บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัย เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความคิดทางเรขาคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตามลำดับต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระเรขาคณิตระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลี
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   5.1 งานวิจัยในประเทศ
   5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สาระเรขาคณิตระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ความสำคัญ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551 : 1)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบมีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์วางแผนตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสมนอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆคณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพโดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ: ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวนระบบจำนวนจริงสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงการดำเนินการของจำนวนอัตราส่วนร้อยละการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด: ความยาวระยะทางน้ำหนักพื้นที่ปริมาตรและความจุเงินและเวลาหน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดอัตราส่วนตรีโกณมิติการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต: รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติการนึกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิตทฤษฎีบททางเรขาคณิตการแปลงทางเรขาคณิต (GeometricTransformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต: แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชันเซตและการดำเนินการของเซตการให้เหตุผลนิพจน์สมการระบบสมการอสมการกราฟลำดับเลขคณิตลำดับเรขาคณิตอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: การกำหนดประเด็นการเขียนข้อคำถามการกำหนดวิธีการศึกษาการเก็บรวบรวมข้อมูลการจัดระบบข้อมูลการนำเสนอข้อมูลค่ากลางและการกระจายของข้อมูลการวิเคราะห์และการแปลความข้อมูลการสำรวจความคิดเห็นความน่าจะเป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายการให้เหตุผลการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัดวัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค4.2 ใช้นิพจน์สมการอสมการกราฟและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematicalmodel) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผลการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551 : 4-5)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้เรียนควรจะมีความสามารถ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงมีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วนสัดส่วนร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็มเศษส่วนทศนิยมเลขยกกำลังรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหาและนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมทรงกระบอกและปริมาตรของปริซึมทรงกระบอกพีระมิดกรวยและทรงกลมเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาวพื้นที่และปริมาตรได้อย่างเหมาะสมพร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรงอธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่ง ได้แก่ ปริซึมพีระมิดทรงกระบอกกรวยและทรงกลมได้

4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมเส้นขนานทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับและสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation)การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้

5. สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปสถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟในการแก้ปัญหาได้

7. สามารถกำหนดประเด็นเขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์กำหนดวิธีการศึกษาเก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลมหรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตมัธยฐานและฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสมรวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มเหตุการณ์และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้อย่างเหมาะสมให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสมใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารการสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจนเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระที่ 3 เรขาคณิตระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขอบข่ายเนื้อหาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551 : 28-29)

1. การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต (ใช้วงเวียนและสันตรง)

1.1. การสร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

1.2. การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

1.3. การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้

1.4. การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้

1.5. การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้

1.6. การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้

2. การสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต (ใช้วงเวียนและสันตรง)

3. สมบัติทางเรขาคณิตที่ต้องการการสืบเสาะสังเกตและคาดการณ์เช่นขนาดของมุมตรงข้ามที่เกิดจากส่วนของเส้นตรงสองเส้นตัดกันและมุมที่เกิดจากการตัดกันของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ

5. ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า (Front view) ด้านข้าง (Side view) และด้านบน (Top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

6. การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้าด้านข้างและด้านบน

ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลี

ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีเป็นการศึกษาค้นคว้าของแวนฮีลี และไดนา แวนฮีลีผู้วิจัยได้ศึกษาจากเอกสาร บทความ และงานวิจัยต่าง ๆ ขอเสนอให้เห็นถึงพัฒนาการของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีตามลำดับดังนี้

ความเป็นมาของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลี

เอกสารและงานวิจัยที่กล่าวถึงความเป็นมาของรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele model) ได้แก่ เอกสารและงานวิจัยของ ครอว์เลย์ และเฟส์เกดเดสและทิสช์เลอร์และสิริพร ทิพย์คง (Crowley. 1987, Fuys, Geddes&Tischler. 1988 : 1 , สิริพร ทิพย์คง. 2546 : 91) ซึ่งกล่าวถึงรูปแบบของแวนฮีลี (Van Hiele model) ไว้ว่าเกิดจากการสร้างของปีแอร์ แวนฮีลีไดน่าแวนฮีลี สองสามีชาวเนเธอร์แลนด์ ซึ่งเป็นอาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่ง พวกเขาพบว่านักเรียนเรียนเรขาคณิตด้วยความยากลำบากโดยเฉพาะการเขียนพิสูจน์ ดังนั้นพวกเขาจึงสร้างรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele model) ซึ่งเป็นแบบเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิตเพื่อใช้ประเมินความสามารถของนักเรียนโดยวัดจากระดับความคิดทางเรขาคณิต และเสนอขั้นตอนการสอน 5 ขั้นตอน เพื่อพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปที่ระดับถัดไปโดยปีแอร์ แวนฮีลีคิดค้นโครงสร้างของระดับความคิดทางเรขาคณิตและออกแบบขั้นตอนการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเพิ่มความเข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิตส่วนไดน่า แวนฮีลี เป็นผู้พัฒนาบทเรียนการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางของแบบแล้วนำไปใช้กับนักเรียนจนได้ผลเป็นที่ยอมรับ ปีแอร์ แวนฮีลีและไดน่า แวนฮีลีจึงเสนอเป็นวิทยานิพนธ์ปริญญาเอกต่อมหาวิทยาลัยยูเทรชท์ (Utrecht) ที่พวกเขากำลังศึกษาอยู่ในปี ค.ศ.1954ในปีต่อมาไดน่า แวนฮีลีได้เสียชีวิตลง ส่วนงานวิจัยของพวกเขาได้รับการเผยแพร่เป็นภาษาดัชในปี ค.ศ.1957 ต่อมาประมาณปี ค.ศ.1960 –1969 ประเทศรัสเซียได้ปรับปรุงหลักสูตรเรขาคณิตให้สอดคล้องกับแวนฮีลี (Van Hiele model) แต่ในประเทศอื่น ๆ งานวิจัยของปีแอร์ แวนฮีลีและไดน่า แวนฮีลีได้รับความสนใจไม่มากนักจนกระทั่งในปี ค.ศ. 1973 ฮานส์ ฟรูเด็นแธล (Hans Freudenthal)

ซึ่งเป็นอาจารย์ของปีแอร์ แวนฮีลีและไดน่า แวนฮีลี ที่มหาวิทยาลัยยูเทรชท์ (Utrecht) ได้แปลผลงานของพวกเขาเป็นภาษาอังกฤษลงในหนังสือคณิตศาสตร์ดูประหนึ่งเรื่องที่ยากทางการศึกษา (Mathematics as an Educational Tasks) หลังจากนั้น ในปี ค.ศ.1970 – 1979 งานวิจัยของพวกเขาได้รับความสนใจเพิ่มมากขึ้นโดยเฉพาะในอเมริกาเหนือ ในระหว่างปี ค.ศ.1980 – 1989 ประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสนใจในการตีพิมพ์เกี่ยวกับแบบแวนฮีลี (Van Hiele model) โดยในปี 1989 สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM) นำแบบแวนฮีลี (Van Hiele model) ไปใช้โดยเน้นที่ความสำคัญของการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับและกิจกรรมการแก้ปัญหา

ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

NCTM (ชาญณรงค์ เฮียงราช. 2550) ได้ให้ข้อเสนอแนะใน Curriclum and Evaluation Standards for Mathematics ว่าการเรียนเรขาคณิตนักเรียนจะต้องเริ่มเรียนจากการรับรู้และระลึกถึงรูปลักษณะหรือรูปทรงภายนอก จากนั้นก็วิเคราะห์สมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น ๆ ต่อจากนั้นก็หาความสัมพันธ์ระหว่างเรขาคณิตลักษณะต่างๆเพื่อหาข้อสรุปแล้วนำสมบัตินั้นไปใช้ในการให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) ต่อไป ข้อเสนอดังกล่าวเป็นแนวคิดที่สนับสนุนรูปแบบการคิดเชิงเรขาคณิตของแวน ฮีลี

แวน ฮีลี ได้กำหนดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1: การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition)

รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาตามรูปลักษณะทางกายภาพที่ปรากฏ นักเรียนสามารถบอกชื่อเปรียบเทียบและจัดกระทำกับรูปเรขาคณิต เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม มุม เส้นขนาน ซึ่งไม่เกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น การคิดระดับนี้เป็นการคิดที่เกี่ยวกับข้องกับรูปร่าง การสร้าง ความหมายของรูปเรขาคณิตจะขึ้นอยู่กับการรับรู้จากการมองเห็น (Visual perception) ตัวอย่างเช่น

รูปลูกบาศก์มีลักษณะเหมือนกับกล่องหรือลูกเต๋า

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้ายยาว

เส้นขนานมีลักษณะเหมือนกับประตู

มุมคือจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม

แม้ว่าการรับรู้จากการมองเห็นจะมีบทบาทสำคัญและมีความจำเป็นต่อผลสัมฤทธิ์ทางเรขาคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหา แต่อย่างไรก็ตาม ความสามารถในการรับรู้จาก

การมองเห็นที่เหมาะสมก็ไม่ได้ประกันความสำเร็จในการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งในการแก้ปัญหานั้นอาจจะต้องใช้การคิดในระดับที่สูงขึ้น

ตารางที่ 1 คำอธิบายระดับความคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลีในระดับที่ 1

Level 1 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 1 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
1. ระบุชื่อเป็นรายกรณีเกี่ยวกับรูปร่างโดยสิ่งที่มันปรากฏทั้งหมด a. รูปวาดง่าย ๆ ไม่สลับซับซ้อน,แผนภาพหรือแยกออกเป็นชุดหรือกลุ่ม b. การจัดวางที่แตกต่าง c. รูปร่างหรือองค์ประกอบที่สลับซับซ้อน	a. นักเรียนระบุชื่อรูปสี่เหลี่ยมในการจัดชุดแยกรูปสี่เหลี่ยมหรือการวาดรูป b. นักเรียนชี้ประเด็นเกี่ยวกับมุม,รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า, และรูปสามเหลี่ยม c. นักเรียนชี้ประเด็นเกี่ยวกับกับมุมที่เหมาะสมในรูปที่มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมคางหมู นักเรียนร่างภาพในตะแกรง (เช่น มุม เส้นขนาน ขั้นบันได)
2. การสร้าง การวาดหรือคัดลอกรูปร่าง	2. นักเรียนสร้างรูปด้วย D-Stix เช่น สี่เหลี่ยมผืนผ้าและเส้นขนาน นักเรียนใช้แบบของกระเบื้องซึ่งแยกสามเหลี่ยมและคัดลอกแบบบนกระดาษ(ชิ้นต่อชิ้น)
3. ชื่อหรือรูปร่างของฉลาก และรูปร่างเรขาคณิตแบบอื่น ๆ และใช้มาตรฐานและ/หรือชื่อไม่มาตรฐาน และใช้ฉลากอย่างเหมาะสม 4. เปรียบเทียบและชนิดของรูปร่างเกี่ยวกับส่วนสำคัญของสิ่งที่มันปรากฏทั้งหมด	3. นักเรียนชี้ประเด็นเกี่ยวกับมุมของรูปสามเหลี่ยมเรียกว่า “มุม(Corners)” นักเรียนเชื่อมโยงไปถึงมุมโดยสี(เช่น “มุมแดง(red angle)” หรือโดยสัญลักษณ์ของคำ เช่น “มุม A และ B ทำให้เกิดมุม C” 4. นักเรียนพูดว่า “one is a square, the other is a rectangle” หรือ “one is wider” เมื่อถูกถามเกี่ยวกับสิ่งที่พูดอะไรที่แตกต่างเกี่ยวกับการแยกรูปสี่เหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออก นักเรียนแยกประเภทสี่เหลี่ยมภายใน “สี่เหลี่ยม สี่เหลี่ยมผืนผ้า และอื่นๆ” เพราะ “ดูพวกมันมีลักษณะคล้ายกัน”

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Level 1 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 1 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
5. เกี่ยวกับคำ, อธิบายรูปร่างโดยสิ่งที่มันปรากฏโดยทั้งหมด	5. นักเรียนอธิบายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า "ดูเหมือน/คล้ายเป็นรูปสี่เหลี่ยม" หรือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังเช่น "รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเอียง" หรือมุมดังเช่น " คล้าย/เหมือนแขนทั้งสองข้างของนาฬิกา"
6. แก้ปัญหาที่คุ้นเคยโดยกการกระทำโดยรูปร่างแตกต่างกันโดยการใช้รายละเอียดซึ่งประยุกต์ในกรณีทั่วไป	6. นักเรียนใช้วิธีการทดสอบและการคลาดเคลื่อน (trial-and-error approach) เพื่อแก้ปริศนาแทนแกรม ดังเช่นการทำสี่เหลี่ยมและชิ้นส่วนของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจากชิ้นของรูปสามเหลี่ยมเล็กสองรูป นักเรียนตรวจสอบเกี่ยวกับด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ขนาดกันโดยใช้ D-stix วางบนขอบ นักเรียนใช้วัตถุโปร่งแสง "angle overlay" เพื่อวัดมุมทั้งสามของสี่เหลี่ยมผืนผ้า นักเรียนวางกระเบื้องสี่เหลี่ยมทีละนิดบนสี่เหลี่ยมผืนผ้าและนับกระเบื้องโดยหยิบออกจากพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
7.จำแนกส่วนของรูปร่าง a.ไม่ได้วิเคราะห์รูปร่างโดยใช้องค์ประกอบ b.ไม่ได้คิดเกี่ยวกับรายละเอียดในการจัดกลุ่มลักษณะของรูปร่าง c.ไม่ได้สร้างรูปร่างเป็นกรณีทั่วไปหรือใช้ภาษาที่สัมพันธ์/เชื่อมโยงกัน	7a.นักเรียนจำแนกรูปสี่เหลี่ยมโดยสิ่งที่ปรากฏให้เห็นโดยภาพรวม แต่ไม่ได้ที่เรียนรู้โดยเกิดขึ้นเอง/เรียนรู้ตามธรรมชาติ 7b.นักเรียนชี้ไปที่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมและวัดเพื่อเช็คการเท่ากัน/เหมือนกันแต่ไม่ใช่กรณีทั่วไปที่ด้านจะเท่ากันสำหรับสี่เหลี่ยมทั้งหมด 7c.นักเรียนไม่ได้เรียนรู้ด้วยตนเอง/เรียนรู้ตามธรรมชาติ "ทั้งหมด,บางส่วน,ทุกๆ,ไม่มีเลย," ดังนั้นคำขยายในการบอกไม่ว่าจะ หรือไม่ ทั้งหมด บางส่วน หรือไม่มีเลยประเภทบางอย่างเกี่ยวกับรูปร่างที่มีคุณสมบัติ/คุณลักษณะ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ระดับที่ 2:การวิเคราะห์หรือการพรรณนารูปลักษณะ (Analysis or Description)

รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาถึงสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้นๆ การคิดในระดับนี้สมบัติเชิงเรขาคณิตจะถูกอธิบายในลักษณะเฉพาะ ซึ่งสมบัติแต่ละสมบัติจะถูกมองในลักษณะที่เป็นอิสระต่อกัน นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติเหล่านั้นได้ การวิเคราะห์มโนมติเชิงเรขาคณิตของนักเรียนจะเป็นผลมาจากการสังเกตและการทำการทดลอง โดยจะเริ่มจากการมองเห็นคุณลักษณะรูปเรขาคณิต นักเรียนบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีด้านเท่ากันสองด้าน มุมเท่ากันสองมุม และมีเส้นสมมาตรแต่นักเรียนไม่สามารถบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติแต่ละอย่างได้ นอกจากนี้นักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจในข้อสรุปหรือนิยามได้ ตัวอย่างเช่น

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปที่มีด้านยาวเท่ากันและมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่ด้านที่มีมุมสี่มุมเป็นมุมฉากและมีด้านขนานกันสองคู่

เส้นขนานคือเส้นตรงสองเส้นที่ห่างกันเป็นระยะทางเท่ากันและเมื่อลากไปเรื่อยๆจะไม่มีโอกาสพบกันหรือตัดกัน

ตารางที่ 2 คำอธิบายระดับความคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลีในระดับที่ 2

Level 2ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 2ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responscs)
นักเรียน 1.จำแนกและทดสอบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบโดยรวมของรูปร่าง(ตัวอย่างเช่น ความสอดคล้องกันของด้านที่ตรงข้ามกันของเส้นขนาน:ความสอดคล้องกันของมุมหลายมุมในรูปแบบการปูกระเบื้อง)	1.ประเด็นของนักเรียนเกี่ยวกับด้านหรือมุมของรูปร่างและบันทึกที่เกิดขึ้นอย่างธรรมชาติ ดังเช่น “มันมีสี่เหลี่ยมและสี่ด้านที่เท่ากัน”
2. ระลึกได้และใช้คำศัพท์ได้เหมาะสมสำหรับองค์ประกอบและความสัมพันธ์(ตัวอย่างเช่น ด้านตรงข้าม มุมที่เหมือนกันมีความสอดคล้องกัน เส้นทแยงมุมแบ่งรูปอื่นออกเป็นสองส่วน)	2. สังเกตนักเรียนสำหรับแทนแกรมที่เป็นเส้นขนาน “ด้านตรงข้ามกันขนานกันและเส้นอื่นๆ ด้วย” การเช็คด้วย D-stix ซึ่งไม่พบด้านที่ไม่ขนานหรือจัดสรรพื้นที่ต่างเท่ากัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Level 2ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
3a. เปรียบเทียบ 2 รูป การบันทึกความสัมพันธ์องค์ประกอบโดยรวมของพวกเขา 3b. แบ่งกลุ่ม รูปร่างในแนวทางที่แตกต่างกันตามคุณสมบัติที่ชัดเจน การรวมประเภทของตัวอย่างทั้งหมดของชั้นเรียนจากชั้นเรียนที่ไม่ใช่ตัวอย่าง	3a. นักเรียนบอกว่าจะตัดสี่เหลี่ยมออกอย่างไรและสามเหลี่ยมคล้ายกันและแตกต่างกันทางด้านมุมและด้าน 3b. นักเรียนสร้างกฎของการจำแนกรูปสี่เหลี่ยมตัวอย่างเช่น การที่ได้บันทึกลงเลขกำกับมุมได้อย่างถูกต้อง หรือโดยลงเลขจำนวนด้านคู่ขนาน
4a. ตีความและใช้คำพูดเพื่อการอธิบายรูปร่างในช่วงของรายละเอียดของมันและใช้การอธิบายนี้เพื่อการวาด/การก่อเกิดรูปร่าง 4b. การตีความคำพูดคำกล่าวหรือสัญลักษณ์ของกฎและประยุกต์กฎ	4a. นักเรียนอ่านรายละเอียดจากการ์ด “4 ด้าน” และ “ด้านทั้งหมดที่เท่ากัน” และพยายามวาดรูปร่างซึ่ง 2 รายละเอียด ซึ่งไม่เท่ากัน 4b. เมื่อแสดงรายละเอียดการ์ด “นักเรียนอธิบายสิ่งที่เห็นและใช้มันเพื่อแสดงมุมที่เท่ากันในแผ่นตะแกรง นักเรียนสามารถอธิบายกฎของพื้นที่.... พื้นที่ = กว้าง x ยาว.... สำหรับสี่เหลี่ยมผืนผ้าและจำได้ประยุกต์ใช้ และไม่นำไปประยุกต์
5.การค้นพบรายละเอียดของรูปโดยทางประสบการณ์และรายละเอียดทั่วไปสำหรับรูปร่างที่เป็นหมู่,กลุ่ม	5. หลังจากการระบายสี่มุมเท่ากันในตะแกรงที่เป็นสามเหลี่ยม นักเรียนอธิบาย “สามมุมของรูปสามเหลี่ยมมีความคล้ายกันดังเช่น มุม 3 มุมที่ทำให้เกิดเส้นตรงและผลรวมของมุมในรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา” นักเรียนคิดงานที่ทำนี้ สำหรับมุมสามเหลี่ยมอื่น ๆ และพยายามตรวจสอบนี้โดยการใช้ตะแกรงบนพื้นฐานรูปสามเหลี่ยมอื่น ๆหลังจากข้อเท็จจริงต่างๆของการวางรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันเข้าด้วยกันเพื่อประกอบเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นักเรียนพูดซึ่งคุณสามารถหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมโดยการสร้าง

มหาวิทยาลัยราชภัฏพนมสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Level 2ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
	รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและการทำให้พื้นที่แบ่งครึ่ง จากกรณีเกี่ยวกับตัวเลขต่างๆนักเรียนค้นพบที่มุมด้านนอกของสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ผลรวมของมุมสองมุมภายในที่ไม่อยู่ใกล้และเชื่อว่าแต่ละสามเหลี่ยมถูกต้อง
6a. อธิบายหมู่,กลุ่มของรูปร่าง (ตัวอย่างเช่น เส้นขนาน) ในเทอมของรายละเอียดของรูปร่าง 6b. บอกรูปร่างของรูปคืออะไร บอกรายละเอียดที่ได้รับมาอย่างแน่นอน	6a. นักเรียนอธิบายสี่เหลี่ยมข้ามทางโทรศัพท์เพื่อให้พูด " มันมี 4 ด้าน ทั้ง 4 มุม มีขนาดเท่ากันทั้งหมดและด้านตรงข้ามขนานกัน 6b. รายละเอียดที่ได้รับมาเป็นร่องรอยเกี่ยวกับรูปร่างนักเรียนบอกถึงรูปร่างจะต้องอยู่บนพื้นฐานของรายละเอียด
7.จำแนกรายละเอียดซึ่งถูกใช้เป็นลักษณะเฉพาะของกลุ่มหนึ่งของรูปร่างที่ถูกประยุกต์ในการจัดกลุ่มอื่นๆและเปรียบเทียบกลุ่มของรูปเพื่อเป็นรายละเอียดของกลุ่มเหล่านั้น	7.มีบันทึกไว้ว่าเส้นขนานมี "ด้านตรงข้ามกันขนานกัน"เพิ่มที่เกิดขึ้นเองโดยตัวนักเรียน "โอ้สี่เหลี่ยมแบบนั้นและสี่เหลี่ยมมุมฉาก" การระบุกลุ่มของการแยกประเภทรูปสี่เหลี่ยม
8.ค้นพบองค์ประกอบของกลุ่มที่มีไม่คุ้นเคยไม่ปกติรูปร่าง	8.เบื้องหลังการทำให้ประเภทรูปสี่เหลี่ยมสมบูรณ์เกี่ยวกับรูปว่าวและไม่เป็นรูปว่าวนักเรียนค้นพบและแสดงรายละเอียดความคิดเป็นคำพูด
9.แก้ปัญหาเรขาคณิตโดยใช้องค์ประกอบเกี่ยวกับรูปร่างหรือโดนการใช้วิธีการที่ชาญฉลาด	9.เพื่อถูกถามให้หามุมในรูปภาพ "มีหลายมุมเพราะว่ามีรูปสามเหลี่ยมหลายรูป(ชี้ไปที่รูปสามเหลี่ยมและแต่ละรูปมี 3 มุม) นักเรียนแก้ปัญหาโดยลากเส้นเชื่อมจากจุดศูนย์กลางของวงกลมของรัศมีสี่เหลี่ยมและลากเส้นเชื่อม 2 จุด ที่วงกลมซ้อนทับกัน นักเรียนมองเห็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนใน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Level 2ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
	แผนภาพและสังเกตเส้นตั้งฉากเพราะว่าเส้นเหล่านั้นเป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 360° เพราะวางกระเบื้องที่มุม 4 มุมรอบจุด(นั่นคือ 360)เพราะสามารถแบ่งออกเป็นสามเหลี่ยม 2 รูป (180+180 = 360)นักเรียนหาพื้นที่ของรูปใหม่โดยการแบ่งย่อย
10. สร้างขึ้นมาและใช้การเป็นกรณีทั่วไปเกี่ยวกับองค์ประกอบและรูปร่าง ถูกแนะนำโดยครู/วัตถุหรือเกิดขึ้นเองโดยธรรมชาติด้วยตนเองและใช้ภาษาในการเชื่อมโยง a.ไม่อธิบายองค์ประกอบ รายละเอียดที่แน่นอนของรูปร่างที่มีความสัมพันธ์กันภายใน b. ไม่สามารถสร้างและใช้นิยามที่เป็นทางการ c. ไม่อธิบายความสัมพันธ์กลุ่มย่อยๆ มากกว่าการตรวจสอบโดยเฉพาะตัวอย่างที่กำหนดให้ไม่เห็นด้วยกับรายละเอียดที่แจกแจงไว้	10a. นำเสนอแผนภาพตะแกรงเส้นขนานนักเรียนไม่สามารถอธิบายแนวคิดเป็นอย่างไร “มุมที่ตรงข้ามเท่ากัน” ติดตามจาก “ด้านตรงข้ามขนานกัน” 10b. เมื่อถูกถามที่นิยามเส้นขนานนักเรียนแจกแจงรายละเอียดมากมายแต่ไม่ได้ระบุเอกลักษณ์กลุ่ม สิ่งที่จำเป็นหรือกลุ่มของรายละเอียดที่พอเพียง เต็มที่ 10c. หลังจากที่นักเรียนได้แจกแจงรายละเอียดของสมาชิกของครอบครัวที่เท่ากันนักเรียนไม่สามารถอธิบายว่าทำไม “สี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมดเป็นด้านขนาน” หรือทำไม “สี่เหลี่ยมทั้งหมดเป็นรูปว่าว”

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

Level 2ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
d. ไม่พบเห็นความต้องการเพื่อการพิสูจน์หรือการอธิบายเชิงตรรกะของการค้นพบที่เป็นกรณีทั่วไปที่ได้จากประสบการณ์และไม่ใช่เชื่อมโยงกับภาษา (ตัวอย่างเช่น ถ้า ...ดังนั้น เพราะว่า)อย่างถูกต้อง	10d. หลักจากการค้นพบหลักการซึ่งผลรวมมุมภายในรูปสามเหลี่ยม คือ 180 โดยการระบายสีมุมสามเหลี่ยมในตะแกรงหรือโดยการวัดนักเรียนไม่พบเห็นความต้องการเลยสำหรับการให้ข้ออ้างอิงแบบนิรนัยเพื่อนำเสนอว่าทำไมหลักการเป็นเหตุเป็นผล

ระดับที่ 3: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction or Ordering)

ความคิดในระดับนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงหรือสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติที่ได้ค้นพบอย่างมีเหตุผล สมบัติเหล่านี้จะถูกนำมาจัดลำดับความสัมพันธ์ เช่น ในสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ข้อความจริงเกี่ยวกับด้านเท่ากันสองด้าน ซึ่งจะมีผลทำให้มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่เท่ากันจะเท่ากันด้วย นอกจากนี้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับวงศ์ (Class) ของรูปเรขาคณิต กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตแต่ละชนิด เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านทั้งสี่ยาวเท่ากันและนอกจากนี้นักเรียนยังสามารถให้คำจำกัดความอย่างมีความหมาย แต่อย่างไรก็ตาม นักเรียนยังไม่เข้าใจการให้เหตุผลเชิงนิรนัยทั้งหมดหรือเข้าใจบทบาทของสิ่งที่เห็นจริงแล้ว (Axiom)การให้เหตุผลเชิงนิรนัยในระดับนี้เป็นการให้เหตุผลโดยในรูปของผลลัพธ์ที่เกิดจากการปฏิบัติ ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการพัฒนาไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผนในลำดับต่อไป ตัวอย่างเช่น

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากชนิดหนึ่ง

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน แต่ไม่ใช่สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่แท้จริง เนื่องจากมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนไม่มีมุมใดมีขนาด 90 องศา

215009

ตารางที่ 3 คำอธิบายระดับความคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลีในระดับที่ 3

Level 3ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
นักเรียน 1a. เอกลักษณ์ของกลุ่มที่มีรายละเอียดที่แตกต่างซึ่งลักษณะเฉพาะของกลุ่มเกี่ยวกับรูปร่างและตัวทดสอบซึ่งพวกเขาพอใจ	1a. นักเรียนเลือกรายละเอียดซึ่งลักษณะพิเศษของกลุ่มเกี่ยวกับกลุ่มรูป (ตัวอย่างเช่น สี่เหลี่ยม สี่เหลี่ยมด้านขนาน และทดสอบโดยการวาดหรือการสร้างด้วย D-stixที่มีรายละเอียดเหล่านั้นพอเพียง นักเรียนอธิบายรายละเอียดความแตกต่างของ 2 กลุ่ม สามารถเลือกลักษณะเฉพาะของสี่เหลี่ยมด้านขนานอื่นๆ " 4 ด้าน" และ " ด้านที่ตรงข้ามเป็นด้านขนาน" หรือ "4 ด้าน" และด้านตรงข้ามเท่ากัน"
1b. เอกลักษณ์กลุ่มที่ต่ำสุดของรายละเอียดซึ่งมีรูปร่างที่มีรูปร่างลักษณะเฉพาะ 1c. สร้างและให้นิยามสำหรับกลุ่มของรูปร่าง	1b. ในการอธิบายสี่เหลี่ยมเพื่อเป็นเพื่อนกันนักเรียนเลือกจากการแจกแจงรายละเอียด 2–3 องค์ประกอบด้วยนั้น เพื่อนๆ ควรจะทำให้รูร่างเป็นสี่เหลี่ยม 1c. นักเรียนสร้างนิยามของว่าวและใช้มันเพื่ออธิบายว่าทำไมรูปนั้นเป็นรูปว่าวหรือไม่เป็นรูปว่าว
2. ให้ข้อถกเถียงที่เป็นทางการ (การใช้แผนภาพ,แยกรูปออกที่มีรูปผสมกันอยู่หรือสื่ออื่นๆ)	
2a. ทำการสรุปจากข้อมูลที่ได้รับ ตัดสินบทสรุปโดยการใช้ความสัมพันธ์เชิงตรรกะ	2a. นักเรียนสรุปซึ่ง " ถ้ามุม A = มุม B และมุม C = มุม B ดังนั้นมุม A = มุม C เพราะว่ามันก็เท่ากันมุม B เมื่อถูกถามให้อธิบายว่าทำไมมุม A = มุม B ในตะแกรงสามเหลี่ยมนักเรียนพูดว่า " เส้นขนานกันและนี้เป็นสิ่งที่เห็น (ชี้ไปที่รูป) ดังนั้นมุม A เท่ากันกับ มุม B จากการเห็น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Level 3ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
b. อันดับกลุ่มของรูปร่าง	2b. นักเรียนตอบสนองคำถามที่ว่าสามเหลี่ยมสี่เหลี่ยมด้านขนาน? โดยการอธิบาย "ใช่ เพราะว่าพวกเขามีรายละเอียดพิเศษของมุมขวา" นักเรียนใช้รายละเอียดเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของว่าวและรูปสี่เหลี่ยมเพื่ออธิบายว่าทำไมรูปสี่เหลี่ยมคือรูปว่าว แต่ไม่รูปว่าวทั้งหมดที่เป็นสี่เหลี่ยม
c. จัดอันดับ 2 องค์ประกอบ	2c. ได้รับรายการขององค์ประกอบของสี่เหลี่ยม นักเรียนพูด "ไม่จำเป็นที่ด้านตรงข้ามเท่ากันเพราะมันแน่นอนอยู่แล้วที่ด้านทั้งสี่เท่ากัน" การให้รูปที่ไม่เกี่ยวกับกฎ สำหรับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมขวาจากกฎสำหรับสี่เหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนสรุปโดยการสร้างครอบครัวต้นไม้และการอธิบาย "คุณจำต้องคิด (กฎของสีเหลี่ยมมุมฉาก) ก่อสิ่งหนึ่ง (กฎสามเหลี่ยม)"
d. ค้นพบรายละเอียดใหม่โดยอนุมาน	2d. นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับ 2 มุมแหลมในแต่ละมุมขวาเพิ่ม 90 เพราะว่า "180 ลบมุมขวา 90 และนั่นเป็นมุมขวาเป็นอะไรใน 2 มุมแหลม" นักเรียนอนุมานจากผลรวมของแต่ละมุมที่ต้องเท่ากับ 360 "เพราะว่าเท่ากันจึงสามารถตัดมุมสามเหลี่ยม 2 รูป ดังนั้น 180 เป็น 360" เมื่อถูกถามเมื่อความน่าจะเป็นที่จะเกิด 4 x 180 =720 สำหรับผลรวมของมุมถ้ามันเท่ากัน คือ ถูกแบ่งออกเป็นสามเหลี่ยม 4 รูป ภายในสี่เหลี่ยม ดังรูปที่แสดง นักเรียนอธิบาย คือ "ไม่มุมภายในนั้นแต่ละส่วนของมุมไม่เท่ากัน ดังนั้นถ้าคุณทำ 4 x 180 คุณมีแนวทางที่ทำให้เกิดมุมพิเศษเกิดมุมพิเศษเกิดขึ้นตรงกลางและทำให้ 720–360 หรือ 360 เหมาะสมกว่า นักเรียนค้นพบเกี่ยวกับผลรวมของมุมสำหรับ pentagon (รูป 5 เหลี่ยม) เป็น 540 โดยการแบ่งมุม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Level 3ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
	ภายในให้เท่ากัน (360) และสามเหลี่ยม(180) และพูดเกี่ยวกับงานที่ทำนี้เป็นงานสำหรับรูปสามเหลี่ยม 5 รูป
e. ทำให้องค์ประกอบในบ้านต้นไม้มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน	2e. นักเรียนเตรียมการรายละเอียดการ์ดเพื่อก่อให้เกิดต้นไม้แห่งพันธ์กรรมศาสตร์เพื่อนำเสนอ "ซึ่งตกทอดกันมา" (พันธุกรรม)ต้นไม้แห่งพันธ์กรรมศาสตร์เพื่อนำเสนอ "ซึ่งตกทอดกันมา" (พันธุกรรม) ความสัมพันธ์... นั่นคือ นักเรียนอธิบายเกิดอย่างไรนั่นคือ นักเรียนอธิบายเกิดอย่างไร " เห็น" และ " เส้นตรง = 180"และเป็นผู้นำอย่างไรเพื่อให้เกิด "ผลรวมของมุมที่เท่ากันคือ 360" นักเรียนบอกกฎของพื้นที่สำหรับแผนภาพเส้นขนานเป็นอย่างไรที่สามารถมีแหล่งที่มาจากกฎพื้นที่สำหรับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและวางสิ่งนี้ในครอบครัวต้นไม้
3. ให้ข้อถกเถียงเชิงอนุมานที่ไม่เป็นทางการ a. ติดตามข้อถกเถียงแบบอนุมานและสามารถสนับสนุนแต่ละส่วนของข้อถกเถียง b. ทำสรุปหรือตัวแปรของข้อถกเถียงเชิงอนุมาน	3a. นักเรียนให้เหตุผลสำหรับขั้นตอนในการพิสูจน์ ซึ่งผลรวมของมุมสามเหลี่ยมที่เท่ากัน = 180 ดังที่ผู้สัมภาษณ์แนะนำวิธีคิดให้นักเรียนในการพิสูจน์ 3b. นักเรียนได้รับตะแกรงสี่เหลี่ยมด้านขนานและถูกตามให้การอธิบายแบบตรรกยะว่าทำไม "มุมตรงข้ามเป็นมุมที่สอดคล้องกัน" นักเรียนไม่สามารถให้การอธิบาย ด้วยตัวของเราแต่ติดตามสิ่งที่แต่ละคนได้รับโดยผู้สัมภาษณ์สำหรับมุม A=มุมC ดังนั้นนักเรียนสรุปการอธิบายด้วยคำของพวกเขาและอธิบายด้วยว่าทำไมมุม B=มุมD

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Level 3ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
c.ให้ประเด็นถกเถียงเชิงอนุมานของตนเอง	3c.นักเรียนอธิบายด้วยด้วยตนเองสำหรับ "มุมตรงข้ามของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่เท่ากัน" นักเรียนตัดสินว่าทำไมพื้นที่ของสามเหลี่ยมขวาเป็น $\frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ ความสูง โดยการอธิบายรูปสามเหลี่ยม 2 รูป ที่สอดคล้องกันทำให้เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก "ถ้าคุณวางสามเหลี่ยม 2 รูปเหมือนกันไว้ด้วยกันคุณจะได้ด้านตรงข้ามที่เท่ากัน(ตั้งแต่สามเหลี่ยมที่มีขนาดเหมือนกัน) มุมB และ D เป็นมุมขวาในสามเหลี่ยมขวา มุมA และC เป็นมุมขวาด้วยเพราะในสามเหลี่ยมขวาเป็นมุม 2 มุมที่เล็กกว่าที่ทำให้เป็น 90 มุม 2 มุมเป็นมุม X ที่คล้ายกันดังเช่นมุม Y และ Z ที่เพิ่มขึ้นเป็น 90 ดังนั้นรูปร่างต้องเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก"
4.ให้การอธิบายมากกว่าหนึ่งๆเพื่อพิสูจน์บางสิ่งและตัดสินการอธิบายนี้โดยการใช้แผนผังต้นไม้	4.นักเรียนอธิบายความแตกต่างไว้2อย่างทำไมผลรวมมุมมองสามเหลี่ยมเท่ากัน 180 อื่นๆ โดยพูดถึง 2 ประเด็นหรือโดยการพูดและขั้นบันได 2แนวทางนี้ถูกนำเสนอโดย 2แผนผังต้นไม้ที่แตกต่างกัน นักเรียนอธิบายผลรวมมุมของรูป 5 เหลี่ยมที่เท่ากันเท่ากับ 540 โดยการแบ่งภายในเป็นรูปสามเหลี่ยม 3 รูป (3x180) หรือโดยการแบ่งมันภายในรูปสี่เหลี่ยมและรูปสามเหลี่ยม(360 +180) และการนำเสนอแต่ละวิธีโดยแผนผังต้นไม้
5.การยอมรับอย่างไม่เป็นทางการแตกต่างระหว่างรายการและที่ตรงกันข้ามของมัน	5.ในการอภิปรายกันของสิ่งที่เห็นและขั้นบันไดนักเรียนค้นพบนั่นคือ "โอ้ ถ้ามุมที่สร้างขึ้นเท่ากันดังนั้นเส้นจึงเป็นเส้นขนาน" และ "โอ้ เดี๋ยวนี้ถ้าเส้นเป็นเส้นขนานดังนั้นมุมก็เท่ากัน" เมื่อถูกถามถึงสิ่งนี้เป็นรายการที่เหมือนกัน นักเรียนเข้าใจ "ไม่เริ่มแรกคุณเริ่มด้านเส้นขนานและทำให้มุมเท่ากัน และอะไรอื่นที่คุณทำตรงข้ามกัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Level 3 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
6.เอกลักษณ์และใช้ยุทธวิธีหรือการให้เหตุผลเพื่อให้เข้าใจวิธีการแก้ปัญหาอย่างลึกซึ้ง	6.การได้รับปัญหาซึ่ง M เป็นจุดที่ตรงกลางของ AB ในสามเหลี่ยม ABC และ MTเป็นเส้นขนานกัน BCหาสัดส่วนของ MT ไปสู่BC นักเรียนใช้ยุทธวิธีของขั้นบันไดเพื่อให้มุมสอดคล้องกันและดังนั้นเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนั้นตั้งแต่ AM:AB คือ 1:2ดังนั้น MT:BC เป็น 1:2ให้วงกลม 2วง ซ้อนทับกันไม่ใช่รัศมีด้วยกันและคอร์ดAB ร่วมกันแสดงให้เห็นว่า AB ตั้งฉากกับ CD นักเรียนพิสูจน์นี้โดยการยอมรับ ADBC ต้องเป็นรูปว่าวและดังนั้นเกี่ยวกับการตั้งฉากของเส้นทแยงมุมของมันทำให้AB ตั้งฉากกับ CD
7. การจำบทบาทของข้อถกเถียงเชิงอนุมานและวิธีการเข้าถึงปัญหาในวิธีการกระทำเชิงอนุมาน	7. นักเรียนจำกฎของการอธิบายตรรกะหรือการแสดงความคิดเห็นเชิงอนุมานในการอธิบายข้อเท็จจริง (ตรงข้ามกับการอุปนัย โดยหาข้อสรุปจากสิ่งที่สังเกตได้ วิธีการที่ได้จากประสบการณ์)และพูด(หลังจากชี้แจงให้การอธิบายเชิงตรรกะ) “ ฉันรู้ว่าผลรวมของมุมสำหรับทุกๆรูปห้าเหลี่ยมเป็น 540 และฉันไม่ได้วัด” อย่างไรก็ตามนักเรียนยังคงมีประสบการณ์ “ Proof” ในความหมายในเชิงสัจพจน์ (ตัวอย่างการใช้ข้อสันนิษฐาน สัจพจน์ คำนิยาม) และดังนั้นเป็นความไม่มั่นใจ เมื่อถูกถามเกี่ยวกับความเป็นไปได้ “ ความเป็นมา” เพื่อให้เห็นความเป็นมาของขั้นตอน

ระดับที่ 4: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction)

นักเรียนสามารถนำเอาทฤษฎีต่างๆมาใช้ในการพิสูจน์และให้เหตุผลและสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถพิสูจน์ด้วยวิธีการที่หลากหลายและมีความเข้าใจเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ระหว่างเงื่อนไขหรือทฤษฎีที่จำเป็นและเหมาะสมในการพิสูจน์เรขาคณิต นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถแยกแยะและมีความเข้าใจใน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความแตกต่างระหว่างทฤษฎีกับทฤษฎีบทกลับ การคิดเชิงเรขาคณิตในระดับนี้เป็นระดับที่คาดหวังว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาจะต้องมี ตัวอย่างคำบรรยายของนักเรียน

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีคู่ด้านที่ติดกันเท่ากัน

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งมีมุมเป็นมุมฉาก

ตารางที่ 4 คำอธิบายระดับความคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลีในระดับที่ 4

Level 4 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 4ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
นักเรียน	Note : การศึกษานี้ไม่ได้ออกแบบที่ประกอบด้วย in-depth investigation ของการใช้ชนิดการคิดของ levels ของนักเรียนอย่างไรก็ตาม
1. ความจำที่ไม่ถูกนิยามในเทอมของนิยามและสมมติฐานพื้นฐาน (ตัวอย่างเช่น สัจพจน์)	1.นักเรียนให้ตัวอย่างสัจพจน์ สมมติฐานหลักฐานและทฤษฎีของเรขาคณิตยูคลิดในระนาบและอธิบายความสัมพันธ์ (เชื่อมโยงของพวกเขาเป็นอย่างไร)
2.ความจำลักษณะเฉพาะของคำนิยามที่เป็นทางการ (ตัวอย่างเช่นเงื่อนไขที่จำเป็นและพอเพียง) และมีความเป็นสัดส่วนของนิยาม	2.นักเรียนจำแนกองค์ประกอบให้เพียงพอสำหรับการนิยามรูปร่าง (ตัวอย่างเช่นสี่เหลี่ยมด้านขนาน) และมาจากองค์ประกอบอื่นจากสิ่งที่พอเพียงนักเรียนพิสูจน์องค์ประกอบ 2 ชุด ที่มีสัดส่วนเท่ากันเพื่อการนิยามรูปร่าง (ตัวอย่างเช่นสี่เหลี่ยมด้านขนาน)
3.พิสูจน์ความสัมพันธ์ของสัจพจน์ซึ่งถูกอธิบายอย่างเป็นทางการใน level 3	3.นักเรียนพิสูจน์ผลรวมของมุมของสามเหลี่ยมด้านเท่า =180 โดยใช้วิธีการที่เป็นทางการ(ตัวอย่างเช่น การใช้คุณสมบัติการขนาน Saws and ladders และทฤษฎีการบวกมุม)
4.พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีและข้อความที่สัมพันธ์กัน(ตัวอย่างเช่น converse,inverse,contrapositive)	4.นักเรียนพิสูจน์เกี่ยวกับสามเหลี่ยมที่เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมที่ congruent และ conversely ใช้การพิสูจน์โดยวิธีการที่ตรงข้ามกันนักเรียนพิสูจน์จุดกึ่งกลางของสามเหลี่ยมไม่แบ่งสิ่งอื่นๆออกเป็น 2 ส่วน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Level 4 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 4ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
5.แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ภายในเครือข่ายกันของทฤษฎีโดยรวมทั้งหมด	5.นักเรียนจำบทบาทของการเห็นและลำดับขั้นในทฤษฎีที่หลากหลายที่ประกอบด้วยองค์ประกอบของรูปสี่เหลี่ยมและกฎของพื้นที่ผิว
8. บรรยายหลักการโดยทั่วไปซึ่งทฤษฎีที่หลากหลายรวมเป็นหนึ่งเดียว	8. นักเรียนพิสูจน์ความสัมพันธ์สำหรับพื้นผิวของรูปร่าง จุดยอดที่อยู่บนเส้นขนาน 2 เส้น พื้นที่ = midline x สูง
9. สร้างสรรค์การพิสูจน์จากชุดของสัจพจน์เป็นประจำโดยง่าย ๆ โดยการใช้รูปแบบเพื่อสนับสนุนข้อคิดเห็น	9. นักเรียนทำการพิสูจน์ทฤษฎีในรูปเรขาคณิตแบบมีขอบเขตจำกัด
10. ทำการอนุมานข้อคิดเห็นอย่างเป็นทางการแต่ไม่ได้สืบค้นสัจพจน์ด้วยตัวของเขาเองหรือเปรียบเทียบระบบสัจพจน์	10. นักเรียนไม่ตรวจสอบความเป็นอิสระ ความสอดคล้องหรือความสมบูรณ์ของชุดสัจพจน์

ระดับที่ 5: การเป็นนามธรรม (Rigor)

เป็นระดับที่นักเรียนสามารถสร้าง วิเคราะห์และเปรียบเทียบทฤษฎีทางเรขาคณิตในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เรขาคณิตจะถูกมองในรูปของความเป็นนามธรรม เช่น ถ้าสัจพจน์ที่เกี่ยวกับความขนานกันระบุว่าเส้นขนานทั้งสองเส้นไปพบกันที่อนันต์ นักเรียนสามารถนำไปใช้อย่างมีเหตุผล

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 5 คำอธิบายระดับความคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลีในระดับที่ 5

Level 5 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 5 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
1. อธิบายทฤษฎีอย่างเป็นระบบในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน (ตัวอย่างทฤษฎีรากฐานของเรขาคณิตวิธีการของ Hilbert) 2. เปรียบเทียบระบบสัจพจน์ (ตัวอย่างเช่น ยูคลิเดียนและเรขาคณิต นัน-ยูคลิเดียน) สำรวจอย่างเป็นธรรมชาติเกี่ยวกับการเปลี่ยนระบบสัจพจน์มีผลกระทบกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิตอย่างไร 3. บรรยายความสอดคล้องของชุดของสัจพจน์ ความเป็นอิสระของสัจพจน์และความสมดุลของชุดของสัจพจน์ที่แตกต่างกัน สร้างสรรค์ระบบสัจพจน์สำหรับเรขาคณิต 4. สร้างวิธีการแบบกรณีทั่วไปสำหรับแก้ปัญหาในชั้นเรียน 5. ค้นหาสำหรับบริบทที่ทำให้กว้างขวางมากที่สุดซึ่งทฤษฎีทางคณิตศาสตร์/หลักการในการประยุกต์ใช้ 6. ศึกษาอย่างลึกซึ้งของเนื้อหาสาระที่เป็นตรรกะเพื่อพัฒนาความเข้าใจลึกซึ้งใหม่ ๆ และการเข้าถึงข้อสรุปเชิงตรรกศาสตร์	

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การกำหนดหมายเลขประจำระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

จากการที่แวน ฮีลีกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตทั้ง 5 ระดับนั้น มีนักวิจัยนำไปศึกษากับนักเรียนอย่างกว้างขวางและแพร่หลาย ทำให้การกำหนดหมายเลขประจำระดับความคิดมีการเปลี่ยนแปลงตามเหตุผลที่นักวิจัยพบจากผลการวิจัยและการให้เหตุผลที่แตกต่างกัน จึงมีการกำหนดหมายเลขประจำระดับความคิด 3 แบบดังนี้

แบบที่ 1 เป็นแบบเดิมที่แวน ฮีลีกำหนด คือให้หมายเลข 0 – 4 กำหนดระดับการคิดทั้ง 5 ระดับ (Crowley. 1987) คือ

หมายเลข 0 หมายถึง ระดับความคิดขั้นพื้นฐาน ขั้นการมองเห็นภาพ (Visualization)

หมายเลข 1 หมายถึง ระดับความคิดขั้นวิเคราะห์ (Analysis)

หมายเลข 2 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการสรุปที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal deduction)

หมายเลข 3 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน (Formal deduction)

หมายเลข 4 หมายถึง ระดับการคิดขั้นขั้นสูงสุด (Rigor)

แบบที่ 2 ใช้หมายเลข 1 ถึง 5 กำหนดระดับความคิดทั้ง 5 ระดับ (Clements and Battista. 1992 : 427. Musser and Buger. 1989 : 409 – 411) ดังนี้

หมายเลข 1 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการมองเห็นภาพ (Visual)

หมายเลข 2 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการวิเคราะห์และการพรรณนา (Analytic/Descriptive)

หมายเลข 3 หมายถึง ระดับความคิดขั้นให้ความสัมพันธ์ (Relational/Abstract)

หมายเลข 4 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน (Formal deduction)

หมายเลข 5 หมายถึง ระดับการคิดขั้นขั้นสูงสุด (Rigor)

แบบที่ 3 เป็นแบบที่มีการเพิ่มระดับความคิดเป็น 6 ระดับ เนื่องจากเฟย์ และคณะ (Fuyset al. 1988) ศึกษาระดับความคิดนี้กับนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนหนึ่งมีระดับความคิดไม่ถึงขั้นการมองเห็นภาพแต่ก็มีความคิดระดับหนึ่งของตนเอง ซึ่งงานวิจัยนี้ตรงกับงานวิจัยของยูซิสกิน (1982) และงานวิจัยของ เมย์เบอร์รี (1983) เฟย์จึงกำหนดระดับความสามารถขึ้นมาอีก 1 ระดับเป็นระดับ 0 คือระดับก่อนการมองเห็นภาพ ดังนี้

หมายเลข 0 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการจำได้ (Pre – Recognition) ความคิดในระดับนี้ นักเรียนจำรูปร่างภายนอกได้ บอกความแตกต่างระหว่างเส้นตรงกับเส้นโค้งได้บอกความแตกต่างระหว่างรูปวงกลมกับรูปสี่เหลี่ยมได้ สามารถสร้างภาพลักษณ์จากสิ่งที่พบเห็นขึ้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ใหม่ได้ เป็นภาพที่เกิดจากการสัมผัส จากการวินิจฉัยของตนเองและจากประสบการณ์เดิมที่มีมาก่อน

หมายเลข 1 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการมองเห็นภาพ (Visual)

หมายเลข 2 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการวิเคราะห์ (Analytic)

หมายเลข 3 หมายถึง ระดับความคิดขั้นให้ความสัมพันธ์ (Relational)

หมายเลข 4 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน (Formal deduction)

หมายเลข 5 หมายถึง ระดับการคิดขั้นขั้นสูงสุด(Rigor)

ในงานวิจัยฉบับนี้ใช้ระดับความคิดเรขาคณิตในแบบที่ 2คือ ใช้หมายเลข 1 ถึง 5 กำหนดระดับความคิดทั้ง 5 ระดับ

สมบัติของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

ระดับความคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลีมีสมบัติดังนี้ (Crowley. 1987 : 4 – 6)

1. การมีลำดับ (Sequential) หมายถึง การพัฒนาที่มีลำดับขั้นตอนตามลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูง จะสามารถพัฒนาที่มีลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูงได้ต้องศึกษาในระดับความคิดในระดับที่ต่ำกว่าให้มีคุณภาพเพียงพอ หมายถึงมีการพัฒนาเป็นลำดับขั้นตอนจากระดับ n ต้องผ่านระดับ n – 1 ก่อน

2. สิ่งที่ยังไม่ชัดเจนในระดับหนึ่งจะชัดแจ้งในระดับถัดไป (Intrinsic and Extrinsic) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำกว่าจะรู้เรื่องราวต่าง ๆ ได้อย่างชัดแจ้งในระดับที่สูงขึ้นจากการวิเคราะห์และศึกษาสมบัติของรูป

3. การมีภาษาประจำระดับ (Linguistics) หมายถึง ในแต่ละระดับความคิดจะมีภาษาที่มีความสัมพันธ์กับความคิดในระดับนั้นโดยตรง ซึ่งอาจขัดแย้งกับอีกระดับหนึ่งได้ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ผู้ที่มีระดับความคิดต่างกันจะให้เหตุผลและใช้ภาษาแตกต่าง แต่เป็นพื้นฐานต่อกันได้ ดังนั้นภาษาจึงเป็นตัวบอกระดับความคิด

4. การมีพัฒนาการความก้าวหน้า (Advancement) หมายถึง มีการพัฒนาความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งเป็นการก้าวหน้าพัฒนาระดับความคิดได้แต่ต้องศึกษาเนื้อหายุทธวิธีฝึกฝนทักษะจนมีคุณภาพของระดับที่ต่ำกว่าอย่างพอเพียง จึงสามารถไปอยู่ในระดับที่สูงกว่าได้

5. การไม่เข้ากัน (Mismatch) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับใดระดับหนึ่งสามารถเรียนรู้เนื้อหาโครงสร้างคำที่ใช้แตกต่างกันไม่สามารถเข้าใจเนื้อหาโครงสร้างและภาษาที่ใช้กัน ผู้ที่อยู่ในระดับต่ำกว่าไม่สามารถมีความคิดในระดับที่สูงกว่าได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การกำหนดสมบัติของระดับความคิดนี้เพื่อให้สามารถนำระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีไปใช้ได้ถูกต้องและไปในแนวเดียวกันและเพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดเนื้อหา การจัดกิจกรรม การฝึกทักษะ ให้ถูกต้องเป็นลำดับขั้นตอน ถูกต้องตามสมบัติที่กำหนด แต่ในการนำระดับความคิดไปใช้ศึกษาของนักวิจัยต่างพบว่าสมบัตินี้มีความคลาดเคลื่อนในการกำหนดสมบัติ ซึ่งจะเสนอในงานวิจัยเกี่ยวกับสมบัติของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีต่อไป

การประเมินระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

เมื่อระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีเผยแพร่และเป็นที่ยอมรับอย่างกว้างขวางไปทั่วโลก นักวิจัยจึงสร้างแบบประเมินระดับความคิดทางเรขาคณิตขึ้น เช่น ยูซิสกิน (Usiskin. 1982) ได้จัดทำแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี (Van Hiele Geometry Test) ในโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG) เป็นแบบทดสอบฉบับหนึ่งใน 4 แบบทดสอบที่จัดทำขึ้นในโครงการนี้แบบทดสอบที่เหลือได้แก่ แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต (Entering Geometry Student Test) แบบทดสอบวัดความรู้ความเข้าใจในเรขาคณิต (Geometry content knowledge Test) และแบบทดสอบการพิสูจน์ (Proof) (Chaiyasang. 1988 : 18) แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือกจำนวน 25 ข้อ แบ่งเป็น 5 ระดับ ๆ ละ 5 ข้อใช้เวลา 35 นาทีต่อมา ไชยสังข์ (Chaiyasang. 1988 : 18-20) นำแบบทดสอบระดับความคิดนี้มาศึกษากับนักเรียนในประเทศไทยโดยใช้เพียง20 ข้อแบ่งเป็น 4 ระดับระดับละ5ข้อใช้เวลา 27 นาทีและในเวลาต่อมาอีก แคร์รอล (Carrol. 1998) นำแบบทดสอบดังกล่าวมาดัดแปลงเป็นแบบทดสอบที่แบ่งเป็น2 ตอน ตอนที่ 1เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือกจำนวน 21 ข้อแบ่งเป็น 3 ระดับๆละ 7 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบชนิดให้ตอบสั้นและให้วาดรูป 6 ข้อแบ่งเป็น 2 ระดับ ใช้เวลา 45 นาที

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายและความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ขอบใจสาสิทธิ์ (2545 :7) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึงความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเหตุผลเพื่อให้เกิดความเข้าใจและสามารถสรุปความคิดรวบยอดแล้วขยายหลักการไปสู่สิ่งอื่น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กิตติศักดิ์แก้งทอง (2547 : 19-24) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการคิดหรือตรึกตรองหาเหตุผลเพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยองค์ประกอบพื้นฐานต่างๆเช่นการสังเกตความรู้และประสบการณ์เดิมซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงออกมาให้รับรู้โดยใช้ภาษาจะเป็นการพูดหรือภาษาเขียนก็ได้จากข้อคำถามหรือข้อความที่กำหนดให้ในทางคณิตศาสตร์

วิสุดารักชู (2547 : 12) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด

ธิดารัตน์เขียวอ่อน (2552 : 46) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึงการอธิบายหรือการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสมและสมเหตุสมผล

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer. 1990 : 378) ได้ให้ทรรศนะเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการการสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผลและการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

จากความหมายของการให้เหตุผล สามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการคิด ตรึกตรอง วิเคราะห์หาความสัมพันธ์เพื่ออธิบายหรือพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

วิสุดารักชู (2547 : 14) ได้สรุปประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูลหรือประสบการณ์เดิมซ้ำๆกันหลายๆครั้งแล้วนำไปสู่ข้อสรุป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุปโดยจะนำเอาอนิยามบทนิยามสัจพจน์และหลักทางตรรกศาสตร์มาช่วยให้ได้ผลสรุป

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กิตติศักดิ์แก้งทอง (2547 : 20-24) กล่าวว่า มนุษย์รู้จักใช้การให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนความเชื่อหรือเพื่อหาความจริงหรือข้อสรุปในเรื่องใดเรื่องหนึ่งมาแต่ครั้งโบราณการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมีอยู่ 2 วิธีได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

วิธีการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญต่อการคิดและการเรียนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องรู้จักวิธีการให้เหตุผลในเบื้องต้นดังต่อไปนี้

การให้เหตุผลแบบอุปนัย

การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลโดยยึดความจริงจากส่วนย่อยที่พบเห็นไปสู่ความจริงที่เป็นส่วนรวมเช่นเราพบว่าทุกเช้าพรอาทิตย์จะขึ้นทางทิศตะวันออกและตอนเย็นพระอาทิตย์จะตกทางทิศตะวันตกจึงให้ข้อสรุปว่าพระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออกและตกทางทิศตะวันตกลายนิ้วมือของแต่ละคนนั้นแตกต่างกันมีการทดลองโดยการนำลายนิ้วมือของคนหนึ่งแสนคนมาเปรียบเทียบกันและพบว่าไม่มีลายนิ้วมือของใครที่ซ้ำกันจากการทดลองทดสอบความเหมือนของลายนิ้วมือข้างต้นเราสามารถสรุปการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้ว่าลายนิ้วมือของแต่ละคนไม่เหมือนกันซึ่งจากการให้ข้อสรุปดังกล่าวสามารถใช้เป็นหลักฐานในการสอบสวนหาผู้กระทำผิดของเจ้าหน้าที่ตำรวจได้ในปัจจุบัน

ในวิชาคณิตศาสตร์มีการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อช่วยสรุปคำตอบหรือช่วยในการแก้ปัญหา เช่น เมื่อสังเกตจากแบบรูปของจำนวน1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เราสามารถหาจำนวนนับถัดจาก10 อีกห้าจำนวนได้โดย ใช้ข้อสังเกตจากแบบรูปของ จำนวน 1 ถึง 10 ว่ามีค่าเพิ่มขึ้นทีละหนึ่งดังนั้นจำนวนนับที่ถัดจาก10 อีก5 จำนวนคือ11, 12, 13, 14, และ15 การหาจำนวนนับอีกห้าจำนวนที่ได้จากการสังเกตที่กล่าวมาเป็นตัวอย่างของการให้เหตุผลแบบอุปนัย

จากตัวอย่างที่กล่าวมาข้างต้นสรุปความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้ดังนี้การให้เหตุผลแบบอุปนัยหมายถึงวิธีสรุปผลในการค้นหาความจริงจากการสังเกตหรือการทดลองหลายครั้งจากกรณีย่อย ๆแล้วนำมาสรุปเป็นความรู้แบบทั่วไป

อย่างไรก็ดีการหาข้อสรุปหรือความจริงโดยใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยนั้นไม่จำเป็นต้องถูกต้องทุกครั้งเนื่องจากการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการสรุปผลเกินจากหลักฐานข้อเท็จจริงที่มีอยู่ดั้งนั้นข้อสรุปจะเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูลหลักฐานและข้อเท็จจริงที่นำมาอ้างซึ่งได้แก่

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. จำนวนข้อมูลหลักฐานหรือข้อเท็จจริงที่นำมาเป็นข้อสังเกตหรือข้ออ้างอิงมีมากพอกับการสรุปความหรือไม่เช่น

1.1 ถ้ารับประทานอาหารที่ร้านแห่งหนึ่งแล้วเกิดท้องเสียแล้วสรุปว่าอาหารที่ร้านดังกล่าวทำให้ท้องเสียการสรุปจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเพียงครั้งเดียวย่อมจะน่าเชื่อถือได้น้อยกว่าไปรับประทานที่ร้านดังกล่าวบ่อยๆแล้วท้องเสียแทบทุกครั้ง

1.2 จากแบบรูปของจำนวน 2, 4, aซึ่ง a ควรเป็นจำนวนใดคำตอบที่ได้จากการสังเกตแบบรูปที่กำหนดให้คือ 2, 4 มีได้ต่างกันดังนี้

ถ้าเหตุผล คือ$2 + 2 = 4$ จะได้ว่า $a = 6$

แต่ถ้าเหตุผล คือ$2 = 21$ และ $4 = 22$

aจะเท่ากับ 23 หรือ 8

2. ข้อมูลหลักฐานหรือข้อเท็จจริงเป็นตัวแทนที่ดีในการให้ข้อสรุปหรือไม่เช่น ถ้าอยากรู้ว่าคนไทยชอบกินข้าเจ้าหรือข้าวเหนียวมากกว่ากันถ้าถามจากคนที่อาศัยอยู่ในภาคเหนือหรือภาคตะวันออกเฉียงเหนือคำตอบที่ตอบว่าชอบกินข้าวเหนียวอาจจะมีมากกว่าชอบกินข้าวเจ้าแต่ถ้าถามคนที่อาศัยอยู่ในภาคกลางหรือภาคใต้คำตอบอาจจะเป็นในลักษณะตรงข้ามกัน

3. ข้อสรุปที่ต้องการมีความซับซ้อนมากน้อยเพียงใดเช่นในเรื่องที่เกี่ยวกับจิตใจตัวอย่างเช่นการมีลูกชายจะดีกว่ามีลูกสาวเป็นต้นซึ่งความคิดในเรื่องดังกล่าวจะค่อนข้างซับซ้อนและขึ้นอยู่กับเหตุผลส่วนตัวของแต่ละคนซึ่งแตกต่างกัน

การให้เหตุผลแบบนิรนัย

การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการนำความรู้พื้นฐานซึ่งอาจเป็นความเชื่อข้อตกลงกฎหรือบทนิยามซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับว่าเป็นจริงเพื่อหาเหตุผลนำไปสู่ข้อสรุปเช่น

ถ้า 1. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่

และ 2. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่มีด้านแต่ละด้านยาวเท่ากันและไม่มีมุมใดเป็นมุมฉาก

แล้ว 3. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

เรียกข้อความหรือประโยคในข้อ 1. และ 2. ว่าเหตุหรือสมมติฐานและเรียกข้อความหรือประโยคในข้อ 3. ว่าผล และเรียกวิธีการสรุปข้อเท็จจริงซึ่งเป็นผลมากจากเหตุซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ตัวอย่างที่ 1 เหตุ 1. จำนวนคู่หมายถึงจำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว

2. 10 หารด้วย 2 ลงตัว

ผล 10 เป็นจำนวนคู่

ตัวอย่างที่ 2 เหตุ 1. คนที่ไม่มีหนี้สินและมีเงินฝากในธนาคารมากกว่า 10 ล้านบาทเป็นเศรษฐี

2. คุณมานะไม่มีหนี้สินและมีเงินฝากในธนาคาร 11 ล้านบาท

ผล คุณมานะเป็นเศรษฐี

ตัวอย่างที่ 3 เหตุ 1. นักกีฬากลางแจ้งทุกคนจะต้องมีสุขภาพดี

2. เกียรติศักดิ์เป็นนักฟุตบอลทีมชาติไทย

ผล เกียรติศักดิ์มีสุขภาพดี

จากตัวอย่างจะเห็นว่าการยอมรับความรู้พื้นฐานหรือความจริงบางอย่างก่อนแล้วจึงหาข้อสรุปจากสิ่งที่ยอมรับแล้วนั้นซึ่งจะเรียกว่าผลการสรุปผลจะถูกต้องก็ต่อเมื่อเป็นการสรุปผลได้อย่างสมเหตุสมผล (Valid)

จากที่มีผู้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้จะเห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จาเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยพอสรุปได้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูลหรือประสบการณ์เดิมซ้ำๆกันหลายๆครั้งแล้วนำไปสู่ข้อสรุป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุปโดยจะนำเอาอนิยามบทนิยามสัจพจน์และหลักทางตรรกศาสตร์มาช่วยให้ได้ผลสรุป

ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลเป็นธรรมชาติของคณิตศาสตร์เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผลการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลวิธีหนึ่งที่สำคัญคือการใช้คำถามผู้สอนต้องรู้จักใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนให้เหตุผลในการตอบคำถามการคิดเชิงเหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไปมี2 ลักษณะคือการคิดเชิงเหตุผลแบบอุปนัยและการคิดเชิงเหตุผลแบบนิรนัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างการคิดเชิงเหตุผลแบบอุปนัยเช่นเรื่องการสร้างสูตรการคำนวณพื้นที่ผิวของทรงกระบอกตามที่กล่าวมาแล้วเป็นการสร้างข้อสรุปจากการปฏิบัติหลายๆกรณีหรือพูดอีกอย่างหนึ่งว่าเป็นการสรุปจากส่วนย่อยๆไปสู่ส่วนใหญ่การสรุปแบบนี้ต้องมีความระมัดระวังด้วยเพราะใช่ว่าจะเป็นไปได้ทุกกรณีและต้องทำความเข้าใจกับนักเรียนด้วยว่าแท้ที่จริงแล้วการเปรียบเทียบ 2 –3 กรณีแล้วมาสรุปเป็นหลักการเป็นเพียงแนวทางในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้มีการค้นพบไว้แล้วเท่านั้นการคิดเชิงเหตุผลแบบนิรนัยเป็นไปในทางตรงข้ามคือเป็นการสรุปจากส่วนใหญ่ไปสู่ส่วนย่อยตัวอย่างการใช้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นในการศึกษาสูตรการคำนวณหาพื้นที่ผิวของทรงกลมต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับสูงสำหรับการเรียนในระดับต้น ๆจึงอาจเป็นเพียงทำการทดลองเพื่อตรวจสอบให้เห็นว่าเป็นเช่นนั้นจริง

ดวงเดือนอ่อนน่วม (2547 : 23 – 24) กล่าวไว้ว่าเด็กสามารถให้เหตุผลได้เหมาะสมตามวัยความรู้และประสบการณ์การให้เหตุผลของเด็กเล็กมักเป็นไปตามสิ่งที่ตาเห็น หรือเป็นไปตามการรับรู้ต่อมาจึงพัฒนาให้เป็นเหตุผลที่เป็นนามธรรมมากขึ้นเรื่อย ๆการให้เหตุผลของเด็กในระดับชั้นประถมศึกษามักเป็นเรื่องเกี่ยวกับแบบรูปการจำแนกความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการการใช้สมบัติของจำนวนเป็นต้นเด็กควรต้องเรียนรู้การให้เหตุผลเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนัยทั่วไปของกรณีต่างๆบางครั้งตัวอย่างหลาย ๆ กรณีก็ยังไม่เพียงพอต่อการสรุปเป็นนัยทั่วไปได้ครูจึงต้องยกตัวอย่างที่เป็นทั้งกรณีสนับสนุนและกรณีคัดค้านเพื่อให้เด็กไม่ด่วนสรุปจนเร็วเกินไปเด็กต้องเรียนรู้การพิจารณาสิ่งต่างๆบนพื้นฐานของข้อมูล

อัมพรม้าคะนอง (2547 : 97 – 98) กล่าวไว้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Reasoning) เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก (Logical Interconnections) ในทางคณิตศาสตร์ (Raimi. 2002) การให้เหตุผลมีความสำคัญมากเนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนรู้ต้องใช้การคิดหลายทักษะเช่นการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์คิดไตร่ตรองคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องนอกจากนี้ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญโดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใดๆ

2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล

3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ๆ (Emerging Ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่น ๆ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Structure) หรือประเภทของปัญหาที่จะเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน

5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน

6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

การฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Contexts)เช่นในขณะเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ในขณะทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยวๆแยกจากสิ่งอื่นโดยอาจทำในการสอนเนื้อหามโนทัศน์หรือการแก้ปัญหาหากเป็นการแก้ปัญหาผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้นแต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้นและคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใดการให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนและที่สำคัญคือผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ (NCTM. 1991) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่าการที่ผู้เรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื่องจากเมื่อผู้เรียนได้คำตอบถูกต้องแล้วผู้สอนอาจไม่ได้ให้โอกาสผู้เรียนแสดงเหตุผลซึ่งทำให้ทั้งผู้สอนและผู้เรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใดดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการให้คำตอบถูกแต่เหตุผลผิดคือการได้คำตอบที่ผิดและสามารถค้นพบอย่างเห็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้โดยแก้ปัญหาด้วยเหตุนี้นักศึกษาจึงให้ความสำคัญกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้นโดยได้พยายามศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผลสอนอย่างไรจึงจะเกิดทักษะที่ต้องการเหล่านี้ซึ่งได้มีการกล่าวถึงแนวการสอนไว้ 3 แนวทางคือแนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for Thinking) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of Thinking) แนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) (Brandt. 1984 : 3) โดยมีรายละเอียดพอสังเขปดังนี้

1. การสอนเพื่อให้คิดการสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชาโดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิดการสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะโดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรงแนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทางตามความเชื่อพื้นฐานของผู้จัดที่สร้างแนวทางการสอน

3. การสอนที่เกี่ยวกับการคิดการสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนสิ่งที่เป็นความคิดของตนเองโดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไรต้องการรู้อะไรและในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไรซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิดของตนเองแนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่น่าสนใจของนักศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้นโดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิดซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขให้ตรงจุด

จากคำกล่าวที่ว่า "คณิตศาสตร์คือการให้เหตุผล" (NCTM. 1989 : 29) และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญของคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody. 1993 : 2) เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริงจำเป็นต้องจัดให้การให้เหตุผลแทรกอยู่ในทุกกิจกรรมของคณิตศาสตร์นักเรียนจะต้องใช้เวลาจากประสบการณ์ที่หลากหลายในการพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น (NCTM. 1989 : 81)

เนื่องจากความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกและฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่องจากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกันดังนั้นในการพัฒนาทักษะการคิดและการให้เหตุผลควรมีการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นค้นหาคาดการณ์วิธีการพิสูจน์สังเกตแบบรูปชี้แจงเหตุผลของแนวคิดโดยอธิบายแบบรูปแสดงด้วยภาพหรือแบบจำลองและตอบคำถามต่างๆการสร้างข้อความคาดการณ์การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบายซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ (Lappan&Scharm. 1989 : 18-19)นอกจากการเตรียมกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมที่เป็นการฝึกทักษะและพัฒนาความ สามารถในการให้เหตุผลโรแวนและมอร์โรว์ (Rowan & Morrow. 1993 : 16-18) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งที่สำคัญมากครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผล

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้องซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัวเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปแนวคิดนั้นๆ

สำหรับการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลกิลฟอร์ดและฮอฟเนอร์ Guildfordl&Hoepfner. 1971 : 28-32) ได้ให้ความเห็นว่าการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผลความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวเป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำและเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติหรือสถานการณ์ต่างๆที่เหมาะสมสอดคล้องกับ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2545 : 198-199) ที่กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่าการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆนอกจากนี้ยังได้เสนอแนะองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆโดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีกเช่น “ถ้า... แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ถ้าผู้เรียนที่ให้เหตุผลไม่สมบูรณ์ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้องผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้างเพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้นในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลายโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่าในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิดการวิเคราะห์และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาร่วมกันโดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

การพัฒนาทักษะกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญโดยทั่วไปเข้าใจกันว่าการฝึกให้รู้จักให้เหตุผลที่ง่ายที่สุดคือการฝึกจากการเรียนเรขาคณิตตามแบบยุคลิดเพราะมีโจทย์เกี่ยวกับการให้เหตุผลมากมายมีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่ายปานกลางและอย่างยากแต่ที่จริงแล้วการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆด้วย

(สสวท. 2547) องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้และเกิดทักษะในการให้เหตุผลผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆโดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า"ทำไม" "อย่างไร" "เพราะเหตุใด" เป็นต้นพร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีกเช่น"ถ้า.....แล้ว ผู้เรียนคิดว่า.....จะเป็นอย่างไร" ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้องแต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้องผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้างเพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น

ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลายโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

การวัดความสามารถในการให้เหตุผล

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความสนใจและแบ่งรูปแบบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลไว้ในลักษณะต่าง ๆ ดังนี้

ล้วนสายยศและอังคณาสายยศ (2541 : 106-136) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถด้านเหตุผลโดยเน้นความสามารถ 6 ด้านคือ

1. ด้านการจำแนกประเภท (Classification) เป็นความสามารถในการพิจารณาเปรียบเทียบกับสิ่งต่าง ๆ ว่าอะไรเหมือนกันมีอะไรต่างกันเพื่อนำมาสร้างกลุ่มหรือพวกขึ้นจะได้สามารถเปรียบเทียบว่าอะไรแตกต่างไปจากกลุ่มหรืออะไรมีคุณสมบัติเหมือนกันกลุ่มที่กำหนดให้ความสามารถด้านนี้เป็นความสามารถในการแยกแยะหรือวิเคราะห์คุณลักษณะของสิ่งต่างๆนั่นเอง

2. ด้านการอุปมาอุปไมย (Analogy) เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์หมายถึงความสามารถในการพิจารณาความเกี่ยวข้องกันของคำ 2คำอ้างอิงไปยังความหมายของคำอีก 2 คำโดยผู้ที่จะมีความสามารถด้านอุปมาอุปไมยจะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการมองความหมายเหมือนหรือความหมายต่างของคำได้อย่างคล่องแคล่วและยังสามารถจัดกลุ่มพวกของคำหรือมโนภาพนั้นๆได้อย่างดีด้วยจึงจะสามารถเอามาเปรียบเทียบอุปมาอุปไมยได้เก่ง

3. ด้านอนุกรมภาพหรืออนุกรมมิติเป็นความสามารถในการค้นหาระบบความสัมพันธ์กฎเกณฑ์ของรูปภาพซึ่งมีทั้งอนุกรมภาพธรรมดาจะเป็นไปในทิศทางเดียวกันส่วนอนุกรมที่มีทั้งแนวตั้งและแนวนอนจะมีความสัมพันธ์กันในหลายทิศทางเนื่องจากต้องคิดหลายทิศทางจึงเรียกอนุกรมนี้ว่าอนุกรมมิติ

4. ด้านสรุปความเป็นแบบทดสอบที่อาศัยภาษาค่อนข้างมากแต่ก็เป็นการใช้ภาษาเพื่อไล่เลียงหาเหตุผลโดยโครงสร้างของตัวคำถามเป็นคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งคือตรรกวิทยานั่นคือการเขียนข้อสอบแบบนี้จะประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อยเมื่อมีเหตุมาเป็นเครื่องพิจารณาแล้วก็สามารถประเมินลงสรุปได้ว่าเป็นอย่างไร

5. ด้านตัวร่วมหรือตัวต่างเป็นแบบทดสอบที่จะยกสิ่งต่างๆมาให้พิจารณาส่วนใหญ่เป็นคำหรือจะใช้ภาพแทนก็ได้เมื่อยกมาแล้วให้ผู้สอบพิจารณาดูตัวร่วมของมันว่าน่าจะเป็นอย่างไรก่อนจะสามารถหาตัวร่วมหรือมโนภาพซึ่งจะต้องวิเคราะห์ทุกๆคำให้ดีอาจจะต้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ใช้จินตนาการโยงความสัมพันธ์แต่ละสิ่งอย่างดีแล้วนำมาผสมกลมกลืนเป็นสิ่งใหม่ที่สามารถรับรู้และเข้าใจได้ตรงกันในทันที

6. ด้านการวิเคราะห์จุดประสงค์ของแบบทดสอบนี้จะให้ผู้ตอบคิดหาความสัมพันธ์เกี่ยวข้องของตัวแปรจากสถานการณ์ที่สมมติขึ้นมาซึ่งการสร้างสถานการณ์จะต้องเขียนให้มีความเกี่ยวพันกันอย่างซับซ้อนมิฉะนั้นผู้อ่านก็ไม่ได้ใช้ความสามารถด้านการวิเคราะห์

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดความสามารถในการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุและผล

ตัวอย่างการให้เหตุผล

กำหนดโจทย์ปัญหาดังนี้

ไม้ไผ่ลำหนึ่งยาว2.85 เมตรปักอยู่ในบึงแห่งหนึ่งซึ่งมีน้ำลึกโดยเฉลี่ย1.30 เมตร ถ้าส่วนที่อยู่เหนือน้ำคิดเป็น$\frac{1}{3}$ของความยาวของไม้ไผ่ลำนี้ไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาวกี่เมตร

สมมติว่าด.ช. ก่อแสดงวิธีทำตามแนวคิดดังนี้

ความยาวของไม้ไผ่ส่วนที่อยู่เหนือน้ำคิดเป็น$\frac{1}{3}$ของ2.85 = 0.95 เมตร

ความยาวของไม่ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในน้ำเท่ากับ1.30 เมตร

ดังนั้นไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาว2.85 – (0.95 + 1.30) = 0.60 เมตร

ตอบ0.6 เมตร

ด.ญ. ศรีเพ็ญแสดงความคิดเห็นว่าโจทย์ข้อนี้หาคำตอบไม่ได้เพราะว่าโจทย์กำหนดความลึกของน้ำโดยเฉลี่ย1.30 เมตรตรงตำแหน่งที่ไม้ปักอยู่ไม่ทราบว่ามีความลึกของน้ำเท่าไรแน่จึงไม่สามารถหาความยาวของไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินได้ ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นว่า “ใครมีความคิดเห็นแตกต่างไปจากสองแนวคิดนี้อีกหรือไม่” ถ้าไม่มีความเห็นเพิ่มเติมผู้สอนควรถามความคิดเห็นต่อว่าคำตอบของศรีเพ็ญมีเหตุผลที่ยอมรับได้หรือไม่

ในการฝึกให้ผู้เรียนให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลคำตอบของด.ญ. ศรีเพ็ญถือว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องสมเหตุสมผลคำตอบหนึ่งอาจมีผู้เรียนบางคนแสดงความคิดเห็นว่าวิธีทำของด.ช. ก่อยังไม่ถูกต้องเพราะเหตุว่าตำแหน่งที่ไม้ปักอยู่อาจปักอยู่ในบริเวณที่ตื้นหรือลึกกว่า 1.30เมตรเพราะฉะนั้นความยาวของไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินอาจมากกว่าหรือน้อยกว่า0.6เมตรก็

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ได้ถ้าผู้เรียนแสดงความคิดเห็นเช่นนี้ผู้สอนควรใช้คำถามให้ผู้เรียนคิดต่อว่าผู้เรียนแก้ไขวิธีทำของด.ช. ก่ออย่างไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล

ผู้เรียนอาจจะให้เหตุผลเพิ่มเติมโดยใช้คำว่า"ถ้า" ในบรรทัดที่สองดังนี้

ถ้าไม้ส่วนที่ปักอยู่ในน้ำยาว1.30 เมตร ไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินก็จะยาว0.6 เมตรหรือสรุปตรงคำตอบว่าไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาวประมาณ0.6 เมตรก็ได้

กล่าวโดยสรุปจะเห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆมากเพราะเป็นรากฐานของกระบวนการคิดวิเคราะห์และเป็นพื้นฐานในการพัฒนาความคิดและการให้เหตุผลของผู้เรียนที่สำคัญการจัดการเรียนการสอนควรเอื้อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดและใช้เหตุผลอย่างเต็มความสามารถของผู้เรียนโดยที่ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะและแนะนำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง

ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาตามแนวคิดของโจนส์, ทรอนตัน, แลงรอลล์และทาร์(Jones, Thornton, Langrall and Tarr. 1999) สามารถแบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้เป็น4 ระดับดังนี้

ระดับ1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของตนเองหรือระดับการใช้ความคิดของตนเองตัดสิน(Subjective or Non-Quantitative Reasoning) หมายถึงการที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป

ระดับ2 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น (Transitional Between Subjective and Naive Quantitative Reasoning) หมายถึงการที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น

ระดับ3 ระดับการให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยจะมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล (Informal Quantitative Reasoning) หมายถึง การที่นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลมากกว่าในระดับ2คือสามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่าหรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร

ระดับ4 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่าง ๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ (Incorporates Numerical Reasoning) หมายถึงการที่นักเรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเองคำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

จากแนวคิดของโจนส์, ทรอนตัน, แลงรอลล์และทาร์ (Jones,Thornton, Langrall and Tarr. 1999) ผู้วิจัยได้นำมาเป็นเกณฑ์ในการแบ่งระดับของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการวิจัยโดยใช้เกณฑ์การวัดและประเมินผลวิทยาศาสตร์ระดับประถมศึกษาตามสภาพจริง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2542 : 25) ดังนี้

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับต่ำหมายถึงการที่นักเรียนให้เหตุผลตามความคิดของตนเองโดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไปนั้นจะถูกหรือผิดและไม่สนใจว่าจะเกิดอะไรขึ้นในสิ่งที่ตนเองให้เหตุผลไป

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางหมายถึงการที่นักเรียนให้เหตุผลโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงระหว่างผลที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มกับความน่าจะเป็น และสามารถบอกโอกาสที่จะเกิดขึ้นว่าน้อยกว่ามากกว่าหรือเท่ากันแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นความน่าจะเป็นเป็นเท่าไร

3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงหมายถึงการที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยสามารถอธิบายและเชื่อมโยงคำตอบของตนเองคำนวณค่าเป็นออกมาเป็นตัวเลขได้

การวัดและประเมินผลวิทยาศาสตร์ระดับประถมศึกษาตามสภาพจริง

ความหมายของการประเมินจากสภาพจริง

การประเมินจากสภาพจริงคือการประเมินความสามารถที่แท้จริงของนักเรียนจากผลงานหรือ การกระทำเพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองในสภาพที่เป็นจริงซึ่งสามารถสะท้อนการกระทำเพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองในสภาพที่เป็นจริงซึ่งสามารถสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการคิดที่ซับซ้อนกระบวนการทำงานความสามารถในการแก้ปัญหาและการตัดสินใจ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2542 : 25)

ลักษณะสำคัญของการประเมินจากสภาพจริง

การประเมินตามสภาพจริงมีลักษณะสำคัญดังนี้

1. สามารถประเมินกระบวนการคิดที่ซับซ้อนความสามารถในการปฏิบัติงานศักยภาพของนักเรียนในแง่ของผู้ผลิตและกระบวนการที่ได้ผลผลิตมากกว่าที่จะประเมินว่านักเรียนสามารถจดจำความรู้อะไรได้บ้าง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. เป็นการประเมินความสามารถของนักเรียนเพื่อวินิจฉัยจุดเด่นของนักเรียนที่ควรส่งเสริมและจุดบกพร่องที่ควรจะแก้ไขปรับปรุงเพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาเต็มศักยภาพตามความสนใจความต้องการของแต่ละบุคคล

3. เป็นการประเมินที่นักเรียนได้มีส่วนร่วมเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักตัวเองเชื่อมั่นในตนเองสามารถพัฒนาตนเองได้

4. ข้อมูลที่ได้จากการประเมินจะสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการเรียนการสอนและการวางแผนการสอนของครูว่าสามารถตอบสนองความสนใจและความต้องการของนักเรียนแต่ละบุคคลได้หรือไม่

5. เพิ่มความเชื่อมั่นว่านักเรียนสามารถถ่ายโอนการเรียนไปสู่ชีวิตจริงได้

6. เป็นการประเมินหลายๆด้านหลากหลายวิธีในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างต่อเนื่อง

วิธีการประเมินจากสภาพจริง

การประเมินผลจากสภาพจริงมุ่งเน้นการประเมินความก้าวหน้าของนักเรียนมากกว่าการจะได้คะแนนมาเปรียบเทียบกับกลุ่มโดยใช้วิธีการที่หลากหลายดังนี้ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. 2539 : 7-11)

1. การสังเกตเป็นวิธีการเก็บข้อมูลพฤติกรรมด้านการใช้ความคิดการปฏิบัติงานโดยเฉพาะด้านอารมณ์ความรู้สึกและลักษณะนิสัยของนักเรียนซึ่งสามารถทำได้ทุกเวลาทุกสถานที่ทั้งในห้องเรียนนอกห้องเรียนนอกโรงเรียนการสังเกตทำได้ 2 ลักษณะคือ

1.1 การสังเกตโดยตั้งใจเป็นการสังเกตแบบมีโครงสร้างโดยครูกำหนดพฤติกรรมที่ต้องการสังเกตช่วงเวลาการสังเกตและวิธีการสังเกต

1.2 การสังเกตแบบไม่ตั้งใจเป็นการสังเกตแบบไม่มีโครงสร้างหมายถึงไม่มีการกำหนดรายการสังเกตไว้ล่วงหน้าครูอาจมีแผ่นกระดาษแผ่นเล็กๆติดตัวไว้ตลอดเวลาเพื่อบันทึกเมื่อพบพฤติกรรมการแสดงออกที่มีความหมายหรือสะดุดความสนใจของครู วิธีการสังเกตที่ดีควรใช้ทั้ง 2 วิธีดังกล่าวอย่างไรก็ตามเพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นจริงการสังเกตต้องสังเกตหลาย ๆ ครั้งในหลายสถานการณ์

2. การสัมภาษณ์เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้เก็บข้อมูลพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ได้ดีเช่นความคิดความรู้สึกกระบวนการขั้นตอนในการทำงานวิธีแก้ปัญหาเป็นต้นการสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ทำให้รู้ว่าเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในตอนที่ผู้ประเมินไม่ได้สังเกตด้วยตนเองนั้นเป็นอย่างไรนักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรเกี่ยวกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นระหว่างที่อยู่ในสถานการณ์เดียวกันการสัมภาษณ์อาจใช้การสัมภาษณ์โดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้การสัมภาษณ์โดยตรงก็คือนักเรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การสัมภาษณ์โดยอ้อมคือการสัมภาษณ์จากบุคคลที่ใกล้ชิดนักเรียนเช่นเพื่อนสนิทผู้ปกครอง เป็นต้น

3. การตรวจงานเป็นการวัดผลประเมินผลที่เน้นการนำผลการประเมินไปใช้ทันทีในการช่วยเหลือนักเรียนและเพื่อการปรับปรุงการสอนของครูจึงเป็นการวัดผลที่ควรดำเนินการตลอดเวลาเช่นการตรวจแบบฝึกหัดผลงานภาคปฏิบัติโครงงานเป็นต้นงานเหล่านี้ควรมีลักษณะที่สามารถประเมินพฤติกรรมระดับสูงของนักเรียนได้เช่นแบบฝึกหัดที่เขียนตอบเรียบเรียงสร้างสรรค์โครงงานที่เน้นการใช้ความคิดขั้นสูงในการวางแผนจัดการดำเนินการและแก้ปัญหา สิ่งที่ควรประเมินควบคู่เสมอในการตรวจงาน (ทั้งงานเขียนตอบและงานปฏิบัติ) คือลักษณะนิสัยและคุณลักษณะที่ดีในการทำงานดังนั้นแนวทางในการตรวจผลงานควรมีดังนี้

3.1 ไม่จำเป็นต้องนำงานทุกชิ้นมาประเมินอาจเลือกเฉพาะชิ้นงานที่นักเรียนทำได้ดีและบอกความสามารถของนักเรียนได้

3.2 ชิ้นงานที่นำมาประเมินของแต่ละคนจึงไม่จำเป็นต้องเป็นเรื่องเดียวกันและอาจเป็นชิ้นงานนอกเหนือจากที่ครูกำหนดให้ก็ได้

3.3 ผลการประเมินไม่ควรบอกเป็นคะแนนหรือระดับคุณภาพที่เป็นเฉพาะตัวเลขอย่างเดียวแต่ควรบอกความหมายของผลคะแนนนั้นด้วย

4. การรายงานตนเองเป็นการให้นักเรียนเขียนบรรยายหรือตอบคำถามสั้นๆหรือตอบแบบสอบถามที่ครูสร้างขึ้นเพื่อสะท้อนถึงการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งความรู้ความเข้าใจวิธีคิดวิธีทำงานความพอใจในผลงานความต้องการพัฒนาตนเองให้ดีขึ้นเป็นต้น

5. การใช้บันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้องเช่นการรวบรวมข้อมูลความคิดเห็นที่เกี่ยวข้องกับตัวนักเรียนผลงานนักเรียนความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของนักเรียนจากเพื่อนครูเพื่อนนักเรียนผู้ปกครองเป็นต้น

6. การใช้แบบทดสอบที่เน้นการปฏิบัติจริงแบบทดสอบที่ใช้ควรเป็นแบบทดสอบภาคปฏิบัติจริง ซึ่งมีลักษณะดังต่อไปนี้

6.1 ปัญหาต้องมีความหมายต่อผู้เรียน และมีความสำคัญเพียงพอที่จะแสดงถึงความรู้ของนักเรียน

6.2 เป็นปัญหาที่เลียนแบบสภาพจริงในชีวิตของนักเรียน

6.3 แบบทดสอบต้องครอบคลุมทั้งความสามารถและเนื้อหาตามหลักสูตรและควรมีคำตอบที่ถูกได้หลายคำตอบ มีวิธีคิดหาคำตอบได้หลายวิธี

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

6.4 นักเรียนต้องใช้ความรู้ความสามารถความคิดหลาย ๆ ด้านมาผสมผสานและแสดงวิธีคิดได้เป็นขั้นตอนที่ชัดเจน

6.5 มีเกณฑ์การให้คะแนนตามความสมบูรณ์ของคำตอบอย่างชัดเจน

7. การประเมินโดยใช้แฟ้มสะสมงานเป็นการประเมินจากสิ่งที่ใช้สะสมงานของนักเรียนอย่างมีจุดประสงค์อาจเป็นแฟ้มกล่องแผ่นดิสก์ฯลฯที่แสดงให้เห็นถึงความก้าวหน้าความพยายามและผลสัมฤทธิ์ในเรื่องนั้นๆหรือหลายๆเรื่องการสะสมงานนักเรียนมีส่วนร่วมในการเลือกเนื้อหาเกณฑ์การเลือกเกณฑ์การตัดสิน

วิธีการกำหนดเกณฑ์การประเมิน

เกณฑ์การประเมินที่กำหนดจะขึ้นอยู่กับเครื่องมือที่ใช้ในการประเมิน และเกณฑ์นี้จะระบุคุณภาพที่ผู้สอนต้องการให้ผู้เรียนกระทำ หรือตอบสนองต่อเครื่องมือนั้น ๆ การกำหนดเกณฑ์การประเมินต่อไปนี้ จะใช้วิธีประเมินโดยให้ระดับคะแนน ซึ่งขั้นตอนการสร้างระบบการให้คะแนนที่ผู้สอนควรทราบมีดังนี้

1. หาช่วงคุณภาพของสิ่งที่จะประเมิน

ขั้นนี้ผู้สอนต้องทราบเหตุผลของการจะระบุว่า งานที่จะประเมินนั้นสามารถจัดเป็นกลุ่มได้หรือไม่ กรณีที่เป็นกลุ่มที่ดี สิ่งใดที่บ่งบอกว่าดี หรือกรณีเป็นกลุ่มที่พอใช้ มีสิ่งใดที่บ่งบอกว่าพอใช้ หรือกรณีเป็นกลุ่มที่ต้องปรับปรุง มีสิ่งใดที่บ่งบอกว่าต้องปรับปรุง นอกจากนี้มีสิ่งที่เป็นองค์ประกอบร่วมที่จะใช้พิจารณาว่า ดี พอใช้ และต้องปรับปรุง

2. เลือกจำนวนระดับคะแนน

ขั้นนี้ผู้สอนต้องตัดสินใจว่าจะเลือกจำนวนระดับคะแนนกี่ระดับ 3, 4, 5, หรือ 6 ระดับ การที่จะเลือกระดับคะแนนเป็นกี่ระดับนั้น ก็มีความสัมพันธ์กับช่วงคุณภาพของงานเหมือนกัน ถ้าช่วงคุณภาพของงานกว้าง ก็สามารถจำนกระดับคะแนนออกเป็นหลาย ๆ ระดับได้แต่ถ้าช่วงคุณภาพของงานแคบแล้วไปกำหนดระดับคะแนนออกเป็นหลาย ๆ ระดับการเขียนคำอธิบายแต่ละระดับก็จะทำได้ยาก

3. กำหนดมิติในการให้คะแนน

ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาสิ่งที่จะประเมินว่า สามารถจำแนกออกได้กี่มิติ เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้อาจมีมิติของการวางแผนงานศึกษาค้นคว้า เรียนรู้ตามแผนที่กำหนดไว้นำเสนอข้อค้นพบ วิเคราะห์ และอภิปราย และสรุปเป็นความคิดรวบยอด เป็นต้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. การกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นตอนนี้เป็นการอธิบายความหมายของแต่ละมาตรวัด (สเกล) ว่า ระดับ 1 หมายถึงอะไร ระดับ 2, 3 และ 4 หมายถึงอะไร (กรณีที่แบ่งออกเป็น 4 ระดับ) ซึ่งแต่ละมาตรวัดจะต้องมีคำอธิบายที่แตกต่างกัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างแบบประเมินกระบวนการแก้ปัญหา

เรื่อง.....กลุ่มที่.....

ภาคเรียนที่.....ชั้น.....

คำชี้แจง ครูพิจารณาคำตอบของนักเรียนจากการซักถาม/อภิปราย/ทดสอบ และสังเกตพฤติกรรม การปฏิบัติ ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่องรายการที่นักเรียนตอบถูกหรือปฏิบัติได้ถูกต้องทำเครื่องหมาย ✗ ในช่องรายกายที่นักเรียนตอบผิดหรือปฏิบัติไม่ถูกต้อง

ตารางที่ 6 แบบประเมินกระบวนการแก้ปัญหา

รายการประเมิน	เลขที่ของนักเรียน				
	1	2	4	9	10
1. ระบุปัญหาได้ถูกต้อง					
2. บอกความจำเป็นของการแก้ปัญหานั้นได้ถูกต้อง					
3. บอกสาเหตุสำคัญของปัญหาที่ต้องการแก้ไขได้ถูกต้อง					
4.ลำดับความสำคัญ สาเหตุของปัญหาที่ต้องการแก้ไขได้ถูกต้อง					
5. เสนอแนวทางแก้ไขได้หลากหลาย					
6. แนวทางแก้ไขปัญหามีความสัมพันธ์กับปัญหาและสาเหตุ					
7. แนวทางแก้ไขมีความเป็นไปได้					
8. เปรียบเทียบข้อดีข้อเสียของแนวทางแก้ปัญหา					
9. เลือกแนวทางแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับข้อจำกัดปัจจัยและความสามารถของตนเอง					
10. คาดคะเนผลจากแนวปฏิบัติที่เลือกได้					
11. ลำดับขั้นตอนและแนวปฏิบัติแต่ละขั้นตอนได้เหมาะสม					
12. เตรียมการปฏิบัติและสิ่งที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม					
13. ลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนที่กำหนดครบทุกขั้นตอน					
14. ปฏิบัติการแก้ปัญหาอย่างตั้งใจจนงานสำเร็จ					
15. บันทึกผล/รวบรวมข้อมูลหลักฐานได้ครบถ้วน					

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายการประเมิน	เลขที่ของนักเรียน				
	1	2	4	9	10
16. สรุปการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง					
17. ผลการแก้ปัญหาตรงตามเป้าหมาย					
18. ระบุข้อบกพร่อง/จุดที่จะพัฒนาของการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง					
19. ระบุสาเหตุที่ทำให้การแก้ปัญหาได้ผลไม่เป็นที่น่าพอใจได้					
20. ระบุวิธีการปรับปรุง/พัฒนา					
21. ลงมือปรับปรุงการแก้ปัญหาและได้ผลดีกว่าเดิม					
รวม					

หมายเหตุอาจลดประเด็นในการประเมินหรือลดคะแนนในแต่ละประเด็นได้ตามความเหมาะสม

เกณฑ์การให้คะแนน

1. การให้คะแนนแต่ละช่องรายการ เครื่องหมาย ✓ ให้ 1 คะแนน เครื่องหมาย ✗ ให้ 0 คะแนน

2. การสรุประดับคุณภาพ อาจใช้เกณฑ์ดังต่อไปนี้

ร้อยละ 80 ขึ้นไป ให้ระดับคุณภาพ 2 (ดี-ดีมาก)

ร้อยละ 50-79 ให้ระดับคุณภาพ 1 (พอใช้)

ต่ำกว่าร้อยละ 50 ให้ระดับคุณภาพ 0 (ควรปรับปรุง)

ในงานวิจัยฉบับนี้ใช้ระดับของการแปลผลคะแนนดังนี้

ร้อยละ 80ขึ้นไป คิดเป็น 32 -40 คะแนน นักเรียนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับสูง

ร้อยละ 50-79 คิดเป็น 20 -31คะแนน นักเรียนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับกลาง

ต่ำกว่าร้อยละ 50 คิดเป็น 0 - 19คะแนน นักเรียนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระดับต่ำ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

สหสัมพันธ์

ลินจง โปธิบาล (2553 : 245-280) กล่าวว่า สหสัมพันธ์ (Correlation) เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป (หรือข้อมูล 2 ชุดขึ้นไป) ตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างอายุและความดันโลหิต ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนัก ความสัมพันธ์ระหว่างระดับการศึกษากับพฤติกรรมการดูแลตนเอง ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีการอบรมเลี้ยงดูเด็ก ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพครอบครัวกับการติดยาเสพติดในวัยรุ่น เป็นต้น ในการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรว่ามีมากน้อยเพียงใดนั้น จะใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation coefficient) เป็นค่าที่วัดความสัมพันธ์ ซึ่งโดยวิธีการทางสถิติมีอยู่หลายวิธี การใช้สถิติตัวใดขึ้นอยู่กับลักษณะของตัวแปรหรือระดับของการวัดในตัวแปรนั้น ๆ ดังนั้น สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จึงมีทั้งแบบที่เป็นสถิติพาราเมตริกและสถิตินอนพาราเมตริก

ในการวัดความสัมพันธ์แต่ละแบบจะต้องมีการทดสอบนัยสำคัญก่อน จึงจะสรุปได้ว่าตัวแปรคู่ใดมีความสัมพันธ์กันจริงหรือไม่ มากน้อยเพียงใด สำหรับการแปลผลจะมองในแง่ของความเกี่ยวพัน ความสอดคล้อง การแปรผันร่วมกัน หรือไปด้วยกัน แต่ไม่ได้หมายความว่าตัวแปรหนึ่งเป็นเหตุและอีกตัวแปรเป็นผล (หรือไม่สามารถระบุได้ว่าตัวแปรไหนเป็นตัวแปรต้นหรือตัวแปรตาม) เช่น ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนัก เราไม่สามารถบอกได้ว่าส่วนสูงหรือน้ำหนักตัวใดเป็นเหตุ และตัวใดเป็นผล บอกได้เพียงว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ และมีขนาดของความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปนิยมใช้สัญลักษณ์ r แทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของกลุ่มตัวอย่าง(บางชนิดจะใช้สัญลักษณ์ C, W หรืออื่นๆ) และ ρแทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ที่ใช้วัดขนาดของความสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปร มี 2 ลักษณะ คือ $-1 \leq r \leq 1$ และ $0 \leq r \leq 1$

การบอกระดับหรือขนาดของความสัมพันธ์ จะใช้ตัวเลขของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ หากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าเข้าใกล้ -1 หรือ 1 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับสูง แต่หากมีค่าเข้าใกล้0 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับน้อย หรือไม่มีเลย สำหรับการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปอาจใช้เกณฑ์ดังนี้ (Hinkle D. E. 1998 : 118)

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ค่า r	ระดับของความสัมพันธ์
.90 - 1.00	มีความสัมพันธ์กันสูงมาก
.70 - .90	มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง
.50 - .70	มีความสัมพันธ์กันในระดับปานกลาง
.30 - .50	มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ
.00 - .30	มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำมาก

เครื่องหมาย + , - หน้าตัวเลขสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จะบอกถึงทิศทางของความสัมพันธ์ โดยที่หาก

rมีเครื่องหมาย + หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางเดียวกัน (ตัวแปรหนึ่งมีค่าสูง อีกตัวหนึ่งจะมีค่าสูงไปด้วย)

rมีเครื่องหมาย - หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางตรงกันข้าม

ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางชนิดที่มีลักษณะ $0 \leq r \leq 1$ ซึ่งจะบอกได้เพียงขนาดหรือระดับของความสัมพันธ์เท่านั้น ไม่สามารถบอกทิศทางของความสัมพันธ์ได้

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ในสถิตินอนพาราเมตริก ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่มีมาตรวัดได้ตั้งแต่นามบัญญัติขึ้นไป และไม่เจาะจงชนิดของการแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูล ได้แก่

1. สถิติไคสแควร์สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน (Chi-square test for independence)
2. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย
3. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี
4. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน
5. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียล
6. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบไบซีเรียล
7. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เตตราคอห์ริค

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในสถิติพาราเมตริก เป็นการหาความสัมพันธ์สำหรับตัวแปรที่มีมาตรวัดอันตรภาค หรืออัตราส่วน และมีการแจกแจกความน่าจะเป็นแบบปกติ ซึ่งได้แก่ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบแยกส่วน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การทดสอบไคสแควร์ สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน

เป็นวิธีการที่ใช้เพื่อทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนที่อยู่ในตารางการณ์จร (Contingency table) กล่าวคือเป็นวิธีการที่จะพิจารณาว่าตัวแปร2 ตัว (ที่แต่ละตัวแบ่งเป็นระดับหรือลักษณะต่างๆ นั้น) มีความเป็นอิสระต่อกัน หรือมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ ซึ่งสถิติไคสแควร์ที่ใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันนี้ เป็นสถิติไคสแควร์ตัวเดียวกันกับการทดสอบไคสแควร์กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อกัน หรือการทดสอบไคสแควร์กรณีมากกว่า 2 กลุ่มอิสระต่อกัน ดังนั้นข้อกำหนด และสถิติที่ใช้ทดสอบจึงมีความเหมือนกันทุกประการ มีข้อแตกต่างในเรื่องการตั้งสมมติฐานเท่านั้น

สมมติฐาน

H_0 : ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน (เป็นอิสระต่อกัน)

H_1 : ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน

สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad \mathbf{df = (r\text{-}1)(c\text{-}1)}$$

เมื่อ O_{ij} เป็นความถี่ที่ได้จากการรวบรวมข้อมูลจริงในตัวแปรที่ 1 ลักษณะที่ i และตัวแปรที่ 2 ลักษณะที่ j

E_{ij} เป็นความถี่ที่คาดว่าจะเป็นในตัวแปรที่ 1 ลักษณะที่ i และตัวแปรที่ 2 ลักษณะที่ j

อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธสมมติฐานH_0เมื่อค่า χ^2ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า $\chi^2_{\alpha,(r-1)(c-1)}$จากตารางในที่นี้จะใช้ตัวอย่างเดียวกันกับ การทดสอบไคสแควร์กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อกันตัวอย่างในการวิจัยเพื่อสำรวจความวิตกกังวลในการเรียน ของนักศึกษาชายและหญิง ผลการสำรวจปรากฏดังตาราง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 7 ความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง

เพศ	ความวิตกกังวล	
	สูง	ต่ำ
ชาย	62	48
หญิง	73	42

จงทดสอบว่า ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษาหรือไม่

วิธีทำ

สมมติฐาน H_0 : ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

H_1 :ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

สถิติที่ใช้ทดสอบสถิติไคสแควร์อาณาเขตวิกฤต กำหนด $\alpha = .05$ $\chi^2_{.05,1} = 3.84$ อาณาเขตวิกฤต $\chi^2 \geq 3.84$คำนวณค่าสถิติ

ตารางที่ 8 การคำนวณค่าสถิติของความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง

เพศ	ความวิตกกังวล		รวม
	สูง	ต่ำ	
ชาย	62 $\frac{110\times135}{225}=66$	48 $\frac{110\times90}{225}=44$	110
หญิง	73 $\frac{115\times135}{225}=69$	42 $\frac{115\times90}{225}=46$	115
รวม	135	90	225

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}=\frac{(62-66)^2}{66}+\frac{(48-44)^2}{44}+\frac{(73-69)^2}{69}+\frac{(42-46)^2}{46}$$

$$=\frac{16}{66}+\frac{16}{44}+\frac{16}{69}+\frac{16}{46}=1.186$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การสรุปผล

ค่า χ^2ที่ได้จากการคำนวณ = 1.186 มีค่าน้อยกว่า ค่า χ^2ที่เปิดจากตาราง ($\chi^2_{.05,1}$ = 3.84) ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต สรุปได้ว่า ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

ผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรมสำเร็จรูป (โปรแกรม SPSS)

ตารางที่ 9 ผลการวิเคราะก์ความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิงผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรมสำเร็จรูป (โปรแกรม SPSS)

GENDER * ANXIETY Crosstabulation

			ANXIETY		
			High	Low	Total
GENDER	Male	Count	62	48	110
		Expected Count	66.0	44.0	110.0
	Female	Count	73	42	115
		Expected Count	69.0	46.0	115.0
Total		Count	135	90	225
		Expected Count	135.0	90.0	225.0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	1.186[b]	1	.276		
Continuity Correction[a]	.908	1	.341		
Likelihood Ratio	1.186	1	.276		
Fisher's Exact Test				.281	.170
Linear-by-Linear Association	1.181	1	.277		
N of Valid Cases	225				

a. Computed only for a 2x2 table

b. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 44.00.

สมมติฐาน H_0 : ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

H_1 :ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

ค่า χ^2ที่ได้จากการคำนวณ = 1.186 และมีค่าSig. .276 >α = .05 ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต สรุปว่า ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi coefficient) ใช้สัญลักษณ์ϕเป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติ ผลการวัดออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตาราง 2 X 2 เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างการรัดเข็มขัดนิรภัยกับการเสียชีวิต ในกลุ่มผู้ประสบอุบัติเหตุทางรถยนต์

ข้อตกลงเบื้องต้น

ตัวแปร หรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ และแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะจริง (True dichotomous)

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย คำนวณจากสูตร

$$\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

เมื่อ a,b,cและ d เป็นความถี่หรือจำนวนในตาราง 2 X 2 ดังรูป

a	b
c	d

ค่า ϕที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 1 ในกรณีที่ a=d=0 หรือ b=c=0

หรือ (a+b)=(c+d)=(a+c)=(b+d)

การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho \neq 0$(ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบเป็นการทดสอบแบบสองทาง

กรณีที่ $n \geq 20$ ใช้สูตร $Z = \phi\sqrt{n}$

กรณีที่ $n < 20$ ใช้สูตร $\chi^2 = n\,\phi^2;\ df = 1$

อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

กรณีที่ $n \geq 20$

จะปฏิเสธ H_0เมื่อค่า Z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า Z ที่เปิดจากตาราง

กรณีที่ $n < 20$

จะปฏิเสธ H_0เมื่อค่า χ^2ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าχ^2 ที่เปิดจากตาราง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี (Contingency coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี (Contingency coefficient) ใช้สัญลักษณ์ C เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติ ผลการวัดออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตารางการณ์จร ขนาด r X c (r X c Contingency table) ตัวอย่างเช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับการศึกษากับการเลือกใช้สถานบริการพยาบาล การหาความสัมพันธ์ระหว่างสถานภาพสมรสกับการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นของพยาบาล

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ตัวแปร หรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ หรือมีลักษณะต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่องก็ได้

2. ผลการวัดอยู่ในรูปความถี่ สามารถแสดงในรูปตารางการณ์จร ขนาด r X c (r และ $c \geq 2$)

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี คำนวณจากสูตร

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}}$$

การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบเป็นการทดสอบแบบสองทาง ใช้สถิติ χ^2

$$\chi^2 = \sum\sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \qquad f = (r-1)(c-1)$$

อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า χ^2 ที่เปิดจากตารางตัวอย่าง ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็ก กับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัว (3 แบบ) จากกลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 ราย ได้ผลดังแสดง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็ก กับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัว

	วิธีการเลี้ยงดู			
พฤติกรรมเด็ก	แบบ 1	แบบ 2	แบบ 3	รวม
เก็บตัว	13 (7)	4 (5.25)	4 (8.75)	21
แบบกลางๆ	5 (8)	9 (6)	10 (10)	24
แสดงตัว	2 (5)	2 (3.75)	11 (6.25)	15
รวม	20	15	25	60

วิธีทำ เมื่อทำการหาค่าความถี่คาดหวัง พบว่า Eij< 5 มีเพียง 1 (11.11%) จึงสามารถใช้สถิติไคสแควร์ได้โดยหาค่าสถิติไคสแควร์จาก

$$\chi^2 = \sum\sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$= \frac{(13-7)^2}{7} + \frac{(4-5.25)^2}{5.25} + \ldots + \frac{(11-6.25)^2}{6.25}$$

$$= 16.87$$

$$df = (2)(2) = 4$$

หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซีจาก

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N+\chi^2}} = \sqrt{\frac{16.87}{60+16.87}} = 0.468$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สมมติฐานของการทดสอบ

H_0 :$\rho = 0$ (พฤติกรรมของเด็กกับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H_1 :$\rho \neq 0$(พฤติกรรมของเด็กกับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัวมีความสัมพันธ์กัน)

กำหนดระดับนัยสำคัญ .05 ค่าวิกฤติ $\chi^2_{.05,4} \geq 9.49$

ค่า χ^2ที่คำนวณได้ (16.87) มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าχ^2 ที่เปิดจากตาราง (9.49) จะปฏิเสธ H_0แสดงว่า ที่ระดับนัยสำคัญ .05 พฤติกรรมของเด็กกับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัว มีความสัมพันธ์กัน

หมายเหตุ

1. ในทางทฤษฎี C จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 แต่ในทางปฏิบัติ ค่าสูงสุดของ C จะมีค่าไม่ถึง 1

2. ค่าสูงสุดของ C ขึ้นอยู่กับตารางการณ์จร หากตารางการณ์จรมีขนาดใหญ่ ค่า C จะเข้าใกล้ 1 มากขึ้น กรณีที่มีจำนวนแถวและสดมภ์เท่ากัน การประมาณค่าสูงสุดของ C หาได้จาก ค่าสูงสุดของ C = $\sqrt{\frac{k-1}{k}}$ เมื่อ k คือจำนวนแถวและสดมภ์ที่เท่ากัน

3. ในการคำนวณหาค่า C จะต้องคำนวณค่า χ^2 ก่อน ซึ่งก็จะมีข้อจำกัดตามสถิติ χ^2 นั้นไปด้วย

4. ค่า C ไม่สามารถนำมาใช้เปรียบเทียบกันได้โดยตรง ในขณะที่ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน แบบแยกส่วน หรือแบบสเปียร์แมน จะสามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้โดยตรง

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน (Spearman rank correlation coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน (Spearman rank correlation coefficient หรือ Spearman's rho) ใช้สัญลักษณ์ r_s เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด โดยที่ตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุดนั้นจะต้องอยู่ในรูปของข้อมูลในมาตราจัดอันดับ (Ordinal scale)

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ตัวแปรหรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด อยู่ในมาตราจัดอันดับ หรืออาจเป็นอันตรภาค หรือมาตราอัตราส่วน แล้วนำมาเรียงอันดับก็ได้

2. ข้อมูลในแต่ละชุดจะต้องมีความเป็นอิสระต่อกันสำหรับการแจกแจงของข้อมูลไม่จำเป็นต้องมีการแจกแจงแบบปกติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมนคำนวณจากสูตร

$$r_S = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$$

เมื่อ r_S เป็น ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน

$\sum D^2$ เป็น ผลรวมของกำลังสองของผลต่างของอันดับคะแนนแต่ละคู่

N เป็น ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบเป็นการทดสอบแบบสองทาง

$$t = \frac{r_S\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_S^2}} \quad , \text{df} = \text{n-2}$$

อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธ H_0เมื่อค่า t ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า $t_{\alpha,n-2}$ที่เปิดจากตาราง

หรือ t ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่า $-t_{\alpha,n-2}$

หรือ นำค่า r_Sที่ได้ไปเทียบกับค่าวิกฤต r_Sจากตารางสำเร็จรูปโดยใช้ df = n

ถ้าค่า r_Sมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ ค่าวิกฤต r_Sจะปฏิเสธ H_0

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียล (Point biserial correlation coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียล (Point biserial correlation coefficient) ใช้สัญลักษณ์r_{pb}เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด โดยที่ตัวแปรหนึ่งเป็นตัวแปรต่อเนื่อง อีกตัวหนึ่งมี 2 ลักษณะจริง (True dichotomous)

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ตัวแปรตัวหนึ่งมีการวัดอยู่ในมาตราอันตรภาค หรือมาตราอัตราส่วน และมีลักษณะการแจกแจงของประชากร ไม่จำเป็นต้องมีการแจกแจงแบบปกติ แต่ต้องมีการแจกแจงแบบโค้งเดียว และค่อนข้างสมมาตร

2. ตัวแปรอีกตัวหนึ่งมีการวัดอยู่ในมาตรานามบัญญัติและแบ่งได้เป็น 2 ลักษณะอย่างแท้จริงเช่น เพศชาย–หญิง การเป็น-ไม่เป็นโรค การตาย –รอดชีวิต คำตอบถูก-ผิด เป็นต้น

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียลคำนวณจากสูตร

$$r_{pb} = \frac{\bar{X}_p - \bar{X}_q}{S_t}\sqrt{pq}$$

เมื่อ r_{pb} เป็น ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียล

$\bar{X}_p$ เป็น ค่าเฉลี่ยของตัวแปรต่อเนื่อง ในกลุ่มลักษณะที่ 1 ของตัวแปรที่เป็น true dichotomous

มหาวิทยาลัยราชภัฏพหลโยธิน RAJAPHAT MAHAPAKHUN UNIVERSITY

$\overline{X}_q$ เป็น ค่าเฉลี่ยของตัวแปรต่อเนื่อง ในกลุ่มลักษณะที่ 2 ของตัวแปรที่เป็น true dichotomous

p เป็น ค่าสัดส่วนของลักษณะที่ 1 ของตัวแปร true dichotomous

q เป็น ค่าสัดส่วนของลักษณะที่ 2 ของตัวแปร true dichotomous (1-p)

S_t เป็น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลต่อเนื่องทั้งหมด

การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบเป็นการทดสอบแบบสองทาง

$$t = \frac{r_{pb}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{pb}^2}} \quad , \mathrm{df} = \text{n-2}$$

อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธ H_0เมื่อค่า t ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า $t_{\alpha,n-2}$ที่เปิดจากตาราง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้เลือกการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความคิดทางเรขาคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

พนิดา กองเกตุใหญ่ (2542 :70-75) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัดกาญจนบุรี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 590 คน เป็นชาย 260 คน หญิง 330 คน โดยเลือกแบบเจาะจงจาก 4 โรงเรียน ซึ่งเป็นตัวแทนของ 4 สหวิทยาเขต เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและแบบสอบถามข้อมูลพื้นฐาน ผลการวิจัย พบว่า (1) ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2 และ 3 กระจายอยู่ในระดับ 1 การวิเคราะห์ ระดับ 2

ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน และระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีความคิดในระดับที่ 3 สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 (2) นักเรียนเกือบครึ่ง (ร้อยละ 40.7) ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี อยู่ในระดับ 3

สมควร สีชมพู (2549 : 57-60) ได้ศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลี เป็นกรณีศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 6 คู่ (12 คน) โดยนักเรียนผู้เข้าร่วมวิจัย (Participants) เป็นนักเรียนที่เข้าร่วมการวิจัยด้วยความสมัครใจ และผู้วิจัยได้ทำการคัดเลือกโดยสังเกตและเฝ้าดูการทำกิจกรรมของนักเรียนในชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และในรายวิชาอื่น ๆ เพื่อเรียนรู้นิสัยในการเรียนของนักเรียนและทำความรู้จักคุ้นเคยกับนักเรียน และคัดเลือกผู้เข้าร่วมวิจัยที่สามารถทำกิจกรรมด้วยกันได้ พูดคุยกันได้ ร่วมกันทำกิจกรรมการแก้ปัญหาในสถานการณ์แบบปลายเปิด (Open-ended Problem) นอกห้องเรียน โดยมีการสัมภาษณ์เชิงลึกหลังจากทำกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด แบบสัมภาษณ์ ผลการวิจัยพบว่า (1) การใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในเนื้อหาด้านเรขาคณิตทำให้นักเรียนแสดงการคิดทางเรขาคณิตของตนเองออกมาได้ (2) ผลการวิเคราะห์ระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนทั้ง 6 คู่ ปัญหาเรื่องรูปทรงเรขาคณิตพบว่าระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนอยู่ในระดับพื้นฐานและระดับที่หนึ่ง ปัญหาเรื่องการขยายรูปสี่เหลี่ยมพบว่าระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนอยู่ในระดับพื้นฐานและระดับที่หนึ่ง ปัญหาเรื่องการสร้างรูปสามเหลี่ยม พบว่าระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนอยู่ในระดับพื้นฐานและระดับที่หนึ่ง (3) การใช้คำถามในการสัมภาษณ์ส่งผลต่อภาษาที่นักเรียนใช้ในการอธิบายการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน

คมกริช สุขแก้ว (2552 : 52-54) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุรินทร์ เขต 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุรินทร์ เขต 2 จำนวน 270 คน เป็นชาย 93 คน หญิง 177 คน โดยการเลือกแบบเจาะจง จาก 3 โรงเรียนที่เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต จำนวน 1 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในระดับช่วงชั้นที่ 3 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีอยู่ในระดับ 3 มากที่สุด (ร้อยละ 39.26) ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีกับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับช่วง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ชั้นที่ 3 มีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.1 และผลการเปรียบเทียบสัดส่วนของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงในระดับช่วงชั้นที่ 3 พบว่า นักเรียนชายมีสัดส่วนของระดับความคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกับนักเรียนหญิงอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.1

เบญจมาศเทพบุตรดี (2550:104-109) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) และการจัดการเรียนรู้แบบปกติเรื่องการบวกลบคูณหารทศนิยมกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนบ้านตะคอบสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 จำนวน 42 คนจาก 2 ห้องเรียนโดยจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/1จำนวน 22 คนและจัดการเรียนรู้แบบปกติกับกลุ่มนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/2 จำนวน 20 คนซึ่งได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานและแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติรูปแบบละ 10 แผนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจำนวน 40 ข้อแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์จำนวน 30 ข้อและแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลจำนวน 30 ข้อสถิติที่ใช้ได้แก่ร้อยละค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและทดสอบสมมติฐานโดยใช้ t-test (Independent Samples) และ F-test (One-way ANCOVA)ผลการวิจัยปรากฏดังนี้ (1) ประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติเรื่องการบวกลบคูณหารทศนิยมชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีค่าเท่ากับ 79.34/70.45 และ 78.49/70.00 ตามลำดับซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด(2) ดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติเรื่องการบวกลบคูณหารทศนิยมชั้นประถมศึกษาปีที่ 6มีค่าเท่ากับ 0.4433 และ 0.5102 ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนรู้เพิ่มขึ้นเท่ากับ0.4433 และ 0.5102 หรือคิดเป็นร้อยละ 44.33 และ 51.02 ตามลำดับ (3) นักเรียนกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่ากลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกันโดยสรุปการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐานทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าการจัดการเรียนรู้แบบปกติและเห็นว่ามีประสิทธิภาพ

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เหมาะสมที่จะไปใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่นให้บรรลุผลได้เช่นกันโดยเฉพาะการเสริมสร้างให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยการคิดอย่างมีเหตุผลมากขึ้น

เกรียงศักดิ์ รำพรรณ์ (2552 : 83-90) ได้ศึกษา การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ในเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรีเขต 2 กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยวิธีสุ่มแบบหลายขั้นตอนจากนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนในเขตพื้นที่การศึกษาจังหวัดราชบุรีเขต 2จำนวน 265 คนเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แบบทดสอบเลือกตอบ 2 ฉบับคือฉบับที่ 1 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงความรู้ฉบับที่ 2วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงข้อมูลหรือข้อเท็จจริงและแบบทดสอบเขียนตอบคือฉบับที่ 3 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างตารางแผนภูมิหรือแผนภาพผลการศึกษาพบว่าความเที่ยงตรงตามเนื้อหาโดยให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รวมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 ถึง 1.00 ความยากง่ายรายข้อมีค่าตั้งแต่ 0.32ถึง0.74อำนาจจำแนกรายข้อมีค่าตั้งแต่0.24ถึง 0.88 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเลือกตอบฉบับที่ 1และฉบับที่ 2 โดยใช้สูตร KR - 20 ของคูเดอร์ – ริชาร์ดสันฉบับที่ 1 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.91ฉบับที่ 2 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.94 และความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเขียนตอบฉบับที่ 3โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟ่ามีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.93 ส่วนความเชื่อมั่นของเกณฑ์การให้คะแนนโดยผู้ตรวจ 2 คนมีค่าเท่ากับ 0.99 และมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เกณฑ์ปกติของแบบทดสอบฉบับที่1 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงความรู้มีคะแนน T ตั้งแต่T16ถึง T77 แบบทดสอบฉบับที่ 2 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงข้อมูลหรือข้อเท็จจริงมีคะแนน T ตั้งแต่ T21 ถึง T70 แบบทดสอบฉบับที่ 3 วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างตารางแผนภูมิหรือแผนภาพมีคะแนน T ตั้งแต่ T28 ถึง T67ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างคู่มือการใช้แบบทดวัดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ไว้สำหรับเป็นแนวทางในการนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้ทดสอบกับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ซึ่งผู้นำไปใช้ควรอ่านคู่มือการใช้

มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา
BAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบทดสอบทุกครั้งทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบถึงรายละเอียดของแบบทดสอบวิธีดำเนินการสอบซึ่งจะช่วยให้การนำแบบทดสอบไปใช้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

2. งานวิจัยต่างประเทศ

ยูซิสกิน (Usiskin. 1982 : 259-A) ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนในโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (Chaiyasang.1988) โดยศึกษาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาจาก13 โรงเรียน ใน13 มลรัฐจำนวน 2,699 คนใช้แบบทดสอบ 4 แบบของโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG) พบว่านักเรียนร้อยละ 80 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับความคิดตามแบบแวนฮีลีได้และระดับความคิดทางเรขาคณิตนี้สามารถทำนายความสามารถในการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนได้

เซงค์ (Senk. 1989 : 417-A)ศึกษาจากนักเรียนเกรด 7 ถึงเกรด 12 จำนวน 751 คน จาก 11 โรงเรียนใน 5 มลรัฐใช้แบบทดสอบทั้ง 4 แบบของโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา CDASSG เช่นกันโดยใช้แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานเรขาคณิตและแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีสอบก่อนเรียนหลังจากเรียนจบแล้วใช้แบบทดสอบการพิสูจน์และแบบทดสอบวัดความรู้ความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตพบว่านักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์เป็นนักเรียนที่มีระดับความคิดอยู่ในระดับสูงและมีความรู้ในเนื้อหาเรขาคณิตเป็นอย่างดีนักเรียนที่มีระดับความคิดในระดับสูงจะทำการพิสูจน์ได้ดีกว่าผู้ที่มีระดับความคิดในระดับต่ำ

เฟยส์และคณะ (Fuys et al. 1988 : 124-A) ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีจากนักเรียนเกรด 6 ถึงเกรด 9 พบว่านักเรียนสามารถกระโดดระดับความคิดได้ถ้ามีการพัฒนาหลากหลายแบบเช่นการสอนเนื้อหาเรขาคณิตและฝึกปฏิบัติเป็นระยะๆติดต่อกันเป็นเวลานานการให้งานรายบุคคลอย่างต่อเนื่อง

แอสแซฟ (Assaf. 1986 : 2952-A) วิจัยเกี่ยวกับผลการใช้ภาพการ์ตูนในการสอนเรขาคณิตที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนเกรด 8 เจตคติต่อเรขาคณิตและความรู้ในเนื้อหาเรขาคณิตจำนวน 48 คนใช้เวลาทดลอง 4 สัปดาห์แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมใช้แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตของแวนฮีลีแบบวัดเจตคติต่อเรขาคณิตแบบทดสอบความรู้เนื้อหาเรขาคณิตและการสัมภาษณ์พบว่าผลการใช้ภาพการ์ตูนมีแนวโน้มที่มีความสัมพันธ์สูงกับระดับความคิดทางเรขาคณิต

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

โบบังโก (Bobango. 1988 : 2566-A) ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนการพิสูจน์จากนักเรียนระดับมัธยมศึกษาโดยใช้วิธีสอนตามลำดับขั้นตอนจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำนวน 72 คนของนักเรียนที่เรียนปกติกับนักเรียนที่เรียนดีเยี่ยมอย่างละ 2 ห้องเรียนเครื่องมือที่ใช้เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอนเป็นลำดับขั้นตอนเป็นเวลา 20 วันผลการวิจัยพบว่าวิธีการสอนแบบมีลำดับขั้นตอนมีผลต่อการยกระดับความคิดทางเรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญแต่ไม่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางเนื้อหาเรขาคณิตกับความสามารถในการพิสูจน์ระดับความคิดทางเรขาคณิตมีความสัมพันธ์กับผลสำเร็จในการพิสูจน์

แครอล (Carroll. 1998 : 102-124) ศึกษานักเรียนที่เรียนเรขาคณิตในหลักสูตรต่างกันคือนักเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติในสหรัฐอเมริกากับนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันในโครงการคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิกาโก (The University of Chicago School Mathematics Project 's(UCMSP) Everyday Mathematics Program) โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 5หลักสูตรละ 4ห้องเรียนนักเรียนเกรด 6 หลักสูตรละ 6 ห้องเรียนใช้แบบทดสอบที่ดัดแปลงมาจากแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG) เป็นแบบทดสอบ 2 ตอนตอนที่ 1 เป็นแบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือกจำนวน 21 ข้อ แบ่งเป็น 3 ระดับคือระดับ 0ระดับ 1และระดับ 2ระดับละ 7 ข้อตอนที่ 2 เป็นแบบสอบสั้นและให้วาดรูปอีก 6 ข้อแบ่งเป็น 2 ระดับคือระดับ 3และ4 ใช้เวลา45 นาทีในเรื่องรูปหลายเหลี่ยมการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมรูปสี่เหลี่ยมเส้นขนานการสมมาตรการหาค่ามุมโดยใช้เกณฑ์ผ่านตอนที่ 1 เป็น 5 ใน 7 ข้อตอนที่ 2 ใช้เกณฑ์ผ่านที่พิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญจากการให้เหตุผลตั้งแต่ระดับ 1 ถึง 5 ใช้การทดสอบในสัปดาห์ที่ 2 ของเดือนพฤศจิกายนและทดสอบสัปดาห์สุดท้ายของเดือนพฤษภาคมผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนเรขาคณิตในหลักสูตร UCMSP มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีสูงกว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรเรขาคณิตปกติทุกระดับของนักเรียนทั้งเกรด 5 และ 6จากงานวิจัยที่ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนดังกล่าวส่วนใหญ่พบว่าระดับความคิดนี้สามารถทำนายผลการเรียนเรขาคณิตและความสามารถในการพิสูจน์ในระดับต่างๆได้อย่างดีหลักสูตรที่สนองกับระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีได้อย่างดีนั้นเป็นหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นใหม่ไม่ใช่หลักสูตรปกติ

เลชเชอร์ (Lesher. 1971 : 2487-A) ได้ศึกษาหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียนเกรด 4 – 7 พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ในระหว่างชั้นมีความแตกต่างกัน นั่นคือ นักเรียนที่เรียนสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนชั้นที่ต่ำกว่า

พอลแรนด์ (Pallrand. 1979 : 445 – 451) ที่ศึกษาขั้นการคิดแบบรูปธรรมที่กำลังเปลี่ยนแปลงไปสู่ขั้นการคิดแบบนามธรรมได้ และได้ข้อสรุป ดังนี้

1. เด็กในช่วงการคิดแบบนามธรรมสามารถคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ได้

2. ระดับการศึกษาต่างกันทำให้ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แตกต่างกัน

3. การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบร์(Bear. 1980 : 4916 – A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง"ความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลเชิงจริยธรรมเพื่อจัดการปัญหาและสติปัญญา" ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่6 เมืองไอโอวาจำนวน60 คนเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบสอบ3 ฉบับได้แก่แบบสัมภาษณ์เหตุผลเชิงจริยธรรมของโคลเบอร์ก (Kohlberg) แบบวัดระดับสติปัญญาของสแตนฟอร์ด(Stanford) และแบบวัดปัญหาทางความประพฤติผลการวิจัยพบว่าคะแนนของเหตุผลเชิงจริยธรรมมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงกับระดับสติปัญญาสรุปได้ว่าเด็กที่มีระดับความคิดและสติปัญญาสูงสามารถพัฒนาการให้เหตุผลเชิงจริยธรรมให้สูงได้ตรงข้ามเด็กที่มีระดับความคิดและสติปัญญาต่ำมีผลต่อการให้เหตุผลเชิงจริยธรรมในขั้นต่ำด้วย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามทฤษฎีของ แวน ฮีลีช่วยให้เห็นระดับการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหา ซึ่งสะท้อนศักยภาพการคิดที่แท้จริงของนักเรียนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และเป็นแนวทางให้ครูและผู้ที่เกี่ยวข้องสามารถจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนให้สูงขึ้น และจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่าผู้วิจัยส่วนใหญ่สนใจศึกษาความสามารถด้านการให้เหตุผลเชิงตรรกะและความสามารถด้านการให้เหตุผลที่เป็นความถนัดทางการเรียนซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์แขนงอื่นและในชีวิตประจำวันได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY