บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์: กรณีศึกษาวิชาแคลคูลัส ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาเอกสารและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยมีรายละเอียดเนื้อหาตามลำดับต่อไปนี้

1. มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์
   1.1 คุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์
   1.2 มาตรฐานผลการเรียนรู้
   1.3 หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
   1.4 สาระสำคัญของเนื้อหาแคลคูลัส 1
2. ความรู้ของครู
   2.1 ความหมายของความรู้
   2.2 ประเภทของความรู้
   2.3 ความหมายของความรู้ของครู
   2.4 ความสำคัญของความรู้ของครู
   2.5 ประเภทของความรู้ของครู
3. ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   3.1 ประเภทของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   3.2 ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์
4. ความรู้ด้านเนื้อหา
   4.1 ลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์
   4.2 ความรู้ทางคณิตศาสตร์
5. ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้
   5.1 ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์
   5.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   5.3 ความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5.4 สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5.5 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

6 . ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

6.1 จิตวิทยาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

6.2 ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

6.3 องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

6.4 ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

6.5 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

6.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1 งานวิจัยในประเทศ

7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรห้าปี)

ตามประกาศกระทรวงศึกษาธิการเรื่องกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับอุดมศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2552 กำหนดให้จัดทำมาตรฐานคุณวุฒิสาขาหรือสาขาวิชาเพื่อให้สถาบันอุดมศึกษานำไปจัดทำหลักสูตรหรือปรับปรุงหลักสูตรและจัดการเรียนการสอน เพื่อให้คุณภาพบัณฑิตในสาขาหรือสาขาวิชาของแต่ละระดับมีมาตรฐานใกล้เคียงกัน จึงจำเป็นต้องกำหนดมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์(หลักสูตรห้าปี)ให้สอดคล้องกับกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับอุดมศึกษาดังกล่าว ไว้ดังนี้

วิชาเอกคณิตศาสตร์

บูรณาการผลการเรียนรู้ที่ครอบคลุมไม่น้อยกว่าหัวข้อต่อไปนี้

1. ด้านคุณธรรมจริยธรรม

คุณธรรมจริยธรรมสำหรับครูสอนคณิตศาสตร์

2. ด้านความรู้

บูรณาการของความรู้คณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมไม่น้อยกว่าหัวข้อต่อไปนี้

2.1 ทฤษฎี เนื้อหา และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับแคลคูลัส จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิตและสถิติ และความน่าจะเป็น

2.2 ความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. ด้านทักษะทางปัญญา

การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประเมินค่า และนำความรู้เกี่ยวกับแนวคิด ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้องในศาสตร์สาขาคณิตศาสตร์ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ แก้ปัญหาการพัฒนาผู้เรียน และการวิจัยต่อยอดองค์ความรู้มีความเป็นผู้นำในการปฏิบัติงานอย่างมีวิสัยทัศน์ในการพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์

4. ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

มีความไวในการรับรู้ความรู้สึกของผู้เรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา เอาใจใส่ในการรับฟัง และพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลอย่างมีความรับผิดชอบ

5. ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และการใช้

เทคโนโลยีสารสนเทศ มีความไวในการวิเคราะห์สรุป ความคิดรวบยอดข้อมูลข่าวสารด้านคณิตศาสตร์จากผู้เรียนระดับ ประถมศึกษาและมัธยมศึกษา สามารถสื่อสาร มีดุลยพินิจ ในการเลือกใช้ และนำเสนอข้อมูลสารสนเทศสำหรับผู้เรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาได้อย่างเหมาะสม

6. ด้านทักษะการจัดการเรียนรู้

6.1 มีความเชี่ยวชาญในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีรูปแบบหลากหลาย ทั้งรูปแบบที่เป็นทางการ (Formal) รูปแบบกึ่งทางการ (Non-formal) และรูปแบบไม่เป็นทางการ (Informal) อย่างสร้างสรรค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

6.2 มีความเชี่ยวชาญในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ทั้งที่มีความสามารถพิเศษ ที่มีความสามารถปานกลาง และที่มีความต้องการพิเศษอย่างมีนวัตกรรม

6.3 มีความเชี่ยวชาญในการจัดการเรียนรู้ในวิชาเอกคณิตศาสตร์อย่างบูรณาการ

คุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์

ลักษณะของบัณฑิตต้องมีความสามารถทางวิชาการโดยทุกสาขาวิชาจะมีลักษณะร่วมกัน ดังนี้

1. มีคุณธรรม จริยธรรม มีจรรยาบรรณวิชาชีพครู มีความรับผิดชอบสูงต่อวิชาการ วิชาชีพ เศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อม

2. มีความอดทน ใจกว้างและมีความเชี่ยวชาญในการจัดการเรียนรู้ รวมทั้งการทำงานร่วมกันกับผู้เรียนและผู้ร่วมงานทุกกลุ่ม

3. สามารถใช้กระบวนการคิดในการพัฒนางานและความรู้อย่างเป็นระบบ

4. มีความสามารถในการพัฒนาวิจัยทางคณิตศาสตร์

5. มีความสามารถในการพิจารณาแสวงหา และเสนอแนะแนวทางในการแก้ปัญหาทางวิชาการ วิชาชีพและสังคมอย่างมีเหตุผลที่สมเหตุสมผล โดยการบูรณาการศาสตร์แบบสหวิทยาการและพหุวิทยาการเพื่อเสริมสร้างการพัฒนาที่ยั่งยืน

6. เป็นผู้มีคุณธรรมจริยธรรม ประพฤติดี มีจิตอาสา

มาตรฐานผลการเรียนรู้

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ กำหนดมาตรฐานผลการเรียนรู้ 5 ด้านที่สอดคล้องกับกรอบมาตรฐานคุณวุฒิอุดมศึกษาแห่งชาติของสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ ดังนี้

1. ด้านคุณธรรม จริยธรรม

1.1 ตระหนักในคุณค่า รู้และเข้าใจหลักคุณธรรมจริยธรรมที่สำคัญต่อการดำรงตนและการปฏิบัติงาน

1.2 มีวินัย ตรงต่อเวลา เสียสละ ซื่อสัตย์สุจริต มีความรับผิดชอบต่อตนเอง วิชาชีพและสังคม

1.3 เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น รวมทั้งเคารพในคุณค่าและศักดิ์ศรีของความเป็นมนุษย์

1.4 ประพฤติตนเป็นแบบอย่างที่ดีต่อผู้อื่นทั้งทางกาย วาจา และใจ

1.5 ปฏิบัติตามกฎระเบียบและข้อบังคับต่างๆ ขององค์กรและสังคม

2. ด้านความรู้

2.1 มีความรู้และความเข้าใจสาระสำคัญของหลักการและทฤษฎีที่เป็นพื้นฐานชีวิต และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปบูรณาการกับศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง

2.2 มีความรอบรู้ กว้างไกล และติดตามความก้าวหน้าทางวิชาการในวิชาที่ศึกษา รวมทั้งเข้าใจหลักการและประยุกต์ใช้เพื่อแก้ไขปัญหาต่าง ๆ

2.3 รู้เท่าทันสถานการณ์ความเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ทั้งในระดับท้องถิ่น ระดับชาติและระดับนานาชาติ

3. ด้านทักษะทางปัญญา

3.1 คิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.2 สามารถสืบค้น วิเคราะห์ ประมวลและประเมินสารสนเทศเพื่อใช้แก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3.3 สามารถประยุกต์ใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์และนวัตกรรมที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4. ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

4.1 เข้าใจความแตกต่างระหว่างบุคคลและมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับผู้อื่น

4.2 สามารถให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกแก่การแก้ไขปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ของกลุ่มทั้งในบทบาทผู้นำหรือผู้ร่วมทีมงาน

4.3 มีทักษะกระบวนการกลุ่มในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่างๆ

4.4 วางตัวและแสดงความคิดเห็นได้อย่างเหมาะสมกับบทบาท หน้าที่และความรับผิดชอบ

4.5 มีทักษะในการสร้างเสริมความสามัคคีและจัดการความขัดแย้งในกลุ่มหรือองค์กรอย่างเหมาะสม

4.6 มีความรับผิดชอบในการพัฒนาตนเอง วิชาชีพ องค์กรและสังคมอย่างต่อเนื่อง

5. ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

5.1 สามารถประยุกต์ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์และสถิติ ในการดำเนินชีวิตและปฏิบัติงานได้อย่างเหมาะสม

5.2 สามารถใช้ภาษาไทยและภาษาต่างประเทศในการสื่อสารได้อย่างถูกต้อง เหมาะสมกับโอกาสและวาระ

5.3 สามารถเลือกใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการติดต่อสื่อสารและนำเสนอข้อมูลข่าวสาร ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5.4 สามารถติดตามความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีและนวัตกรรม

หลักสูตรหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี ได้ปรับปรุงหลักสูตรครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ. 2555) มีรายละเอียด ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. วัตถุประสงค์ของหลักสูตร

เมื่อสำเร็จการศึกษาจากหลักสูตรนี้แล้ว นักศึกษาจะเป็นผู้มีคุณลักษณะดังนี้

1. มีคุณธรรมจริยธรรม รักและศรัทธาในวิชาชีพครูคณิตศาสตร์

2. มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ วิชาชีพครูและมีจรรยาบรรณในการประกอบวิชาชีพครูคณิตศาสตร์

3. สามารถวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประเมินค่า และนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ วิจัย และเป็นผู้นำด้านการสอนคณิตศาสตร์

2.โครงสร้างหลักสูตร

หลักสูตรครุศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ แบ่งเป็นหมวดวิชาที่สอดคล้องกับที่กำหนดไว้ในเกณฑ์มาตรฐานหลักสูตรของกระทรวงศึกษาธิการ ดังนี้

1. หมวดวิชาศึกษาทั่วไป	ไม่น้อยกว่า	30	หน่วยกิต
1.1 กลุ่มวิชาภาษา		9	หน่วยกิต
1.2 กลุ่มวิชามนุษยศาสตร์		6	หน่วยกิต
1.3 กลุ่มวิชาสังคมศาสตร์		6	หน่วยกิต
1.4 กลุ่มวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์		9	หน่วยกิต
2 หมวดวิชาเฉพาะ	ไม่น้อยกว่า	131	หน่วยกิต
2.1 หมวดวิชาชีพครู	ไม่น้อยกว่า	50	หน่วยกิต
2.1.1 รายวิชาชีพครูบังคับ		30	หน่วยกิต
2.1.2 รายวิชาชีพครูเลือก	ไม่น้อยกว่า	6	หน่วยกิต
2.1.3 รายวิชาฝึกประสบการณ์วิชาชีพครู		14	หน่วยกิต
2.2 วิชาเอก	ไม่น้อยกว่า	81	หน่วยกิต
2.2.1 รายวิชาเอกบังคับ		48	หน่วยกิต
2.2.2 รายวิชาเอกเลือก	ไม่น้อยกว่า	27	หน่วยกิต
2.2.3 รายวิชาการสอนวิชาเอกบังคับ		6	หน่วยกิต
3. หมวดวิชาเลือกเสรี	ไม่น้อยกว่า	6	หน่วยกิต
จำนวนหน่วยกิตรวมตลอดหลักสูตร	ไม่น้อยกว่า	167	หน่วยกิต

เพื่อความสมบูรณ์หลักสูตรครุศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ นักศึกษาต้องทำการศึกษาหมวดวิชาเฉพาะด้านวิชาเอก จำนวนหน่วยกิตรวม ไม่น้อยกว่า 81 หน่วยกิต แบ่งออกเป็น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิชาเอกบังคับ 48 หน่วยกิต วิชาเอกเลือก 27 หน่วยกิต และรายวิชาการสอนวิชาเอกบังคับ 6 หน่วยกิต วิชาแคลคูลัส 1 จะอยู่ในกลุ่มวิชาเอกบังคับ มีหน่วยกิตเป็น 3 หน่วยกิต การสอนโดยการบรรยาย 3 ชั่วโมงและศึกษาด้วยตัวเอง 6 ชั่วโมงต่อสัปดาห์และในระยะเวลา 1 ภาค การศึกษาใช้เวลาเรียน 15 สัปดาห์ โดยเนื้อหาวิชาประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้ ลิมิตของฟังก์ชัน ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ความชันเส้นโค้ง อนุพันธ์ฟังก์ชัน การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ อนุพันธ์อันดับสูง การประยุกต์ของอนุพันธ์ ปฏิยานุพันธ์ ปริพันธ์จำกัดเขต ปริพันธ์ไม่จำกัดเขตพื้นที่ปิดล้อม ด้วยเส้นโค้ง

สาระสำคัญของเนื้อหาแคลคูลัส 1

แคลคูลัสเป็นสาระการเรียนรู้ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงเช่นการเจริญเติบโตของร่างกายในแต่ละวันการเพิ่มของพลเมืองในแต่ละประเทศ การเกิดและการตายของพืชและสัตว์การละลายของสารเคมีและการเคลื่อนที่ของวัตถุในการวิจัยนี้เริ่มต้นจากลิมิตของฟังก์ชันความต่อเนื่องของฟังก์ชันความชันของเส้นโค้งอนุพันธ์ของฟังก์ชันการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตรอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบอนุพันธ์อันดับสูงการประยุกต์ของอนุพันธ์ปริพันธ์ปริพันธ์ไม่จำกัดเขตปริพันธ์จำกัดเขตและพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง มีสาระสำคัญของเนื้อหา ดังนี้

1. สำหรับฟังก์ชัน f ใด ๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L เมื่อ x เข้าใกล้ a เรียก L ว่า ลิมิตของ f ที่ a และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x\to a} f(x) = L$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แต่ถ้าไม่มีจำนวนจริง L ซึ่ง $f(x)$ เข้าใกล้ L เมื่อ x เข้าใกล้ a แล้วจะกล่าวว่า f ไม่มีลิมิตที่ a และเขียนแทนว่า $\lim_{x\to a} f(x)$ หาค่าไม่ได้

2. เรียกจำนวนจริง L_1 ว่า ลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน f (Left – handed Limit) เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x\to a^-} f(x) = L_1$ สัญลักษณ์ "$x \to a^-$" แสดงถึงการพิจารณาค่าของ x ที่น้อยกว่า a เท่านั้น

เรียกจำนวนจริง L_2 ว่า ลิมิตขวาของฟังก์ชัน f (Right – handed Limit) เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x\to a^+} f(x) = L_2$ สัญลักษณ์ "$x \to a^+$" แสดงถึงการพิจารณาค่าของ x ที่มากกว่า a เท่านั้น

ดังนั้นถ้า $L_1 = L_2 = L$ จะได้ว่า ฟังก์ชัน f มีลิมิตเป็น L เมื่อ x เข้าใกล้ a นั่นคือ $\lim_{x\to a} f(x) = L$ แต่ถ้า $L_1 \neq L_2$ จะได้ว่าฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิต เมื่อ x เข้าใกล้ a นั่น

คือ $\lim_{x\to a} f(x)$ หาค่าไม่ได้

3. ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตดังนี้

ทฤษฎีบท 1 เมื่อ a, L และ M เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงโดยที่ $\lim_{x\to a} f(x) = L$ และ $\lim_{x\to a} g(x) = M$ แล้วจะได้ว่า

1. $\lim_{x\to a} c = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด ๆ
2. $\lim_{x\to a} x = a$
3. $\lim_{x\to a} x^n = a^n$ เมื่อ $n \in I^+$
4. $\lim_{x\to a} cf(x) = c\lim_{x\to a} f(x) = cL$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใด ๆ
5. $\lim_{x\to a}[f(x)+g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x) = L + M$
6. $\lim_{x\to a}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) - \lim_{x\to a} g(x) = L - M$
7. $\lim_{x\to a}[f(x)\cdot g(x)] = \lim_{x\to a} f(x)\cdot \lim_{x\to a} g(x) = L\cdot M$
8. $\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \left[\frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}\right] = \frac{L}{M}$ เมื่อ $M \neq 0$
9. $\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n = L^n$ เมื่อ $n \in I^+$
10. $\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{L}$ เมื่อ $n \in I^+ - \{1\}, \sqrt[n]{f(x)} \in R$ และ $\sqrt[n]{L} \in R$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ทฤษฎีบท 2 ถ้า p เป็นฟังก์ชันพหุนาม แล้วสำหรับจำนวนจริงใด ๆ $\lim_{x\to a} p(x) = p(a)$

ทฤษฎีบท 3 ถ้า f เป็นฟังก์ชันตรรกยะ โดยที่ $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ เมื่อ p และ q เป็นฟังก์ชันพหุนาม แล้ว $\lim_{x\to a} f(x) = \frac{p(a)}{q(a)}$ สำหรับจำนวนจริง a ใด ๆ ที่ $q(a) \neq 0$

4. บทนิยามให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งนิยามบนช่วงเปิด (a,b) และ $c \in (a,b)$ จะกล่าวว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อ

1. $f(c)$ หาค่าไม่ได้
2. $\lim_{x\to c} f(x)$ หาค่าได้ และ
3. $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$

5. ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

ทฤษฎีบท 4 ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=a$ แล้ว ได้ว่า

1. $f+g$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=a$
2. $f-g$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=a$
3. $f\cdot g$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=a$
4. $\frac{f}{g}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=a$ เมื่อ $g(a)\neq 0$

ทฤษฎีบท 5 สำหรับจำนวนจริง a ใด ๆ ฟังก์ชันพหุนาม p เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=a$

ทฤษฎีบท 6 ถ้า f เป็นฟังก์ชันตรรกยะ โดยที่ $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$

เมื่อ p และ q เป็นฟังก์ชันพหุนาม แล้ว f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=a$

เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $q(a)\neq 0$

6. พิจารณาความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วงดังนี้

1. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง (a,b) ก็ต่อเมื่อ f ต่อเนื่องที่ทุก ๆ จุดในช่วง (a,b)

2. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a,b]$ ก็ต่อเมื่อ
   1) f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุก ๆ จุดในช่วง (a,b) และ
   2) $\lim_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ และ $\lim_{x\to b^+} f(x)=f(b)$

3. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(a,b]$ ก็ต่อเมื่อ
   1) f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุก ๆ จุดในช่วง (a,b) และ
   2) $\lim_{x\to b^+} f(x)=f(b)$

4. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a,b)$ ก็ต่อเมื่อ
   1) f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุก ๆ จุดในช่วง (a,b) และ
   2) $\lim_{x\to a^+} f(x)=f(a)$

7. บทนิยาม ถ้าเส้นโค้งเป็นกราฟของ $y=f(x)$ เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x,y)$ ใด ๆ จะเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด P และมีความชันเท่ากับ $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ (ถ้าลิมิตหาค่าได้) ความชันของเส้นโค้ง ณ จุด $P(x,y)$ หมายถึงความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด P

8. บทนิยาม ถ้า $y=f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ หาค่าได้ แล้ว เรียกค่าของลิมิตที่ได้นี้ว่า

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

"อนุพันธ์(derivative)ของฟังก์ชัน f ที่ x" เขียนแทนด้วย $f'(x)$

9. บทนิยาม ถ้า $y=f(x)$ เป็นฟังก์ชัน และ a อยู่ในโดเมนของ f แล้ว

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $a+h$ คือ $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x=a$ คือ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$

10. เพื่อให้การหาอนุพันธ์สามารถทำได้สะดวกและรวดเร็ว จึงได้มีการสร้างสูตรที่ใช้สำหรับหาอนุพันธ์ ซึ่งสามารถพิสูจน์สูตรเหล่านี้ได้โดยใช้บทนิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน สูตรที่ใช้ในการหาอนุพันธ์มีดังนี้

สูตรที่ 1 ถ้า $f(x)=c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว $f'(x)=0$

สูตรที่ 2 ถ้า $f(x)=x$ แล้ว $f'(x)=1$

สูตรที่ 3 ถ้า $f(x)=x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนจริง แล้ว $f'(x)=nx^{n-1}$

สูตรที่ 4 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว

$(f+g)'(x)=f'(x)+g'(x)$

สูตรที่ 5 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว

$(f-g)'(x)=f'(x)-g'(x)$

สูตรที่ 6 ถ้า c เป็นค่าคงตัว และ f หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว

$(cf)'(x)=c(f'(x))$

สูตรที่ 7 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว

$(fg)'(x)=f(x)g'(x)+f'(x)g(x)$

สูตรที่ 8 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x

แล้ว $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x)=\dfrac{g(x)\cdot f'(x)-f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$

11. "กฎลูกโซ่" (Chain Rule) เป็นสูตรสำหรับหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบสูตร ถ้า f หาอนุพันธ์ได้ที่ x และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ $f(x)$ แล้ว gof หาอนุพันธ์ได้ที่ x และ $(gof)'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x)$

12. บทนิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ และ $f'(x)$ เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ซึ่งสามารถหาอนุพันธ์ได้ จะเรียกอนุพันธ์ของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x หรืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ว่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ f ที่ x และ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เขียนแทนอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ด้วย $f''(x)$

13. การพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดบนช่วงใดบ้าง อาจทำได้โดยพิจารณาจากค่าของความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 7 ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง $A \subset D_f$

1. ถ้า $f'(x) < 0$ สำหรับทุก x ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันลด (Decreasing Function) บนช่วง A

2. ถ้า $f'(x) > 0$ สำหรับทุก x ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (Increasing Function) บนช่วง A

14. . บทนิยาม ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = c$ ถ้ามีช่วง $(a,b) \subset D_f$ ซึ่ง $c \in (a,b)$ และ $f(c) \geq f(x)$ สำหรับทุก x ในช่วง (a,b) เรียก $f(c)$ ว่า ค่าสูงสุดสัมพัทธ์(Relative Minimum) ของฟังก์ชัน f และ จุดสูงสุดสัมพัทธ์ คือ $(c, f(c))$

15. การพิจารณาค่าต่ำสุดสัมพัทธ์และค่าสูงสุดสัมพัทธ์อาจใช้ทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 8 ให้ f เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ และ $f'(c)$ หาค่าได้ ถ้า $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์ หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f จะได้ว่า $f'(c) = 0$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

16. บทนิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง (a,b) ค่าของ $c \in (a,b)$ ซึ่งทำให้ $f'(c) = 0$ จะเรียกว่า ค่าวิกฤต(Critical Value) ของฟังก์ชัน f

17. การพิจารณาค่าวิกฤตอาจใช้ทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 9 ให้ f เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ เป็นค่าวิกฤตของ f

ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนจากจำนวนบวกเป็นจำนวนลบ เมื่อ x เพิ่มขึ้น รอบ ๆ c แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

ทฤษฎีบท 10 กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง A ใด ๆ และ c เป็นค่าวิกฤตของ f ซึ่ง $f'(c) = 0$

1. ถ้า $f''(c) > 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

2. ถ้า $f''(c) < 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์

18. บทนิยาม ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ เมื่อ $f(c) \geq f(x)$ สำหรับทุก x ในโดเมนของ f ฟังก์ชัน f มีค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ เมื่อ $f(c) \leq f(x)$

สำหรับทุก x ในโดเมนของ f

19. ถ้าฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงปิด $[a,b]$ แล้ว สามารถหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์ และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน f ตามขั้นตอนดังนี้

1. หาค่าวิกฤตทั้งหมดในช่วงปิด $[a,b]$

2. หาค่าของฟังก์ชัน ณ ค่าวิกฤตที่ได้จากข้อ 1

3. หาค่า $f(a)$ และ $f(b)$

4. เปรียบเทียบค่าที่ได้จากข้อ 2 และข้อ 3 ซึ่งจะทำให้ได้ข้อสรุปว่า

ค่ามากที่สุดจากข้อ 2 และข้อ 3 เป็นค่าสูงสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน f

ค่าน้อยที่สุดจากข้อ 2 และข้อ 3 เป็นค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน f

20. บทนิยาม ฟังก์ชัน F เป็นปฏิยานุพันธ์(Antiderivative) หนึ่งของ f ถ้า $F'(x)=f(x)$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในโดเมนของ f

21.เขียนแทนรูปทั่วไปของปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f ด้วยสัญลักษณ์ $\int f(x)dx$ อ่านว่า "ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต (Indefinite Integral) ของฟังก์ชัน f เทียบกับตัวแปร x"

ดังนั้น ถ้า $F'(x) = f(x)$ แล้วจะได้ว่า

$\int f(x)dx = F(x)+c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

เรียกกระบวนการหา $\int f(x)dx$ ว่า "การหาปริพันธ์ (Integrand)" เครื่องหมาย "$\int$" เรียกว่าเครื่องหมาย "ปริพันธ์ (Integral)" เรียก $f(x)$ ว่า "ปริพันธ์ (Integrand)" และเรียก dx ว่าเป็น "ผลต่างเชิงอนุพันธ์ (Differential)" เป็นสัญลักษณ์ที่บอกว่า การหาปริพันธ์นี้เทียบกับตัวแปร x

22. สูตรต่อไปนี้เป็นสูตรเกี่ยวกับการหาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตของฟังก์ชัน

สูตรที่ 1 $\int kdx = kx+c$ เมื่อ k และ c เป็นค่าคงตัว และ n เป็นจำนวนจริง

สูตรที่ 2 ถ้า $n\neq -1$ แล้ว $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}+c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

สูตรที่ 3 $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ เมื่อ k เป็นค่าคงตัว และ $f(x)$ มีปริพันธ์

สูตรที่ 4 $\int [f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ เมื่อ $f(x)$ และ $g(x)$ มีปริพันธ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สูตรที่ 5 $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$ เมื่อ $f(x)$ และ $g(x)$ มีปริพันธ์

จากสูตรที่ 3 สูตรที่ 4 และสูตรที่ 5 จะได้

$\int[k_1f_1(x)+k_2f_2(x)+...+k_nf_n(x)]dx=k_1\int f_1(x)dx+k_2\int f_2(x)dx+...+k_n\int f_n(x)dx$

เมื่อ $k_1,k_2,...,k_n$ เป็นค่าคงตัว

23. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่นิยามบนช่วงปิด $[a,b]$ พิจารณาขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 แบ่งช่วงปิด $[a,b]$ ออกเป็นช่วงย่อย n ช่วง ที่มีความกว้างเท่า ๆ กัน ซึ่งแต่ละช่วงจะกว้าง $\Delta x=\frac{b-a}{n}$ โดยมีจุดแบ่งอยู่ที่ $a=x_0<x_1<x_2<...<x_n=b$

ขั้นที่ 2 เลือกค่า x_i^* ในแต่ละช่วงปิด $[x_{i-1},x_i]$ เมื่อ $i\in\{1,2,3,...,n\}$ และหาผลบวก $S_n=\sum_{i=1}^{n}f(x_i^*)\Delta x$

ขั้นที่ 3 หาลิมิต $\lim_{n\to\infty}S_n$ ค่าของ $\lim_{n\to\infty}S_n$ เรียกว่า ปริพันธ์จำกัดเขต (Definite Integral) ของฟังก์ชัน f บนช่วงปิด $[a,b]$ และแทนด้วยสัญลักษณ์ $\int_a^b f(x)dx$ เรียก a ว่า ลิมิตล่าง(Lower Limit) ของปริพันธ์ และเรียก b ว่าลิมิตบน(Upper Limit) ของปริพันธ์ นั่นคือ

$$\int_a^b f(x)dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}f(x_i^*)\Delta x$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

24. ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส (The Fundamental Theorem of Calculus)

กำหนด f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a,b]$ ถ้า F เป็นปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f แล้ว $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$

25. การหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งของ $y=f(x)$ จาก $x=a$ ถึง $x=b$ สามารถหาได้โดยอาศัยทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท1 เมื่อ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a,b]$ และ A เป็นพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ f จาก $x=a$ ถึง $x=b$

1. ถ้า $f(x)\geq 0$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในช่วง $[a,b]$ และ A เป็นพื้นที่เหนือแกน X แล้ว $A=\int_a^b f(x)dx$

2. ถ้า $f(x) \leq 0$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในช่วง $[a,b]$ และ A เป็นพื้นที่ใต้แกน X แล้ว $A = -\int_a^b f(x)dx$

สรุปได้ว่าวิชาแคลคูลัส 1 (Calculus 1) หมายถึง วิชาที่การประยุกต์ระหว่างพีชคณิตเรขาคณิต และปัญหาทางฟิสิกส์เพื่อใช้ในการค้นหาคำตอบ มีสาระที่สำคัญอยู่ 5 เรื่อง คือ ลิมิตและความต่อเนื่อง อนุพันธ์ การประยุกต์อนุพันธ์ ปริพันธ์ และการประยุกต์ปริพันธ์

ความรู้ของครู

ความรู้ (Knowledge) เป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็นมากในการจัดการเรียนรู้ และมีผลต่อการเรียนรู้และผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน ในหัวข้อนี้ผู้วิจัย ได้จัดแบ่งการนำเสนอหัวข้อความรู้ของครูตามลำดับดังนี้ ความหมายของความรู้ ประเภทของความรู้ ความหมายของความรู้ของครู ความสำคัญของความรู้ของครู และประเภทของความรู้ของครู รายละเอียดเป็นดังนี้

ความหมายของความรู้

มีผู้ให้ความหมายของความรู้ ในหลายทัศนะดังนี้

พจนานุกรมศัพท์ปรัชญาอังกฤษ - ไทยฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2540 : 54) ได้อธิบายไว้ว่า ความรู้ เป็นองค์ประกอบ 1 ใน 3 ส่วนของกระบวนการรับรู้ได้แก่ ตัวความรู้ (Knowledge) ผู้รู้ (Knower) กับสิ่งที่ถูกรู้ (Known) ซึ่งสามารถรู้ได้ทางตา หู จมูก ลิ้น กายหรือใจ

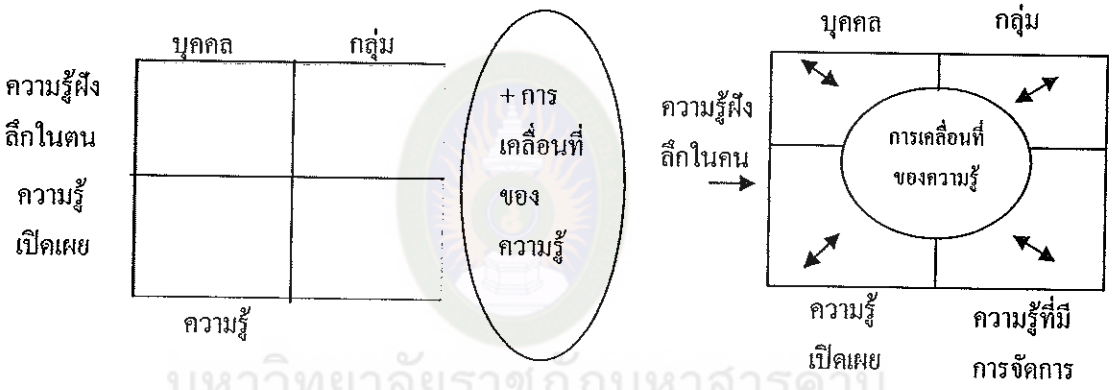
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2542 : 54) กล่าวว่า ความรู้ หมายถึงสิ่งที่สั่งสมมาจากการศึกษาเล่าเรียน การค้นคว้าหรือประสบการณ์ รวมทั้งความสามารถเชิงปฏิบัติและทักษะ ความเข้าใจหรือสารสนเทศที่ได้รับมาจากประสบการณ์ สิ่งที่ได้รับมาจากการได้ยิน ได้ฟัง การคิดหรือการปฏิบัติ องค์วิชาในแต่ละสาขา

น้ำทิพย์ วิภาวิน (2546 : 86) ได้ให้ความหมายความรู้ว่าเป็นผลที่ได้จากการเรียนรู้เกิดจากความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ เป็นความสามารถในการระลึกนึกออกในสิ่งที่ได้เรียนรู้มาแล้ว ความรู้ที่แต่ละบุคคลมี คือ ความรู้รอบตัวและความรู้ในแต่ละสาขาวิชาชีพ ความรู้ที่องค์การสร้างขึ้นหรือต้องการใช้ในการพัฒนาองค์การให้ดียิ่งขึ้น คือ ความรู้ใหม่ ซึ่งจำเป็นต้องมีวัฒนธรรมองค์การที่ส่งเสริมการเรียนรู้ของคนให้เพิ่มพูนอยู่เสมอโดยเฉพาะอย่างยิ่งการแสวงหาความรู้โดยการอ่านและการคิด

โนนากะ (Nonaka,1998 : 26-27) ได้ให้ความหมายความรู้ว่า เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นใหม่จากการเรียนรู้ของบุคคลที่ได้ปะทะกับสิ่งแวดล้อม ผู้ที่มีสติปัญญาและมีการเรียนรู้อยู่เสมอ จะสร้างความรู้ได้ดี การทำให้ความรู้จากบุคคลหนึ่งสู่บุคคลหนึ่ง และสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันและกันได้ ก็จะทำให้เกิดคุณค่าต่อประชาคม

ลิตเติ้ล ควินตัส และเรย์ (Little; Quintas and Ray, 2002 : 42) ได้ร่วมกันให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้เป็นพลวัตร (Dynamic) ซึ่งเกิดขึ้นจากการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างบุคคล หรือบุคคลกับองค์การ หรือองค์การกับองค์การโดยการแลกเปลี่ยนความรู้ฝังลึกในคน และความรู้เปิดเผย ในรูปแบบต่าง ๆ ภายใต้เทคโนโลยีที่เหมาะสมและเพียงพอกับการพัฒนาองค์การทั้งในมิติของการสร้างความรู้ การเก็บความรู้ การแลกเปลี่ยนความรู้และการนำความรู้ไปใช้ ดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 ความรู้และการเคลื่อนที่ของความรู้

ที่มา : ลิตเติ้ล ควินตัส และเรย์ (Little; Quintas and Ray, 2002 : 71

สรุปได้ว่า ความรู้ หมายถึง ผลที่เกิดจากการเรียนรู้ การค้นคว้าหรือประสบการณ์ของบุคคล อันเกิดจากการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลกับบุคคล บุคคลกับองค์กร มีลักษณะเป็นพลวัตร (Dynamic) หากมีความสามารถในการระลึกนึกออกในสิ่งที่ได้เรียนรู้จะทำให้ความรู้นั้นมีคุณค่าสูงและสามารถนำไปสู่การกระทำที่มีประสิทธิภาพ

ประเภทของความรู้

นักการศึกษาจำแนกประเภทของความรู้ไว้ ดังนี้

พจนานุกรมศัพท์ปรัชญา อังกฤษ - ไทย ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2540 : 54) ได้แบ่งความรู้ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้ก่อนประสบการณ์ (Priori Knowledge) คือ ความรู้ที่ไม่ต้องอาศัยประสบการณ์

2. ความรู้หลังประสบการณ์ (Posteriori Knowledge) คือ ความรู้ที่เกิดขึ้นหลังจากที่มีประสบการณ์แล้ว

3. ความรู้โดยประจักษ์ (Knowledge by Acquaintance) คือ ความรู้ที่เกิดจากสิ่งที่ถูกรู้ ซึ่งปรากฏโดยตรงต่อผู้รู้ผ่านทางหู ตา จมูก ลิ้น หรือ กาย

4. ความรู้โดยบอกเล่า (Knowledge by Description) คือ ความรู้ที่เกิดจากคำบอกเล่า

5. ความรู้เชิงประจักษ์ หรือ ความรู้เชิงประสบการณ์ (Expirical Knowledge) คือ ความรู้ที่ได้จากประสบการณ์ หรือความรู้หลังประสบการณ์

6. ความรู้โดยตรง (Immediate Knowledge) คือ ความรู้ที่ได้รับโดยอาศัยสัมผัสทั้ง 6 คือ ได้เห็น ได้ยิน ได้กลิ่น ได้รส ได้สัมผัสและรับรู้ทางใจ

7. ความรู้เชิงปรวิสัย หรือ ความรู้เชิงวัตถุวิสัย (Objective Knowledge) คือ ความรู้ที่เกิดจากเหตุผล หรือประสบการณ์ที่สามารถอธิบาย หรือทดสอบให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างที่ตนรู้

8. ความรู้เชิงอัตวิสัย หรือ ความรู้เชิงจิตวิสัย (Subjective Knowledge) คือ ความรู้ที่เกิดจากการประสบด้วยตนเองและตนไม่สามารถอธิบายหรือทดสอบให้ผู้อื่นรับรู้อย่างที่ตนรู้ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิจารณ์ พานิช (2547 : 17) แบ่งความรู้ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ความรู้เด่นชัด (Explicit Knowledge) เป็นความรู้ที่อยู่ในรูปแบบของเอกสารหรือวิชาการ อยู่ในตำรา คู่มือการปฏิบัติงาน

2. ความรู้ซ่อนเร้น (Tacit Knowledge) เป็นความรู้ที่แฝงอยู่ในตัวคน เป็นประสบการณ์ที่สั่งสมมายาวนานเป็นภูมิปัญญา

ทาคิอุชิและโนนากะ (Takeuchi and Nonaka, 2001 : 143-144) ได้แบ่งประเภทของความรู้เป็น 2 ประเภท คือ Tacit Knowledge (ความรู้ฝังลึกในคน) เป็นความรู้ที่รู้ได้เฉพาะบุคคล ยากที่จะสื่อสารให้เป็นรูปแบบได้ ส่วน Explicit Knowledge (ความรู้เปิดเผย) เป็นความรู้ที่ประมวลแล้วสามารถถ่ายทอดเป็นภาษาที่เป็นรูปแบบและเป็นระบบได้ โดยความรู้ 2 ประเภทนี้ไม่สามารถแยกจากกันอย่างเด็ดขาดและมีความสัมพันธ์กันและสามารถแปลงความรู้กันได้

กรุนสไตน์ (Grundstein, 2001 : 264) ได้นำเสนอว่า ความรู้มี 2 ประเภท คือ Tacit Knowledge (ความรู้ที่ฝังลึกภายใน) เป็นความรู้ที่ยากจะอธิบายให้เป็นรูปแบบทางภาษาที่ชัดเจนได้ ส่วน Explicit Knowledge (ความรู้ที่เปิดเผย หรือความรู้ชัดแจ้ง) เป็นความรู้ที่สามารถอธิบายให้ทราบเป็นภาษาที่ชัดเจน ทั้งในแง่ของคำจนอุปมา ไปถึงความหมายที่เชื่อมต่อกันได้

ไอพี (Ipe, 2003 : 241-247) ได้ทำการศึกษาพื้นฐานของความรู้ที่ถูกสร้างขึ้นมาจากข้อมูลและความรู้ของบุคคลที่มีอิทธิพลต่อกัน พบว่า ความรู้จำแนกได้เป็น 4 ชนิด ได้แก่

1. ความรู้ในทฤษฎี (Theoretical Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีต่างๆ ที่มีพื้นฐานมาจากการเรียนรู้ การอบรมทางวิชาชีพและประสบการณ์เฉพาะบุคคล

2. ความรู้ภายใน (Domain Knowledge) เป็นความรู้ภายในที่มีขอบเขตซึ่งสัมพันธ์กับระบบและการผลิตขององค์การและการฝึกหัดทางธุรกิจ

3. ความรู้จากการเข้าสังคม (Social Knowledge) เป็นการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างบุคคล และ/หรือกลุ่ม

4. ความรู้ที่ถูกออกแบบโดยทีมงาน (Purposive Emergent Contextual : PEC) เป็นความรู้ที่ถูกออกแบบโดยทีมงานระหว่างบุคคล และ/หรือกลุ่ม ความรู้ประเภทนี้ต้องใช้การแบ่งปันความรู้ และสร้างความเข้าใจในทีมระดับสูง โดยเป็นการผสมผสานระหว่างความรู้ที่ออกแบบจากจุดประสงค์ที่ต้องการในการทำงานร่วมกันของความรู้ในทฤษฎีและความรู้ภายในภายใต้บริบทของการเพิ่มประสิทธิภาพองค์การร่วมกัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สรุปได้ว่าประเภทของความรู้แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ ความรู้ฝังลึกในคน (Tacit Knowledge) เป็นความรู้ที่ฝังอยู่ในตัวคน เกิดจากประสบการณ์การเรียนรู้ที่สั่งสมมาเป็นเวลายาวนาน ส่วนความรู้เปิดเผย (Explicit Knowledge) เป็นความรู้ที่สามารถอธิบายให้ทราบเป็นภาษาที่ชัดเจน ที่มีรูปแบบเป็นเหตุเป็นผล สามารถรวบรวมถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่างๆ เช่น เอกสาร ตำราวิชาการ คู่มือปฏิบัติงาน ฯลฯ

ความหมายของความรู้ของครู

ความหมายของความรู้ของครู ตามทัศนะของนักการศึกษา มีดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) ให้ความหมายความรู้ของครูว่า เป็นความสามารถของผู้เรียนที่เกี่ยวกับการรู้ กระบวนการคิดของนักเรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน

เฟนนีมา และ แฟรงค์ (Fennema and Franke, 1992 : 148) ให้ความหมายของความรู้ของครูไว้ว่า ความรู้ของครูคือ ระบบที่ทำงานของสติปัญญาแบบ องค์รวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นภายในตัวครู โดยแต่ละส่วนแยกออกจากกันได้ยาก ซึ่งความรู้ของครูนี้เป็นสิ่งที่ไม่ตายตัว

เอลบาซ (Elbaz, 1983 : 61) ให้ความหมายของความรู้ของครูว่า เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้น เป็นกฎเกณฑ์โดยอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์ของครูกับนักเรียนในห้องเรียน ซึ่งความรู้เป็นสิ่งที่เคลื่อนไหว ผลักดันโดยบริบทและเกี่ยวโยงกันของอดีต ปัจจุบัน และอนาคต โครงสร้างความรู้ของครูจะรวมมิติ 3 มิติเข้าด้วยกันคือ มิติกฎการปฏิบัติ มิติเกณฑ์การปฏิบัติ และมิติด้านจินตภาพ ซึ่งจินตภาพเป็นสิ่งที่เกี่ยวกับเวลา การมีปฏิสัมพันธ์กัน การแยกแยะ จินตภาพจะสามารถวิวัฒนาการ แต่ต้องอาศัยความรู้จากทุกด้านซึ่งรวมถึงอารมณ์และความมีศีลธรรมด้วย จะสามารถคาดการณ์ไว้ว่า ถ้าความรู้ของครูในเนื้อหาถูกรวมเข้าไม่ดี จินตภาพของครูในเรื่องคณิตศาสตร์ที่ครูสอน อาจสะท้อนภาพนี้ และเนื้อหาที่ทำการสอนนักเรียนในชั้นเรียน ก็จะถูกถ่ายทอดสู่นักเรียนไม่ดีได้เช่นกัน

เพิกส์และเพลสเทช (Perks and Prestage, 2008 : 265) ให้ความหมาย ความรู้ของครูที่จำเป็นในการสอนว่า หมายถึง ความสามารถที่ได้จากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในห้องเรียนจากการสะสมภูมิปัญญาและความรู้ที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติของผู้เรียนที่อาจมีผลต่อความรู้ของครู

สรุปได้ว่า ความรู้ของครู (Teacher's Knowledge) หมายถึง สิ่งที่ครูได้สั่งสมมาจากการศึกษา การค้นคว้าทำวิจัยหรือประสบการณ์ด้านอื่นๆผ่านกระบวนการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ตกผลึกทางความรู้ จนเกิดความเข้าใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการดำเนินงานหรือตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ทั้งความรู้ที่เห็นได้ชัดเจน และความรู้ที่ซ่อนอยู่ในตัวตน

ความสำคัญของความรู้ของครู

ความรู้ของครูมีความสำคัญผลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนและมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซิวลิสและจอห์น (Sillis and Jones, 2002 : 9) กล่าวว่า เราไม่สามารถที่จะสอนอะไรได้เลยถ้า ยังไม่มีความรู้ และจะต้องรู้ว่านักเรียนเรียนรู้ได้อย่างไร มีผู้แสดงทัศนะเกี่ยวกับความสำคัญของความรู้ของครู ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งที่มีความสำคัญในการพัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และมีการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะที่ดี

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาและพัฒนาทักษะและกระบวนการไปพร้อมๆ กันซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของวิชาและเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนและเทคโนโลยี (2551 : 80) กล่าวว่า ความรู้ของครู มีความสำคัญในการวางแผนการจัดการเรียนการสอน การเลือกกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนั้นครูจำเป็นจะต้องมีก็คือ ความรู้ในหลายๆด้านที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน

เฟนนิมา และแฟรงค์ (Fennema and Franke, 1992 : 147) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูไว้ว่า เป็นสิ่งที่จำเป็นที่จะนำไปสู่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

เอลบาซ (Elbaz, 1983 : 45) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูไว้ว่า เป็นปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการแสดงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียน

ชูลแมน (Shulman,1985 : 439) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูไว้ว่า ผู้ที่จะประกอบวิชาชีพครูจะต้องเป็นผู้มีองค์ความรู้อย่างมากและกว้างขวาง สามารถถ่ายทอดให้กับผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ชีชม์ (Chism, 1985 : 246) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูว่า เป็นสิ่งที่ให้คุณค่าแก่ครูเป็นอย่างมากใน 3 ประการคือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียน และประโยชน์ที่ได้จากการใช้ความรู้

วินด์เบิร์ด และวิลสัน (Wineburg and Wilson, 1991) กล่าวว่าความรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนรู้

เมอร์เรย์ (Murray, 1996 : 109) กล่าวว่า ความรู้ของครูมีความสำคัญ เนื่องจากหากมีอะไรที่เป็นการปฏิบัติที่ผิดพลาด มักจะถือว่าการสอนและความรู้ของครูจะอยู่เบื้องหลังทุกสาขาอาชีพเสมอ ดังนั้นการกำหนดพื้นฐานความรู้ของการผลิตครูในสาขาวิชาที่ดีเป็นสิ่งจำเป็น

บราดเกอร์ (Barker, 2007 : 29) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูว่า สามารถใช้ตัดสินใจในการจัดการเรียนรู้ และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า ความรู้ของครูมีความสำคัญและจำเป็นในการจัดการเรียนรู้ และความรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

ประเภทของความรู้ของครู

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า ประเภทของความรู้ได้จำแนกแตกต่างกันดังนี้

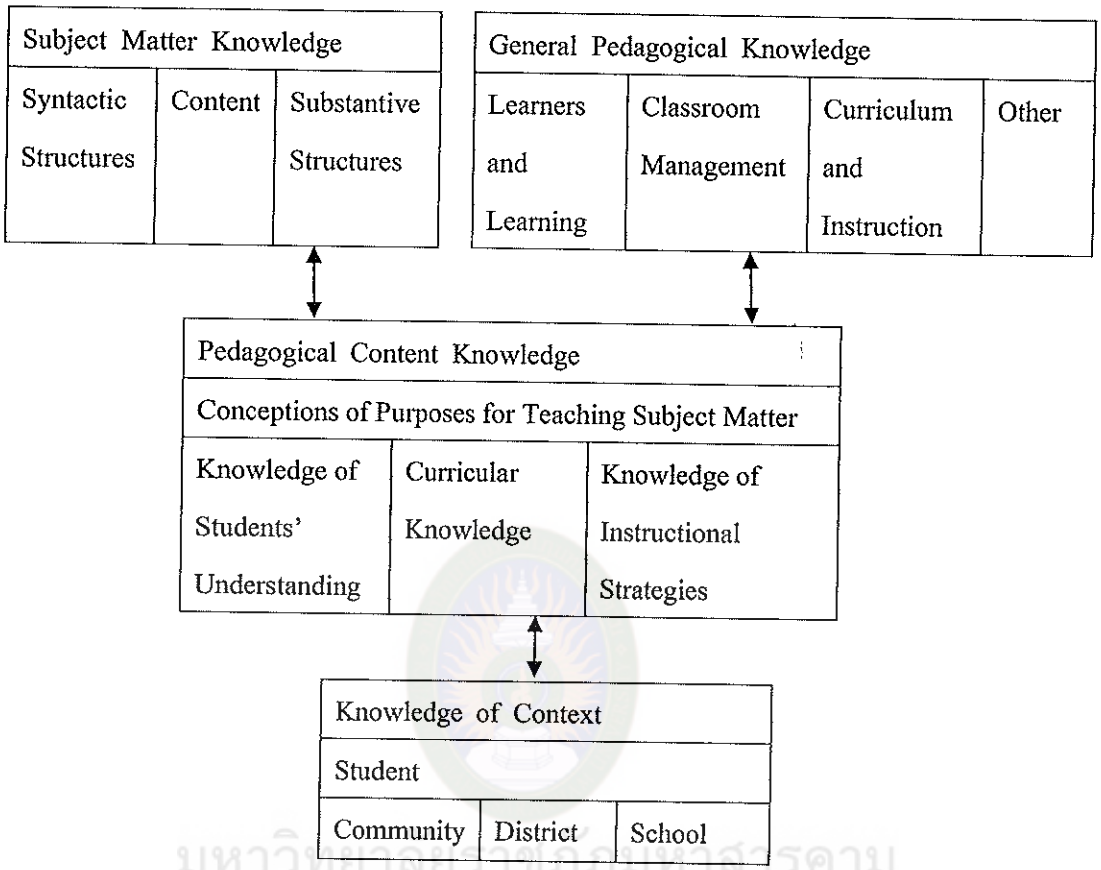
ชูลแมน (Shulman, 1987 : 8 - 9) กล่าวว่า ความรู้ที่จำเป็นที่ครูต้องรู้แบ่งออกเป็น 7 ประเภท ได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา (Content Knowledge)
2. ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับการสอน (General Pedagogical Knowledge)เช่น การควบคุมชั้นเรียนจากการทำงานกลุ่ม
3. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาในการสอน (Pedagogical Content Knowledge)
4. ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร (Curriculum Knowledge)
5. ความรู้เกี่ยวกับตัวผู้เรียนและลักษณะของเขา (Knowledge of Learners and Their Characteristics)
6. ความรู้เกี่ยวกับการศึกษาบริบท (Knowledge of Education Contexts) คือ ความรู้จากบริบทของโรงเรียน เช่น โรงเรียนและชุมชน
7. ความรู้เกี่ยวกับคุณค่าและวัตถุประสงค์ของการศึกษา (Knowledge of Education Ends Purposes and Values)

กรอสแมน (Grossman, 1990 : 5) ได้แบ่งประเภทของความรู้ของครูที่เป็นพื้นฐานในการสอนออกเป็น 4 ประเภท ซึ่งมองว่าความเชื่อเป็นส่วนประกอบของความรู้ที่เป็นพื้นฐานสำหรับการสอน และส่วนประกอบที่เกี่ยวข้องกับความรู้ของครูนำไปสู่ส่วนประกอบของความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาในการสอน (Pedagogical Content Knowledge) และประกอบด้วยความรู้และความเชื่อเกี่ยวกับวัตถุประสงค์สำหรับการสอนเนื้อหาวิชาที่แตกต่างกันในแต่ละระดับชั้น ดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge)
2. ความรู้ในการสอนทั่วไป (General Pedagogical Knowledge)
3. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาในการสอน (Pedagogical Content Knowledge)
4. ความรู้เกี่ยวกับบริบททั่วไป (Knowledge of Context)

ดังแสดงในแผนภาพที่ 2



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แผนภาพที่ 2 รูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของกรอสแมน (Grossman, 1990 : 5)

บอร์โคว์ และพุทแนม (Borkow and Putnam, 1995 : 137) ได้กล่าวถึงความรู้ที่จำเป็นในการสอนสำหรับครู จัดแบ่งเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) การสอนที่มีคุณภาพขึ้นอยู่กับการพัฒนาแนวคิดและความเข้าใจของครูที่มีต่อเนื้อหาวิชา ซึ่งรวมทั้งการรู้ข้อเท็จจริง แนวคิดและกระบวนการของแต่ละศาสตร์

2. ความรู้ในการสอน (Pedagogical Knowledge) ความรู้ทั่วไปในวิชาครูและการสอน ตลอดจนความรู้ความเข้าใจของครูในการสร้างสิ่งแวดล้อมของการเรียนรู้ การจัดการชั้นเรียน ความรู้และความเชื่อเกี่ยวกับผู้เรียนและการเรียนรู้

3. ความรู้ในบริบทต่าง ๆ (Knowledge about Context) คุณภาพการสอนของครูขึ้นอยู่กับการพัฒนาอย่างต่อเนื่องของครู ดังนี้

3.1 แนวคิดของครูในการสอนเนื้อหาวิชานั้นเป็นไปตามการพัฒนาและแนวคิดที่เป็นปัจจุบัน

3.2 ความรู้ในการจัดระเบียบและการนำเสนอเนื้อหาวิชา ความรู้ในศาสตร์นั้น ๆ การใช้ตัวแบบ ตัวอย่าง การเปรียบเทียบ ฯลฯ

3.3 ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน เรียนรู้เนื้อหาวิชาของศาสตร์นั้นอย่างไร รวมทั้งแนวคิดที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน

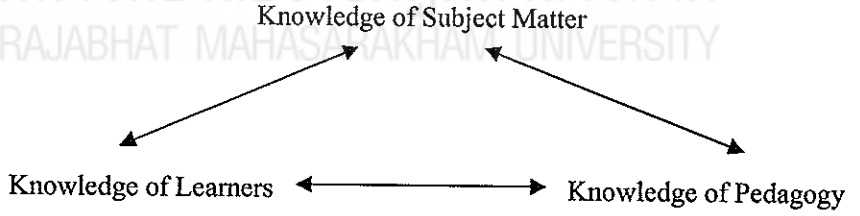
3.4 ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร ต้องรู้ว่าในหลักสูตรนั้นๆ มีสื่อการเรียนการสอนอะไรบ้าง ต้องรู้ว่าหลักสูตรท้องถิ่นมีโครงสร้างอย่างไร และจัดการเรียนการสอน อย่างไร

นีกอย (Neagoy, 1995 : 15) ได้แบ่งประเภทความรู้ของครู โดยบูรณาการรูปแบบความรู้ของครูเป็น 3 ประเภท ประกอบด้วย

1. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาวิชา (Knowledge of Subject Matter)
2. ความรู้เกี่ยวกับการสอน (Knowledge of Pedagogy)
3. ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน (Knowledge of Learners)

ดังแสดงในแผนภาพที่ 3

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แผนภาพที่ 3 รูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของครู มุมมองเกี่ยวกับ Pedagogical Content Knowledge ของ นีกอย (Neagoy, 1995 : 15)

ไรอัน และคูเปอร์ (Ryan and Cooper, 2008 : 179 - 180) ได้แบ่งความรู้ของครู (Teacher's Content Knowledge) ที่มีประสิทธิภาพเป็น 3 ชนิด ได้แก่

1) ความรู้เกี่ยวกับระเบียบของเนื้อหา (Knowledge of Discipline Content) ครูมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาและโครงสร้างของวิชาที่สอนเป็นอย่างดี

2) ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร (Knowledge of Curriculum) ครูมีความเข้าใจในเนื้อหาหลักสูตรของโรงเรียนที่นักเรียนถูกคาดหวังให้รู้

3) ความรู้เกี่ยวกับวิชาที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเฉพาะในเนื้อหาวิชาที่สอน (Pedagogical Content Knowledge) เป็นการผสมผสานเนื้อหาและวิชาครูไปสู่ความเข้าใจของหัวข้อเฉพาะปัญหา หรือประเด็นที่จะต้องจัดการ อธิบาย และปรับปรุงไปสู่ความสนใจและความสามารถอันหลากหลายของผู้เรียนและการสอนความรู้กับประสิทธิภาพในการปฏิบัติงาน

สรุปได้ว่า ประเภทของความรู้ของครู สามารถจัดแบ่งได้เป็น 3 ประเภท ได้แก่ ความรู้ในเนื้อหาวิชาที่สอน (Content Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาในการสอน (Pedagogical Content Knowledge) และความรู้เกี่ยวกับบริบททั่วไป (Knowledge of Context) อันประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร (Knowledge of Curriculum) ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน (Knowledge of Learners) และความรู้เกี่ยวกับคุณค่าและวัตถุประสงค์ของการศึกษา (Knowledge of Education Ends Purposes and Values)

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ของครูคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่เกิดจากการสะสมภูมิปัญญาของครูจากการศึกษาเล่าเรียน การฝึกอบรม การปฏิบัติงานด้านต่างๆของครู และจากการสร้างความรู้ในลักษณะการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หรือจากสิ่งที่เกิดขึ้นในตัวนักเรียนที่ได้จากประสบการณ์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ครูจัดให้ ความรู้ของครูเป็นพลวัตสามารถพัฒนาให้สมบูรณ์ขึ้นได้ตลอดเวลา และส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมของครูและการเรียนรู้ของนักเรียน ถ้าความรู้คณิตศาสตร์ของครูไม่ชัดเจน เข้าใจความคิดรวบยอดในเรื่องต่างๆไม่ถูกต้อง สิ่งที่ถ่ายทอดไปสู่นักเรียนก็ขาดความชัดเจน ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจในสิ่งที่ได้เรียนรู้ หรืออาจทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สามารถช่วยให้ครูตัดสินใจในการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างน่าสนใจ รู้จักการเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน สามารถเลือกใช้วิธีการวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหาเวลา นอกจากนั้น ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยัง ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีคุณภาพ มีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ประเภทของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ได้มีนักคณิตศาสตรศึกษาจำแนกประเภทของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2551 : 80) ได้จำแนกประเภทความรู้ของครูที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่สอน ครูจะต้องมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ อย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่างๆ

2. ความรู้ที่เกี่ยวกับผู้เรียน ครูจะต้องรู้ว่าผู้เรียนในช่วงวัยนั้นๆ มีความสามารถมากน้อยเพียงใด สามารถพัฒนาได้มากที่สุดเพียงใด วิธีคิดของผู้เรียนแต่ละคนนั้นเป็นอย่างไรรูปแบบการคิดของนักเรียนมีความแตกต่างกัน จัดประสบการณ์อย่างไรจึงจะสอดคล้องกับวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน

3. ความรู้ในศาสตร์การสอน ครูต้องรู้ว่าจะออกแบบการจัดการเรียนรู้อย่างไร จะจัดสถานการณ์อย่างไร เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่เข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น

เกราส์ (Grouws, 1992 : 161-162) ได้จำแนกประเภทของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

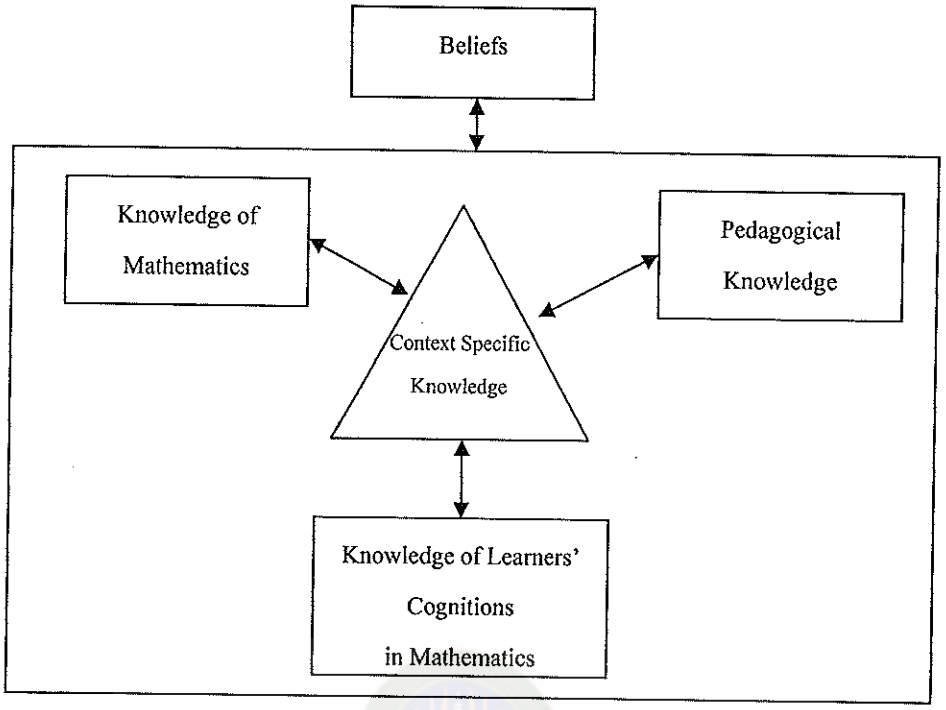
1. ความรู้ในบริบททั่วไปของชั้นเรียน เป็นความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้

2. ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เนื้อหาทั้งมโนทัศน์และกระบวนการ

3. ความรู้ในการเรียนรู้ของนักเรียน เป็นความรู้เกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้ของผู้เรียน

เฟนนิมา และแฟรงค์ (Fennema and Franke, 1992 : 162) ได้แบ่งประเภทของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ความรู้ในศาสตร์การสอน และความรู้ในการเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังแสดงในแผนภาพที่ 4

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แผนภาพที่ 4 โมเดลเกี่ยวกับความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เฟนนีมา และเฟรก (Fennema and Franke, 1992 : 162)

ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์

จากแผนภาพที่ 4 จะเห็นว่า ความรู้ของครูที่จำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ซึ่งทั้ง 3 องค์ประกอบทำให้เกิดความรู้ในบริบทเฉพาะ (Context Specific Knowledge) ที่ส่งผลต่อความเชื่อและนำไปสู่การสร้างความรู้ของครูองค์ประกอบทั้ง 3 ได้แก่

1. ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) ประกอบด้วย ความรู้ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge)และ ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน หรือวิธีการ (Procedural Knowledge) ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอน ความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นรูปแบบของความรู้ที่สำคัญมากในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2. ความรู้ในศาสตร์การสอน (Pedagogical Knowledge) ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการสอน เช่น ยุทธวิธีสำหรับการวางแผนการสอนที่มีประสิทธิภาพ

การจัด การชั้นเรียนโดยทั่วไป เทคนิคการจัดการพฤติกรรม กระบวนการจัดการชั้นเรียน และเทคนิคการสร้างแรงจูงใจ

3. ความรู้ในการเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Knowledge of Learners' Cognition in Mathematics) เป็นความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดและกระบวนการเรียนรู้ ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

สตีล (Steele, 2006 : 38) ได้จำแนกประเภทของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics and Mathematical Activities) มีองค์ประกอบย่อย ได้แก่

1.1 ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Content Knowledge of the Domain) เป็นความรู้ที่ต้องใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ เช่น การหาพื้นที่ การหาเส้นผ่านศูนย์กลาง การหาปริมาตร เป็นต้น

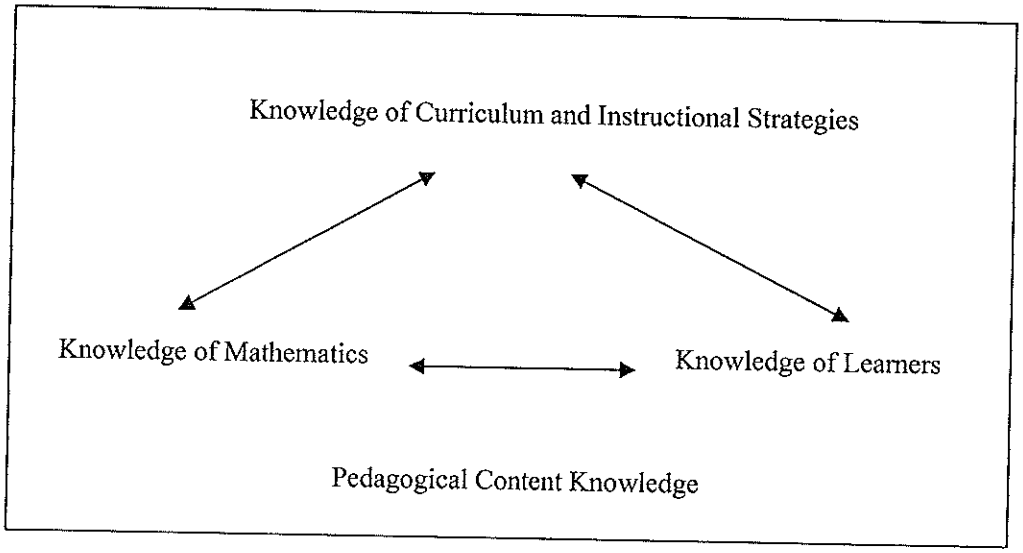
1.2 ความรู้ในการสอน (Content Knowledge for Teaching) เป็นความรู้ที่จำเป็นและใช้ในการสอน เป็นความรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การมอบหมายงาน การยกตัวอย่าง การนำเสนอ และยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2. ความรู้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Knowledge of Mathematics for Student Learning) เป็นความรู้ที่แสดงถึงความเข้าใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย ความรู้ที่แสดงถึงความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจในขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. ความรู้ในการฝึกทักษะที่ส่งเสริมการสอน (Knowledge of Practices that Support Teaching) เป็นความรู้ที่ครูต้องมีเพื่อช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ ประกอบด้วย ความรู้ที่จำเป็นในการฝึกทักษะของนักเรียนให้มีความเข้าใจในมโนทัศน์ยิ่งขึ้น

บาร์เกอร์ (Barker, 2007 : 20) ได้จำแนกประเภทของความรู้ของครูเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้ ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ความรู้ในหลักสูตร และการจัดการเรียนการสอน และความรู้ในผู้เรียนดังแสดงในแผนภาพที่ 5



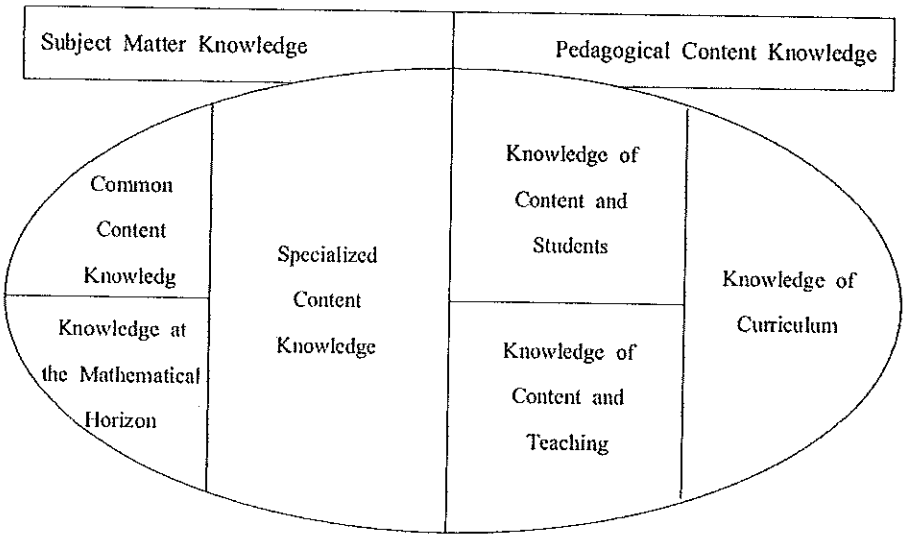
แผนภาพที่ 5 โมเดลเกี่ยวกับความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ บาร์เกอร์ (Barker, 2007 : 20)

จากแผนภาพที่ 5 จะเห็นว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics)
2. ความรู้ในหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน (Knowledge of Curriculum and Instructional Strategies)
3. ความรู้ในผู้เรียน (Knowledge of Learners)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บอลล์ และคณะ (Ball et al, 2008 : 400-403) ได้จำแนกประเภทของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ความรู้ในเนื้อหา และความรู้ ในการสอนเนื้อหาเฉพาะ ดังแสดงในแผนภาพที่ 6



แผนภาพที่ 6 โมเดลความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์บอลล์และคณะ (Ball et al, 2008 : 403)

จากแผนภาพที่ 6 จะเห็นว่า ความรู้ของครูประกอบด้วย 2 ส่วนที่มีความสำคัญ คือ ความรู้ในเนื้อหา และความรู้ในการสอนเนื้อหาเฉพาะ มีรายละเอียดดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหา (Subject Matter Knowledge)

ความรู้ในเนื้อหาวิชา ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1.1 ความรู้ในเนื้อหาร่วม (Common Content Knowledge : CCK) คือ ความรู้คณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการสอน เช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือการเรียงลำดับของจำนวนในแบบรูป สิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับความรู้ในเนื้อหาร่วม ก็คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมีแนวโน้มว่านักเรียนจะเกิดมากขึ้นหากนักเรียนได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย

1.2 ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon) เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.3 ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge : SCK) ความรู้ประเภทนี้เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู เป็นความรู้ที่จำเป็นเพื่อใช้ในการสอนเฉพาะในบางเรื่อง เช่น ความเข้าใจถึงการกลับเศษและส่วนเมื่อหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2. ความรู้ในการสอนเนื้อหาเฉพาะ (Pedagogical Content Knowledge : PCK)

ความรู้ในการสอนเนื้อหาเฉพาะ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

2.1 ความรู้ในเนื้อหาและผู้เรียน (Knowledge of Content and Students : KCS) เป็นการรวมความรู้ที่เกี่ยวกับผู้เรียนและความรู้ที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ สิ่งแรกที่จะอธิบายถึงความรู้ประเภทนี้คือ การทำงานร่วมกันของนักเรียนในห้องเรียน

2.2 ความรู้ในเนื้อหาและการสอน (Knowledge of Content and Teaching : KCT) เป็นการรวมความรู้ด้านการสอนและความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ องค์ความรู้ประเภทนี้จะทำให้ครูรู้ว่าแต่ละเรื่องจะจัดลำดับเนื้อหาไว้ที่ใด เพื่อให้เห็นน้ำหนักและความสำคัญของแต่ละเรื่องที่แตกต่างกัน เป็นการแสดงให้เห็นบทบาทของครูในการให้ความช่วยเหลือนักเรียน ในระหว่างการอภิปรายในชั้นเรียน กิจกรรมอาจหยุดชั่วคราว เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามและครูอธิบายเพิ่มเติม ซึ่งครูจะทราบว่าในช่วงกิจกรรมการเรียนรู้ใด จะแทรกการอธิบายเพิ่มเติม ควรตั้งคำถามหรือให้งานเมื่อใด ซึ่งครูจะต้องเข้าใจเกี่ยวกับ การเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

2.3 ความรู้ในหลักสูตร (Knowledge of Curriculum : KC)

เวนดี (Wendy, 2010 : 19) ได้จำแนกประเภทของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้ในการจัดการเรียนการสอน แบ่งออกเป็น 5 องค์ประกอบย่อย คือ

1.1 ความเข้าใจ (Understanding) เป็นความรู้สำหรับการจัดการเรียนการสอน ซึ่งรวมถึงการพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ การวางแผนการสอนและการปฏิบัติการสอน

1.2 การแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่ส่งผลถึงความเข้าใจและความสามารถในการแก้ปัญหารวมเข้ากับวิธีการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน

1.3 การอำนวยความสะดวก (Facilitation) เป็นความรู้สำหรับการอำนวยความสะดวกในการเรียนการสอนที่ส่งผลต่อความสามารถในการจัดการเรียนการสอนโดยครูอาจจะใช้สื่อการเรียนรู้เป็นสิ่งอำนวยความสะดวกในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.4 การชี้แนะผู้เรียนในการเรียนการสอน (Learner-guided Instruction) เป็นความรู้ในการชี้แนะผู้เรียนในการเรียนรู้ไม่เพียงแค่มโนทัศน์และการคิดของผู้เรียนเท่านั้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แต่รวมไปถึงความสามารถในการลำดับการเรียนการสอนที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์

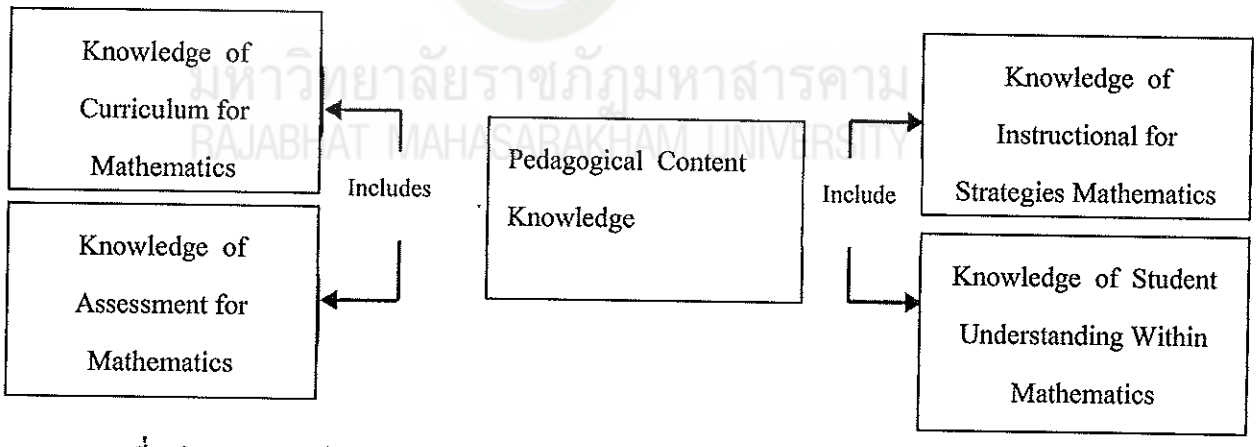
1.5 มโนภาพ (Representations) เป็นความรู้ในการแสดงถึงความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์รวมเข้ากับการเรียนการสอน

2. ความรู้ในการเรียนรู้ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 2 องค์ประกอบย่อย คือ

2.1 ความเข้าใจ (Understanding) เป็นความรู้เกี่ยวกับการเข้าใจของผู้เรียนที่แสดงถึงความสัมพันธ์ในการคิดของผู้เรียน ที่สามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์เดิมไปใช้ในการสร้างมโนทัศน์ใหม่

2.2 การแสดง (Representations) เป็นความรู้เกี่ยวกับการแสดงถึงความสัมพันธ์ในการคิดของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงการแสดงความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความหลากหลายในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เทย์เลอร์ (Taylor, 2011:9) ได้จำแนกประเภทของความรู้ของครูในการจัด การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ ความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ความรู้ในการจัดการเรียนสอนคณิตศาสตร์ ความรู้ในความเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้ในการประเมินผลคณิตศาสตร์ ดังแสดงในแผนภาพที่ 7



แผนภาพที่ 7 โมเดลความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เทเลอร์ (Taylor, 2011 : 9)

จากแผนภาพที่ 7 จะเห็นว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่

1. ความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ (Knowledge of Curriculum for Mathematics)

2. ความรู้ในการจัดการเรียนสอนคณิตศาสตร์ (Knowledge of Instructional Strategies for Mathematics)

3. ความรู้ในความเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Knowledge of Student Understanding within Mathematics)

4. ความรู้ในการประเมินผลคณิตศาสตร์ (Knowledge of Assessment for Mathematics)

สรุปได้ว่าความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้ แบ่งได้ 3 ด้านคือ ความรู้ในเนื้อหา ความรู้ในการจัดการเรียนรู้ และ ความรู้ในการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของครูด้านเนื้อหา

ความรู้ของครูด้านเนื้อหา เป็นความรู้ที่สำคัญมากในการจัดการความรู้ของครูและเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นความรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำให้ครูทราบว่าในช่วงกิจกรรมการเรียนรู้ใดจะแทรกการอธิบายเพิ่มเติม หรือให้นักเรียนซักถาม ควรตั้งคำถามหรือให้งานเมื่อใด และจะจัดลำดับเนื้อหาไว้ที่ใดเพื่อให้เห็นน้ำหนักและความสำคัญของแต่ละเรื่องที่แตกต่างกัน ดังนั้นครูจะต้องมีความเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นๆ อย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง ตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับ ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ผู้วิจัย จึงขอนำเสนอประเด็นสำคัญที่เกี่ยวกับความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้แก่ ลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์และ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์

ได้มีผู้กล่าวถึงลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2551 : 80) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่สอน ครูจะต้องมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้นๆ อย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่าง ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่นักเรียนจำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่า

งานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ใน 2 ประเด็นได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

2. ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของนักเรียน เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานด้วยตนเอง เช่น นักเรียนรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

เฟนนิมา และแฟรงค์ (Fennema and Franke,1992 : 162) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) เป็นความรู้ที่ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนด ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอน ความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาวิชามีความสำคัญในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

บอร์โคว์ และพุทแนม (Borkow and Putnam, 1995 : 137) ได้กล่าวว่าความรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นในการสอนที่จำเป็นในการสอน ได้แก่ ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) การสอนที่มีคุณภาพขึ้นอยู่กับการพัฒนาแนวคิดและความเข้าใจของครูที่มีต่อเนื้อหาวิชา ซึ่งรวมทั้งการรู้ข้อเท็จจริง แนวคิดและกระบวนการของแต่ละศาสตร์

บอลล์ และคณะ (Ball et al, 2008 : 400-403) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของความรู้ของครู ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1. ความรู้ในเนื้อหาร่วม (Common Content Knowledge : CCK) คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการสอน ตัวอย่างเช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือการเรียงลำดับของจำนวนในแบบรูป สิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ร่วมกับเนื้อหาก็คือ การตอบผิดหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมีแนวโน้มว่านักเรียนจะตอบผิดมากขึ้นหากนักเรียนได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon) เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge : SCK) เป็นความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นสำหรับครูใช้ในการสอน เป็นความรู้เฉพาะที่ใช้สำหรับการสอน ตัวอย่างเช่น การอธิบายว่าทำไมเราจึงกลับเศษและส่วนเมื่อเราหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักวิจัยให้เหตุผลว่า ความรู้ประเภทนี้ เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู

สรุปได้ว่าความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Subject Matter Knowledge) หมายถึง ความรู้ในเนื้อหา ประกอบไปด้วยเฉพาะ มีลักษณะเป็นทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge)ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง (Common Content Knowledge: CCK) และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge: SCK)

ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 3-4) ได้แบ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ ได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดสำคัญ สาระ และโครงสร้างของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้ต่อไปนี้

1.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Concept) ทฤษฎี (Theory) กฎหรือหลัก (Principle) ทางคณิตศาสตร์

1.2 ความรู้เกี่ยวกับเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนและวิธีการ (Algorithm) ทางคณิตศาสตร์

1.3 ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงของแนวคิดต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

2. ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและวิธีการ (Procedural Knowledge) ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีคำนวณ และขั้นตอนการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้ต่อไปนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.1 ความรู้เกี่ยวกับวิธีการระบุปัญหา

2.2 ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณตามกฎและเงื่อนไขของกฎ

2.3 ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากคำอธิบายการสอนโดยเน้นขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ของอัมพร ม้าคนอง (2546 : 33-34) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนเริ่มต้นจากการสอนขั้นตอนหรือวิธีการให้ผู้เรียนก่อนที่จะได้สอนให้ผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์ของเนื้อหานั้น อาจมีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระยะยาว เนื่องจากผู้เรียนจะไม่ได้พัฒนาความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะ แต่จะจดจำขั้นตอนหรือวิธีการไปใช้ โดยไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ไม่เป็นระเบียบแบบแผน (Informal Knowledge) ที่ตนมี กับคณิตศาสตร์ที่เป็นระเบียบแบบแผน (Formal Knowledge) ที่ตนถูกสอนในระบบโรงเรียน คณิตศาสตร์ในความคิดของผู้เรียนจึงลดความสำคัญลงเป็นเพียงการดำเนินการ โดยใช้สัญลักษณ์ ปีเตอร์สัน (Peterson, 1988) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านจึงได้ส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์เพื่อลดการสอนขั้นตอนหรือวิธีการโดยตรง โดยพยายามให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดในการพัฒนามโนทัศน์ก่อน และสร้างขั้นตอนหรือวิธีการขึ้นจากมโนทัศน์เหล่านั้นด้วยตนเองในภายหลัง อันจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น คาร์ไม ลีวิว และลิปวิ่งสโตน (Kamii, Lewis and Livingston, 1993) ลองพิจารณาความแตกต่างของการทำงาน 2 วิธี ต่อไปนี้ วิธีแรก โดยการใช้ความเข้าใจเรื่องค่าประจำหลักซึ่งเป็นความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ในการหาผลบวกของจำนวน 2 จำนวน เช่น 36 + 88 การหาผลลัพธ์ใช้การรวมกันของ 30 และ 80 ได้ 110 จากนั้นรวม 6 และ 8 ได้ 14 ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 124 วิธีนี้จะเป็นการบวกจากซ้ายไปขวา โดยใช้ความรู้เรื่อง ค่าประจำหลัก วิธีที่สอง โดยใช้ขั้นตอนการตั้งบวก ซึ่งเป็นการบวกจากขวาไปซ้าย การบวกทั้งสองวิธีแสดงได้ ดังนี้

วิธีที่ 1 โดยใช้ค่าประจำหลัก

บวก 36 และ 88 ดังนี้

เนื่องจาก $30 + 80 = 110$

และ $6 + 8 = 14$

จะได้ $110 + 14 = 124$

ดังนั้น $36 + 88 = 124$

วิธีที่ 2 โดยใช้ขั้นตอนการบวก

$$\begin{array}{r} 36 \\ 88 + \\ \hline 124 \end{array}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นักการศึกษาบางท่านให้ความเห็นว่า การบวกวิธีที่ 2 ที่ใช้ขั้นตอนหรือวิธีการบวกนั้น ควรใช้กับผู้เรียนที่เข้าใจดีว่า 3 ใน 36 มีค่าเท่ากับ 30 และ 8 ตัวแรก ใน 88 มีค่าเท่ากับ 80 สำหรับในเด็ก ควรใช้ค่าประจำหลักในการบวก เพื่อทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น อย่างไรก็ตาม การบวกโดยใช้ขั้นตอนมีที่มาจากการใช้ค่าประจำหลัก เพราะ 6 + 8 = 14 จำนวน 1 ที่ทดคือ 10 และ 3 + 8 คือ 30 + 80 ซึ่งได้ 110 และรวมกับ 10 เป็น 120 อย่างไรก็ตาม นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านเห็นว่า ผู้สอนควรใช้การบวกโดยใช้ค่าประจำหลักตามวิธีแรก ไปสักระยะหนึ่ง เพื่อเป็นการพัฒนามโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับผู้เรียน เมื่อผู้เรียนเข้าใจดีแล้ว จึงค่อยพัฒนาเป็นขั้นตอนหรือวิธีการตามวิธีที่ 2

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 6 – 8) ได้แบ่งประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยทั้งสองประเภทต่างก็มีบทบาทที่สำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ อีกทั้งมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ครูควรให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆ กับทักษะทางวิธีการที่สัมพันธ์กันเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เกิดความรู้ความชำนาญในวิธีการ สามารถสร้างการเชื่อมโยงความรู้กับวิธีการจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างกว้างขวาง และจากการศึกษางานวิจัยพบว่า มีงานวิจัยจำนวนมากที่รายงานว่า ทันทีที่นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการคิดคำนวณตามขั้นตอนการคำนวณอย่างไม่มีความหมาย ก็มีความเป็นไปได้สูงมากที่จะทำให้นักเรียนคิดคำนวณที่ต้องการหาเพียงผลลัพธ์ในการคำนวณ แทนที่จะเป็นการคิดอย่างมีความหมาย ผลการวิจัยเหล่านี้ย้ำเตือนครูว่า ทันทีที่ได้สอนวิธีการบางอย่างให้แก่นักเรียน หรือให้นักเรียนลงมือปฏิบัติก่อนที่จะเกิดความเข้าใจในขั้นตอนหรือหลักการเหล่านั้นแล้ว นักเรียนจะไม่พยายามคิดค้นหาความหมายในสิ่งที่เรียน นักเรียนมักจะยึดติดกับขั้นตอนเหล่านั้น ส่งผลทำให้การที่จะได้มาซึ่งความเข้าใจในภายหลังนั้นเกิดขึ้นได้ยาก ดังนั้นวิธีการทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีแนวทางดังนี้

ทักษะทางวิธีการเกิดจากการกระทำต่างๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งบ่อยครั้งมักจะเกี่ยวข้องกับกฎวิธี ลำดับ ขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ ในทางกลับกันมโนทัศน์มักได้มาจากการสร้างเครือข่ายเชื่อมโยงประสานความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ ที่ไม่ปะติดปะต่อ ให้ประมวลเข้าไว้ด้วยกัน การคิดคำนวณจัดว่าเป็นทักษะทางวิธีการ เนื่องจากขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ สามารถกระทำได้โดยการปฏิบัติตามลำดับขั้นตอน ซึ่งวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวอาจได้มาจากการท่องจำหรือความเข้าใจ เช่น การคำนวณหาผลลัพธ์ 15+29 บางคนอาจคำนวณ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

โดยการตั้งบวกธรรมดาตามขั้นตอนวิธีการบวก บางคนอาจคิดในใจโดยรวม 15 กับ 30 เข้าด้วยกันเป็น 45 ก่อนแล้วจึงหัก 1 ออก จะได้คำตอบ 44 เช่นกัน จะเห็นได้ว่าวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวนั้นเป็นทักษะทางวิธีการ ซึ่งแนวคิดวิธีหลังนี้ผู้เรียนสามารถคิดในใจอย่างมีความหมาย

ส่วนมโนทัศน์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างกระตือรือร้น (Active thinking) เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และสร้างความเชื่อมโยงไปพร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้มีความสอดคล้องกัน ในขณะที่ทักษะทางวิธีการสามารถเกิดขึ้นได้ง่ายกว่า และเป็นไปอย่างไม่ลำบากมากนัก กล่าวคือ เมื่อนักเรียนได้เห็นวิธีการหนึ่งที่กระทำให้เห็นเป็นตัวอย่างหนึ่งแล้วนักเรียนก็เพียงแต่เลียนแบบเทคนิควิธีเหล่านั้น ผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียนโดยวิธีท่องจำและเลียนแบบเช่นนี้ ครูอาจสังเกตเห็นได้จากพฤติกรรมที่นักเรียนใช้ในลักษณะที่เป็นกฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีต่าง ๆ ในขั้นตอนการคำนวณ นักเรียนกลุ่มนี้อาจมีความสามารถใช้ทักษะทางวิธีการที่เหมาะสมจากการจดจำเพียงอย่างเดียว แต่ไม่สามารถระลึกถึงข้อมูลที่จำเป็นบางอย่างที่นอกเหนือไปจากนั้นได้ ทั้งอาจไม่สามารถพลิกแพลงในการแก้ปัญหาที่แปลกออกไป เนื่องจากขาดการเชื่อมโยงและการสร้างเครือข่ายระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์และทักษะทางวิธีการ ซึ่งอาจมีผลทำให้การคิดคำนวณผิดพลาดได้ ทั้งนี้เพราะนักเรียนที่มีทักษะทางวิธีการเพียงด้านเดียว จะมีข้อจำกัดในการตรวจสอบ แก้ไขข้อผิดพลาดและแก้คำตอบที่ไม่สมเหตุสมผลพร้อมๆ กันกับการสร้างมโนทัศน์ที่จะต้องให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนด้วย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2554) ให้ทัศนะเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า เดิมคนส่วนใหญ่มักเชื่อว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นการจดจำสูตร กฎ ทฤษฎีบท ทำตามตัวอย่าง สามารถพิสูจน์หรือแก้ปัญหาโจทย์ในหนังสือเรียนและทำข้อสอบด้วยความเชื่อแบบเดิมนี้ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในอดีตให้ความสำคัญกับ การจดจำสูตร กฎ วิธีการในการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยละเลยให้นักเรียนรู้และมีความเข้าใจถึงเหตุผลที่แท้จริงว่า เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นมีความหมายอย่างไร สามารถใช้อธิบายสิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัวได้อย่างไร ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีคำถามว่า เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม ดังนั้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน จึงมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้นักเรียนได้ คิด กระตุ้นให้นักเรียนมองเห็นและตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ สามารถเรียนรู้และสนุกสนานด้วยได้

เพียเจต์ (Piaget, 1971 : 37-39) ได้อธิบายแนวคิดและความสำคัญเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การสอนขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวไม่ได้ช่วยให้

ผู้เรียนพัฒนาการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเพียเจต์ได้ใช้ความรู้ 3 ประเภทตามแหล่งการเกิดความรู้ในการอธิบายแนวคิด ดังนี้

1. ความรู้ทางกายภาพ (Physical Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับสิ่งของรูปธรรมที่ปรากฏอยู่รอบตัว เช่น ความรู้เกี่ยวกับสีและรูปร่างของสิ่งของ

2. ความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม (Social - conventional Knowledge) เป็นความรู้ที่เกิดจากการอยู่ร่วมกันของมนุษย์ในสังคม เช่น ความรู้เกี่ยวกับภาษาหรือความรู้ที่ต้องใช้มือขวาในการจับมือกับผู้อื่น

3. ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ (Logico - mathematical Knowledge) เป็นความรู้ที่ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างสิ่งต่าง ๆ เช่น ความรู้ที่ว่าเพราะเหตุใดจำนวนสองจำนวนบวกกันจึงเกิดเป็นจำนวนที่สาม

โดยเพียเจต์ได้อธิบายด้วยการยกตัวอย่างว่า การที่ผู้สอนพยายามให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเป็นความพยายามให้ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ แต่กระบวนการสอนไม่ได้ทำให้เกิดความรู้ดังกล่าวเนื่องจากผู้สอนมุ่งสอนให้ผู้เรียนจดจำและทำตามขั้นตอนที่คนในสังคมปฏิบัติต่อๆ กันมา ความรู้ที่เกิดขึ้นจึงเป็นเพียงความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม ซึ่งผู้เรียนจะทราบเพียงว่าคำตอบคืออะไร แต่จะไม่ทราบเหตุผลของการได้มาซึ่งผลลัพธ์และความหมายของสิ่งที่ได้ หรือบางครั้งการจดจำขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือจดจำมาอย่างผิดๆ อาจทำให้นำความรู้ไปใช้ไม่ถูกต้อง เช่น การทำเศษส่วนที่กำหนดให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ หากผู้เรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์ของการทำเศษส่วนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำว่า เป็นการหาเศษส่วนใหม่ที่มีค่าเท่ากับเศษส่วนเดิม โดยการทำให้ทั้งตัวเศษและตัวส่วนลดลง แต่จดจำขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาอย่างผิด ๆ ว่าการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำเป็นการหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนเดียวกันโดยการ “ตัดเลข” อาจดำเนินการผิดๆ ดังกรณีต่อไปนี้

กรณีที่ 1 $\frac{19}{95}=\frac{1}{5}$

กรณีที่ 2 $\frac{16}{64}=\frac{1}{4}$

กรณีที่ 3 $\frac{17}{76}=\frac{1}{6}$

กรณีแรก ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” โดยตัด 9 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน กรณีที่ 2 ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” โดยตัด 6 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน ซึ่งในทั้งสองกรณีเป็นวิธีการ ที่ไม่ถูกต้อง แต่ได้ผลลัพธ์ถูกต้อง สำหรับในกรณีที่ 3 ผู้เรียนใช้การ “ตัดเลข” เช่นเดิม โดยตัด 7

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน แต่ครั้งนี้ไม่ถูกต้องทั้งในวิธีการและผลลัพธ์ ทั้งสามกรณีแสดงให้เห็นถึงผลเสียของการจดจำวิธีการโดยปราศจากความเข้าใจ ทำให้มีการนำไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง และหากวิธีการผิดแต่ได้คำตอบถูกต้องด้วยแล้ว ยิ่งเป็นสิ่งที่อันตรายกว่าการได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้อง เพราะการได้คำตอบถูกต้องแต่วิธีการผิดนั้น ผู้เรียนจะไม่ทบทวนวิธีการของตนเนื่องจากบรรลุเป้าหมายของการทำงานแล้ว จึงไม่มีโอกาสทราบว่าตนทำผิดในขั้นตอนใดและผิดอย่างไร แต่จะเข้าใจว่าสิ่งที่ทำนั้นถูกต้องแล้ว และจะจดจำเพื่อนำไปใช้ต่อไป ในทางตรงกันข้าม การได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้องนั้น ผู้เรียนมักจะทบทวนหรือตรวจสอบว่าตนทำผิดขั้นตอนใดและผิดอย่างไร จึงไม่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้องและจะนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อไป

จากทัศนะของนักการศึกษาดังกล่าว สรุปได้ว่า ความรู้ด้านเนื้อหา แบ่งออกเป็น 4 ประเภทได้แก่ 1) ความรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์เป็น ความรู้ที่เกิดจากความเข้าใจ มองเห็นความสัมพันธ์ และความเชื่อมโยงไปพร้อมกับปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้สอดคล้องกันในวิชาแคลคูลัส 1 2) ความรู้เชิงกระบวนการ เป็นความรู้หลักการ กฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีการต่าง ๆ ในขั้นตอนการคำนวณในวิชาแคลคูลัส 1 3) ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง เป็นความรู้ที่อาจารย์นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเฉพาะในเนื้อหาวิชาแคลคูลัส 1 เป็นการผสมผสานเนื้อหา ไปสู่ความเข้าใจของหัวข้อเฉพาะปัญหา หรือประเด็นที่จะต้องจัดการอธิบาย และปรับปรุงไปสู่ความสนใจ และ 4) ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ เป็นความรู้ในบทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลง หลักการ สมบัติต่างๆเพื่อใช้ในการสอนเฉพาะในบางเรื่องในวิชาแคลคูลัส 1ประกอบด้วย ลิมิตและความต่อเนื่อง อนุพันธ์ การประยุกต์อนุพันธ์ ปริพันธ์ และการประยุกต์ปริพันธ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความรู้ด้านจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้ เป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยให้ครูตัดสินใจในการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างน่าสนใจ สามารถสร้างแรงจูงใจในการเรียน มีวิธีการการจัดการชั้นเรียนที่เหมาะสม รู้จักการเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน สามารถเลือกใช้วิธีการวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงขอนำเสนอประเด็นต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้ ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้นั้นก็เพื่อจะให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาขึ้น ครูจะต้องนึกอยู่เสมอว่าผู้เรียนจะพัฒนาไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการได้อย่างไร ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมได้มีผู้กล่าวถึงธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2545 : 1 – 2) ได้กล่าวถึงธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้น เป็นจริงหรือไม่ด้วยวิธีคิด เราก็จะสามารถนำคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหา ทางวิทยาศาสตร์ได้ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้ที่มีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ ตลอดจนพยายาม คิดสิ่งที่แปลกและใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญของเทคโนโลยีด้านต่างๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดของมนุษย์ มนุษย์สร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้นๆ และสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์มาใช้ เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวมันเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้องเป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลขและสัญลักษณ์แทนความคิด เป็นภาษาสากลที่ทุกชาติทุกภาษาที่เรียนคณิตศาสตร์ จะเข้าใจตรงกันเช่น $x + 5 = 28$ ทุกคนที่เข้าใจคณิตศาสตร์จะอ่านประโยคสัญลักษณ์นี้ได้ และเข้าใจความหมายตรงกัน

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบรูป (Pattern) เราจะเห็นว่าการคิดทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องมีแบบแผน มีรูปแบบ ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริง

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีเหตุมีผล คณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยเรื่องง่าย ๆ ก่อน เช่น เริ่มต้นด้วย อนิยาม ได้แก่ จุด เส้นตรง ระนาบ เรื่องง่าย ๆ นี้จะเป็นพื้นฐานนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ ต่อไป เช่น บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท การพิสูจน์

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์ก็คือความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดมีความคิดสร้างสรรค์ มีจินตนาการ มีความคิดริเริ่ม ที่จะแสดงความคิดใหม่ ๆ และแสดงโครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม
DHABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 1) ได้กล่าวถึงธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยความคิด การใช้กระบวนการคิด ต้องอาศัยเหตุผลและการเรียนคณิตศาสตร์เป็นการฝึกแก้ปัญหาต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง สัญลักษณ์ที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์เกิดขึ้นจากการคิดและตกลงยอมรับที่จะนำไปใช้ เช่น ตัวเลขฮินดูอารบิก ซึ่งชาวฮินดูได้คิดขึ้นเมื่อประมาณปี ค.ศ. 500 และในปัจจุบันก็ยังคงใช้ตัวเลขฮินดูอารบิก

3. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามของคณิตศาสตร์เป็นความมีระเบียบและความผสมกลมกลืนกัน นักคณิตศาสตร์ได้แสดงความคิดสร้างสรรค์และจินตนาการเชื่อมโยงสิ่งที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติกับคณิตศาสตร์ เช่น รังผึ้ง เป็นภาพที่ประกอบด้วยรูปหกเหลี่ยมด้านเท่าหลาย ๆ รูป เป็นต้น

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างความมีระเบียบแบบแผน มีลำดับขั้นตอนในการคิด และต้องอาศัยการคิดอย่างมีเหตุผล สิ่งที่เรียนก่อนจะเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องต่อไปหรือการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 1) ได้กล่าวถึงธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีระบบ และแบบแผนที่ชัดเจน

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคิดและการใช้สติปัญญาของมนุษย์

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับการคำนวณ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา

5. คณิตศาสตร์เป็นวิถีที่นำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่

6. คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือให้มนุษย์สร้างสรรค์งานหรือนวัตกรรม

7. คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ถูกนำไปใช้ในหลากหลายรูปแบบ

8. คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ของแบบรูป (Pattern) ที่ใช้อธิบายสิ่งต่างๆ

9. คณิตศาสตร์ช่วยให้คำตอบที่ถูกต้องสำหรับการแก้ปัญหาใดๆ

10. คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์จัดการกับสิ่งที่มองไม่เห็น เช่น คำนวณความเร็วของเสียง

11. คณิตศาสตร์ช่วยในการคาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้น

วัชรี กาญจน์กีรติ (2554 : 9) ได้กล่าวถึงธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำอนิยาม บทนิยาม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลสร้างทฤษฎีบทต่างๆ ขึ้นและนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผนเป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง และคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ

สรุปได้ว่า ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด การคำนวณ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา มีลักษณะเป็นนามธรรม เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง และใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย มีโครงสร้างมีระบบและแบบแผนที่ชัดเจนเป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายทฤษฎีที่สำคัญ ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนการสอนของบรูเนอร์ ทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์ของดีนส์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ รายละเอียดมีดังนี้ (อัมพร ม้าคนอง, 2546 : 1 - 7)

1. ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development) เพียเจต์ เป็นนักจิตวิทยาชาวสวิสเซอร์แลนด์ที่มีบทบาทในวิชาชีพต่าง ๆ มากในช่วงปี ค.ศ.1930-1980 เพียเจต์เชื่อว่าพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์พัฒนาขึ้นเป็นลำดับ 4 ขั้น โดยแต่ละขั้นแตกต่างกันในกลุ่มคน และอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละขั้นจะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ลำดับขั้นทั้งสี่ของเพียเจต์ คือ ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory-motor Stage) ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (Preoperational Stage) ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage) และขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน (Formal Operational Stage) พัฒนาการของมนุษย์จะเป็นไปตามลำดับขั้นและต่อเนื่องกัน ทฤษฎีนี้มีประโยชน์ต่อการศึกษา เนื่องจากขั้นทั้งสี่กล่าวถึงข้อเท็จจริงว่า วิธีคิด ภาษา ปฏิกิริยา และพฤติกรรมของเด็กแตกต่างจากของผู้ใหญ่ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ ดังนั้น การจัดการศึกษาให้เด็กจึงต้องมีรูปแบบที่แตกต่างจากของผู้ใหญ่ และสิ่งที่มีความหมายมากที่นักศึกษาได้รับจากงานของเพียเจต์คือแนวคิดที่ว่าเด็กที่มีอายุน้อยๆ จะเรียนได้ดีที่สุด จากกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรม กิลเบิร์ก และออฟเปอร์ (Ginsburg and Opper,

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1969) หากแนวคิดนี้ถูกนำไปใช้ในห้องเรียน ผู้สอนจะต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้ และแนะนำผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรง ตามทฤษฎีของเพียเจต์ เมื่อเด็กโตขึ้นและเข้าสู่ลำดับขั้นที่สูงกว่า เด็กจะต้องการการเรียนรู้จากกิจกรรมลดลง เนื่องจากพัฒนาการของสติปัญญาที่ซับซ้อนและทันสมัยขึ้น แต่มิได้หมายความว่า เด็กจะไม่ต้องการทำกิจกรรมเลย การเรียนรู้โดยการทำกิจกรรมยังคงอยู่ในทุกลำดับขั้นของพัฒนาการ นอกจากนี้ เพียเจต์ยังเน้นว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็น อย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญาทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พูด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น เพียเจต์เรียกกระบวนการนี้ว่าการกระจายความคิด (Decentration) ซึ่งเป็นความสามารถของเด็กที่จะต้องได้รับการพัฒนาให้เป็นไปตามลำดับขั้น เพื่อพิจารณาสิ่งต่างๆ จากมุมมองของผู้อื่น ซึ่งประเด็นนี้การศึกษาจะเข้ามามีบทบาทสำคัญในการจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถนี้

2. ทฤษฎีการเรียนการสอนของบรูเนอร์ (Bruner's Theory of Instruction)

ทฤษฎีนี้เกี่ยวข้องโดยตรงกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยกล่าวถึงการเรียน การสอนที่ดีกว่าต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ คือ โครงสร้าง (Structure) ของเนื้อหาสาระ ความพร้อม (Readiness) ที่จะเรียนรู้ การหยั่งรู้ (Intuition) โดยการคะเน จากประสบการณ์อย่างมีหลักเกณฑ์และแรงจูงใจ (Motivation) ที่จะเรียนเนื้อหาใดๆ บรูเนอร์ ให้ความสำคัญกับสมดุลระหว่างผลลัพธ์กับกระบวนการเรียนการสอน (Process and Product Approach) นอกจากนี้ยังให้แนวคิดว่า มนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ 3 ระดับ ดังนี้

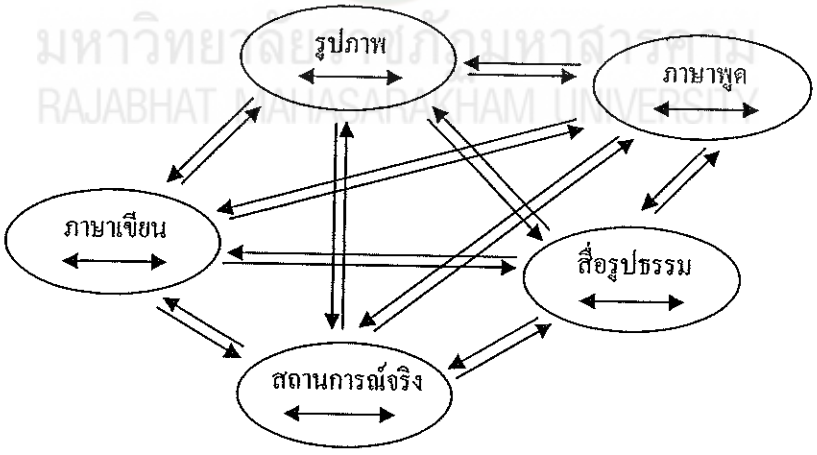
2.1 ระดับที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) เช่น ผู้เรียนรวมของ 4 ชิ้น กับของ 5 ชิ้น เพื่อเป็นของ 9 ชิ้น ซึ่งเป็นการสัมผัสกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete Objects or Manipulatives)

2.2 ระดับของการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic Stage) เช่น การใช้รูปภาพ ไดอะแกรม ฟิล์ม ที่เป็นสื่อสายตา (Visual Medium) ตัวอย่างการเรียนรู้ระดับนี้ เช่น ผู้เรียนดูภาพรถ 4 คัน ในภาพแรก ดูภาพรถ 5 คัน ในภาพที่สอง และดูภาพรถ 9 คัน ในภาพที่สามซึ่งเป็นภาพรวมของรถในภาพที่หนึ่งและภาพที่สอง รถ 9 คันในที่นี้เกิดจากการที่ผู้สอนวางแผนให้ผู้เรียนเรียนรู้ มิใช่เกิดจากตัวผู้เรียนเอง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.3 ระดับของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เช่น การเขียน 5+4=9 เป็นสัญลักษณ์แทนภาพในระดับที่ 2

แนวคิดของบรูเนอร์ปรากฏอยู่ในผลงานของเลช (Lesh, 1987 : 98) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในนามของโมเดลของเลช (Lesh's Model, 1998 : 68) ซึ่งเลชใช้แนวคิดข้างต้นของบรูเนอร์ในการสร้างโมเดลที่แสดงว่าผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ในหลาย ๆ รูปแบบ เช่น จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) สามารถแสดงความรู้นั้นในรูปของรูปภาพ (Pictures) ภาษาเขียน (Written Symbols) ภาษาพูด (Spoken Symbols) และสถานการณ์จริง (Real World Situation) ได้ โมเดลนี้ทำให้เกิดการพัฒนาด้านอื่น ๆ ที่ผู้สอนควรคำนึงถึง เช่น การให้ผู้เรียนได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การได้พูดและเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีแสดงความคิดที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน ตามโมเดลที่เลชได้เสนอนั้น ผู้สอนสามารถประเมินความเข้าใจของผู้เรียนได้จากการดูว่า ผู้เรียนสามารถเปลี่ยนความเข้าใจจากรูปแบบหนึ่งไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่งได้หรือไม่ เช่น ถ้าผู้เรียนสามารถเขียนสิ่งที่ตนอธิบายให้เพื่อนฟังเป็นภาษาเขียนได้ แสดงว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่พูด เนื่องจากสามารถเปลี่ยน จากภาษาพูดเป็นภาษาเขียนได้ โมเดลการแปลงของเลชมีรายละเอียด ดังแสดงในแผนภาพที่ 8



แผนภาพที่ 8 โมเดลของเลช (Lesh's Model)

3. ทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes's Theory of Mathematics Learning)

แนวคิดของดีนส์ส่วนมากเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งมีบางส่วนที่คล้ายคลึงกับของเพียเจต์ (Piaget, 1976 : 45) เช่น การให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ ทฤษฎีการเรียนคณิตศาตร์ของดีนส์ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อ ดังนี้

3.1 กฎของภาวะสมดุล (The Dynamic Principle) กฎนี้กล่าวไว้ว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้นเป็นพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ขั้น คือ

ขั้นที่หนึ่ง เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใด ๆ เช่น การที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นนั้น

ขั้นที่สอง เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้างคลึง (Isomorphic) กับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียน

ขั้นที่สาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ขั้นตอนทั้งสาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ขั้นตอนทั้งสามเป็นกระบวนการที่ดีนส์เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ (Learning Cycle) ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กจะต้องประสบในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

3.2 กฎความหลากหลายของการรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อผู้เรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลาย ๆ รูปแบบ ผ่านบริบททางกายภาพ นั่นคือการจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้น จะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

3.3 กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The Mathematical Variability Principle) กฎข้อนี้กล่าวว่า การอ้างอิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Generalization of Mathematical Concept) หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้น ถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นเปลี่ยนไปอย่างเป็นระบบ ในขณะที่คงไว้ซึ่งตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ เช่น การสอนมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวแปรที่ควรเปลี่ยนไป คือ ขนาดของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรคงไว้ คือ ลักษณะสำคัญของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องมีสี่ด้าน และด้านตรงข้ามขนานกัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.4 กฎการสร้าง (The Constructivity Principle) กฎข้อนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ว่าผู้เรียนควรได้พัฒนามโนทัศน์จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคง และจากพื้นฐานที่มั่นคงเหล่านี้ จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป ดีนส์และโกลดิง (Dienes and Golding, 1971) ให้ความเห็นว่า การสร้างความรู้ควรมาก่อนการวิเคราะห์เสมอ เพราะเป็นไปไม่ได้ที่มนุษย์จะวิเคราะห์ในสิ่ง ที่ตนยังไม่รู้ กฎข้อนี้เสนอแนะให้ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้น และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

4. ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย (Gagne's Theory of Learning)

ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเยมีสาระสำคัญเกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากกานเยใช้คณิตศาสตร์เป็นสื่อสำหรับการใช้ทฤษฎีของเขาอธิบายการเรียนรู้ กานเยจำแนกสาระในการเรียนคณิตศาสตร์เป็น 4 ประเภท คือ

4.1 ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Facts) เป็นข้อเท็จจริงที่พบในทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวเลขสาม (3) เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนหรือของสามสิ่ง เครื่องหมายลบ (-) เป็นสัญลักษณ์สำหรับการดำเนินการหักออกหรือการลดลง

4.2 ทักษะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills) เป็นการกระทำตามขั้นตอน การทำงานที่ผู้เรียนทำด้วยความถูกต้องและรวดเร็ว ทักษะใด ๆ อาจถูกนิยามได้จากกฎหรือลำดับขั้นตอนการทำงานที่เรียกว่า ขั้นตอนหรือวิธีการ (Algorithms)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4.3 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) เป็นความคิดนามธรรม ที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านสองด้านเท่ากัน และมุมระหว่างด้านคู่ ที่เท่ากันนั้นเท่ากันด้วย

4.4 กฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Principles) เป็นขั้นตอนในมโนทัศน์หรือความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ เช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านสองด้านเท่ากัน และมุมระหว่างด้านคู่ที่เท่ากันนั้นเท่ากันด้วย

กานเย แบ่งการเรียนรู้ออกเป็น 8 ประเภท คือ

1. การเรียนสัญญาณ (Signal Learning)

2. การเรียนสิ่งเร้า/การตอบสนอง (Stimulus - response Learning)

3. การเรียนแบบลูกโซ่ (Chaining)

4. การเรียนโดยใช้การสัมพันธ์ทางภาษา (Verbal Association)

5. การเรียนแบบจำแนกความแตกต่าง (Discrimination Learning)

6. การเรียนมโนทัศน์ (Concept Learning)

7. การเรียนกฎ (Rule Learning)

8. การเรียนการแก้ปัญหา (Problem Learning)

กานเย เชื่อว่าการเรียนรู้ทั้ง 8 ชนิดข้างต้น เกิดขึ้นในผู้เรียนเป็นลำดับ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นรับหรือจับใจความ (Apprehending Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนตระหนักถึงสิ่งเร้าที่ตนเองประสบ ทำให้รับรู้ลักษณะของสิ่งเร้าเหล่านั้น ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนอาจรับรู้ในสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน การเรียนรู้ในขั้นนี้จึงสามารถใช้อธิบายว่า เพราะเหตุใดเมื่อผู้สอนสอนสิ่งเดียวกัน นักเรียนจึงตีความสิ่งนั้นแตกต่างกัน

2. ขั้นการได้มาซึ่งความรู้ (Acquisition Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนรับและครอบครองความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ และกฎหรือหลักการ ที่ตนเรียน ภายหลังจากการได้สัมผัสกับสิ่งเร้าในขั้นที่หนึ่ง

3. ขั้นการจัดเก็บความรู้ (Storage Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจำหรือจัดเก็บสิ่งที่เรียนรู้มาเป็นความจำ ซึ่งมี 2 ชนิด คือ ความจำระยะสั้น (Short-term Memory) และความจำระยะยาว (Long-term Memory)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. ขั้นการระลึกถึงหรือดึงความรู้มาใช้ (Retrieval Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนระลึก ถึงหรือดึงข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำออกมา ซึ่งขั้นตอนนี้มีความซับซ้อนทางสมองมากกว่าขั้นตอนอื่น ๆ

5. ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory)

ทฤษฎีนี้มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนรู้อย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากสอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ทฤษฎีนี้เน้นว่าความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้นโดยผู้เรียน ผู้เรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่การเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียนจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก ผู้เรียนแต่ละคนจะสร้างความรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน แนวการสอนตามทฤษฎีนี้จึงเน้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยผู้สอนคอย

ช่วยเหลือ ให้ผู้เรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่น ผู้สอนมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทาย และช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้เอง กรอบแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่สำคัญที่นำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ สรุปได้ดังนี้

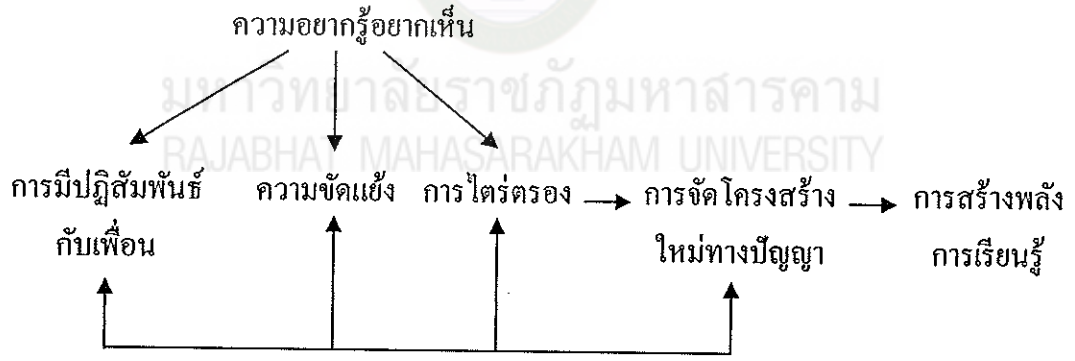
5.1 ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง

5.2 ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นพื้นฐานของการสร้างความรู้ใหม่

5.3 ปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น ครูและเพื่อนมีส่วนช่วยในการสร้างความรู้

ครูมีบทบาทในการจัดบริบทความรู้ ตั้งคำถามท้าทายความสามารถ กระตุ้น สนับสนุน และให้ความช่วยเหลือการสร้างความรู้ ผู้เรียนเป็นผู้กระตือรือร้นในการเรียน นอกจากนี้ทฤษฎีนี้ยังได้กล่าวถึงสมมติฐานเกี่ยวกับการสร้างความรู้ของผู้เรียน ดังนี้

1. มนุษย์สร้างความรู้ผ่านกิจกรรมการไตร่ตรอง การสื่อสาร และการอภิปราย ซึ่งทำให้พวกเขาสร้างประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ดังที่ อันเดอร์ฮิลล์ (Underhill, 1991 : 229-248) ใช้โมเดลการเพิ่มพลังการเรียนรู้ของผู้เรียน (Model of Learner's Empowerment) ดังแสดงในแผนภาพที่ 9



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แผนภาพที่ 9 โมเดลการสร้างพลังการเรียนรู้ของผู้เรียน อันเดอร์ฮิลล์ (Underhill, 1991 : 229-248)

1.1 ความอยากรู้อยากเห็น (Curiosity) และความขัดแย้ง (Conflict) เป็นกลไกสำคัญในการกระตุ้นให้ผู้เรียนเรียน

1.2 การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน (Peer Interaction) ก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา (Cognitive Conflict)

1.3 ความขัดแย้งทางปัญญานำมาซึ่งการไตร่ตรอง (Reflection)

1.4 การไตร่ตรองกระตุ้นให้เกิดการจัดโครงสร้างใหม่ทางปัญญา (Cognitive Restructuring)

1.5 ข้อ 1.1 ถึง 1.4 เกิดเป็นวงจร โดยประสบการณ์ของผู้เรียนมีผลต่อการเกิดของวงจร และวงจรนี้เองที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและสร้างพลัง (Empowerment) การเรียนรู้ให้กับตนเอง

2. การสร้างความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนต่างกัน และต่างจากที่ผู้สอนคาดหวัง ผู้สอนต้องยอมรับและจัดการที่จะสนับสนุนสิ่งที่ผู้เรียนคิด

3. องค์ประกอบสำคัญในการสอน มีดังนี้

3.1 การรวบรวมสิ่งที่ผู้เรียนสร้างขึ้นให้เป็นไปในแนวทางที่ถูกต้อง

3.2 การสร้างแรงจูงใจภายในเป็นปัจจัยสำคัญในการสร้างความรู้

3.3 การวิเคราะห์ความคิดผู้เรียนในกระบวนการเรียนการสอน

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายทฤษฎีที่สำคัญ ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนการสอนของบรูเนอร์ ทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์ของดีนส์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดังนี้ 1)การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของเพียเจต์ ได้แก่ ผู้สอนจะต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และแนะนำผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรง และการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญา ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พูด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น 2) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของบรูเนอร์ คือผู้สอนควรคำนึงถึงการให้ผู้เรียนได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การได้พูดและเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีแสดงความคิดที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน เนื่องจากผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ในหลาย ๆ รูปแบบ เช่น จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) สามารถแสดงความรู้นั้นในรูปของรูปภาพ (Pictures) ภาษาเขียน (Written Symbols) ภาษาพูด (Spoken Symbols) และสถานการณ์จริง (Real World Situation) ได้ 3) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของดีนส์ คือ การให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ 4) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตามแนวของกานเย คือ ครูสามารถสอนนามธรรมที่ต้องใช้ความคิดได้โดยการกำหนดลำดับขั้นตอนของประสบการณ์การเรียนรู้ที่จะนำไปสู่พัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน เนื่องจากสาระในการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ประเภท ได้แก่ ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ทักษะทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และกฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ สามารถนำมาจัดลำดับให้เกิดขึ้นในผู้เรียนเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นรับหรือจับใจความ (Apprehending Phase) ขั้นการได้มาซึ่งความรู้ (Acquisition Phase) ขั้นจัดเก็บความรู้ (Storage Phase) เป็นความจำระยะสั้น (Short-term Memory) และความจำระยะยาว (Long-term Memory) และขั้นการระลึกถึงหรือดึงความรู้มาใช้ (Retrieval Phase) และ 5) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือ ให้ผู้เรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่น และ ผู้สอนมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทาย และช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้เอง

ความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์

หลักสูตรมีความสำคัญยิ่งในการจัดการศึกษาทุกระดับ เพราะเป็นโครงร่างกำหนดกรอบแนวทางการปฏิบัติที่จะนำไปสู่การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ที่เป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตรวมทั้งเป็นแนวทางในการให้การศึกษา ให้วิชาความรู้ การถ่ายทอดวัฒนธรรม การปลูกฝังเจตคติและค่านิยม การสร้างความเจริญเติบโต ความสมบูรณ์ทางร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญา หรืออีกนัยหนึ่งก็คือการพัฒนาผู้เรียนในทุกๆด้าน เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาไปในทิศทางที่สอดคล้องกับความมุ่งหมายทางการศึกษาที่กำหนด ฉะนั้น เพื่อสามารถนำความรู้เหล่านี้ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพนั้น ครูควรจะมีความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การวิเคราะห์หลักสูตร

การวิเคราะห์หลักสูตรเป็นกรอบหรือโครงสร้างในการจัดการเรียนรู้ได้ครอบคลุมตามหลักสูตร ช่วยให้ครูรู้รายละเอียดของเนื้อหาและพฤติกรรมที่ควรปลูกฝัง ผู้เรียนรู้ว่าเนื้อหาหนึ่ง ๆ ควรปลูกฝังพฤติกรรมใดบ้าง และปลูกฝังมากน้อยเพียงใด การกำหนด

ชั่วโมงการสอนทำได้เป็นสัดส่วนเหมาะสมในแต่ละเนื้อหานั้น ๆนอกจากนั้น ช่วยให้ครูได้ออกข้อสอบครอบคลุมเนื้อหาและพฤติกรรมตามที่ต้องการเป็นเครื่องช่วยบังคับทิศทางการออกข้อสอบว่าจะออกเนื้อหาใดตามพฤติกรรมใด จำนวนกี่ข้อ และสามารถใช้ตรวจสอบความบกพร่องของเด็กเมื่อทำผิดได้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551 : 1-7) มีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาและวิเคราะห์เกี่ยวกับ วิสัยทัศน์ หลักการ จุดมุ่งหมาย สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษา และหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์2551

2. ศึกษาและความสัมพันธ์ระหว่างสาระหลัก มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อแยกแยะว่าอะไรคือเนื้อหา และอะไรคือทักษะกระบวนการที่กำหนดไว้เป็นเป้าหมายการเรียนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ อาศัยการวิเคราะห์จากคำสำคัญ (Key Words) ที่ปรากฏในตัวชี้วัดที่กำหนดไว้แล้ว จากระดับชาติในหลักสูตรแกนกลาง (หรืออาจดูจากแนวทางการพัฒนาสาระหลักสูตรระดับเขตพื้นที่ก็ได้เช่นกัน)เพื่อจัดทำคำอธิบายรายวิชา โครงสร้างรายวิชา

สรุปได้ว่าในการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ครูจะต้องมีความรู้ในการวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อเป็นกรอบหรือโครงสร้างในการจัดการเรียนรู้ของครูได้ครอบคลุมตามเป้าหมายหลักสูตร

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระสาครราม
RAJAPHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

กระทรวงศึกษาธิการ (2551 : 52) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนการออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ดังนี้

1. ทำความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในคำอธิบายรายวิชา โดยทำความเข้าใจกับมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นและขอบข่ายเนื้อหาสาระที่ระบุไว้ในคำอธิบายรายวิชา แล้ววิเคราะห์ว่าอะไรคือเป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้

2. ที่ต้องการให้ผู้เรียนรู้และปฏิบัติได้จริงตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนด

3. กำหนดภาระงาน ผลงานรวบยอดประจำรายวิชา พร้อมเกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นหลักฐาน ร่องรอยการปฏิบัติงานของผู้เรียน สำหรับยืนยันผลการเรียนรู้รวบยอด ตามเป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้

4. กำหนดหน่วยการเรียนรู้รายวิชา จะต้องพิจารณาว่าการที่ผู้เรียนจะสามารถปฏิบัติภาระงาน / ผลงานรวบยอดตามที่ระบุไว้นั้น ผู้เรียนจะต้องมีองค์ความรู้และทักษะ / กระบวนการใดบ้าง จึงจะเพียงพอต่อการปฏิบัติภาระงานดังกล่าว

5. ออกแบบหน่วยการเรียนรู้

5.1 สาระการเรียนรู้ ซึ่งการวิเคราะห์สาระการเรียนรู้จะต้องมาจากตัวชี้วัดมาตรฐานในสาระแกนกลาง และจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องกับผู้เรียน ชุมชนท้องถิ่น ปฏิบัติได้จริง ทันสมัย ได้ความรู้ กระบวนการ เจตคติ เหมาะสมกับระดับของผู้เรียน น่าสนใจ เรียนรู้ได้ง่าย สะดวกต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

5.2 การบูรณาการกับกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่น ๆ

5.3 ในการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ต้องวางแผนให้ดี มีขั้นตอน บอกให้รู้ว่าจะทำอะไรก่อนหลัง ให้ผู้เรียนมีกิจกรรมการเรียนรู้อย่างไรบ้าง เช่น เลือกวิธีการนำเข้าสู่บทเรียนให้เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ และระดับของผู้เรียน เลือกรูปแบบให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเป็นทีมตามขั้นตอนที่ครูวางแผนไว้ได้จริง สอดคล้องกับเวลาที่ใช้ในการเรียนการจัดการเรียนรู้ สอดคล้องกับชีวิตประจำวันและชีวิตจริง คำนึงถึงทักษะของผู้เรียนในการเอาตัวรอดจากสิ่งชั่วร้ายในชีวิตประจำวัน

5.4 สื่อและแหล่งการเรียนรู้ ครูควรจะคัดเลือกสื่อและแหล่งเรียนที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และมีอย่างหลากหลาย ซึ่งสื่อครูอาจจะคิดสร้างขึ้นมาเอง อาจจะให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสร้างสื่อ หรือถ้าเป็นเนื้อหาสาระครูต้องอธิบายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด และสามารถสร้างองค์ความรู้ให้ได้

5.5 การวัดผลประเมินผล ต้องวัดผลประเมินผลในหลายๆวิธี ผสมผสานกัน รูปแบบที่น่าสนใจและเป็นที่ทราบกันอย่างแพร่หลาย ก็คือ การวัดผลและประเมินผลตามสภาพจริง เพราะเป็นการเสริมสร้างศักยภาพของผู้เรียน มุ่งให้ผู้เรียนมีความสามารถในการประยุกต์องค์ความรู้ที่ได้ในห้องเรียนไปใช้จริงๆ ในการดำรงชีวิตของผู้เรียน

5.6 บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ ครูควรบันทึกตามความเป็นจริงที่เกิดขึ้นในการนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้

สรุปได้ว่า ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร หมายถึงความรู้ของครู ที่จัดให้ผู้เรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งมีลักษณะเป็นกิจกรรม โครงการหรือแผน เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียน ได้พัฒนาและมีคุณลักษณะตามความมุ่งหมายที่ได้กำหนดไว้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 85-86) ได้กล่าวถึงความหมาย ความสำคัญ และแนวปฏิบัติในการใช้สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่ผู้สอนใช้เป็นตัวกลางในการถ่ายทอดความรู้ ทักษะและกระบวนการ ประสบการณ์ ความคิดเห็น และเจตคติไปสู่ผู้เรียน (สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554 : 85) เป็นวัสดุ อุปกรณ์และวิธีการซึ่งถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดำเนินไปอย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของการการเรียนรู้ (วัชรี กาญจน์กีรติ, 2554 : 89) นอกจากนี้สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการที่จะช่วยจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู (ยุพิน พิพิธกุล, 2545 : 45) เนื่องจากสื่อการเรียนรู้เป็นสิ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจบทเรียน ช่วยสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ เสริมสร้างประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรมกับผู้เรียน รวมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้โดยการลงมือปฏิบัติช่วยสนับสนุนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

แนวปฏิบัติในการใช้สื่อการเรียนรู้

1. ต้องมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน สื่อที่นำมาใช้ต้องสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน

2. ต้องเหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน

3. ขนาดและวิธีการนำเสนอเรื่องราวของสื่อมีความเหมาะสมกับจำนวนผู้เรียน ต้องคำนึงว่าสื่อที่ใช้นั้นเป็นสื่อสำหรับให้ผู้เรียนศึกษาเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มย่อย เป็นกลุ่มใหญ่ หรือทั้งชั้นเรียน

4. เน้นการให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ การมีส่วนร่วมครอบคลุมถึงการช่วยกระตุ้นให้เกิดความคิด การตอบสนองด้วยการตอบคำถาม การอภิปรายร่วมกัน และการขยายฐานความคิด

5. ครูต้องมีการเตรียมการใช้สื่อ ฝึกการใช้สื่อเพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ และมีทักษะในการใช้สื่อนั้น ๆ ก่อนนำไปใช้กับผู้เรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

6. การใช้สื่อต้องใช้ในโอกาสที่เหมาะสม ไม่ควรใช้มากเกินไป เมื่อผู้เรียนเข้าใจบทเรียนแล้วก็ไม่จำเป็นต้องใช้ หลังจากการใช้สื่อต้องมีการสรุปเชื่อมโยงความรู้ที่ได้จากสื่อกับสาระที่เรียนรู้ในบทเรียน

7. หลังการใช้สื่อ ต้องมีการประเมินและติดตามผลเพื่อดูว่าสื่อสามารถช่วยให้เกิดการเรียนรู้ตามที่ต้องการหรือไม่ ควรปรับปรุงสื่ออย่างไรสำหรับการนำไปใช้ในโอกาสต่อไป

8. การใช้สื่อควรมีขีดจำกัด ไม่ควรใช้อย่างพร่ำเพรื่อจนผู้เรียนติดสื่อไม่สามารถเรียนรู้ได้ถ้าไม่มีสื่อ

สรุปได้ว่าสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นวัสดุ อุปกรณ์และวิธีการซึ่งถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดำเนินไปอย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ ครูต้องเลือก ใช้สื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน เหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความสำคัญของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน เป็นองค์ประกอบสำคัญในการพัฒนาคุณภาพการศึกษา ทำให้ได้ข้อมูลสารสนเทศที่จำเป็นในการพิจารณาว่าผู้เรียนเกิดคุณภาพการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากประเภทของการประเมิน โดยเฉพาะการแบ่งประเภทโดยใช้จุดประสงค์ของการประเมินเป็นเกณฑ์ในการแบ่งประเภท จะเห็นว่า การวัดและประเมินผลการเรียนนอกจากจะมีประโยชน์โดยตรงต่อผู้เรียนแล้ว ยังสะท้อนถึงประสิทธิภาพการการสอนของครู และเป็นข้อมูลสำคัญที่สะท้อนคุณภาพการดำเนินงานการจัดการศึกษาของสถานศึกษาด้วย ดังนั้นครูและสถานศึกษาต้องมีข้อมูลผลการเรียนรู้ของผู้เรียน ทั้งจากการประเมินในระดับชั้นเรียน ระดับสถานศึกษา และระดับอื่นที่สูงขึ้น ประโยชน์ของการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้จำแนกเป็นด้าน ๆ ดังนี้

1. ด้านการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนมีประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้หรือการจัดการเรียนการสอนดังนี้

1.1 เพื่อจัดตำแหน่ง (Placement) ผลจากการวัดบอกได้ว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถอยู่ในระดับใดของกลุ่มหรือเปรียบเทียบกับเกณฑ์แล้วอยู่ในระดับใด การวัดและประเมินเพื่อจัดตำแหน่งนี้ มักใช้ในวัตถุประสงค์ 2 ประการคือ

1.1.1 เพื่อคัดเลือก (Selection) เป็นการใช้ผลการวัดเพื่อคัดเลือกเพื่อเข้าเรียน เข้าร่วมกิจกรรมหรือโครงการ หรือเป็นตัวแทน(เช่นของชั้นเรียนหรือสถานศึกษา) เพื่อการทำกิจกรรม หรือการให้ทุนผล การวัดและประเมินผลลักษณะนี้คำนึงถึงการจัดอันดับที่เป็นสำคัญ

1.1.2 เพื่อแยกประเภท (Classification) เป็นการใช้ผลการวัดและประเมินเพื่อแบ่งกลุ่มผู้เรียน เช่น แบ่งเป็นกลุ่มอ่อน ปานกลาง และเก่ง แบ่งกลุ่มผ่าน-ไม่ผ่านเกณฑ์ หรือตัดสินได้-ตก เป็นต้น เป็นการวัดและประเมินที่ยึดเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่งกลุ่มเป็นสำคัญ

1.2 เพื่อวินิจฉัย (Diagnostic) เป็นการใช้ผลการวัดและประเมินเพื่อค้นหาจุดเด่น-จุดด้อยของผู้เรียนว่ามีปัญหาในเรื่องใด จุดใด มากน้อยแค่ไหน เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจการวางแผนการจัดการเรียนรู้และการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น เครื่องมือที่ใช้วัดเพื่อการวินิจฉัย เรียกว่า แบบทดสอบวินิจฉัย (Diagnostic Test) หรือแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียน ประโยชน์ของการวัดและประเมินประเภทนี้นำไปใช้ในวัตถุประสงค์ 2 ประการดังนี้

1.2.1 เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน ผลการวัดผู้เรียนด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนจะทำให้ทราบว่าผู้เรียนมีจุดบกพร่องจุดใด มากน้อยเพียงใด ซึ่งครูผู้สอนสามารถแก้ไขปรับปรุงโดยการสอนซ่อมเสริม (Remedial Teaching) ได้ตรงจุด เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่คาดหวังไว้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.2.2 เพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ ผลการวัดด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียน นอกจากจะช่วยให้เห็นว่าผู้เรียนมีจุดบกพร่องเรื่องใดแล้ว ยังช่วยให้เห็นจุดบกพร่องของกระบวนการจัดการเรียนรู้อีกด้วย เช่น ผู้เรียนส่วนใหญ่มีจุดบกพร่องจุดเดียวกัน ครูผู้สอนต้องทบทวนว่าอาจจะเป็นเพราะวิธีการจัดการเรียนรู้ไม่เหมาะสมต้องปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

1.3 เพื่อตรวจสอบและปรับปรุง การประเมินเพื่อพัฒนา (Formative Evaluation) เป็นการประเมินเพื่อตรวจสอบผลการเรียนรู้เทียบกับจุดประสงค์หรือผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ผลจากการประเมินใช้พัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น โดยอาจจะปรับปรุงหรือปรับเปลี่ยนวิธีการสอน (Teaching Method) ปรับเปลี่ยนสื่อการสอน (Teaching Media) ใช้นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ (Teaching Innovation) เพื่อนำไปสู่การพัฒนาการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ

1.4 เพื่อการเปรียบเทียบ (Assessment) เป็นการใช้ผลการวัดและประเมินเปรียบเทียบว่าผู้เรียนมีพัฒนาการจากเดิมเพียงใด และอยู่ในระดับที่พึงพอใจหรือไม่

1.5 เพื่อการตัดสิน การประเมินเพื่อการตัดสินผลการเรียนของผู้เรียนเป็นการประเมินรวม (Summative Evaluation) คือใช้ข้อมูลที่ได้จากการวัดเทียบกับเกณฑ์เพื่อตัดสินผลการเรียนว่าผ่านหรือไม่ผ่าน หรือให้ระดับคะแนน

2. ด้านการแนะแนว ผลจากการวัดและประเมินผู้เรียน ช่วยให้ทราบว่าผู้เรียนมีปัญหาและข้อบกพร่องในเรื่องใด มากน้อยเพียงใด ซึ่งสามารถแนะนำและช่วยเหลือผู้เรียนให้แก้ปัญหา มีการปรับตัวได้ถูกต้องตรงประเด็น นอกจากนี้ผลการวัดและประเมินยังบ่งบอกความรู้ความสามารถ ความถนัด และความสนใจของผู้เรียน ซึ่งสามารถนำไปใช้แนะแนวการศึกษาต่อและแนะแนวการเลือกอาชีพให้แก่ผู้เรียนได้

3. ด้านการบริหาร ข้อมูลจากการวัดและประเมินผู้เรียน ช่วยให้ผู้บริหารเห็นข้อบกพร่องต่าง ๆ ของการจัดการเรียนรู้ เป็นการประเมินผลการปฏิบัติงานของครู และบ่งบอกถึงคุณภาพการจัดการศึกษาของสถานศึกษา ผู้บริหารสถานศึกษามักใช้ข้อมูลได้จากการวัดและประเมินใช้ในการตัดสินใจหลายอย่าง เช่น การพัฒนาบุคลากร การจัดครูเข้าสอน การจัดโครงการ การเปลี่ยนแปลงโปรแกรมการเรียน นอกจากนี้การวัดและประเมินผลยังให้ข้อมูลที่สำคัญในการจัดทำรายงานการประเมินตนเอง (SSR) เพื่อรายงานผลการจัดการศึกษาสู่ผู้ปกครอง สาธารณชน หน่วยงานต้นสังกัด และนำไปสู่การรองรับการประเมินภายนอก จะเห็นว่าการวัดและประเมินผลการศึกษาเป็นหัวใจสำคัญของระบบการประกันคุณภาพทั้งภายในและภายนอกสถานศึกษา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. ด้านการวิจัย การวัดและประเมินผลมีประโยชน์ต่อการวิจัยหลายประการดังนี้

4.1 ข้อมูลจาการวัดและประเมินผลนำไปสู่ปัญหาการวิจัย เช่น ผลจากการวัดและประเมินพบว่าผู้เรียนมีจุดบกพร่องหรือมีจุดที่ควรพัฒนาการแก้ไขจุดบกพร่องหรือการพัฒนาดังกล่าวโดยการปรับเปลี่ยนเทคนิควิธีสอนหรือทดลองใช้นวัตกรรมโดยใช้กระบวนการวิจัย การวิจัยดังกล่าวเรียกว่า การวิจัยในชั้นเรียน (Classroom Research) นอกจากนี้ผลจากการวัดและประเมินยังนำไปสู่การวิจัยในด้านอื่น ระดับอื่น เช่น การวิจัยของสถานศึกษาเกี่ยวกับการทดลองใช้รูปแบบการพัฒนาคุณลักษณะของผู้เรียน เป็นต้น

4.2 การวัดและประเมินเป็นเครื่องมือของการวิจัย การวิจัยใช้การวัดในการรวบรวมข้อมูลเพื่อศึกษาผลการวิจัย ขั้นตอนนี้เริ่มจากการหาหรือสร้างเครื่องมือวัด การ

ทดลองใช้เครื่องมือ การหาคุณภาพเครื่องมือ จนถึงการใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพแล้วรวบรวมข้อมูลการวัดตัวแปรที่ศึกษา หรืออาจต้องตีค่าข้อมูล จะเห็นว่าการวัดและประเมินผลมีบทบาทสำคัญมากในการวิจัย เพราะการวัดไม่ดี ใช้เครื่องมือไม่มีคุณภาพ ผลของการวิจัยก็ขาดความน่าเชื่อถือ

จากการศึกษาแนวคิดของนักคณิตศาสตรศึกษา และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สามารถสรุปวิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดังนี้ (สิริพร ทิพย์คง, 2545 : 189 - 197 ; อัมพร ม้าคนอง, 2546 : 90 – 94 และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554 : 197-202)

1. การสังเกตเป็นการสังเกตจากความสนใจ ความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของนักเรียน การทำกิจกรรมในห้องเรียน เช่น การทดลองโยนเหรียญ การทดลองทอดลูกเต๋าในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น การทดลองใช้สื่อรูปธรรมแสดงว่าทฤษฎีบทปีทาโกรัสเป็นจริง การทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง การทำแบบฝึกหัด การทำงานกลุ่ม ซึ่งควรพิจารณาจากการอภิปรายภายในกลุ่ม การยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การแสดงบทบาทผู้นำการอธิบายแนวคิด การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เป็นต้น

2. การใช้คำถามในขณะที่ผู้เรียนแก้ปัญหา ผู้สอนอาจเดินดูผู้เรียนทำงาน และใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนใช้ความคิดก่อนตอบ คำถามนั้นควรถามเพื่อให้ผู้เรียนอธิบาย เช่น หาคำตอบนี้มาได้อย่างไร ทำไมต้องใช้วิธีนี้ อธิบายได้หรือไม่ว่าสองวิธีนี้ต่างกันอย่างไร ทราบได้อย่างไรว่าต้องใช้บทนิยามช่วย แน่ใจได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้มาถูกต้อง เป็นต้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
PAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. การรายงานของผู้เรียนการให้ผู้เรียนได้เขียนรายงานเกี่ยวกับประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองจะช่วยให้ผู้สอนทราบกระบวนการคิด การทำงาน และเจตคติของผู้เรียน ก่อนให้ผู้เรียนเขียนรายงานตนเอง ผู้สอนควรตั้งกรอบคำถามไว้ก่อนว่าจะประเมินผู้เรียนในเรื่องใด เพื่อให้สิ่งที่ผู้เรียนทุกคนเขียนเป็นไปในแนวเดียวกัน และเป็นสิ่งที่ผู้สอนต้องการทราบ ตัวอย่างประเด็นที่ผู้สอนควรถามให้ผู้เรียนเขียน มีดังนี้

3.1 เมื่อเห็นปัญหาครั้งแรก คิดว่าจะทำอะไรก่อน

3.2 ควรใช้กลวิธีใดในการแก้ปัญหา เพราะเหตุใด และจะทราบได้อย่างไรว่ากลวิธีที่ใช้เหมาะสมหรือเปล่า

3.3 ได้คำตอบมาได้อย่างไร

3.4 มีวิธีใดบ้างที่ใช้แล้วแก้ปัญหาไม่ได้ เพราะอะไร

3.5 ในที่สุด แก้ปัญหาได้อย่างไร

3.6 ทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง

3.7 รู้สึกอย่างไรกับการแก้ปัญหานี้ เป็นต้น

4. การสัมภาษณ์ การสัมภาษณ์นักเรียน ครูอาจทำได้อย่างเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ โดยดูจากแบบฝึกหัด การบ้าน โครงงานที่นักเรียนทำ ว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่นักเรียนเรียนไปหรือไม่ นักเรียนสามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจนเพียงใด นักเรียนแก้ปัญหาในเรื่องนั้นอย่างไร เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ นักเรียนได้รับส่วนลดครั้งแรก 20% เมื่อนักเรียนจ่ายเงินสดนักเรียนได้รับส่วนลดอีก 15% นักเรียนจะคิดคำนวณอย่างไร เป็นต้น

5. การตรวจแบบฝึกหัด การตรวจแบบฝึกหัดที่นักเรียนทำ จะทำให้ครูทราบผลการเรียนของนักเรียนและความรับผิดชอบในการทำงาน ในกรณีที่นักเรียนตรวจสอบการทำงานของตนเองด้วยการทำสื่อสิ่งพิมพ์ ครูควรตรวจดูอีกครั้งหนึ่งว่างานที่นักเรียนทำมีความถูกต้องและสมบูรณ์เพียงใดเพื่อช่วยพัฒนาและช่วยเหลือนักเรียนได้มากขึ้น

6. การทำแบบทดสอบ การวัดผลและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของข้อทดสอบ ขั้นตอนในการสร้างข้อทดสอบ การนำแบบทดสอบไปใช้และการวิเคราะห์คุณภาพของข้อทดสอบ ดังนั้นครูผู้ออกข้อสอบควรเป็นผู้ที่มีความรู้ในเนื้อหาที่จะออกข้อสอบเป็นอย่างดี ทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่สอนนั้น ซึ่งจะช่วยให้ออกข้อสอบได้ตรงตามจุดประสงค์และครอบคลุมเนื้อหาได้ครบถ้วน รู้จักชนิดและรูปแบบของแบบทดสอบ มีความรู้เกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบที่ดี มีทักษะการใช้ภาษาสามารถเขียนคำถามได้กะทัดรัดและชัดเจน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

7. การประเมินแฟ้มงาน เป็นวิธีการประเมินผลตามสภาพจริงวิธีหนึ่งที่นักการศึกษาในปัจจุบันให้ความสนใจมาก เป็นเอกสารรวบรวมข้อมูลและผลงานของนักเรียนที่ผ่านการคัดเลือกโดยตัวของนักเรียนเอง หรือภายใต้การแนะนำของครู นำมาเก็บไว้อย่างเป็นระบบและมีจุดมุ่งหมาย เพื่อใช้เป็นข้อมูลที่แสดงถึงความพยายาม เจตคติ แรงจูงใจ ความเจริญงอกงาม ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนรู้ เนื้อหาวิชาต่างๆ ของนักเรียนให้บุคคลที่เกี่ยวข้องทราบโดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างและการประเมินแฟ้มงานด้วยกัน

สรุปได้ว่าความรู้เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ หมายถึงความรู้ที่เกี่ยวข้องกับหลักการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ผู้สอนสามารถเลือกใช้วิธีการวัดผลและประเมินผล ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหา และเวลา ทำให้ได้ข้อมูล

สารสนเทศที่จำเป็นในการพิจารณาว่าผู้เรียนเกิดคุณภาพการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้

จากทัศนะของนักการศึกษาที่ได้กล่าวมา สรุปได้ว่า ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ 1) ความรู้เกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนรู้ หมายถึง ความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถตามมาตรฐานการเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลและพัฒนาการทางสมองเน้นให้ความสำคัญทั้งความรู้ และคุณธรรม 2) ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร เป็นความรู้ของอาจารย์ ที่จัดให้ผู้เรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งมีลักษณะเป็นกิจกรรม โครงการหรือแผน เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียน ได้พัฒนาและมีคุณลักษณะตามความมุ่งหมายที่ได้กำหนดไว้และ 3) ความรู้เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ หมายถึงความรู้ของอาจารย์ในการเลือกใช้วิธีการวัดผลและประเมินผล ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหา และเวลา ทำให้ได้ข้อมูลสารสนเทศที่จำเป็นในการพิจารณาว่าผู้เรียนเกิดคุณภาพการเรียนรู้ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้

ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ในการเรียนรู้ของผู้เรียน เป็นความรู้ของครูเกี่ยวกับธรรมชาติ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนและกระบวนการคิดของผู้เรียนที่แสดงถึงความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจในขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ในการคิดของผู้เรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เดิมไปใช้ในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ และความหลากหลายของการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังนั้น ความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน จึงขอทำความเข้าใจในประเด็นต่างๆ ตามลำดับดังนี้ จิตวิทยาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จิตวิทยาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้นั้นก็เพื่อจะให้นักเรียนเกิดการพัฒนาขึ้น ครูจะต้องนึกอยู่เสมอว่านักเรียนจะพัฒนาไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการได้อย่างไร นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม และจากการศึกษาแนวคิดของ ยุพิน พิพิธกุล สามารถสรุปจิตวิทยาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดังนี้ (ยุพิน พิพิธกุล, 2545 : 4 - 7)

1. การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใด ประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก นักเรียนก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะคิดจะทำให้ได้วิธีการคิดนั้นอาจจะเป็นการลองผิด ลองถูก แต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์อีกครั้งหนึ่ง เขาก็จะสามารถตอบได้แสดงว่าเขาเกิดการรับรู้

2. การถ่ายทอดการเรียนรู้

2.1 นักเรียนจะได้รับการถ่ายทอดการเรียนรู้ ก็ต่อเมื่อเห็นเหตุการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ครูเขียนโจทย์ลงไปว่า 7 + 9, 13 + 9, 15 + 9 นักเรียนที่ฉลาดจะสังเกตเห็นว่า จำนวนที่นำมาบวกนั้นเหมือนกันคือ 9 และจะทำได้โดยครูไม่ต้องช่วย นักเรียนปานกลางครูอาจต้องช่วย นักเรียนที่เรียนอ่อนก็อาจจะมัวนับอยู่และทำไม่ค่อยได้ ครูจะต้องช่วย

2.2 ครูควรจะฝึกนักเรียนให้รู้จักสังเกตแบบรูปของสิ่งที่คล้ายคลึงกันแล้วเขาก็จะสามารถสรุปว่าแบบรูปนั้นเป็น

2.3 รู้จักนำเรื่องที่เคยเรียนแล้วในอดีตมาเปรียบเทียบหรือใช้กับเรื่องที่จะต้องเรียนใหม่

2.4 ควรจะให้นักเรียนได้เรียนอย่างประสบความสำเร็จไปเป็นเรื่องๆ เพราะถ้าเขาทำเรื่องใดประสบความสำเร็จ เขาก็จะสามารถถ่ายทอดไปยังเรื่องอื่นได้ ดังนั้นครูควรจะพยายามให้นักเรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเองจะทำให้เขาเข้าใจและจำได้นาน เมื่อเขาจำได้ก็จะนำไปใช้กับเรื่องอื่นๆ ได้

2.5 การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู ดังนั้นครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอนอย่างไร การสอนเพื่อจะให้เกิดการถ่ายทอดการเรียนรู้นั้นควรจะยึดหลักการดังนี้

2.5.1 ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด (Concept) ด้วยตนเองและนำไปสู่ข้อสรุปได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำข้อสรุปนั้นไปใช้ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.5.2 ครูจะต้องเน้นในขณะที่สอนและแยกแยะให้นักเรียนเห็นองค์ประกอบในเรื่องที่กำลังเรียน

2.5.3 ครูควรจะฝึกนักเรียนให้รู้จักบทนิยาม หลักการ กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎี จากเรื่องที่เรียนไปแล้วในสถานการณ์ที่มีองค์ประกอบคล้ายคลึงกันแต่ซับซ้อนยิ่งขึ้น

ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

จากการศึกษาแนวคิดของยุพิน พิพิธกุล สามารถสรุปธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ดังนี้ (ยุพิน พิพิธกุล, 2545 : 6 - 7)

1. นักเรียนจะต้องรู้จักจุดประสงค์ในการเรียนในบทเรียนแต่ละบทนั้น นักเรียนกำลังต้องการอะไร นักเรียนจะสามารถปฏิบัติหรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างไร

2. นักเรียนจะต้องรู้จักวิเคราะห์ข้อความในลักษณะที่เป็นแบบเดียวกันหรือเปรียบเทียบกันเพื่อนำไปสู่การค้นพบ

3. นักเรียนจะต้องรู้จักสัมพันธ์ความคิด ครูจะต้องพยายามสอนให้นักเรียนรู้จักสัมพันธ์ความคิด เมื่อสอนเรื่องหนึ่งก็ควรพูดถึงเรื่องที่ต่อเนื่องกันเช่น จะทบทวนเรื่องเส้นขนาน ครูก็จะต้องทบทวนให้ครบทุกเรื่องที่เกี่ยวข้อง และจะต้องดูให้เหมาะสมกับเวลา

4. นักเรียนจะต้องเรียนด้วยความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้ นักเรียนบางคนจำสูตรได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ เรื่องนี้ครูควรจะแก้ไขและสอนให้นักเรียนเข้าใจถึงกระบวนการแก้ปัญหา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5. ครูจะต้องเป็นผู้มีปฏิภาณ สมองไว รู้จักวิธีการที่จะนำนักเรียนไปสู่ข้อสรุป ในการสอนแต่ละเรื่องนั้น ควรจะได้สรุปบทเรียนทุกครั้ง

6. นักเรียนควรจะเรียนรู้วิธีการว่าจะเรียนอย่างไร โดยเฉพาะการเรียนคณิตศาสตร์ จะมาท่องจำแบบนกแก้วนกขุนทองไม่ได้

7. ครูไม่ควรทำโทษนักเรียน จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายยิ่งขึ้น ควรจะเสริมกำลังใจให้นักเรียน

องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ความรู้ของครูเกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้นเป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็นสำหรับครู ซึ่งจะทำให้ครูผู้สอนเข้าใจแนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ของผู้เรียนอย่างมีประสิทธิภาพ ได้มีผู้กล่าวถึงองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของผู้เรียนไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อีเวน และไทรอช (Even and Tirosh, 2000 : 232 – 233) กล่าวว่า สิ่งที่ครูจำเป็นจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบ ด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ มโนทัศน์ของผู้เรียน (Student Conceptions) รูปแบบของความรู้ (Forms of Knowledge) และค่านิยมและความเชื่อในชั้นเรียน (Classroom Culture) ดังนี้

1. มโนทัศน์ของผู้เรียน (Student Conceptions) การเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ของผู้เรียนนั้นได้มีนักพฤติกรรมนิยมหลาย ๆ คนได้กล่าวไว้ว่า การที่จะให้ครูรับรู้มโนทัศน์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในความคิดของผู้เรียนนั้นเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก แต่สิ่งที่ครูจะสามารถรับรู้ถึงการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ ก็คือ การตอบสนองหรือพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูจะต้องเรียนรู้ว่าผู้เรียนสามารถสร้างมโนทัศน์นั้นได้อย่างไร รวมทั้งมโนทัศน์ที่ผู้เรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนด้วย

2. รูปแบบของความรู้ (Forms of Knowledge) รูปแบบของความรู้ที่เป็นความรู้เชิงกระบวนการ ขั้นตอนหรือวิธีการ และทักษะนั้น เป็นสิ่งที่ครูส่วนใหญ่จะเน้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แต่ในส่วนของแนวคิดคอนสตรักติวิสซึมนั้น จะเน้นรูปแบบของการพัฒนาความรู้ที่แตกต่างกัน โดยเฉพาะความรู้ในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และความสามารถในการประเมินความนึกคิดของตนเอง ซึ่งครูควรจะมีความรู้เกี่ยวกับรูปแบบของความรู้ที่แตกต่างกันและมีหลายลักษณะ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน

3. ค่านิยมและความเชื่อในชั้นเรียน (Classroom Culture) เป็นส่วนสำคัญอีกอย่างหนึ่งที่ครูควรจะรู้เกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ ในชั้นเรียนที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคน โดยครูจะต้องทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ กล่าวคือ ครูเป็นคนสร้างหรือกำหนดสถานการณ์ในการฝึกปฏิบัติ ให้ตัวอย่าง กระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ จนผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ได้มากขึ้น

ฮิล บอลล์ และชิลลิง (Hill, Ball and Shilling, 2008 : 381) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน จำแนกออกเป็น 4 องค์ประกอบ ได้แก่

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. ความรู้เกี่ยวกับข้อผิดพลาดโดยทั่วไปของผู้เรียน ซึ่งเกิดขึ้นจากการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน

2. ความสามารถในการเข้าใจว่าผู้เรียนเข้าใจในมโนทัศน์นั้นได้อย่างไรและการเข้าใจในสิ่งที่แสดงถึงความเข้าใจของผู้เรียน

3. ความรู้เกี่ยวกับการพัฒนาการคิดของผู้เรียนในแต่ละระดับชั้น

4. ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2007 : 25) ได้กล่าวถึงมาตรฐานสำหรับความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน จำแนกออกเป็น 5 องค์ประกอบ ได้แก่

1. วิธีการต่าง ๆ ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2. วิธีการที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3. วิธีการต่าง ๆ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Understanding)

4. การตรวจสอบและประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยการใช้เครื่องมือที่หลากหลาย

5. วิธีการเสริมสร้างกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยงและมโนภาพของผู้เรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เวนดี (Wendy,2010:19) ได้จำแนกองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ออกเป็น 2 องค์ประกอบ ได้แก่

1. ความเข้าใจ (Understanding) เป็นการเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงความตระหนักในมโนทัศน์ของผู้เรียนว่า ผู้เรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับการเรียนรู้ได้อย่างไร

2.มโนภาพ (Representations) เป็นการแสดงถึงความสัมพันธ์ทางการคิดของผู้เรียน การแสดงความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความหลากหลายของการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน สามารถจำแนก ได้เป็น 3 องค์ประกอบที่สำคัญ คือ 1.) การเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เป็นสิ่งที่แสดงว่าผู้เรียนสร้างและเข้าใจในมโนทัศน์นั้นได้อย่างไร ซึ่งรวมทั้งผู้เรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เดิมกับการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ได้อย่างไร 2.) การเข้าใจในลักษณะของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เป็นสิ่งที่แสดงถึงความเข้าใจในความรู้เชิงมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจในความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และ3.) ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา รวมทั้งวิธีการต่างๆ ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และวิธีการเสริมสร้างกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยงและมโนภาพของผู้เรียน ซึ่งทั้งสามองค์ประกอบเป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็นสำหรับครู เพราะว่าหากครูมีความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนก็จะทำให้ครูสามารถวางแผนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์กับผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นที่ผู้เรียนสร้างขึ้น เนื่องจากมโนทัศน์เป็นรากฐานที่สำคัญของการคิดในการเรียนรู้เรื่องต่างๆ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องกันได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้จึงขอทำความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในประเด็นต่างๆ ตามลำดับดังนี้ ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2547 : 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่า เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นซับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

กู๊ด (Good, 1959 : 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ หรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

เบลล์ (Bell,1981:124)ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างคณิตศาสตร์มี 3 แบบ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน

3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น

คูนี เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson, 1975 : 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เอ็กเจน และโคชาก (Eggen and Kauchak, 1995 : 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าคือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90° มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

โทมาซิส (Toumasis, 1995 : 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับ

คณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

สวอรซ์ และเฮอสโควิทซ์ (Schwarz and Hershkowitz, 1999 : 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการจัดเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำให้สามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยามหรือความหมาย และสามารถจัดประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ปราณี รามสูต (2528 : 138) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์และกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์นั้น เกิดขึ้นเมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้ (Perception) เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บเป็นความจำ (Memory) เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้าความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้น ก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการประสมประสาน (Integration) กันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้นๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไร (Discrimination) และการสรุปรวบยอด (Generation) ลักษณะของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537 : 55-56) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนไว้ว่า คนเราจะเรียนรู้มโนทัศน์ไม่ได้เลยถ้าไม่มีประสบการณ์ ดังนั้น บุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกันย่อมจะมีมโนทัศน์ของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน โดยการเรียนรู้มโนทัศน์จะเริ่มขึ้นเมื่ออินทรีย์ (Organism) ได้รับการกระตุ้นจากสิ่งเร้าก็จะเกิดการรับรู้ (Sensation) และการตีความ (Meaning) ในตอนนี้นักเรียนจะเกิดการรับรู้อย่างมีความหมาย (Perception) แล้วเก็บความรู้นี้ไว้ในความทรงจำ (Memory) ต่อมาเมื่อได้รับสิ่งเร้าใหม่ก็จะเกิดการรับรู้เปรียบเทียบภาพของสิ่งเร้าใหม่กับสิ่งเร้าเดิม ซึ่งนักเรียนอาจจะแยกแยะไม่ออกในระยะแรก แต่ถ้าครูบอกว่าสิ่งเร้าใหม่นี้คืออะไร ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถแยกแยะความแตกต่าง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(Discrimination) ระหว่างสิ่งเร้าเดิมกับสิ่งเร้าใหม่ทันที และเกิดการรับรู้อย่างมีความหมายเกี่ยวกับสิ่งเร้าใหม่ไว้ในความทรงจำอีกด้วย ต่อมาเมื่อนักเรียนได้รับสิ่งเร้าอีกสิ่งหนึ่งที่เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก แต่มีลักษณะแตกต่างออกไป เช่น อาจจะมีสี หรือขนาดรูปร่างต่างกัน เมื่อครูบอกว่าสิ่งเร้านี้เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก นักเรียนก็จะสามารถสรุปมโนทัศน์ของสิ่งเร้าแรกได้

ปรียาพร วงค์อนุตรโรจน์ (2553 : 130) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นของการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ได้เห็น ได้ยิน และได้สัมผัสมาก่อน

2. จากประสบการณ์เดิม ผู้เรียนจะนำความรู้นั้นมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ

3. ผู้เรียนจะเริ่มพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้น

4. ตั้งสมมติฐานว่าความคิดรวบยอดนั้นคืออะไร

5. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น

6. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน หากปรากฏว่าถูกก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้ ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกต และคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูกก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้

ออซุเบล (Ausubel, 1968 : 517) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์สรุปได้ว่า กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์หรือความคิดรวบยอดอาจจะแบ่งออกได้เป็น 2 อย่างคือ 1) Concept Formation และ 2) Concept Assimilation โดยให้ความหมายของการเรียนรู้ทั้งสองประเภท ดังนี้

1. Concept Formation หมายถึง การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจากประสบการณ์ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบหรือใช้วิธีอุปมาน (Inductive Process) ตัวอย่างเช่น เด็กที่เรียนรู้ความคิดรวบยอดของเครื่องใช้ประจำวัน เช่น หมวก รองเท้าโดยการมีประสบการณ์ว่าถ้าจะออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะ สวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น เด็กรับรู้รูปร่างหมวก และคำว่า หมวก แทนสิ่งที่ตนรับรู้และมีมโนภาพ

2. Concept Assimilation เป็นการเรียนรู้ความคิดรวบยอดแบบอนุมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของความคิดรวบยอด พร้อมกับตัวอย่างของ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความคิดรวบยอดและคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของความคิดรวบยอดนั้น เด็กโตและผู้ใหญ่ใช้กระบวนการ Concept Assimilation

สรุปได้ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคลนั้น นักเรียนจำเป็นต้องมีประสบการณ์เดิมหรือพื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์ แล้วนำความรู้นั้นมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างเพื่อหาลักษณะของมโนทัศน์นั้น และครูต้องคำนึงถึงระดับสติปัญญาความแตกต่างของแต่ละบุคคลด้วย

การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520 : 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ วัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ดังนั้น ข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่มีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

ณัชชา กมล (2542 : 30) การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งในการออกข้อสอบนั้น ผู้ออกข้อสอบจะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ในเรื่องนั้นๆ ออกมาก่อน เพื่อการออกข้อสอบจะได้ครอบคลุมมโนทัศน์ทั้งหมดที่ต้องการ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สุธิดา นานช้า (2549 : 35) การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ เป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยมิใช่เป็นการหาผลลัพธ์ของปัญหานั้นๆ

วิลสัน (Wilson, 1971 : 645-670) ได้กล่าวถึงไว้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ โดยที่ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนแล้วมาสัมพันธ์กัน

สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ เป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามต้องมิใช่การให้หาผลลัพธ์ ส่วนความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เป็นความรู้และ ความเข้าใจของครูเกี่ยวกับความหมายของมโนทัศน์

ทางคณิตศาสตร์ และความรู้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เป็นความรู้ของครู เกี่ยวกับจิตวิทยาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน จากทัศนะของนักการศึกษาที่ได้กล่าวมา สรุปได้ว่า ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 3 ประเภทได้แก่ 1) ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความรู้ในทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาตามแนวของเปียเจต์ บรูเนอร์ ดีนส์ และ ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ 2) องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นองค์ประกอบที่ทำให้อาจารย์ผู้สอนเข้าใจแนวทางในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 และสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 ของผู้เรียนอย่างมีประสิทธิภาพ ประกอบด้วยการเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์วิชาแคลคูลัส 1 ของผู้เรียน และความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา และ 3) ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาแคลคูลัส 1 ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการจัดเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 ทำให้สามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยามหรือความหมาย และสามารถจัดประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

งานวิจัยในประเทศ

นิตยา ณ เชียงใหม่และคณะ (2545:54-55) ทำการวิเคราะห์ข้อสอบ 206103 ทั้งกลางภาคและปลายภาค พบว่าใช้ความรู้พื้นฐานที่เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมปลาย เรื่อง เวกเตอร์ พีชคณิตบนฟังก์ชันต่างๆ อนุพันธ์การแก้สมการและอสมการ รวมทั้งการแทนค่าฟังก์ชัน เพื่อหาความสัมพันธ์ของพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมปลายของ นักเรียนชั้นปีที่ 1 คณะเกษตรศาสตร์ และคณะวิทยาศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ ของวิชาแคลคูลัส 206103 ค่าสหสัมพันธ์พบว่าคะแนนรวมพื้นฐานของนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์และคณะเกษตรศาสตร์ รวมทั้งกลุ่มนักศึกษาที่ขอบอกเลิกกระบวนวิชา 206103 มีความสัมพันธ์กับคะแนนที่ได้ในการทำข้อสอบ 206103 กลางภาคในระดับสูงส่วนความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมปลายและผลสัมฤทธิ์ของการเรียนวิชา 206103 ของนักศึกษาในกลุ่มดังกล่าวนั้นอยู่ในระดับต่ำ

รสวลีย์ อักษรวงศ์ (2545 : 54) ได้ศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ความสามารถของครูในการสอนการแก้ปัญหา พบว่า ปัจจัยที่คาดว่าจะมีอิทธิพลต่อความรู้ความสามารถของครูในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของแบนดูราและที่ได้จากแนวคิดและผลการวิจัย ประกอบด้วย 1) ประสบการณ์การฝึกอบรม 2) เนื้อหาวิชาที่สอน 3) ประสบการณ์การสอนทักษะการแก้ปัญหา 4) ความรู้เกี่ยวกับการสอนทักษะการแก้ปัญหา 5) ความสามารถในการวิเคราะห์ภารกิจการสอน 6) ความสามารถในการสอนทักษะการแก้ปัญหา 7) การได้รับความสำเร็จในการสอน 8) การมีแบบอย่างในการสอน และ 9) การได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับการสอน

อุรวัล โวอ่อนศรี (2547 : ค-ง) ได้ศึกษาเรื่องการศึกษาความรู้ของครูสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาร้อยเอ็ด พุทธศักราช 2544 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาระดับความรู้และเปรียบเทียบความรู้เกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ระหว่างผู้บริหารสถานศึกษากับครูสายผู้สอน ผลการวิจัยพบว่า ครูมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานอยู่ในระดับปานกลาง ผู้บริหารสถานศึกษากับครูสายผู้สอนมีความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานแตกต่างกัน โดยผู้บริการมีความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานมากกว่า

เบญจพร สว่างศรี (2549:บทคัดย่อ) ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส เรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ของนักศึกษาปริญญาตรี ที่สอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบค้นพบ ผลการวิจัยพบว่านักศึกษาที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบค้นพบ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 นักเรียนร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 หรือมากกว่า อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

อนันตนิจ โพธิ์ถาวร (2550:38) ทำการการศึกษารูปแบบการเรียนรู้ที่เป็นตัวบ่งชี้ความสำเร็จในการเรียนวิชาแคลคูลัส 2 ของนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัยที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกันผู้วิจัยใช้การสุ่มตัวอย่างแบบเฉพาะเจาะจงเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการประมงที่ลงเรียนวิชาแคลคูลัส 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 สาขาเทคโนโลยี คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการประมง มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย วิทยาเขตตรัง จำนวน 52 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบสอบถามเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 2 ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงแบบสอบถามจากแบบสอบถามของรูปแบบการเรียนรู้ของแอนโทนีกราซา และเชอร์ริล ไรซ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แมน (Anthony Grasha and Sheryl Reichman,1974) และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการศึกษาพบว่านักศึกษามี 2 รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ แบบมีส่วนร่วม แบบพึ่งพา แบบหลีกเลี่ยง แบบอิสระ และแบบแข่งขัน ตามลำดับแบบร่วมมือเป็นลักษณะการเรียนที่อยู่ในเกณฑ์สูง และแบบแข่งขันอยู่ในเกณฑ์ต่ำ มีผลสำฤทธิ์ทางการเรียนต่ำจะมีรูปแบบการเรียนรู้แบบพึ่งพา อยู่ในเกณฑ์สูงรูปแบบการเรียนรู้แบบอิสระ แบบร่วมมือ แบบมีส่วนร่วม แบบหลีเลี่ยงและแบบแข่งขันอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง มีลักษณะรูปแบบการเรียนรู้โดยเฉลี่ยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ราชภูมิ พฤฑฒิกุล (2554 : 75 - 86) ทำการศึกษาวิจัยเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการมีส่วนร่วมการจัดการความรู้ของครูโรงเรียนชลราษฎรอำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จำแนกตาม วุฒิการศึกษา และประสบการณ์ใน 7 ด้าน คือ การค้นหาความรู้ หรือการกำหนดความรู้ การสร้างและแสวงหาความรู้ การจัดการความรู้ให้เป็นระบบ การประมวลและกลั่นกลองความรู้ การเข้าถึงความรู้ การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ และการเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่า 1) การมีส่วนร่วมการจัดการความรู้ของครูโรงเรียนชลราษฎรอำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 โดยรวมและรายด้านอยู่ในระดับมาก เรียงคะแนนเฉลี่ยจากมากไปหาน้อย ได้แก่ การค้นหาความรู้หรือกำหนดความรู้ การเรียนรู้ การสร้างและแสวงหาความรู้ การเข้าถึงความรู้การประมาณและกลั่นกลองความรู้ ยกเว้นการจัดความรู้ให้เป็นระบบ การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ อยู่ในระดับปานกลาง และ 2) ผลการเปรียบเทียบการมีส่วนร่วมการจัดการความรู้ของครูโรงเรียนชลราษฎรอำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จำแนกตามวุฒิการศึกษา พบว่าโดยรวมและรายด้าน แตกต่างกันอย่างไม่มีระดับนัยสำคัญทางสถิติ

ปาริชาติ บัวเจริญ (2554:บทคัดย่อ) ทำการศึกษาการเรียนปัจจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา ภาคพายัพ เชียงใหม่เพื่อศึกษาระดับของตัวแปรปัจจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนและศึกษาความสัมพันธ์และค่าน้ำหนักความสำคัญของตัวแปรปัจจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียน ผลการศึกษาพบว่าครูผู้สอนมีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ การประเมินการเรียนรู้ตามสภาพจริงและมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง นักศึกษามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปรับปรุง ตัวแปรปัจจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนทั้ง 3 ตัวแปรกับตัวแปรตามทั้ง 2 ตัวแปรมีสัมฤทธิ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สหสัมพันธ์พหุนามอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีสัมฤทธิ์พหุคูณเอกนามกับตัวแปรตามแต่ละตัว อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 ตัวแปรปัจจัยการสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ส่งผลทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 ตัวแปรปัจจัยการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ไม่ส่งผลต่อสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ แต่ส่งผลทางบวกต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 ส่วนตัวแปรปัจจัยการประเมินการเรียนรู้ตามสภาพจริงไม่ส่งผลต่อตัวแปรตามทั้ง 2 ตัว

ไพรัช วงศ์ศรีตระกูล (2555:บทคัดย่อ) ทำการศึกษาการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง แคลคูลัส โดยใช้ซอฟท์แวร์ The Geometer's Sketchpad (GSP)ผลการศึกษา พบว่า สื่อการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ 77.62/73.20 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเรื่อง แคลคูลัส โดยใช้ซอฟท์แวร์ GSP อยู่ในระดับมาก และมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง แคลคูลัส อยู่ในระดับมาก

งานวิจัยต่างประเทศ

บีเกิล (Begle, 1979 : 41 – 43) ได้สังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวกับบทบาทของความรู้ของครูที่มีต่อประสิทธิภาพของนักเรียน ระหว่างปี ค.ศ. 1960 – 1976 โดยเขาพิจารณาจากความรู้ของครู 3 ชนิด ดังนี้ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับการสอน และบริบทอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งครูได้เรียนในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างที่ศึกษาอยู่ในมหาวิทยาลัย ผลการศึกษา พบว่า จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความรู้ที่ครูได้รับมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนร้อยละ 10 และมีความสัมพันธ์เชิงลบกับผลการปฏิบัติงานของนักเรียนร้อยละ 8 ในทำนองเดียวกันรายวิชาที่เกี่ยวกับวิธีการสอนคณิตศาสตร์ส่งผลเชิงบวกต่อกรณีศึกษาถึงร้อยละ 24 และส่งผลเชิงลบต่อกรณีศึกษาร้อยละ 6 นอกจากนี้ การที่ครูเรียนในวิชาเอกคณิตศาสตร์ก็ส่งผลเชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนร้อยละ 9 และส่งผลเชิงลบต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนร้อยละ 4 ของการศึกษา

ราวเดนบรัช, ภูมิรัท และคามาริ (Raudenbush, Phumirat and Kamali, 1992 : 165-177) จัดทำงานวิจัยเพื่อศึกษาการรับรู้ในความรู้ความสามารถและความเชื่อในการสอนของครู ผลการวิจัยกล่าวว่าการรับรู้ความรู้ความสามารถของครูในเชิงบวกจำเป็นต้องเกิดขึ้นพร้อมกับการแสวงหาความรู้และการมีทักษะในการสอนที่ดี จึงจะทำให้เกิดประสิทธิผลในการสอน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

อย่างสมบูรณ์ และผลงานวิจัยนี้ยังเชื่ออีกว่า การรับรู้ความรู้ความสามารถของครูหรือความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถของครูมีความสัมพันธ์กับพฤติกรรมการสอนที่มีประสิทธิผลของครู

เอดเวอร์ดส์ และคณะ (Edwards et al, 1996 : 259) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการรับรู้ความสามารถของครูและระดับความรู้ของครู กลุ่มตัวอย่างเป็นครูสตรีจำนวน 430 คน ซึ่ง 83% สอนในโรงเรียนประถมศึกษา โดยใช้แบบสอบถาม 4 ชุด ผลการวิจัยพบว่า มีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญระหว่างการรับรู้ความสามารถกับระดับความรู้ของครู และพบว่าครูสตรีที่รับรู้ความสามารถของตนเองและความรู้ในระดับสูงจะมีความสัมพันธ์เชิงลบกับจำนวนปีที่มีประสบการณ์ นอกจากนั้น ผลการวิจัยได้พบอีกว่า ครูสตรีที่รับรู้ความสามารถของตนเองต่ำ จะเป็นครูในโรงเรียนมัธยมที่มีประสบการณ์ในการสอนน้อย และมีระดับความรู้ต่ำ

แบนดูรา (Bandura, 1997 : 240-243) ได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการรับรู้ความรู้ความสามารถของครู ได้บ่งชี้ว่าความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถในการสอนของครู เป็นส่วนหนึ่งในการกำหนดวิธีจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียนและวิธีประเมินผล โดยครูที่รู้ว่าตนเองมีการรับรู้ความสามารถสูงเป็นครูที่เปิดรับแนวคิดใหม่ๆ ที่หลากหลายให้เหมาะสมกับผู้เรียน มีความรู้สึกที่มั่นคงเมื่อเผชิญกับปัญหาหรืออุปสรรค อดทนกับนักเรียนที่เรียนช้าหรือมีปัญหาในห้องเรียนกระตือรือร้นในการสอน มีความมุ่งมั่นในการสอน ฯลฯ ส่วนครูที่มีระดับการรับรู้ความสามารถต่ำส่วนมากเป็นครูที่มีประสิทธิผลต่ำในการปฏิบัติการสอน

บาร์เกอร์ (Barker, 2007 : 191 – 194) ได้ทำการศึกษาความรู้ของครูเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตที่มีผลต่อการจัดการเรียนการสอน ซึ่งการศึกษานำไปสู่ความเข้าใจความรู้ของครูเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน และความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับพีชคณิตทั่วๆ ไป โดยใช้การสัมภาษณ์ครูจำนวน 2 คน ซึ่งการสัมภาษณ์ถูกกำหนดประเด็นที่เกี่ยวกับชนิดของความรู้ที่ครูใช้ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน และความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ผลของการศึกษาพบว่า การอธิบายที่เน้นให้นักเรียนได้ให้เหตุผล และวิธีการที่หลากหลายในการอธิบาย ทำให้เห็นอย่างชัดเจนว่าครูถูกใช้ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียนในการอภิปรายเกี่ยวกับการสอนของพวกเขา

ชาราแลมโบส (Charalambous, 2008 : 938-939)ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการสอนและประสิทธิภาพในการปฏิบัติการสอนของนักศึกษาครู ซึ่งเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูและการปฏิบัติการสอน

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

โดยเฉพาะการศึกษาในประเด็น ดังนี้ 1) ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพการปฏิบัติการสอนของนักศึกษาครู 2) การศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับความเชื่อและข้อมูลพื้นฐานของนักศึกษาครู และ 3) การศึกษาผลของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีผลต่อการปฏิบัติการสอน ผลของการศึกษาพบว่า มีความสัมพันธ์กันอย่างมากระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพการปฏิบัติการสอนของนักศึกษาครู แต่ปัจจัยนี้ไม่ได้เป็นสื่อกลางในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพของการสอนของนักศึกษาครู ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ความเชื่อและภาพเกี่ยวกับการสอนของนักศึกษาครู พบว่าประสิทธิภาพการสอนของนักศึกษาครูแยกออกจากความรู้ของพวกเขา นอกจากนี้ ความรู้ของนักศึกษาครูสามารถที่จะช่วยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์

โซฟ (Zopf, 2010 : abstract) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู กรณีการทำงานทางคณิตศาสตร์และความรู้ซึ่งนำมาโดยครู การวิจัยนี้ศึกษาความต้องการในการทำงานและความรู้ทางคณิตศาสตร์ของงานในการเรียนการสอนของครู ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาการเรียนการสอนของครูคณิตศาสตร์ 2 คน ที่มีความแตกต่างกันในการฝึกอบรม นักเรียนมีความแตกต่างกัน โดยเป็นครูคณิตศาสตร์และนักศึกษาครู การจัดเตรียมข้อมูลเพื่อพิสูจน์งานที่เกิดขึ้นและความต้องการของการทำงานการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แก่ครู ประการแรก คือการระบุโดเมนงานต่างๆ ภายในการทำงานของครูทั้งสอง โดยพิจารณาจากงาน 3 งาน ได้แก่ เลือกการตีความและวิธีการเลือกตัวอย่าง และการจัดการงานทางคณิตศาสตร์ สี่กรณีของการเรียนการสอน สองจากการศึกษาของครูแต่ละคนสำหรับการวิเคราะห์องค์ประกอบของโดเมนงานจากการวิเคราะห์ข้ามกรณีเพื่อแยกความแตกต่างขององค์ประกอบที่ดูเหมือนจะมีความสอดคล้องกันและกรณีที่แตกต่างกัน และนำเสนอการศึกษากรอบการทำงานของครู ประการที่สอง การตรวจสอบการทำงานทางคณิตศาสตร์ของกรณีศึกษาสำหรับความต้องการความรู้ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดเมนของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครู อภิปรายเชิงคุณภาพที่โดดเด่นของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูที่ปรากฏลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครู วิธีการและสิ่งที่ใช้สำหรับการทำงานของครู

ลี (Li, 2011 : 1-16) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องขั้นตอนเชิงพีชคณิต กรณีศึกษาการแก้สมการกำลังสอง การศึกษาครั้งนี้จะอธิบายถึงลำดับของการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการออกแบบและกำหนดไว้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ติดต่อกัน 3 บท เกี่ยวกับขั้นตอนทางพีชคณิต 4 ขั้นสำหรับการแก้ปัญหาสมการกำลังสอง และมุ่งเน้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในการกระทำและการตัดสินใจของครู หนึ่งในสามโดเมนของความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ความรู้ของครูเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้สมการเป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดในการสร้างบทเรียนและอาจส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าการเตรียมความพร้อมของครูคณิตศาสตร์และการพัฒนาวิชาชีพครูจะเปิดโอกาสให้ครูได้ทบทวนการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ในเชิงลึก และการพัฒนาทักษะการเรียนการสอนในการทำการตัดสินใจที่จะรักษาสมดุลของโดเมนทั้งหมดของความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ความเชื่อของครู และปัจจัยอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวัดระดับความสามารถในการปฏิบัติการทางพีชคณิต

โอแลนอฟ (Olanoff, 2012 : abstract) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารเศษส่วน เพื่อตอบคำถามวิจัยว่า อะไรคือความรู้ที่ครูต้องมีสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาเรื่องการคูณและการหารเศษส่วน กลุ่มเป้าหมายเป็นครูคณิตศาสตร์ที่สอนระดับอุดมศึกษา จำนวน 3 คน ซึ่งมีคุณสมบัติตามเกณฑ์ ได้แก่ มีประสบการณ์ในการสอนนักศึกษาครูเป็นระยะเวลานาน มีประสบการณ์ในการออกแบบหลักสูตร และมีหลักฐานการทำงานที่แสดงถึงการปรับปรุงการเรียนการสอน การเก็บรวบรวมข้อมูลใช้การสัมภาษณ์ก่อนการสอนและหลังการสอน การสังเกตการณ์สอนระหว่างการสอน การวิเคราะห์ข้อมูลมุ่งเน้นไปที่ 3 งานหลักจากการสอน ได้แก่ การสอนเรื่องการคูณและการหารเศษส่วน การช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และการประเมินความเข้าใจของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ที่จำเป็นสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษาในอนาคตเรื่องการคูณและการหารเศษส่วนที่เป็นส่วนประกอบที่สำคัญ 4 ด้านได้แก่ 1. ทำความเข้าใจในวิธีการและรูปแบบที่หลายหลายของการคูณและการหารเศษส่วน 2. ตัดสินใจเลือกหัวข้อที่จะมุ่งเน้นเฉพาะ 3. กำหนดเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจงที่ต้องการให้นักเรียนรู้ และ 4. ออกแบบและใช้การประเมินผลอย่างมีความหมายเพื่อช่วยในการตัดสินใจว่าแต่ละคนบรรลุเป้าหมายการเรียนรู้

แพทริซิโอ และคาร์ล (Patricio and Karl, 2012 : 1-8) ได้ทำการวิจัยเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย การวิจัยนี้เป็นการพัฒนาเครื่องมือเพื่อวัดความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยรายงานเกี่ยวกับกระบวนการของการพัฒนาและข้อคำถามที่ใช้ในการวัดโดเมนต่าง ๆ ของความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิต

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการศึกษาพบว่าประสบการณ์ด้านการสอนมีความสัมพันธ์กับการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากผลการศึกษานี้อาจเป็นแนวทางเสนอวิธีการจัดการเรียนการสอนของความคิดรวบยอดเฉพาะเพื่อใช้ในการออกแบบคำถามความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จากข้อมูลข้างต้นในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดกรอบการศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์วิชาแคลคูลัส 1 ประกอบด้วย ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน 1) **ความรู้ด้านเนื้อหา** หมายถึงความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 ประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์(Conceptual Knowledge) ความรู้เชิงกระบวนการ(Procedural Knowledge) ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง (Common Content Knowledge: CCK) และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ(Specialized Content Knowledge: SCK) 2) **ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้** หมายถึงความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนรู้ ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร ความรู้เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ เป็นความรู้ที่ช่วยให้ครูตัดสินใจในการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างน่าสนใจ สามารถสร้างแรงจูงใจในการเรียน มีวิธีการการจัดการชั้นเรียนที่เหมาะสม รู้จักการเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหา สามารถเลือกใช้วิธีการวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ในการจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส 1 และ3) ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน หมายถึงความรู้ที่เกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ในการคิดของผู้เรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์เดิมไปใช้ในการสร้างมโนทัศน์ใหม่ และความหลากหลายของ การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY