




ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



ภาคผนวก ก

แบบทดสอบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ชื่อ.....

ชื่อเล่น.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบการวิเคราะห์หมันทัศน์ที่กลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียน
คณิตศาสตร์

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 เวลา 2 ชั่วโมง

.....
คำชี้แจง 1. ข้อสอบเป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบอย่างละเอียดทุก
ขั้นตอนในแต่ละข้อ

.....
1. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด(2,3) และวงกลมนี้ผ่านจุด(5,7)จงหาความยาวของเส้นผ่าน
ศูนย์กลางนี้
วิธีทำ

.....
2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x - 4y = 0$ กับจุด (2,-3)
วิธีทำ

.....
3. ถ้า C(2,3)เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A(-2,0)และB(x,y) จงหา B(x,y)
วิธีทำ

4. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอด $A(2,k)$ และ $B(5,6)$ มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $C(-2,1)$ และ $D(1,5)$ จงหาค่า k

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

5. กำหนด $A(-2,-2), B(4,-2), C(x,y)$ และ $D(-2,2)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยมี AB เป็นฐาน ซึ่งยาวเป็นสองเท่าของความยาว CD จงหาความชันของ BC

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

6. จงแสดงว่าจุด $A(2,3), B(4,5)$ และ $C(6,7)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

7. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(k,7)$ และ $B(-3,-2)$ ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(3,2)$ และ $D(1,-4)$ จงหาค่า k

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

8. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(5,-2)$ และมีความชัน $m = \frac{2}{3}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

9. จากสมการเส้นตรง $4x-3y-5=0$ จงหาความชันและจุดตัดบนแกน x และ แกน y

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

10. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $3x + 4y - 5 = 0$ กับเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

11. ถ้าเลื่อนแกนไปโดยใช้จุด $(-2,3)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่ ซึ่ง $A(0,2), B(-5,4), C(4,-1)$ และ $D(-3,-5)$ เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม จงเขียนกราฟและหาพิกัดเหล่านี้เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

12. จงหาความสัมพัทธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(1,-3)$ และมีรัศมี 5 หน่วย

วิธีทำ

.....

.....

.....

13. จงหาจุดยอด โฟกัส ไดรเรกตริกซ์ แกนพาราโบลา ความยาวของลาตัสเรกตัม พร้อมทั้งเขียนกราฟ จากสมการ $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

14. กำหนดให้วงรีมีโฟกัสอยู่ที่จุด $(3,0)$ และ $(-3,0)$ และผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปยังโฟกัสทั้งสอง เท่ากับ

8 หน่วย จงหาสมการวงรี

วิธีทำ

.....

.....

.....

15. จากสมการ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส จุดปลายแกนตั้งยุค ความยาว ลาตัสเรกตัม สมการกำกับเส้น พร้อมทั้งเขียนกราฟ


วิธีทำ

.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก ข

การตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางภาคผนวกที่ 1 ดัชนีความสอดคล้อง(IOC)ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

| ข้อที่ | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | | | ค่าความสอดคล้อง (IOC) | แปลความหมาย | ข้อที่เลือกใช้ |
|--------|----------------------------|---------|---------|------------|--------------------------|-------------|----------------|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | ΣR | | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0.33 | ไม่สอดคล้อง | |
| 2 | +1 | 1+ | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 3 | +1 | 1+ | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 4 | +1 | 1+ | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 5 | +1 | +1 | 0 | 2 | 0.67 | สอดคล้อง | |
| 6 | +1 | 0 | 0 | 1 | 0.33 | ไม่สอดคล้อง | |
| 7 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 8 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 9 | +1 | +1 | 0 | 2 | 0.67 | สอดคล้อง | |
| 10 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 11 | +1 | +1 | 0 | 2 | 0.67 | สอดคล้อง | |
| 12 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 13 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 14 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 15 | +1 | 0 | +1 | 2 | 0.67 | สอดคล้อง | |
| 16 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 17 | +1 | 0 | 0 | 1 | 0.33 | ไม่สอดคล้อง | |
| 18 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 19 | +1 | 0 | +1 | 2 | 0.67 | สอดคล้อง | |
| 20 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 21 | +1 | +1 | 0 | 2 | 0.67 | สอดคล้อง | |
| 22 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 23 | +1 | 0 | +1 | 2 | 0.67 | สอดคล้อง | |
| 24 | +1 | 0 | +1 | 2 | 0.67 | สอดคล้อง | |
| 25 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |
| 26 | +1 | +1 | 0 | 2 | 0.67 | สอดคล้อง | |
| 27 | +1 | +1 | +1 | 3 | 1 | สอดคล้อง | ✓ |

ตารางภาคผนวกที่ 2 ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) รายข้อของแบบทดสอบ
เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

| แบบทดสอบข้อที่ | ค่าความยาก (P) | ค่าอำนาจจำแนก (D) |
|----------------|----------------|-------------------|
| 1 | 0.63 | 0.20 |
| 2 | 0.53 | 0.33 |
| 3 | 0.53 | 0.27 |
| 4 | 0.47 | 0.33 |
| 5 | 0.65 | 0.20 |
| 6 | 0.52 | 0.43 |
| 7 | 0.30 | 0.47 |
| 8 | 0.50 | 0.40 |
| 9 | 0.40 | 0.47 |
| 10 | 0.48 | 0.35 |
| 11 | 0.57 | 0.20 |
| 12 | 0.48 | 0.25 |
| 13 | 0.35 | 0.40 |
| 14 | 0.45 | 0.20 |
| 15 | 0.48 | 0.25 |

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ (α) = 0.75

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแบบทดสอบที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบทดสอบข้อที่ 1

1. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด(2,3) และวงกลมนี้ผ่านจุด(5,7)จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนี้

วิธีทำ $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ (A)

$$\sqrt{(3^2+4^2)}$$

$$\sqrt{9+16}$$

$$= 25$$

∴ เส้นผ่านศูนย์กลางยาว 25 หน่วย

1. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด(2,3) และวงกลมนี้ผ่านจุด(5,7)จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนี้

วิธีทำ P.B. $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ (A)

$$= \sqrt{(2-5)^2 + (3-7)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25}$$

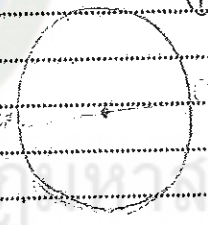
$$= 5 \text{ หน่วย}$$

1. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด(2,3) และวงกลมนี้ผ่านจุด(5,7)จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนี้

วิธีทำ $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ (A)

$$= \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$= \sqrt{9+16}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$


1. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด(2,3) และวงกลมนี้ผ่านจุด(5,7)จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนี้

วิธีทำ $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ (A)

$$= \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$= \sqrt{9+16}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

1. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด(2,3) และวงกลมนี้ผ่านจุด(5,7)จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนี้

วิธีทำ..... $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ (1)

$\sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2}$

$= \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$

1. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด(2,3) และวงกลมนี้ผ่านจุด(5,7)จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนี้

วิธีทำ..... $\frac{x_2-x_1}{2} = \frac{2-5}{2} = \frac{-3}{2}$ (2)

$\frac{y_2-y_1}{2} = \frac{3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

1. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด(2,3) และวงกลมนี้ผ่านจุด(5,7)จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนี้

วิธีทำ..... (3)

$\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2}$

$= \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25} = 5$

แบบทดสอบข้อที่ 2

2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x - 4y = 0$ กับจุด $(2, -3)$

วิธีทำ $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{3(2) - 4(-3)}{5}$ (A)

$= \frac{3x - 4y}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$ $= \frac{6 - (-12)}{5}$

$= \frac{3x - 4y}{\sqrt{25}}$ $= \frac{18}{5}$

$= \frac{3x - 4y}{5}$ $= 3.6$

2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x - 4y = 0$ กับจุด $(2, -3)$

วิธีทำ $d = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ (A)

$= \frac{|3(2) + (-1)(-3) + 0|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}}$

$= \frac{|6 + 3 + 0|}{\sqrt{9 + 1}}$

$= \frac{9}{\sqrt{10}}$

2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x - 4y = 0$ กับจุด $(2, -3)$

วิธีทำ $Ax + By + C = 0$ (A)

$d = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

$= \frac{|3(2) - 4(-3) + 0|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$

$= \frac{18}{5}$

2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x - 4y = 0$ กับจุด $(2, -3)$

วิธีทำ $d = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ (A)

$d = \frac{|3 + (-4) + 0|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$

$d = \frac{|-1|}{\sqrt{25}}$

$d = \frac{1}{5}$

แบบทดสอบข้อที่ 3

3. ถ้า C(2,3)เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A(-2,0)และB(x,y) จงหา B(x,y)

วิธีทำ..... $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$ ①

$A(-2,0)$ $C(2,3)$ $B(x,y)$

$\bar{x} = \frac{-2 + x}{2}$ $\bar{y} = \frac{0 + y}{2}$

$2 = \frac{-2 + x}{2}$ $3 = \frac{0 + y}{2}$

$4 = -2 + x$ $6 = 0 + y$

$x = 6$ $y = 6$

$\therefore B = (6, 6)$

3. ถ้า C(2,3)เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A(-2,0)และB(x,y) จงหา B(x,y)

วิธีทำ..... $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$ ①

$A(-2,0)$ $C(2,3)$ $B(x,y)$

$\bar{x} = \frac{-2 + x}{2}$ $\bar{y} = \frac{0 + y}{2}$

$2 = \frac{-2 + x}{2}$ $3 = \frac{0 + y}{2}$

$4 = -2 + x$ $6 = 0 + y$

$x = 6$ $y = 6$

$B = (6, 6)$

3. ถ้า C(2,3)เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A(-2,0)และB(x,y) จงหา B(x,y)

วิธีทำ..... $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$ ①

$A(-2,0)$ $C(2,3)$ $B(x,y)$

$\bar{x} = \frac{-2 + x}{2}$ $\bar{y} = \frac{0 + y}{2}$

$2 = \frac{-2 + x}{2}$ $3 = \frac{0 + y}{2}$

$4 = -2 + x$ $6 = 0 + y$

$x = 6$ $y = 6$

$B = (6, 6)$

3. ถ้า C(2,3) เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A(-2,0) และ B(x,y) จงหา B(x,y)

B : (

วิธีทำ

$$AC = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

AB

(3)

3. ถ้า C(2,3) เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A(-2,0) และ B(x,y) จงหา B(x,y)

วิธีทำ

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2 + x}{2}$$

$$= \frac{2+2}{2} = 2$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$= \frac{0 + y}{2}$$

$$\bar{y} = 3$$

$$\therefore B(x,y) \text{ จะได้ } B(4,6)$$

3. ถ้า C(2,3) เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A(-2,0) และ B(x,y) จงหา B(x,y)

วิธีทำ

$$\begin{aligned} -2 - x &= 2 \\ 0 - y &= 6 \end{aligned}$$

$$\therefore B(x,y) = B(-4,-6)$$

(3)

$$x = -4$$

$$y = -6$$

แบบทดสอบข้อที่ 4

4. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอด A(2,k) และ B(5,6) มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด C(-2,1) และ D(1,5) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - k}{5 - 2} = \frac{6 - k}{3}$
 $m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 1}{1 - (-2)} = \frac{4}{3}$
 $\frac{6 - k}{3} = \frac{4}{3}$
 $6 - k = 4$
 $-k = 4 - 6$
 $-k = -2$
 $k = 2$

4. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอด A(2,k) และ B(5,6) มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด C(-2,1) และ D(1,5) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{6 - k}{5 - 2} = \frac{6 - k}{3}$
 $m_2 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{5 - 1}{1 - (-2)} = \frac{4}{3}$
 $\frac{6 - k}{3} = \frac{4}{3}$
 $6 - k = 4$
 $-k = 4 - 6$
 $-k = -2$
 $k = 2$

4. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอด A(2,k) และ B(5,6) มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด C(-2,1) และ D(1,5) จงหาค่า k

วิธีทำ จากสูตร $m_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{6 - k}{5 - 2} = \frac{6 - k}{3}$
 $m_{CD} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{5 - 1}{1 - (-2)} = \frac{4}{3}$
 $\frac{6 - k}{3} = \frac{4}{3}$
 $6 - k = 4$
 $-k = 4 - 6$
 $-k = -2$
 $k = 2$

4. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอด A(2,k) และ B(5,6) มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด C(-2,1) และ D(1,5) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - k}{5 - 2} = \frac{6 - k}{3}$
 $m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 1}{1 - (-2)} = \frac{4}{3}$
 $\frac{6 - k}{3} = \frac{4}{3}$
 $6 - k = 4$
 $-k = 4 - 6$
 $-k = -2$
 $k = 2$

4. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอด A(2,k) และ B(5,6) มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด C(-2,1) และ D(1,5) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - k}{5 - 2}$ $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 5}{-2 - 1}$

$\frac{6 - k}{3} = \frac{-4}{-3}$

$6 - k = 4$

$-k = 4 - 6$

$-k = -2$

$k = 2$

4. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอด A(2,k) และ B(5,6) มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด C(-2,1) และ D(1,5) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - k}{5 - 2}$ $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 5}{-2 - 1}$

$\frac{6 - k}{3} = \frac{-4}{-3}$

$6 - k = 4$

$-k = 4 - 6$

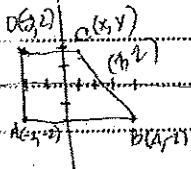
$-k = -2$

$k = 2$

แบบทดสอบข้อที่ 5

5. กำหนด $A(-2,-2), B(4,-2), C(x,y)$ และ $D(-2,2)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยมี AB เป็นฐานซึ่งยาวเป็นสองเท่าของความยาว CD จงหาความชันของ BC


วิธีทำ



ความชัน $BC = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $= \frac{2 - (-2)}{-2 - 4}$

5. กำหนด $A(-2,-2), B(4,-2), C(x,y)$ และ $D(-2,2)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยมี AB เป็นฐานซึ่งยาวเป็นสองเท่าของความยาว CD จงหาความชันของ BC

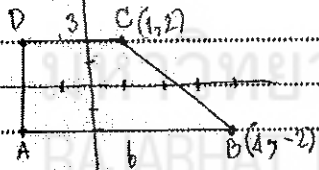
วิธีทำ



$AB = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (-2 - (-2))^2} = \sqrt{6^2 + 0^2} = \sqrt{36} = 6$
 $CD = \sqrt{(x - (-2))^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}$
 $AB = 2 \cdot CD \Rightarrow 6 = 2 \cdot \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} \Rightarrow 3 = \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}$
 $9 = (x+2)^2 + (y-2)^2$
 $9 = 3^2 + 0^2 \Rightarrow 9 = 9 + 0 \Rightarrow 0 = 0$ ไม่มีความชัน

5. กำหนด $A(-2,-2), B(4,-2), C(x,y)$ และ $D(-2,2)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยมี AB เป็นฐานซึ่งยาวเป็นสองเท่าของความยาว CD จงหาความชันของ BC

วิธีทำ



$m_{BC} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$
 $= \frac{2 - (-2)}{-2 - 4} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$

แบบทดสอบข้อที่ 6

6. จงแสดงว่าจุด A(2,3), B(4,5) และ C(6,7) อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

วิธีทำ $x = \frac{(2+4+6)}{3} = \frac{12}{3} = 4$

$y = \frac{(3+5+7)}{3} = \frac{15}{3} = 5$

(4,5)

6. จงแสดงว่าจุด A(2,3), B(4,5) และ C(6,7) อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

วิธีทำ AB $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$ BC $(A-b)^2 + (c-d)^2$ AC $(a-b)^2 + (c-d)^2$

$(2-4)^2 + (3-5)^2$ $(-2)^2 + (-2)^2$ $(2-6)^2 + (3-7)^2$

$(-2)^2 + (-2)^2$ $(-2)^2 + (-2)^2$ $(-4)^2 + (-4)^2$

$4 + 4$ $4 + 4$ $16 + 16$

8 8 32

8 8 32

6. จงแสดงว่าจุด A(2,3), B(4,5) และ C(6,7) อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

วิธีทำ AB $= \sqrt{(2-4)^2 + (3-5)^2}$ BC $= \sqrt{(4-6)^2 + (5-7)^2}$ AC $= \sqrt{(2-6)^2 + (3-7)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2}$ $= \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2}$ $= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{4+4}$ $= \sqrt{4+4}$ $= \sqrt{16+16}$

$= \sqrt{8}$ $= 2\sqrt{2}$ $= \sqrt{32}$

$= 2\sqrt{2}$ $= 2\sqrt{2}$ $= 4\sqrt{2}$

∴ จุด A, B, C อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

แบบทดสอบข้อที่ 7

7. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด A(k,7) และ B(-3,-2) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด C(3,2) และ D(1,-4) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 7}{-3 - k} = \frac{-9}{-3 - k}$

$m_{CD} = \frac{2 - (-4)}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$

$-1 = \frac{-9}{-3 - k}$

$-1(-3 - k) = 9$

$3 + k = 9$

$k = 9 - 3$

$k = 6$

7. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด A(k,7) และ B(-3,-2) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด C(3,2) และ D(1,-4) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$

$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 7}{-3 - k} = \frac{-9}{-3 - k}$

$m_{CD} \times m_{AB} = -1$

$3 \times \frac{-9}{-3 - k} = -1$

$\frac{-27}{-3 - k} = -1$

$-27 = -1(-3 - k)$

$-27 = 3 + k$

$k = -27 - 3$

$k = -30$

7. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด A(k,7) และ B(-3,-2) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด C(3,2) และ D(1,-4) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$

$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 7}{-3 - k} = \frac{-9}{-3 - k}$

$m_{CD} \times m_{AB} = -1$

$3 \times \frac{-9}{-3 - k} = -1$

$\frac{-27}{-3 - k} = -1$

$-27 = -1(-3 - k)$

$-27 = 3 + k$

$k = -27 - 3$

$k = -30$

7. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด A(k,7) และ B(-3,-2) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด C(3,2) และ D(1,-4) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$

$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 7}{-3 - k} = \frac{-9}{-3 - k}$

$m_{CD} \times m_{AB} = -1$

$3 \times \frac{-9}{-3 - k} = -1$

$\frac{-27}{-3 - k} = -1$

$-27 = -1(-3 - k)$

$-27 = 3 + k$

$k = -27 - 3$

$k = -30$

7. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด A(k,7) และ B(-3,-2) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด C(3,2) และ D(1,-4) จงหาค่า k

วิธีทำ $m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$

$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 7}{-3 - k} = \frac{-9}{-3 - k}$

$m_{CD} \times m_{AB} = -1$

$3 \times \frac{-9}{-3 - k} = -1$

$\frac{-27}{-3 - k} = -1$

$-27 = -1(-3 - k)$

$-27 = 3 + k$

$k = -27 - 3$

$k = -30$

แบบทดสอบข้อที่ 8

8. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด (5,-2) และมีความชัน $m = \frac{2}{3}$ (4)

วิธีทำ $m = \frac{2}{3}$

จุด (5,-2)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-2) = \frac{2}{3}(x - 5)$$

$$y + 2 = \frac{2}{3}(x - 5)$$

8. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด (5,-2) และมีความชัน $m = \frac{2}{3}$ (5)

วิธีทำ $m = \frac{2}{3}$

$$\frac{2}{3} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - y_2}{5 - x_2}$$

$$-4 - 2y_2 = 15 + 3x_2$$

สมการ $-3x_2 - 2y_2 - 19 = 0$

8. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด (5,-2) และมีความชัน $m = \frac{2}{3}$ (5)

วิธีทำ $m = \frac{2}{3}$

$$\frac{2}{3} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - y_2}{5 - x_2}$$

$$-4 - 2y_2 = 15 + 3x_2$$

สมการ $-3x_2 - 2y_2 - 19 = 0$

8. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด (5,-2) และมีความชัน $m = \frac{2}{3}$ (5)

วิธีทำ $m = \frac{2}{3}$

$$y_1 - y_2 = m(x_1 - x_2)$$

$$-2 - y = \frac{2}{3}(5 - x)$$

$$-2 - y = \frac{10 - 2x}{3}$$

$$3(-2 - y) = 10 - 2x$$

$$-6 - 3y = 10 - 2x$$

$$2x - 3y - 16 = 0$$

8. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด (5,-2) และมีความชัน $m = \frac{2}{3}$

วิธีทำ

สูตร $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - (-2) = \frac{2}{3}(x - 5)$$

$$y + 2 = \frac{2}{3}x - \frac{10}{3}$$

ตัดสมการที่มีค่าคงที่

#

แบบทดสอบข้อที่ 9

9. จากสมการเส้นตรง $4x - 3y - 5 = 0$ จงหาความชันและจุดตัดบนแกน x และ แกน y (4)

วิธีทำ.....

ความชัน $= -\frac{A}{B} = \frac{4}{3}$ จุดตัดแกน x ที่จุด $(\frac{5}{4}, 0)$

จุดตัดแกน y ที่จุด $(0, -\frac{5}{3}) = (0, \frac{5}{-3})$

3

9. จากสมการเส้นตรง $4x - 3y - 5 = 0$ จงหาความชันและจุดตัดบนแกน x และ แกน y

วิธีทำ.....

ความชัน $= \frac{A}{B} = \frac{4}{-3}$ จุดตัดแกน y ที่จุด $(0, \frac{5}{-3})$ (3)

จุดตัดแกน x ที่จุด $(\frac{5}{4}, 0)$

9. จากสมการเส้นตรง $4x - 3y - 5 = 0$ จงหาความชันและจุดตัดบนแกน x และ แกน y (4)

วิธีทำ.....

ความชัน $= -\frac{A}{B} = \frac{4}{3}$ จุดตัดแกน x ที่จุด $(\frac{5}{4}, 0)$

จุดตัดแกน y ที่จุด $(0, -\frac{5}{3}) = (0, \frac{5}{-3})$

9. จากสมการเส้นตรง $4x - 3y - 5 = 0$ จงหาความชันและจุดตัดบนแกน x และ แกน y

วิธีทำ.....

$m = -\frac{A}{B} = \frac{-4}{3}$

จุดตัดบนแกน x ตั้ง $4x - 5 = 0$
 $x = \frac{5}{4}$ จุดตัด $(\frac{5}{4}, 0)$

จุดตัดบนแกน y ตั้ง $-3y - 5 = 0$, $y = \frac{5}{-3}$ $(0, \frac{5}{-3})$

9. จากสมการเส้นตรง $4x - 3y - 5 = 0$ จงหาความชันและจุดตัดบนแกน x และ แกน y

วิธีทำ.....

จุดตัดบนแกน x $(\frac{5}{4}, 0)$

จุดตัดบนแกน y $(0, \frac{5}{-3})$

$\therefore m = \frac{5}{4}$ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - \frac{5}{-3}}{\frac{5}{4} - 0}$ $\frac{5}{4}$

แบบทดสอบข้อที่ 10

10. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $3x + 4y - 5 = 0$ กับเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$

วิธีทำ $A = 3$ $B = 4$ $C_1 = -5$ $C_2 = -10$ (3)

จากสูตร $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|-5 - (-10)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-5 + 10|}{\sqrt{25}} = \frac{5}{5} = 1$ หน่วย

10. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $3x + 4y - 5 = 0$ กับเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$

วิธีทำ $A = 3$ $B = 4$ $C_1 = -5$ $C_2 = -10$ (3)

จากสูตร $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|-5 - (-10)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{5}{5} = 1$ หน่วย

10. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $3x + 4y - 5 = 0$ กับเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$

วิธีทำ $3x + 4y - 5 = 0$ — (1) $3x + 4y - 10 = 0$ — (2)

$(1) \times 2; 6x + 8y - 10 = 0$

จากสูตร $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|-10 - (-10)|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{0}{\sqrt{100}} = 0$ หน่วย

10. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $3x + 4y - 5 = 0$ กับเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$ (3)

วิธีทำ $A = 3$ $B = 4$ $C_1 = -5$ $C_2 = -10$

จากสูตร $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C_1| - |Ax_1 + By_1 + C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|3(3) + 4(4) + (-5)| - |3(3) + 4(4) + (-10)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|15 - 5| - |15 - 10|}{5} = \frac{10 - 5}{5} = 1$ หน่วย

10. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน $3x + 4y - 5 = 0$ กับเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$

วิธีทำ $A = 3$ $B = 4$ $C_1 = -5$ $C_2 = -10$ (3)

จากสูตร $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|-5 - (-10)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-5 + 10|}{\sqrt{25}} = \frac{5}{5} = 1$ หน่วย

แบบทดสอบข้อที่ 11

11. ถ้าเลื่อนแกนไปโดยใช้จุด⁵ $(-2,3)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่ ซึ่ง $A(0,2), B(-5,4), C(4,-1)$ และ $D(-3,-5)$ เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม จงเขียนกราฟและหาพิกัดเหล่านี้เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

วิธีทำ..... จุดพิกัด/จุดเดิม คือ (h, k) คือ $(-2, 3)$
 จุด (x', y') คือ $x' = x - h$ $y' = y - k$
 จุด $A(0, 2) \rightarrow A'(0 - (-2), 2 - 3) = (-2, -1)$
 $B(-5, 4) \rightarrow B'(-5 - (-2), 4 - 3) = (-3, 1)$
 $C(4, -1) \rightarrow C'(4 - (-2), -1 - 3) = (6, -4)$
 $D(-3, -5) \rightarrow D'(-3 - (-2), -5 - 3) = (-5, -8)$

