

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : กรณีศึกษา วิชาแคลคูลัส 1 ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. วัตถุประสงค์ของการวิจัย
2. สรุปผลการวิจัย
3. อภิปรายผลการวิจัย
4. ข้อเสนอแนะ

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาความรู้ที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 ของอาจารย์ระดับมหาวิทยาลัย

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ว่าความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : กรณีศึกษา วิชาแคลคูลัส 1 ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบหลัก เรียงลำดับตามค่าน้ำหนักองค์ประกอบจากมากไปหาน้อย ดังนี้คือ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยแต่ละองค์ประกอบหลักมี องค์ประกอบรองและตัวแปร ดังนี้

1. ความรู้ด้านเนื้อหา

ความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศ ในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 มีความคิดเห็นต่อองค์ประกอบภาพรวมอยู่ในระดับมาก ซึ่งสอดคล้องกับการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจที่มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบอยู่ระหว่าง 0.584 -0.897 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ผลการสัมภาษณ์อาจารย์ที่สอนวิชาแคลคูลัส 1 ที่ผ่านเกณฑ์การคัดเลือกของผู้วิจัยพบว่าผู้สอนต้องมีความรู้ในเนื้อหาเพียงพอที่จะอธิบายเรื่องราวต่างๆ ในแคลคูลัส ได้ ผลที่ได้จากการสัมภาษณ์สอดคล้องกับผลของความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่ว

ประเทศและการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ และยืนยันความสอดคล้องกลมกลืนจากการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง สรุปได้ว่า ความรู้ด้านเนื้อหา เป็นองค์ประกอบหลัก มี 4 องค์ประกอบรอง และ 19 ตัวแปร ดังนี้ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ตัวแปร ได้แก่ เนื้อหาในวิชาแคลคูลัส 1 เนื้อหาที่เกี่ยวข้องเช่น พีชคณิต เรขาคณิต ทฤษฎี กฏ หรือ หลักการต่าง ๆ ที่ใช้วิชาแคลคูลัส 1 ความสัมพันธ์และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ได้ ความรู้เชิงกระบวนการ ตัวแปร ได้แก่ กระบวนการในการปัญหา หลักการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา หลักการใช้สูตร ทฤษฎี กฏที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา หลักการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง หลักการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง ตัวแปร ได้แก่ ธรรมชาติและโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ การนำความสัมพันธ์และฟังก์ชันมาใช้ในแคลคูลัส การใช้เส้นจำนวนจริงในการอธิบายนิยามของอสมการต่าง ๆ การประยุกต์ใช้พีชคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหา การประยุกต์ใช้เรขาคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหา ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ ตัวแปร ได้แก่ เนื้อหาลิมิตและความต่อเนื่อง เนื้อหาอนุพันธ์ เนื้อหาการประยุกต์อนุพันธ์ เนื้อหาปริพันธ์ เนื้อหาการประยุกต์ปริพันธ์

2. ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้

ความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศ ในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 มีความคิดเห็นต่อองค์ประกอบภาพรวมอยู่ในระดับมาก ซึ่งสอดคล้องกับการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจที่มีค่าน้ำหนักขององค์ประกอบอยู่ระหว่าง 0.462 -0.922 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ผลการสัมภาษณ์อาจารย์ที่สอนวิชาแคลคูลัส 1 ที่ผ่านเกณฑ์การคัดเลือกของผู้วิจัยพบว่าผู้สอนต้องมี ความรู้ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้เพียงพอ ผลที่ได้จากการสัมภาษณ์สอดคล้องกับผลของความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศและการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ และยืนยันความสอดคล้องกลมกลืนจากการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง สรุปได้ว่า ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ เป็นองค์ประกอบหลัก มี 3 องค์ประกอบรอง และ 35 ตัวแปร ดังนี้ ความรู้เกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนรู้ตัวแปร ได้แก่ การสำรวจความพร้อมก่อนสอน การทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมก่อนนำเสนอ เนื้อหาใหม่เสมอ เชื่อมโยงความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ได้อย่างกลมกลืน จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เนื้อหาสัมพันธ์และต่อเนื่องกัน ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการวางแผนจัดการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนเข้าใจกฎ สูตร ทฤษฎี จากการค้นคว้า มีกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเอง ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม นำประสบการณ์ในชีวิตประจำวันมาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนได้เผชิญปัญหาที่เร้าใจและน่าสนใจ เปิดโอกาสให้

ผู้เรียนมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นและให้เหตุผล มีการเสริมแรงระหว่างทำกิจกรรม มีสื่อประกอบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร ตัวแปร ได้แก่ การวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ การวางแผนการจัดการเรียนรู้ตามผลการวิเคราะห์ การเตรียมกิจกรรมก่อนการจัดการจัดการเรียนรู้ การประยุกต์ใช้ซอฟต์แวร์และเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ การจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนบนพื้นฐานนวัตกรรมและเทคโนโลยีสารสนเทศทางการศึกษา การวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดจากการใช้นวัตกรรมและเทคโนโลยีสารสนเทศ การใช้ซอฟต์แวร์ที่จะช่วยให้สามารถวาดกราฟของฟังก์ชันควบคู่แบบฝึกทักษะมีความสอดคล้องกับเนื้อหา ใช้สื่อประสมในการทบทวนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ใช้ซอฟต์แวร์สำเร็จรูปในด้านคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เพื่อเพิ่มผลสัมฤทธิ์การบูรณาการของการเรียนการสอนแคลคูลัส 1 เปลี่ยนซอฟต์แวร์ที่นำมาใช้เพื่อนำไปสู่การคิดแก้ปัญหาและการสร้างสรรค์นวัตกรรมใหม่ในชีวิตประจำวันและการทำงาน พัฒนากระบวนการคิดของผู้เรียนผ่านเครื่องมือการเขียนซอฟต์แวร์อย่างง่าย การสืบค้นข้อมูล สร้างสรรค์งานและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ความรู้เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ตัวแปร ได้แก่ จุดมุ่งหมายและหลักการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ หลักการวัดและประเมินผลวิชาแคลคูลัส 1 ความรู้ในด้านภาษา ใช้คำศัพท์และประโยคที่ถูกต้องชัดเจนสื่อความหมายให้เข้าใจได้ง่ายในการวัดผล การวางแผนสร้างเครื่องมือในการวัดประเมินผลแคลคูลัส 1 อย่างเป็นขั้นเป็นตอน การศึกษาหลักสูตรและมาตรฐานการเรียนรู้ที่ต้องการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในแคลคูลัส 1 การวิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการวัดในการเรียนรู้ในแคลคูลัส 1 การตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ การกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่เหมาะสมและชัดเจน เกณฑ์การประเมินและแบบบันทึกผลการตรวจหรือประเมินคุณภาพ มีความสอดคล้องกัน มีความชัดเจน ครอบคลุมการวัดตามเนื้อหา สามารถแปลผลการประเมินได้อย่างถูกต้อง

3. ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศ ในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 มีความคิดเห็นต่อองค์ประกอบภาพรวมอยู่ในระดับมาก ซึ่งสอดคล้องกับการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจที่มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบอยู่ระหว่าง 0.486 -0.797 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ผลการสัมภาษณ์อาจารย์ที่สอนวิชาแคลคูลัส 1 ที่ผ่านเกณฑ์การคัดเลือกของผู้วิจัยพบว่าผู้สอนต้องมีความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียนเพียงพอ ผลที่ได้จากการสัมภาษณ์สอดคล้องกับผลของความคิดเห็นของอาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏทั่วประเทศและการ

วิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ และยืนยันความสอดคล้องกลมกลืนจากการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง สรุปได้ว่า ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน เป็นองค์ประกอบหลัก มี 3 องค์ประกอบรอง และ 20 ตัวแปร ดังนี้ **ธรรมชาติการเรียนรู้** คณิตศาสตร์ ตัวแปร ได้แก่ ความเป็นกัลยาณมิตรระหว่างครูกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้เรียน สร้างสมาธิก่อนการจัดการเรียนรู้แก่ผู้เรียน ผู้เรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นและซักถาม ให้ผู้เรียนได้รู้สึกเกิดความสำเร็จและภูมิใจในตนเอง ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน ยอมรับความสามารถของผู้เรียน องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตัวแปร ได้แก่ ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนลิมิตและความต่อเนื่อง ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนอนุพันธ์ ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนการประยุกต์อนุพันธ์ ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนปริพันธ์ ปัจจัยที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนการประยุกต์ปริพันธ์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยง และมโนทัศน์ภาพของผู้เรียน ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตัวแปร ได้แก่วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาลิมิตและความต่อเนื่อง วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาอนุพันธ์ วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาการประยุกต์อนุพันธ์ วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาปริพันธ์ วิธีการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาการประยุกต์ปริพันธ์ วิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบได้ วิเคราะห์หาสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัย พบว่า ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : กรณีศึกษา วิชาแคลคูลัส 1 ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบหลัก เรียงลำดับตามค่าน้ำหนักองค์ประกอบจากมากไปหาน้อย ดังนี้คือ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน สามารถอภิปรายผลการวิจัย ได้ดังนี้ จากการสกัดองค์ประกอบขั้นต้นด้วยวิธีวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก และหมุนแกนองค์ประกอบ พบว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีความเหมาะสมมากที่จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน สามารถสร้างเป็นโมเดลโครงสร้างตัวแปรองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส และจากผลการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ และการสัมภาษณ์หลังการจัดการเรียนรู้

พบว่า ความรู้ด้านเนื้อหา มีค่าน้ำหนักจากการวิเคราะห์องค์ประกอบหลักที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 เป็นอันดับแรก ผลการวิจัยพบว่า ประกอบด้วยความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะสำหรับความรู้เชิงมโนทัศน์ เป็นความคิดนามธรรมที่เป็นข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของสิ่งต่างๆทางคณิตศาสตร์ซึ่งทำให้บุคคลสามารถจัดสิ่งต่างๆที่มีลักษณะหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์เหมือนกันเข้าเป็นพวกเดียวกัน ทั้งนี้เนื่องจากความรู้เชิงมโนทัศน์ มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะความรู้เชิงมโนทัศน์ เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ผู้สอน สอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานคณิตศาสตร์ได้ และความรู้เชิงมโนทัศน์ยังส่งผลต่อบรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพราะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ และอยากศึกษาต่อในเนื้อหาต่าง ๆ เพิ่มเติม และยังสนใจในการเรียนเพิ่มขึ้น และผู้เรียนยังสามารถที่จะคิดวิเคราะห์ และนำไปประยุกต์ในเนื้อหาอื่น ๆ ได้อีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับ โบรफीและทอมซัน (Brophy, 1991; Thompson, 1992) ที่ได้กล่าวไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญต่อการจัดกิจกรรมและการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนของผู้สอน มโนทัศน์ในเนื้อหาเฉพาะใดๆที่ผู้สอนมีอยู่ มีผลเป็นอย่างมากต่อการสอนการตัดสินใจ การคิดวิเคราะห์ผู้เรียนและการแสดงออกของผู้สอน เช่นเดียวกับ The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่าผู้สอนคณิตศาสตร์ควรมีความเข้าใจในมโนทัศน์และขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์และมีการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเหล่านั้นและมีความสามารถในการนำเสนอหรืออธิบาย มโนทัศน์และขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้หลายรูปแบบ ส่วนความรู้เชิงกระบวนการ เป็นความรู้ที่ผู้สอนนำมาใช้อธิบายเกี่ยวกับหลักการ กฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีการต่างๆในขั้นตอนการคำนวณและพิสูจน์ในวิชาแคลคูลัส 1 เพื่อให้ผู้เรียนลำดับกระบวนการที่ถูกต้องในการคิดคำนวณและสมเหตุสมผล รู้ว่าสิ่งใดเป็นการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สิ่งใดไม่เป็น และรู้ว่าการพิสูจน์ต่างจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ชนิดอื่น ๆ อย่างไร ผู้สอนต้องวางแผนการสอนอย่างเป็นระบบเพื่อให้ผู้เรียนซึมซับความสำคัญของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่ามีความสำคัญอย่างไร ทั้งนี้เนื่องจากกระบวนการได้มาซึ่งมาคำตอบมีผลต่อความถูกต้องและสมเหตุสมผลเช่น ก่อนที่จะสอนเรื่องความชันของเส้นโค้งผู้สอนควรทบทวนเรื่องการหาความชันของเส้นตรงก่อนและหลังจากที่สอนเรื่องความชันของเส้นโค้งแล้ว ผู้สอนควรให้ผู้เรียนสรุปได้ว่า ความชันของเส้นโค้งหรือความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งเป็นจำนวนบวกหรือลบในช่วงที่กำหนดให้นั้นทำให้รู้ว่า

ฟังก์ชันในช่วงนั้นๆ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด นอกจากนั้นผู้เรียนยังได้ซึมซาบ ความสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น จนเข้าใจในหลักกระบวนการของความรู้ได้อย่าง กระจ่าง และยังทำให้ผู้เรียนได้ใช้วิธีการเรียนคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง รวมทั้งได้แก้ปัญหาใน การเรียนคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยมีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย และความรู้ใน เนื้อหาที่เกี่ยวข้อง เป็นความรู้ที่ผู้สอนนำมาใช้ในการวิเคราะห์และเชื่อมโยงเนื้อหา ทั้งใน หลักสูตรและนอกหลักสูตรที่ต่อเนื่องกันและสัมพันธ์กับเนื้อหาเพื่อจะได้วิเคราะห์ความสำคัญ และความสัมพันธ์ของเนื้อหา ไปสู่ความเข้าใจของหัวข้อเฉพาะปัญหา หรือประเด็นที่จะต้อง จัดการ อธิบาย และปรับปรุงไปสู่ความสนใจ การเป็นผู้สอนแคลคูลัสที่ดีนั้นนอกจากต้องม ีความรู้ในเนื้อหาระดับที่ตนจะสอนแล้ว ยังต้องรู้มีความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง ไม่ว่าจะเป็ นระดับที่สูงขึ้นไปหรือต่ำลงมา การรู้เนื้อหาในระดับที่ต่ำกว่าจะช่วยให้ผู้สอนสามารถทำการ วิเคราะห์พื้นฐานของผู้เรียนว่ามีมากน้อยเพียงใด การรู้เนื้อหาในระดับที่สูงกว่า จะช่วยให้ ผู้สอนเชื่อมโยงการสอนให้ผู้เรียนมีความรู้เพียงพอที่จะไปศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นไป ทั้งนี้ เนื่องจากแคลคูลัสเป็นวิชาที่พัฒนามาจากพีชคณิต เรขาคณิต และการประยุกต์ปัญหาทาง ฟิสิกส์ ทำให้ผู้สอนนอกจากต้องมีความรู้ในเนื้อหาตามคำอธิบายรายวิชาแล้ว ยังต้องรู้มีความรู้ ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง ไม่ว่าจะเป็ นระดับที่สูงขึ้นไปหรือต่ำลงมา เพราะความก้าวหน้าทาง วิทยาการและการพัฒนาสังคมยุคปัจจุบัน ส่วนตั้งอยู่บนฐานความรู้ทางแคลคูลัสทั้งสิ้น แม้จะ ไม่ปรากฏออกมาอยู่ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ แต่สิ่งที่พบเห็นได้ในปัจจุบันในรูปแบบ สิ่งอำนวยความสะดวกต่างๆ ไม่ว่าจะเป็ นเทคโนโลยีอุตสาหกรรม เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ เทคโนโลยีซอฟต์แวร์ เทคโนโลยีชีวภาพ ล้วนมีรากฐานของแคลคูลัสทั้งสิ้น นอกจากนั้นการ จัดกิจกรรมการเรียนการสอนสิ่งที่จำเป็นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนก็คือพื้นฐานของ ผู้เรียนนั้นมีความแตกต่างกัน สิ่งที่เป็นที่จำเป็นที่จะให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เกิด ประสิทธิภาพมากที่สุดก็คือการวิเคราะห์ผู้เรียน การออกแบบการเรียนการสอน เพื่อให้การ เรียนการสอนเกิดผลมากที่สุด ทำให้ผู้เรียนเข้าใจในการเรียน และนำเนื้อหาต่าง ๆ ไปประยุกต์ และเชื่อมโยงในเนื้อหาต่าง ๆ ในเกิดประโยชน์ได้ ซึ่งสอดคล้องกับเฟนนิมา และแฟรงค์ (Fennema and Franke, 1992 : 162) ได้ให้แนวคิดที่ว่า ความรู้ของครูที่จำเป็นในการสอน คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ความรู้ในศาสตร์ การสอน และความรู้ในการเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน สำหรับองค์ประกอบรองตัวสุดท้าย คือความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ เป็นความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นสำหรับผู้สอน ใช้ในการสอน ความรู้เฉพาะที่ใช้สำหรับการสอนแคลคูลัส 1 ประกอบด้วยความรู้ในบทนิยาม

ทฤษฎีบท ข้อตกลง หลักการ สมบัติต่างๆเพื่อใช้ในการสอนเฉพาะในบางเรื่องในวิชาแคลคูลัส ประกอบด้วย ลิมิตและความต่อเนื่อง อนุพันธ์ การประยุกต์อนุพันธ์ ปริพันธ์ และการประยุกต์ปริพันธ์ ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ทั้งนี้เนื่องจากคำตอบบางคำตอบที่ได้มาอาจหาค่าได้แต่ก็ไม่ใช่คำตอบที่ถูกต้องสำหรับวิชาแคลคูลัส เช่นการหาค่าของลิมิต โดยลิมิตหาค่าได้ก็ต่อเมื่อลิมิตทางขวามือ และลิมิตทางซ้ายมือต้องเท่ากัน เพราะฉะนั้น สมบัติอันนี้จึงมีความสำคัญในการหาค่าลิมิต ซึ่งในการหาค่าลิมิตทุกครั้งจะต้องตรวจสอบให้แน่ใจเสียก่อนว่าลิมิตทางขวามือ และลิมิตทางซ้ายมือหาค่าได้และมีค่าเท่ากันหรือไม่เสียก่อนซึ่งสอดคล้องกับโมเดลความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Ball et al, 2008 : 403) ในประเด็นของความรู้ในการสอนเนื้อหาเฉพาะ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบได้แก่ ความรู้ในเนื้อหาและ ผู้เรียนเป็นการรวมความรู้ที่เกี่ยวกับผู้เรียนและความรู้ที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ความรู้ในเนื้อหาและการสอน เป็นการรวมความรู้ด้านการสอนและความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ องค์ความรู้ประเภทนี้จะทำให้ครูรู้ว่าแต่ละเรื่องจะจัดลำดับเนื้อหาไว้ที่ใด เพื่อให้เห็นน้ำหนักและความสำคัญของแต่ละเรื่องที่แตกต่างกัน และความรู้ในหลักสูตร ผู้สอนต้องรู้ว่าในหลักสูตรนั้นๆ มีสื่อการเรียนการสอนอะไรบ้าง หลักสูตรมีโครงสร้างอย่างไร และจัดการเรียนการสอน เช่นเดียวกับแนวคิดของไรอัน และคูเปอร์ (Ryan and Cooper, 2008 : 179 - 180) ได้อธิบายว่า ความรู้เกี่ยวกับวิชาที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเฉพาะในเนื้อหาวิชาที่สอน เป็นการผสมผสานเนื้อหาและวิชาครู ไปสู่ความเข้าใจของหัวข้อเฉพาะปัญหา หรือประเด็นที่จะต้องจัดการ อธิบาย และปรับปรุงไปสู่ความสนใจและความสามารถอันหลากหลายของผู้เรียนและการสอนความรู้กับประสิทธิภาพในการปฏิบัติงาน ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าความรู้ด้านเนื้อหา เป็นความรู้ที่จำเป็นที่สุดในการจัดการเรียนรู้ สำหรับการศึกษาศาสตร์ด้านคณิตศาสตร์ในระดับมหาวิทยาลัยและเป็นความรู้ที่ทำให้ผู้สอนคณิตศาสตร์ต่างจากนักคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะว่า ความรู้ด้านเนื้อหาเป็นปริมาณและการจัดระบบความรู้โดยตรงในตัวผู้สอน ผู้สอนที่มีความรู้ในเนื้อหาดีจะมีแผนการสอนในใจดีกว่าผู้สอนที่ไม่แม่นในเนื้อหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนนั้นเกิดความเข้าใจกับเรียน และยังช่วยให้การเรียนรู้นั้นเกิดความเข้าใจได้ง่าย รวดเร็วขึ้น สามารถแปลความ และตีความเป็นรูปธรรมได้ถูกต้อง ผู้เรียนจึงสามารถนำไปประยุกต์กับเนื้อหาอื่น ๆ ได้ และนอกจากนั้นความรู้ด้านเนื้อหายังมีความจำเป็นต่อการศึกษาต่อในการเรียนการสอนสายวิทยาศาสตร์บริสุทธิ์ และสายวิทยาศาสตร์ประยุกต์ หากนักเรียนไม่เข้าใจในความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และ

ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ ยังส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถศึกษาต่อได้ จนถึงขั้นต้องออกกลางคัน จากสถานศึกษาแห่งนั้น ดังนั้นความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะครูผู้สอนจึงเป็นสิ่งที่จะต้องอย่างยิ่งต่อการจัดกิจกรรมการเรียนสอนให้นักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ ลีอินฮาร์ด(Leinhardt et al,1991) ที่ได้ให้ความคิดเห็นว่าผู้สอนที่มีความรู้ในเนื้อหาดีและแม่นยำจะอธิบายหรือสื่อความหมายได้ดีกว่าผู้สอนที่มีความรู้น้อยกว่า และผู้สอนที่มีความรู้ในเนื้อหาดีจะมีการตอบสนองต่อคำถามและข้อวิพากษ์วิจารณ์ของผู้เรียนได้ดีกว่า เช่นเดียวกับปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2551 : 80) ที่ได้ให้ความคิดเห็นว่าความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่สอน ผู้สอนต้องมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้นๆ อย่างลึกซึ้ง และเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่างๆ

ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นองค์ประกอบหลักที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้ วิชาแคลคูลัส 1 อันตรรกะลงมา ผลการวิจัยพบว่า องค์ประกอบรองได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนรู้ ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร และความรู้เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผล การเรียนรู้ สำหรับความรู้เกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้ เกี่ยวกับการจัดการเรียน การสอนเช่นวิธีสอน แนวการสอน เทคนิคการสอนรวมถึงสิ่งอื่นๆที่เกี่ยวข้องกับการสอนไม่ว่าจะเป็นการใช้จิตวิทยาในชั้นเรียน การใช้สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับ ผู้เรียนความรู้ประเภทนี้จะเป็นตัว ผลักดันให้ผู้สอนจัดการเรียนรู้หรือทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ อย่างมีประสิทธิภาพ ทั้งนี้เนื่องจากการวางแผนและเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น ผู้สอนควรคำนึงถึง การสอนแต่ละประเภทในชั้นเรียนควรเป็นรูปแบบใด วิธีการเรียนของ ผู้เรียนควรเป็นอย่างไร สำหรับผลการเรียนรู้แต่ละประเภท เป็นความรู้ ทักษะ และเจตคติ เป็น กิจกรรมที่จะก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียนควรมีอะไรบ้าง สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ ย่อมขึ้นอยู่กับความเหมาะสมเช่น ควรมีการเสนอเนื้อหาการเรียนในชั้นแก่ผู้เรียนพร้อมกันใน คราวเดียวทั้งหมดหรือควรให้เป็นการเรียนรายบุคคล หรือการสร้างเสริม เนื่องจากปฏิสัมพันธ์ ของผู้สอนและผู้เรียนเป็นสิ่งจำเป็นต่อการเรียนรู้ โดยผู้สอนจำเป็นต้องใช้ปฏิสัมพันธ์ในการ เรียนให้มากขึ้น สามารถที่จะให้ผลย้อนกลับให้กับผู้เรียนได้ตลอดเวลา เพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดการ พัฒนาในการเรียน ทำให้ผู้เรียน ได้พัฒนาการเรียนมากขึ้น และผู้สอนต้องมีวิธีการสื่อสารที่ดี เพื่อให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้ และกระจ่างทางความคิดจนทำให้ผู้เรียนเข้าใจการเรียนอย่างทอ่งแท้ ซึ่ง สอดคล้องกับทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์หลายทฤษฎีได้แก่ ทฤษฎี พัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนการสอนของบรูเนอร์ ทฤษฎีการเรียน

คณิตศาสตร์ของดิวอี้ ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดังนี้ 1) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของเพียเจต์ ได้แก่ ผู้สอนจะต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และแนะนำผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรง และการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญา ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พุด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น 2) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของบรูเนอร์ คือผู้สอนควรคำนึงถึงการให้ผู้เรียนได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การได้พูดและเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีแสดงความคิดที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน เนื่องจากผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ในหลาย ๆ รูปแบบ เช่น จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) สามารถแสดงความรู้ในรูปของรูปภาพ (Pictures) ภาษาเขียน (Written Symbols) ภาษาพูด (Spoken Symbols) และสถานการณ์จริง (Real World Situation) ได้ 3) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของดิวอี้ คือ การให้ความสำคัญกับการกระตุ้น ให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ และ 4) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของกานเย คือ ครูสามารถสอนนามธรรมที่ต้องใช้ความคิดได้โดยการกำหนดลำดับขั้นตอนของประสบการณ์การเรียนรู้ที่จะนำไปสู่พัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน เนื่องจากสาระในการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ประเภท ได้แก่ ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ทักษะทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และกฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ สามารถนำมาจัดลำดับให้เกิดขึ้นในผู้เรียนเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นรับหรือจับใจความ (Apprehending Phase) ขั้นการได้มาซึ่งความรู้ (Acquisition Phase) ขั้นจัดเก็บความรู้ (Storage phase) เป็นความจำระยะสั้น (Short-term Memory) และความจำระยะยาว (Long-term Memory) และขั้นการระลึกถึงหรือดึงความรู้มาใช้ (Retrieval Phase) และ 5. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือ ให้ผู้เรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่น และ ผู้สอนมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทาย และช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้เอง ส่วนความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรเป็นความรู้ที่ช่วยให้ผู้สอนรู้รายละเอียดของเนื้อหาและพฤติกรรมที่ควรปลูกฝังผู้เรียน รู้ว่าเนื้อหาหนึ่ง ๆ ควรปลูกฝังพฤติกรรมใดบ้าง และปลูกฝังมากน้อยเพียงใด การกำหนดชั่วโมงการสอนทำได้เป็นสัดส่วนเหมาะสมในแต่ละเนื้อหา นั้น ๆ นอกจากนั้น ซึ่งอาจมีลักษณะเป็น

กิจกรรม โครงการหรือแผน เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียน ได้พัฒนา และมีคุณลักษณะตามความมุ่งหมายที่ได้กำหนดไว้ ช่วยให้ผู้สอนได้ออกข้อสอบครอบคลุม เนื้อหาและพฤติกรรมตามที่ต้องการเป็นเครื่องช่วยบังคับทิศทางการออกข้อสอบว่าจะออก เนื้อหาใดตามพฤติกรรมใด จำนวนกี่ข้อ และสามารถใช้ตรวจสอบความบกพร่องของผู้เรียน เมื่อทำผิดได้ ทั้งนี้เนื่องจากผู้สอนต้องคำนึงถึงมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ด้วยการสอดแทรกกิจกรรมหรือ โจทย์ปัญหาที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น อันได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทาง คณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์นอกจากนั้น กิจกรรมการเรียนรู้ ควรส่งเสริมให้ผู้เรียนตระหนักถึงคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนฝึกให้นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มี วิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเองสอดคล้องกับกระทรวงศึกษาธิการ (2551 : 52) ที่ได้ ให้นำแนวคิดว่าการออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ จะนำไปสู่การ จัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ที่เป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตรวมทั้งเป็น แนวทางในการให้การศึกษา ให้วิชาความรู้ การถ่ายทอดวัฒนธรรม การปลูกฝังเจตคติและ ค่านิยม การสร้างความเจริญเติบโต ความสมบูรณ์ทางร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญา หรืออีกนัยหนึ่งก็คือการพัฒนาผู้เรียนในทุกๆด้าน สำหรับองค์ประกอบรองตัวสุดท้าย คือการ วัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ เป็นความรู้ของผู้สอนในการเลือกใช้วิธีการวัดผลและ ประเมินผล ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหา และเวลา ทำให้ได้ข้อมูล สารสนเทศที่จำเป็นในการพิจารณาแบ่งกลุ่มผู้เรียน เช่น แบ่งเป็นกลุ่มอ่อน ปานกลาง และเก่ง แบ่งกลุ่มผ่าน-ไม่ผ่านเกณฑ์ หรือตัดสินได้-ตก ค้นหาจุดเด่น-จุดด้อยของผู้เรียนว่ามีปัญหาใน เรื่องใด จุดใด มากน้อยแค่ไหน เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจการวางแผนการจัดการเรียนรู้และ การปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพส่งผลให้ผู้เรียนเกิดคุณภาพการเรียนรู้ตามผล การเรียนรู้ที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ ทั้งนี้เนื่องจาก การวิเคราะห์เนื้อหาหรือ พฤติกรรมที่ต้องการวัดในการเรียนรู้เคลลฤตัส ทำการชี้แจงเกณฑ์การให้คะแนนที่เหมาะสม และชัดเจนให้เป็นไปตามกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับอุดมศึกษาแก่ผู้เรียน ทำให้ผู้สอนต้องมีความพร้อมในเนื้อหาที่จะจัดการเรียนรู้ เตรียมเนื้อหาและกิจกรรมก่อนการการจัดการเรียนรู้ ก่อนจะนำมาถ่ายทอดให้นักศึกษา และผู้สอนที่ดีต้องมีการวัดผลและประเมินผลที่ถูก และ เลือกใช้วิธีอย่างเหมาะสมตรงกับสภาพผู้เรียน เพื่อให้ได้การวัดผลและประเมินผล วัดอย่างมี

ประสิทธิภาพ และการวัดผลและประเมินผลที่ได้ต้องเป็นการวัดเพื่อการพัฒนาการเรียนรู้อย่างแท้จริง เพื่อให้ผู้เรียนนำสิ่งที่ขาดจากเนื้อหาไปพัฒนาให้เกิดความเข้าใจให้มีประสิทธิภาพได้ สอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง, 2545 : 189 - 197 ; อัมพร ม้าคนอง, 2546 : 90 – 94 และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554 : 197-202 ที่ได้กล่าวถึงวิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่าความรู้เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ หมายถึงความรู้ที่เกี่ยวข้องกับหลักการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ผู้สอนสามารถเลือกใช้วิธีการวัดผลและประเมินผล ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหา และเวลา ทำให้ได้ข้อมูลสารสนเทศที่จำเป็นในการพิจารณาว่าผู้เรียนเกิดคุณภาพการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ ดังนั้นจะเห็นว่าความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ เช่นวิธีสอน แนวการสอน กลวิธีที่มีประสิทธิภาพสำหรับวางแผน เทคนิคการจัดการ การดำเนินการในห้องเรียน การจูงใจ จิตวิทยาการสอน การสร้างบรรยากาศในชั้นเรียน และการจัดระบบการสอน การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ เป็นสิ่งที่ผู้สอนต้องมีและตระหนักถึงความสำคัญ ทั้งนี้เนื่องจากคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมปลายมีความแตกต่างจากแคลคูลัสในระดับมหาวิทยาลัย ผู้สอนอาจทบทวนพื้นฐานที่เป็น เนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมปลาย อาจมีการจัดการเรียน Pre-Calculus ก่อนที่จะทำการเรียนการสอนจริง อาจมีการทดสอบก่อนเรียน เพื่อเป็นการตรวจสอบก่อนว่าผู้เรียนมีประสบการณ์เดิมและพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับเรื่องที่จะสอนใหม่อย่างไรบ้าง หรือมีความรู้ความชำนาญอะไรบ้างเกี่ยวกับวิชาที่เรียนมาแล้ว การประเมินก่อนการเรียนเป็นเครื่องชี้ความพร้อมของผู้เรียนว่าผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้อะไรเพิ่มเติมอีกบ้าง จากความรู้เก่าที่เคยเรียนมา ผู้เรียนเองก็จะทราบถึงข้อบกพร่องของตัวเอง ทำให้ผู้สอนสามารถวางแผนจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับผู้เรียน ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าครูผู้สอนจำเป็นต้องมีความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างมาก หากขาดความรู้ด้านนี้แล้วก็จะส่งผลในการจัดการเรียนรู้ที่มีคุณภาพ ผู้เรียน ไม่สามารถเข้าใจในเนื้อหา นำไปประยุกต์และเชื่อมโยงในเนื้อหาอื่น ๆ ทำให้ไม่สามารถไปศึกษาต่อและนำไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของกระทรวงศึกษาธิการ (2551 : 52) สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 85-86) ถึงลำดับขั้นตอนการออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและที่ ให้สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่ผู้สอนใช้เป็นตัวกลางในการถ่ายทอดความรู้ ทักษะและกระบวนการ ประสบการณ์ ความคิดเห็น และเจตคติไปสู่ผู้เรียน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนของอารีรักษ์ มีแจ้ง (2547 : 64 - 66) , พรพรรณ พึ่งประยูรพงศ์ (2547 : บทคัดย่อ) , นฤมล ศราทพันธุ์

(2546 : บทคัดย่อ) , บุญธง วสุริย์ (2546 : บทคัดย่อ) และจิรภรณ์ วสุวัต (2540 : บทคัดย่อ) ซึ่งมีขั้นตอนการพัฒนามี 4 ขั้นตอน คือ 1) การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน 2) การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน 3) การนำไปใช้ และ 4) การประเมินผล มีข้อเสนอแนะว่าควรเพิ่มองค์ประกอบในการใช้เทคโนโลยีเพื่อให้การเรียนการสอนเข้าใจ ให้มองถึงการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปและไม่สำเร็จรูป สื่ออื่นๆที่เหมาะสมเพิ่มเติม ปรับเปลี่ยน โปรแกรมตามความเหมาะสม การสร้างเครื่องมือการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ การสอนจากสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นรูปธรรมและจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งเป็นองค์ประกอบหลักที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 ลำดับสุดท้ายคือ ผลการวิจัยพบว่า องค์ประกอบรองได้แก่ ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความรู้ของผู้สอนในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการจัดการเรียนรู้ของครู ดังนั้นครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอนอย่างไร ผู้สอนต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual differences) ว่าผู้เรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจและลักษณะนิสัย ทั้งนี้เนื่องจากความแตกต่างระหว่างบุคคลนั้นเกิดขึ้นในชั้นเรียน หากผู้เรียนไม่เข้าใจให้เนื้อหาภารกิจกรรมการเรียนการสอนที่ไม่ผ่านการวิเคราะห์ผู้เรียน อาจส่งผลให้ผู้เรียนบางคนไม่เข้าใจในการเรียน ไม่สามารถนำความรู้ต่าง ๆ ไปประยุกต์ในเนื้อหาอื่น ๆ หรือเชื่อมโยงในการเรียนต่อไปได้ จึงเป็นสิ่งจำเป็นต่อความสำคัญในการคำนึงความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย และเมื่อผู้สอนได้วิเคราะห์ผู้เรียนแล้ว สิ่งที่เป็นอีกอย่างหนึ่งก็คือการออกแบบการเรียนการสอนต้องจำเป็นต่อความแตกต่างระหว่างบุคคลเช่นกัน ซึ่งจะส่งผลดีการจัดการกิจกรรมการเรียนให้มีคุณภาพ และประสิทธิภาพได้ สอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาตามแนวของเปียเจต์ บรูเนอร์ คีนส์ และ ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ และความรู้ตามแนวคิดในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนตามแนวคิดของยูนิน พิพิชกุล ส่วนองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความรู้ทำให้อาจารย์ผู้สอนเข้าใจแนวทางในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 และสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ ของผู้เรียนอย่างมีประสิทธิภาพ ประกอบด้วยการเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์วิชา ของผู้เรียน และความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา ทั้งนี้เนื่องจากผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้ไม่เท่ากันอาจทำให้รับความรู้ไม่เท่ากัน เมื่อความรู้พื้นฐานไม่เท่ากัน ส่งผลถึงประสบการณ์ของ

ผู้เรียนในการแก้ปัญหาที่ย่อมไม่เท่ากัน การตรวจแบบฝึกหัดหรือข้อสอบที่ควรทำเป็นปัจจุบัน หากพบปัญหา ผู้สอนต้องวิเคราะห์ถึงปัญหาที่เกิดขึ้นได้ว่าเกิดจากผู้สอนหรือเกิดจากผู้เรียน การทำเช่นนี้จะทำให้สามารถปรับวิธีเรียนเปลี่ยนวิธีสอนให้สอดคล้องกับผู้เรียน สอดคล้องกับแนวคิดของ อีเวนและไทโรช (Even and Tirosh, 2000 : 232 – 233) ได้กล่าวว่า สิ่งที่ครูจำเป็นจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ มโนทัศน์ของผู้เรียน (Student Conceptions) รูปแบบของความรู้ (Forms of Knowledge) และค่านิยมและความเชื่อในชั้นเรียน (Classroom Culture) ซึ่งสอดคล้องกับฮิล บอล และชิลลิง (Hill, Ball and Shilling, 2008 : 381) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน จำแนกออกเป็น 4 องค์ประกอบ ได้แก่ความรู้เกี่ยวกับข้อผิดพลาดโดยทั่วไปของผู้เรียน ความสามารถในการเข้าใจว่าผู้เรียนเข้าใจในมโนทัศน์นั้นได้อย่างไรและการเข้าใจในสิ่งที่แสดงถึงความเข้าใจของผู้เรียน ความรู้เกี่ยวกับการพัฒนาการคิดของผู้เรียนในแต่ละระดับชั้น ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา สำหรับองค์ประกอบรองตัวสุดท้ายคือ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่ครูจะต้องเรียนรู้ว่าผู้เรียนสามารถสร้างมโนทัศน์นั้นได้อย่างไร รวมทั้งมโนทัศน์ที่ผู้เรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนด้วย การที่จะให้ผู้สอนรับรู้มโนทัศน์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในความคิดของผู้เรียนนั้นเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก แต่สิ่งที่ผู้สอนจะสามารถรับรู้ถึง การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ ก็คือ การตอบสนองหรือพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ทั้งนี้เนื่องจากความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่ครูต้องรู้ว่าผู้เรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้หรือไม่ ถ้าสิ่งที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ความรู้ที่ผู้เรียนเข้าใจนั้นสามารถที่จะนำไปประยุกต์ใช้และเชื่อมโยงในเนื้อหาอื่น ๆ หากผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน ก็จะส่งผลที่ทำให้ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาอื่น ๆ ที่คลาดเคลื่อนทำให้การศึกษาของผู้เรียน ไม่ตรง และยังส่งผลต่อการเรียนในอนาคต และเมื่อผู้เรียนไปทำงานอาจจะส่งต่อการทำงานในอนาคตได้ สอดคล้องกับออสเชเบล (Ausubel, 1968 : 517) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ว่า กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์หรือความคิดรวบยอดอาจจะแบ่งออกได้เป็น 2 อย่างคือ Concept Formation และ Concept Assimilation นอกจากนั้นวิลสัน (Wilson, 1971 : 645-670) ฌัชชา กมล (2542 : 30) และสุธิดา นานซ้ำ (2549 : 35) ได้ให้แนวคิดที่สอดคล้องกันว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ โดยที่ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น

หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนแล้วมาสัมพันธ์กัน ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน มีความจำเป็นนอกเหนือจาก ความรู้ด้านเนื้อหา และความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ที่ผู้สอนต้องมีอยู่แล้ว ทั้งนี้เพราะความรู้ที่ผู้สอนจะต้องรู้ว่าผู้เรียนคิดอย่างไรและเรียนอย่างไรและยังหมายรวมถึงความเข้าใจในกระบวนการที่ผู้เรียนใช้เรียน ตลอดจนอุปสรรคและความสำเร็จที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้เนื่องจากความรู้เดิมของนักศึกษาจะส่งผลโดยตรงต่อการเรียนแคลคูลัสในมหาวิทยาลัย แต่ประเด็นความรู้เดิมของนักศึกษา สามารถแก้ไขได้จากแรงจูงใจใฝ่สำคัญของตัวนักศึกษาเอง แต่ผู้สอนก็เป็นส่วนสำคัญในการสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนที่จะเรียนรู้ โดยการหาสิ่งใหม่มาเสริมและพัฒนาการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความชอบที่จะเรียนแคลคูลัส อาจารย์ผู้สอนเองควรเข้าใจภูมิหลังด้านสังคม การศึกษา และสภาพเศรษฐกิจของผู้เรียนแต่ละคน สอดคล้องกับแนวคิดของ ยูพิน พิพิชกุล (2545 : 4 - 7) ที่กล่าวถึงจิตวิทยาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ว่าการถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู ดังนั้นครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอนอย่างไร นอกจากนั้นอีเวน และไทรอช (Even and Tirosh, 2000 : 232 - 233) ยังได้กล่าวว่า สิ่งที่ครูจำเป็นจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ มโนทัศน์ของผู้เรียน รูปแบบของความรู้ และค่านิยมและความเชื่อในชั้นเรียน ซึ่งสอดคล้องกับฮิล บอล และชิลลิง (Hill Ball and Shilling, 2008 : 381) ที่ได้แบ่งความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 4 องค์ประกอบ คือ ความรู้เกี่ยวกับข้อผิดพลาดโดยทั่วไปของผู้เรียน ความสามารถในการเข้าใจว่าผู้เรียนเข้าใจในมโนทัศน์นั้น ได้อย่างไรและการเข้าใจในสิ่งที่แสดงถึงความเข้าใจของผู้เรียน ความรู้เกี่ยวกับการพัฒนาการคิดของผู้เรียนในแต่ละระดับชั้น ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับบีเกล (Begle, 1979 : 41 - 43) ที่ได้สังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับบทบาทของความรู้ของครูที่มีต่อประสิทธิภาพของนักเรียนและราวเดนบรัช, ภูมिरัท และคามารี (Raudenbush, Phumirat and Kamali, 1992 : 165-177) จัดทำงานวิจัยเพื่อศึกษาการรับรู้ในความรู้ความสามารถและความเชื่อในการสอนของครู ผลการวิจัยกล่าวว่าการรับรู้ความรู้ความสามารถของครูในเชิงบวกจำเป็นต้องเกิดขึ้นพร้อมกับการแสวงหาความรู้และการมีทักษะในการสอนที่ดี จึงจะทำให้เกิดประสิทธิผลในการสอนอย่างสมบูรณ์

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

ผลจากการทำวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับครูผู้สอน นักวิจัยทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษา และผู้มีส่วนที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 ในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1.1 จากผลการศึกษาจะเห็นได้ว่าโมเดลที่ได้มีความเหมาะสมสอดคล้องกันทุกองค์ประกอบ สามารถนำผลการศึกษาที่ได้ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัส 1 เพื่อพัฒนาผลการจัดการเรียนของนักศึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพได้ ดังนั้นผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมุมมองทางคณิตศาสตร์ที่ดี จะส่งผลให้นักเรียนแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มศักยภาพ

1.2 จากผลการศึกษาจะเห็นว่าองค์ประกอบหลักและองค์ประกอบรองมีความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ ไม่ว่าจะเป็นความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังนั้น อาจารย์ผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้ได้เชื่อมโยงระหว่างองค์ประกอบ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนแคลคูลัส 1

1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอนนั้น ควรมีการตรวจสอบตรวจสอบก่อนว่าผู้เรียนมีประสบการณ์เดิมและพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับเรื่องที่จะสอนใหม่อย่างไรบ้าง หรือมีความรู้ความชำนาญอะไรบ้างเกี่ยวกับวิชาที่เรียนมาแล้ว การประเมินก่อนการเรียนเป็นเครื่องชี้ความพร้อมของผู้เรียนว่าผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้อะไรเพิ่มเติมอีกบ้างจากความรู้เก่าที่เคยเรียนมา ผู้เรียนเองก็จะทราบถึงข้อบกพร่องของตัวเอง ทำให้ผู้สอนสามารถวางแผนจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับผู้เรียน

2. ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ในการวิจัยครั้งต่อไปควรนำแนวคิดขององค์ความรู้แต่ละด้านมาทำการศึกษาในเชิงลึก จะทำให้ได้องค์ประกอบที่สามารถอธิบายความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาแคลคูลัส 1 ได้ครอบคลุมตามสภาพความเป็นจริงมากกว่านี้

2.2 ควรมีการวิจัยเพื่อศึกษาความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาต่างๆตามหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาวิชาชีพครูและเตรียมครูให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นต่อไป