

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ของงานวิจัย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การวิเคราะห์หาแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

การวิเคราะห์แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. นำแบบทดสอบข้อที่นักเรียนทำผิดมาวิเคราะห์หาความผิดที่เกิดจากหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ปรากฏผลการวิเคราะห์ดังตารางที่ 7

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 10 การวิเคราะห์หาความผิดที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ข้อที่	นักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด ที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน		นักเรียนที่ทำ แบบทดสอบถูก		นักเรียนที่ไม่ทำ แบบทดสอบ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
1	12	20	44	73.3	4	6.7
2	9	15	49	81.7	2	3.3
3	29	48.3	30	50	1	1.7
4	27	45	28	46.7	5	8.3
5	10	16.7	44	73.3	6	10
6	38	63.3	16	26.7	6	10
7	20	33.3	23	38.3	17	28.3
8	1	1.7	45	75	14	23.3

จากตารางที่ 10 พบว่า แบบทดสอบข้อที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรียงลำดับจากมากไปหาน้อย ได้ดังนี้ ข้อ 6 มีจำนวน 38 คน ข้อ 3 มีจำนวน 29 คน ข้อ 4 มีจำนวน 27 คน ข้อ 7 มีจำนวน 20 คน ข้อ 1 มีจำนวน 12 คน ข้อ 5 มีจำนวน 10 คน ข้อ 2 มีจำนวน 9 คน และ ข้อ 8 มีจำนวน 1 คน

2. นำมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากข้อมูลในตารางที่ 10 มาหาแบบรูป สาเหตุการเกิดและแนวทางแก้ไข

2.1 ผลการวิเคราะห์ข้อที่ 6 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังภาพที่ 1

การวิเคราะห์แบบรูป

6. จงเปลี่ยนประโยค "สุชาติอ่านหนังสือได้มากกว่าครึ่งเล่มอยู่ 10 หน้า" ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ให้ x แทนจำนวนหน้าหนังสือ จะได้ $x > \frac{1}{2} + 10$

ภาพที่ 1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 6 ในแบบรูป : ด้านการตีความด้านภาษา

จากภาพที่ 1 พบว่า นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษา ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 6 ในแบบรูป : ด้านการตีความด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 38 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 6 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีการอย่างไรในการหาคำตอบ

นักเรียน : ผมให้ x แทนสุชาติอ่านหนังสือ ให้ $\frac{1}{2}$ แทนครึ่งเล่ม ดังนั้นสุชาติอ่านหนังสือได้มากกว่าครึ่งเล่มอยู่สิบหน้า ก็คือมากกว่า $\frac{1}{2}$ อยู่สิบหน้า ผมจึงบวก $\frac{1}{2}$ ด้วยสิบ ดังนั้นผมจึงได้ประโยคสัญลักษณ์ คือ $x > \frac{1}{2} + 10$

ผู้วิจัย : นอกจากประโยคสัญลักษณ์ $x > \frac{1}{2} + 10$ นักเรียนคิดว่าสามารถเขียนแบบอื่นได้อีกหรือไม่

นักเรียน : ไม่น่าจะมีครับ ผมคิดว่าต้องได้อย่างนี้ครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนเข้าใจผิดในการตีความด้านภาษา ทำให้นักเรียนจินตนาการในการหาคำตอบนั้นผิดไป

2.1.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้ คือ นักเรียนขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ ทำให้นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้

2.1.2 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนทั้ง 38 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 6 ผิด คือ

- 1) ให้นักเรียนฝึกทักษะการอ่านและคิด ด้วยแบบฝึกทักษะ การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่ครูสร้างขึ้น
- 2) ให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนของโพลยา (Polya) ในขั้นการทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อฝึกให้นักเรียนคุ้นเคยกับคำต่าง ๆ และความหมายของคำทุกคำในโจทย์ปัญหา
- 3) ฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์หลาย ๆ ครั้งและวิเคราะห์โจทย์ทั้งหมดว่ามีกี่ตอน ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทั้งหมดมีความเชื่อมโยง หรือสัมพันธ์กันอย่างไร จะต้องแปลความ ตีความเพื่อหาคำตอบของปัญหาได้ด้วยวิธีใด

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 38 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อที่ 6 ได้ 1 แบบรูป คือ แบบรูป : ด้านการตีความด้านภาษา พบว่านักเรียนขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ ทำให้นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้

2.2 ผลการวิเคราะห์ข้อที่ 3 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 แบบรูป ดังภาพที่ 2 ภาพที่ 3 และภาพที่ 4 ตามลำดับ

การวิเคราะห์แบบรูป

3. จงแก้สมการ $1.5y = -7.5$
$1.5y = -7.5$
$1.5 + 7.5 = y$
$9.0 = y$
$y = 9$

ภาพที่ 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 3 ในแบบรูป : ด้านการบิดเบือน
ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ

จากภาพที่ 2 พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการนำสมบัติไปใช้ ดัง
ตัวอย่างสมบัติ คือ $1.5y = 7.5$ คำตอบที่ได้ คือ 5 แต่นักเรียนได้คำตอบ คือ 9 ดังนั้น
นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 3 ในแบบรูป : ด้านการ
บิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 14 คน
ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีในการคิดหาคำตอบอย่างไร

นักเรียน : จากสมการ $1.5y = -7.5$ โจทย์ต้องการให้หาค่า y ผมก็ย้าย y

ไปฝั่งตรงข้าม และย้าย -7.5 จากลบ มาบวก 1.5 ก็จะได้ $1.5 + 7.5 = y$

ได้คำตอบ คือ $y = 9$ ครับ

ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีคิดอย่างอื่นอีกหรือไม่

นักเรียน : น่าจะมีนะครับ แต่ผมคิดว่าวิธีการนี้ง่ายที่สุดแล้ว

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของ
การเท่ากันของการบวก ลบ คูณ หาร และการบวกลบพหุนาม

2.2.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้ คือ นักเรียนขาดทักษะในการใช้สมบัติของการเท่ากัน ในการหาคำตอบของสมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ

2.2.2 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนทั้ง 14 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด คือ สอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบของสมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ คำตอบของสมการและการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะการสอนซ่อมเสริมเป็นการทบทวนความรู้ที่นักเรียนเคยเรียนผ่านมาแล้ว และเป็น การฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้รูปแบบของโจทย์ที่แตกต่างไปจากเดิมเพื่อให้เกิดทักษะในการแก้ โจทย์ปัญหา

การวิเคราะห์แบบรูป

3. จงแก้สมการ $1.5y = -7.5$	
แก้โจทย์	$1.5y = -7.5$
ย้าย 1.5 มาทางด้าน	-7.5 จะได้ $y = -7.5 \div 1.5$
ตอบ ดังนั้น	y เท่ากับ 5

ภาพที่ 3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 3 ในแบบรูป :

ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 3 พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบคำตอบ คำตอบได้ -5 แต่นักเรียนตอบ 5 ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 3 ในแบบรูป :
ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 12 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ

นักเรียน : หนูย้าย 1.5 ไปฝั่งตรงข้ามโดยเปลี่ยนจากคูณไปหาร เพื่อแก้สมการหาค่า y ก็จะได้ $y = -7.5 \div 5$ จากนั้นหนูก็หาผลหาร ได้คำตอบเท่ากับ -5 ค่ะ

ผู้วิจัย : ดูคำตอบซิว่าเราเขียนถูกไหม

นักเรียน : ผิดค่ะ หนูรีบก็เลยลืมใส่เครื่องหมายลบค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนสามารถบอกหลักการในการแก้สมการได้ แต่ขาดความรอบคอบ และเร่งรีบจนลืมตรวจสอบคำตอบ

2.2.3 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ นักเรียนเร่งรีบในการทำแบบทดสอบ ขาดการตรวจสอบความถูกต้องของการทำแบบทดสอบในแต่ละขั้นตอน

2.2.4 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนทั้ง 12 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด คือ

1) กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนให้เคยชินจนเป็นนิสัย โดยฝึกให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง ทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและในส่วนที่เป็นคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ เพื่อความถูกต้องสมบูรณ์ของคำตอบ

2) ฝึกให้นักเรียนแสดงขั้นตอนกระบวนการคิดในการแก้ปัญหา อย่างมีแบบแผน เพื่อทำให้นักเรียนเกิดวินัยในการทำงาน

3) ฝึกให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดทักษะและความชำนาญในการแก้ปัญหา

การวิเคราะห์แบบรูป

3. จงแก้สมการ $1.5y = -7.5$

$$1.5y = -7.5$$

$$y = \frac{-7.5}{1.5}$$

$$y = -0.5$$

ตอบ. อ้อฉัน $y = -0.5$

ภาพที่ 4 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 3 ในแบบรูป : ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

จากภาพที่ 4 พบว่า นักเรียนขาดเทคนิคการคิดคำนวณ ในเรื่องของการหารทศนิยมโดยสังเกตได้จาก $-7.5 \div 1.5$ ได้คำตอบ -0.5 ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 3 ในแบบรูป : ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 5 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีคิดในการหาคำตอบอย่างไร

นักเรียน : ผมนำ $\frac{1}{1.5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้ $y = \frac{-7.5}{1.5}$ จากนั้น

ก็หาผลหารได้คำตอบ $y = -0.5$ ครับ

ผู้วิจัย : นักเรียนลองตรวจคำตอบโดยนำ 1.5×-0.5 ได้คำตอบเท่ากับ -7.5 หรือไม่

นักเรียน : คิดคำนวณสัทัก แล้วบอกว่า ไม่เท่ากับ -7.5 ครับ สมการไม่เป็นจริง

ผมหารเลขผิดแน่ ๆ เลยครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนเข้าใจกระบวนการหาคำตอบแต่ขาดความ
ระมัดระวังไม่รอบคอบและตรวจสอบคำตอบให้ดีกว่า

2.2.5 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จาก
แบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ นักเรียนขาดเทคนิคในการหาร
ทศนิยม

2.2.6 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
ของนักเรียนทั้ง 5 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด คือ

- 1) จัดเวลาสำหรับทบทวนและสอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับหลักการหาร
ทศนิยม โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะเกี่ยวกับ เรื่อง การหารทศนิยม เพื่อฝึกให้นักเรียน
ได้เรียนรู้เกี่ยวกับลักษณะของโจทย์ปัญหาที่หลากหลายมีโอกาสฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอจนเกิด
ทักษะซึ่งนักเรียนจะสามารถพัฒนาการเรียนรู้ของตนเองได้
- 2) จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ใน
การแก้ปัญหา โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่ามีคำตอบอื่นหรือ
วิธีการคิดหาคำตอบอย่างอื่นหรือไม่

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 29 คน ที่เกิดมโน
ทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อที่ 3 ได้ 3 แบบรูป คือ แบบรูปที่ 1 : ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท
กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ พบว่า นักเรียนขาดทักษะในการใช้สมบัติของการเท่ากัน ใน
การหาคำตอบของสมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติ
การคูณ แบบรูปที่ 2 : ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนเร่ง
รีบ ขาดการตรวจสอบความถูกต้องของการทำแบบทดสอบในแต่ละขั้นตอน แบบรูปที่ 2 :
ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ พบว่า นักเรียนขาดเทคนิคในการหารทศนิยม

2.3 ผลการวิเคราะห์ข้อที่ 4 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

4. จงแก้สมการ $5x + \frac{3}{2} = -1$	
ข้อ 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ $5x + \frac{3}{2} \times 2 = -1 \times 2$ $5x + 3 = -2$	ข้อ 5 หาตัวประกอบของสมการ $\frac{5x}{5} = \frac{-2}{5}$ $x = -1$
ข้อ 3 มาลบทั้งสองข้างของสมการ $5x + 3 - 3 = -2 - 3$ $5x = -5$	

ภาพที่ 5 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 4 ในแบบรูป :
 ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 5 พบว่า นักเรียนขาดเทคนิคการคูณจำนวนที่เท่ากันในสมการ นักเรียนนำ 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ $5x + \frac{3}{2} = -1$ ได้คำตอบเป็น $5x + 3 = -2$ ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 6 ในแบบรูป :
 ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 27 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 4 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ

นักเรียน : หนูต้องการหาค่า x จึงต้องกำจัดตัวเลขทั้งหมดออกจากตัวแปร x หนูเลือกกำจัด 2 ก่อน โดยนำ 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการได้คำตอบ คือ $5x + 3 = -2$ จากนั้นกำจัด 3 โดยนำ 3 มาลบทั้งสองข้างของสมการ ได้คำตอบ คือ $5x = -5$ สุดท้ายกำจัด 5 โดยนำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ ได้คำตอบ คือ $x = -1$ ค่ะ

ผู้วิจัย : ในขั้นตอนที่กำจัด 2 ที่นักเรียนบอกว่า นำ 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ
 $5x + \frac{3}{2} = -1$ ทำไมนักเรียนไม่เอา 2 คูณ $5x$ ทำไมเลือกคูณเฉพาะ $\frac{3}{2}$

นักเรียน : อ๋อ หนูลืมจริง ๆ สงสัยหนูรีบค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนสามารถบอกขั้นตอนในการหาคำตอบของสมการได้ถูกต้อง แต่ขาดความรอบคอบและความระมัดระวังในการหาคำตอบ และเร่งรีบจนลืมไปว่าคำตอบที่ได้นั้นไม่สมบูรณ์

2.3.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

การวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ นักเรียนขาดความรอบคอบไม่ระมัดระวังในกระบวนการหาคำตอบ เร่งรีบจนลืมตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้นั้นไม่สมบูรณ์

2.3.2 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนทั้ง 27 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 4 ผิด คือ

1) กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนให้เคยชินจนเป็นนิสัย โดยฝึกให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง ทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและในส่วนที่เป็นคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ เพื่อความถูกต้องสมบูรณ์ของคำตอบ

2) ฝึกให้นักเรียนแสดงขั้นตอนกระบวนการคิดในการแก้ปัญหา อย่างมีแบบแผน เพื่อทำให้นักเรียนเกิดวินัยในการทำงาน

3) ฝึกให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดทักษะและความชำนาญในการแก้ปัญหา

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 5 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อที่ 4 ได้ 1 แบบรูป คือ แบบรูป : ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบไม่ระมัดระวังในกระบวนการหาคำตอบ เร่งรีบ จนลืมตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้นั้นไม่สมบูรณ์

2.4 ผลการวิเคราะห์ข้อที่ 7 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แบบรูปที่ 1

7. วันแรกสุรีย์พรอ่านหนังสือได้ $\frac{2}{3}$ ของเล่ม วันที่สองอ่านอีก 24 หน้า จนหมดเล่มพอดี
จงหาว่าหนังสือเล่มนี้มีกี่หน้า
วิเคราะห์ปัญหาคือ $\frac{2}{3}x + 24 = x$
$\frac{2}{3}x + 24 = x$
$24 = x - \frac{2}{3}x$
$24 = \frac{1}{3}x$
$x = 24 \times 3$
$x = 102$ หน้า
หนังสือเล่มนี้มี 102 หน้า

ภาพที่ 6 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 7 ในแบบรูป :

ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 6 พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบ คำตอบได้ 72 แต่นักเรียนเขียนตอบเป็น 102 ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 7 ในแบบรูป : ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน

ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ

นักเรียน : หนูให้ x แทนจำนวนหน้าของหนังสือ วันแรกสุรีย์พรอ่านหนังสือได้ $\frac{2}{3}$

ของเล่ม หนูก็แทนด้วย $\frac{2}{3}x$ วันที่สองอ่านอีก 24 หน้า จนหมดเล่มพอดีก็คือ

$\frac{2}{3}x + 24 = x$ จากนั้นก็แก้สมการหาค่า x ก็จะได้จำนวนหน้าของหนังสือ

ทั้งหมด คือ 102 หน้า

ผู้วิจัย : ยี่สิบสี่คูณสามได้เท่าไร

นักเรียน : คิดสักพัก (ดูคำตอบที่ตัวเองทำแล้วรีบบอกว่า อู๊ย หนูคิดผิดอะ ยี่สิบสี่
คูณสามเท่ากับ 72)

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้สมการและสามารถเปลี่ยน
ประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง แต่ขาดความรอบคอบและความ
ระมัดระวังในการคิดหาคำตอบ

2.2.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จาก
แบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ นักเรียนขาดความรอบคอบ
และความระมัดระวังในการคิดหาคำตอบ

2.2.2 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่
1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของ
นักเรียนทั้ง 8 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด คือ

1) กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ใน
แต่ละขั้นตอนให้เคยชินจนเป็นนิสัย โดยฝึกให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง ทั้งในส่วนที่
เป็นกระบวนการและในส่วนที่เป็นคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ เพื่อความถูกต้องสมบูรณ์ของ
คำตอบ

2) ฝึกให้นักเรียนแสดงขั้นตอนกระบวนการคิดในการแก้ปัญหา อย่างมี
แบบแผน เพื่อทำให้นักเรียนเกิดวินัยในการทำงาน

3) ฝึกให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดแนวทางในการ
แก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดทักษะและความชำนาญในการแก้ปัญหา

การวิเคราะห์แบบรูป

7. วันแรกศุภรียัทรอ่านหนังสือได้ $\frac{2}{3}$ ของเล่ม วันที่สองอ่านอีก 24 หน้า จนหมดเล่มพอดี

จงหาว่าหนังสือเล่มนี้มีกี่หน้า

๑. ให้ x แทนจำนวนหน้าของหนังสือที่ศุภรียัทรอ่าน

จะได้สมการสองตัวดังนี้ คือ $(\frac{2}{3}x) + 24 = x$

ถ้า $24 = x - (\frac{2}{3}x)$

$(\frac{1}{3}x) = 24$

$x = 24 \times 3$

$x = 72$

ถ้า $24 = x - (\frac{2}{3}x)$

$\frac{1}{3}x = 24$

$x = 24 \times 3$

$x = 72$

\therefore ได้จำนวนหน้าหนังสือที่ศุภรียัทรอ่าน ๗๒ หน้า

ภาพที่ 7 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 7 ในแบบรูป : ด้านการตีความ
ด้านภาษา

จากภาพที่ 7 พบว่า นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคทางคณิตศาสตร์ให้เป็น
ประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้องได้ ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของ
แบบทดสอบข้อที่ 7 ในแบบรูป : ด้านการตีความด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 12 คน
ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ

นักเรียน : หนูอ่านโจทย์แล้วเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยให้ x แทนจำนวนหน้า
ของหนังสือทั้งหมด วันแรกอ่านได้ $\frac{2}{3}$ ของเล่ม ก็คือ $\frac{2}{3}x$ วันที่สองอ่านอีก
24 หน้า จนหมดเล่มพอดี ก็คือเท่ากับ 24 ดังนั้นหนูจึงได้ประโยคสัญลักษณ์
คือ $\frac{2}{3}x = 24$ จากนั้นหนูก็แก้สมการ ได้ค่า x เท่ากับ 36 หนูจึงตอบ
36 หน้าค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนเข้าใจผิดเกี่ยวกับการตีความด้านภาษา ทำให้
นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ผิด จึงส่งผลให้คำตอบผิด

2.4.3 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ นักเรียนขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ ทำให้นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้

2.4.4 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนทั้ง 12 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด คือ

- 1) ให้นักเรียนฝึกทักษะการอ่านและคิด ด้วยแบบฝึกทักษะ การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่ครูสร้างขึ้น
- 2) ให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา (Polya) ในขั้นการทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อฝึกให้นักเรียนคุ้นเคยกับคำต่าง ๆ และความหมายของคำทุกคำในโจทย์ปัญหามิที่ตอน ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทั้งหมดมีความเชื่อมโยง หรือสัมพันธ์กันอย่างไร จะต้องแปลความ ตีความเพื่อหาคำตอบของปัญหาได้ด้วยวิธีใด

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 12 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อที่ 7 ได้ 2 แบบรูป คือ แบบรูปที่ 1 : ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญห พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบและความระมัดระวังในการคิดหาคำตอบแบบรูปที่ 2 : ด้านการตีความด้านภาษา พบว่า นักเรียนขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ ทำให้นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้

2.5 ผลการวิเคราะห์ข้อที่ 1 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

1. จงเติมจำนวนที่หายไปของแบบรูป 3,5,.....,17,.....,65,..... เมื่อกำหนดแบบรูปทั่วไปมาให้

คือ $2^n + 1, n=1,2,3,...$

$2^1 + 1 = 3$	$2^4 + 1 = 17$
$2^2 + 1 = 5$	$2^5 + 1 = 33$
$2^3 + 1 = 9$	$2^6 + 1 = 65$
$2^4 + 1 = 17$	$2^7 + 1 = 129$
$2^5 + 1 = 33$	
$2^6 + 1 = 65$	
$2^7 + 1 = 129$	

∴ จำนวนที่หายไปคือ 9, 33, 128

ภาพที่ 8 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 1 ในแบบรูป :

ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 8 พบว่า นักเรียนสามารถหาจำนวนตามแบบรูปที่กำหนดให้ได้ แต่ขาดความรอบคอบและความระมัดระวังในการเขียนคำตอบ ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 1 คือแบบรูป : ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 12 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 1 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีคิดหาคำตอบอย่างไร

นักเรียน : หนูแทนจำนวนลงในแบบรูปทั่วไป จำนวนที่หนึ่งก็แทน n เป็น 1 จะได้

$2^1 + 1 = 3$ จำนวนที่สองก็แทน n เป็น 2 จะได้ $2^2 + 1 = 5$ ไปเรื่อยๆ จนถึง

จำนวนที่ 7 แทน n เป็น 7

ผู้วิจัย : จำนวนที่ 7 ได้คำตอบเท่าไร

นักเรียน : นักเรียนคิดสั๊กพัก (จำนวนที่ 7 คือ $2^7 + 1$ สองขยกำลังเจ็ดได้ 128

บวกอีกหนึ่งเป็น 129) จำนวนที่ 7 คือ 129 ค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนดูคำตอบที่ทำซี (ให้นักเรียนดูแบบทดสอบของตัวเอง)

นักเรียน : 128 ...อู๋... ตอนนั้นสงสัยหนูรีบหุญเลขลึ่มบวก 1 ค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนเข้าใจหลักการในการหาคำตอบเกี่ยวกับแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ แต่ทำงานรีบเร่งจนขาดความรอบคอบและความระมัดระวังในการคิดหาคำตอบ ไม่ตรวจทานความถูกต้องของคำตอบ

2.5.1 สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ นักเรียนขาดความรอบคอบไม่ระมัดระวังในกระบวนการหาคำตอบ เร่งรีบจนลืมตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้นั้น ไม่สมบูรณ์

2.5.2 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไข มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไข มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนทั้ง 12 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 1 ผิด คือ

1) กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนให้ละเอียดจนเป็นนิสัย โดยฝึกให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง ทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและในส่วนที่เป็นคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ เพื่อความถูกต้องสมบูรณ์ของคำตอบ

2) ฝึกให้นักเรียนแสดงขั้นตอนกระบวนการคิดในการแก้ปัญหา อย่างมีแบบแผน เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดวินัยในการทำงาน

3) ฝึกให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดทักษะและความชำนาญในการแก้ปัญหา

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 12 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 1 ได้ 1 แบบรูป คือ แบบรูป : ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบไม่ระมัดระวังในกระบวนการหาคำตอบ เร่งรีบจนลืมตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้นั้น ไม่สมบูรณ์

2.6 ผลการวิเคราะห์ข้อที่ 5 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

5. จงแก้สมการ $\frac{1}{2}(x+3)=1$

$\frac{1}{2}(x+3) = 1$

$\frac{x}{2} + \frac{3}{2} = 1$ ข้อ 1 ถูกเข้าใจในวงเล็บ

$x = 1 - \frac{3}{2}$

$x = \frac{2-3}{2}$

$x = -\frac{1}{2}$

$x = -\frac{1}{2} \times 2$

$x = -1$

ภาพที่ 9 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 5 ในแบบรูป :

ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

จากภาพที่ 9 พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการบวกลบเศษส่วน ดังตัวอย่าง $1 - \frac{3}{2}$ นักเรียนได้คำตอบคือ $\frac{2-6}{2}$ ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 5 ในแบบรูป : ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 10 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 5 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนมีแนวคิดอย่างไรในการหาคำตอบ

นักเรียน : หนูนำ $\frac{1}{2}$ คูณเข้าไปในวงเล็บ $(x+3)$ ได้คำตอบคือ $\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$ จากนั้นก็ย้าย

$\frac{3}{2}$ ไปฝั่งตรงข้าม จะได้ $\frac{x}{2} = 1 - \frac{3}{2}$ ต่อไปก็หาคำตอบของฝั่งขวามือ

จะได้ $\frac{x}{2} = \frac{2-6}{2}$, $\frac{x}{2} = \frac{-4}{2}$ และ $\frac{x}{2} = -2$ จากนั้นย้าย 2

ไปคูณฝั่งตรงข้ามก็จะได้ $x = -4$ ค่ะ

ผู้วิจัย : $1 - \frac{3}{2}$ นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร จึงได้คำตอบเป็น $\frac{2-6}{2}$

นักเรียน : หนูนำ 2 ไปคูณกับตัวเศษคือ 1 กับ 3 ได้คำตอบเท่ากับ 2-6 และ

ตัวส่วนคงเดิมจึงได้คำตอบเป็น $\frac{2-6}{2}$ ค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจหลักการบวกลบเศษส่วน วิธีการทำส่วนให้เท่ากัน

2.6.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนสรุปได้เป็นดังนี้ คือ นักเรียนขาดทักษะเกี่ยวกับหลักการบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

2.6.2 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนทั้ง 10 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 5 ผิด คือ

1) จัดเวลาสำหรับทบทวนและสอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับหลักการบวกลบเศษส่วน โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะเกี่ยวกับ เรื่อง บวกลบเศษส่วน เพื่อฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับลักษณะของโจทย์ปัญหาที่หลากหลายมีโอกาสฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอจนเกิดทักษะซึ่งนักเรียนจะสามารถพัฒนาการเรียนรู้ของตนเองได้

2) จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญห โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่ามีคำตอบอื่นหรือวิธีการคิดหาคำตอบอย่างอื่นหรือไม่

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 10 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 5 ได้ 1 แบบรูป คือ แบบรูป : ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ พบว่า นักเรียนขาดทักษะเกี่ยวกับหลักการบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

2.7 ผลการวิเคราะห์ข้อที่ 2 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และ แนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

2. จงแก้สมการ $y + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

$$y + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$y = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{6}{2}$$

}

$y = -3$

ตอบ $y = -3$

ภาพที่ 10 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 2 ในแบบรูป :

ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 10 พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบในการเขียนคำตอบ ดังตัวอย่าง $\frac{6}{2}$ นักเรียนตอบ -3 ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 2 ในแบบรูป : ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 9 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 2 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ

นักเรียน : ผมย้าย $\frac{1}{2}$ จากบวกไปลบฝั่งตรงข้าม จะได้ $y = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}$ จากนั้น

ก็ลบเศษส่วนได้คำตอบคือ $y = 3$ ครับ

ผู้วิจัย : ในแบบทดสอบทำไมเราตอบ -3

นักเรียน : ผมทำผิด ที่จริงผมตอบ 3 นะครับ แต่ไม่รู้ทำไมผมจึงใส่เครื่องหมายลบ สงสัยวันนั้นผมรีบทำเกินไปครับ

จากการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนขาดความรอบคอบ เร่งรีบ ไม่ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่

2.7.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้คือ นักเรียนขาดความรอบคอบในการเขียนคำตอบ เร่งรีบ ไม่ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่

2.7.2 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนทั้ง 9 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 2 ผิด คือ

1) กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนให้เคยชินจนเป็นนิสัย โดยฝึกให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง ทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและในส่วนที่เป็นคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ เพื่อความถูกต้องสมบูรณ์ของคำตอบ

2) ฝึกให้นักเรียนแสดงขั้นตอนกระบวนการคิดในการแก้ปัญหา อย่างมีแบบแผน เพื่อให้ทำให้นักเรียนเกิดวินัยในการทำงาน

3) ฝึกให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดทักษะและความชำนาญในการแก้ปัญหา

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 9 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 2 ได้ 1 แบบรูป คือ แบบรูป : ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบในการเขียนคำตอบ เร่งรีบ ไม่ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่

2.8 ผลการวิเคราะห์ข้อที่ 8 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

8. แม่ให้เงินบุตร 3 คนไปโรงเรียนคนละเท่า ๆ กัน โดยให้เงินเป็นรายสัปดาห์ สัปดาห์ละ 750 บาท (ไม่รวมวันเสาร์ - อาทิตย์) ออกทรวว่าบุตรแต่ละคนได้รับเงินคนละกี่บาทต่อวัน

Sol: โจทย์คือผู้คิด $(720 \div 3) = 240$

จาก ๗๕๐ บาท $(750 \div 3) = 250$ \times \rightarrow เพราะเงินที่แม่ให้คือ ๗๕๐ บาท

๗๕๐ บาท $(750 \div 3) = 250$ \times

250 \times

48 \times

ได้เงิน ๔๘ บาท \times

ภาพที่ 11 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 8 ในแบบรูป :

ด้านการใช้ข้อมูลผิด

จากภาพที่ 11 พบว่า จากโจทย์ 750 แต่นักเรียนเขียนเป็น 720 ดังนั้น นักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 8 ในแบบรูป : ด้านการใช้ข้อมูลผิด

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียน 1 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 1 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ข้อนี้ต้องการให้หาอะไร

นักเรียน : จำนวนเงินที่บุตรได้รับในแต่ละวันค่ะ

ผู้วิจัย : $\frac{720}{3}$ นักเรียนได้ 720 มาจากไหน

นักเรียน : อ้อ...หนูคิดค่ะ มันเป็น 750 แต่หนูเขียนเป็น 720

การการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนดูข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ผิด จึงส่งผลให้นักเรียนหาคำตอบผิด

2.8.1 ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้คือ นักเรียนขาดทักษะการอ่านตีความ

2.8.2 แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและเสนอแนะ พบว่าแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน 1 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 8 ผิด คือ

1) ให้นักเรียนฝึกทักษะการอ่านจับใจความ อ่านตีความ และการทำความเข้าใจโจทย์เพื่อให้เข้าใจว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาให้บ้าง โจทย์ต้องการให้หาอะไร โดยเริ่มต้นให้นักเรียนอ่านโจทย์ให้ละเอียด พิจารณาโจทย์ และบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นให้นักเรียนเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยครูคอยตรวจสอบความถูกต้องและให้คำแนะนำ

2) ฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์หลาย ๆ ครั้งและวิเคราะห์โจทย์ทั้งหมดว่ามีกี่ตอน ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทั้งหมดมีความเชื่อมโยง หรือสัมพันธ์กันอย่างไร

สรุปผลจากการทำแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน 1 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 8 ได้ 1 แบบรูป คือ แบบรูป : ด้านการใช้ข้อมูลผิด พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบ ในการอ่านคำถาม และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

สรุปผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ดังนี้

1. แบบรูป แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์พบทั้ง 5 ด้านโดยเรียงลำดับจากแบบรูปที่พบมากที่สุดไปหาแบบรูปที่พบน้อยที่สุด คือ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านการตีความด้านภาษา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และด้านการใช้ข้อมูลผิด

2. สาเหตุ สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนใน ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา เกิดจากนักเรียนเร่งรีบในการทำแบบทดสอบ ขาดความรอบคอบ ไม่ระมัดระวังในกระบวนการหาคำตอบ และขาดการตรวจสอบ

ความถูกต้องสมบูรณ์ของคำตอบของการทำแบบทดสอบแต่ละขั้นตอน ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ เกิดจากนักเรียนขาดทักษะในการใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบของสมการ และ ขาดทักษะเกี่ยวกับหลักการบวกลบเศษส่วน ที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ด้านการตีความด้านภาษา เกิดจากนักเรียนขาดความรอบคอบไม่ระมัดระวังในกระบวนการหาคำตอบ เร่งรีบจนลืมตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้นั้น ไม่สมบูรณ์ ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ เกิดจาก นักเรียนขาดเทคนิคในการหารทศนิยม และ ด้านการใช้ข้อมูลผิด เกิดจากนักเรียนขาดความรอบคอบ ในการอ่านคำถาม และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

3. แนวทางแก้ไข แนวทางการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ ฝึกให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการในการทำแบบทดสอบและคำตอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอน โดยให้ทำแบบฝึกทักษะ บทเรียนสำเร็จรูป และให้การเสริมแรงเชิงบวก เช่น การชมเชย ให้คะแนน ให้รางวัล ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ คือ จัดเวลาสำหรับสอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบของสมการ การบวกลบเศษส่วน และการบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ด้านการตีความด้านภาษา คือ ให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ด้วยแบบฝึกทักษะ และฝึกการใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเฉพาะในขั้นทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหาด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ คือ ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ เพื่อฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับลักษณะของ โจทย์ที่หลากหลาย และมีโอกาสฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของตนเอง และ การใช้ข้อมูลผิด คือ ให้นักเรียนฝึกทักษะการอ่านจับใจความ อ่านตีความ และการทำความเข้าใจ โจทย์เพื่อให้เข้าใจว่า โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง โจทย์ต้องการให้หาอะไร