดสินใจปัญหาต่าง ๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์มีความผูกพันกับคณิตศาสตร์ รู้จักใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาและตอบสนองความต้องการในชีวิต

สูนีย์ คล้ายนิต และคณะ (2549 : 1) กล่าวว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ มีความหมายมากกว่าการคิดเลขและการทำโจทย์ การรู้จักรูปคณิตศาสตร์ หรือการจัดการข้อมูล แต่หมายถึงรวมถึงข้อขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์ สามารถติดตามและประเมินข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกวิธีการนำเสนอสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถตัดสินใจปัญหาบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงว่าเป็นประชากรที่มีความคิดสร้างสรรค์และรอบคอบ

สรุปได้ว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถของบุคคลในการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนในชั้นเรียนมาใช้ประโยชน์เพื่อแก้ปัญหาหรือทำความเข้าใจสิ่งต่างๆที่พบในบริบทชีวิตจริงซึ่งมีความแปลกใหม่ สามารถประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ความสำคัญของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นทักษะชีวิตอย่างหนึ่งซึ่งเป็นพื้นฐานที่จำเป็น เช่นเดียวกับการอ่านออกเขียนได้ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้และฝึกฝน Devlin. (2000 : 24 Watson. 2002 : 157) ในโลกปัจจุบันบุคคลต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งในการดำเนินชีวิตประจำวัน ความรู้และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจประเด็นหรือความจำเป็นต่าง ๆ อย่างมีความหมายและทำให้ภารกิจสำเร็จลุล่วง การขาดความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล อาจทำให้เกิดการตัดสินใจที่ผิดพลาดหรือสับสนในชีวิตการทำงานและชีวิตส่วนตัวเฉกเช่นผู้ที่ตัดสินใจอย่างไร้ข้อมูลข่าวสาร (สูนีย์ คล้ายนิต และคณะ. 2549 : 8, 13) ดังนั้น ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นักเรียนจึงไม่เรียนรู้เฉพาะแต่মনทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ต้องเรียนรู้การใช้แนวคิดเหล่านี้เหล่านี้เพื่อแก้ปัญหาแปลกใหม่และเรียนรู้การคิดในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลายให้เป็นคณิตศาสตร์อีกด้วย

OECD กล่าวถึง การรู้คณิตศาสตร์ มีความหมายมากกว่าการคิดเลข และการแก้โจทย์ปัญหา การรู้จักรูปคณิตศาสตร์ การรู้ข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกวิธีการนำเสนอสถานการณ์ มีความคิดสร้างสรรค์และรอบคอบ การประเมินการรู้คณิตศาสตร์ เน้นการประเมินความสามารถของนักเรียนที่จะนำเอาความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์มาใช้ในสถานการณ์ที่ท้าทายในอนาคต จึงเป็นการประเมินสมรรถนะของนักเรียน

ในการวิเคราะห์ การใช้เหตุผล การสื่อสารแนวคิดอย่างมีประสิทธิภาพ โดยนำปัญหาในชีวิตจริงมาตั้งเป็นปัญหาและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่หลากหลาย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2547 : 1-38)

สรุปว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายหลักอย่างหนึ่งของการจัดการศึกษาในโรงเรียนยุคปัจจุบัน การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนต้องมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ นั่นคือ สามารถเลือกและประยุกต์ใช้ความรู้และวิธีการที่มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

ลักษณะของการรู้คณิตศาสตร์

OECD and PISA นิยาม “การรู้คณิตศาสตร์” ว่า “รู้และเข้าใจคณิตศาสตร์ที่มีในโลก หรือชีวิตจริง สามารถตัดสินใจปัญหาต่าง ๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ และรู้จักใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาของตน และเตรียมพร้อมเป็นพลเมืองที่มีวิจรรณญาณ ห่วงใยและสร้างสรรค์สังคม ในอนาคต”

การประเมินการรู้คณิตศาสตร์ OECD and PISA ประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์สามด้าน ได้แก่

1. เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ เป็นการประเมินแนวคิดกว้าง ๆ ของคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2. กระบวนการของคณิตศาสตร์ เป็นสมรรถนะทั่วไป เช่น การใช้ภาษาคณิตศาสตร์ การสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหา การสร้างตัวคำถามที่ผสมผสานเนื้อหาและกระบวนการเข้าด้วยกัน จะเป็นคำถามที่วัดสมรรถนะของนักเรียน เรียงลำดับดังนี้

ขั้นที่ 1 ประกอบด้วยการคิดคำนวณคณิตศาสตร์เบื้องต้น การรู้คณิตศาสตร์ตามนิยามเบื้องต้น ที่พบในข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป

ขั้นที่ 2 ต้องการให้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่เนื้อหา

ขั้นที่ 3 ประกอบด้วยการคิดวิเคราะห์ ลงข้อสรุป และเห็นความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์

3. การใช้คณิตศาสตร์ ใช้ในการคิดวิเคราะห์สำหรับตนเอง สำหรับวิทยาศาสตร์และสังคม และสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาดั้งเดิม

การประเมิน PISA ในปี ค.ศ. 2012 ซึ่งมีจุดเน้นที่ การรู้คณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) โดยเน้นที่การประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาแปลกใหม่ที่อยู่ในบริบทของโลกในชีวิตจริง เนื้อหาสาระในกรอบการประเมิน

มี 4 เรื่อง ได้แก่

1. ปริภูมิและรูปทรงเรขาคณิต (Space and Shape)
2. การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships)
3. ปริมาณ (Quality)
4. ความไม่แน่นอน (Uncertainty) สำหรับเรื่องความไม่แน่นอนเกี่ยวข้องกับ

ข้อมูลและโอกาส ซึ่งเป็นเนื้อหาทางสถิติและความน่าจะเป็น โดย OECD แนะนำให้ประเทศสมาชิกเพิ่มความสำคัญวิชาสถิติและความน่าจะเป็นในหลักสูตร เพราะยุคนี้เป็นยุคของข้อมูลข่าวสารและมนุษย์มักจะเผชิญกับความไม่แน่นอนอยู่เสมอ เช่น การพยากรณ์อากาศ การพยากรณ์สถานการณ์เศรษฐกิจ

การพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เป็นจุดเน้นของ OCDE (รวิวรรณ เทนอิสระ. 2554 : 23) ได้แก่

1. การคิดและการให้เหตุผล (Thinking and Reasoning)
2. การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation)
3. การสื่อสาร (Communication)
4. การสร้างตัวแบบ (Modeling)
5. การตั้งโจทย์และการแก้ปัญหา (Problem Posing and Solving)
6. การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation)
7. การใช้สัญลักษณ์ ภาษาและการดำเนินการ (Using Symbolic, Language and Operation) การใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using Aids and Tools)

เศษส่วน

ความหมายของเศษส่วน

ในทางคณิตศาสตร์ เศษส่วน คือ ความสัมพันธ์ตามสัดส่วนระหว่างชิ้นส่วนของวัตถุหนึ่งเมื่อเทียบกับวัตถุทั้งหมด เศษส่วนประกอบด้วยตัวเศษ (Numerator) หมายถึง จำนวนชิ้นส่วนของวัตถุที่มี และตัวส่วน (Denominator) หมายถึง จำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของวัตถุนั้น ตัวอย่างเช่น $\frac{3}{4}$ อ่านว่า เศษสามส่วนสี่ หรือ สามในสี่ หมายความว่า วัตถุสามชิ้นส่วนจากวัตถุทั้งหมดที่แบ่งออกเป็นสี่ส่วนเท่า ๆ กัน นอกจากนั้น การแบ่งวัตถุสิ่งหนึ่งออกเป็นศูนย์ส่วนเท่า ๆ กันนั้นเป็นไปได้ ดังนั้น 0 จึงไม่สามารถเป็นตัวส่วนของเศษส่วนได้

เศษส่วนเป็นตัวอย่างชนิดหนึ่งของอัตราส่วน ซึ่งเศษส่วนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างชิ้นส่วนย่อยต่อชิ้นส่วนทั้งหมด ในขณะที่อัตราส่วนพิจารณาจากปริมาณของสองวัตถุที่แตกต่างกัน (ดังนั้น $\frac{3}{4}$ อาจไม่เท่ากับ 3 : 4) และเศษส่วนนั้นอาจเรียกได้ว่าเป็นผลหาร (Quotient) ของจำนวน ซึ่งปริมาณที่แท้จริงสามารถคำนวณได้จากการหารตัวเศษด้วยตัวส่วน ตัวอย่างเช่น $\frac{3}{4}$ คือ การหารสามด้วยสี่ ได้ปริมาณเท่ากับ 0.75 ในทศนิยม หรือ 75% ในอัตราร้อยละ

การเขียนเศษส่วน ให้เขียนแยกออกจากกันด้วยเครื่องหมายทับ หรือ ซอลิดัส (Solidus) แล้ววางตัวเศษกับตัวส่วนในแนวเฉียง เช่น $\frac{3}{4}$ หรือคั่นด้วยเส้นแบ่งตามแนวนอน เรียกว่า วินคิวลัม (Vinculum) เช่น ในบางกรณีอาจพบเศษส่วนที่ไม่มีเครื่องหมายคั่น อาทิ $\frac{3}{4}$ บนป้ายจราจรในบางประเทศ

เอ็ดมุนด์ ทองเย็น (<http://my.dek-d.com/maxchat/diary/id=374880.2552>)

เศษส่วนเป็นเรื่องที่พบและใช้ทั้งในชีวิตประจำวันและในวิชาชีพทางด้านช่าง การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนจึงเป็นเรื่องจำเป็นที่ต้องศึกษาและฝึกทักษะการคำนวณให้ถูกต้องแม่นยำ

เศษส่วน หมายถึง ตัวเลขหรือสัญลักษณ์แทนจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม เศษส่วนจะประกอบด้วยตัวเศษและตัวส่วน เช่น $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, เป็นต้น

ตัวอย่าง $\frac{1}{2}$ อ่านว่า เศษหนึ่งส่วนสอง

1 หมายถึง ตัวเศษ

2 หมายถึง ตัวส่วน

ความหมายของเศษส่วนนี้ คือ มีปริมาณหนึ่งส่วนในทั้งหมดปริมาณสองส่วน

เศษส่วน หมายถึง ส่วนหนึ่งๆ ของจำนวนทั้งหมดที่แบ่งออกเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน

เช่น แบ่งแ่งโม 1 ผล ออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆ กัน แ่งโม 1 ซีก หมายถึง 1 ใน 4 ของแ่งโมทั้งหมด เขียนแทนด้วย $\frac{1}{4}$

เศษส่วน หมายถึง ส่วนต่าง ๆ ของเซตที่ถูกแบ่งออกเป็นเซตย่อยที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน เช่น เด็กชาย 2 คน คิดเป็น $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ของจำนวนเด็กชาย 6 คน

เศษส่วน หมายถึง การเขียนเลขในรูปของผลหาร โดยมีเศษเป็นตัวตั้งและส่วนเป็นตัวหาร เช่น แบ่งเด็ก 6 คน ออกเป็น 3 กลุ่ม จะได้กลุ่มละกี่คน เขียนแทนด้วย $\frac{6}{3} = 2$ คน

ชนิดของเศษส่วน

เศษส่วน มี 4 ชนิด ดังนี้

1. เศษส่วนแท้ ได้แก่ เศษส่วนที่ค่าของตัวเศษน้อยกว่าตัวส่วน

เช่น $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{11}$ เป็นต้น

2. เศษเกิน ได้แก่ เศษส่วนที่ค่าของตัวเศษมากกว่าหรือเท่ากับตัวส่วน

เช่น $\frac{6}{5}$, $\frac{15}{2}$, $\frac{10}{10}$

3. จำนวนคละ ได้แก่ เศษส่วนที่มีจำนวนเต็มรวมกับเศษส่วนแท้

เช่น $2\frac{1}{4}$, $9\frac{1}{4}$, $11\frac{1}{4}$

3.1 การทำเศษส่วนแท้ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ทำโดยการนำจำนวนที่หารทั้งเศษและส่วนลงตัว เช่น $\frac{2}{4}$ ทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำได้ $\frac{1}{2}$ หรือ $\frac{10}{15}$ ทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำได้ $\frac{2}{3}$

3.2 การทำเศษเกินให้เป็นจำนวนคละ โดยนำตัวส่วนหารตัวเศษ หากหารไม่สามารหหารได้ จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็ม รวมกับเศษส่วนที่เหลือ

ตัวอย่าง จงทำให้ $\frac{10}{8}$ เป็นจำนวนคละ

$$\text{วิธีทำ} \quad \frac{10}{8} = 1\frac{2}{8} = 1\frac{1}{4}$$

3.3 การทำจำนวนคละให้เป็นเศษเกิน โดยการนำตัวส่วนคูณกับจำนวนเต็มและบวกด้วยตัวเศษ

ตัวอย่าง จงทำให้ $2\frac{1}{8}$ เป็นเศษเกิน

$$\text{วิธีทำ} \quad 2\frac{1}{8} = \frac{(8 \times 2) + 1}{8} = \frac{17}{8}$$

4. เศษซ้อน คือ เศษส่วน ที่เศษหรือส่วนเป็นเศษส่วน หรือทั้งเศษส่วนเป็น

เศษส่วน

$$\text{เช่น } \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$$

นอกจากนี้ยังมีความหมายของเศษส่วนซ้อน หรือเศษซ้อน (Complex/Compound Fraction) คือ เศษส่วนที่มีตัวเศษหรือตัวส่วนเป็นเศษส่วนอื่น ตัวอย่างเช่น $\frac{1/2}{1/3}$ เป็นเศษส่วนซ้อน ในการลดรูปเศษส่วนซ้อนสามารถทำได้โดยการหารตัวเศษด้วยตัวส่วน เหมือนการหารเศษส่วน ดังนั้น $\frac{1/2}{1/3}$ จะมีค่าเท่ากับ $1/2 \div 1/3 = 3/2$ นอกจากนั้นตัวเศษหรือตัวส่วนสามารถเป็นนิพจน์ของเศษส่วนอื่นต่อๆ กันไปได้ อย่างเช่น เศษส่วนต่อเนื่อง (Continued Fraction)

หลักการดำเนินการของเศษส่วน

1. การบวก ลบเศษส่วน

1.1 เศษส่วนชนิดเดียวกัน ให้เอาเศษมาบวกลบกันได้เลย ตัวส่วนมีค่าคงเดิม

1.2 เศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน ทำเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนชนิดเดียวกันก่อน แล้วจึงนำเศษส่วนมาบวกลบกัน

2. การแปลงเศษส่วน

การแปลงเศษส่วน หมายถึง การเปลี่ยนแปลงเศษส่วนจากชนิดหนึ่งไปเป็นเศษส่วนอีกชนิดหนึ่ง โดยที่ค่าเศษส่วนชุดเดิมนั้นไม่เปลี่ยนแปลงเช่น เศษส่วนเป็นจำนวนคละ หรือการแปลงจำนวนคละให้เป็นเศษเกิน เป็นต้น

ตัวอย่าง จงแปลง $\frac{5}{3}$ เป็นจำนวนคละ

วิธีทำ

$$\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$

3. การขยายเศษส่วน

การขยายเศษส่วน เป็นการแปลงเศษส่วนอีกลักษณะหนึ่ง โดยให้จำนวนเลขที่เป็น เศษส่วนมีจำนวนมากกว่าเดิม แต่ค่าของเศษส่วนชุดเดิมไม่เปลี่ยนแปลง

$$\text{เช่น } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{8} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

4. การทอนเศษส่วน

การทอนเศษส่วน คือ การแปลงเศษส่วนที่ทำให้ตัวเลขทั้งเศษและส่วนน้อยลง โดยค่าของเศษส่วนนั้นไม่เปลี่ยนแปลง

5. การคูณเศษส่วน

5.1 จำนวนเต็มคูณเศษส่วน หมายถึง การบวกเศษส่วนที่มีค่าเท่า ๆ กัน

หลาย ๆ ค่า เช่น $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

5.2 เศษส่วนคูณจำนวนเต็ม หมายถึง เศษส่วนของจำนวนเต็ม เช่น

$\frac{1}{2} \times 3$ หมายถึง $\frac{1}{2}$ ของ 3

5.3 เศษส่วนคูณเศษส่วน หมายถึง การแบ่งเศษส่วนออกเป็นส่วนเท่า ๆ กัน

ว่ามีค่าเป็นเศษส่วนเท่าไรของทั้งหมด เช่น $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$

6. การหารเศษส่วน

6.1 การหารจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน หมายถึง การแบ่งจำนวนเต็มออกเป็นส่วนย่อยเท่า ๆ กันจะได้กี่ส่วน

6.2 การหารเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม หมายถึง การแบ่งเศษส่วนที่มีอยู่

ออกเป็นส่วนเท่า ๆ กัน

6.3 การหารเศษส่วนด้วยเศษส่วน หมายถึง การแบ่งเศษส่วนออกเป็นส่วน

เท่า ๆ กัน หากคำตอบได้จากการคูณเศษส่วนที่เป็นตัวตั้งกับส่วนกลับของเศษส่วนที่เป็นตัวหาร

เช่น $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$

สาระสำคัญเรื่อง เศษส่วน

1. เศษส่วนใด ๆ เมื่อนำจำนวนซึ่งไม่ใช่ศูนย์มาคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วน หรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน ค่าของเศษส่วนนั้นยังคงเท่าเดิม

2. การทำเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป ให้มีตัวส่วนเท่ากัน วิธีหนึ่งที่สามารถทำได้ คือ การหา ค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งหมด แล้วทำเศษส่วนทุกจำนวนให้มีตัวส่วนเท่ากับ ค.ร.น. นั้น

3. การเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีทั้งตัวเศษและตัวส่วนไม่เท่ากัน อาจทำได้โดยทำตัวเศษ หรือตัวส่วนเท่ากัน แต่นิยมทำตัวส่วนให้เท่ากัน

4. เศษส่วนที่ไม่มีจำนวนนับใดที่มากกว่า 1 หารทั้งตัวเศษและตัวส่วนได้ลงตัว เรียกเศษส่วนนั้นว่า เศษส่วนอย่างต่ำ

5. การบวกหรือการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ต้องทำตัวส่วนของเศษส่วนทุกจำนวนให้เท่ากันก่อน โดยอาจทำตัวส่วนของแต่ละจำนวนเท่ากับ ค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งหมด แล้วจึงหาผลบวก หรือผลลบ

6. การบวกหรือการลบจำนวนคละ อาจเขียนจำนวนคละในรูปเศษเกินก่อน แล้วจึงหาผลบวก หรือผลลบ

7. การคูณเศษส่วนกับจำนวนนับ ทำได้โดยนำจำนวนนับมาคูณกับตัวเศษ โดยตัวส่วนยังคงเดิม

8. การคูณเศษส่วนกับเศษส่วนใช้วิธีนำตัวเศษคูณกับตัวเศษ และตัวส่วนคูณกับตัวส่วน หรือถ้าตัวเศษและตัวส่วนมีตัวประกอบร่วม อาจนำตัวประกอบร่วมมาหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนก่อน แล้วจึงหาผลคูณ

9. การหารจำนวนใด ๆ ด้วยเศษส่วน อาจคิดได้จากการนำจำนวนนั้นมาคูณกับ ส่วนกลับของเศษส่วนที่เป็นตัวหาร

10. การคูณหรือการหารจำนวนคละ ให้เขียนจำนวนคละในรูปเศษเกินก่อน แล้วจึงคูณ หรือหารกัน

การแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน

การแก้โจทย์ปัญหาการบวกลบคูณหารเศษส่วนมีขั้นตอน ดังนี้

1. อ่านโจทย์และทำความเข้าใจ
2. วิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่ละขั้นตอน
 - 2.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้เราบ้าง
 - 2.2 โจทย์ต้องการทราบสิ่งใด
3. วางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา
4. แปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ แสดงวิธีการหาคำตอบตาม

ขั้นตอน

5. ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ตัวอย่าง พ่อไปตลาดสด ซื้อเนื้อหมู เนื้อวัว และเนื้อไก่ ซึ่งน้ำหนักรวมได้ $20\frac{1}{2}$ กิโลกรัม เนื้อหมูหนัก $7\frac{1}{5}$ กิโลกรัม เนื้อวัวหนัก $4\frac{1}{10}$ กิโลกรัม อยากทราบว่า พ่อซื้อเนื้อไก่หนักกี่กิโลกรัม

จากโจทย์สามารถวิเคราะห์ได้ดังต่อไปนี้

- | คำถาม | คำตอบ |
|--|---|
| 1. โจทย์กล่าวถึงอะไร | 1. พ่อซื้อเนื้อหมู เนื้อวัว และเนื้อควาย |
| 2. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร | 2. น้ำหนักรวมของเนื้อหมู เนื้อวัว และเนื้อไก่
น้ำหนักของเนื้อหมู และน้ำหนักของเนื้อวัว |
| 3. สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร | 3. พ่อซื้อเนื้อไก่ มาหนักกี่กิโลกรัม |
| 4. จะหาน้ำหนักของเนื้อไก่ได้อย่างไร | 4. เอน้ำหนักของเนื้อหมู และเนื้อวัวไปลบ
ออกจากน้ำหนักทั้งหมด |
| 5. จากวิธีการคิดคำนวณที่หาได้ เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร | |

$$20\frac{1}{2} - \left(7\frac{1}{5} + 4\frac{1}{10}\right) \text{ หรือ } 20\frac{1}{2} - 7\frac{1}{5} - 4\frac{1}{10} \text{ หรือ } \frac{41}{2} - \frac{36}{5} - \frac{41}{10}$$

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ :
กรณีศึกษาเรื่อง เศษส่วน มีดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

สมนึก ประเสริฐปาณัตร์ (2532 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความต้องการพัฒนาสมรรถภาพด้านการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ของครูมัธยมศึกษา ในเขตการศึกษา 7 พบว่า ครูมัธยมศึกษา ในเขตการศึกษา 7 มีความต้องการพัฒนาสมรรถภาพด้านความรู้ความเข้าใจในตัวผู้เรียน ด้านการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ด้านการเรียนการจัดการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียน การจัดการเรียนรู้ ด้านสื่อการจัดการเรียนรู้ อยู่ในระดับมากทั้ง 5 ด้าน ครูที่มีวุฒิการศึกษาต่ำกว่าปริญญาตรีกับครูที่มีวุฒิการศึกษาระดับปริญญาตรี มีความต้องการแตกต่างกัน ในด้านความรู้ความเข้าใจผู้เรียน ส่วนครูที่มีประสบการณ์ในด้านการจัดการเรียนรู้ต่ำกว่า 5 ปี กับครูที่มีประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้ 5-10 ปี และ 11-20 ปี มีความต้องการแตกต่างกันใน ด้านวัตถุประสงค์และประเมินผล ส่วนในด้านการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียน การจัดการเรียนรู้ ครูที่มีประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้ต่ำกว่า 5 ปี มีความต้องการแตกต่างกับครูที่มีประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้ 11-20 ปี

สุธีรัตน์ อริยเดช (2540 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพุทธโสภณ จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 72 คน พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดสูง กว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นพพร แหม่มแสง (2544 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยมีการจัดกิจกรรมพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน แทรกในการเรียนการสอนเนื้อหาตามปกติ พบว่านักเรียนที่ได้รับการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสูงขึ้นหลังจบการทดลองและกลุ่มทดลองมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสูงกว่ากลุ่มควบคุมหลังการทดลอง

วิวัฒน์ ศรีไตรรัตน์ (2544 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการสอนเรื่องเศษส่วน โดยใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสนใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านย่านตาขาว จังหวัดตรัง จำนวน 60 คน พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีแบบปกติตามแนวของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .001 และนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดยังมีความสนใจสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีแบบปกติตามแนวของสถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วงเดือน อินทนิเวศน์ (2544 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาพัฒนาชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านท่ามะพร้าววิทยา จำนวน 105 คน โดยศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการจัดกิจกรรม และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเศษส่วนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ อยู่ในระดับ เห็นด้วยมาก

รสวลีย์ อักษรวงษ์ (2545 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ความสามารถของครูในการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหา พบว่า ปัจจัยที่คาดว่าจะมีอิทธิพลต่อความรู้ความสามารถของครูในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของเบนจามินและที่ได้จากแนวคิดและผลการวิจัย ประกอบด้วย 1) ประสบการณ์การฝึกอบรม 2) เนื้อหาวิชาที่สอน 3) ประสบการณ์การจัดการเรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหา 4) ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหา 5) ความสามารถในการวิเคราะห์ภารกิจจัดการเรียนรู้ 6) ความสามารถในการจัดการเรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหา 7) การได้รับความสำเร็จในการจัดการเรียนรู้ 8) การมีแบบอย่างในการจัดการเรียนรู้ และ 9) การได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้

ชวน วัฒนพิชัย (2549 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่อง รายงานการพัฒนาบทเรียน คอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษา พบว่า 1) บทเรียนคอมพิวเตอร์ มัลติมีเดีย เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้ศึกษาค้นคว้าสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 83.79/82.83 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ที่ตั้งไว้ 2) คำนี ประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีค่าเท่ากับ 0.7167 แสดงว่านักเรียนมี ความก้าวหน้าทางการเรียนรู้เพิ่มมากขึ้นกว่าเดิม คิดเป็นร้อยละ 71.67 3) ผู้เชี่ยวชาญมีความ คิดเห็นต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน กลุ่มสาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยรวมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด เมื่อ พิจารณาเป็นรายตอน พบว่า บทเรียนสำเร็จรูปมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุดทุก ตอน และ 4) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีความพึงพอใจต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ มัลติมีเดีย เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยรวมและ เป็นรายชื่ออยู่ในระดับมากที่สุด นักเรียนเห็นว่าเนื้อหาน่าสนใจ มีการแจ้งผลการเรียน เหมาะสม เสียงประกอบชัดเจน และมีจำนวนแบบฝึกหัดเหมาะสม

กรรณิการ์ วิทยา (2550 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาหาแนวทางการปรับปรุงการเรียน การสอนเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านป่าคาป่าม่วง จังหวัด แพร่ จำนวน 24 คน โดยการศึกษาครั้งนี้จัดการเรียนการสอนที่มีการปรับเปลี่ยนการจัดลำดับ เนื้อหาใหม่ให้มีความต่อเนื่องกัน ใช้หลักการจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ตลอดจนจัดการเรียน การสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยใช้วิธีอุปนัย พบว่า แนวทางในการจัดการเรียนการสอน ดังกล่าว มีส่วนทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่อง เศษส่วนอย่างถูกต้องและช่วยให้นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณเกี่ยวกับเรื่องดังกล่าวในระดับที่ น่าพอใจ

ศรีสุข ชีพพานิชย์ (2553 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดเรื่องการคูณและการ หารเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านในสอย จังหวัดแม่ฮ่องสอน จำนวน 16 คน จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นสื่อรูปธรรมใน การกระตุ้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองผ่านการพับและแรเงารูปสี่เหลี่ยม จตุรัส เพื่อแบ่งพื้นที่ในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังกล่าว แล้วใช้กระบวนการคิด เพื่อค้นหาความคิด รวบยอดในการคูณและการหารเศษส่วน พบว่า นักเรียนร้อยละ 87.50 มีความคิดรวบยอด เรื่อง

การดูแลและการหารเศษส่วน โดยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 จากการทดสอบวัดความคิดรวบยอด เรื่องการคูณและการหารเศษส่วน

โสมภิลัย สุวรรณ (2554 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน และศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลลำพูน จังหวัดลำพูน จำนวน 36 คน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาเป็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน และใช้คำถามนำในการชี้แนะแนวทางให้นักเรียนนำกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนที่เหมาะสมกับกลุ่มเป้าหมายในครั้งนี้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้คำถามนำในการชี้แนะแนวทางให้นักเรียนนำกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยขั้นตอนทั้งสี่ของกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาสามารถยึดหยุ่นได้ และนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในด้านการทำความเข้าใจปัญหาและการวางแผนการแก้ปัญห แต่ยังมีควมบกพร่องในด้านการดำเนินการตามแผนที่วางไว้เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถทำได้ครบทุกขั้นตอน ในด้านการตรวจคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตรวจคำตอบได้อย่างครบถ้วน และถูกต้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

Begle. (1979 : 41 – 43) ได้สังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวกับบทบาทของความรู้ของครูที่มีต่อประสิทธิภาพของผู้เรียน ระหว่างปี ค.ศ. 1960 – 1976 โดยเขาพิจารณาจากความรู้ของครู 3 ชนิด ดังนี้ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ และบริบทอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งครูได้เรียนในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างที่ศึกษาอยู่ในมหาวิทยาลัย ผลการศึกษา พบว่า จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความรู้ที่ครูได้รับมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนร้อยละ 10 และมีความสัมพันธ์เชิงลบกับผลการปฏิบัติงานของผู้เรียนร้อยละ 8 ในทำนองเดียวกัน รายวิชาที่เกี่ยวกับวิธีการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ส่งผลเชิงบวกต่อกรณีศึกษาถึงร้อยละ 24 และส่งผลเชิงลบต่อกรณีศึกษาร้อยละ 6 นอกจากนี้ การที่ครูเรียนในวิชาเอกคณิตศาสตร์ก็ส่งผลเชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนร้อยละ 9 และส่งผลเชิงลบต่อผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนร้อยละ 4 ของการศึกษา

Carpenter; et al. (1988 : 385) ได้ศึกษาความรู้ทางการสอนในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาการบวก และการลบจำนวนเต็มในระดับประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นครูประจำการคณิตศาสตร์ที่สอนในเกรด 1 จำนวนทั้งหมด 40 คน จาก 27 โรงเรียน มีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบทดสอบซึ่งครูประจำการคณิตศาสตร์ต้องวิเคราะห์ปัญหาจำนวนทั้งหมด 6 ข้อ ได้แก่ $5+7=?$ $6+?=11$ $?+4=12$ $13-4=?$ $15-?=9$ และ $?-3=9$ องค์ประกอบที่ใช้ในการศึกษาความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความสามารถในการจำแนกรูปแบบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการรู้ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ผลการวิจัยพบว่า ครูประจำการคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่สามารถจำแนกความแตกต่างของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ แต่ความรู้ทั้งสองส่วนนี้ยังไม่ได้ถูกจัดระบบให้มีการเชื่อมโยงกัน นอกจากนี้ผลการวิจัยยังพบว่า ความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนอย่างมีนัยสำคัญ

Marks. (1990 : 3) ได้ศึกษาความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ โดยใช้การสัมภาษณ์ครูประจำการคณิตศาสตร์ที่สอนในเกรด 5 จำนวนทั้งหมด 8 คน เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน เฉพาะหัวข้อเรื่องเศษส่วนที่เท่ากัน องค์ประกอบที่ใช้ในการศึกษาความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 4 ด้าน ได้แก่ ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ การรู้ความคิดและความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการรู้วิธีนำเสนอหรือการให้คำอธิบายที่เหมาะสมต่อความคิดและความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ในงานวิจัยนี้มีการอภิปรายถึงความซับซ้อนเกี่ยวกับความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ และมีข้อเสนอแนะว่าครูประจำการคณิตศาสตร์คนใดที่สามารถบูรณาการองค์ประกอบทั้ง 4 ด้านของความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เข้าไปในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้จะเป็นผู้ที่ประสบความสำเร็จในการปรับปรุงคุณภาพการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

Grouws. (1992 : 161-162) กล่าวถึงรูปแบบสำหรับการทำวิจัยเกี่ยวกับความรู้ของครูในประเทศสหรัฐอเมริกาว่า ความรู้ของครูไม่สามารถแยกออกจากเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จะต้องนิยามองค์ประกอบ และความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของความรู้ของครูให้เข้าใจชัดเจน การศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของครูไม่อาจทำได้นอกบริบทหรือแบบ

โคดเด็ยว องค์ประกอบจะต้องศึกษาโดยความสัมพันธ์กัน และเราต้องพิจารณาสภาพความรู้ของครูแบบพลวัต ที่มุ่งเน้นไปที่ความรู้ของครูที่เป็นผลมาจากสิ่งที่ปรากฏขึ้นในบริบทของชั้นเรียน โดยความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้จะรวมถึง ความรู้เรื่องสอนให้มีความเข้าใจกระบวนการเบื้องต้น ความรู้ในความสัมพันธ์ระหว่างด้านต่าง ๆ ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการตีความความรู้เรื่องการจัดการเรียนรู้ ความเข้าใจความคิดของผู้เรียน และสามารถประเมินความคิดของผู้เรียนเพื่อที่จะทำการตัดสินใจด้านการจัดการเรียนรู้

Raudenbush, Phumirat and Kamali. (1992 : 165-177) จัดทำงานวิจัยเพื่อศึกษาการรับรู้ในความรู้ความสามารถและความเชื่อในการจัดการเรียนรู้ของครู ผลการวิจัยกล่าวว่าการรับรู้ความรู้ความสามารถของครู ในเชิงบวกจำเป็นต้องเกิดขึ้นพร้อมกับการแสวงหาความรู้และการมีทักษะในการจัดการเรียนรู้ที่ดี จึงจะทำให้เกิดประสิทธิผลในการจัดการเรียนรู้อย่างสมบูรณ์ และผลงานวิจัยนี้ยังเชื่ออีกว่า การรับรู้ความรู้ความสามารถของครูหรือความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถของครูมีความสัมพันธ์กับพฤติกรรมกรรมการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิผลของครู

Bandura. (1997 : 240-243) ได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการรับรู้ความรู้ความสามารถของครู ได้บ่งชี้ว่าความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถในการจัดการเรียนรู้ของครู เป็นส่วนหนึ่งในการกำหนดวิถีจัดกิจกรรมการเรียนการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนและวิถีประเมินผล โดยครูที่รู้ว่าตนเองมีการรับรู้ความสามารถสูงเป็นครูที่เปิดรับแนวคิดใหม่ๆ ที่หลากหลายให้เหมาะสมกับผู้เรียน มีความรู้สึกที่มั่นคงเมื่อเผชิญกับปัญหาหรืออุปสรรค อดทนกับผู้เรียนที่เรียนช้าหรือมีปัญหาในห้องเรียนกระตือรือร้นในการจัดการเรียนรู้ มีความมุ่งมั่นในการจัดการเรียนรู้ ฯลฯ ส่วนครูที่มีระดับการรับรู้ความสามารถต่ำส่วนมากเป็นครูที่มีประสิทธิผลต่ำในการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้

Lampert. (2001 : 334-357) กล่าวว่า งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์จำนวนมากให้ความสำคัญกับการรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน และการรู้วิธีนำเสนอเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนนั้น แลมเพิร์ตยกตัวอย่างกรณีศึกษารูปประจำการคณิตศาสตร์คนหนึ่งซึ่งรู้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่อง การบวกเศษส่วน และสามารถใช้ตัวอย่างงานของผู้เรียนมาอธิบายเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน โดยที่ครูประจำการคณิตศาสตร์คนหนึ่งกล่าวถึงประสบการณ์ในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้ว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนในการบวกเศษส่วน โดยมีการหา

คำตอบจากการนำจำนวนที่เป็นตัวเลขของเศษส่วนที่เป็นตัวตั้งและตัวบวกมาบวกกัน และนำจำนวนที่เป็นตัวเลขของเศษส่วนที่เป็นตัวตั้งและตัวบวกมาบวก

Charalambous. (2008 : 938-939) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการจัดการเรียนรู้และประสิทธิภาพในการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู ซึ่งเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูและการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ โดยเฉพาะการศึกษาในประเด็น ดังนี้ 1) ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู 2) การศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับความเชื่อและข้อมูลพื้นฐานของนักศึกษาครู และ 3) การศึกษาผลของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีผลต่อการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบแบบปรนัยใช้ในการวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครู แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างใช้วัดประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู และแบบสอบถามใช้สำรวจความเชื่อและข้อมูลพื้นฐานของนักศึกษาครู โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 ระยะ ดังนี้ ในระยะที่ 1 เป็นการศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่น่าสนใจ โดยใช้สถิติ Non Parametric และในระยะที่ 2 เป็นการศึกษาเชิงคุณภาพ นักศึกษาครูที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 7 คน ถูกสังเกตและพิจารณาเพื่อนำไปสู่การพัฒนาในลักษณะที่เชื่อมโยงกัน จากการศึกษาพบว่า มีความสัมพันธ์กันอย่างมากระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู แต่ปัจจัยนี้ไม่ได้เป็นสื่อกลางในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ความเชื่อและภาพเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครู พบว่า ประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครูแยกออกจากความรู้ของพวกเขา นอกจากนี้ในการวิเคราะห์ข้อมูลยังพบว่า ความรู้ของนักศึกษาครูสามารถที่จะช่วยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Zopf, A. Deborah. (2010 : Abstract) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู กรณีการทำงานทางคณิตศาสตร์และความรู้ซึ่งนำมาโดยครู การวิจัยนี้ศึกษาความต้องการในการทำงานและความรู้ทางคณิตศาสตร์ของงานในการเรียนการจัดการเรียนรู้ของครู ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาการเรียนการจัดการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์ 2 คน ที่มีความแตกต่างกันในการฝึกอบรม ผู้เรียนมีความแตกต่างกัน โดยเป็นครูคณิตศาสตร์และนักศึกษาครู การจัดเตรียมข้อมูลเพื่อพิสูจน์งานที่เกิดขึ้นและความต้องการของการทำงานการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แก่ครู ประการแรก คือการระบุโดเมนงานต่าง ๆ ภายในการทำงาน of ครูทั้งสอง โดยพิจารณาจากงาน 3 งาน ได้แก่ เลือกราคาตีความและวิธีการเลือก

ตัวอย่าง และการจัดการงานทางคณิตศาสตร์ สี่กรณีของการเรียนการจัดการเรียนรู้ สองจาก การศึกษาของครูแต่ละคนสำหรับการวิเคราะห์องค์ประกอบของโดเมนงานจากการวิเคราะห์ที่ ข้ามกรณีเพื่อแยกความแตกต่างขององค์ประกอบที่ดูเหมือนจะมีความสอดคล้องกันและกรณีที่แตกต่างกัน และนำเสนอการศึกษากรอบการทำงานของครู ประการที่สอง การตรวจสอบการทำงานทางคณิตศาสตร์ของกรณีศึกษาสำหรับความต้องการความรู้ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอ โดเมนของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของครู อภิปรายเชิงคุณภาพที่โดดเด่นของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียน การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครูที่ปรากฏลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้ สำหรับการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครูวิธีการและสิ่งที่ใช้สำหรับการทำงานของ ครู

Olanoff, E. Dana. (2012 : Abstract) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการ จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารเศษส่วน เพื่อตอบคำถามวิจัยว่า อะไรคือ ความรู้ที่ครูต้องมีสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาเรื่องการคูณและการ หารเศษส่วน ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ที่จำเป็นสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู ประถมศึกษาในอนาคตเรื่องการคูณและการหารเศษส่วนที่เป็นส่วนประกอบที่สำคัญ 4 ด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจในวิธีการและรูปแบบที่หลากหลายของการคูณและการหารเศษส่วน การตัดสินใจเลือกหัวข้อที่จะมุ่งเน้นเฉพาะ การกำหนดเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจงที่ต้องการให้ผู้ เรียนรู้ และการออกแบบและใช้การประเมินผลอย่างมีความหมายเพื่อช่วยในการตัดสินใจว่า แต่ละคนบรรลุเป้าหมายการเรียนรู้

สรุปได้ว่า งานวิจัยที่กล่าวอ้างถึงข้างต้นเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความรู้ ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน พบว่าความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบ่งเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ของครูด้านเนื้อหา ความรู้ของครูด้านการจัดการ เรียนรู้ และความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน เครื่องมือในการเก็บข้อมูลโดยใช้ แบบ สัมภาษณ์ แบบสังเกต การจัดการเรียนรู้ของครูที่แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของ ครูที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ กับประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ จึงได้กำหนดกรอบการศึกษา ความรู้ของครูในการจัดการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เนื้อหาและทักษะกับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ ตลอดทั้ง การใช้หลักสูตรการเรียนการจัดการเรียนรู้ การควบคุมดูแลผู้เรียน การทบทวนหลักสูตร การพัฒนากระบวนการประเมิน และอื่น ๆ กับประสบการณ์ต่างๆทาง

คณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ของครู ที่ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพแล้วส่งผลต่อการเรียนรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีองค์ประกอบหลัก 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ของครูด้านเนื้อหา ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน มีรายละเอียดดังนี้

ความรู้ของครูด้านเนื้อหา เป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ในเรื่อง เศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามกรอบสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และความรู้พื้นฐานในการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วน ตลอดจน หลักการ สมบัติ วิธีการต่าง ๆ ในขั้นตอนการคำนวณ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบรอง ได้แก่ ความรู้ในมโนทัศน์ ความรู้ในกระบวนการ และความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา รายละเอียดแต่ละองค์ประกอบรอง มีดังนี้

ความรู้ในมโนทัศน์ เป็นความรู้ที่เกิดจากความเข้าใจ ในการมองเห็นความสัมพันธ์ และความเชื่อมโยงไปพร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้พื้นฐานที่จำเป็นกับความรู้ใหม่ให้สอดคล้องกันในเรื่อง เศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ความรู้ในกระบวนการ เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับ สมบัติหลักการ วิธีการต่าง ๆ ในขั้นตอนการคำนวณ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันในเรื่อง เศษส่วน

ความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา เป็นความรู้ตามกรอบสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในเรื่อง เศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้ที่ช่วยให้ครูตัดสินใจในการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การออกแบบและการวางแผนจัดการเรียนรู้ ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ รู้จักการเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน สามารถเลือกใช้วิธีการวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลา ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบรอง ได้แก่ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วน และความรู้ในหลักสูตร รายละเอียดแต่ละองค์ประกอบรอง มีดังนี้

ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความรู้ในจิตวิทยาการเรียนรู้ และ ความรู้ในแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน เป็นความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ความรู้ในหลักสูตร เป็นความรู้ในการวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วน

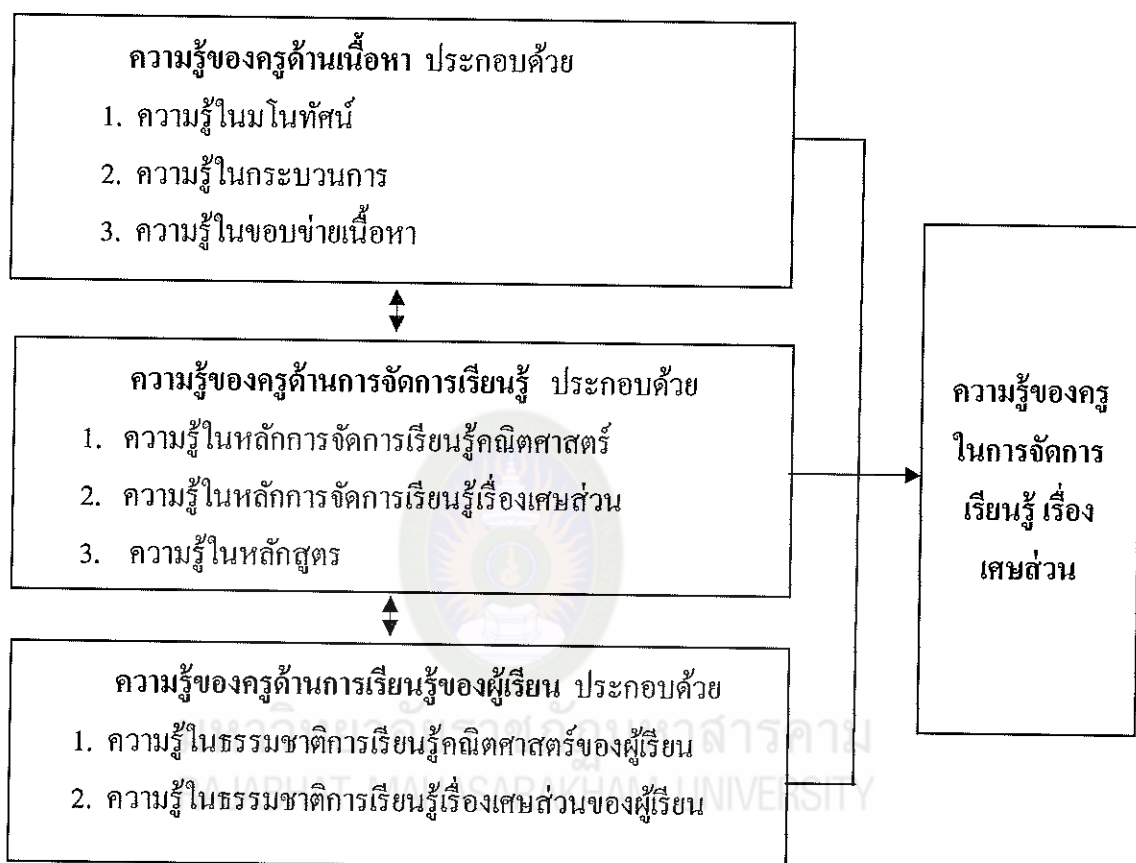
ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน เป็นความรู้ที่ช่วยให้ครูเข้าใจธรรมชาติการเรียนรู้ตลอดจนกระบวนการคิดที่แสดงถึงความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจในความรู้ ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบรองได้แก่ ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วนของผู้เรียน รายละเอียดแต่ละองค์ประกอบรอง มีดังนี้

ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับ ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ทำให้เราทราบว่า ผู้เรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ดีและเข้าใจ ขึ้นกับปัจจัยใดบ้าง วย ความพร้อม การมีสื่อ การเสริมแรง การเรียนรู้อย่างมีความสุข และ สถานการณ์ที่เปิด โอกาสให้ผู้เรียนได้เกิดการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง

ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนของผู้เรียน เป็นความรู้ที่ช่วยให้ครู เข้าใจวิธีการเรียนรู้ ของผู้เรียน เข้าใจวิธีการสร้างมโนทัศน์ กระบวนการคิดคำนวณ และวิธีการแก้ปัญหา ในการเรียนรู้ เรื่อง เศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารที่กล่าวข้างต้น ผู้วิจัยสรุปกรอบแนวคิดการวิจัยเรื่อง การศึกษา
ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : กรณีศึกษาเรื่อง เศษส่วน ดังนี้



แผนภาพที่ 6 กรอบแนวคิดการวิจัย เรื่อง การศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ : กรณีศึกษาเรื่อง เศษส่วน