11. ถ้าเลื่อนแกนไปโดยใช้จุด $(-2,3)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่ ซึ่ง $A(0,2), B(-5,4), C(4,-1)$ และ $D(-3,-5)$ เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม จงเขียนกราฟและหาพิกัดเหล่านี้เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

วิธีทำ..... ให้ (x, y) เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับพิกัดเดิม
 (x', y') เป็นพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับพิกัดใหม่
 จุดที่เลื่อนแกน คือ $(h, k) = (-2, 3)$
 จุด $A(0, 2)$ จะได้ $x' = 0 - (-2) = 2$ $y' = 2 - 3 = -1 \Rightarrow A'(2, -1)$
 จุด $B(-5, 4)$ จะได้ $x' = -5 - (-2) = -3$ $y' = 4 - 3 = 1 \Rightarrow B'(-3, 1)$
 จุด $C(4, -1)$ จะได้ $x' = 4 - (-2) = 6$ $y' = -1 - 3 = -4 \Rightarrow C'(6, -4)$
 จุด $D(-3, -5)$ จะได้ $x' = -3 - (-2) = -5$ $y' = -5 - 3 = -8 \Rightarrow D'(-5, -8)$

แบบทดสอบข้อที่ 13

13. จงหาจุดยอด โฟกัส ไดรเรกตริกซ์ แกนพาราโบลา ความยาวของลาตัสเรกตัม พร้อมทั้งเขียนกราฟจาก
สมการ $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$

วิธีทำ..... ตัดกลุ่มกร. $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$

| | | |
|----------------|-------------------|---------------------------------|
| $y^2 - 6y$ | $= 20x - 109$ | แกนพาราโบลาขนานกับ |
| $y^2 - 6y + 9$ | $= 20x - 109 + 9$ | แนว x คือ $y = k$ จะได้ $y = 5$ |
| $y^2 - 6y + 9$ | $= 20x - 100$ | เส้นลัตัสเรกตัม $= 20$ |
| $(y+3)^2$ | $= 20(x-5)$ | ไดเรกตริกซ์ คือ $(x=2)$ |
| $(y+3)^2$ | $= 4(5)(x-5)$ | $x = h - c = 3 - 5 = -2$ |

จุดยอดคือ $V(h, k)$ จะได้ $(3, 5)$, $h=3, k=5$

13. จงหาจุดยอด โฟกัส ไดรเรกตริกซ์ แกนพาราโบลา ความยาวของลาตัสเรกตัม พร้อมทั้งเขียนกราฟจาก
สมการ $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$

วิธีทำ..... กำหนดสมการให้ $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$ | ตัดลัตัสเรกตัม คือ 20

| | | |
|----------------|--------------------|-------------------------|
| $y^2 - 6y$ | $= -20x + 109$ | จุดโฟกัส $(h+c, k)$ |
| $y^2 - 6y + 9$ | $= -20x + 109 + 9$ | คือ $(3+5, 5) = (8, 5)$ |
| $(y+3)^2$ | $= -20(x-5)$ | ไดเรกตริกซ์ $y = k - c$ |
| | | $y = 5 - 5$ |
| | | $y = 0$ |

จุดยอดคือ $V(h, k)$ คือ $V(3, 5)$

แกนพาราโบลาขนานกับ y คือ $x = 3$

13. จงหาจุดยอด โฟกัส ไดรเรกตริกซ์ แกนพาราโบลา ความยาวของลาตัสเรกตัม พร้อมทั้งเขียนกราฟจาก
สมการ $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$

วิธีทำ..... ใช้ทฤษฎีบท $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$ | จุดโฟกัส คือ $h+c, k$

| | | |
|----------------|-------------------|-------------------------------|
| $y^2 - 6y$ | $= 20x - 109$ | $(3+5, 5) = (8, 5)$ |
| $y^2 - 6y + 9$ | $= 20x - 109 + 9$ | ไดเรกตริกซ์ $x = h - c$ |
| $(y-3)^2$ | $= 20x - 100$ | $x = 3 - 5 = -2$ |
| $(y-3)^2$ | $= 20(x-5)$ | ตัดลัตัสเรกตัมคือ $4(5) = 20$ |
| $(y-3)^2$ | $= 4(5)(x-5)$ | จะได้ $C = 5$ |

จุดยอด $V(h, k)$ คือ $V(3, 5)$

13. จงหาจุดยอด โฟกัส ไดรเรกตริกซ์ แกนพาราโบลา ความยาวของลาตัสเรกตัม พร้อมทั้งเขียนกราฟจาก
สมการ $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$

วิธีทำ..... ใช้สูตร $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$ | หาค่าของ

| | | |
|----------------|--------------------|-----------|
| $y^2 - 6y$ | $= -20x + 109$ | คือ $h+c$ |
| $y^2 - 6y + 9$ | $= -20x + 109 + 9$ | คือ $h+c$ |
| $(y-3)^2$ | $= -20x + 118$ | |
| $(y-3)^2$ | $= -20(x-5)$ | |

จุดยอด $V(h, k)$ คือ $V(3, 5)$

แบบทดสอบข้อที่ 14

14. กำหนดให้วงรีมีโฟกัสอยู่ที่จุด (3,0) และ (-3,0) และผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 8 หน่วย จงหาสมการวงรี

วิธีทำ: จุดโฟกัสอยู่ที่จุด (3,0) และ (-3,0) จุดศูนย์กลางคือ (0,0)
 และ C = 3 ผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 8
 2a = 8 ∴ a = 4
 จุดยอดคือ (4,0) และ (-4,0)
 จาก $b^2 = a^2 - c^2$ ∴ $b^2 = 16 - 9 = 7$
 ∴ $b = \sqrt{7}$
 สมการวงรีคือ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

14. กำหนดให้วงรีมีโฟกัสอยู่ที่จุด (3,0) และ (-3,0) และผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 8 หน่วย จงหาสมการวงรี

วิธีทำ: จากโจทย์ได้จุดศูนย์กลางคือ (0,0) และ C = 3
 ผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 8 ∴ 2a = 8 ∴ a = 4
 จุดยอดคือ (4,0) และ (-4,0)
 จาก $b^2 = a^2 - c^2$
 $b^2 = 16 - 9 = 7$
 $b = \sqrt{7}$
 จุดปลายแกน y คือ (0, $\sqrt{7}$) และ (0, $-\sqrt{7}$)
 สมการวงรีคือ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

14. กำหนดให้วงรีมีโฟกัสอยู่ที่จุด (3,0) และ (-3,0) และผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 8 หน่วย จงหาสมการวงรี

วิธีทำ: จากโจทย์ได้จุดศูนย์กลางคือ (0,0) และ C = 3
 ผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 8 ∴ 2a = 8 ∴ a = 4
 จุดยอดคือ (4,0) และ (-4,0)
 จาก $b^2 = a^2 - c^2$
 $b^2 = 16 - 9 = 7$
 $b = \pm\sqrt{7}$
 จุดปลายแกน y คือ (0, $\sqrt{7}$) และ (0, $-\sqrt{7}$)
 สมการวงรีคือ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

14. กำหนดให้วงรีมีโฟกัสอยู่ที่จุด (3,0) และ (-3,0) และผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 8 หน่วย จงหาสมการวงรี

วิธีทำ: จากโจทย์ได้จุดศูนย์กลางคือ (0,0) และ C = 3
 ผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 8 ∴ 2a = 8 ∴ a = 4
 จุดยอดคือ (4,0) และ (-4,0)
 จาก $b^2 = a^2 - c^2$
 $b^2 = 16 - 9 = 7$
 $b = \pm\sqrt{7}$
 จุดปลายแกน y คือ (0, $\sqrt{7}$) และ (0, $-\sqrt{7}$)
 สมการวงรีคือ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

แบบทดสอบข้อที่ 15

15. จากสมการ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส จุดปลายแกนตั้งทุก ความยาวลาติสเรกตัม สมการกำกับเส้น พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ..... จากสมการ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$
 $a^2 = 25 ; a = 5$
 $b^2 = 16 ; b = 4$
 หา $c^2 = a^2 - b^2$ จะได้ $c^2 = 25 - 16 = 9$
 ดังนั้น $c = 3$
 จุดศูนย์กลาง คือ $(0, 0)$
 จุดบนแกน x ที่ $(5, 0)$ และ $(-5, 0)$
 จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(3, 0)$ และ $F(-3, 0)$

15. จงหาสมการไฮเพอร์โบลามีจุดโฟกัสอยู่ที่จุด $(-2, -6)$ และ $(-2, 4)$ และผลต่างกึ่งตัวเท่ากับ 6 หน่วย

วิธีทำ..... จากจุดโฟกัสสามารถหาจุดศูนย์กลางได้ $\left(\frac{-2+(-2)}{2}, \frac{(-6)+(4)}{2} \right) = (-2, -1)$
 $h = -2, k = -1$

ผลต่างกึ่งตัวเท่ากับ b จะได้ $2a = b, a = 3$

หา c จาก $c^2 = a^2 + b^2$ จากจุดโฟกัสและจุดศูนย์กลาง $= \sqrt{(-2+(-2))^2 + (-1+4)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

หา $b^2 = a^2 - c^2$ จะได้ $b^2 = 9 - 25 = -16$ $b^2 = -16, b = 4$

แกนตรงแนวตั้ง $x = -2$

จะได้สมการ $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

จะได้ $\frac{(y+1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{16} = 1$

$16(y+1)^2 - 9(x+2)^2 = 1$

$16(y^2 + 2y + 1) - 9(x^2 + 4x + 4) = 1$

$16y^2 + 32y + 16 - 9x^2 - 36x + 36 = 1$

$9x^2 + 16y^2 + 36x + 32y - 164 = 0$

15. จงหาสมการไฮเพอร์โบล่าที่มีจุดโฟกัสอยู่ที่จุด(-2,-6)และ(-2,4) และผลต่างคงตัวเท่ากับ 6 หน่วย

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือจุดกึ่งกลางระหว่างจุดโฟกัสของจุด

$$\text{คือ } \left(\frac{-2+(-2)}{2}, \frac{-6+4}{2} \right) = (-2, -1) \therefore h = -2, k = -1$$

ผลต่างคงตัวเท่ากับ $2a = 6 \therefore a = 3$
 หา c จากสมการทางคณิตศาสตร์ได้ $\sqrt{(-2+(-2))^2 + (-1+6)^2}$
 $= \sqrt{0^2 + 5^2} \quad c = 5$

จาก $b^2 = c^2 - a^2$ จะได้ $b^2 = 25 - 9 = 16 \quad b = 4$
 หาคงตัวคงตัวเท่ากับแกน y อยู่ในเส้นตรง $x = -2$

ตัวสมการคือ $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

$$\frac{(y+1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{16} = 1$$

$$16(y^2 + 2y + 1) - 9(x^2 + 4x + 4) = 144$$

$$16y^2 + 32y + 16 - 9x^2 - 36x - 36 = 144$$

$$9x^2 + 16y^2 + 36x + 32y = 42 = 0$$

15. จากสมการ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส จุดปลายแกนตั้งจุด ความยาวลาตัสแรกครึ่ง
 สมการกำกับเส้น พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ จากสมการ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$
 $a^2 = 25 ; a = 5$
 $b^2 = 16 ; b = 4$
 หา $c^2 = a^2 - b^2$ จะได้ $c^2 = 25 - 16 = 9$
 ดังนั้น $c = 3$

จุดศูนย์กลาง คือ $(0, 0)$ จุดยอดบนแกน x คือ $(5, 0)$ และ $(-5, 0)$
 จุดยอดล่างแกน y คือ $(0, 4)$ และ $(0, -4)$
 จุดโฟกัสคือ $F(\sqrt{9}, 0)$ และ $F(-\sqrt{9}, 0)$

ภาคผนวก ง
หนังสือขอความอนุเคราะห์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม โทร.๓๐๐

ที่ บว. ๐๒๑๕/๒๕๕๔

วันที่ ๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๔

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.ภูษิต บุญทองเถิง

ด้วยนางสาวเพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ รหัสประจำตัว ๕๓๘๑๐๑๖๐๑๐๓ นักศึกษาปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนร่องคำ” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านให้เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษาดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม โทร.๓๐๐

ที่ บว. ๐๒๑๕/๒๕๕๔

วันที่ ๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๔

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน อาจารย์ยุทธพงศ์ ทิพย์ชาติ

ด้วยนางสาวเพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ รหัสประจำตัว ๕๓๘๑๐๑๖๐๑๐๓ นักศึกษาปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนร่องคำ” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านให้เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านการวัดและประเมินผล ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อ โปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่าน
ด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม โทร.๓๐๐

ที่ บว. ๐๒๑๕/๒๕๕๔

วันที่ ๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๔

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.ปิยธิดา ปัญญา

ด้วยนางสาวเพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ รหัสประจำตัว ๕๓๘๑๑๐๑๖๐๑๐๓ นักศึกษาปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนร่องคำ” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านให้เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษา สติ การวัดและประเมินผล ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่าน ด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพโรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/ว ๐๒๕๖

บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๔

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไข

เรียน อาจารย์ประทีป ประพันธ์พจน์

ด้วยนางสาวเพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ รหัสประจำตัว ๕๓๘๑๐๑๖๐๑๐๓ นักศึกษา
ปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่
คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัด
กรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนร่องคำ” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย
บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านให้เป็นผู้
ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและ
ข้อผิดพลาด ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อ โปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่าน
ด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/ว ๐๒๕๖



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๔

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไข

เรียน ดร.จิรนนท์ เสนาจักร

ด้วยนางสาวเพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ รหัสประจำตัว ๕๓๘๑๑๐๑๖๐๑๐๓ นักศึกษา
ปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่
คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัด
กรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนร่องคำ” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย
บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านให้เป็นผู้
ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและ
ข้อผิดพลาด ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมค้ำเนื้อหา ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่าน
ด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/ว ๐๒๕๖



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๔

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไข

เรียน คร.มะลิวัลย์ อนุาพรรณ

ด้วยนางสาวเพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ รหัสประจำตัว ๕๓๘๑๑๐๑๖๐๑๐๓ นักศึกษา
ปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่
คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัด
กรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนร่องคำ” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย
บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านให้เป็นผู้
ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและ
ข้อผิดพลาด ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่าน
ด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพโรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/ว ๐๒๕๖

บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๔

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไข

เรียน คุณครูณัฐวุฒิ ศรีจิตรานนท์

ด้วยนางสาวเพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ รหัสประจำตัว ๕๓๘๑๑๐๑๖๐๑๐๓ นักศึกษาปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาออกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนร่องคำ” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านให้เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพโรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ที่ ศร ๐๕๔๐.๐๑/ว ๐๒๕๖



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๔

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไข

เรียน คุณครูกฤษดา นนทมา

ด้วยนางสาวเพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ รหัสประจำตัว ๕๓๘๑๐๑๖๐๑๐๓ นักศึกษา
ปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่
คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัด
กรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนร่องคำ” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย
บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านให้เป็นผู้
ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบผลการวิเคราะห์และแนวทางแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและ
ข้อผิดพลาด ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่าน
ด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/ว ๐๒๕๖



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๒๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๔

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนร่อนคำ

ด้วยนางสาวเพ็ญศิริ บุตรสาวิเศษ รหัสประจำตัว ๕๓๙๑๑๖๐๑๐๓ นักศึกษาปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังจัดทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่กลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนร่อนคำ” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรรพรณ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย