

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี โดยใช้กิจกรรมแบบร่วมมือ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยเรื่องนี้ และได้นำเสนอผลของการศึกษาตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
  - 1.1 หลักการและจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
    - 1.1.1 หลักการของหลักสูตร
    - 1.1.2 จุดมุ่งหมายของหลักสูตร
  - 1.2 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
    - 1.2.1 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
    - 1.2.2 คุณลักษณะอันพึงประสงค์
  - 1.3 มาตรฐานการเรียนรู้
  - 1.4 ตัวชี้วัด
  - 1.5 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
2. ระดับการคิดตามรูปแบบแวน ฮีลี
  - 2.1 ความเป็นมาของรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele Model) และระดับการคิด
  - 2.2 การกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิต
  - 2.3 ลักษณะสำคัญของระดับความคิดทางเรขาคณิต
  - 2.4 พฤติกรรมระดับการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบ แวน ฮีลี
  - 2.5 การวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบ แวน ฮีลี
3. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
  - 3.1 ความหมายและความสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
  - 3.2 ความสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
  - 3.3 องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
  - 3.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

4. ความพึงพอใจ
  - 4.1 ความพึงพอใจในการเรียน
  - 4.2 วิธีการสร้างความพึงพอใจในการเรียน
5. ตัวแปรที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
  - 5.1 ระดับการคิด
  - 5.2 ภาพลักษณ์มีโนทัศน์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 6.1 งานวิจัยในประเทศ
  - 6.2 งานวิจัยในต่างประเทศ
7. กรอบแนวคิดในการวิจัย

## หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

มีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. หลักการ และจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
  - 1.1 หลักการของหลักสูตร
    - 1.1.1 เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อความเป็นเอกภาพของชาติ มีจุดหมาย และมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเป้าหมายสำหรับพัฒนาเด็ก และเยาวชนให้มีความรู้ ทักษะ เจตคติ และคุณธรรมบนพื้นฐานของความเป็นไทยควบคู่กับความเป็นสากล
    - 1.1.2 เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อปวงชน ที่ประชาชนทุกคนมีโอกาสได้รับการศึกษาอย่างเสมอภาค และมีคุณภาพ
    - 1.1.3 เป็นหลักสูตรการศึกษาที่สนองการกระจายอำนาจ ให้สังคมมีส่วนร่วมในการจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับสภาพ และความต้องการของท้องถิ่น
    - 1.1.4 เป็นหลักสูตรการศึกษาที่มีโครงสร้างยืดหยุ่นทั้งด้านสาระการเรียนรู้เวลา และการจัดการเรียนรู้
    - 1.1.5 เป็นหลักสูตรการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
    - 1.1.6 เป็นหลักสูตรการศึกษา สำหรับ การศึกษาในระบบ นอกกระบบ และตามอัธยาศัย ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย สามารถเทียบโอนผลการเรียนรู้ และประสบการณ์

## 1.2 จุดมุ่งหมายของหลักสูตร

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อ และประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมายเพื่อให้เกิดกับผู้เรียน เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้

1.2.1 มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัย และปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ ยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง

1.2.2 มีความรู้ ความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต

1.2.3 มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุขนิสัย และรักการออกกำลังกาย

1.2.4 มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถีชีวิต และการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข

1.2.5 มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรม และภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์ และพัฒนาสิ่งแวดล้อมมีจิตสาธารณะที่มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

## 2. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

### 2.1 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ในการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

2.1.1 ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้องตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2.1.2 ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบเพื่อไปสู่การสร้างองค์ความรู้ หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

2.1.3 ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหา และ

อุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรม และข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

2.1.4 ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสามัคคีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสมการปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

2.1.5 ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสารการทำงาน การแก้ปัญหา อย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

## 2.2 คุณลักษณะอันพึงประสงค์

ในการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข ทั้งในฐานะพลเมืองไทย และพลโลก ดังนี้

2.2.1 รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์

2.2.2 ซื่อสัตย์สุจริต

2.2.3 มีวินัย

2.2.4 ใฝ่เรียนรู้

2.2.5 อยู่อย่างพอเพียง

2.2.6 มุ่งมั่นในการทำงาน

2.2.7 รักความเป็นไทย

2.2.8 มีจิตสาธารณะ

นอกจากนี้ สถานศึกษาสามารถกำหนดคุณลักษณะอันพึงประสงค์เพิ่มเติมให้สอดคล้องตามบริบทและจุดเน้นของตนเอง

### 3. มาตรฐานการเรียนรู้

การพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความสมดุล ต้องคำนึงถึงหลักพัฒนาการทางสมอง และพหุปัญญา หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน จึงกำหนดให้ผู้เรียนเรียนรู้ 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ ดังนี้

- 3.1 ภาษาไทย
- 3.2 คณิตศาสตร์
- 3.3 วิทยาศาสตร์
- 3.4 สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม
- 3.5 สุขศึกษาและพลศึกษา
- 3.6 ศิลปะ
- 3.7 การงานอาชีพและเทคโนโลยี
- 3.8 ภาษาต่างประเทศ

ในแต่ละกลุ่มสาระการเรียนรู้ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ เป็นเป้าหมายสำคัญของการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน มาตรฐานการเรียนรู้ ระบุสิ่งที่ผู้เรียนพึงรู้และปฏิบัติได้ มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ ที่ต้องการให้เกิดแก่ผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน นอกจากนั้นมาตรฐานการเรียนรู้ ยังเป็นกลไกสำคัญ ในการขับเคลื่อนพัฒนาการศึกษาทั้งระบบ เพราะมาตรฐาน การเรียนรู้จะสะท้อนให้ทราบว่า ต้องการอะไร ต้องสอนอะไร จะสอนอย่างไร และประเมินอย่างไร รวมทั้งเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบเพื่อการประกันคุณภาพภายนอก ซึ่งรวมถึงการทดสอบระดับเขตพื้นที่การศึกษาและการทดสอบระดับชาติ ระบบการตรวจสอบเพื่อประกันคุณภาพดังกล่าวเป็นสิ่งที่สำคัญที่ช่วยสะท้อนภาพการจัดการศึกษา ว่าสามารถพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามที่มาตรฐานการเรียนรู้กำหนดเพียงใด

### 4. ตัวชี้วัด

ตัวชี้วัดระบุสิ่งที่ผู้เรียนพึงรู้และปฏิบัติได้ รวมทั้งคุณลักษณะของผู้เรียนในแต่ละระดับชั้น ซึ่งสะท้อนถึงมาตรฐานการเรียนรู้ มีความเฉพาะเจาะจงและมีความเป็นรูปธรรมนำไปใช้ในการกำหนดเนื้อหา จัดทำหน่วยการเรียนรู้ จัดการเรียนการสอน และเป็นเกณฑ์สำคัญสำหรับการวัดประเมินผลเพื่อตรวจสอบคุณภาพผู้เรียน

4.1 ตัวชี้วัดชั้นปี เป็นเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนแต่ละชั้นปีในระดับการศึกษาภาคบังคับ (ประถมศึกษาปีที่ 1 – มัธยมศึกษาปีที่ 3)

4.2 ตัวชี้วัดช่วงชั้น เป็นเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6)

4.3 หลักสูตรได้มีการกำหนดรหัสกำกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เพื่อความเข้าใจและให้สื่อสารตรงกัน ดังนี้

ว	1.1	ป.1.1
---	-----	-------

ว	กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์
---	---------------------------------

1.1	สาระที่ 1 มาตรฐานข้อที่ 1
-----	---------------------------

ป.1/2	ตัวชี้วัดชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ข้อที่ 2
-------	---

ต	2.2	ม.4-6/2
---	-----	---------

ต	กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาต่างประเทศ
---	------------------------------------

2.2	สาระที่ 2 มาตรฐานข้อที่ 2
-----	---------------------------

ม.4-6/2	ตัวชี้วัดชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ข้อที่ 2
---------	---

## 5. สารและมาตรฐานการเรียนรู้

### คำอธิบายรายวิชา

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค 16101

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

เวลา 160 ชั่วโมง

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้ปัญหาในสาระต่อไปนี้

จำนวนนับ การประมาณค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหมื่น เต็มแสน เต็มล้าน การหาตัวประกอบ จำนวนเฉพาะ การแยกตัวประกอบ ห.ร.ม. ค.ร.น. โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร และการบวก ลบ คูณ หารระคนของจำนวนนับ การใช้สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ และสมบัติการแจกแจงในการคิดคำนวณ

เศษส่วน การเปรียบเทียบและเรียงลำดับเศษส่วน เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยม การบวก การลบ การคูณ การหารและบวก ลบ คูณ หารระคนของเศษส่วน จำนวนคละ และ โจทย์ปัญหา การบวก การลบ การคูณ การหารและ การบวก ลบ คูณ หารระคนของเศษส่วน

ทศนิยม ความหมาย การอ่านและเขียนทศนิยมสามตำแหน่งหลัก ค่าประจำหลัก และค่าของตัวเลขโดดในแต่ละหลักของทศนิยมสามตำแหน่ง การเขียนทศนิยมในรูปกระจาย การเปรียบเทียบและการเรียงลำดับทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง การเขียนทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งในรูปเศษส่วน ที่มีตัวส่วนเป็นตัวประกอบของ 10 100 1,000 ในรูปทศนิยม ความสัมพันธ์ของเศษส่วน ทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง หนึ่งตำแหน่ง การประมาณค่าใกล้เคียงทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง สองตำแหน่ง การบวก การลบ การคูณ การหาร และการบวก ลบ คูณ หารระคนของทศนิยม

ร้อยละ การแก้โจทย์ปัญหาร้อยละในสถานการณ์ต่าง ๆ รวมถึง โจทย์ปัญหาร้อยละเกี่ยวกับการหากำไร ขาดทุน การลดราคา การหาราคาทุน และดอกเบี้ย

เรขาคณิต ส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด) รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ การประดิษฐ์ รูปเรขาคณิตสามมิติจากรูปคลี่ การสร้างรูปสี่เหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้านและขนาดของมุม หรือเมื่อกำหนดความยาวของเส้นทแยงมุม คุณสมบัติของเส้นทแยงมุม ของรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ การพิจารณาเส้นขนาน โดยอาศัยมุมแย้งและการพิจารณาเส้นขนานโดยอาศัยผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเป็น 180 องศา ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม การคาดคะเนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมเป็นตารางเมตร ตารางเซนติเมตร และตารางวา โจทย์ปัญหา และสถานการณ์เกี่ยวกับพื้นที่ ความยาวเส้นรอบรูป และพื้นที่ของรูปวงกลม การหาปริมาตรหรือความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ทิศ แพนผังและแผนที่ ทิศ การบอกตำแหน่งโดยใช้ทิศ มาตราส่วน การอ่านแผนผัง การเขียนแผนผังแสดงตำแหน่งของสิ่งต่าง ๆ และแผนผังแสดงเส้นทางการเดินทาง

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบาย และวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ

ตัวชี้วัด (รายวิชาพื้นฐาน)	สาระการเรียนรู้แกนกลาง/ท้องถิ่น		
	ความรู้	ทักษะ/กระบวนการ	คุณลักษณะฯ
ค 3.1 ป.6/1 บอกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เป็นส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสามมิติ	ส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก ทรงกรวย ปริซึม พีระมิด)	สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ	ใฝ่เรียนรู้
ค 3.1 ป.6/2 บอกสมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ	สมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม	สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ	ใฝ่เรียนรู้
ค 3.1 ป.6/3 บอกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เป็นส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสามมิติ	1. การพิจารณาเส้นสั้นขนาน โดยอาศัยมุมแย้ง 2. การพิจารณาเส้นขนาน โดยอาศัยผลบวกของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด เป็น 180 องศา	ทักษะการใช้เหตุผล	ใฝ่เรียนรู้



มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึ่งภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด (รายวิชาพื้นฐาน)	สาระการเรียนรู้แกนกลาง/ท้องถิ่น		
	ความรู้	ทักษะ/กระบวนการ	คุณลักษณะฯ
ค 3.2 ป.6/1 ประดิษฐ์ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม และพีระมิด จากรูปคลี่หรือรูปเรขาคณิตสองมิติที่กำหนดให้	1. รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2. การประดิษฐ์รูปทรงเรขาคณิตสามมิติ	1. การเชื่อมโยงความรู้ 2. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	1. มุ่งมั่นในการทำงาน 2. จิตสาธารณะ
ค 3.2 ป.6/2 สร้างรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ	การสร้างรูปสี่เหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้านและขนาดของมุมหรือเมื่อกำหนดความยาวของเส้นทแยงมุม	1. การให้เหตุผล 2. การเชื่อมโยงความรู้ 3. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	1. ทำงานเป็นระบบ 2. มุ่งมั่นในการทำงาน

#### สาระที่ 4 พิชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ตัวชี้วัด (รายวิชาพื้นฐาน)	สาระการเรียนรู้แกนกลาง/ท้องถิ่น		
	ความรู้	ทักษะ/กระบวนการ	คุณลักษณะฯ
ค 4.1 ป.6/1 แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป	ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป	1. ความสามารถในการแก้ปัญหา 2. ความสามารถในการคิด	1. มุ่งมั่นในการทำงาน 2. ความถูกต้อง 3. ความเป็นระเบียบเรียบร้อย

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด (รายวิชาพื้นฐาน)	สาระการเรียนรู้แกนกลาง/ท้องถิ่น		
	ความรู้	ทักษะ/กระบวนการ	คุณลักษณะฯ
ค 4.2 ป.6/1 เขียนสมการจากสถานการณ์หรือปัญหา และแก้สมการพร้อมทั้งตรวจคำตอบ	<ol style="list-style-type: none"> <li>สมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่า</li> <li>การแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร</li> <li>การแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>ความสามารถในการสื่อสาร</li> <li>ใช้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจ</li> <li>ความสามารถในการแก้ปัญหา</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>ความซื่อสัตย์สุจริต</li> <li>ความถูกต้อง</li> </ol>

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจ และใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวชี้วัด (รายวิชาพื้นฐาน)	สาระการเรียนรู้แกนกลาง/ท้องถิ่น		
	ความรู้	ทักษะ/กระบวนการ	คุณลักษณะฯ
ค 5.1 ป.6/1 อ่านข้อมูลจากกราฟเส้นและแผนภูมิรูปวงกลม	การอ่านกราฟเส้นและแผนภูมิรูปวงกลม	ความสามารถในการสื่อสาร	มีวินัย
ค 5.1ป.6/2 เขียนแผนภูมิแท่งเปรียบเทียบและกราฟเส้น	การเขียนแผนภูมิแท่งเปรียบเทียบและกราฟเส้น	<ol style="list-style-type: none"> <li>ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม</li> <li>ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี</li> </ol>	ใฝ่เรียนรู้

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติ และความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการ  
คาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด (รายวิชาพื้นฐาน)	สาระการเรียนรู้แกนกลาง/ท้องถิ่น		
	ความรู้	ทักษะ/กระบวนการ	คุณลักษณะฯ
ค 5.2 ป.6/1 อธิบาย เหตุการณ์โดยใช้คำที่มี ความหมายเช่นเดียวกับคำว่า 1. เกิดขึ้นอย่างแน่นอน 2. อาจเกิดขึ้นหรือไม่ก็ ได้ 3. ไม่เกิดขึ้นอย่างแน่นอน	การคาดคะเนเกี่ยวกับ การเกิดขึ้นของ เหตุการณ์ต่าง ๆ	1. ใช้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม 2. ความสามารถในการ ใช้ทักษะชีวิต	ซื่อสัตย์ สุจริต

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและ  
แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด (รายวิชาพื้นฐาน)	สาระการเรียนรู้แกนกลาง/ท้องถิ่น		
	ความรู้	ทักษะ/กระบวนการ	คุณลักษณะฯ
-	-	-	-

## โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์ ค 16101

ระดับประถมศึกษา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เวลา 160 ชั่วโมง

ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนักคะแนน
1	จำนวนนับ	ค 1.2 ป.6/2 ค 1.3 ป.6/1 ค 1.4 ป.6/1 ค 4.1 ป.6/1 ค 6.1 ป.6/1-6	คุณสมบัติเกี่ยวกับจำนวนนับ การประมาณค่า ใกล้เคียง แก้โจทย์ปัญหา จำนวนนับ และการแก้ปัญหาแบบรูป	16	20
2	สมการและการแก้สมการ	ค 4.2 ป.6/1 ค 6.1 ป.6/1-6	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ เมื่อโจทย์ไม่กำหนดตัว ไม่ทราบค่า ได้ต้องสมมติตั้ง ไม่ทราบค่าแทนสิ่งที่ต้องการ จากนั้นเขียนสมการแล้วแก้สมการ	8	10
3	ตัวประกอบของจำนวนนับ	ค 1.4 ป.6/2 ค 6.1 ป.6/1-6	ตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ เป็นจำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นได้ลงตัว	18	23
4	มุมและเส้นขนาน	ค 3.1 ป.6/3 ค 6.1 ป.6/1-6	มุมที่เท่ากันจะมีขนาดของมุมเท่ากัน แต่แขนของมุมอาจมีความยาวต่างกัน ได้ และเส้นขนานเป็นเส้นตรงสองเส้นอยู่บนระนาบเดียวกัน และมีระยะห่าง	8	10

ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนักคะแนน
			เท่ากันตลอด แล้วลากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานจะทำให้เกิดมุมภายในและมุมแย้ง		
5	ทิสและแผนผัง	ค 2.1 ป.6/1 ค 2.2 ป.6/3 ค 6.1 ป.6/1-6	ทิสหลักมีแปดทิส การเขียนแผนผังต้องคำนึงถึงทิสและมาตราส่วน	10	12
6	เศษส่วน	ค 1.1 ป.6/2 ค 1.2 ป.6/1 ค 1.2 ป.6/2 ค 6.1 ป.6/1-6	การทำเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป ให้มีตัวส่วนเท่ากัน ทำได้หลายวิธี เราอาจจะใช้การหาค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งหมด แล้วนำตัวส่วนของแต่ละจำนวนไปหาค.ร.น. ผลหารที่ได้จะเป็นจำนวนที่นำไปคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนของเศษส่วนนั้น ๆ	20	25
ภาคเรียนที่ 1				80	100

ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
7	ทศนิยม	ค 1.1 ป.6/1 ค 1.1 ป.6/2 ค 1.1 ป.6/3 ค 1.3 ป.6/2 ค 6.1 ป.6/1-6	ทศนิยม เป็นการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนใน ส่วนที่น้อยกว่า 1 โดยใช้จุด (.) แทน ซึ่งในชีวิตประจำวันเราใช้ทศนิยมบอกค่าต่าง ๆ เช่น บอกหน่วยเวลา บอกค่าของเงิน เป็นต้น	20	25
8	บทประยุกต์	ค 1.2 ป.6/2 ค 6.1 ป.6/1-6	การศึกษาในหัวข้อร้อยละ กำไร ขาดทุน การลดราคา และอัตราดอกเบี้ย ซึ่งเป็นเรื่องที่ต้องนำไปใช้ในชีวิตจริง	20	25
9	รูปสี่เหลี่ยม	ค 2.1 ป.6/2 ค 2.2 ป.6/1 ค 3.1 ป.6/2 ค 3.2 ป.6/2 ค 6.1 ป.6/1-6	รูปสี่เหลี่ยมเป็นรูปเรขาคณิตที่มีด้านสี่ด้าน มุมสี่มุม สามารถหาพื้นที่ได้โดยใช้สูตรหรือแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป	12	15
10	รูปวงกลม	ค 2.1 ป.6/3 ค 2.2 ป.6/1 ค 6.1 ป.6/1-6	วงกลมเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ สามารถหาพื้นที่และความยาวรอบรูปได้จากสูตร	8	10
11	รูปเรขาคณิตสามมิติ	ค 2.2 ป.6/2 ค 3.1 ป.6/1 ค 3.2 ป.6/1 ค 6.1 ป.6/1-6	ส่วนประกอบที่สำคัญของรูปเรขาคณิตสามมิติ จะมีจุดยอด ฐาน หน้าข้าง และเส้นขอบ	12	15

ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนักคะแนน
12	สถิติและความน่าจะเป็น	ค 5.1 ป.6/1 ค 5.1 ป.6/2 ค 5.2 ป.6/1 ค 6.1 ป.6/1-6	การนำเสนอข้อมูลสามารถนำเสนอได้หลายรูปแบบ เช่น แบบตาราง แผนภูมิแท่ง กราฟเส้น แผนภูมิวงกลม ความน่าจะเป็น เป็นโอกาสที่เหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งเกิดขึ้นมาน้อยเพียงใด	8	10
รวมตลอดปี				160	200

### ระดับการคิดตามรูปแบบของ แวน ฮีลี

#### 1. ความเป็นมาของรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele Model) และระดับการคิด

เป็นทฤษฎีที่เกิดจากประสบการณ์การมีอาชีพเป็นครูคณิตศาสตร์ของ Pierre Van Hiele and Dina Van Hiele-Geldof สามิและภรรยาชาวดัชต์ และกำลังศึกษาอยู่ในระดับปริญญาเอก มหาวิทยาลัย Utecht ประเทศเนเธอร์แลนด์ ในปี ค.ศ. 1954 ได้สังเกตและทำการศึกษาปัญหาการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนเช่นเดียวกัน พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจเรขาคณิตและนักเรียนรู้สึกว่าการเรียนเรขาคณิตเป็นเรื่องที่ยาก และจากผลการศึกษาของพวกเขาพบว่า ที่นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนรู้เรขาคณิตนั้นมีพื้นฐานมาจากความไม่สอดคล้องกันระหว่างกิจกรรมการเรียนการสอนที่กำหนดโดยครูกับระดับความคิดเชิงเรขาคณิตของตัวนักเรียนเอง ดังนั้นสองสามีภรรยาได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดเชิงเรขาคณิตและบทบาทของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อช่วยให้นักเรียนได้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรเรขาคณิต โดย P.M. Van Hiele ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดเชิงเรขาคณิต ส่วนภรรยา Dina Van Hiele –Geldof ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปยังอีกระดับหนึ่งที่ต่อเนื่องกัน จนได้เป็นรูปแบบ Van Hiele (Van Hiele Model) ลักษณะเด่นของรูปแบบ Van Hiele คือ นักเรียนต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้ที่ละขั้นจากสิ่งที่นักเรียนสังเกตเห็นจนไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน Van Hiele เชื่อว่าการที่นักเรียนจะเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตได้นั้นต้องมาจากการคิดในลำดับขั้นสูง นักเรียนที่มีการคิดในลำดับขั้นต่ำต้องมีประสบการณ์ในการ

คิดที่มากเพียงพอก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตที่เป็นแบบแผน โดยไม่ขึ้นกับระดับอายุของนักเรียน ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามรูปแบบของ Van Hiele ส่วนมากพัฒนามาจากทฤษฎีทางจิตวิทยาของ Gestalt และ Jean Piaget ซึ่ง Pierre Van Hiele ได้กล่าวว่าเขาพัฒนาความคิดรวบยอดของแต่ละระดับขึ้นความคิดมาจาก Piaget คือทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาที่เชื่อว่า คนเราจะเกิดการเรียนรู้เป็นระดับขั้นหรือขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน คนทุกคนมีความพร้อมที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและปฏิสัมพันธ์นี้ทำให้เกิดพัฒนาการทางสติปัญญา องค์ประกอบที่เสริมสร้างการพัฒนาสติปัญญา คือ วุฒิภาวะ ประสบการณ์ การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม และกระบวนการพัฒนาสมดุล (Molina, 1990 ; Van Hiel, 1986 ; อ้างอิงใน ชนิศวรา ฉัตรแก้ว, 2549)

## 2. การกำหนดระดับการคิดตามตัวแบบ แวน ฮีลี

การกำหนดระดับการคิดตามตัวแบบ แวน ฮีลีแบ่งออกเป็น 3 แบบ (กุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545 : 16) ดังนี้

### 2.1 แบบดั้งเดิม

เป็นแบบที่ แวน ฮีลี กำหนดใช้หมายเลข 0-4 ในการกำหนดระดับการคิดทั้ง 5 ระดับ (Crowley, 1987 : 2-3 ; Burger and Shaughnessy, 1989 : 31 ; อ้างอิงใน กุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545 : 17) ดังนี้

ระดับที่ 0 หมายถึง ระดับการมองเห็นเป็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ระดับที่ 1 หมายถึง ระดับการวิเคราะห์ (Analysis, or Description)

ระดับที่ 2 หมายถึง ระดับนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal deduction, or Ordering)

ระดับที่ 3 หมายถึง ระดับนิรนัยอย่างเป็นทางการ (Deduction)

ระดับที่ 4 หมายถึง ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

### 2.2 แบบใช้หมายเลข 1-5 ในการกำหนดระดับ

ในการกำหนดระดับการคิดทั้ง 5 ระดับ (Srafford, Jones & Thornion, 1997 : 469 ; อ้างอิงใน กุลยา เหมวัสดุกิจ, 2545 : 17)

ระดับที่ 1 หมายถึง ระดับการมองเห็นเป็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ระดับที่ 2 หมายถึง ระดับการวิเคราะห์ (Analysis, or Description)

ระดับที่ 3 หมายถึง ระดับอนุมานอย่างไม่มีแบบแผน (Informal deduction, or Ordering)

ระดับที่ 4 หมายถึง ระดับอนุมานอย่างมีแบบแผน (Deduction)



ระดับที่ 5 หมายถึง ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

### 2.3 แบบใช้หมายเลข 0-5 ในการกำหนดระดับ

ในการกำหนดระดับการคิดทั้ง 5 ระดับ (Clements and Battista. 1992 b ; cited by Clements et al. 1999 : 193 ; อ้างอิงใน กุลยา เหมวัสดุกิจ. 2545 : 17) กำหนดดังนี้

ระดับที่ 0 หมายถึง ระดับก่อนการจำแนกออก (Prerecognitive)

ระดับที่ 1 หมายถึง ระดับการมองเห็นเป็นรูปธรรมภายนอก (Visualization)

ระดับที่ 2 หมายถึง ระดับการวิเคราะห์ (Analysis, or Description)

ระดับที่ 3 หมายถึง ระดับอนุมานอย่างไม่มีแบบแผน (Informal deduction, or Ordering)

ระดับที่ 4 หมายถึง ระดับอนุมานอย่างมีแบบแผน (Deduction)

ระดับที่ 5 หมายถึง ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

จากที่กล่าวไว้ข้างต้น สรุปได้ว่า ระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบ แวน ฮีลี สามารถแบ่งออกได้ 5 ระดับ ระดับที่ 0 ระดับการมองเห็นเป็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับที่ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis, or Description) ระดับที่ 2 ระดับนิรนัยอย่างไม่มีเป็นทางการ (Informal deduction, or Ordering) ระดับที่ 3 ระดับนิรนัยอย่างเป็นทางการ (Deduction) ระดับที่ 4 ระดับการคิดสุดยอด (Rigor)

### 3. ลักษณะสำคัญของระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบ แวน ฮีลี

ระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบ แวน ฮีลี มีลักษณะที่สำคัญ 5 ประการ (Crowley. 1987 : 4) ดังนี้

3.1 เป็นไปตามลำดับ (Sequential) โดยที่มีการคิดที่เรียงลำดับที่ละระดับ ไม่มีการข้ามระดับ นักเรียนจะมีการคิดอยู่ในระดับใดนั้น ต้องผ่านระดับที่มีมาก่อนเสมอ

3.2 ความก้าวหน้า (Advancement) ความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่ง ขึ้นอยู่กับเนื้อหาและวิธีสอน ไม่ขึ้นอยู่กับกับอายุหรือวุฒิภาวะ ไม่มีวิธีสอนใดที่จะทำให้นักเรียนสามารถก้าวกระโดดข้ามระดับต่าง ๆ ได้

3.3 ความซัดเซ็ง (Intrinsic and Extrinsic) ตัวอย่างเช่น ในระดับ 0 เป็นเพียงการรู้จักเฉพาะรูปร่างแต่ไม่เข้าใจในสมบัติของรูป พอมาถึงระดับ 1 จะสามารถเข้าใจ สมบัติ และ องค์ประกอบของรูปด้วย

3.4 ภาษา (Linguistics) ในแต่ละระดับจะมีภาษาและสัญลักษณ์ตลอดจน ความสัมพันธ์ของการเชื่อมโยงสัญลักษณ์เหล่านี้เป็นของตนเอง ถ้าครูใช้ภาษาที่อยู่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียนจะทำให้นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจได้

3.5 การไม่เข้ากัน (Mismatch) การสอนต้องให้สอดคล้องกับระดับการคิดของนักเรียน ถ้าครูใช้วิธีการสอนในระดับที่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียน นักเรียนจะไม่เข้าใจและอาจจะมีแนวโน้มที่จะลดระดับการคิดลงได้

สรุปได้ว่าลักษณะการคิดมีอยู่ 5 ประการ คือ เป็นไปตามลำดับขั้น ความก้าวหน้า ความชัดเจน ภาษา และการไม่เข้ากัน

#### 4. พฤติกรรมแต่ละระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบ แวน ฮีลี

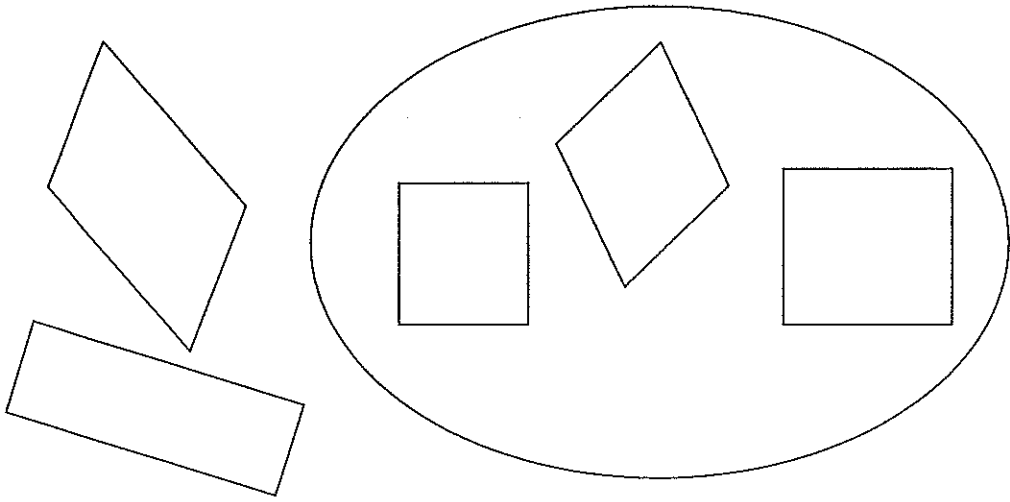
ครอว์ลีย์ (Crowley, 1987 : 2-16) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมของแต่ละระดับการคิดไว้ดังนี้

##### 4.1 ระดับ 0 การมองเห็น

เป็นการมองเห็นรูปเรขาคณิตในลักษณะของภาพรวม แต่ไม่เห็นรายละเอียด ไม่เข้าใจสมบัติหรือองค์ประกอบของรูป รู้จักศัพท์ทางเรขาคณิต สามารถแยกแยะรูปร่างได้โดยอาศัยประสบการณ์ที่เคยพบมาก่อน สามารถลอกและเลียนแบบการวาดรูปได้

##### ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 0

1) นักเรียนสามารถยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตโดยมองภาพรวม ๆ ตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดรูปให้ นักเรียนสามารถ ระบุได้ว่ารูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังแผนภาพที่ 1 จะได้ว่า เซต A แทนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



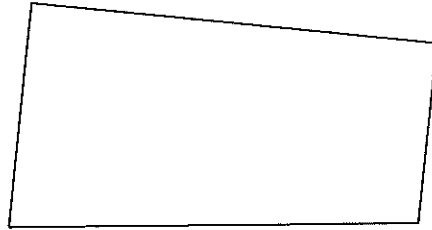
แผนภาพที่ 1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

2) นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับมุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมในลักษณะต่างๆ จากรูปภาพหรือแผนภาพ ดังแผนภาพที่ 2



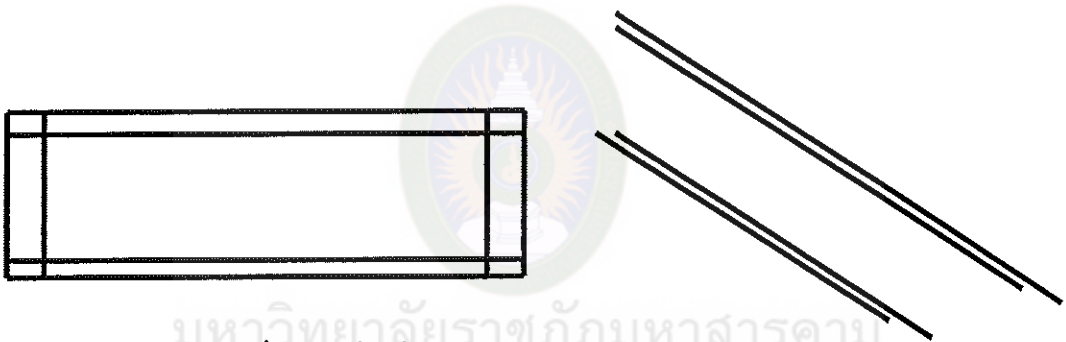
แผนภาพที่ 2 มุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมในลักษณะต่างๆ

3) นักเรียนสามารถมองเห็นมุมฉากในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ดังแผนภาพที่ 3



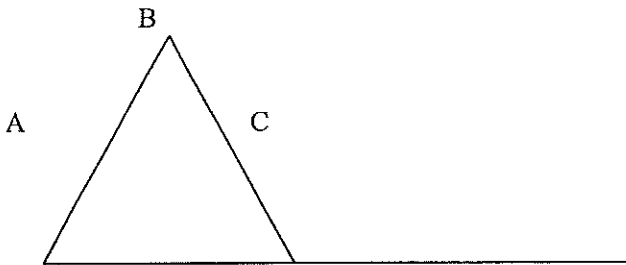
แผนภาพที่ 3 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

4) นักเรียนสามารถสร้างรูปหรือวาดรูปหรือคัดลอกรูปได้ ตัวอย่างเช่น สามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากเส้นขนาน โดยซี ดี - สติกซ์ (D - stix) ดังแผนภาพที่ 4 เป็นต้น



แผนภาพที่ 4 รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากเส้นขนาน โดยซี ดี - สติกซ์ (D - stix)

5) นักเรียนสามารถเรียกชื่อรูปโดยใช้คำศัพท์เฉพาะหรือศัพท์สามัญได้ เช่น เรียกชื่อมุม โดยใช้สี ว่า มุมแดง หรือใช้สัญลักษณ์ เช่น มุม A รวมกับ มุม B เท่ากับมุม C ดังแผนภาพที่ 5



แผนภาพที่ 5 มุม A รวมกับ มุม B เท่ากับมุม C

6) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบและจัดประเภทของรูปเรขาคณิตโดยใช้การมองภาพรวม ๆ เช่น ให้คำอธิบายความแตกต่างของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “รูปหนึ่งใหญ่กว่าอีกรูปหนึ่ง”

7) นักเรียนอธิบายรูปเรขาคณิตโดยใช้ถ้อยคำที่แสดงถึงภาพรวม ๆ ของรูป เช่นนักเรียนอธิบายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “มองดูเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส”

8) นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่เคยพบ โดยดูจากรูปมากกว่านำสมบัติของรูปไปใช้ เช่น การลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับปริศนาแทนแกรม (Tangram Puzzle) เช่น สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ 2 ชิ้น ดังแผนภาพที่ 6



แผนภาพที่ 6 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ 2 ชิ้น

9) นักเรียนสามารถระบุส่วนต่าง ๆ ของรูปเรขาคณิต แต่ไม่สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบหรือสมบัติของรูปเรขาคณิต และนอกจากนี้ยังไม่สามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไป

#### 4.2 ระดับการคิด ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis)

นักเรียนเริ่มวิเคราะห์หมโนทัศน์ทางเรขาคณิต ผ่านการสังเกตและการทดลอง สามารถบอกลักษณะของรูปเรขาคณิตได้ โดยดูจากองค์ประกอบหรือสมบัติต่าง ๆ ของรูป

##### ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 1

1) นักเรียนสามารถบอกและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปได้ เช่น สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากและด้านทุกด้านยาวเท่ากัน โดยการวัดขนาดของมุมและความยาวของด้านหรือใช้วิธีอื่น ๆ เป็นต้น

2) นักเรียนสามารถเรียกชื่อส่วนต่าง ๆ ของรูปได้ เช่น สามารถสังเกตเห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีด้านตรงข้ามขนานกัน และใช้วิธีตรวจสอบว่าด้านตรงข้ามจะไม่ตัดกันและมีระยะเท่ากันเสมอ

3) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของรูป เช่น นักเรียนสามารถบอกความเหมือนและความแตกต่างของมุมและด้านจากชิ้นส่วนต่าง ๆ ของรูป

4) นักเรียนสามารถจัดประเภทของรูป โดยการแยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างออกมาจากสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง เช่น สามารถแยกรูปว่าวออกมาจากรูปเรขาคณิตอื่น ๆ ได้

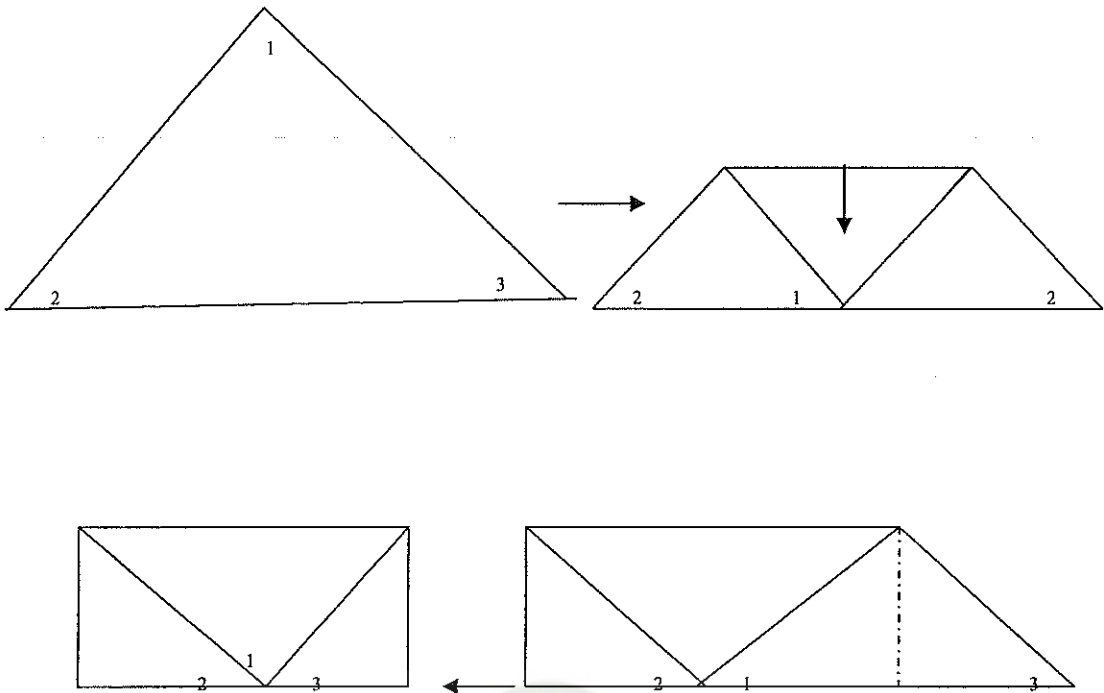
5) นักเรียนสามารถใช้สมบัติของรูปในการตีความและอธิบายลักษณะของรูป และนำสมบัติไปสร้างหรือวาดรูป เช่น นักเรียนรู้จักรูปสี่เหลี่ยมแล้วนำสมบัติสองอย่าง คือ “มี 4 ด้าน” และ “ด้านทุกด้านยาวเท่ากัน” แต่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไปใช้เพื่อค้นหาว่า รูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่มีลักษณะดังกล่าวซึ่งพบว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีด้านยาวเท่ากัน สี่ด้าน เป็นต้น

6) นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยการสรุปเป็นสมบัติทั่วไปได้ เช่น พบว่าเราสามารถหามุมสามมุมรวมกันเป็นมุมตรงและมุมทั้งสามเท่ากันทุกประการกับมุมสามมุมของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ดังแผนภาพที่ 7 และ 8 เป็นต้น



แผนภาพที่ 7 มุมสามมุมรวมกันเป็นมุมตรง

จากแผนภาพที่ 7 จะได้ว่า  $\hat{5} = \hat{3}$  และ  $\hat{1} = \hat{4}$  ซึ่งสามารถแสดงได้โดยการเจาะ  $\hat{5}$   $\hat{3}$   $\hat{1}$  และ  $\hat{4}$  แล้วนำมุม  $\hat{5}$  ไปแทนที่มุม  $\hat{3}$  และ  $\hat{4}$  ไปแทนที่  $\hat{1}$  จะได้ว่า  $\hat{1}$   $\hat{2}$  และ  $\hat{3}$  รวมกันเป็นมุมตรงจึงมีขนาดเท่ากับ  $180^\circ$  ดังนั้น  $\hat{4}$   $\hat{2}$  และ  $\hat{5}$  รวมกันได้  $180^\circ$  นั่นคือ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้  $180^\circ$



แผนภาพที่ 8 มุมทั้งสามเท่ากันทุกประการกับมุมสามมุมของรูปสามเหลี่ยม

จากแผนภาพที่ 8 เป็นการแสดงลำดับขั้นในการพับกระดาษเพื่อแสดงว่าผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเป็น  $180^\circ$  มีลำดับขั้นดังนี้คือ ขั้นที่ 1 รูป (a) เป็นชิ้นส่วนของรูปเหลี่ยมรูปหนึ่ง ขั้นที่ 2 รูป (b) แสดงการพับมุม 1 ให้มุมยอดอยู่บนด้านด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม และขั้นที่ 3 รูป (c) แสดงการพับมุม 2 มาบรรจบกับมุม 1 และให้มุมยอดอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ขั้นที่ 4 รูป (d) แสดงการพับมุม 3 ให้มุมยอดมาบรรจบกับมุม 1 และอยู่บนเส้นตรงเดียวกับมุม 2 และมุม 1 ดังนั้นจะได้ว่า มุม, มุม 2 และมุม 3 รวมกันได้  $180^\circ$  เพราะเป็นมุมประชิดบนเส้นตรงเดียวกัน ดังนั้นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้  $180^\circ$

7) นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยใช้สมบัติของรูป เช่น ให้คำอธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังนี้ “มี 4 ด้าน มี 4 มุมฉาก ทุกด้านยาวเท่ากัน และด้านตรงข้ามขนานกัน”

8) นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติของรูปที่ไม่คุ้นเคยมาก่อนเช่น เมื่อรู้จักรูปว่าแล้ว ต่อมาสามารถค้นพบและบอกสมบัติของรูปว่าวได้

9) นักเรียนแก้ปัญหาเรขาคณิตจากการใช้สมบัติของรูปเรขาคณิตได้ ตัวอย่าง เช่น เมื่อทราบสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและความยาวด้านประกอบมุมฉากสามารถนำไปหาความยาวของเส้นทแยงมุมได้

10) นักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของรูปได้ เช่น ไม่เข้าใจว่า

ถ้าด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีความยาวเท่ากัน แล้วจะทำให้ได้ขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากันด้วย

11) นักเรียนยังไม่สามารถสร้างและใช้บทนิยามอย่างเป็นทางการได้ เช่น ไม่สามารถบอกบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอได้

12) นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตได้ เช่น ไม่เข้าใจว่า รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปว่าว เป็นต้น นักเรียนยังไม่เห็นความสำคัญของการพิสูจน์หรือไม่ใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งที่ค้นพบ เช่น จากการวัด พบว่ามุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ  $180^\circ$  จึงยังไม่เห็นความจำเป็นของการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อหาเหตุผลประกอบ

#### 4.3 ระดับการคิด ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสมบัติทั้งภายในรูปและความสัมพันธ์ระหว่างรูปต่าง ๆ สามารถจำแนกประเภทของรูปได้ เริ่มเข้าใจบทนิยามและใช้การให้เหตุผลอย่างไม่เป็นทางการ แต่ยังไม่เข้าใจระบบสัจพจน์ในการนิรนัย และสามารถเลียนแบบการพิสูจน์แต่ยังทำการพิสูจน์ด้วยตนเองได้

##### ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 2

1) นักเรียนสามารถบอกสมบัติที่แตกต่างกันของรูปเรขาคณิตและตรวจสอบได้ว่าสมบัติดังกล่าวเพียงพอหรือไม่ เช่น สามารถเลือกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและทดสอบโดยการวาดรูปประกอบ

2) นักเรียนระบุสมบัติขั้นต่ำในการกำหนดลักษณะของรูป เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน เป็นต้น

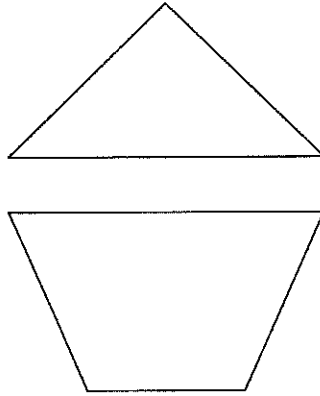
3) สามารถสร้างบทนิยามและใช้บทนิยามในการจัดประเภทของรูป เช่น อธิบายว่าเหตุใด รูปสี่เหลี่ยมเหล่านั้นจึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

4) นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หาเหตุผลสรุปโดยใช้ความสัมพันธ์ทางตรรกศาสตร์ เช่น  $\hat{A} = \hat{B}$  และ  $\hat{C} = \hat{B}$  แล้ว  $\hat{A} = \hat{C}$  (เพราะต่างเท่ากับ B)

5) นักเรียนสามารถเรียงลำดับสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน หรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นต้น

6) นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติใหม่จากการนิรนัย เช่น พบว่าผลบวกของมุมภายในรูปห้าเหลี่ยมเป็น 450 องศา จากการแบ่งมุมของรูปห้าเหลี่ยมเป็นมุมของรูปสามเหลี่ยมและมุมของรูปสี่เหลี่ยม ดังแผนภาพที่ 9





แผนภาพที่ 9 ผลบวกของมุมภายในรูปห้าเหลี่ยมเป็น 450 องศา จากการแบ่งมุมของรูปห้าเหลี่ยมเป็นมุมของรูปสามเหลี่ยมและมุมของรูปสี่เหลี่ยม

จากแผนภาพที่ 9 จำได้ว่า ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม เท่ากัน  $180^\circ$  และผลบวกของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับ  $360^\circ$  ดังนั้น ผลบวกมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมเท่ากับ  $180^\circ + 360^\circ = 540^\circ$  นักเรียนสามารถให้เหตุผลแบบนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการได้ เช่น สามารถพิสูจน์ว่า ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา แต่ผู้สอนต้องใช้คำถามนำทาง

- 7) นักเรียนสามารถแสดงการให้เหตุผลในการพิสูจน์มากกว่าหนึ่งแบบ
- 8) นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาแบบนิรนัยได้
- 9) นักเรียนยังไม่สามารถแยกแยะระหว่างประโยคเงื่อนไขและบทกลับได้
- 10) นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ของเครือข่ายของทฤษฎีบทได้

#### 4.4 ระดับ 3 การนิรนัย (Deduction)

นักเรียนเข้าใจการใช้ระบบสัจพจน์ในการสร้างทฤษฎีบททางเรขาคณิต เข้าใจความสัมพันธ์และบทบาทของ คำนิยาม สัจพจน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท และการพิสูจน์ สามารถสร้างการพิสูจน์ด้วยตนเองได้ และทำได้มากกว่า 1 วิธี เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ เข้าใจความแตกต่างระหว่างประพจน์และบทกลับของประพจน์

### ตัวอย่างพฤติกรรมนักเรียนในระดับ 3

1) นักเรียนเห็นความจำเป็นของ คำนิยาม บทนิยาม และสมมติฐานพื้นฐาน เช่น นักเรียนสามารถยกตัวอย่างสัจพจน์และทฤษฎีบททางเรขาคณิตระบบยูคลิดและอธิบาย สิ่งที่เกี่ยวข้องได้

2) นักเรียนยอมรับคุณลักษณะของบทนิยามอย่างเป็นทางการ (เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ) เช่น นักเรียนบอสมบัติที่เพียงพอสำหรับการให้นิยามรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและแสดงสมบัติอื่นจากสมบัติที่เพียงพอ ได้แก่ บอกว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม ด้านขนาน แบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอประการหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นต้น

3) นักเรียนสามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่อยู่ในระบบสัจพจน์ซึ่งนักเรียนในระดับ 2 ยังทำไม่ได้ เช่น สามารถพิสูจน์ได้ว่า ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180 องศา โดยใช้การพิสูจน์อย่างเป็นทางการ

4) พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทและข้อความที่เกี่ยวข้อง (บทกลับ ประพจน์แย้งสลับท) เช่น นักเรียนสามารถพิสูจน์ว่า ถ้า เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแล้ว มุมที่ฐานมีขนาดเท่ากันและด้านมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เป็นต้น

#### 4.5 ระดับ 4 ระดับสุดยอด (Rigor)

ผู้เรียนสามารถใช้ระบบสัจพจน์หลาย ๆ ระบบในการทำงาน มีการเรียนเรขาคณิตนอกแบบยูคลิด และสามารถทำการเปรียบเทียบเรขาคณิตระบบอื่น ๆ และเข้าใจเรขาคณิตที่เป็นนามธรรม

### ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 4

1) นักเรียนสามารถสร้างทฤษฎีบทได้อย่างถูกต้องในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เช่น รากฐานเรขาคณิตของ ฮิลแบร์ต

2) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์ เช่น เรขาคณิตระบบยูคลิด และเรขาคณิตนอกแบบยูคลิด

3) นักเรียนยอมรับสัจพจน์ที่ต่อกัน (Consistency) ความเป็นอิสระของสัจพจน์ และสมมูลกันของสัจพจน์

4) สามารถคิดวิธีแก้ปัญหาที่เป็นกรณีทั่วไปได้

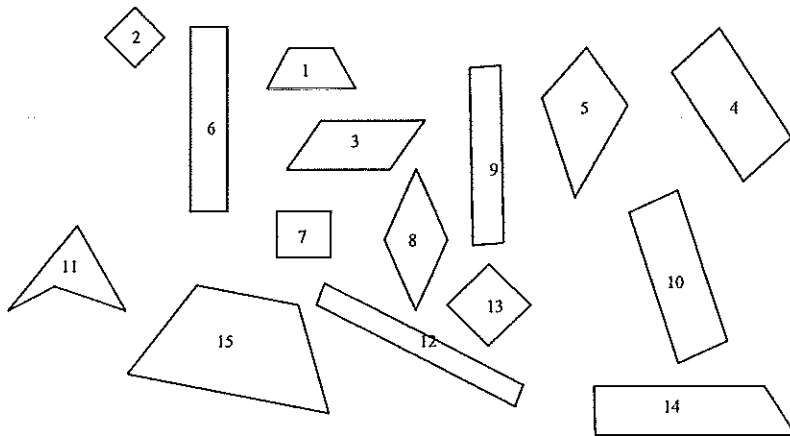
5) สามารถศึกษาได้อย่างลึกซึ้งเพื่อพัฒนาไปถึงวิธีการใหม่และวิธีทางตรรกศาสตร์

## 5. การวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบ แวน ฮีลี

การประเมินระดับการคิดของนักเรียนจะช่วยให้ครูได้จัดเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตให้เหมาะสมกับระดับการคิดของนักเรียน ในการประเมินระดับการคิดที่ใช้กันอยู่พอจะแบ่งออกได้เป็น 2 แบบคือ แบบไม่เป็นทางการ และแบบเป็นทางการ

### 5.1 การประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตจากพฤติกรรม

การประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตจากพฤติกรรมทำได้โดยการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนจากการทำกิจกรรมทางเรขาคณิตในเรื่องที่เกี่ยวข้อง (Teppe, 1991 : 217 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ. 2544 : 342-343) สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาได้เสนอแนะไว้ในมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียนไว้ว่าครูสามารถทำการประเมินเชิงวินิจฉัยได้ โดยการสังเกต การถามปากเปล่า การให้นักเรียนอธิบายคำตอบของตนเองเพื่อวัดความเหมาะสมของภาษาที่นักเรียนใช้และระดับพัฒนาการของมโนทัศน์ ตัวอย่างกิจกรรมที่ใช้สำหรับวินิจฉัยเพื่อระบุระดับการคิดของ แวน ฮีลี ได้แก่ แบบฝึกหัดในการจัดประเภท (Sorting tasks) เป็นกิจกรรมที่สามารถใช้ในการระบุระดับการคิดของนักเรียนในระดับ 0-2 (Burger & Shaughnessy, 1985 : 419-427 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ. 2544 : 342-343) โดยการแจกชิ้นส่วนของรูปสี่เหลี่ยมตั้งแผนภาพที่ 10 แล้วให้นักเรียนระบุรูปที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล หรือจัดประเภทของ รูปสามเหลี่ยมพร้อมอธิบายเหตุผล ดังแผนภาพที่ 11 การจัดระดับการคิดได้โดยการวิเคราะห์จากคำตอบของนักเรียน ตัวอย่างเช่น ถ้านักเรียนไม่สามารถระบุรูปสี่เหลี่ยม (แผนภาพที่ 10) หรือไม่ สามารถจัดประเภทของรูปสามเหลี่ยม (แผนภาพที่ 11) แสดงว่าระดับการคิดยังไม่ถึงระดับ 0 และถ้าสามารถทำกิจกรรมนี้ได้แต่อธิบายเหตุผลไม่ได้ แสดงว่ารับการคิดอยู่ที่ระดับ 0 แต่ถ้าอธิบายเหตุผลได้ก็ด้วยแสดงว่า ระดับการคิดอยู่ที่ระดับ 1 และถ้าสามารถนำรูปสี่เหลี่ยมหรือรูปสามเหลี่ยมมาจัดประเภทเป็นหมวดหมู่ตามสมบัติที่เหมือนกัน แสดงว่าอยู่ที่ระดับ 2 เป็นต้น



แผนภาพที่ 10 แสดงกิจกรรมระบุรูปสี่เหลี่ยม (Burger & Shaughnessy, 1985 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544 : 342-343)



แผนภาพที่ 11 กิจกรรมการจัดประเภทรูปสามเหลี่ยม (Burger & Shaughnessy, 1985 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544 : 342-343)

## 5.2 การประเมินระดับการคิดโดยใช้แบบทดสอบ

เครื่องมือในการประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบ แวน ฮีลี นอกจาก วัดจากพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมาโดยการสังเกต การถามปากเปล่า การให้นักเรียนอธิบาย คำตอบของตนเอง เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีวิธีที่นิยมใช้คือวิธีหนึ่งคือการใช้แบบวัดระดับการคิดซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยหรือครูเป็นผู้สร้างขึ้นเองหรือใช้แบบวัดระดับการคิดที่เป็นที่ยอมรับว่า สามารถวัดระดับการคิดได้ตรงกับระดับของนักเรียน แบบวัดระดับการคิดที่มีชื่อเสียง ได้แก่ แบบ

วัดรับการคิดซึ่งพัฒนาโดย ยูซิสกิน (Usiskin, 1982 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544 : 345-347)

## การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

### 1. ความหมายและความสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

กรมวิชาการ (2544 : 4) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกัน โดยในกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือพึ่งพาซึ่งกันและกัน และมีความรับผิดชอบร่วมกัน ทั้งในส่วนตัวและส่วนรวม เพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคน ในกลุ่มประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนด ซึ่งการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวมีความหมายตรงกันข้ามกับการเรียนที่เน้นการแข่งขัน และการเรียนตามลำพัง

ทิตินา แคมมถึ (2547 : 196) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง การเรียนเป็นกลุ่มย่อย โดยมีสมาชิกกลุ่มที่มีความสามารถแตกต่างกันประมาณ 3-6 คน ช่วยกันเรียนรู้เพื่อ ไปสู่เป้าหมายของกลุ่ม ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้กันอยู่ทั่วไปมี 3 ประเภท คือ

1. การเรียนแบบร่วมมืออย่างเป็นทางการ
2. การเรียนร่วมมืออย่างไม่เป็นทางการ
3. การเรียนแบบร่วมมืออย่างถาวร

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2545 : 174) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิก ที่มีความรู้ความสามารถแตกต่างกัน โดยที่แต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงในการเรียนรู้ และความสำเร็จของกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้รวมทั้งการเป็นกำลังใจแก่กันและกัน คนที่เรียนเก่งจะช่วยเหลือคนที่ อ่อนกว่า

สุวิทย์ มูลคำ (2550 : 134) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่จัดให้ผู้เรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้โดยแบ่งกลุ่มผู้เรียนที่มีความสามารถต่างกันออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งเป็นลักษณะการรวมกลุ่มอย่างมีโครงสร้างที่ชัดเจน มีการทำงานร่วมกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน มีความรับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตัวและส่วนรวม เพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนดไว้

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 3-6 คน สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถทางการเรียนรู้แตกต่างกัน สมาชิกทุกคนภายในกลุ่มจะช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีความรับผิดชอบทั้งของตนเองและของกลุ่ม เพื่อให้กลุ่มประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

## 2. ความสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

กรมวิชาการ (2544 : 4-5) ได้กล่าวว่า ยุทธศาสตร์การสอนหรือวิธีสอนเป็นองค์ประกอบสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้การจัดการเรียนการสอนบรรลุจุดหมายที่กำหนด การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นการสอนที่จะพัฒนานักเรียนในด้านวิชาการและทักษะทางสังคม นอกจากนี้ยังเป็นการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ และส่งเสริมทักษะทางสังคม โดยให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันจนประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของ การเรียนร่วมกันทุกคน ในปัจจุบันครูผู้สอนเป็นจำนวนมากเน้นพัฒนานักเรียนในด้านวิชาการ โดยไม่เน้นการพัฒนาทักษะทางสังคม และมักจะส่งเสริมให้นักเรียนด้วยกันแข่งขัน หรือเรียนตามลำพัง ซึ่งการสอนทั้ง 2 อย่างไม่ได้คำนึงถึงการปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนคนอื่น ๆ ในชั้น สภาพการเรียนการสอนดังกล่าวก่อให้เกิดผลเสียหลายประการแก่นักเรียน กล่าวคือ การสอนแบบแข่งขันทำให้เกิดผู้ชนะและผู้แพ้ โดยผู้ชนะจะดีใจสำหรับผู้แพ้จะเสียใจ ซึ่งสัดส่วนของผู้ชนะจะมีน้อยกว่าผู้แพ้มาก มีผลทำให้นักเรียนส่วนใหญ่เกิดความเครียดและ ไม่มีความสุขในการเรียน ดังนั้นการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือยังเป็นการเตรียมนักเรียนให้สามารถดำรงชีวิตอยู่ในสังคมประชาธิปไตยได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีความสุข

สุวิทย์ มูลคำ (2550 : 161) ได้กล่าวว่าชุดกิจกรรมมีข้อดี คือ ช่วยพัฒนาความคิด ความเชื่อมั่นของผู้เรียน ส่งเสริมทักษะการทำงานร่วมกันและทักษะทางด้านสังคม ทำให้ผู้เรียนมีวิสัยทัศน์หรือมุมมองกว้างขวาง ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีกิจกรรมหลากหลาย และสนองตอบความแตกต่างระหว่างบุคคล การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีข้อดีหลายประการ ได้มีงานวิจัยหลายเรื่องที่บ่งบอกถึงคุณลักษณะและประสิทธิภาพของการเรียนรู้ดังกล่าวไว้ เช่น ช่วยพัฒนาความเชื่อมั่นของนักเรียน ช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน ช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียน ส่งเสริมทักษะการทำงานกลุ่ม ทำให้นักเรียนมีวิสัยทัศน์หรือมุมมองกว้างขึ้น ช่วยการปรับตัวในสังคมดีขึ้น เป็นต้น

### 3. องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

กรมวิชาการ (2544 : 6-8) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ จะมีประสิทธิภาพ ถ้าสมาชิกภายในกลุ่มมองเห็นคุณค่าของการทำงานร่วมกัน และช่วยเหลือซึ่งกันและกัน โดยมีแนวทางสำคัญ 5 ประการ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันในทางบวก หมายถึง การมีสมาชิกในกลุ่มทำงานอย่างมีเป้าหมายร่วมกัน มีการทำงานร่วมกัน โดยที่สมาชิกทุกคนมีส่วนร่วมในการทำงานนั้น มีการแบ่งปันวัสดุ อุปกรณ์ ข้อมูลต่าง ๆ ในการทำงาน ทุกคนมีบทบาท หน้าที่และประสบความสำเร็จร่วมกัน ครูผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันในทางบวก มีหลายวิธี เช่น การกำหนดเป้าหมายของกลุ่ม การกำหนดรางวัลร่วมกัน การกำหนดให้ใช้วัสดุ อุปกรณ์ หรือสื่อการเรียนอื่น ๆ ร่วมกัน การกำหนดบทบาทสมาชิกในกลุ่ม แต่ละคนมีบทบาทในกลุ่ม

2. การมีปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดในระหว่างการทำงานกลุ่ม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มให้ประสบความสำเร็จ โดยทำกิจกรรม เช่น แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อธิบายความรู้ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง เป็นต้น

3. การตรวจสอบความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละคน เป็นการจัด กิจกรรมเพื่อให้แน่ใจว่าสมาชิกทุกคนมีความรับผิดชอบต่องานกลุ่ม ซึ่งทำได้หลายวิธี เช่น กำหนดหน้าที่ของสมาชิกทุกคนในกลุ่มตามความเหมาะสม สังเกตและบันทึกการทำงานกลุ่ม ทดสอบรายบุคคล เป็นต้น

4. การใช้ทักษะระหว่างบุคคล และทักษะการทำงานกลุ่มย่อย นักเรียน ควรได้รับการฝึกทักษะที่จะช่วยให้งานกลุ่มประสบความสำเร็จ เช่น การทำความเข้าใจและไว้วางใจผู้อื่น การสื่อสาร การยอมรับ และช่วยเหลือกัน เป็นต้น

5. กระบวนการกลุ่ม สมาชิกจะต้องร่วมกันรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของสมาชิกในกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มจะได้รับอิทธิพลจากการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับกระบวนการทำงานของสมาชิกในกลุ่ม

สุวิทย์ มูลคำ และคณะ (2550 : 134-135) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมีองค์ประกอบสำคัญ ดังนี้

1. การมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันในทางบวก หมายถึง การที่สมาชิกในกลุ่มมีการทำงานอย่างมีเป้าหมายร่วมกัน มีการแข่งขัน มีการใช้วัสดุอุปกรณ์และข้อมูลต่าง ๆ ร่วมกันมีบทบาทหน้าที่ และประสบความสำเร็จร่วมกัน รวมทั้งได้รับผลประโยชน์หรือรางวัลเท่าเทียมกัน
2. การปฏิบัติสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดระหว่างการทำงานกลุ่ม เป็นการเปิดโอกาสให้สมาชิกในกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อธิบายความรู้ให้ แก่เพื่อสมาชิกในกลุ่มฟัง และมีการให้ข้อมูลย้อนกลับซึ่งกันและกัน
3. การตรวจสอบความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละคน เป็นกิจกรรมที่ตรวจเช็คหรือทดสอบให้มั่นใจว่าสมาชิกมีความรับผิดชอบต่อานกลุ่มหรือไม่เพียงใด โดยสามารถที่จะทดสอบเป็นรายบุคคล เช่น การสังเกตการณ์ทำงาน เป็นต้น
4. การใช้ทักษะระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย ในการเรียนรู้แบบร่วมมือนี้ เพื่อให้กลุ่มประสบความสำเร็จ ผู้เรียนควรจะได้รับการศึกษาฝึกฝนทักษะระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่ม เช่น ทักษะการสื่อสาร ทักษะการเป็นผู้นำ ทักษะการตัดสินใจ การแก้ปัญหา และทักษะกระบวนการกลุ่ม เป็นต้น
5. กระบวนการกลุ่ม เป็นกระบวนการทำงานที่มีขั้นตอน ซึ่งสมาชิกแต่ละคนจะต้องทำความเข้าใจในเป้าหมายการทำงาน มีการวางแผน ดำเนินงานตามแผน ประเมินผลงานและปรับปรุงงานร่วมกัน

องค์ประกอบดังกล่าวนี้ จะเป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยให้งานกลุ่มประสบความสำเร็จ ซึ่งสมาชิกทุกคนจะต้องมีความช่วยเหลือกัน มีความมุ่งมั่น มีปฏิสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ในการดำเนินกิจกรรม จึงจะทำให้งานบรรลุมุ่งหมายที่กำหนดได้

#### 4. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542 : 40) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมหลายขั้นตอนเพื่อให้การเรียนการสอนประสบความสำเร็จตามความมุ่งหมาย ขั้นตอนของการเรียนแบบร่วมมือ มีดังนี้

1. ขั้นเตรียม แบ่งกลุ่ม แนะนำระเบียบของกลุ่ม บทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มแจ้งจุดประสงค์ของบทเรียน การทำกิจกรรมร่วมกัน และการฝึกฝนทักษะพื้นฐานที่จะเป็นสำหรับการทำกิจกรรมกลุ่ม



2. ขั้นสอน นำเข้าสู่บทเรียน แนะนำเนื้อหา แนะนำแหล่งข้อมูลและมอบหมายให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำ

3. ขั้นทำกิจกรรมกลุ่ม ผู้เรียน เรียนรู้ร่วมกันในกลุ่มย่อยโดยที่แต่ละคน มีบทบาทและหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมาย เป็นขั้นตอนที่สมาชิกในกลุ่มจะได้ร่วมกันรับผิดชอบต่อผลงานของกลุ่ม ใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการทำกิจกรรม ในการการทำกิจกรรมแต่ละครั้งเทคนิคที่ใช้แต่ละครั้งจะต้องเหมาะสมกับวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละเรื่อง ในการเรียนครั้งหนึ่ง ๆ อาจต้องใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือหลาย ๆ เทคนิคประกอบกันเพื่อให้เกิดประสิทธิผลในการเรียน

4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ ตรวจสอบว่า ผู้เรียน ได้ปฏิบัติหน้าที่ครบถ้วนแล้วหรือยัง ผลการปฏิบัติเป็นอย่างไรเน้นการตรวจสอบผลงานกลุ่มและรายบุคคล ในบางกรณีผู้เรียนอาจต้องซ่อมเสริมส่วนที่ยังขาดตกบกพร่องต่อจากนั้นเป็นการทดสอบความรู้

5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินการทำงานของกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนถ้ามีสิ่งที่ยังไม่รู้ยังไม่เข้าใจครูควรอธิบายเพิ่มเติม ครูและนักเรียนช่วยกันประเมินผลการทำงานกลุ่มและพิจารณาว่าอะไรคือจุดเด่นของงานและอะไรคือสิ่งที่ต้องปรับปรุง

สุวิทย์ มูลคำ และคณะ (2550 : 158-160) ได้เสนอขั้นตอนการเรียนรู้แบบร่วมมือ ดังนี้

#### 1. ขั้นเตรียม ประกอบด้วย

1.1 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ ให้ผู้เรียนทราบทั้งด้านวิชาการและด้านสังคม

1.2 จัดขนาดของกลุ่ม ซึ่งขนาดของกลุ่มจะมีผลการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังนั้น การจัดขนาดของกลุ่มผู้สอนจะต้องจัดขนาดให้เหมาะสมกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบต่าง ๆ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และเวลาที่ใช้

1.3 จัดผู้เรียนเข้ากลุ่ม มีการจัดผู้เรียนที่มีความแตกต่างกัน เช่น เพศ ความสามารถ เป็นต้น อยู่ในกลุ่มเดียวกัน และควรมีการสลับเปลี่ยนกลุ่มของผู้เรียนอยู่เสมอทั้งนี้ต้องรอให้การปฏิบัติงานของกลุ่มเดิมร่วมกันจนบรรลุความสำเร็จก่อน

1.4 จัดชั้นเรียน ควรจัดสภาพชั้นเรียนที่จะส่งผลต่อปฏิสัมพันธ์ของผู้เรียนมากที่สุด

1.5 จัดเตรียมสื่อและแหล่งการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องเตรียมสื่อและแหล่งเรียนรู้ที่จะเป็นไว้ให้พร้อม

#### 2. ขั้นเริ่มบทเรียน ประกอบด้วย

2.1 จัดกิจกรรม ที่จะสร้างความสัมพันธ์กันในทางบวก ตลอดถึงความตระหนักในการทำงานร่วมกัน

2.2 อธิบายภาระงาน ผู้สอนอธิบายภาระงานที่จะต้องทำให้ชัดเจน ซึ่งอาจเชื่อมคองความสัมพันธ์ของบทเรียนเดิมกับบทเรียนใหม่จะเป็นสิ่งที่ดีมาก

2.3 สร้างและทำความเข้าใจในการประเมินความสำเร็จผลงาน เช่นการกำหนดเกณฑ์และวิธีการตัดสินร่วมกัน

2.4 เสริมสร้างความรับผิดชอบให้สมาชิก

2.5 ร่วมกันกำหนดพฤติกรรมทงสังคมที่พึงปรารถนา เพื่อส่งเสริมและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมเหล่านั้นออกมา

3. ขั้นตอนเกี่ยวกับการเรียนรู้ ผู้สอนมีหน้าที่จะต้องดูแลผู้เรียนในขณะปฏิบัติกิจกรรม ดังนี้

3.1 สังเกตพฤติกรรม ความก้าวหน้าของผู้เรียน รวมทั้งเป็นผู้กระตุ้นและช่วยเหลือผู้เรียน

3.2 มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ พยายามค้นหาทักษะและความสามารถด้านต่าง ๆ ของผู้เรียนและกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงออกให้มากที่สุด รวมทั้งสอนทักษะต่าง ๆ ที่จะเป็นให้แก่ผู้เรียน

3.3 ร่วมกันสรุปผลการเรียนรู้

4. ขั้นตอนประเมินกระบวนการทำงานและผลงาน ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันประเมิน กระบวนการทำงานและผลงานทั้ง 2 ด้าน ดังนี้

4.1 การประเมินผลงานด้านวิชาการ ได้แก่ ความก้าวหน้า ความสำเร็จในการเรียนซึ่งเกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระความรู้ที่ผู้เรียนได้รับ อาจใช้วิธีถามตอบ การอภิปราย หรือการทดสอบย่อย

4.2 การประเมินผลงานด้านสังคม เป็นการประเมินทักษะทางสังคมที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติและมีความก้าวหน้า อาจใช้วิธีการทดสอบ เล่าประสบการณ์ หรืออภิปรายร่วมกัน

สรุปได้ว่า ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยทั่วไป ประกอบไปด้วยขั้นเตรียม ขั้นเริ่มบทเรียนหรือขั้นสอน ขั้นทำกิจกรรมหรือขั้นดูแลกำกับการเรียนรู้ ขั้นตรวจสอบและประเมินผลงาน

## ความพึงพอใจ

ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ความพึงพอใจเป็นสิ่งสำคัญที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนทำงานที่ได้รับมอบหมายหรือต้องการปฏิบัติให้บรรลุวัตถุประสงค์ ครูผู้สอนซึ่งในสภาพปัจจุบันเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกหรือให้คำแนะนำปรึกษาจึงต้องคำนึงถึงความพอใจในการเรียนรู้

## 1. ความหมายของความพึงพอใจ

ประชุม พลเมืองดี (2523 : 7) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ว่า คือ ความรู้สึกหรืออารมณ์ของบุคคลที่มีความสัมพันธ์ต่อสิ่งเร้า ต่างเป็นผลต่อเนื่องจากการที่บุคคลประเมินผลสิ่งนั้นแล้วว่า พอใจ ต้องการ หรือ ด้อย่างไร

กิติมา ปรีดีดิถล (2529 : 321) ได้กล่าวไว้ว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่ชอบหรือพอใจ ที่มีองค์ประกอบและสิ่งจูงใจในด้านต่าง ๆ ของงาน และผู้ปฏิบัตินั้นได้รับการตอบสนองความต้องการของเขาได้

พิน คงพล (2529 : 389) ได้สรุปว่า ความหมายของความพึงพอใจในการปฏิบัติงานคือ ความรู้สึกชอบ ยินดี เต็มใจ หรือเจตคติที่ดีของบุคคลที่ใจต่องานที่เขาปฏิบัติ ความพึงพอใจเกิดได้จากการได้รับการตอบสนองความต้องการ ทั้งด้านวัตถุหรือจิตใจ สลใจ วิบูลกิจ (2534 : 42) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง สภาพของอารมณ์บุคคลที่มีต่อองค์ประกอบของงานและสภาพแวดล้อมในการทำงานที่สามารถตอบสนองต่อความต้องการของบุคคลนั้น ๆ

พิทักษ์ ราชาทุม (2542 : 20) ได้สรุปว่า ความหมายของความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกและเจตคติของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่มีความคาดหวังหรือต้องการในทางที่ดีหรือไม่มีความรู้สึกขัดแย้งกับสิ่งนั้น

มอร์ส (Mores. 1955 : 27) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความพึงพอใจหมายถึง ทุกสิ่งทุกอย่างที่สามารถลดความเครียดของผู้ทำงานให้ลดน้อยลง ถ้าเกิดความเครียดมากจะทำให้เกิดความไม่พอใจในการทำงาน และความเครียดนี้มีผลมาจากความต้องการของมนุษย์ เมื่อมนุษย์มีความต้องการมากจะเกิดปฏิกิริยาเรียกหาวิธีตอบสนอง ความเครียดก็จะลดน้อยลงหรือหมดไปความพึงพอใจก็จะมากขึ้น

สเตรส และเซเลส (Strauss and Sayles. 1960 : 6) ให้ความเห็นว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกพอใจในงานที่ทำ เต็มใจที่จะปฏิบัติงานนั้นให้สำเร็จตามวัตถุประสงค์

วอลเลอร์สแตน (Wallerstein. 1971 : 256) ได้ให้ความหมายไว้ว่าความพึงพอใจหมายถึง ความรู้สึกที่เกิดขึ้นเมื่อได้รับผลสำเร็จตามความมุ่งหมาย และ ความพึงพอใจเป็นกระบวนการทางจิตวิทยาไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจน แต่สามารถคาดคะเนได้ว่ามีหรือไม่มีจากการสังเกตพฤติกรรมของคนเท่านั้นการที่จะทำให้คนเกิดความพึงพอใจจะต้องศึกษาปัจจัยและองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุแห่งความพึงพอใจนั้น

กู๊ด (Good. 1973 : 161) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความพึงพอใจ หมายถึง สภาพหรือระดับความพึงพอใจที่เป็นผลมาจากความสนใจและเจตคติของบุคคลที่มีต่องาน

แอปเปิลไวท์ (Applewhite, 1965 : 6) กล่าวว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกส่วนตัวของบุคคลในการปฏิบัติงาน ซึ่งมีความหมายกว้างรวมถึงความพึงพอใจในสภาพแวดล้อมทางกายภาพด้วย การมีความสุขที่ทำงานร่วมกับคนอื่นที่เข้ากันได้

จากความหมายของความพึงพอใจ ที่มีผู้ให้ความหมายไว้ข้างต้น พอสรุปได้ว่า ความพึงพอใจหมายถึง ความรู้สึกนึกคิด หรือเจตคติของบุคคลที่มีต่อการทำงานหรือการปฏิบัติกิจกรรมในเชิงบวก ดังนั้น ความพึงพอใจในการเรียนรู้จึงหมายถึง ความรู้สึกพอใจ ขอบใจในการร่วมปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน และต้องการดำเนินกิจกรรมนั้น ๆ จนบรรลุผลสำเร็จ

## 2. วิธีการสร้างความพึงพอใจในการเรียน

มีการศึกษาด้านความสัมพันธ์เชิงเหตุและผล ระหว่างสภาพทางจิตใจกับผลการเรียนที่น่าสนใจจุดหนึ่ง คือ การสร้างความพอใจในการเรียนตั้งแต่เริ่มต้นให้แก่เด็กทุกคนซึ่งในเรื่องนี้ได้มีผู้ให้แนวคิดไว้หลายท่าน ดังนี้

สกินเนอร์ (Skinner, 1997 : 1- 63, 69 –120 ; อ้างอิงใน วันทยา วงศ์ศิลปภิรมย์, 2533 : 9) มีความเห็นว่าการปรับพฤติกรรมของคนไม่อาจทำได้โดย เทคโนโลยีทางกายภาพและชีวภาพเท่านั้น แต่ต้องอาศัยเทคโนโลยีของพฤติกรรม ซึ่งหมายถึง เสรีภาพ และความภาคภูมิใจ หมายถึงปลายทางที่แท้จริงของการศึกษา คือ การทำให้คนมีความเป็นตัวของตัวเอง มีความรับผิดชอบต่อการกระทำของตน เสรีภาพและความภาคภูมิใจ เป็นครรลองของการไปสู่ความเป็นคน เสรีภาพมีความหมายตรงข้ามกับการควบคุม แต่เสรีภาพในความหมายของสกินเนอร์ไม่ได้หมายถึงความเป็นอิสระจากการควบคุมหรือความเป็นอิสระจากสิ่งแวดล้อม แต่หมายถึงความเป็นอิสระจากการควบคุมบางชนิด ที่มีลักษณะแข็งกร้าว นั่นไม่ได้หมายถึงการทำลายหนีจากสิ่งแวดล้อม แต่เป็นการวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงหรือปรับปรุงรูปแบบใหม่ ให้แก่สิ่งแวดล้อมนั้น โดยทำให้อำนาจการควบคุมอ่อนตัวลง จนบุคคลเกิดความรู้สึกว่า มิได้ถูกควบคุมหรือต้องแสดงพฤติกรรมใด ๆ ที่เนื่องมาจากความกดดันภายนอกบางอย่าง บุคคลควรได้รับการยกย่องยอมรับในผลสำเร็จของการกระทำ การเป็นที่ยกย่องยอมรับเป็นความภาคภูมิใจ ความภาคภูมิใจเป็นคุณค่าของมนุษย์ แต่การกระทำที่ควรได้รับการยกย่องยอมรับมากเท่าไร จะต้องเป็นการกระทำที่ปลอดจากการบังคับหรือสิ่งควบคุมใด ๆ มากเท่านั้น นั่นคือ สัดส่วนและปริมาณของการยกย่องยอมรับ ที่การกระทำจะเป็นส่วนกลับความเด่นหรือความสำคัญที่มุ่งใจให้เขากระทำ

สกินเนอร์ได้อ้างคำกล่าว ของ จาก รูสโซ (Jecan – Jacques Rousseau) ที่แสดงความคิดในแนวเดียวกันกับหนังสือ เอมีล (Emile) โดยได้ให้ความคิดเห็นแก่ครูว่า จงทำให้เด็กเกิดความเชื่อว่าเขาอยู่ในความควบคุมของตัวเอง แม้ว่าผู้ควบคุมที่แท้จริง คือ ครู ไม่มีวิธีการใดดีไปกว่า

การให้เขาแสดงความรู้สึกว่าเขาอึดอัดภาพ ด้วยวิธีนี้คนจะมีกำลังใจด้วยตัวเอง ครูควรปล่อยให้เด็กได้ทำเฉพาะสิ่งที่เขาอยากทำ แต่เขาควรจะทำเฉพาะสิ่งที่ครูต้องการให้เขาทำเท่านั้น

แนวคิดของสกินเนอร์สรุปได้ว่า เสรีภาพนำไปสู่ความภาคภูมิใจ และความภาคภูมิใจนำบุคคลไปสู่ความเป็นตัวของตัวเอง เป็นผู้มีความรับผิดชอบต่อการคิด ตัดสินใจ การกระทำและผลที่เกิดขึ้นจากการกระทำของตนเอง และนั่นคือ เป้าหมายปลายทางที่แท้จริงของการศึกษาสิ่งที่สกินเนอร์ต้องการเน้น คือ การปรับแก้พฤติกรรมของคนต้องแก้ด้วย เทคโนโลยีของพฤติกรรมเท่านั้น จึงจะสำเร็จ ส่วนการใช้เทคโนโลยีพฤติกรรมนี้ กับใคร อย่างไร ด้วยวิธีไหน ถือเป็นเรื่องของการตัดสินใจใช้ศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยภูมิปัญญาของผู้ใช้เท่านั้น

ไวท์เฮด (Whitehead. 1967 : 1-14) กล่าวถึงจังหวะของการศึกษา และขั้นตอนของการพัฒนาว่า มี 3 ขั้นตอน คือ จุดยืน จุดแข็ง และจุดปรับ ซึ่งไวท์เฮดเรียกชื่อใหม่ เพื่อใช้ในการศึกษาว่า การสร้างความพอใจ การทำความกระจำ และการนำไปใช้ในการเรียนรู้ใด ๆ ควรเป็นไปตาม 3 จังหวะ คือ

- การสร้างความพอใจ - นักเรียนปรับสิ่งใหม่ ๆ มีความตื่นเต้นพอใจ ในการได้พบและเก็บสิ่งใหม่ ๆ
- การทำความกระจำ - มีการจัดระบบระเบียบ ให้คำจำกัดความ มีการกำหนดขอบเขตที่ชัดเจน
- การนำไปใช้ - นำสิ่งใหม่ที่ได้มาไปจัดสิ่งใหม่ ๆ ที่จะได้พบต่อไปเกิดความตื่นเต้นที่จะเอาสิ่งใหม่ ๆ เข้ามา

ไวท์เฮด กล่าวถึงการสร้างภูมิปัญญาในระบบการศึกษาว่า ได้ปฏิบัติกันอย่างผิดพลาดมาตลอด โดยใช้วิธีการฝึกทักษะอย่างง่าย ๆ ธรรมดา ๆ แล้วคาดเดาเอาว่าจะทำให้เกิดภูมิปัญญาได้ ถนนที่มุ่งสู่การเกิดภูมิปัญญามีสายเดียว คือ เสรีภาพในการแสดงความรู้ มีสายเดียวเช่นกัน คือ วิทยาการที่จัดไว้อย่างเป็นระบบ ดังนั้น เสรีภาพและวิทยาการเป็นสาระสำคัญทั้งสองประการของการศึกษา ประกอบเป็นวงจรการศึกษา 3 จังหวะ คือ เสรีภาพ – วิทยาการ – เสรีภาพ ซึ่งเสรีภาพในจังหวะแรกก็คือ ขั้นตอนการสร้างความพอใจ วิทยาการในจังหวะที่สองคือ ขั้นทำความกระจำ และเสรีภาพในช่วงสุดท้าย คือ การนำไปใช้ วงจรเหล่านี้ไม่ได้มีวงจรเดียว แต่มีลักษณะเป็นวงจรซ้อนวงจร วงจรหนึ่งเปรียบได้กับเซลล์หนึ่งหน่วย และขั้นตอนของการพัฒนาอย่างสมบูรณ์ของมันก็คือ โครงสร้างอินทรีย์ของเซลล์เหล่านั้น เช่นเดียวกับวงจรเวลา ประจำวัน ประจำสัปดาห์ ประจำปี เป็นต้น วงจรของบุคคลตามช่วงอายุ จะเป็นระดับ ดังนี้

ตั้งแต่เกิดจนถึงอายุ 13 หรือ 14	เป็นขั้นของความสนใจ
ช่วงอายุ 14 – 18 ปี	เป็นขั้นของการค้นหาทำให้ความกระฉ่าง
และอายุ 18 ปีขึ้นไป	เป็นขั้นของการนำไปใช้

ความรู้ที่ต่างแขนงวิชาการเรียนที่ต่างวิธีการควรเลี้ยงให้นักเรียน เมื่อถึงเวลาอันสมควร และเมื่อนักเรียนมีพัฒนาการทางสมองอยู่ในขั้นเหมาะสม หลักการนี้เป็นที่ทราบกันทั่วไปอยู่แล้วแต่ยังไม่มีกรถือปฏิบัติโดยคำนึงถึงจิตวิทยาในการดำเนินทางการศึกษา เรื่องทั้งหมดนี้ไม่ใช่เรื่องใหม่ เพียงแต่หลักการเหล่านี้ไม่ได้ถูกหยิบขึ้นมาอภิปรายเพื่อให้เกิดการปฏิบัติอย่างจริงจัง และถูกต้อง ความล้มเหลวของการศึกษาเกิดขึ้นจากการใช้จังหวะการศึกษาไม่เหมาะสม โดยเฉพาะในขั้นตอนของการสร้างความพอใจหรือจังหวะของเสรีภาพในช่วงแรกการละเลยหรือขาดประสบการณ์ในส่วนนี้ ผลดีสูงสุดที่เกิดขึ้น คือ ความรู้ที่ไร้พลังและไร้ความคิดริเริ่ม ผลเสียสูงสุดที่เกิดขึ้น คือ ความรังเกียจ ไม่ยอมรับความคิดนั้น และนำไปสู่การไร้ความรู้มากที่สุด

เมื่อประมวลความคิดทั้งของสกินเนอร์และไวท์เฮด เข้าด้วยกัน สรุปได้ว่า เสรีภาพเป็นต้นเหตุของการนำบุคคล ไปสู่จุดหมายปลายทางที่จะศึกษาต้องการ นั่นคือ เป็นบุคคลที่มีความเป็นตัวของตัวเอง มีความรับผิดชอบต่อผลการกระทำของตน เสรีภาพเป็นบ่อเกิดความพึงพอใจ ดังนั้น เสรีภาพในการเรียน จึงเป็นการสร้างความพอใจในการเรียน ความพอใจทำให้คนมีพัฒนาการในตนเอง วิธีการของการให้เสรีภาพในการเรียนเป็นเรื่องที่กำหนดขอบเขตเนื้อหาได้ยาก แต่ความหมายกว้าง ๆ โดยทั่วไป คือ การให้นักเรียนมีโอกาสเลือกและตัดสินใจด้วยตนเอง และเพื่อตนเอง เป็นการควบคุมที่ผู้ถูกคุมไม่รู้ตัว

### ตัวแปรที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต

เนื่องจากการเรียนในปัจจุบันนักเรียนมักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนค่อนข้างต่ำอาจจะ มีสาเหตุหลายประการแต่สาเหตุที่ผู้วิจัยมีความสนใจตัวแปรที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตสองตัวแปรคือ ระดับการคิด และ ภาพลักษณ์ในทัศน

#### 1. ระดับการคิด

การสอนเรขาคณิตจะต้องสอนให้เหมาะสมกับระดับการคิดของนักเรียน ตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ระดับภาคคิดเป็นสิ่งที่มีความสำคัญเพราะนักเรียนจะไม่สามารถก้าวไปสู่ระดับการคิดทางเรขาคณิต ที่สูงขึ้นโดยไม่ผ่านระดับต่ำไปก่อน ได้ดังที่ยูซิสกิน ได้กล่าวว่าถ้านักเรียนมีระดับการคิดตั้งแต่ 2 ลงมา เมื่อ ไปเรียนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นหรือในระดับสูงจะไม่ประสบความสำเร็จและเมื่อนักเรียนมีความรู้ในทางเรขาคณิตในระดับต่ำจะไม่สามารถเรียนวิชาต่าง ๆ ที่

จำเป็นต้องใช้พื้นฐานทางเรขาคณิตได้ดังนั้นเมื่อนักเรียนมีระดับการคิดที่สูงขึ้นก็จะทำให้สามารถเรียนเรขาคณิตและวิชาที่ต้องใช้เรขาคณิตเป็นพื้นฐานได้ดีขึ้น

## 2. ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์

วินเนอร์ (Vinner. 1983 : 293 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ. 2544 : 1) ได้กล่าวถึงภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ไว้ว่าภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ เป็นมโนทัศน์ทางเรขาคณิตชนิดหนึ่งที่มีความสำคัญในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางเรขาคณิต ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ ประกอบด้วย ภาพในใจ สมบัติ และสัญลักษณ์ของมโนทัศน์นั้น ภาพมโนทัศน์จะมีความคงทนกว่าบทนิยามมโนทัศน์ ถึงแม้เวลาจะผ่านไปถ้าได้รับการกระตุ้นก็จะสามารถระลึกได้ โดยภาพในใจมีความหมายมากกว่าภาพที่มองเห็นได้ด้วยตา เพราะเมื่อต้องการใช้จะสามารถสร้างภาพขึ้นมาได้และสามารถมองเห็นความสำคัญของส่วนต่าง ๆ ของมโนทัศน์นั้น ยิ่งกว่านั้นสมบัติของมโนทัศน์จะช่วยให้มองเห็นทางเรขาคณิตนั้นมีความชัดเจนสามารถสื่อความหมายได้ทันที ถ้านักเรียนมีภาพลักษณ์ทางเรขาคณิต จะทำให้มองเห็นปัญหาได้ทะลุปรุโปร่ง และเมื่อจำเป็นต้องแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจะนึกถึงมโนทัศน์นั้นและดึงออกมาใช้ได้อย่างเหมาะสม

ดังนั้นจึงเป็นการชี้ให้เห็นว่าตัวแปรที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ที่มีความสำคัญตัวหนึ่งได้แก่ระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ ซึ่งสามารถส่งเสริมได้โดยใช้วิธีการสอนตามลำดับขั้นของการสอนของ ไดอานา แวน ฮีลี

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 1. งานวิจัยในประเทศ

พนิดา กองเหตุใหญ่ (2542 : 73-76) ได้ศึกษาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามแบบของ แวน ฮีลี ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 590 คน ชาย 260 คน หญิง จำนวน 330 คน โดยการสุ่มแบบเจาะจง จากจำนวน 4 โรงเรียน ในการวิจัยเป็นแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบ แวน ฮีลี และแบบสอบถามข้อมูลพื้นฐาน พบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบ แวน ฮีลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1,2 และ 3 มีการกระจายอยู่ในระดับต่าง ๆ ดังนี้ คือ อยู่ในระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน และระดับ 3 ระดับอนุมานที่เป็นแบบแผน โดยที่นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีระดับการคิดอยู่ในระดับ 3 ระดับอนุมานที่เป็นแบบแผนสูงกว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 นักเรียนร้อยละ 40.7 ของนักเรียนทั้งหมดมีระดับความคิด

ทางเรขาคณิตตามแบบ แวน ฮีลี อยู่ในระดับ 3 ระดับอนุมาณที่เป็นแบบแผน และการคิดขั้นสุดยอด

เบญจพร สว่างศรี (2545 : 50-51) ศึกษาผลการสอนเรขาคณิตด้วยลำดับขั้นการสอนของ ไดอานา แวน ฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งวิจัยในชั้นที่ 1 สํารวจระดับการคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสุพรรณบุรี ในโรงเรียน 2 โรงเรียน จำนวน 90 คน โดยใช้แบบสำรวจระดับการคิดตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ซึ่งพัฒนาโดยยูสตกิน แล้วนำมาจัดระดับการคิดตามตัวแบบ แวน ฮีลี พบว่า นักเรียนร้อยละ 75.28 มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 0 ระดับการมองเห็น และร้อยละ 24.72 อยู่ในระดับ 1 คือ รับการวิเคราะห์ ส่วนโรงเรียนบ้านสระเตย นักเรียนมีระดับการคิดทางเรขาคณิตค่อนข้างต่ำกว่าสองแห่งที่ไปสำรวจจึงเลือกเป็นกลุ่มตัวอย่างชั้นที่ 2 ทดลองสอนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง ในเรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร โดยใช้ลำดับขั้นของ ไดอานา แวน ฮีลี พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดขึ้นตามลำดับขั้นของ ไดอานา แวน ฮีลี หลังเรียนมีระดับการคิดทางเรขาคณิตและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนของที่จัดขึ้นตามลำดับขั้นของ ไดอานา แวน ฮีลี มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม

กุลยา เหมวัตตुकิจ (2545 : 63-64) ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลี กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 98 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบ แวน ฮีลี เรื่องเส้นขนานและความคล้าย พบว่า 1) หลังจากได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลี นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับตามลำดับ เมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า 1.1) นักเรียน กลุ่มสูงที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุดรองลงมา คือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับและเพิ่มขึ้น 1 ระดับ ตามลำดับ 1.2) นักเรียนกลุ่มปานกลางและ ต่ำ ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุดรองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ 2) หลังจากได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบ แวน ฮีลี นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 3 และ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ใน



ระดับ 0 และ 2 มีจำนวนลดลง โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิต อยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ พบว่า 2.1) นักเรียนกลุ่มสูงที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด และอยู่ในระดับ 2 มีจำนวนลดลงมากที่สุด 2.2) นักเรียนกลุ่มปานกลางที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด และอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด 2.3) นักเรียนกลุ่มต่ำที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด และอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด และเมื่อพิจารณาตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เมื่อจำแนกตามระดับความคิดทางเรขาคณิต พบว่า มีระดับความคิดเพิ่มขึ้นร้อยละ 83.21

นาคยา น้ำจิตตรง (2546 : 40-42) ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระหว่างการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของ แวน ฮิลี กับการสอนแบบปกติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสะอาดแควินวิทยา จังหวัดชุมพร ปีการศึกษา 2545 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมอย่างละ 1 ห้องเรียน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้ของ แวน ฮิลี และกลุ่มควบคุมเรียนโดยการสอนแบบปกติ เมื่อสิ้นสุดการสอนทดสอบนักเรียนโดยการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยและปรนัยแบบทดสอบปรนัยเป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อและแบบทดสอบปรนัย เป็นการแสดงการพิสูจน์ จำนวน 2 ข้อ พบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้ของ แวน ฮิลี มีระดับการคิดสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความเข้าใจทางเรขาคณิตไม่สูงกว่าชั้นที่ 1 ของ แวน ฮิลี อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้ของ แวน ฮิลี สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของ แวน ฮิลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เจลิยว รัชวัฒน์ (2546 : 86) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ของการสอนคณิตศาสตร์ด้วยการสอนแบบร่วมมือของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัดทองย้อย (วุฒิกิจ ประชาอนุกุล) อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 56 คน ใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เป็นกลุ่มทดลอง 28 คน กลุ่มควบคุม 28 คน เครื่องมือในการวิจัยคือ แผนจัดการเรียนรู้กลุ่มละ

8 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดเจตคติต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดย ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่า t-test พบว่า 1) นักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบร่วมมือสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 2) เจตคตินักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบร่วมมือสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

บุญเสริม ยุพจันทร์ (2547 : 86-89) ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดกิจกรรมการเรียนตามลำดับขั้นของ แวน ฮีลี มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนตามลำดับขั้นของ แวน ฮีลี ตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ของโรงเรียนกุนนทีรุทธารามวิทยาคม จำนวน 27 คน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอน แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์และแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนตามลำดับขั้นของ แวน ฮีลี เรื่องการพิสูจน์บททางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าประสิทธิภาพ  $E_1$  เท่ากับ 65.55 และ  $E_2$  เท่ากับ 71.82 ซึ่งไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิตคิดเป็นร้อยละ 40.74 และนักเรียนร้อยละ 51.85 สามารถพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับ 2 ไประดับ 3

พรณี เหมะสถล (2547 : 73) ศึกษาการสำรวจระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ จำนวน 273 คน ผู้วิจัยได้วัดระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ที่พัฒนาโดย ยูซีสกิน จำนวน 5 ชุด รวม 25 ข้อ ทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตฯ จำนวน 73 คน นักเรียนทำแบบทดสอบทีละชุด แล้วให้คะแนน เพื่อจัดระดับ พบว่า เมื่อแยกตามระดับการคิดมีจำนวนนักเรียนร้อยละ 28.77 ของนักเรียนทั้งหมด ระดับการคิด อยู่ในระดับ 0 มีจำนวนนักเรียนร้อยละ 28.77 ของนักเรียนทั้งหมด ระดับการคิดอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนนักเรียนร้อยละ 5.78 ของนักเรียนทั้งหมด มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 2 การพิสูจน์อย่างไม่เป็นทางการ และไม่มีนักเรียนคนใดที่มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 3 การพิสูจน์อย่างเป็นทางการ และระดับ 4 ระดับขั้นสุดยอด

วีระชัย เจริญวัฒน์ตระกูล (2550 : 66) ได้ศึกษาผลการใช้การเรียนแบบร่วมมือเทคนิค TGT เน้นการแก้ปัญหากระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือเทคนิค TGT เน้นการ

แก้ปัญหากระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟ คะแนนเต็ม 30 คะแนน ก่อนเรียน คะแนนเฉลี่ย 8.91 คิดเป็นร้อยละ 29.72 และหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 20.82 คิดเป็นร้อยละ 67.59 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ทองคูณ สุขบัว (2551 : 78) การพัฒนาแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT

1. แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT มีประสิทธิภาพ 77.13/80.40 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

2. ดัชนีประสิทธิผลของการเรียนรู้ด้วยแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT มีค่าเท่ากับ 0.65

3. นักเรียนที่เรียนด้วยแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT มีความพึงพอใจ โดยรวมอยู่ในระดับมาก

จิราวรรณ เทพจินดา (2551 : 83) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยการใช้แนวคิดของแวน ฮิลล์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดเขาศรีวิชัย จังหวัดสุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดเขาศรีวิชัย จังหวัดสุราษฎร์ธานีภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 15 คาบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยแนวคิดของแวน ฮิลล์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60 เปอร์เซนต์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นงลักษณ์ ศรีบัวบาน (2551 : 146) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบเสาะหาความรู้โดยใช้กระบวนการกลุ่มแบบ TGT และการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องสถิติ ผลการวิจัยพบว่า แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบเสาะหาความรู้โดยใช้กระบวนการกลุ่มแบบ TGT มีค่าเท่ากับ 84.45/79.7 และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ มีค่าเท่ากับ 81.19/76.06 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 ที่ตั้งไว้ และนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้โดยใช้กระบวนการกลุ่มแบบ

TGT มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิตยา อุคมผล (2551 : 129-130) ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องวงรี โดยใช้โปรแกรม The Geometer s Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนน้ำพองศึกษา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น ปีการศึกษา 2550 จำนวน 24 คน ซึ่งคัดเลือกแบบเจาะจงและสมัครใจเข้าร่วมกิจกรรมโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องวงรี ตามแผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ The Geometer s Sketchpad จำนวน 3 แผน วิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์และสะท้อนผลแล้วนำผลการสะท้อนมาปรับปรุงกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า 1) ระดับความคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนตามรูปแบบของ แวน ฮีลี โดยใช้โปรแกรม The Geometer s Sketchpad ส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ด้วยตนเอง 2) พัฒนาระดับความคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนตามแบบ แวน ฮีลี จากระดับ 2 เป็นระดับ 3 3) การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ในการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนตามแบบของ แวน ฮีลี มี 5 ชั้น นักเรียนสามารถสรุปความรู้ทั้งหมดที่ได้ในหัวข้อนั้น และทำแบบฝึกทักษะเพื่อเป็นการทบทวนและสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

อมรรตน์ ใจไหว (2551 : 35-36) ศึกษาเพื่อพัฒนาแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของ แวน ฮีลี เพื่อส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสามัคคีวิทยาคาร จังหวัดน่าน จำนวน 6 คน ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนตามแนวการสอนของ แวน ฮีลี จำนวน 6 คน และครูผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 6 คน ดำเนินการสร้างแผนกิจกรรมการเรียนการสอนและสร้างแบบประเมินแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจำนวน 2 ชุด พร้อมให้นักเรียนทดลองใช้ใบกิจกรรมและใบงาน ผลการทำให้ได้แผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวการสอนของ แวน ฮีลี 5 ชั้น คือ การสืบเสาะข้อมูล การแนะนำโดยตรงจากครู การแสดงความคิดเห็น การฝึกฝนด้วยตนเอง และการบูรณาการ ในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 4 หน่วย ซึ่งเชื่อมโยงกับภูมิปัญญาท้องถิ่นและส่งเสริมทางเรขาคณิต 3 ระดับ สามารถนำไปใช้ได้

ปัทมาภรณ์ สุพรรณโมก (2553 : 130-131) ได้ศึกษาผลการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD ผลการศึกษา พบว่า แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ เทคนิค STAD มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 78.64/79.75 ดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

เท่ากับ 0.6626 นักเรียนที่เรียนด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD มีความพึงพอใจ และโดยรวมและเป็นรายชื่ออยู่ในระดับมาก

พິงพิศ คำมูลศรี (2553 : 111-112) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD มีประสิทธิภาพเท่ากับ 81.94/80.07 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ดังนั้นประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 0.7036 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความพึงพอใจต่อการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยรวมและเป็นรายชื่ออยู่ในระดับมาก

ยุวรรณดา พรหมนิवास (2553 : 93) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลของแวน ฮีลีย์ที่มี ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัย พบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลของแวน ฮีลีย์มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05
2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลของแวน ฮีลีย์มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถ ในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

กรกรต ภูมิมะภูติ (2554 : 46) ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลีย์ ผู้ศึกษาจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตาม รูปแบบแวน ฮีลีย์ 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง การแลกเปลี่ยน ความคิดเห็น การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ และการสรุปรวม เมื่อทำการสอน ครบแต่ละหน่วยการเรียนรู้ดำเนินการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบประจำหน่วย และเมื่อดำเนินการสอนจนครบทุกแผน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ และวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้ค่าร้อยละและการพรรณนาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนร้อยละ 66.66 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อยู่ในระดับดี โดยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75

ชวนพิศ สัจจภานี (2554 : 110) การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค TGT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษา พบว่า

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค TGT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 84.15 / 80.60

2. คำนีประสิทธิผลของแผนการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค TGT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เท่ากับ 0.7103

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ TGT มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์หลังเรียนและคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนไปแล้ว 14 วัน ไม่แตกต่างกัน

วิชุดา ราชหงส์ (2554 : 99) การพัฒนาการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค LT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏดังนี้

1. แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค LT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 75.38 / 75.40

2. คำนีประสิทธิผลของแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค LT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีค่าเท่ากับ 0.6695 หรือคิดเป็นร้อยละ 66.95

3. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค LT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีค่าเฉลี่ยร้อยละ 75.69

อภิญา กาลมงคล (2554 : 83) ได้พัฒนาการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดของ Van Hiele สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า 1. การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดของ Van Hiele เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง มีการสังเกต สืบค้นหาความรู้ การตั้งคำถาม การเรียนรู้ร่วมกันในกิจกรรมกลุ่ม เกิดการพัฒนาด้านทักษะกระบวนการคณิตศาสตร์ สามารถสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการจัดการกิจกรรม 5 ขั้นตอน 2. นักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 73.38 มีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ 12 คน คิดเป็นร้อยละ 85.71 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด และนักเรียนสามารถพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามกรอบแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele จากระดับที่ 1 การรับรู้ข้อมูลจากการมองเห็น และระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณานารูปลักษณะไปสู่ระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์

อรรถกร ใจเดช (2555 : 97) ได้ศึกษาการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิต เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แนวการสอนของแวน ฮีลี การวิจัยในครั้งนี้วัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี กลุ่มเป้าหมายในงานวิจัยในครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 โรงเรียนหางดงรัฐราษฎร์อุปถัมภ์ อำเภอหางดง จังหวัดเชียงใหม่ ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 37 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวการสอนของแวน ฮีลี เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 6 แผน และแบบทดสอบวัดการคิดทางเรขาคณิตในการรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยกำหนดให้กลุ่มเป้าหมายทำการทดสอบเกี่ยวกับการคิดทางเรขาคณิตก่อนเรียน จากนั้นจึงได้ดำเนินการสอน เมื่อเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 6 แผน ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบการคิดทางเรขาคณิตหลังเรียน และวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้ความถี่ และค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิตในแต่ละด้านตามกรอบแนวคิดของกูเธเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime. 1998) โดยการวิเคราะห์เนื้อหาผลการวิจัย พบว่า เมื่อนักเรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง การใช้บทนิยาม การจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต และการพิสูจน์ เป็นไปในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดในระดับที่ 2 และระดับที่ 3 มีจำนวนนักเรียนเพิ่มขึ้น ในทุก ๆ ด้าน นักเรียนมีระดับความคิดเพิ่มขึ้นร้อยละ 80.14 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## 2. งานวิจัยต่างประเทศ

เบย์เนตส์ (Baynes. 1998 : 179) ได้พัฒนาโปรแกรมเรขาคณิตซึ่งใช้แนวคิดแวน ฮีลี และศึกษาผลของโปรแกรมที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลีและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 3 จะได้เกรดเฉลี่ยตอนกลางปีสูงกว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 2

ไอดริส (Idris. 1998 : 183) ได้ศึกษาผลของการเลือกกิจกรรมที่มีต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลีและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ระดับความคิดทางเรขาคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น

จูโล (July, 2001 : 2060-A) ได้ศึกษาผลของการใช้ Geometer's Sketchpad ที่มีต่อความคิดทางเรขาคณิตและความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 18 คน ของโรงเรียนที่อยู่ในเมือง นักเรียนจะได้รับการสอนโดยใช้ Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นเวลา 10 สัปดาห์ มีการทดสอบก่อนและหลังการทดลองโดยการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี ของนักเรียนหลังการทดลองเพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลอง โดยเฉพาะนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี อยู่ในระดับต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสัมพันธ์ทางสถิติที่ระดับ .05

ออสติน (Austin, 2005 : 253) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลของการเรียนแบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับวิทยาลัย โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองซึ่งเรียนแบบร่วมมือ และกลุ่มควบคุมซึ่งเรียนแบบบรรยาย มีการวัดผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนน จากการสอบข้อเขียน 5 หน่วย ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองทำคะแนนสูงกว่าเกือบทุกหน่วย และจากการวัดเจตคติ 7 ใน 9 ครั้ง พบว่าไม่มีความแตกต่างทางสถิติของคะแนนการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง แต่พบว่ามี ความแตกต่างในด้านความชอบในการเรียนและความสนุกสนานในการเรียนระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง โดยกลุ่มทดลองมีความชอบและความสนุกสนานในการเรียนมากกว่ากลุ่มควบคุม

ไลคิน (Leikin, 2007 : 311-354) ได้สำรวจผลการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือกันเป็นกลุ่ม ตามความแตกต่างของปฏิกริยาของนักเรียนที่อยู่ในห้องเรียนเกรด 9 ที่มีระดับผลการเรียนต่ำ จากการศึกษาพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเป็นกลุ่มช่วยในการเพิ่มปฏิกริยาของนักเรียน เพิ่มปฏิกริยาต่อการทำงานได้ดีขึ้น เพิ่มโอกาสหลากหลายสำหรับนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ และมีทัศนคติทางบวกต่อการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือกันเป็นกลุ่ม

แจคสัน (Jackson, 2008 : 1068-A) ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่มีต่อการพัฒนามิตรภาพข้ามเชื้อชาติ เป็นการศึกษาวิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่มีผลสัมฤทธิ์เป็นทีมที่ออกแบบเพื่อส่งเสริมมิตรภาพข้ามเชื้อชาติ ได้นำไปเก็บข้อมูลในการศึกษาครั้งนี้ได้ศึกษาการวัดตัวแปรเพิ่มเติมคือ เทคนิคการวัดมนุษยสัมพันธ์ ซึ่งได้ตั้งเป็นสมมติฐานว่าเป็นตัวแทนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 92 คน ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นที่ยุบเลิกไปแล้ว ในกลุ่มทดลองได้ศึกษาแผนงานไป 4-5 ทีม ที่สมาชิกเป็นคนสองเชื้อชาติ และเป็นที่ยู้งักตามจำนวน



คะแนนการทดสอบย่อยของสมาชิก นักเรียนในกลุ่มควบคุมศึกษาตามลำพังและได้รับคะแนนเป็นรายบุคคลเท่านั้น การเปรียบเทียบกลุ่มทั้ง 2 กลุ่มนี้ ได้ศึกษาผลของรูปแบบการสอนเหล่านี้ที่มีต่อแบบวัดมิตรภาพหลายแบบ ผลการศึกษาพบว่า เมื่อใช้การวัดที่เสนอรายชื่อแบบดั้งเดิมนักเรียนชายพิวคำมีมิตรภาพข้ามเชื้อชาติมากกว่านักเรียนชายผิวดำในชั้นเรียนแบบดั้งเดิมอย่างมีนัยสำคัญ การสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ไม่มีผลอย่างมีนัยสำคัญสำหรับนักเรียนชายผิวขาวนักเรียนหญิงผิวดำ และนักเรียนหญิงผิวขาว

มอร์แกน (Morgan. 2008 : 665) ได้ศึกษาความรับผิดชอบในกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 3 จำนวน 3 กลุ่ม โดยนักเรียนกลุ่มที่ 1 ใช้วิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือและกระบวนการรับผิดชอบรายบุคคลกลุ่มที่ 2 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ และกลุ่มที่ 3 ใช้วิธีการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือและกระบวนการรับผิดชอบรายบุคคล มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและกลุ่มที่ใช้วิธีการเรียนรู้แบบปกติ และกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือและกระบวนการรับผิดชอบรายบุคคล มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและกลุ่มที่ใช้วิธีการเรียนรู้แบบปกติ

ซูยันโต (Suyanto. 2009 : 3766-A) ได้ศึกษาผลกระทบของกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนประถมศึกษาในเขตชนบท ยอร์กายากาต้า (Yogyakarta) ของอินโดนีเซีย กลุ่มตัวอย่างเลือกมาจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3, 4 และ 5 รวม 664 คน จากห้องเรียนทั้งหมด 30 ห้อง ใน 10 โรงเรียน โดยที่ 5 โรงเรียนแรกจะคัดเลือกเป็นกลุ่มทดลองส่วนอีก 5 โรงเรียนหลังจะถูกกำหนดให้เป็นกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองจะดำเนินการเรียนโดยครูที่ผ่านการฝึกอบรมวิธีการเรียนแบบกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ กลุ่มควบคุมใช้วิธีการเรียนดั้งเดิม (บรรยายในชั้นทั้งหมด) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในชั้นที่ใช้วิธีการเรียนแบบกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ จะมีคะแนนสอบคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ เมื่อจำแนกตามระดับชั้นการศึกษาแล้วปรากฏว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 5 ในกลุ่มทดลองกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีคะแนนสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม และไม่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างคะแนนสอบของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในกลุ่มทดลองกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ และกลุ่มควบคุม ปรากฏว่านักเรียนในกลุ่มทดลองกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีเจตคติที่ดีต่อบรรยากาศในชั้นเรียนสูงกว่าในกลุ่มควบคุม

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับระดับการคิดทางเรขาคณิต แสดงให้เห็นว่าระดับของความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตพื้นฐานของนักเรียนที่ศึกษาในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาอยู่ใน

ระดับต่ำ และนอกจากนี้ผลที่ได้จากการศึกษาตัวแบบของ แวน ฮีลี แสดงให้เห็นว่าระดับการคิดทางเรขาคณิตต่ำจะเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดความยุ่งยากในการเรียนเรขาคณิตจึงควรส่งเสริมให้นักเรียนมีระดับการคิดสูงขึ้น

### กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากการศึกษาตัวแบบของ แวน ฮีลี และแนวการสอนด้วยลำดับขั้นการสอนของ แวน ฮีลี เพื่อยกระดับการคิดทางเรขาคณิต พบว่าระดับการคิดทางเรขาคณิตสามารถพัฒนา ได้อย่างเป็นลำดับขั้น ถ้าใช้ลำดับขั้นการเรียนรู้ที่เหมาะสม ผู้วิจัยจึงได้นำแนวคิดเกี่ยวกับตัวแบบของ แวน ฮีลี มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยเขียนเป็นแผนการสอน ในการวิจัยผู้วิจัยได้จัดตัวแปรที่จัดกระทำ คือ การสอนตามลำดับขั้นการสอน ของแวน ฮีลี ตัวแปรตาม คือ ระดับการคิดทางเรขาคณิต ซึ่งแสดงดังแผนภาพที่ 12



แผนภาพที่ 12 กรอบแนวคิดในการวิจัย