

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้เสนอผลวิเคราะห์ ดังนี้

#### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองชัยวิทยาคม อำเภอหนองชัย จังหวัดกาฬสินธุ์ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

#### ศึกษาแบบรูป สาเหตุและแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์

การศึกษาแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. นำแบบทดสอบข้อที่นักเรียนทำผิดมาวิเคราะห์หาความผิดที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ ปรากฏผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 8 การวิเคราะห์ข้อที่ผิดที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ข้อ	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน		จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบถูก		จำนวนนักเรียนที่ไม่ทำ	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	2	5.55	29	80.55	5	13.88
2	16	44.44	2	5.55	18	50.00
3	17	47.22	4	11.11	16	44.44
4	2	5.55	16	44.44	18	50.00

ข้อ	มโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อน		จำนวนนักเรียน ที่ทำแบบทดสอบถูก		จำนวนนักเรียน ที่ไม่ทำ	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
5	9	25.00	17	47.22	10	27.77
6	8	22.22	15	41.66	13	36.11
7	6	16.66	13	36.11	17	47.22
8	8	22.22	4	11.11	24	66.66
9	7	19.44	-	0.00	29	80.55
10	17	47.22	3	8.33	16	44.44
11	-	0.00	27	75.00	9	25.00
12	32	88.88	-	0.00	4	11.11
13	11	30.55	1	2.77	24	66.66
14	34	94.44	-	0.00	2	5.55
15	7	19.44	-	0.00	29	80.55

ตารางที่ 8 พบว่า ข้อที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรียงลำดับจากมากไปหาน้อย 3 อันดับ ได้แก่ ข้อ 14 มีจำนวน 34 คน คิดเป็นร้อยละ 94.44 ข้อ 12 มีจำนวน 32 คน คิดเป็นร้อยละ 88.88 ข้อ 3 และข้อ 10 มีจำนวน 17 คน เท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 47.22 และเรียงลำดับ 3 อันดับสุดท้าย ได้แก่ ข้อ 1 และข้อ 4 มีจำนวน 2 คน เท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 5.55 และข้อ 7 มีจำนวน 6 คน คิดเป็นร้อยละ 16.66

2. นำมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากข้อมูลในตารางที่ 7 มาวิเคราะห์แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไข สรุปลงได้ดังนี้

2.1 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 14 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 2 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูปที่ 1

แผนภาพที่ 3 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 14

14. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย  $3\sqrt{81} + \sqrt{-375} - \sqrt{192}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{81} = 81 \\ & \sqrt{375} = 375 \\ & = 192 \\ & = 81 + 375 + 192 \\ & = 648 \\ & \sqrt[3]{648} \\ & \text{ตอบ } \sqrt[3]{648} \text{ หรือ } 648 \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 3 พบว่า นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับหลักการหารากที่สาม โดยนักเรียนนำตัวเลขภายใต้เครื่องหมายรากที่สามออกมา และนำตัวเลขที่ได้นั้นมาบวกกัน จนได้คำตอบเป็น 648 ซึ่งไม่ถูกต้องตามหลักการหารากที่สาม ดังนั้น แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 14 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 34 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 14 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนเข้าใจโจทย์ว่าอย่างไร

นักเรียน : เข้าใจว่าให้หาผลบวกของรากที่สาม

ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร จึงได้คำตอบ อธิบายให้ฟังหน่อยซิ

นักเรียน : หนูดอกรากที่สามของ  $\sqrt[3]{81} = 81$ ,  $\sqrt{375} = 375$  และ

$\sqrt{192} = 192$  แล้วนำมาบวกกัน ดังนี้  $81 + 375 + 192 = 684$

หนูจึงตอบ 684

ผู้วิจัย : หนูคิดว่าคำตอบที่หนูได้มาถูกต้องหรือไม่

นักเรียน : น่าจะถูกค่ะ

ผู้วิจัย : ทำไมหนูถึงคิดว่าน่าจะถูก

นักเรียน : เพราะหนูเข้าใจว่าการถอดรอกคือการนำเอาตัวเลขออกมาได้เลยจาก  
เครื่องหมายรอก

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจพื้นฐาน คือ นักเรียนไม่สามารถระบุ หรือแก่สมการเกี่ยวกับหลักการหารากที่สามได้อย่างถูกต้อง โดยนักเรียนนำตัวเลขภายใต้เครื่องหมายรอกที่สามออกมา และนำตัวเลขที่ได้นั้นมาบวกกัน จนได้คำตอบเป็น 648 ซึ่งไม่ถูกต้องตามหลักการหารากที่สาม

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลจากการทำแบบทดสอบ พบว่า

1. นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจพื้นฐาน คือ นักเรียนไม่สามารถระบุ หรือแก่สมการเกี่ยวกับหลักการหารากที่สามได้อย่างถูกต้อง เนื่องจาก นักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ต้องใช้เวลาและความช่วยเหลือมาก ดังนั้น นักเรียนจึงไม่สามารถนำตัวเลขภายใต้เครื่องหมายรอกที่สามออกมา แล้วนำตัวเลขที่ได้นั้นบวกกัน จนได้คำตอบเป็น 648 ซึ่งไม่ถูกต้องตามหลักการหารากที่สาม

2. นักเรียนขาดทักษะ

แนวทางแก้ไข

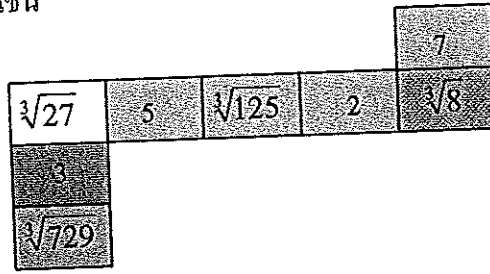
จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูปที่ 1 :

การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ของข้อ 14 เป็นดังนี้

1. จัดสอนเสริม โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป ใช้ชุดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล ใช้บทเรียนแบบกัรตูน หรือจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยนวัตกรรมอื่น ๆ ที่นักเรียนสามารถเกิดมโนทัศน์ในหลักการหารากที่สามอย่างถูกต้องเรื่อง หลักการหารากที่สาม มีการสร้างความเข้าใจใน เรื่อง การหารากที่สาม ให้ถูกต้องยิ่งขึ้น โดยให้นักเรียนจัดกลุ่ม

แข่งขันกันเล่นเกมตัวต่อโดมิโน เช่น



เพื่อสร้างบรรยากาศในการเรียนให้เกิดความสนุกสนาน ไม่เครียด ไม่น่าเบื่อ ก่อให้เกิดการเรียนรู้และจดจำได้ดี

2. ฝึกทักษะในการหารากที่สาม โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะมาก ๆ เพื่อเป็นการฝึกทักษะ หลังจากนั้นครูตรวจแบบฝึกหัด แล้วอธิบายเพิ่มเติมในข้อที่นักเรียนทำผิด เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้องยิ่งขึ้น

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 14 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 34 คน ปรากฏว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับหลักการหารากที่สาม ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูปที่ 1 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

การวิเคราะห์แบบรูปที่ 2

แผนภาพที่ 4 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 14

14. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย  $3\sqrt{81} + \sqrt{-375} - \sqrt{192}$

วิธีทำ

$3\sqrt{81}$	$=$	$81$
$\sqrt{375}$	$=$	$375$
$\sqrt{192}$	$=$	$192$
	$=$	$81 + 375 - 192$
	$=$	$648$
ตอบ		$648$

แผนภาพที่ 4 พบว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการหารากที่สาม ดังนั้น แบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 14 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 34 คน

ที่ทำแบบทดสอบข้อ 14 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย :  $\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-375} - \sqrt[3]{192}$  หนูหาผลลัพธ์ได้อย่างไร

นักเรียน : หนูถอดรากที่สามของ  $\sqrt[3]{81} = 81$ ,  $\sqrt[3]{375} = 375$  และ  
 $\sqrt[3]{192} = 192$  แล้วนำมาบวกกัน ดังนี้  $81 + 375 - 192 = 684$   
 หนูจึงตอบ 684

ผู้วิจัย : หนูคิดว่าคำตอบที่หนูได้มาถูกต้องหรือไม่

นักเรียน : ถูกค่ะ

ผู้วิจัย : จากโจทย์  $\sqrt[3]{-375}$  ไม่ใช่หรือ แต่ทำไมหนูได้  $\sqrt[3]{375} = 375$   
 เครื่องหมายลบภายใต้เครื่องหมายรากหายไปไหน

นักเรียน : หนูเข้าใจว่ามันคิดลบแล้วถอดรากไม่ได้ หนูจึงเอาค่าที่เป็นบวก  
 เท่านั้น

ผู้วิจัย : แล้วทำไมหนูถึงนำมาบวกกัน ในเมื่อโจทย์บอกว่า จงทำให้อยู่ในรูป  
 อย่างง่ายของ  $\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-375} - \sqrt[3]{192}$  ไม่ใช่หรือ แล้วหนูทำไม  
 ถึงได้  $81 + 375 - 192 = 684$

นักเรียน : หนูรีบ หนูลืมดูค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนรีบเร่งจนขาดความระมัดระวังในการคิด  
 คำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการหารากที่สาม

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการทำแบบทดสอบ และ  
 การสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดสมาธิในการทำงาน
2. นักเรียนรีบเร่ง ขาดการไตร่ตรอง พิจารณาในการให้เหตุผล และขาด  
 ความระมัดระวังในการคำนวณ

3. นักเรียนขาดการฝึกทักษะ

แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน  
 ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญ  
 ตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 14 แบบรูปที่ 2 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ดังนี้

1. ฝึกสมาธิโดยการให้นั่งสมาธิก่อนเรียน 10 นาที
2. ให้นักเรียนระลึกถึงการหารากที่สามโดยการฝึกความอดทน และความเพียรพยายาม เพราะคณิตศาสตร์เป็นนามธรรม การจะเรียนให้เข้าใจต้อง mental representation ในหลาย ๆ รูปแบบ เพราะนักเรียนบางคนมีความสนใจและความคงทนต่ำ โดยการให้นักเรียนท่องนิยามของรากที่สามเพื่อเป็นการทบทวนและสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับนิยาม ทฤษฎีบท เพื่อที่จะนำไปใช้ในการคำนวณ

3. ฝึกให้นักเรียนมีการทบทวนการทำงานด้วยแบบฝึกทักษะมาก ๆ เช่น

- 2.1 จงหารากที่สามของจำนวนต่อไปนี้

- 3.1.1 -64

- 3.1.2 216

- 3.1.3 125

- 2.2 จงหาค่าของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- 3.2.1  $\sqrt[3]{8} + \sqrt{64}$

- 3.2.2  $\sqrt[3]{(-1)} + \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{(-125)}$

- 3.2.3  $\sqrt[3]{2,197} + \sqrt[3]{512} - \sqrt[3]{(-343)}$

เพื่อสร้างความตระหนักถึงความรอบคอบในการคำนวณ และตระหนักถึงผลเสียของการรีบเร่งในการคำนวณ โดยการกระตุ้นให้นักเรียนทำงานให้เป็นระบบระเบียบตามลำดับขั้นตอนตามหลักกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) เพื่อเป็นการฝึกความอดทน พิจารณาไตร่ตรอง หาเหตุผล แล้วเสริมแรงเชิงบวกโดยการให้รางวัลหรือให้คะแนน เพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนสนใจเรียน

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 14 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 34 คน ปรากฏว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการหารากที่สาม ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูปที่ 2 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ



2.2 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 12 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูปดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แผนภาพที่ 5 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 12

รากที่สาม

12. จงหารากที่สามของ  $1000a^3b^{12}$

วิธีทำ .....  $1000a^3b^{12} = 10 \times 10 \times 10$   
 $\times 10^3$   
 $\times 10$

ดังนั้น รากที่สามของ  $1000a^3b^{12}$  คือ  $10$  หรือ  $10$

ตอบ  $10$  หรือ  $10$

แผนภาพที่ 5 พบว่า นักเรียนหารากที่สามของจำนวนเต็มได้อย่างถูกต้องแต่หารากที่สามของตัวแปรไม่ได้และไม่ถูกต้องตามหลักการหารากที่สาม ดังนั้น แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 12 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจสอบแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 32 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อ 12 ผิด

- ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์
- ผู้วิจัย : นักเรียนเข้าใจโจทย์ว่าอย่างไร
- นักเรียน : ให้หารากที่สามของ  $1000a^3b^{12}$
- ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร จึงได้คำตอบ
- นักเรียน : หนูนึกว่า 1000 มาแยกออกในรูปการคูณ ซึ่งจะได้  $10 \times 10 \times 10$
- ผู้วิจัย : นักเรียนหาผลลัพธ์ได้อย่างไร
- นักเรียน : เนื่องจาก  $10 \times 10 \times 10 = 1,000$  ดังนั้น หนูจึงตอบ 10
- ผู้วิจัย : ทำไมจึงคิดแบบนั้น ลองอธิบายขั้นตอนการทำให้ครูฟังซิ
- นักเรียน : หนูเอา 10 คูณกัน 3 ครั้ง แล้วถอดรากออกมาได้ 10 หนูจึงตอบ 10
- ผู้วิจัย : หนูคิดว่าคำตอบที่หนูได้ถูกต้องหรือไม่
- นักเรียน : หนูคิดว่าน่าจะถูก



ผู้วิจัย : แล้ว  $a^3b^{12}$  หายไปไหน

นักเรียน : หนูคิดว่า  $a$  และ  $b$  ไม่ใช่จำนวนเต็มจึงถอดรากไม่ได้ หนูจึงไม่เขียน

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ นิยามเกี่ยวกับหลักการหารากที่สามที่มีตัวแปร

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบ พบว่า

1. นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ นิยาม ของหลักการหารากที่สามที่มีตัวแปร คือ นักเรียนไม่สามารถกำหนดหรือระบุหรือบอกนิยามของรากที่สามได้ เนื่องจาก นักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ต่ำ ต้องใช้เวลาและความช่วยเหลือมาก อีกทั้งนักเรียนยังขาดความสนใจในการเรียน และไม่มีแรงจูงใจในการเรียน ดังนั้นจึงไม่สามารถจดจำสิ่งที่ครูสอนได้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจในวิธีการคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง

2. นักเรียนขาดทักษะ

แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ไขปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 12 ได้แบบรูปที่ 1 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ดังนี้

1. จัดสอนซ่อมเสริม โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป ใช้ชุดการสอนเป็นรายบุคคล บทเรียนแบบการ์ด บทเรียนแบบโปรแกรม หรือจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยนวัตกรรมอื่น ๆ ที่นักเรียนสามารถเกิดมโนทัศน์ในหลักการหารากที่สามอย่างถูกต้องเรื่อง และสร้างความเข้าใจใน เรื่อง การหารากที่สาม โดยให้นักเรียนแข่งขันกันเล่นเกมจับคู่บัตรคำ เช่น

$$\sqrt{8x^3} = 2x$$

$$5x^2y = \sqrt[3]{125x^6y^3}$$

เพื่อสร้างบรรยากาศในการเรียนให้เกิดความสนุกสนาน ไม่เครียด ไม่น่าเบื่อ  
ก่อนให้เกิดการเรียนรู้และจดจำได้ดี

2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะมาก ๆ เพื่อเป็นการทบทวนและฝึกทักษะ ใน  
การหารากที่สามอย่างถูกต้องแม่นยำ เช่น จงหารากที่สามของจำนวนต่อไปนี้โดยการแยกตัว  
ประกอบ

2.1  $-343a^3b^3$

2.2  $x^3y^6z^9$

2.3  $-64x^3y^{12}z^{15}$

หลังจากนั้นครูตรวจแบบฝึกหัดพร้อมทั้งเฉลยให้นักเรียนดูด้วย แล้วอธิบาย  
เพิ่มเติมในข้อที่นักเรียนทำผิดจนนักเรียนเข้าใจดี เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 12 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 32 คน  
ปรากฏว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฏ นิยาม ของหลักการหารากที่  
สามที่มีตัวแปร ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูป คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ  
สูตร บทนิยาม และสมบัติ

2.3 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 3 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง  
แก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูปดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แผนภาพที่ 6 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 3

3. ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะมาอย่างน้อยคู่ละ 5 จำนวน

ตอบ.  $0.5$   $0.141$   $-1.5i$   $0.299$   $0.0019$

แผนภาพที่ 6 พบว่า นักเรียนดูใจหยาบคิด ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่  
ต้องการ คิดว่าให้ยกตัวอย่างของจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะ แต่แท้ที่จริงแล้วให้  
ยกตัวอย่างของจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะ ซึ่งนักเรียนลืมเห็น อ อย่าง จึงทำให้ได้  
คำตอบที่ผิด ดังนั้น แบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 3 คือ ด้านการใช้ข้อมูล  
ผิด

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 17 คน  
 ที่ทำแบบทดสอบข้อ 3 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนเข้าใจโจทย์ว่าอย่างไร

นักเรียน : ผมเข้าใจว่าให้ยกตัวอย่างของจำนวนจริงและจำนวนตรรกยะ

ผู้วิจัย : ทำไมถึงตอบเป็นจำนวนตรรกยะหมด

นักเรียน : ผมอ่านโจทย์ผิด ผมดูไม่ละเอียดนึกว่าให้ยกตัวอย่างจำนวนจริงและ  
 จำนวนตรรกยะลึ้มเห็น อ อ่าง

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนอ่านโจทย์ผิด ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบใน  
 สิ่งที่ไม่ต้องการ คิดว่าให้ยกตัวอย่างของจำนวนจริงและจำนวนตรรกยะ แต่แท้ที่จริงแล้วให้  
 ยกตัวอย่างของจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะ ซึ่งนักเรียนลึ้มเห็น อ อ่าง จึงทำให้ได้  
 คำตอบที่ผิด

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการทำแบบทดสอบ และ  
 การสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ไม่ละเอียด ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ  
 เนื่องจากนักเรียนมีความสะเพร่าทำให้นำตัวเลขมาใช้อย่างผิด ๆ และวิเคราะห์โจทย์สมการ  
 ไม่เป็น

2. นักเรียนขาดทักษะ

แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน  
 ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญ  
 ตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 3 ได้แบบรูป  
 คือ ด้านการใช้ข้อมูลผิด เป็นดังนี้

1. จัดกิจกรรมสร้างเสริมโดยการสร้างความเข้าใจโจทย์ ทำความเข้าใจ  
 เนื้อหา อย่างมีสติ ฝึกการเรียบเรียงความคิด โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา หาก  
 โจทย์ยากเกินไปควรใช้การวาดภาพประกอบ และฝึกความรอบคอบ โดยการตรวจสอบ  
 คำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่



ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการหาค่าของอะไร

นักเรียน : หาค่า  $x^2$

ผู้วิจัย : ทำไมนักเรียนตอบ  $(16)^2$

นักเรียน : เพราะว่า  $(16)^2$  มีค่าเท่ากับ 256 หนุจึงเอา  $(16)^2 - 6$  เท่ากับ 250

ผู้วิจัย : ทำไมหนุจึงคิดว่าให้หาค่า  $x^2$

นักเรียน : เพราะว่า  $x$  เป็นตัวแปร

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนแทนค่าถูก แต่ขั้นตอนการหาค่าตอบไม่ถูกต้อง และสับสนในการคำนวณ

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดการตรวจสอบคำตอบให้ถูกต้อง
2. ขาดการฝึกทักษะ

แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 10 แบบรูปคือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

1. สร้างความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบให้ถูกต้องโดยการทบทวนความรู้พื้นฐานของนักเรียน และฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล แล้วมีการเสริมแรงในลักษณะต่าง ๆ เช่น การให้คะแนน หรือ รางวัล

2. ฝึกทักษะโดยการให้นักเรียนทำใบงานหรือทำกิจกรรมเสริมเพื่อให้ นักเรียนเกิดความชำนาญ เช่น

2.1 จงหาคำตอบของสมการ  $\sqrt{x+3} = 9$

2.2 ถ้า  $x^2 - 9 = 56$  จงหาค่า  $x$

$$2.3 \text{ ถ้า } \sqrt{y+5} = \sqrt{2y-3} \text{ จงหาค่า } y$$

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 10 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 17 คน  
ปรากฏว่า นักเรียนแทนค่าถูก แต่ตอบผิด และทำแบบทดสอบไม่เสร็จ ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่  
คลาดเคลื่อน ได้แบบรูปที่ 1 คือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

### การวิเคราะห์แบบรูปที่ 2

แผนภาพที่ 8 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 10

10. จงหาค่าคอมของ  $x^2 - 6 = 250$

วิธีทำ  $x^2 - 6 = 250$

$6 + 250 = 256$

$\sqrt{256} = \sqrt{16^2}$

$= 16^2$

~~$x^2 - 6 = 250$~~

$x - 6 = 250$  0104  $x = 16$

แผนภาพที่ 8 พบว่า นักเรียนเกิดจากการขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ  
ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ ดังนั้น  
แบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 10 คือ ผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนคนที่ทำ  
แบบทดสอบข้อที่ 10 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : ทำไมหนูถึงได้คำตอบเป็น  $x^2 = (16)^2$

นักเรียน : เพราะว่าหนูคิดว่า  $(16)^2 = 256$  จึงตอบแบบนี้

ผู้วิจัย : แต่ว่าโจทย์ต้องการหาค่าของ  $x$  ไม่ใช่หรือ

นักเรียน : ใช่ค่ะหนูลืมคิด

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนแสดงวิธีทำถูก แต่ขาดความรอบคอบ รีบเร่ง  
จนขาดความระมัดระวัง และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการทำแบบทดสอบ และ



การสัมภาษณ์นักเรียน เป็นดังนี้

1. นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคำนวณ ขาดระเบียบวินัยในการทำงาน เนื่องมาจากนักเรียนขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล ขาดความอดทนและความเพียรพยายามในการเรียนรู้ เพราะมีช่วงความสนใจและความกดดันต่ำ

2. ขาดการฝึกทักษะในการทำงาน

แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไข โน้ตชน้ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโน้ตชน้ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 10 ได้แบบรูปที่ 2 คือ ผิดพลาดในเทคนิคการทำ เป็นดังนี้

1. สร้างความระมัดระวังในการคำนวณโดยการฝึกความอดทนและความเพียรพยายาม ฝึกให้คิดทบทวนเนื้อหาโดยการให้ท่องนิยาม กฎ ทฤษฎี เพื่อกันลืม และเพื่อฝึกความเป็นระบบระเบียบ จึงสอนด้วยกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล และมีการเสริมแรงเชิงบวกโดยการให้คะแนน หรือให้รางวัล เพื่อให้ นักเรียนสามารถแสดงขั้นตอนการคิดอย่างมีแบบแผน มีกระบวนการ ก่อให้เกิดวินัยในการทำงาน

2. ฝึกให้นักเรียนมีการทบทวนทักษะเพื่อหาแนวทางแก้ไขปัญหาย่อยอย่างสม่ำเสมอโดยใช้แบบฝึกทักษะ

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 10 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 17 คน ปรากฏว่า ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ ทำให้เกิดมโน้ตชน้ที่คลาดเคลื่อน ได้รูปแบบที่ 2 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

2.5 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 2 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 2 แบบรูป ดังนี้

### การวิเคราะห์แบบรูปที่ 1

แผนภาพที่ 9 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 2

2. จำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จำนวนใดเป็นทั้งจำนวนเต็ม และจำนวนตรรกยะ

1) 0	2) $-\frac{4}{2}$
3) $\pi$	4) $\frac{22}{7}$
5) 4.75	6) $0.5\bar{3}$
7) 2.10100100010001...	8) $\sqrt{5} \times 0$
9) $2 + \sqrt{2}$	10) $\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$

ตอบ:  $\frac{4}{4\sqrt{2}}$ ,  $\frac{22}{7}$ ,  $4.75$ ,  $0.5\bar{3}$ ,  $2.10100100010001\dots$

1

แผนภาพที่ 9 พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ ดังนั้น แบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 2 คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท และสมบัติ

หลังจากตรวจสอบแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 16 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อ 2 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนทำอะไร

นักเรียน : ให้หาจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ

ผู้วิจัย : หนูทำไมตอบแบบนี้

นักเรียน : เพราะผมเข้าใจว่าจำนวนเต็ม แบ่งออกเป็น 3 ชนิด คือ จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มศูนย์ และจำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยมซ้ำได้ครับ ผมจึงตอบ  $\frac{22}{7}$  (เขียนในรูปเศษส่วน), 4.75,  $0.5\bar{3}$  (เพราะว่าทั้งสองตัวนี้เป็นทศนิยมซ้ำ) และ 2.10100100010001...

หนูเข้าใจว่าถ้าเป็นทศนิยมซ้ำจะต้องเป็นจำนวนตรรกยะ ก็เลขตอบ 2.1010010001... เพราะว่ามี 1 และ 0 ซ้ำกัน

ผู้วิจัย : แต่โจทย์บอกว่า ให้หาจำนวนที่เป็นทั้งจำนวนเต็ม และจำนวนตรรกยะไม่ใช่หรือ (ก็คือว่าให้หาตัวเดิวนั้นเป็นทั้งจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ)

นักเรียน : แสดงว่าหนูเข้าใจผิดว่าให้หาทีละตัว ก็คือให้หาจำนวนที่เป็นจำนวนเต็ม และจำนวนตรรกยะ หนูก็เลขตอบแบบนี้ค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มาถูกต้องหรือไม่

นักเรียน : มั่นใจว่าถูกต้อง

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ ของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ คือ เกิดจากการไม่เอาใจใส่ในการเรียนของนักเรียน

#### ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. ไม่เข้าใจนิยามของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะได้อย่างชัดเจนจึงทำให้ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะได้ เนื่องจาก นักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ต้องใช้เวลาและความช่วยเหลือมาก อีกทั้งนักเรียนยังขาดความสนใจในการเรียน และไม่มีแรงจูงใจในการเรียน ดังนั้นจึงไม่สามารถจดจำสิ่งที่ครูสอนได้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจในวิธีการคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง

#### 2. ขาดการฝึกทักษะ

##### แนวทางแก้ไข

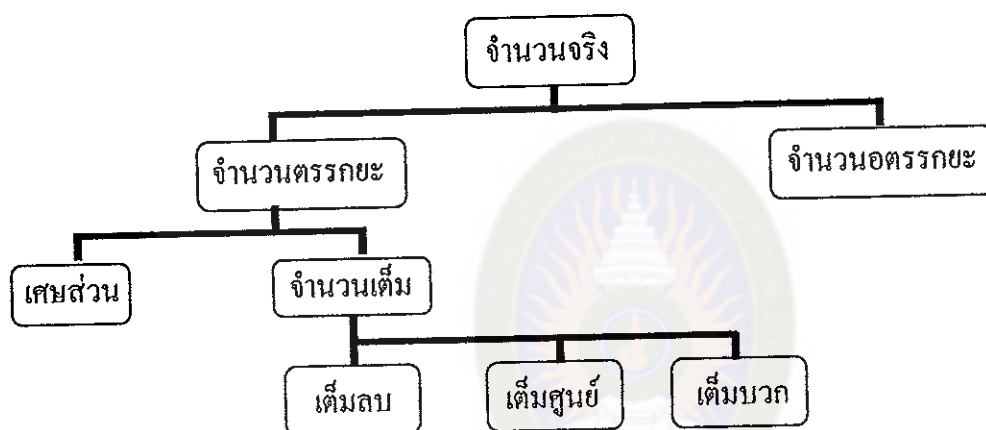
จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแบบรูปที่ 1 คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ เป็นดังนี้

1. จัดกิจกรรมสอนเสริมเกี่ยวกับบทนิยามและสมบัติของจำนวนเต็มและ

จำนวนตรรกยะ เพื่อให้เกิดความเข้าใจดียิ่งขึ้น โดยให้นักเรียนทั้ง 16 คน ศึกษาชุดการสอน เป็นรายบุคคล เรื่อง จำนวนจำนวนเต็มและจำนวนอตรรกยะ นักเรียนทำกิจกรรมในชุด การสอนนั้น แล้วออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน แล้วให้นักเรียนสรุปเนื้อหาที่ได้ในชุดการสอน นั้น โดยการเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนแต่ละประเภท โดยเขียนเป็น โครงสร้างของจำนวนจริง ดังนี้

แผนผังแสดงโครงสร้างของจำนวนจริง



2. ฝึกทักษะโดยการให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะในตัวเดียวกันได้อย่างชัดเจน โดยให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อช่วยกันคิดและสังเกต แล้วให้นักเรียนสังเกตจำนวนหลังจุดทศนิยมว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร โดยให้นักเรียนสามารถสรุปได้เองว่า ทศนิยมมาจากการแปลงเศษส่วนเป็นทศนิยมซ้ำ ซึ่งเป็นทศนิยมซ้ำศูนย์ และทศนิยมซ้ำที่ไม่ซ้ำศูนย์ เช่น

## แบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง จำนวนตรรกยะ

จงเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในตารางเป็นทศนิยม แล้วสังเกตจำนวนหลังจุดทศนิยม

ข้อที่	จำนวน	ทศนิยม
1.	$\frac{4}{2}$	2
2.	$\frac{20}{5}$	4
3.	$\frac{1}{2}$	0.5
4.	$\frac{1}{5}$	0.2
5.	$\frac{3}{2}$	1.5

## แบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง จำนวนตรรกยะ

ให้แปลงจำนวนต่อไปนี้เศษส่วน ถ้าทำเป็นเศษส่วนไม่ได้ให้ใส่เครื่องหมายคำถาม (?) แล้วระบุว่าจำนวนนั้นเป็นหรือไม่เป็นจำนวนตรรกยะ โดยการทำการวงกลมล้อมรอบ

ข้อที่	จำนวน	เศษส่วน	จำนวนตรรกยะ
1.	3	$\frac{3}{1}$	(เป็น) / ไม่เป็น
2.	0.25		เป็น / ไม่เป็น
3.	0.1666...		เป็น / ไม่เป็น
4.	$\sqrt{4}$		เป็น / ไม่เป็น
5.	$\sqrt{2}$		เป็น / ไม่เป็น
6.	$\sqrt{5}$		เป็น / ไม่เป็น
7.	$\sqrt{-8}$		เป็น / ไม่เป็น

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 2 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 16 คน ปรากฏว่านักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติต่างๆ ของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูปที่ 1 คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

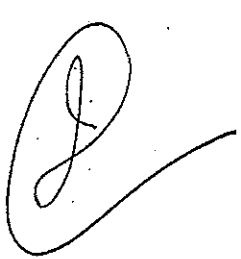
## การวิเคราะห์แบบรูปที่ 2

แผนภาพที่ 10 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 2

2. จำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จำนวนใดเป็นทั้งจำนวนเต็ม และจำนวนตรรกยะ

1) 0	2) $-\frac{4}{2}$
3) $\pi$	4) $\frac{22}{7}$
5) 4.75	6) $0.\dot{5}3$
7) 2.10100100010001...	8) $\sqrt{5} \times 0$
9) $2 + \sqrt{2}$	10) $\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$

ตอบ... 0, 0, 1, 1, 0.75, 0.53,  $\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$



แผนภาพที่ 10 พบว่า นักเรียนแปลความหมายและตีความจากโจทย์ที่ให้มาแตกต่างไปจากข้อตกลงของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ จากโจทย์ที่ให้มาหมายความว่าจำนวนเดิวนั้นเป็นทั้งจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ ที่นักเรียนตอบมาส่วนมากเป็นจำนวนตรรกยะแต่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ดังนั้น แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 2 คือ การตีความด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 16 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 2 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนทำอะไร

นักเรียน : ให้หาจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ

ผู้วิจัย : หนูทำไมตอบแบบนี้

นักเรียน : เพราะหนูเข้าใจว่าจำนวนเต็ม แบ่งออกเป็น 3 ชนิด คือ จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มศูนย์ และจำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยมซ้ำได้ครับ ผมจึงตอบ  $\frac{22}{7}$  (เขียนในรูปเศษส่วน), 0.75,  $0.\dot{5}3$

(เพราะว่าทั้งสองตัวนี้เป็นทศนิยมซ้ำ) และ  $\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$

ผู้วิจัย : แต่โจทย์บอกว่า ให้หาจำนวนที่เป็นทั้งจำนวนเต็ม และจำนวน



ตรรกยะไม่ใช่หรือ (ก็คือว่าให้หาตัวเดี่ยวนั้นเป็นทั้งจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ)

นักเรียน : แสดงว่าหนูเข้าใจผิดว่าให้หาทีละตัว ก็คือให้หาจำนวนที่เป็นจำนวนเต็ม และจำนวนตรรกยะ หนูก็เลยตอบแบบนี้ค่ะ

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มาถูกต้องหรือไม่

นักเรียน : มั่นใจว่าถูกค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนแปลความหมายและตีความจากโจทย์ที่ให้มาแตกต่างไปจากข้อตกลงของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ จากโจทย์ที่ให้มาหมายความว่าจำนวนเดี่ยวนั้นเป็นทั้งจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ ที่นักเรียนตอบมามากเป็นส่วนมากเป็นจำนวนตรรกยะแต่ไม่ใช่จำนวนเต็ม

#### ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. แปลความหมายและตีความโจทย์ผิด จึงทำให้ได้คำตอบผิด เนื่องมาจากนักเรียนขาดทักษะในการอ่าน ขาดการแปลรวมของปัญหา ไม่เข้าใจคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ขาดความคิดหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้

#### 2. ขาดการฝึกทักษะ

##### แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาคือการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 2 ได้แบบรูปที่ 2 คือ การตีความด้านภาษา เป็นดังนี้

1. จัดกิจกรรมสอนเสริมเกี่ยวกับสมบัติของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ เพื่อให้เกิดความเข้าใจดียิ่งขึ้น โดยใช้บทเรียนการรู้ตน หรือใช้ชุดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล เพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ

2. ฝึกทักษะโดยใช้แบบฝึกทักษะเพื่อให้นักเรียนสามารถใช้ความรู้ที่ได้บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะในตัวเดียวกันได้ เช่น

แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง จำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ  
ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย  $\checkmark$  ใน  $\square$

ข้อที่	จำนวน	จำนวนเต็ม	จำนวนตรรกยะ
1.	4	$\checkmark$	$\checkmark$
2.	0.5		
3.	$\frac{2}{7}$		
4.	$\frac{1}{8^3}$		
5.	$\sqrt{5}$		

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 2 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 16 คน ปรากฏว่า นักเรียนแปลความหมายและตีความจากโจทย์ที่ให้มาแตกต่างไปจากข้อตกลงของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ จากโจทย์ที่ให้มาหมายความว่าจำนวนเดียวนั้นเป็นทั้งจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ ที่นักเรียนตอบมาส่วนมากเป็นจำนวนตรรกยะแต่ไม่ใช่จำนวนเต็ม จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูปที่ 2 คือ การตีความด้านภาษา

2.6 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 13 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แผนภาพที่ 11 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 13

13. ราคาที่สองที่เป็นบวกของ 11,025 และราคาี่สามของ 3,375 แตกต่างกันเท่าไร

วิธีทำ  $11,025 = 5 \cdot 657$

$3,375 = 15 \cdot 15 \cdot 15$

แตกต่างกัน  $(= 9,325)$

ตอบ ต่างกันจะออก 9,325

แผนภาพที่ 11 พบว่า นักเรียนแปลความสัญลักษณ์ในโจทย์ผิดจึงทำให้ได้คำตอบที่ผิด ดังนั้น แบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 13 คือ ด้านการใช้ข้อมูลผิด

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 11 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 13 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนเข้าใจโจทย์ว่าอย่างไร

นักเรียน : ให้หารากที่สองที่เป็นบวกของ 11.025 (สิบเอ็ดจุดศูนย์สองห้า) และรากที่สามของ 3,375 แล้วนำมาลบกัน

ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร

นักเรียน : หนูดอรากที่สองของ 11.025 ได้เท่ากับ 5.657

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้มาถูกต้องหรือไม่

นักเรียน : มั่นใจว่าถูกค่ะ

ผู้วิจัย : ในโจทย์ให้หารากที่สองที่เป็นบวกของ 11,025 (หนึ่งหมื่นหนึ่งพันยี่สิบห้า) ไม่ใช่หรือ

นักเรียน : ใช่ค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วหนูทำไมถึงตอบ 9.325

นักเรียน : เพราะหนูดูโจทย์ผิดค่ะ จึงทำให้ได้คำตอบผิด

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนแปลความสัญลักษณ์ในโจทย์ผิดจึงทำให้ได้คำตอบที่ผิด

#### ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน คือ นักเรียนแปลความสัญลักษณ์ในโจทย์ผิด อาจเกิดจากความรีบเร่งหรือการเข้าใจผิด การละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา ทำผิดคำสั่งโดยการหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ เนื่องจากนักเรียนมีความสะเพร่าทำให้นำตัวเลขมาใช้อย่างผิด ๆ และวิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น

แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

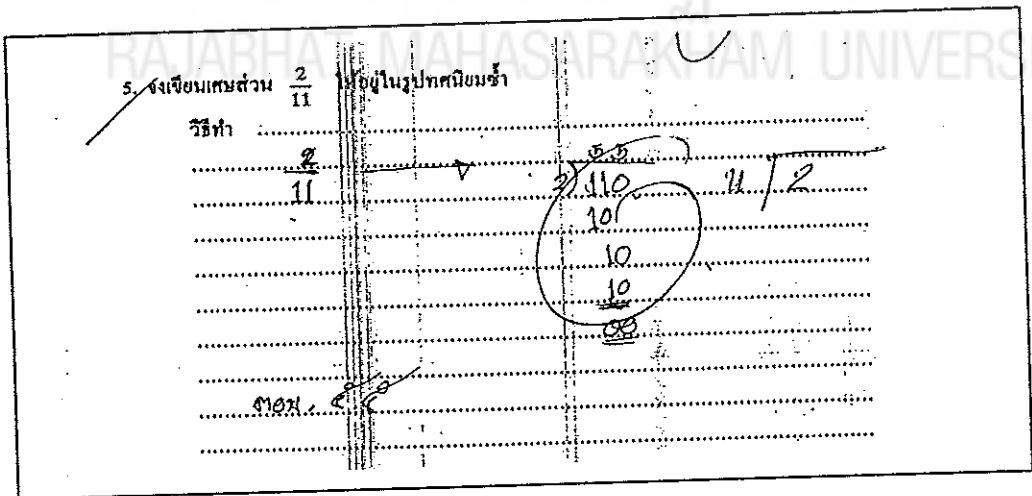
แนวทางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 13 ได้แบบรูป คือ ด้านการใช้ข้อมูลผิด มีแนวทางแก้ไขดังนี้ โดยการจัดกิจกรรมสร้างเสริมสร้างความรู้เข้าใจในเนื้อหาโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และฝึกความอดทนในการทำงานโดยการให้นั่งสมาธิก่อนเรียน เพื่อให้มีสติ แล้วสอนโดยการชี้ให้เห็นความสำคัญของการแปลสัญลักษณ์ให้ชัดเจน โดยการสอนเสริมเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการนำสัญลักษณ์ไปใช้

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 13 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 11 คน ปรากฏว่า นักเรียนแปลสัญลักษณ์ในโจทย์ผิดจึงทำให้ตีความผิด ดังนั้น นักเรียนจึงหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูป คือ ด้านการใช้ข้อมูลผิด

2.7 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 5 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แผนภาพที่ 12 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 5



แผนภาพที่ 12 พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจในหลักการหารจำนวนเต็ม คือ เข้าใจผิดเกี่ยวกับหลักการหาร โดยคิดว่าตัวที่มีค่ามากเป็นตัวตั้งได้เท่านั้นและตัวที่มีค่าน้อยเป็น

ตัวหาร คำนวณ แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 5 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท  
กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 9 คน  
ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 5 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ให้หาอะไร

นักเรียน : ให้เขียน  $\frac{2}{11}$  ในรูปทศนิยมซ้ำ

ผู้วิจัย : นักเรียนหาผลลัพธ์ได้อย่างไร

นักเรียน : หนูเอา 11 เป็นตัวตั้ง และ 2 เป็นตัวหาร

ผู้วิจัย : ทำไมจึงทำแบบนี้

นักเรียน : เพราะหนูคิดว่า 11 ไม่น่าจะหาร 2 ได้ เพราะ 11 มากกว่า 2

ดังนั้น หนูจึงคิดว่าให้ 11 เป็นตัวตั้ง และ 2 เป็นตัวหาร

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องหลักการหาร โดย  
คิดว่าตัวที่มีค่ามากเป็นตัวตั้งและตัวที่มีค่าน้อยเป็นตัวหาร

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและ  
ผลการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องการหาร
2. นักเรียนขาดการฝึกทักษะ

แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน  
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญ  
ตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 5 แบบรูป :  
การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ สรุไปได้ดังนี้

1. จัดกิจกรรมสอนเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจพื้นฐานให้ถูกต้อง  
เกี่ยวกับหลักการหารที่ถูกต้อง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล
2. ฝึกทักษะให้นักเรียนเรียนรู้หลักการหารให้มาก โดยการทำแบบฝึกทักษะ

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 5 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 9 คน ปรากฏว่า นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับหลักการหารจำนวนเต็ม จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้รูปแบบ คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

2.8 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 6 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูปดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แผนภาพที่ 13 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 6

6. จงเขียน  $0.14\dot{7}$  ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ  $\frac{1}{x} N = 0.14\dot{7}$

คูณ  $N = 0.1474747... \dots (1)$

คูณทั้งสองข้างของสมการ (1) ด้วย 1,000

จะได้  $1,000N = 1,000 \times 0.1474747... \dots$

$1,000N = 147.4747... \dots (2)$

คูณทั้งสองข้างของสมการ (1) ด้วย 10

จะได้  $10N = 10 \times 0.1474747... \dots$

จะได้  $10N = 1.474747... \dots (3)$

ลบสมการ (2) ลบด้วยสมการ (3)

จะได้  $1,000N - 10N = (147.4747... - 1.4747...)$

$990N = 0.0047$

$N = \frac{0.0047}{990}$

แผนภาพที่ 13 พบว่า นักเรียนได้ผลลัพธ์ของ  $0.14\dot{7} = \frac{0.0047}{990}$  ซึ่งเป็นคำตอบ

ที่ผิด ดังนั้น แบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 6 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน ที่ทำแบบทดสอบ ข้อที่ 6 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนเข้าใจโจทย์ว่าอย่างไร

นักเรียน : ทำ  $0.14\dot{7}$  ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

ผู้วิจัย : นักเรียนมีหลักการอย่างไรเพื่อหาคำตอบ



นักเรียน : แสดงวิธีการหาคำตอบ โดยสมมติให้  $N = 0.147$   
แล้วแตกทศนิยมออกมา  $N = 14477\dots$  หลังจากนั้น  
หนูก็นำทั้งสองข้างของสมการด้วย 1000

ผู้วิจัย : ทำอย่างไรต่อ

นักเรียน : หนูก็นำเอาตัวที่คูณกับ 1000 ไปลบออกจาก  $N$  ที่หนูแตกทศนิยม  
ออกจากอันแรก

ผู้วิจัย : ทำไมจึงคิดแบบนี้ ลองอธิบายขั้นตอนการทำให้ครูฟังซิ

นักเรียน : เพราะหนูก็นึกว่ามันน่าจะเป็นขั้นตอนที่ถูกต้อง

ผู้วิจัย : หนูทำขั้นตอนถูกแต่หนูใส่ทศนิยมผิดจึงทำให้ได้คำตอบผิด

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบและความระมัดระวังใน  
การคำนวณ แสดงวิธีทำถูก แต่คำนวณผิด เพราะว่ามันใส่ทศนิยมผิดตั้งแต่ต้นจึงทำให้ได้  
คำตอบผิด

#### ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการทำแบบทดสอบ และ  
การสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนไม่มีสมาธิในการเรียน
2. นักเรียนขาดความรอบคอบและความระมัดระวังในการคำนวณ
3. นักเรียนขาดการฝึกทักษะในการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน

#### แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน  
ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญ  
ตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 6 ได้แบบรูป  
คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ สรุปได้ดังนี้

1. ฝึกสมาธิในการทำงาน โดยการนั่งสมาธิก่อนเรียนและสร้างเสริมให้  
นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์เพื่อก่อให้เกิดการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย  
มีวิจรรณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง
2. สร้างความรอบคอบโดยการทบทวนความรู้พื้นฐาน และฝึกความรอบคอบ

โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมด้วยตนเอง เช่น การใช้ชุดการสอนเป็นรายบุคคล บทเรียน  
 สำเร็จรูป บทเรียนแบบโปรแกรม บทเรียนการ์ตูน และมีการเสริมแรงโดยการชมเชย การให้  
 คะแนน และการให้รางวัล เป็นต้น

3. ฝึกให้นักเรียนมีการทบทวนความรู้และฝึกทักษะโดยการทำแบบฝึกทักษะ  
 เพื่อหาแนวทางแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ จะช่วยให้เกิดทักษะหรือความชำนาญในการ  
 แก้ปัญหา

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 6 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 5 คน ปรากฏว่า  
 นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาด  
 ความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูป คือ  
 ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

2.9 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 8 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง  
 แก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 2 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูปที่ 1

แผนภาพที่ 14 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 8

8. กำหนดให้  $\sqrt{2} \approx 1.414$   $\sqrt{5} \approx 1.732$  และ  $\sqrt{5} \approx 2.236$  จงหาค่าโดยประมาณของ  
 $\sqrt{98} + \sqrt{363} - \sqrt{80}$  (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

วิธีทำ  $1.414 \times 1.732 \times 2.236$  แทน  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}$ .....

$2.447$  แทน  $\sqrt{10}$  คือ  $\sqrt{10} \approx 3.162$ .....

..... แทน  $\sqrt{10}$  คือ  $\sqrt{10} \approx 3.162$ .....  $(3.162 + 4.359 - 3.000)$

..... แทน  $\sqrt{10}$  คือ  $\sqrt{10} \approx 3.162$ .....  $= 4.521$

..... แทน  $\sqrt{10}$  คือ  $\sqrt{10} \approx 3.162$ .....  $= 4.521$

แผนภาพที่ 14 พบว่า นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับหลักการหารากที่สอง  
 คือ นักเรียนหารากที่สอง สองครั้ง เช่น  $\sqrt{98}$  หารากไม่ได้จึงใช้  $\sqrt{100} = 10$  แล้วก็ไป  
 หารากที่สองของ 10 อีก ซึ่ง  $\sqrt{10} \approx 3.162$ ,  $\sqrt{363}$  หารากไม่ได้จึงใช้  $\sqrt{361} = 19$   
 แล้วก็ไปหารากที่สองของ 19 อีก ซึ่ง  $\sqrt{19} \approx 4.359$  ดังนั้น แบบรูปของมโนทัศน์ที่  
 คลาดเคลื่อนของข้อ 8 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน  
 ที่ทำแบบทดสอบข้อ 8 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนทำอะไร

นักเรียน : ให้หาค่าโดยประมาณของ  $\sqrt{98} + \sqrt{363} - \sqrt{80}$  โดยตอบเป็น  
 ทศนิยม 2 ตำแหน่ง

ผู้วิจัย : หนูเข้าใจว่าอย่างไรในการถอดรากที่สอง

นักเรียน : หนูเข้าใจว่าในการถอดรากที่สอง ก็คือการคูณตัวมันเองสองครั้งแล้ว  
 ให้ได้ตัวเลขที่อยู่ภายใต้เครื่องหมายราก เสร็จแล้วก็ดึงออกมาหนึ่งตัว

ผู้วิจัย : ทำไมหนูถึงได้คำตอบเท่านี้ หนูมีวิธีหาผลลัพธ์ได้อย่างไร

นักเรียน : หนูเอา  $1.414 + 1.732 + 2.236 = 5.382$  และ หนูเอา

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{2+3+5} = \sqrt{10}$$

ดังนั้น หนูจึงคิดว่า  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} = 5.382$  เพราะมีค่าเท่ากัน

ผู้วิจัย : หนูคิดถูกไหม

นักเรียน : หนูไม่มั่นใจค่ะ

ผู้วิจัย : หนูทำยังไงต่อ ลองบอกวิธีคิดให้ครูฟังหน่อยซิ

นักเรียน : หนูหารากที่สองของ 98 ซึ่งไม่มีจำนวนที่คูณกันสองครั้งแล้วได้ 98

หนูจึงเอาค่าที่ใกล้เคียงคือ 100 หนูจึงถอดรากที่สองของ 100 แล้ว

ได้ 10 หนูจึงไปเปิดตารางรากที่สองที่ตรงกับ 10 ซึ่งได้

ค่าประมาณ 3.162

ในทำนองเดียวกัน หนูก็หารากที่สองของ 363 ซึ่งไม่มีจำนวนที่คูณ  
 กันสองครั้งแล้วได้ 363 มีแต่ 361 หนูจึงเอาค่าที่ใกล้เคียง ซึ่งเมื่อ  
 ถอดรากแล้วได้ 19 และรากที่สองของ 19 มีค่าเท่ากับ 4.359

ในทำนองเดียวกัน หนูก็หารากที่สองของ 80 ซึ่งไม่มีจำนวนที่คูณ  
 กันสองครั้งแล้วได้ 80 มีแต่ 81 หนูจึงเอาค่าที่ใกล้เคียง ซึ่งเมื่อถอด  
 รากแล้วได้ 9 และรากที่สองของ 9 มีค่าเท่ากับ 3.00

ผู้วิจัย : หลังจากนั้นแล้วหนูทำยังไงต่อ ลองบอกวิธีคิดให้ครูฟังหน่อยซิ

นักเรียน : เสร็จแล้วหนูก็เอาที่หนูถอดรากแล้วมาบวกกันและลบกัน

$$\text{ดังนี้ } 3.162 + 4.359 - 3.00 = 4.52$$

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับหลักการหารากที่สอง และไม่เข้าใจหลักการหารากที่สอง

### ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบ พบว่า นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับบทนิยาม กฎ ทฤษฎี และสมบัติต่าง ๆ เนื่องจากนักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ที่ต้องใช้เวลาและความช่วยเหลือมาก อีกทั้งนักเรียนยังขาดความสนใจในการเรียน และไม่มีแรงจูงใจในการเรียน ดังนั้นจึงไม่สามารถจดจำสิ่งที่ครูสอนได้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจในวิธีการคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง

### แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 8 ได้แบบรูปที่ 1 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ซึ่งมีแนวทางแก้ไข ดังนี้ โดยการจัดกิจกรรมสอนเสริมเพื่อสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับการหารากที่สอง ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่น่าสนใจโดยใช้นวัตกรรมที่แปลกใหม่ เช่น ให้นักเรียนเล่นเกมตัวต่อโดมิโนเกี่ยวกับรากที่สอง หรือเกมจับคู่หารากที่สอง หรือใช้บทเรียนสำเร็จรูป บทเรียนการ์ตูน หรือชุดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล เป็นต้น

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 8 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน ปรากฏว่า นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับหลักการหารากที่สอง และไม่เข้าใจหลักการหารากที่สอง จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูปที่ 1 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

## การวิเคราะห์แบบรูปที่ 2

แผนภาพที่ 15 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 8

8. กำหนดให้  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$  และ  $\sqrt{5} \approx 2.236$  จงหาค่าโดยประมาณของ $\sqrt{98} + \sqrt{363} - \sqrt{80}$  (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง)วิธีทำ 1. AIAK.1.792+2.236 และ  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ 5.999 และ  $\sqrt{10}$  คือ 10 = 5.992จากที่คิดของ 99  $\approx 5.162$ จากที่คิดของ 98  $\approx 4.959$ จากที่คิดของ 90  $\approx 3.000$  $5.162 + 4.959 - 3.000$  $\approx 4.521$ 

ตอบ 4.52

แผนภาพที่ 15 พบว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ จึงทำให้นักเรียนหाराกที่สองผิดขั้นตอน ดังนั้น แบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อ 8 คือข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 8 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนทำอะไร

นักเรียน : ให้หาค่าของ  $\sqrt{98} + \sqrt{363} - \sqrt{80}$ 

ผู้วิจัย : หนูมีวิธีคิดอย่างไร

นักเรียน : หนูถอดรากที่สองของ 98 ไม่ได้ หนูจึงเอา 100 ไปหารากที่สอง เพราะว่า 100 ใกล้เคียงกับ 98 ดังนั้นหนูจึงถอดรากที่สองของ 100 ได้ 10 หนูจึงไปเปิดตารางรากที่สองในตาราง ส่วนรากที่สองของ 363 และ 80 ก็ทำได้ในทำนองเดียวกัน หนูก็เอาตัวที่ถอดรากได้แล้วมาบวกกัน แล้วจึงตอบ 4.52

ผู้วิจัย : ทำไมหนูถึงตอบ 4.52

นักเรียน : หนูคิดว่าน่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนรีบเร่งจนขาดความระมัดระวัง ไม่มีความรอบคอบ ขาดการตรวจสอบขั้นตอนวิธีทำในการถอดรากที่สองที่ถูกต้อง จึงทำให้ได้คำตอบผิด

### ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เป็นดังนี้

1. นักเรียนชอบเดาเพราะต้องการให้เสร็จเร็ว ๆ ขาดความตั้งใจที่จะแก้ปัญหา และขาดการพิจารณาไตร่ตรองในการให้เหตุผล

2. นักเรียนขาดการฝึกทักษะ

### แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาคือการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 8 แบบรูปที่

2 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ เป็นดังนี้

1. จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ใช้ในการหารากที่สอง โดยการสอนด้วยกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา (Polya) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล และมีการเสริมแรงเชิงบวกโดยการให้คะแนน หรือให้รางวัล เพื่อให้ นักเรียนสามารถแสดงขั้นตอนการคิดอย่างมีระบบแบบแผน มีกระบวนการ ก่อให้เกิดวินัยในการทำงาน

2. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ เรื่อง การหารากที่สอง เพื่อฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับลักษณะของโจทย์ที่หลากหลาย

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 8 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน ปรากฏว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูปที่ 2 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ



2.10 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 9 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูปดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แผนภาพที่ 16 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 9

๑. จงหาผลลัพธ์ของ  $\sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{45}$

วิธีทำ .....

$$\begin{array}{r} \sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{45} \\ \sqrt{20} \\ \sqrt{20} \\ \sqrt{15} + \\ 10\sqrt{5} \\ 10\sqrt{5} \end{array}$$

แผนภาพที่ 16 พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับบทนิยาม และสมบัติเกี่ยวกับหลักการหารากที่สอง ดังนั้น แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 9 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 7 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 9 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนทำอะไร

นักเรียน : ให้หาผลลัพธ์ของ  $\sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{45}$  ครับ

ผู้วิจัย : หนูหาผลลัพธ์ได้อย่างไร

นักเรียน : ผมก็เอาตัวเลขภายใต้เครื่องหมายรากที่สองออกมอลบ และบวกกัน  
เลย

ผู้วิจัย : ทำไมจึงคิดแบบนั้น ลองอธิบายขั้นตอนการทำให้ครูฟังซิ

นักเรียน : ผมคิดว่าน่าจะเอาตัวเลขที่อยู่ภายใต้เครื่องหมายรากมาบวกลบกัน  
ได้เลยครับ

ผู้วิจัย : หนูคิดว่าคำตอบที่หนูได้ถูกต้องหรือไม่

นักเรียน : ไม่แน่ใจครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับบทนิยาม และสมบัติเกี่ยวกับหลักการหารากที่สอง และไม่เข้าใจหลักการหารากที่สอง

**ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน**

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการกระทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานในหลักการหารากที่สอง เนื่องจากว่านักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ต้องใช้เวลาและความช่วยเหลือมาก อีกทั้งนักเรียนยังขาดความสนใจในการเรียน และไม่มีแรงจูงใจในการเรียน ดังนั้น จึงไม่สามารถจดจำสิ่งที่ครูสอนได้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจในวิธีการคำนวณหาค่าที่ถูกต้อง

2. นักเรียนขาดทักษะ

**แนวทางแก้ไข**

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 9 ได้แบบรูป คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ มีแนวทางแก้ไขดังนี้

1. โดยการจัดกิจกรรมสอนเสริมเกี่ยวกับหลักการหารากที่สอง และทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนจริง เพราะการสอนซ่อมเสริมเป็นการทบทวนความรู้ที่นักเรียนเคยเรียนผ่านมาแล้ว

2. มีการฝึกฝนให้นักเรียนได้เรียนรู้รูปแบบของโจทย์ที่แตกต่างไปจากเดิม เพื่อให้เกิดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา โดยการทำแบบฝึกทักษะ

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 9 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 7 คน ปรากฏว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับบทนิยาม และสมบัติเกี่ยวกับหลักการหารากที่สอง และไม่เข้าใจหลักการหารากที่สอง จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูป คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

2.11 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 15 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูปดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แผนภาพที่ 17 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 15

๕. จงหาค่าของ  $x$  จากสมการ  $\sqrt{2x+5}=2$

วิธีทำ .....

$$\sqrt{2x+5} = 2$$

$$\sqrt{2x+5} > 2$$

$$= 2\sqrt{2+5}$$

$$= \sqrt{15}$$

$$x = 15$$

$$b.o. 2 \times 5 = 10$$

$$b.o. 3 + 2 = 5$$

แผนภาพที่ 17 พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับบทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ ใน เรื่อง หลักการหารากที่สาม ดังนั้น แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 15 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจสอบแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 7 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 15 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนทำอะไร

นักเรียน : ให้หาค่าของ  $x$  ครับ

ผู้วิจัย : หนูหาผลลัพธ์ได้อย่างไร

นักเรียน : ผมเอา 5 มาคูณกับ 2

ผู้วิจัย : ทำไมจึงคิดแบบนั้น ลองอธิบายขั้นตอนการทำให้ครูฟังซิ

นักเรียน : ผมคิดว่า  $2x$  บวกกับ 5 ก็คือ 2 คูณกับ 5 ได้ 10 ตัวแปรไม่เกี่ยวแล้วก็เอา 3 มาบวกกับ 2 ได้เท่ากับ 5 หลังจากนั้นก็เอา 10 มาบวกกับ 5 จึงได้คำตอบเป็น 15

ผู้วิจัย : หนูคิดว่าคำตอบที่หนูได้ถูกต้องหรือไม่

นักเรียน : ผมคิดว่าน่าจะถูก

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับบทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ ใน เรื่อง หลักการหารากที่สาม

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐาน เนื่องจากนักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้คำต้องใช้เวลาและความช่วยเหลือมาก อีกทั้งนักเรียนยังขาดความสนใจในการเรียน และไม่มีแรงจูงใจในการเรียน ดังนั้น จึงไม่สามารถจดจำสิ่งที่ครูสอนได้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจในวิธีการคำนวณหาค่าที่ถูกต้อง

2. ขาดทักษะในการแก้สมการ

แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 15 ได้แบบรูป คือ การปิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ เป็นดังนี้

1. จัดกิจกรรมสอนเสริม โดยการใช้บทเรียนสำเร็จรูป บทเรียนการ์ตูน หรือชุดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล เกี่ยวกับการหารากที่สาม และทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการแก้สมการ เพราะการสอนเสริมเป็นการทบทวนความรู้ที่นักเรียนเคยเรียนผ่านมาแล้ว

2. มีการฝึกฝนให้นักเรียนได้เรียนรู้รูปแบบของโจทย์ที่แตกต่างไปจากเดิม เพื่อให้เกิดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา โดยการทำแบบฝึกทักษะ

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 15 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 7 คน ปรากฏว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับบทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ ใน เรื่อง หลักการหารากที่สาม จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูป คือ การปิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

2.12 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 7 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูปดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แผนภาพที่ 18 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 7

7. หงหารากที่สองของ 576 โดยการแยกตัวประกอบ

วิธีทำ  $576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$2 \times 2 \times 2 \times 2$

คือมี  $16 \times 16 \times 2$

จบ  $16 \times 16 \times 2$

แผนภาพที่ 18 พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับหลักการหารากที่สองของ 576 โดยการแยกตัวประกอบ โดยเข้าใจว่า 256 มีค่าเท่ากับ  $16 \times 16 \times 2$  ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด และผิดหลักการ ดังนั้น แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 7 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 6 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้หาอะไร

นักเรียน : หารากที่สองของ 576

ผู้วิจัย : หนูหาผลลัพธ์ได้อย่างไร

นักเรียน : หนูแยกตัวประกอบของ 576 โดยเอา  $16 \times 16 \times 2$

ผู้วิจัย : ทำไมจึงคิดแบบนั้น ลองอธิบายขั้นตอนการทำให้ครูฟังซิ

นักเรียน : เพราะหนูคิดว่า  $16 \times 16 \times 2$  เมื่อคูณกันแล้วได้เท่ากับ 576

ผู้วิจัย : หนูคิดว่าเป็นวิธีการที่ทำถูกหรือไม่

นักเรียน : ไม่แน่ใจค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับหลักการหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ





แผนภาพที่ 19 พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ นักเรียนเข้าใจว่าจำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ โดยไม่มีการพิจารณาว่าทศนิยมตัวที่ซ้ำนั้นจะมีจำนวนเท่ากันหรือไม่ หรือซ้ำแบบไหน ดังนั้น แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 1 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท ทฤษฎีบท บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 2 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 1 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้หาอะไร

นักเรียน : ให้หาจำนวนตรรกยะ

ผู้วิจัย : นักเรียนลองบอกความหมายของจำนวนตรรกยะให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปจำนวนเต็ม เศษส่วน และ ทศนิยมซ้ำ

ผู้วิจัย : ทำไมหนูถึงคิดว่า  $0.7177117771117771111\dots$  เป็นจำนวนตรรกยะ

นักเรียน : เพราะว่ามีเลข 7 ซ้ำกัน และ เลข 1 ซ้ำกัน

ผู้วิจัย : หนูคิดว่าหนูคิดถูกไหม

นักเรียน : .....

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ สืบสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ นักเรียนเข้าใจว่าจำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำจะซ้ำแบบไหนก็ได้ เนื่องจากว่านักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้คำต้องใช้ใช้เวลาและความช่วยเหลือมาก อีกทั้งนักเรียนยังขาดความสนใจในการเรียน และไม่มีแรงจูงใจในการเรียน ดังนั้น จึงไม่สามารถจดจำสิ่งที่ครูสอนได้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจในวิธีการคำนวณหาค่าที่ถูกต้อง

2. นักเรียนขาดทักษะ

### แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 1 ได้แบบรูปที่ คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ เป็นดังนี้

1. จัดกิจกรรมสอนเสริมเพื่อสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่น่าสนใจโดยใช้นวัตกรรมที่แปลกใหม่ เช่น ให้นักเรียนเล่นเกมเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะที่อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ คือ กำหนดให้แต่ละคนนับ 1 - 5 แล้วจัดกลุ่มใหม่ คือ โคนับ 1 ก็ให้ไปอยู่ในกลุ่มที่ 1 โคนับ 2 ก็ให้ไปอยู่กลุ่มที่ 2 จนกระทั่งถึงกลุ่มที่ 5 แล้วครูก็อธิบายให้นักเรียนฟังว่าการซ้ำของตัวเลขต้องมีจำนวนเท่ากันไม่ใช่ว่าเป็นตัวเลขเดียวกันจะซ้ำเท่าไรก็ได้ ซึ่งเป็นการเข้าใจผิด

2. ฝึกทักษะให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง และมีการทบทวนบ่อย ๆ ครั้ง ให้นักเรียนได้ระลึกและจดจำได้ โดยการทำเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ เช่น

แบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่อง จำนวนตรรกยะ  
จงแปลงเศษส่วนให้เป็นทศนิยม

เศษส่วน	ทศนิยม
$\frac{5}{1}$	0.2
$\frac{3}{10}$	0.3
$\frac{135}{100}$	1.35
$\frac{302}{1000}$	0.302
$\frac{216789}{10000}$	21.6789

**แบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง จำนวนตรรกยะ**  
**จงแปลงทศนิยมให้เป็นเศษส่วน ถ้าไม่สามารถแปลงได้ให้ใส่เครื่องหมายคำถาม**

เศษส่วน	ทศนิยม
0.333...	$\frac{1}{3}$
0.1666...	$\frac{1}{6}$
0.0909...	$\frac{1}{11}$
0.1428571142857...	$\frac{1}{7}$
0.9999...	?

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 1 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 2 คน ปรากฏว่า นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ นักเรียนเข้าใจว่าจำนวนตรรกยะคือ จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำโดยไม่สนใจว่าตัวเลขหลังจุดทศนิยมนั้นจะมีจำนวนเท่ากันหรือไม่ หรือซ้ำแบบไหนก็ได้ จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้รูปแบบ คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ

2.14 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 4 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังนี้

**การวิเคราะห์แบบรูป**

**แผนภาพที่ 20 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 4**

4 จำนวนใดต่อไปนี้ทั้งจำนวนจริง และจำนวนตรรกยะ

1) -1.343343...	2) $-\frac{5}{2}$
3) 10.212112111	4) 1.121122111222...
5) $3\pi$	6) $6\sqrt{3}$
7) $\sqrt{3}-1$	8) $\sqrt{2}+7$
9) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	10) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$

ตอบ... ~~1) -1.343343... 2)  $-\frac{5}{2}$  3) 10.212112111 4) 1.121122111222...~~  
~~5)  $3\pi$  6)  $6\sqrt{3}$  7)  $\sqrt{3}-1$  8)  $\sqrt{2}+7$  9)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  10)  $\sqrt{2}-\sqrt{3}$~~   
 1) -1.343343... 2)  $-\frac{5}{2}$  3) 10.212112111 4) 1.121122111222... 5)  $3\pi$  6)  $6\sqrt{3}$  7)  $\sqrt{3}-1$  8)  $\sqrt{2}+7$  9)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  10)  $\sqrt{2}-\sqrt{3}$

แผนภาพที่ 20 พบว่า นักเรียนตีความจากโจทย์ไม่ถูกต้อง จึงทำให้ไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะได้ ดังนั้น แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของข้อ 4 คือ การตีความด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 2 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 4 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนลองบอกความหมายของจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะให้ครูฟังหน่อยค่ะ

นักเรียน : จำนวนจริง คือ จำนวนเต็ม และจำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนอยู่ในรูปจำนวนเต็ม เศษส่วน และ ทศนิยมซ้ำได้

ผู้วิจัย : หนูคิดว่าคำตอบที่ได้มานั้นถูกต้องหรือไม่

นักเรียน : ถูกค่ะ

ผู้วิจัย : ทำไมหนูถึงตอบ  $-\frac{5}{2}$  มาด้วยในเมื่อหนูบอกว่าจำนวนจริง คือจำนวนเต็ม

นักเรียน : เพราะว่าทำเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยม  $-\frac{5}{2} = -2.5$  แล้วจำนวนนั้นติดลบ หนูจึงคิดว่าจำนวนที่ติดลบเป็นจำนวนอตรรกยะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนตีความจากโจทย์ไม่ถูกต้อง จึงทำให้ไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะได้

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. นักเรียนตีความจากโจทย์ไม่ถูกต้อง จึงทำให้ไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะได้ เนื่องจาก การขาดทักษะในการอ่าน ขาดการแปลรวมของปัญหา ไม่เข้าใจคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ขาดความคิดหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้

2. นักเรียนขาดทักษะ

### แนวทางแก้ไข

จากการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางในการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและข้อเสนอแนะ ผลปรากฏดังนี้

แนวทางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อ 1 ได้แบบรูป คือ การตีความด้านภาษา เป็นดังนี้

1. จัดกิจกรรมสอนเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอน หรือบทเรียนการ์ตูน หรือ การเรียนแบบร่วมมือ โดยใช้กิจกรรมกลุ่มเข้ามาช่วย เช่น แข่งขันกันเล่นเกมตอบปัญหา เป็นต้น

2. ฝึกทักษะให้มีการทบทวนบ่อย ๆ ครั้งเพื่อให้นักเรียนสามารถระลึกและจดจำได้ ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา (Polya) คือ ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นปฏิบัติตามแผน และขั้นตรวจสอบ เพื่อให้นักเรียนสามารถแสดงขั้นตอนการคิดอย่างมีระบบแบบแผน มีกระบวนการ ก่อให้เกิดวินัยในการทำงาน และมีการเสริมแรงเชิงบวกโดยการให้คะแนน หรือให้รางวัล

สรุปผลจากแบบทดสอบข้อ 4 และการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 2 คน ปรากฏว่า นักเรียนตีความจากโจทย์ไม่ถูกต้อง จึงทำให้ไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะได้ จึงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แบบรูป คือ การตีความด้านภาษา