บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยเรื่อง ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษามหาสารคามเขต 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3
2. ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
4. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   - 5.1 งานวิจัยในประเทศ
   - 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ สาระเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551 : 1 - 5)

1. ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อ

การดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

2. วิสัยทัศน์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ: ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด: ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต: รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต: แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. คุณภาพของผู้เรียนเมื่อเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหาและนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

3.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอกและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3.3 สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลมได้

3.4 มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน และนำไปใช้ได้

3.5 สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

3.6 สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟในการแก้ปัญหาได้

3.7 สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษาเก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

3.8 เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

3.9 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจใน

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.10 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง วิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 3 เรขาคณิต (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้กำหนดตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเรขาคณิตสาระที่ 3 ดังนี้

มาตรฐาน 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ตัวชี้วัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3

1. สร้างบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต

2. สร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตและบอกขั้นตอนการสร้างโดยไม่เน้นการพิสูจน์

3. สืบเสาะ สังเกตและคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติทางเรขาคณิต

4. อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพที่กำหนดให้

5. ระบุภาพสองมิติที่ได้จากกดารมองด้านหน้า (Front view) ด้านข้าง (Side view) หรือด้านบน (Top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้

6. วาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนให้

7. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลม

มาตรฐาน 3.2 : ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวชี้วัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3

1. ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

2. ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

3. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุนและนำไปใช้

4. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุนรูปต้นแบบและอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพ ที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

5. ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี

ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีเป็นการศึกษาค้นคว้าของแวนฮีลีและไดนา แวนฮีลีผู้วิจัยได้ศึกษาจากเอกสาร บทความ และงานวิจัยต่าง ๆ ขอเสนอให้เห็นถึงพัฒนาการของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีตามลำดับ ดังนี้

1. ความเป็นมาของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลี

เอกสารและงานวิจัยที่กล่าวถึงความเป็นมาของรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele model) ได้แก่ เอกสารและงานวิจัยของ ครอว์เลย์ (Crowley. 1987: 114) และเฟส์เกดเดส และทิสช์เลอร์ (Fuys,Geddes & Tischler. 1988 : 1-4) และสิริพร ทิพย์คง (2546 : 91) ซึ่งกล่าวถึงรูปแบบของแวนฮีลี ไว้ว่าเกิดจากการสร้างของปีแอร์ แวนฮีลีไดน่าแวนฮีลี สองสามีชาวเนเธอร์แลนด์ ซึ่งเป็นอาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่ง พวกเขาพบว่านักเรียนเรียนเรขาคณิตด้วยความยากลำบากโดยเฉพาะการเขียนพิสูจน์ ดังนั้นพวกเขาจึงสร้างรูปแบบแวนฮีลีซึ่งเป็นแบบเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิตเพื่อใช้ประเมินความสามารถของนักเรียนโดยวัดจากระดับความคิดทางเรขาคณิตและเสนอขั้นตอนการสอน 5 ขั้นตอน เพื่อพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปที่ระดับถัดไปโดยปีแอร์ แวนฮีลีคิดค้นโครงสร้างของระดับความคิดทางเรขาคณิตและออกแบบขั้นตอนการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเพิ่มความเข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิตส่วนไดน่า แวนฮีลี เป็นผู้พัฒนาบทเรียนการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางของแบบแล้วนำไปใช้กับนักเรียนจนได้ผลเป็นที่ยอมรับ ปีแอร์ แวนฮีลีและไดน่า แวนฮีลีจึงเสนอเป็นวิทยานิพนธ์ปริญญาเอกต่อมหาวิทยาลัยยูเทรชท์ (Utrecht) ที่

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

พวกเขากำลังศึกษาอยู่ในปี ค.ศ.1954 ในปีต่อมาไดน่า แวนฮีลีได้เสียชีวิตลง ส่วนงานวิจัยของพวกเขาได้รับการเผยแพร่เป็นภาษาดัชในปี ค.ศ.1957 ต่อมาประมาณปี ค.ศ.1960 – 1969 ประเทศรัสเซียได้ปรับปรุงหลักสูตรเรขาคณิตให้สอดคล้องกับแวนฮีลี แต่ในประเทศอื่น ๆ งานวิจัยของปิแอร์ แวนฮีลีและไดน่า แวนฮีลี ได้รับความสนใจไม่มากนักจนกระทั่งในปี ค.ศ. 1973 ฮานส์ ฟรูเด็ฯแธล (Hans Freudenthal) ซึ่งเป็นอาจารย์ของปีแอร์ แวนฮีลีและไดน่า แวนฮีลี ที่มหาวิทยาลัยยูเทรชท์ ได้แปลผลงานของพวกเขาเป็นภาษาอังกฤษลงในหนังสือคณิตศาสตร์ดูประหนึ่งเรื่องที่ยากทางการศึกษา (Mathematics as an Educational Tasks) หลังจากนั้น ในปี ค.ศ. 1970 – 1979 งานวิจัยของพวกเขาได้รับความสนใจเพิ่มมากขึ้นโดยเฉพาะในอเมริกาเหนือ ในระหว่างปี ค.ศ. 1980 – 1989 ประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสนใจในการตีพิมพ์เกี่ยวกับแบบแวนฮีลี โดยในปี ค.ศ. 1989 สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM) นำแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) ไปใช้โดยเน้นที่ความสำคัญของการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับและกิจกรรมการแก้ปัญหา

2. ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหกรัฐอเมริกา ได้ให้ข้อเสนอแนะใน Curriclum and Evaluation Standards for Mathematics ว่าการเรียนเรขาคณิตนักเรียนจะต้องเริ่มเรียนจากการรับรู้และระลึกถึงรูปลักษณะหรือรูปทรงภายนอก จากนั้นก็วิเคราะห์สมบัติของรูปเรขาคณิตนั้นๆต่อจากนั้นก็หาความสัมพันธ์ระหว่างเรขาคณิตลักษณะต่าง ๆ เพื่อหาข้อสรุปแล้วนำสมบัตินั้นไปใช้ในการให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) ต่อไป ข้อเสนอดังกล่าวเป็นแนวคิดที่สนับสนุนรูปแบบการคิดเชิงเรขาคณิตของแวน ฮีลี (ชาญณรงค์ เฮียงราช. 2550 : 24-26)

2.1 ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

แวน ฮีลี ได้กำหนดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1: การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition)

รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาตามรูปลักษณะทางกายภาพที่ปรากฏ นักเรียนสามารถบอกชื่อเปรียบเทียบและจัดกระทำกับรูปเรขาคณิต เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม มุม เส้นขนาน ซึ่งไม่เกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น การคิดระดับนี้เป็นการคิดที่เกี่ยวกับข้องกับรูปร่าง การสร้าง ความหมายของรูปเรขาคณิตจะขึ้นอยู่กับการรับรู้จากการมองเห็น (Visual perception) ตัวอย่างเช่น

รูปลูกบาศก์มีลักษณะเหมือนกับกล่องหรือลูกเต๋า

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้ายยาว

เส้นขนานมีลักษณะเหมือนกับประตู

มุมคือจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม

แม้ว่าการรับรู้จากการมองเห็นจะมีบทบาทสำคัญและมีความจำเป็นต่อผลสัมฤทธิ์ทางเรขาคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหา แต่อย่างไรก็ตาม ความสามารถในการรับรู้จากการมองเห็นที่เหมาะสมก็ไม่ได้ประกันความสำเร็จในการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งในการแก้ปัญหานั้นอาจจะต้องใช้การคิดในระดับที่สูงขึ้น

ตารางที่ 1 คำอธิบายระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลี ในระดับที่ 1

Level 1 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 1 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
1. ระบุชื่อเป็นรายกรณีเกี่ยวกับรูปร่างโดยสิ่งที่มันปรากฏทั้งหมด a. รูปวาดง่าย ๆ ไม่สลับซับซ้อน ,แผนภาพ หรือแยกออกเป็นชุดหรือกลุ่ม b. การจัดวางที่แตกต่าง c. รูปร่างหรือองค์ประกอบที่สลับซับซ้อน	a. นักเรียนระบุชื่อรูปสี่เหลี่ยมในการจัดชุดแยกรูปสี่เหลี่ยมหรือการวาดรูป b. นักเรียนชี้ประเด็นเกี่ยวกับมุม, รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า, และรูปสามเหลี่ยม c. นักเรียนชี้ประเด็นเกี่ยวกับกับมุมที่เหมาะสมในรูปที่มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมคางหมู นักเรียนร่างภาพในตะแกรง (เช่น มุม เส้นขนาน ขั้นบันได)
2. การสร้าง การวาดหรือคัดลอกรูปร่าง	2. นักเรียนสร้างรูปด้วย D-Stix เช่น สี่เหลี่ยมผืนผ้าและเส้นขนาน นักเรียนใช้แบบของกระเบื้องซึ่งแยกสามเหลี่ยมและคัดลอกแบบบนกระดาษ(ชิ้นต่อชิ้น)
3. ชื่อหรือรูปร่างของฉลาก และรูปร่างเรขาคณิตแบบอื่น ๆ และใช้มาตรฐานและ/หรือชื่อไม่มาตรฐาน และใช้ฉลากอย่างเหมาะสม	3. นักเรียนชี้ประเด็นเกี่ยวกับมุมของรูปสามเหลี่ยมเรียกว่า “มุม (Corners)” นักเรียนเชื่อมโยงไปถึงมุมโดยสี (เช่น “มุมแดง(red angle)” หรือ โดยสัญลักษณ์ของคำ เช่น “มุม A และ B ทำให้เกิดมุม C”

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 (ต่อ)

Level 1 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 1 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
4. เปรียบเทียบและชนิดของรูปร่างเกี่ยวกับส่วนสำคัญของสิ่งที่มันปรากฏทั้งหมด	4. นักเรียนพูดว่า "One is a square, the other is a rectangle" หรือ "One is wider" เมื่อถูกถามเกี่ยวกับสิ่งที่พูดอะไรที่แตกต่างเกี่ยวกับการแยกรูปสี่เหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออก นักเรียนแยกประเภทสี่เหลี่ยมภายใน "สี่เหลี่ยม สี่เหลี่ยมผืนผ้า และอื่นๆ" เพราะ "ดูพวกมันมีลักษณะคล้ายกัน"
5. เกี่ยวกับคำ, อธิบายรูปร่างโดยสิ่งที่มันปรากฏโดยทั้งหมด	5. นักเรียนอธิบายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า "ดูเหมือน/คล้ายเป็นรูปสี่เหลี่ยม" หรือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังเช่น "รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเอียง" หรือมุมดังเช่น "คล้าย/เหมือนแขนทั้งสองข้างของนาฬิกา"
6. แก้ปัญหาที่คุ้นเคยโดยกการกระทำโดยรูปร่างแตกต่างกันโดยการใช้รายละเอียดซึ่งประยุกต์ในกรณีทั่วไป	6. นักเรียนใช้วิธีการทดสอบและการคลาดเคลื่อน (Trial-and-error approach) เพื่อแก้ปริศนาแทนแกรมดังเช่นการทำสี่เหลี่ยมและชิ้นส่วนของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจากชิ้นของรูปสามเหลี่ยมเล็กสองรูป นักเรียนตรวจสอบเกี่ยวกับด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ขนาดกันโดยใช้ D-stix วางบนขอบ นักเรียนใช้วัตถุโปร่งแสง "Angle overlay" เพื่อวัดมุมทั้งสามของสี่เหลี่ยมผืนผ้า นักเรียนวางกระเบื้องสี่เหลี่ยมทีละนิดบนสี่เหลี่ยมผืนผ้าและนับกระเบื้องโดยหยิบออกจากพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 (ต่อ)

Level 1 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 1 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
7.จำแนกส่วนของรูปร่าง a.ไม่ได้วิเคราะห์รูปร่างโดยใช้องค์ประกอบ	7a.นักเรียนจำแนกรูปสี่เหลี่ยมโดยสิ่งที่ปรากฏให้เห็นโดยภาพรวม แต่ไม่ได้ที่เรียนรู้โดยเกิดขึ้นเอง/เรียนรู้ตามธรรมชาติ
b.ไม่ได้คิดเกี่ยวกับรายละเอียดในการจัดกลุ่มลักษณะของรูปร่าง	7b.นักเรียนชี้ไปที่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมและวัดเพื่อเช็คการเท่ากัน/เหมือนกันแต่ไม่ใช่กรณีทั่วไปที่ด้านจะเท่ากันสำหรับสี่เหลี่ยมทั้งหมด
c.ไม่ได้สร้างรูปร่างเป็นกรณีทั่วไปหรือใช้ภาษาที่สัมพันธ์/เชื่อมโยงกัน	7c.นักเรียนไม่ได้เรียนรู้ด้วยตนเอง/เรียนรู้ตามธรรมชาติ “ทั้งหมด,บางส่วน,ทุกๆ,ไม่มีเลย,” ดังนั้นคำขยายในการบอกไม่ว่าจะ หรือไม่ทั้งหมด บางส่วน หรือไม่มีเลยประเภทบางอย่างเกี่ยวกับรูปร่างที่มีคุณสมบัติ/คุณลักษณะ

ระดับที่ 2: การวิเคราะห์หรือการพรรณนารูปลักษณะ (Analysis, or description)

รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาถึงสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้นๆ การคิดในระดับนี้สมบัติเชิงเรขาคณิตจะถูกอธิบายในลักษณะเฉพาะ ซึ่งสมบัติแต่ละสมบัติจะถูกมองในลักษณะที่เป็นอิสระต่อกัน นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติเหล่านั้นได้ การวิเคราะห์มโนมติเชิงเรขาคณิตของนักเรียนจะเป็นผลมาจากการสังเกตและการทำการทดลอง โดยจะเริ่มจากการมองเห็นคุณลักษณะรูปเรขาคณิต นักเรียนบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีด้านเท่ากันสองด้าน มุมเท่ากันสองมุม และมีเส้นสมมาตรแต่นักเรียนไม่สามารถบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติแต่ละอย่างได้ นอกจากนี้นักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจในข้อสรุปหรือนิยามได้ ตัวอย่างเช่น

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปที่มีด้านยาวเท่ากันและมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่ด้านที่มีมุมสี่มุมเป็นมุมฉากและมีด้านขนานกันสองคู่

เส้นขนานคือเส้นตรงสองเส้นที่ห่างกันเป็นระยะทางเท่ากันและเมื่อลากไปเรื่อย ๆ จะไม่มีโอกาสพบกันหรือตัดกัน

ตารางที่ 2 คำอธิบายระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลี ในระดับที่ 2

Level 2 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responscs)
นักเรียน 1.จำแนกและทดสอบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบโดยรวมของรูปร่าง(ตัวอย่างเช่น ความสอดคล้องกันของด้านที่ตรงข้ามกันของเส้นขนาน:ความสอดคล้องกันของมุมหลายมุมในรูปแบบการปูกระเบื้อง)	1.ประเด็นของนักเรียนเกี่ยวกับด้านหรือมุมของรูปร่างและบันทึกที่เกิดขึ้นอย่างธรรมชาติ ดังเช่น "มันมีสี่เหลี่ยมและสี่ด้านที่เท่ากัน"
2. ระลึกได้และใช้คำศัพท์ได้เหมาะสมสำหรับองค์ประกอบและความสัมพันธ์(ตัวอย่างเช่น ด้านตรงข้าม มุมที่เหมือนกันมีความสอดคล้องกัน เส้นทแยงมุมแบ่งรูปอื่นออกเป็นสองส่วน)	2. สังเกตนักเรียนสำหรับแทนแกรมที่เป็นเส้นขนาน "ด้านตรงข้ามกันขนานกันและเส้นอื่น ๆ ด้วย" การเช็คด้วย D-stix ซึ่งไม่พบด้านที่ไม่ขนานหรือจัดสรรพื้นที่ต่างเท่ากัน
3a. เปรียบเทียบ 2 รูป การบันทึกความสัมพันธ์องค์ประกอบโดยรวมของพวกเขา 3b. แบ่งกลุ่ม รูปร่างในแนวทางที่แตกต่างกันตามคุณสมบัติที่ชัดเจน การรวมประเภทของตัวอย่างทั้งหมดของชั้นเรียนจากชั้นเรียนที่ไม่ใช่ตัวอย่าง	3a. นักเรียนบอกว่าจะตัดสี่เหลี่ยมออกอย่างไรและสามเหลี่ยมคล้ายกันและแตกต่างกันทางด้านมุมและด้าน 3b. นักเรียนสร้างกฎของการจำแนกรูปสี่เหลี่ยม ตัวอย่างเช่น การที่ได้บันทึกลงเลขกำกับมุมได้อย่างถูกต้อง หรือโดยลงเลขจำนวนด้านคู่ขนาน
4a. ตีความและใช้คำพูดเพื่อการอธิบายรูปร่างในช่วงของรายละเอียดของมันและใช้การอธิบายนี้เพื่อการวาด/การก่อเกิดรูปร่าง 4b. การตีความคำพูดคำกล่าวหรือสัญลักษณ์ของกฎและประยุกต์กฎ	4a. นักเรียนอ่านรายละเอียดจากการ์ด "4 ด้าน" และ "ด้านทั้งหมดที่เท่ากัน" และพยายามวาดรูปร่างซึ่ง 2 รายละเอียด ซึ่งไม่เท่ากัน 4b. เมื่อแสดงรายละเอียดการ์ดสำหรับ "เห็น นักเรียนอธิบายสิ่งที่เห็นและใช้มันเพื่อแสดงมุมที่เท่ากันในแผ่นตะแกรง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Level 2 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
	นักเรียนสามารถอธิบายกฎของพื้นที่.... พื้นที่ = กว้าง x ยาว.... สำหรับสี่เหลี่ยมผืนผ้า และจำได้ประยุกต์ใช้ และไม่นำไปประยุกต์
5.การค้นพบรายละเอียดของรูปโดยทางประสบการณ์และรายละเอียดทั่วไปสำหรับรูปร่างที่เป็นหมู่,กลุ่ม	5. หลังจากการระบายสี่มุมเท่ากันในตะแกรงที่เป็นสามเหลี่ยม นักเรียนอธิบาย “สามมุมของรูปสามเหลี่ยมมีความคล้ายกันดังเช่น มุม 3 มุมที่ทำให้เกิดเส้นตรงและผลรวมของมุมในรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา” นักเรียนคิดงานที่ทำนี้สำหรับมุมสามเหลี่ยมอื่นๆและพยายามตรวจสอบนี้โดยการใช้ตะแกรงบนพื้นฐานรูปสามเหลี่ยมอื่นๆ หลังจากข้อเท็จจริงต่างๆของการวางรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันเข้าด้วยกันเพื่อประกอบเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นักเรียนพูดซึ่งคุณสามารถหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมโดยการสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและการทำให้พื้นที่แบ่งครึ่ง จากกรณีเกี่ยวกับตัวเลขต่างๆนักเรียนค้นพบที่มุมด้านนอกของสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ผลรวมของมุมด้านนอกของสามเหลี่ยมที่เท่ากันผลรวมของมุมสองมุมภายในที่ไม่อยู่ใกล้และเชื่อว่าแต่ละสามเหลี่ยม
6a. อธิบายหมู่,กลุ่มของรูปร่าง (ตัวอย่างเช่น เส้นขนาน) ในเทอมของรายละเอียดของรูปร่าง	6a. นักเรียนอธิบายสี่เหลี่ยมข้ามทางโทรศัพท์เพื่อให้พูด “ มันมี 4 ด้าน ทั้ง 4 มุม มีขนาดเท่ากันทั้งหมดและด้านตรงข้ามขนานกัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Level 2 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
6b. บอกรูปร่างของรูปคืออะไร บอกรายละเอียดที่ได้รับมาอย่างแน่นอน	6b. รายละเอียดที่ได้รับมาเป็นร่องรอยเกี่ยวกับรูปร่างนักเรียนบอกถึงรูปร่างจะต้องอยู่บนพื้นฐานของรายละเอียด
7.จำแนกรายละเอียดซึ่งถูกใช้เป็นลักษณะเฉพาะของกลุ่มหนึ่งของรูปร่างที่ถูกประยุกต์ในการจัดกลุ่มอื่นๆและเปรียบเทียบกลุ่มของรูปเพื่อเป็นรายละเอียดของกลุ่มเหล่านั้น	7.มีบันทึกไว้ว่าเส้นขนานมี “ด้านตรงข้ามกันขนานกัน”เพิ่มที่เกิดขึ้นเองโดยตัวนักเรียน “โอ้ สี่เหลี่ยมแบบนั้นและสี่เหลี่ยมมุมฉาก” การระบุกลุ่มของการแยกประเภทรูปสี่เหลี่ยม
8.ค้นพบองค์ประกอบของกลุ่มที่มีไม่คุ้นเคยไม่ปกติรูปร่าง	8.เบื้องหลังการทำให้ประเภทรูปสี่เหลี่ยมสมบูรณ์เกี่ยวกับรูปว่าวและไม่เป็นรูปว่าว นักเรียนค้นพบและแสดงรายละเอียดความคิดเป็นคำพูด
9.แก้ปัญหาเรขาคณิตโดยใช้องค์ประกอบเกี่ยวกับรูปร่างหรือโดนการใช้วิธีการที่ชาญฉลาด	9.เพื่อถูกถามให้หามุมในรูปภาพ “มีหลายมุมเพราะว่ามีรูปสามเหลี่ยมหลายรูป(ชี้ไปที่รูปสามเหลี่ยมและแต่ละรูปมี 3 มุม) นักเรียนแก้ปัญหาโดยลากเส้นเชื่อมจากจุดศูนย์กลางของวงกลมของรัศมีสี่เหลี่ยมและลากเส้นเชื่อม 2 จุด ที่วงกลมซ้อนทับกัน นักเรียนมองเห็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนในแผนภาพและสังเกตเส้นตั้งฉากเพราะว่าเส้นเหล่านั้นเป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Level 2 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
	มุมภายในรูปสี่เหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 360° เพราะวางกระเบื้องที่มุม 4 มุมรอบจุด(นั่นคือ 360) เพราะสามารถแบ่งออกเป็นสามเหลี่ยม 2 รูป (180+180 = 360) นักเรียนหาพื้นที่ของรูปใหม่โดยการแบ่งย่อย
10. สร้างขึ้นมาและใช้การเป็นกรณีทั่วไปเกี่ยวกับองค์ประกอบและรูปร่าง ถูกแนะนำโดยครู/วัตถุหรือเกิดขึ้นเองโดยธรรมชาติด้วยตนเองและใช้ภาษาในการเชื่อมโยง a.ไม่อธิบายองค์ประกอบ รายละเอียดที่แน่นอนของรูปร่างที่มีความสัมพันธ์กันภายใน b. ไม่สามารถสร้างและใช้นิยามที่เป็นทางการ c. ไม่อธิบายความสัมพันธ์กลุ่มย่อยๆ มากกว่าการตรวจสอบโดยเฉพาะตัวอย่างที่กำหนดให้ไม่เห็นด้วยกับรายละเอียดที่แจกแจงไว้ d. ไม่พบเห็นความต้องการเพื่อการพิสูจน์หรือการอธิบายเชิงตรรกะของการค้นพบที่เป็นกรณีทั่วไปที่ได้จากประสบการณ์และไม่ใช่เชื่อมโยงกับภาษา (ตัวอย่างเช่น ถ้า ...ดังนั้น เพราะว่า)อย่างถูกต้อง	10a. นำเสนอแผนภาพตะแกรงเส้นขนานนักเรียนไม่สามารถอธิบายแนวคิดเป็นอย่างไร "มุมที่ตรงข้ามเท่ากัน" ติดตามจาก "ด้านตรงข้ามขนานกัน" 10b. เมื่อถูกถามที่นิยามเส้นขนานนักเรียนแจกแจงรายละเอียดมากมายแต่ไม่ได้ระบุเอกลักษณ์กลุ่ม สิ่งที่จำเป็นหรือกลุ่มของรายละเอียดที่พอเพียง เต็มที่ 10c. หลังจากที่นักเรียนได้แจกแจงรายละเอียดของสมาชิกของครอบครัวที่เท่ากันนักเรียนไม่สามารถอธิบายว่าทำไม "สี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมดเป็นด้านขนาน" หรือทำไม "สี่เหลี่ยมทั้งหมดเป็นรูปว่าว" 10d. หลักจากการค้นพบหลักการซึ่งผลรวมมุมภายในรูปสามเหลี่ยม คือ 180 โดยการระบายสีมุมสามเหลี่ยมในตะแกรงหรือโดยการวัดนักเรียนไม่พบเห็นความต้องการเลยสำหรับการให้ข้ออ้างอิงแบบนิรนัยเพื่อนำเสนอว่าทำไมหลักการเป็นเหตุเป็นผล

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ระดับที่ 3: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal deduction, or Ordering)

การคิดในระดับนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงหรือสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติที่ได้ค้นพบอย่างมีเหตุผล สมบัติเหล่านี้จะถูกนำมาจัดลำดับความสัมพันธ์ เช่น ในสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ข้อความจริงเกี่ยวกับด้านเท่ากันสองด้าน ซึ่งจะมีผลทำให้มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่เท่ากันจะเท่ากันด้วย นอกจากนี้ นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับวงศ์ (Class) ของรูปเรขาคณิต กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตแต่ละชนิด เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านทั้งสี่ยาวเท่ากันและนอกจากนี้นักเรียนยังสามารถให้คำจำกัดความอย่างมีความหมาย แต่อย่างไรก็ตาม นักเรียนยังไม่เข้าใจการให้เหตุผลเชิงนิรนัยทั้งหมดหรือเข้าใจบทบาทของสิ่งที่เห็นจริงแล้ว (Axiom) การให้เหตุผลเชิงนิรนัยในระดับนี้เป็นการให้เหตุผลโดยในรูปของผลลัพธ์ที่เกิดจากการปฏิบัติ ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการพัฒนาไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผนในลำดับต่อไป ตัวอย่างเช่น

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากชนิดหนึ่ง

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน แต่ไม่ใช่สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่แท้จริง เนื่องจากมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนไม่มีมุมใดมีขนาด 90 องศา

ตารางที่ 3 คำอธิบายระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลี ในระดับที่ 3

Level 3 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
นักเรียน 1a. เอกลักษณ์ของกลุ่มที่มีรายละเอียดที่แตกต่างซึ่งลักษณะเฉพาะของกลุ่มเกี่ยวกับรูปร่างและตัวทดสอบซึ่งพวกเขาพอใจ	1a. นักเรียนเลือกรายละเอียดซึ่งลักษณะพิเศษของกลุ่มเกี่ยวกับกลุ่มรูป (ตัวอย่างเช่น สี่เหลี่ยมสี่เหลี่ยมด้านขนาน และทดสอบโดยการวาดหรือการสร้างด้วย D-stix ที่มีรายละเอียดเหล่านั้นพอเพียง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Level 3 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
1b. เอกลักษณ์กลุ่มที่ต่ำสุดของรายละเอียดซึ่งมีรูปร่างที่มีรูปร่างลักษณะเฉพาะ 1c. สร้างและให้นิยามสำหรับกลุ่มของรูปร่าง	นักเรียนอธิบายรายละเอียดความแตกต่างของ 2 กลุ่ม สามารถเลือกลักษณะเฉพาะของสี่เหลี่ยมด้านขนานอื่นๆ " 4 ด้าน" และ " ด้านที่ตรงข้ามเป็นด้านขนาน" หรือ "4 ด้าน" และด้านตรงข้ามเท่ากัน" 1b. ในการอธิบายสี่เหลี่ยมเพื่อเป็นเพื่อนกันนักเรียนเลือกจากการแจกแจงรายละเอียด 2 – 3 องค์ประกอบด้วยนั้น เพื่อนๆ ควรจะทำให้รูร่างเป็นสี่เหลี่ยม 1c. นักเรียนสร้างนิยามของว่าวและใช้มันเพื่ออธิบายว่าทำไมรูปนั้นเป็นรูปว่าวหรือไม่เป็นรูปว่าว
2. ให้ข้อถกเถียงที่เป็นทางการ (การใช้แผนภาพ,แยกรูปออกที่มีรูปผสมกันอยู่หรือสื่ออื่นๆ) 2a. ทำการสรุปจากข้อมูลที่ได้รับ ตัดสินบทสรุปโดยการใช้ความสัมพันธ์เชิงตรรกะ	2a. นักเรียนสรุปซึ่ง " ถ้ามุม A = มุม B และมุม C = มุม B ดังนั้นมุม A = มุม C เพราะว่ามันก็เท่ากันมุม B เมื่อถูกถามให้อธิบายว่าทำไมมุม A = มุม B ในตะแกรงสามเหลี่ยมนักเรียนพูดว่า " เส้นขนานกันและนี้เป็นสิ่งที่เห็น (ชี้ไปที่รูป) ดังนั้นมุม A เท่ากันกับ มุม B จากการเห็น
b. อันดับกลุ่มของรูปร่าง	2b. นักเรียนตอบสนองคำถามที่ว่าสามเหลี่ยมสี่เหลี่ยมด้านขนาน? โดยการอธิบาย "ใช่ เพราะว่าพวกเขามีรายละเอียดพิเศษของมุมขวา" นักเรียนใช้รายละเอียดเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของว่าวและรูปสี่เหลี่ยมเพื่ออธิบายว่าทำไมรูปสี่เหลี่ยมคือรูปว่าวแต่ไม่รูปว่าวทั้งหมดที่เป็นสี่เหลี่ยม

214552

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Level 3 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
c. จัดอันดับ 2 องค์ประกอบ	2c. ได้รับรายการขององค์ประกอบของสี่เหลี่ยม นักเรียนพูด "ไม่จำเป็นที่ด้านตรงข้ามเท่ากันเพราะมันแน่นอนอยู่แล้วที่ด้านทั้งสี่เท่ากัน" การให้รูปที่ไม่เกี่ยวกับกฎ สำหรับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมขวาจากกฎสำหรับสี่เหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนสรุปโดยการสร้างครอบครัวต้นไม้และการอธิบาย "คุณจำต้องคิด (กฎของสีเหลี่ยมมุมฉาก) ก่อสิ่งหนึ่ง (กฎสามเหลี่ยม)"
d. ค้นพบรายละเอียดใหม่โดยอนุมาน	2d. นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับ 2 มุมแหลมในแต่ละมุมขวาเพิ่ม 90 เพราะว่า "180 ลบมุมขวา 90 และนั่นเป็นมุมขวาเป็นอะไรใน 2 มุมแหลม" นักเรียนอนุมานจากผลรวมของแต่ละมุมที่ต้องเท่ากับ 360 "เพราะว่าเท่ากันจึงสามารถตัดมุมสามเหลี่ยม 2 รูป ดังนั้น 180 เป็น 360" เมื่อถูกถามเมื่อความน่าจะเป็นที่จะเกิด 4 x 180 =720 สำหรับผลรวมของมุมถ้ามันเท่ากัน คือ ถูกแบ่งออกเป็นสามเหลี่ยม 4 รูป ภายในสี่เหลี่ยม (ดังรูปที่แสดง นักเรียนอธิบาย คือ "ไม่มุมภายในนั้นแต่ละส่วนของมุมไม่เท่ากัน ดังนั้นถ้าคุณทำ 4 x 180 คุณมีแนวทางที่ทำให้เกิดมุมพิเศษเกิดมุมพิเศษเกิดขึ้นตรงกลางและทำให้ 720 – 360 หรือ 360 เหมาะสมกว่าก่อนหน้า นักเรียนค้นพบเกี่ยวกับผลรวมของมุมสำหรับ pentagon (รูป 5 เหลี่ยม) เป็น 540 โดยการแบ่งมุมภายในให้เท่ากัน (360) และสามเหลี่ยม(180) และพูดเกี่ยวกับงานที่ทำนี้เป็นงานสำหรับรูปสามเหลี่ยม 5 รูป

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Level 3 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
e. ทำให้องค์ประกอบในบ้านต้นไม้มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน	2e. นักเรียนเตรียมการรายละเอียดการ์ดเพื่อก่อให้เกิดต้นไม้แห่งพันธ์กรรมศาสตร์เพื่อนำเสนอ "ซึ่งตกทอดกันมา" (พันธุกรรม)ต้นไม้แห่งพันธ์กรรมศาสตร์เพื่อนำเสนอ "ซึ่งตกทอดกันมา" (พันธุกรรม) ความสัมพันธ์ ... นั่นคือ นักเรียนอธิบายเกิดอย่างไรนั่นคือ นักเรียนอธิบายเกิดอย่างไร " เห็น" และ " เส้นตรง = 180" และเป็นผู้นำอย่างไรเพื่อให้เกิด "ผลรวมของมุมที่เท่ากันคือ 360" นักเรียนบอกกฎของพื้นที่สำหรับแผนภาพเส้นขนานเป็นอย่างไรที่สามารถมีแหล่งที่มาจากกฎพื้นที่สำหรับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและวางสิ่งนี้ในกรอบครัวต้นไม้
3. ให้ข้อถกเถียงเชิงอนุมานที่ไม่เป็นทางการ a. ติดตามข้อถกเถียงแบบอนุมานและสามารถสนับสนุนแต่ละส่วนของข้อถกเถียง b. ทำสรุปหรือตัวแปรของข้อถกเถียงเชิงอนุมาน	3a. นักเรียนให้เหตุผลสำหรับขั้นตอนในการพิสูจน์ ซึ่งผลรวมของมุมสามเหลี่ยมที่เท่ากัน = 180 ดังที่ผู้สัมภาษณ์แนะนำวิธีคิดให้นักเรียนในการพิสูจน์ 3b. นักเรียนได้รับตะแกรงสี่เหลี่ยมด้านขนานและถูกตามให้การอธิบายแบบตรรกยะว่าทำไม "มุมตรงข้ามเป็นมุมที่สอดคล้องกัน" นักเรียนไม่สามารถให้การอธิบาย ด้วยตัวของเราแต่ติดตามสิ่งที่แต่ละคนได้รับโดยผู้สัมภาษณ์สำหรับมุม A=มุมC ดังนั้นนักเรียนสรุปการอธิบายด้วยคำของพวกเขาและอธิบายด้วยว่าทำไมมุม B=มุมD

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Level 3 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
	ผู้สัมภาษณ์สนับสนุนให้นักเรียนในการอธิบายเชิงอนุมานเกี่ยวกับทำไมมุมภายนอกของสามเหลี่ยม(มุมX) เท่ากับมุม P+มุมQนักเรียนสรุปประเด็นนี้และ(ตัวอย่างมุมY= มุมR+มุมSทำให้ประเด็นนี้หลากหลายสมบูรณ์ด้วยตัวเขาเอง
c.ให้ประเด็นถกเถียงเชิงอนุมานของตนเอง	3c.นักเรียนอธิบายด้วยด้วยตนเองสำหรับ “มุมตรงข้ามของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่เท่ากัน” นักเรียนตัดสินว่าทำไมพื้นที่ของสามเหลี่ยมขวาเป็น $\frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ ความสูง โดยการอธิบายรูปสามเหลี่ยม 2 รูป ที่สอดคล้องกันทำให้เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก “ถ้าคุณวางสามเหลี่ยม 2 รูปเหมือนกันไว้ด้วยกันคุณจะได้ด้านตรงข้ามที่เท่ากัน(ตั้งแต่สามเหลี่ยมที่มีขนาดเหมือนกัน)มุมB และ Dเป็นมุมขวาในสามเหลี่ยมขวา มุมAและCเป็นมุมขวาด้วยเพราะในสามเหลี่ยมขวาเป็นมุม 2 มุมที่เล็กกว่าที่ทำให้เป็น 90มุม 2มุมเป็นมุม X ที่คล้ายกันดังเช่นมุม Y และ Zที่เพิ่มขึ้นเป็น 90 ดังนั้นรูปร่างต้องเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก”
4.ให้การอธิบายมากกว่าหนึ่งๆเพื่อพิสูจน์บางสิ่งและตัดสินการอธิบายนี้โดยการใช้แผนผังต้นไม้	4.นักเรียนอธิบายความแตกต่างไว้ 2 อย่างทำไมผลรวมมุมมองสามเหลี่ยมเท่ากัน 180 อื่นๆโดยพูดถึง 2 ประเด็นหรือโดยการพูดและขั้นบันได 2 แนวทางนี้ถูกนำเสนอโดย 2 แผนผังต้นไม้ที่แตกต่างกัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Level 3 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
	นักเรียนอธิบายผลรวมมุมของรูป 5 เหลี่ยมที่เท่ากันเท่ากับ 540 โดยการแบ่งภายในเป็นรูปสามเหลี่ยม 3 รูป (3x180) หรือโดยการแบ่งมันภายในรูปสี่เหลี่ยมและรูปสามเหลี่ยม(360 +180)และการนำเสนอแต่ละวิธีโดยแผนผังต้นไม้
5.การยอมรับอย่างไม่เป็นทางการแตกต่างระหว่างรายการและที่ตรงกันข้ามของมัน	5.ในการอภิปรายกันของสิ่งที่เห็นและขั้นบันไดนักเรียนค้นพบนั่นคือ “โอ้ ถ้ามุมที่สร้างขึ้นเท่ากันดังนั้นเส้นจึงเป็นเส้นขนาน”และ “โอ้ เดี๋ยวนี้ถ้าเส้นเป็นเส้นขนานดังนั้นมุมก็เท่ากัน” เมื่อถูกถามถึงสิ่งนี้เป็นรายการที่เหมือนกัน นักเรียนเข้าใจ “ไม่เริ่มแรกคุณเริ่มด้านเส้นขนานและทำให้มุมเท่ากันและอะไรอื่นที่คุณทำตรงข้ามกัน
6.เอกลักษณ์และใช้ยุทธวิธีหรือการให้เหตุผลเพื่อให้เข้าใจวิธีการแก้ปัญหาอย่างลึกซึ้ง	6.การได้รับปัญหาซึ่ง M เป็นจุดที่ตรงกลางของ ABในสามเหลี่ยม ABC และ MTเป็นเส้นขนานกัน BCหาสัดส่วนของ MT ไปสู่BC นักเรียนใช้ยุทธวิธีของขั้นบันไดเพื่อให้มุมสอดคล้องกันและดังนั้นเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนั้นตั้งแต่ AM:AB คือ 1:2 ดังนั้น MT:BC เป็น 1:2 ให้วงกลม 2วง ซ้อนทับกันไม่ใช่รัศมีด้วยกันและคอร์ด AB ร่วมกันแสดงให้เห็นว่า AB ตั้งฉากกับ CD นักเรียนพิสูจน์นี้โดยการยอมรับ ADBC ต้องเป็นรูปว่าวและดังนั้นเกี่ยวกับการตั้งฉากของเส้นทแยงมุมของมันทำให้ AB ตั้งฉากกับ CD

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Level 3 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
7. การจำบทบาทของข้อถกเถียงเชิงอนุมานและวิธีการเข้าถึงปัญหาในวิธีการกระทำเชิงอนุมาน	7. นักเรียนจำกฎของการอธิบายตรรกะหรือการแสดงความคิดเห็นเชิงอนุมานในการอธิบายข้อเท็จจริง (ตรงข้ามกับการอุปนัย โดยหาข้อสรุปจากสิ่งที่สังเกตได้ วิธีการที่ได้จากประสบการณ์)และพูด(หลังจากชี้แจงให้การอธิบายเชิงตรรกะ) " ฉันรู้ว่าผลรวมของมุมสำหรับทุกๆรูปห้าเหลี่ยมเป็น 540 และฉันไม่ได้วัด" อย่างไรก็ตามนักเรียนยังคงมีประสบการณ์ " Proof" ในความหมายในเชิงสัจพจน์ (ตัวอย่างการใช้ข้อสันนิษฐานสัจพจน์ คำนิยาม) และดังนั้นเป็นความไม่มั่นใจ เมื่อถูกถามเกี่ยวกับความเป็นไปได้ " ความเป็นมา" เพื่อให้เห็นความเป็นมาของขั้นตอน

ระดับที่ 4 : การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction)

นักเรียนสามารถนำเอาทฤษฎีต่างๆมาใช้ในการพิสูจน์และให้เหตุผลและสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถพิสูจน์ด้วยวิธีการที่หลากหลายและมีความเข้าใจเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ระหว่างเงื่อนไขหรือทฤษฎีที่จำเป็นและเหมาะสมในการพิสูจน์เรขาคณิต นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถแยกแยะและมีความเข้าใจในความแตกต่างระหว่างทฤษฎีกับทฤษฎีบทกลับ การคิดเชิงเรขาคณิตในระดับนี้เป็นระดับที่คาดหวังว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาจะต้องมี ตัวอย่างคำบรรยายของนักเรียน

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีคู่ด้านที่ติดกันเท่ากัน

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งมีมุมเป็นมุมฉาก

ตารางที่ 4 คำอธิบายระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลี ในระดับที่ 4

Level 4 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 4 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample Student Responses)
นักเรียน 1. ความจำที่ไม่ถูกนิยามในเทอมของนิยามและสมมติฐานพื้นฐาน (ตัวอย่างเช่น สัจพจน์)	Note : การศึกษานี้ไม่ได้ออกแบบที่ประกอบด้วย in-depth investigation ของการใช้ชนิดการคิดของ levels ของนักเรียนอย่างไรก็ตาม 1.นักเรียนให้ตัวอย่างสัจพจน์ สมมติฐานหลักฐานและทฤษฎีของเรขาคณิตยูคลิดในระนาบและอธิบายความสัมพันธ์ (เชื่อมโยงของพวกเขาเป็นอย่างไร)
2.ความจำลักษณะเฉพาะของคำนิยมที่เป็นทางการ(ตัวอย่างเช่นเงื่อนไขที่จำเป็นและพอเพียง)และมีความเป็นสัดส่วนของนิยาม	2.นักเรียนจำแนกองค์ประกอบให้เพียงพอสำหรับการนิยามรูปร่าง(ตัวอย่างเช่นสี่เหลี่ยมด้านขนาน)และมาจากองค์ประกอบอื่นจากสิ่งที่พอเพียงนักเรียนพิสูจน์องค์ประกอบ 2 ชุด ที่มีสัดส่วนเท่ากันเพื่อการนิยามรูปร่าง(ตัวอย่างเช่นสี่เหลี่ยมด้านขนาน)
3.พิสูจน์ความสัมพันธ์ของสัจพจน์ซึ่งถูกอธิบายอย่างเป็นทางการใน level 3	3.นักเรียนพิสูจน์ผลรวมของมุมของสามเหลี่ยมด้านเท่า =180 โดยใช้วิธีการที่เป็นทางการ(ตัวอย่างเช่น การใช้คุณสมบัติการขนาน Saws and ladders และทฤษฎีการบวกมุม)
4.พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีและข้อความที่สัมพันธ์กัน(ตัวอย่างเช่น converse,inverse,contrapositive)	4.นักเรียนพิสูจน์เกี่ยวกับสามเหลี่ยมที่เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมที่ congruent และ conversely ใช้การพิสูจน์โดยวิธีการที่ตรงข้ามกันนักเรียนพิสูจน์จุดกึ่งกลางของสามเหลี่ยมไม่แบ่งสิ่งอื่นๆออกเป็น 2 ส่วน
5.แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ภายในเครือข่ายกันของทฤษฎีโดยรวมทั้งหมด	5.นักเรียนจำบทบาทของการเห็นและลำดับขั้นในทฤษฎีที่หลากหลายที่ประกอบด้วยองค์ประกอบของรูปสี่เหลี่ยมและกฎของพื้นที่ผิว
8. บรรยายหลักการโดยทั่วไปซึ่งทฤษฎีที่หลากหลายรวมเป็นหนึ่งเดียว	8. นักเรียนพิสูจน์ความสัมพันธ์สำหรับพื้นผิวของรูปร่าง จุดยอดที่อยู่บนเส้นขนาน 2 เส้น พื้นที่ = midline x สูง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 4 (ต่อ)

Level 4 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 4 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
9. สร้างสรรค์การพิสูจน์จากชุดของสัจพจน์เป็นประจำโดยง่าย ๆ โดยการใช้รูปแบบเพื่อสนับสนุนข้อคิดเห็น	9. นักเรียนทำการพิสูจน์ทฤษฎีในรูปเรขาคณิตแบบมีขอบเขตจำกัด
10. ทำการอนุมานข้อคิดเห็นอย่างเป็นทางการแต่ไม่ได้สืบค้นสัจพจน์ด้วยตัวของเขาเองหรือเปรียบเทียบระบบสัจพจน์	10. นักเรียนไม่ตรวจสอบความเป็นอิสระ ความสอดคล้องหรือความสมบูรณ์ของชุดสัจพจน์

ระดับที่ 5: การเป็นนามธรรม (Rigor)

เป็นระดับที่นักเรียนสามารถสร้าง วิเคราะห์และเปรียบเทียบทฤษฎีทางเรขาคณิตในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เรขาคณิตจะถูกมองในรูปของความเป็นนามธรรม เช่น ถ้าสัจพจน์ที่เกี่ยวกับความขนานกันระบุว่าเส้นขนานทั้งสองเส้นไปพบกันที่อนันต์ นักเรียนสามารถนำไปใช้อย่างมีเหตุผล

ตารางที่ 5 คำอธิบายระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลี ในระดับที่ 5

Level 5 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 5 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
1. อธิบายทฤษฎีอย่างเป็นระบบในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน (ตัวอย่างทฤษฎีรากฐานของเรขาคณิตวิธีการของ Hilbert)	
2. เปรียบเทียบระบบสัจพจน์ (ตัวอย่างเช่น ยูคลิเดียนและเรขาคณิต นัน-ยูคลิเดียน) สำรวจอย่างเป็นธรรมชาติเกี่ยวกับการเปลี่ยนระบบสัจพจน์มีผลกระทบกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิตอย่างไร	

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 5 (ต่อ)

Level 5 ข้อบ่งชี้ (Descriptors : คำอธิบาย)	Level 5 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน (Sample student responses)
3. บรรยายความสอดคล้องของชุดของสัจพจน์ ความเป็นอิสระของสัจพจน์และความสมดุลของชุดของสัจพจน์ที่แตกต่างกัน สร้างสรรค์ระบบสัจพจน์สำหรับเรขาคณิต	
4. สร้างวิธีการแบบกรณีทั่วไปสำหรับแก้ปัญหาในชั้นเรียน	
5. ค้นหาสำหรับบริบทที่ทำให้กว้างขวางมากที่สุดซึ่งทฤษฎีทางคณิตศาสตร์/หลักการในการประยุกต์ใช้	
6. ศึกษาอย่างลึกซึ้งของเนื้อหาสาระที่เป็นตรรกะเพื่อพัฒนาความเข้าใจลึกซึ้งใหม่ ๆ และการเข้าถึงข้อสรุปเชิงตรรกศาสตร์	

มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.2 การกำหนดหมายเลขประจำระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

จากการที่แวน ฮีลีกำหนดระดับความคิดทางเรขาคณิตทั้ง 5 ระดับนั้น มีนักวิจัยนำไปศึกษากับนักเรียนอย่างกว้างขวางและแพร่หลาย ทำให้การกำหนดหมายเลขประจำระดับความคิดมีการเปลี่ยนแปลงตามเหตุผลที่นักวิจัยพบจากผลการวิจัยและการให้เหตุผลที่แตกต่างกัน จึงมีการกำหนดหมายเลขประจำระดับความคิด 3 แบบดังนี้

แบบที่ 1 เป็นแบบเดิมที่แวน ฮีลีกำหนด คือให้หมายเลข 0 – 4 กำหนดระดับความคิดทั้ง 5 ระดับ (Crowley. 1987 : 251) คือ

หมายเลข 0 หมายถึง ระดับความคิดขั้นพื้นฐาน ขั้นการมองเห็นภาพ (Visualization)

หมายเลข 1 หมายถึง ระดับความคิดขั้นวิเคราะห์ (Analysis)

หมายเลข 2 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการสรุปที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal deduction)

หมายเลข 3 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน (Formal deduction)

หมายเลข 4 หมายถึง ระดับการคิดขั้นขั้นสูงสุด (Rigor)

แบบที่ 2 ใช้หมายเลข 1 ถึง 5 กำหนดระดับความคิดทั้ง 5 ระดับ ดังนี้ (Clememts and Battista. 1992 : 427 ; Musser and Buger. 1989 : 409 – 411)

หมายเลข 1 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการมองเห็นภาพ (Visual)

หมายเลข 2 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการวิเคราะห์และการพรรณา (Analytic/Discriptive)

หมายเลข 3 หมายถึง ระดับความคิดขั้นให้ความสัมพันธ์ (Relational/Abstract)

หมายเลข 4 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน (Formal deduction)

หมายเลข 5 หมายถึง ระดับการคิดขั้นขั้นสูงสุด (Rigor)

แบบที่ 3 เป็นแบบที่มีการเพิ่มระดับความคิดเป็น 6 ระดับ เนื่องจากเฟย์ และคณะ (Fuys,et. Al. 1988 : 425) ศึกษาระดับความคิดนี้กับนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนหนึ่งมีระดับความคิดไม่ถึงขั้นการมองเห็นภาพแต่ก็มีความคิดระดับหนึ่งของตนเอง ซึ่งงานวิจัยนี้ตรงกับงานวิจัยของยูซิสกิน (1982) และงานวิจัยของ เมย์เบอร์รี่ (1983) เฟย์จึงกำหนดระดับความสามารถขึ้นมาอีก 1 ระดับเป็นระดับ 0 คือระดับก่อนการมองเห็นภาพ ดังนี้

หมายเลข 0 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการจำได้ (Pre – Recognition) ความคิดในระดับนี้ นักเรียนจำรูปร่างภายนอกได้ บอกความแตกต่างระหว่างเส้นตรงกับเส้นโค้งได้บอกความแตกต่างระหว่างรูปวงกลมกับรูปสี่เหลี่ยมได้ สามารถสร้างภาพลักษณ์จากสิ่งที่พบเห็นขึ้นใหม่ได้ เป็นภาพที่เกิดจากการสัมผัส จากการวินิจฉัยของตนเองและจากประสบการณ์เดิมที่มีมาก่อน

หมายเลข 1 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการมองเห็นภาพ (Visual)

หมายเลข 2 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการวิเคราะห์ (Analytic)

หมายเลข 3 หมายถึง ระดับความคิดขั้นให้ความสัมพันธ์ (Relational)

หมายเลข 4 หมายถึง ระดับความคิดขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน (Formal deduction)

หมายเลข 5 หมายถึง ระดับการคิดขั้นขั้นสูงสุด (Rigor)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ในงานวิจัยฉบับนี้ใช้ระดับความคิดเรขาคณิตในแบบที่ 2 ใช้หมายเลข 1 ถึง 5 กำหนดระดับความคิดทั้ง 5 ระดับ

2.3 สมบัติของระดับคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

ระดับความคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลีมีสมบัติดังนี้ (Crowley. 1987 : 4–6)

2.31 การมีลำดับ (Sequential) หมายถึง การพัฒนาที่มีลำดับขั้นตอนตามลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูง จะสามารถพัฒนาที่มีลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูงได้ต้องศึกษาในระดับความคิดในระดับที่ต่ำกว่าให้มีคุณภาพเพียงพอ หมายถึงมีการพัฒนาเป็นลำดับขั้นตอนจากระดับ n ต้องผ่านระดับ n – 1 ก่อน

2.3.2 สิ่งที่ยังไม่ชัดเจนในระดับหนึ่งจะชัดแจ้งในระดับถัดไป (Intrinsic and Extrinsic) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำกว่าจะรู้เรื่องราวต่าง ๆ ได้อย่างชัดแจ้งในระดับที่สูงขึ้นจากการวิเคราะห์และศึกษาสมบัติของรูป

2.33 การมีภาษาประจำระดับ (Linguistics) หมายถึง ในแต่ละระดับความคิดจะมีภาษาที่มีความสัมพันธ์กับความคิดในระดับนั้นโดยตรง ซึ่งอาจขัดแย้งกับอีกระดับหนึ่งได้ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ผู้ที่มีระดับความคิดต่างกันจะให้เหตุผลและใช้ภาษาแตกต่าง แต่เป็นพื้นฐานต่อกันได้ ดังนั้นภาษาจึงเป็นตัวบอกระดับความคิด

2.34 การมีพัฒนาการความก้าวหน้า (Advancement) หมายถึง มีการพัฒนาความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งเป็นการก้าวหน้าพัฒนาระดับความคิดได้ แต่ต้องศึกษาเนื้อหายุทธวิธีฝึกฝนทักษะจนมีคุณภาพของระดับที่ต่ำกว่าอย่างพอเพียง จึงสามารถไปอยู่ในระดับที่สูงกว่าได้

2.3.5 การไม่เข้ากัน (Mismatch) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับใดระดับหนึ่งสามารถเรียนรู้เนื้อหาโครงสร้างคำที่ใช้แตกต่างกันไม่สามารถเข้าใจเนื้อหาโครงสร้างและภาษาที่ใช้กัน ผู้ที่อยู่ในระดับต่ำกว่าไม่สามารถมีความคิดในระดับที่สูงกว่าได้

การกำหนดสมบัติของระดับความคิดนี้เพื่อให้สามรถนำระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีไปใช้ได้ถูกต้องและไปในแนวเดียวกันและเพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดเนื้อหา การจัดกิจกรรม การฝึกทักษะ ให้ถูกต้องเป็นลำดับขั้นตอน ถูกต้องตามสมบัติที่กำหนด แต่ในการนำระดับความคิดไปใช้ศึกษาของนักวิจัยต่างพบว่าสมบัตินี้มีความคลาดเคลื่อนในการกำหนดสมบัติ ซึ่งจะเสนอในงานวิจัยเกี่ยวกับสมบัติของระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีต่อไป

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครราม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.4 การประเมินระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

เมื่อระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีเผยแพร่และเป็นที่ยอมรับอย่างกว้างขวางไปทั่วโลก นักวิจัยจึงสร้างแบบประเมินระดับความคิดทางเรขาคณิตขึ้น เช่น ยูซิสกิน (Usiskin. 1982 : 321) ได้จัดทำแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี (Van Hiele Geometry Test) ในโครงการ ส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG)เป็นแบบทดสอบฉบับหนึ่งใน 4 แบบทดสอบที่จัดทำขึ้นในโครงการนี้แบบทดสอบที่เหลือ ได้แก่ แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต (Entering Geometry Student Test) แบบทดสอบวัดความรู้ความเข้าใจในเรขาคณิต (Geometry content knowledge Test) และแบบทดสอบการพิสูจน์ (Proof) แบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือกจำนวน 25 ข้อ แบ่งเป็น 5 ระดับ ๆ ละ 5 ข้อใช้เวลา 35 นาทีต่อมา สุพจน์ ไชยสังข์ (Supotch Chaiyasang. 1988) นำแบบทดสอบระดับความคิดนี้มาศึกษากับนักเรียนในประเทศไทยโดยใช้เพียง 20 ข้อ แบ่งเป็น 4 ระดับระดับละ 5 ข้อ ใช้เวลา 27 นาทีและในเวลาต่อมาอีก แครอล (Carrol. 1998) นำแบบทดสอบดังกล่าวมาดัดแปลงเป็นแบบทดสอบที่แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือกจำนวน 21 ข้อแบ่งเป็น 3 ระดับๆละ 7 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบชนิดให้ตอบสั้นและให้วาดรูป 6 ข้อแบ่งเป็น 2 ระดับ ใช้เวลา 45 นาที

2.5 แบบทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต พัฒนาโดยยูซิสกิน

แบบทดสอบวัดระดับการคิดที่พัฒนาโดยยูซิสกินนั้น ได้พัฒนามาจากระดับการคิดของแวนฮีลี จาก 5 ระดับ คือ 0, 1, 2, 3, 4 มาเป็น 5 ระดับ คือ 1, 2, 3, 4, 5 เทียบกันได้ดังนี้ ระดับ 0, 1, 2, 3, 4 เทียบได้กับระดับ 1, 2, 3, 4, 5 ตามลำดับ ในครั้งแรกนั้นแบบทดสอบทางเรขาคณิตนี้ ยูซิสกิน ได้สร้างคำถามขึ้นมาใช้เป็นการส่วนตัวกับนักเรียนแต่ละคนโดยใช้การถามแบบปากเปล่าโดยใช้บุคคล 3 คนในสามสถานการณ์ที่แตกต่างกัน การนำประโยชน์ของแบบทดสอบมาใช้นั้นขึ้นอยู่กับนักเรียนโดยแบบทดสอบชุดนี้มีจำนวน 25 ข้อ เป็นข้อสอบแบบตัวเลือก จำนวน 5 ตัวเลือก ในแต่ละระดับถูกสร้างขึ้นมาและได้รับรองคุณภาพจากโรงเรียนทั้งหมด 4 โรงเรียน

สำหรับข้อที่ไม่มาตรฐานถ้ามองดูแล้วไม่ส่งผลกระทบต่อความเหมาะสมกับระดับการคิดทางเรขาคณิต ความง่ายหรือความยากของแต่ละข้อไม่ได้ถูกนำมาใช้สำหรับวัดคุณภาพของแบบทดสอบมาตรฐานของแบบทดสอบนี้มองเป็นภาพกว้างได้ว่าเกี่ยวกับเนื้อหาและภาษาที่ใช้ในหลักสูตรเรขาคณิตในปัจจุบันแบบทดสอบนี้ถูกนำมาเผยแพร่และจัดพิมพ์โดย

หน่วยที่ให้บริการเกี่ยวกับการทดสอบทางการศึกษาและโปรแกรมประเมินความรู้ ส่วนอัตรา การให้คะแนนและวัดระดับการคิดมีอัตราดังต่อไปนี้

1 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 1 – 5 (ระดับ 1 หรือ 0)

2 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 6 – 10 (ระดับ 2 หรือ 1)

4 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 11 – 15 (ระดับ 3 หรือ 2)

8 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 16 – 20 (ระดับ 4 หรือ 3)

16 คะแนน สำหรับเกณฑ์ ข้อที่ 21 – 25 (ระดับ 5 หรือ 4)

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดระดับการคิดที่พัฒนาโดยยูซิสกิน จะคิดอัตราการให้คะแนนดังต่อไปนี้คือ การคิดคะแนนสำหรับข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 5 ถ้าเด็กได้คะแนน 0 หรือ 1 คะแนน แสดงว่าเด็กมีระดับการคิดอยู่ในระดับ 0 ถ้าเด็กได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไปก็แสดงว่าเด็กมีระดับการคิดอยู่ในระดับ 1 แต่ต้องไปพิจารณาข้อที่ 6 ถึงข้อที่ 10 ด้วยว่าเด็กได้คะแนนเท่าใด ถ้าเด็กได้คะแนน 2 คะแนน แสดงว่าเด็กมีระดับการคิดอยู่ในระดับ 2 แต่ถ้าเด็กได้คะแนนข้อ 6 ถึงข้อ 10 ได้คะแนนน้อยกว่า 2 คะแนนก็แสดงว่าเด็กยังอยู่ในระดับ 1 แต่จากการทดสอบวัดระดับการคิดโดยใช้แบบทดสอบที่พัฒนาโดยยูซิสกินปรากฏว่าเด็กจะมี ระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ที่ระดับ 0, 1, และ 2 เท่านั้น

ดังนั้นแบบทดสอบเพื่อวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตที่พัฒนาโดยยูซิสกินนั้น สามารถที่จะใช้จำแนกนักเรียนให้เข้าไปอยู่ในระดับต่างๆได้โดยวัดจากจำนวนคะแนนที่ นักเรียนได้รับแล้วนำไปเปรียบเทียบตามมาตรฐานที่ตั้งไว้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1. ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

ชนินทร์ อินทิราภรณ์ (2540 : 5) กล่าวว่า ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะ สมรรถภาพทางสมองหรือมวลประสบการณ์ทั้งปวง ของบุคคลที่ได้รับการเรียนการสอนหรือผลงานของนักเรียนที่ได้จากการประกอบกิจกรรม ส่วนหนึ่ง

ไพศาล หวังพานิช (2526 : 30 – 31) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็น พฤติกรรมหรือความสามารถ ที่เกิดขึ้นจากการเรียนการสอน เป็นคุณลักษณะของนักเรียน

ที่งอกงามขึ้นมาจากการฝึกอบรมสั่งสอนโดยตรงหรือประสบการณ์ต่าง ๆ ทั้งที่บ้าน โรงเรียน และสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ ประกอบด้วย ความรู้สึก ค่านิยม จริยธรรมต่าง ๆ และความสามารถทางสมอง ได้แก่ ความจำ ความเข้าใจ การวิเคราะห์ การนำไป การสังเคราะห์และการประเมินค่า

กู๊ด (Good. 1973 : 6) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การเข้าถึงความรู้สึกหรือพัฒนาทักษะทางการเรียน พิจารณาจากคะแนนสอบ การฝึกอบรมหรือคะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบให้ หรือทั้งสองอย่าง

ฮูเซ็น และ โพสเทิลธ์เวท (Husen and Postlethwaite. 1985 : 35) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลสะท้อนของความรอบรู้และการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างที่ทักษะและความรู้กำลังพัฒนา

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ ทักษะ ความสามารถในการเข้าถึงความรู้ การพัฒนาทักษะในการเรียนโดยอาศัยความพยายามจำนวนหนึ่งและแสดงออกในรูปของความสำเร็จสามารถสังเกตและวัดได้ด้วยเครื่องมือทางจิตวิทยาหรือแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.1 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือในการที่จะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

ล้วน สายยศ (2538 : 146) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้วมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยการวิเคราะห์ความสัมพันธ์กระดาษและดินสอกับให้นักเรียนปฏิบัติจริง แบบทดสอบแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1.1 แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดข้อคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น เป็นข้อคำถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียน นักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน บกพร่องส่วนใดจะได้สอนซ่อมเสริม หรือเป็นการวัดความพร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ ขึ้นอยู่กับความต้องการของครู

2.1.2 แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาหรือจากครูผู้สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้งจนกระทั่งมีคุณภาพดี จึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้เป็นหลักและ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของผลการเรียนการสอนในเรื่องใดๆก็ได้ แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบบอกถึงวิธีการสอบ และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย

2.2 แบบทดสอบมาตรฐาน

แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐานมีวิธีการในการสร้างข้อคำถามเหมือนกัน เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนไปแล้ว จะเป็นพฤติกรรมที่สามารถตั้งคำถามได้ ควรจัดให้ครอบคลุมพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ดังนี้

2.2.1 วัดด้านความรู้ความจำ

2.2.2 วัดด้านความเข้าใจ

2.2.3 วัดดานการนำไปใช้

2.2.4 วัดด้านการวิเคราะห์

2.2.5 วัดด้านการสังเคราะห์

2.2.6 วัดด้านการประเมินค่า

2.3 มาตรฐานและคุณลักษณะของแบบทดสอบ

สมนึก ภัททิยธนี (2546 : 63) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้วว่ามีอยู่เท่าใดแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างกับแบบทดสอบมาตรฐานและคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมี 10 ประการ คือ

2.3.1 ความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการหรือวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้องแม่นยำความเที่ยงตรง

2.3.2 ความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้คงวาไม่เปลี่ยนแปลง ไม่ว่าจะทำการสอบใหม่กี่ครั้งก็ตาม

2.3.3 ความยุติธรรม (Fair) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการได้เปรียบเสียเปรียบในกลุ่มของผู้เข้าสอบด้วยกัน ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนทำข้อสอบได้โดยการเดา

2.3.4 ความลึกของคำถาม (Searching) หมายถึง ข้อสอบแต่ละข้อนั้นจะต้องไม่ถามผิวเผินหรือถามประเภทความรู้ความจำ แต่ต้องให้นักเรียน นำความรู้ความจำ ไปคิดดัดแปลงแก้ปัญหาแล้วจึงตอบได้

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.3.5 ความยั่วยุ (Exemplary) หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุก เพลิดเพลิน ไม่เบื่อหน่าย

2.3.6 ความจำเพาะเจาะจง (Definition) หมายถึง ข้อสอบที่มีแนวทางหรือทิศทางการถามตอบชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝงกลเม็ดให้นักเรียนงง

2.3.7 ความเป็นปรนัย (Objective) หมายถึง แบบทดสอบชนิดใดจะเป็นปรนัยจะต้องมีคุณสมบัติ 3 ประการ คือ

1) ตั้งคำถามให้ชัดเจน ทำให้ผู้เข้าสอบทุกคนเข้าใจความหมายตรงกัน

2) ตรวจให้คะแนนได้ตรงกัน แม้ว่าจะตรวจหลายครั้งหรือตรวจหลายคนก็ตาม

3) แปลความหมายของคะแนนได้เหมือนกัน

2.3.8 ประสิทธิภาพ (Efficiency) หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมากพอประมาณใช้เวลาสอบพอเหมาะ ประหยัดค่าใช้จ่าย จัดทำแบบทดสอบด้วยความปราณีต ตรวจให้คะแนนได้รวดเร็ว รวมถึงสิ่งแวดล้อมในการสอบที่ดี

2.3.9 อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถในการจำแนกผู้สอบ ข้อสอบที่ดีจะต้องมีอำนาจจำแนกสูง

2.3.10 ความยาก (Difficulty) หมายถึง ขึ้นอยู่กับทฤษฎีที่เป็นหลักยึด เช่น ตามทฤษฎีการวัดผลแบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดีคือข้อสอบที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป หรือมีความยากง่ายพอเหมาะ ส่วนทฤษฎีการวัดผลแบบอิงเกณฑ์ ความยากง่ายไม่ใช่สิ่งสำคัญ สิ่งสำคัญอยู่ที่ข้อสอบได้วัดในจุดประสงค์ที่ต้องการวัดได้จริงหรือไม่

จากความหมายดังกล่าวสรุปได้ว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การเข้าถึงความรู้ การพัฒนาทักษะในการเรียนที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว โดยอาศัยความพยายามจำนวนหนึ่งและแสดงออกในรูปของความสำเร็จ สามารถสังเกตและวัดได้ด้วยเครื่องมือทางจิตวิทยาหรือแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์

2.4 ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.4.1 องค์ประกอบที่เป็นตัวกำหนดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประกอบด้วยคุณลักษณะของผู้เรียน คุณลักษณะของกลุ่มและแรงจูงใจภายนอกสรุปว่า คุณลักษณะของผู้เรียนเป็นสิ่งสำคัญที่สุดในการอธิบายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน องค์ประกอบที่เกี่ยวกับคุณลักษณะของผู้เรียนประกอบด้วย (Klausmeir. 1961 : 28 – 29)

1) ความพร้อมทางสมอง ที่เกี่ยวกับความสามารถทางสติปัญญาและความสามารถทางด้านความรู้ ความคิด รวมทั้งพื้นฐานความรู้เดิม

2) ความพร้อมทางกายภาพ ที่เกี่ยวกับความสามารถทางทักษะ รวมทั้งสุขภาพ

3) คุณลักษณะทางจิตใจที่รวมความสนใจ ทัศคติ ค่านิยม และบุคลิกภาพ

4) เพศ

5) อายุ

6) ภูมิหลังทางครอบครัวและสังคม

จากแนวคิดดังกล่าวสรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือ ด้านตัวผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถด้านความรู้ ความคิดความสามารถทางทักษะ ความพร้อมทางกายภาพ และด้านการเรียนการสอน ได้แก่ คุณภาพของครูผู้สอน

2.5 ระดับผลการเรียน

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553 : 22) การตัดสินเพื่อให้ระดับผลการเรียนรายวิชากลุ่มสาระการเรียนรู้ ให้ใช้ตัวเลขแสดงระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ

การตัดสินผลการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานใช้ระบบผ่านมาผ่าน โดยกำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 จากนั้นจึงให้ระดับผลการเรียนที่ผ่านระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย ใช้ตัวเลขแสดงผลการเรียนเป็น 8 ระดับ แนวการให้ระดับผลการเรียน 8 ระดับ และความหมายแต่ละระดับดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 ความหมายระดับผลการเรียน 8 ระดับ

ระดับผลการเรียน	ความหมาย	ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ
4	ดีเยี่ยม	80 – 100
3.5	ดีมาก	75 – 79
3	ดี	70 – 74
2.5	ค่อนข้างดี	65 - 69
2	ปานกลาง	60 – 64
1.5	พอใช้	55 - 59

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 6 (ต่อ)

ระดับผลการเรียน	ความหมาย	ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ
1	ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ	50 - 55
0	ต่ำกว่าเกณฑ์	0 - 49

ในกรณีที่ไม่สามารถให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับได้ ให้ใช้ตัวอักษรระบุเงื่อนไขของผลการเรียน ดังนี้

"มส" หมายถึง ผู้เรียนไม่มีสิทธิ์เข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน เนื่องจากผู้เรียนมีเวลาเรียนไม่ถึงร้อยละ 80 ของเวลาเรียนในแต่ละวิชา และไม่ได้รับการผ่อนผันให้เข้ารับการวัดผลปลายภาคเรียน

"ร" หมายถึง รอการตัดสินและยังตัดสินผลการเรียนไม่ได้ เนื่องจากผู้เรียนไม่มีข้อมูลผลการเรียนรายวิชานั้นครบถ้วน ได้แก่ ไม่ได้วัดผลระหว่างภาคเรียน/ปลายภาคเรียน ไม่ได้ส่งงานที่ครูมอบหมายให้ทำ ซึ่งงานนั้นเป็นส่วนหนึ่งของการตัดสินผลการเรียน หรือมีเหตุสุดวิสัยที่ทำให้ประเมินผลการเรียนไม่ได้

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

1. สหสัมพันธ์ (Correlation)

ลินจง โปธิบาล (2553 : 245-280) กล่าวว่า สหสัมพันธ์ (Correlation) เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป (หรือข้อมูล 2 ชุดขึ้นไป) ตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างอายุและความดันโลหิตความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนัก ความสัมพันธ์ระหว่างระดับการศึกษากับพฤติกรรมการดูแลตนเอง ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็กกับวิธีการอบรมเลี้ยงดูเด็ก ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพครอบครัวกับการติดยาเสพติดในวัยรุ่น เป็นต้น ในการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรว่ามีมากน้อยเพียงใดนั้น จะใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation coefficient) เป็นค่าที่วัดความสัมพันธ์ ซึ่งโดยวิธีการทางสถิติมีอยู่หลายวิธีการใช้สถิติตัวใดขึ้นอยู่กับลักษณะของตัวแปรหรือระดับของการวัดในตัวแปรนั้นๆ ดังนั้น สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จึงมีทั้งแบบที่เป็นสถิติพาราเมตริกและสถิตินอนพาราเมตริก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ในการวัดความสัมพันธ์แต่ละแบบจะต้องมีการทดสอบนัยสำคัญก่อน จึงจะสรุปได้ว่าตัวแปรคู่ใดมีความสัมพันธ์กันจริงหรือไม่ มากน้อยเพียงใด สำหรับการแปลผลจะมองในแง่ของความเกี่ยวพัน ความสอดคล้อง การแปรผันร่วมกัน หรือไปด้วยกัน แต่ไม่ได้หมายความว่าตัวแปรหนึ่งเป็นเหตุและอีกตัวแปรเป็นผล (หรือไม่สามารถระบุได้ว่าตัวแปรไหนเป็นตัวแปรต้นหรือตัวแปรตาม) เช่น ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับน้ำหนัก เราไม่สามารถบอกได้ว่าส่วนสูงหรือน้ำหนักตัวใดเป็นเหตุ และตัวใดเป็นผล บอกได้เพียงว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ และมีขนาดของความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปนิยมใช้สัญลักษณ์ r แทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของกลุ่มตัวอย่าง (บางชนิดจะใช้สัญลักษณ์ C, W หรืออื่นๆ) และ ρ แทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ที่ใช้วัดขนาดของความสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปร มี 2 ลักษณะ คือ $-1 \leq r \leq 1$ และ $0 \leq r \leq 1$

การบอกระดับหรือขนาดของความสัมพันธ์ จะใช้ตัวเลขของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ หากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าเข้าใกล้ -1 หรือ 1 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับสูง แต่หากมีค่าเข้าใกล้ 0 แสดงถึงการมีความสัมพันธ์กันในระดับน้อย หรือไม่มีเลย สำหรับการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยทั่วไปอาจใช้เกณฑ์ดังนี้ (Hinkle D. E. 1998 : 118)

ค่า r	ระดับของความสัมพันธ์
.90 - 1.00	มีความสัมพันธ์กันสูงมาก
.70 - .90	มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง
.50 - .70	มีความสัมพันธ์กันในระดับปานกลาง
.30 - .50	มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ
.00 - .30	มีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำมาก

เครื่องหมาย + , - หน้าตัวเลขสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จะบอกถึงทิศทางของความสัมพันธ์ โดยที่หาก

r มีเครื่องหมาย + หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางเดียวกัน (ตัวแปรหนึ่งมีค่าสูง อีกตัวหนึ่งจะมีค่าสูงไปด้วย)

r มีเครื่องหมาย - หมายถึง การมีความสัมพันธ์กันไปในทิศทางตรงกันข้าม (ตัวแปรหนึ่งมีค่าสูง ตัวแปรอีกตัวหนึ่งจะมีค่าต่ำ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางชนิดที่มีลักษณะ $0 \leq r \leq 1$ ซึ่งจะบอกได้เพียงขนาดหรือระดับของความสัมพันธ์เท่านั้น ไม่สามารถบอกทิศทางของความสัมพันธ์ได้

1.1 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ในสถิตินอนพาราเมตริก ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่มีมาตรวัดได้ตั้งแต่นามบัญญัติขึ้นไป และไม่เจาะจงชนิดของการแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูล ได้แก่

1. สถิติไคสแควร์สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน (Chi-square test for independence)
2. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย
3. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี
4. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน
5. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียล
6. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบไบซีเรียล
7. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เตตราคอริก

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในสถิติพาราเมตริก เป็นการหาความสัมพันธ์สำหรับตัวแปรที่มีมาตรวัดอันตรภาค หรืออัตราส่วน และมีการแจกแจกความน่าจะเป็นแบบปกติ ซึ่งได้แก่ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบแยกส่วน

1.2 การทดสอบไคสแควร์ สำหรับการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน

เป็นวิธีการที่ใช้เพื่อทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความสอดคล้องของจำนวนที่อยู่ในตารางการณ์จร (Contingency table) กล่าวคือเป็นวิธีการที่จะพิจารณาว่าตัวแปร 2 ตัว (ที่แต่ละตัวแบ่งเป็นระดับหรือลักษณะต่างๆ นั้น) มีความเป็นอิสระต่อกัน หรือมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ ซึ่งสถิติไคสแควร์ที่ใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันนี้ เป็นสถิติไคสแควร์ตัวเดียวกันกับการทดสอบไคสแควร์ กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อกัน หรือการทดสอบไคสแควร์กรณีมากกว่า 2 กลุ่มอิสระต่อกัน ดังนั้นข้อกำหนด และสถิติที่ใช้ทดสอบจึงมีความเหมือนกันทุกประการ มีข้อแตกต่างในเรื่องการตั้งสมมติฐานเท่านั้น

1.3 สมมติฐาน

H_0 : ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน (เป็นอิสระต่อกัน)

H_1 : ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน

1.4 สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad df = (r-1)(c-1)$$

เมื่อ O_{ij} เป็นความถี่ที่ได้จากการรวบรวมข้อมูลจริงในตัวแปรที่ 1 ลักษณะที่ i และตัวแปรที่ 2 ลักษณะที่ j

E_{ij} เป็นความถี่ที่คาดว่าจะเป็นในตัวแปรที่ 1 ลักษณะที่ i และตัวแปรที่ 2 ลักษณะที่ j

1.5 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธสมมติฐานH_0 เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า $\chi^2_{\alpha,(r-1)(c-1)}$ จากตาราง ในที่นี้จะใช้ตัวอย่างเดียวกันกับ การทดสอบไคสแควร์กรณี 2 กลุ่มอิสระต่อกัน ตัวอย่าง ในการวิจัยเพื่อสำรวจความวิตกกังวลในการเรียน ของนักศึกษาชายและหญิง ผลการ สำรวจปรากฏดังตาราง

ตารางที่ 7 ความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง

เพศ	ความวิตกกังวล	
	สูง	ต่ำ
ชาย	62	48
หญิง	73	42

จงทดสอบว่า ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษาหรือไม่

วิธีทำ

สมมติฐาน H_0 : ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

H_1 : ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

สถิติที่ใช้ทดสอบสถิติไคสแควร์

อาณาเขตวิกฤต กำหนด $\alpha = .05$ $\chi^2_{.05,1} = 3.84$ อาณาเขตวิกฤต $\chi^2 \geq 3.84$

คำนวณค่าสถิติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 8 การคำนวณค่าสถิติของความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิง

เพศ	ความวิตกกังวล		รวม
	สูง	ต่ำ	
ชาย	62 $\frac{110\times135}{225}=66$	48 $\frac{110\times90}{225}=44$	110
หญิง	73 $\frac{115\times135}{225}=69$	42 $\frac{115\times90}{225}=46$	115
รวม	135	90	225

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}=\frac{(62-66)^2}{66}+\frac{(48-44)^2}{44}+\frac{(73-69)^2}{69}+\frac{(42-46)^2}{46}$$

$$=\frac{16}{66}+\frac{16}{44}+\frac{16}{69}+\frac{16}{46}=1.186$$

การสรุปผล

ค่า χ^2 ที่ได้จากการคำนวณ = 1.186 มีค่าน้อยกว่า ค่า χ^2 ที่เปิดจากตาราง ($\chi^2_{.05,1}=3.84$) ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต สรุปได้ว่า ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรมสำเร็จรูป (โปรแกรม SPSS)

ตารางที่ 9 ผลการวิเคราะก์ความวิตกกังวลในการเรียนของนักศึกษาชายและหญิงผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรมสำเร็จรูป (โปรแกรม SPSS)

GENDER * ANXIETY Crosstabulation

			ANXIETY		Total
			High	Low	
GENDER	Male	Count	62	48	110
		Expected Count	66.0	44.0	110.0
	Female	Count	73	42	115
		Expected Count	69.0	46.0	115.0
Total		Count	135	90	225
		Expected Count	135.0	90.0	225.0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	1.186[b]	1	.276		
Continuity Correction[a]	.908	1	.341		
Likelihood Ratio	1.186	1	.276		
Fisher's Exact Test				.281	.170
Linear-by-Linear Association	1.181	1	.277		
N of Valid Cases	225				

a. Computed only for a 2x2 table

b. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 44.00.

สมมติฐาน H_0 : ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

H_1 : ความวิตกกังวลในการเรียนมีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

ค่า χ^2 ที่ได้จากการคำนวณ = 1.186 และมีค่า Sig. .276 > α = .05 ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต สรุปว่า ความวิตกกังวลในการเรียนไม่มีความสัมพันธ์กับเพศของนักศึกษา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย (Phi coefficient) ใช้สัญลักษณ์ ϕ เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติ ผลการวัดออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตาราง 2 X 2 เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างการรัดเข็มขัดนิรภัยกับการเสียชีวิต ในกลุ่มผู้ประสบอุบัติเหตุทางรถยนต์

2.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

ตัวแปร หรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ และแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะจริง (True dichotomous)

2.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟาย คำนวณจากสูตร

$$\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

เมื่อ a,b,c และ d เป็นความถี่หรือจำนวนในตาราง 2 X 2 ดังรูป

a	b
c	d

ค่า ϕ ที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 1 ในกรณีที่ a=d=0 หรือ b=c=0

หรือ (a+b) = (c+d) = (a+c) = (b+d)

2.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง

กรณีที่ $n \geq 20$ ใช้สูตร $Z = \phi\sqrt{n}$

กรณีที่ $n < 20$ ใช้สูตร $\chi^2 = n\phi^2; df = 1$

อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

กรณีที่ $n \geq 20$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า Z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า Z ที่เปิดจากตาราง

กรณีที่ $n < 20$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า χ^2 ที่เปิดจากตาราง

3. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี (Contingency coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี ใช้สัญลักษณ์ C เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด ซึ่งเป็นข้อมูลในระดับนามบัญญัติ ผลการวัด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ออกมาในรูปความถี่หรือจำนวน โดยแสดงในรูปตารางการณ์จร ขนาด r X c (r X c Contingency table) ตัวอย่างเช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับการศึกษากับการเลือกใช้สถานบริการพยาบาล การหาความสัมพันธ์ระหว่างสถานภาพสมรสกับการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นของพยาบาล

3.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

3.1.1 ตัวแปร หรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด มีการวัดในมาตรานามบัญญัติ หรือมีลักษณะต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่องก็ได้

3.1.2 ผลการวัดอยู่ในรูปความถี่ สามารถแสดงในรูปตารางการณ์จร ขนาด r X c (r และ $c \geq 2$)

3.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซี คำนวณจากสูตร

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}}$$

3.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง ใช้สถิติ χ^2

$$\chi^2 = \sum\sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad f = (r-1)(c-1)$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.4 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า χ^2 ที่เปิดจากตารางตัวอย่าง ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็ก กับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัว (3 แบบ) จากกลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 ราย ได้ผลดังแสดง

ตารางที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของเด็ก กับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัว

พฤติกรรมเด็ก	วิธีการเลี้ยงดู			
	แบบ 1	แบบ 2	แบบ 3	รวม
เก็บตัว	13 (7)	4 (5.25)	4 (8.75)	21
แบบกลางๆ	5 (8)	9 (6)	10 (10)	24
แสดงตัว	2 (5)	2 (3.75)	11 (6.25)	15
รวม	20	15	25	60

วิธีทำ เมื่อทำการหาค่าความถี่คาดหวัง พบว่า Eij < 5 มีเพียง 1 (11.11%) จึงสามารถใช้สถิติไคสแควร์ได้ โดยหาค่าสถิติไคสแควร์จาก

$$\chi^2 = \sum\sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$= \frac{(13-7)^2}{7} + \frac{(4-5.25)^2}{5.25} + \ldots + \frac{(11-6.25)^2}{6.25}$$

$$= 16.87$$

$$df = (2)(2) = 4$$

หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คอนติงเจนซีจาก

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N+\chi^2}} = \sqrt{\frac{16.87}{60+16.87}} = 0.468$$

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (พฤติกรรมของเด็กกับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho \neq 0$ (พฤติกรรมของเด็กกับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัวมีความสัมพันธ์กัน)

กำหนดระดับนัยสำคัญ .05 ค่าวิกฤติ $\chi^2_{.05,4} \geq 9.49$

ค่า χ^2 ที่คำนวณได้ (16.87) มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า χ^2 ที่เปิดจากตาราง (9.49) จะปฏิเสธ H_0 แสดงว่า ที่ระดับนัยสำคัญ .05 พฤติกรรมของเด็กกับวิธีการเลี้ยงดูในครอบครัว มีความสัมพันธ์กัน

หมายเหตุ

1. ในทางทฤษฎี C จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 แต่ในทางปฏิบัติ ค่าสูงสุดของ C จะมีค่าไม่ถึง 1

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. ค่าสูงสุดของ C ขึ้นอยู่กับตารางการณ์จร หากตารางการณ์จรมีขนาดใหญ่ ค่า C จะเข้าใกล้ 1 มากขึ้น กรณีที่มีจำนวนแถวและสดมภ์เท่ากัน การประมาณค่าสูงสุดของ C หาได้จาก ค่าสูงสุดของ C = $\sqrt{\frac{k-1}{k}}$ เมื่อ k คือจำนวนแถวและสดมภ์ที่เท่ากัน

3. ในการคำนวณหาค่า C จะต้องคำนวณค่า χ^2 ก่อน ซึ่งก็จะมีข้อจำกัดตามสถิติ χ^2 นั้นไปด้วย

4. ค่า C ไม่สามารถนำมาใช้เปรียบเทียบกันได้โดยตรง ในขณะที่ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน แบบแยกส่วน หรือแบบสเปียร์แมน จะสามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้โดยตรง

4. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน (Spearman rank correlation coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน (Spearman rank correlation coefficient หรือ Spearman's rho) ใช้สัญลักษณ์ r_s เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด โดยที่ตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุดนั้นจะต้องอยู่ในรูปของข้อมูลในมาตราจัดอันดับ (Ordinal scale)

4.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

4.1.1 ตัวแปรหรือข้อมูลทั้ง 2 ชุด อยู่ในมาตราจัดอันดับ หรืออาจเป็นอันตรภาค หรือมาตราอัตราส่วน แล้วนำมาเรียงอันดับก็ได้

4.1.2 ข้อมูลในแต่ละชุดจะต้องมีความเป็นอิสระต่อกัน สำหรับการแจกแจงของข้อมูลไม่จำเป็นต้องมีการแจกแจงแบบปกติ

4.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน คำนวณจากสูตร

$$r_S = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$$

เมื่อ r_S เป็น ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน

$\sum D^2$ เป็น ผลรวมของกำลังสองของผลต่างของอันดับคะแนนแต่ละคู่

N เป็น ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

4.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

$H_1 : \rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง

$$t = \frac{r_S\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_S^2}} \quad , \text{df} = \text{n-2}$$

4.4 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า t ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า $t_{\alpha,n-2}$ ที่เปิดจากตาราง

หรือ t ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่า $-t_{\alpha,n-2}$

หรือ นำค่า r_S ที่ได้ไปเทียบกับค่าวิกฤต r_S จากตารางสำเร็จรูปโดยใช้ df = n

ถ้าค่า r_S มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ ค่าวิกฤต r_S จะปฏิเสธ H_0

5. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียล (Point biserial correlation coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียล (Point biserial correlation coefficient) ใช้สัญลักษณ์ r_{pb} เป็นวิธีที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือข้อมูล 2 ชุด โดยที่ตัวแปรหนึ่งเป็นตัวแปรต่อเนื่อง อีกตัวหนึ่งมี 2 ลักษณะจริง (True dichotomous)

5.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

5.1.1 ตัวแปรตัวหนึ่งมีการวัดอยู่ในมาตราอันตรภาค หรือมาตราอัตราส่วน และมีลักษณะการแจกแจงของประชากร ไม่จำเป็นต้องมีการแจกแจงแบบปกติ แต่ต้องมีการแจกแจงแบบโค้งเดียว และค่อนข้างสมมาตร

5.1.2 ตัวแปรอีกตัวหนึ่งมีการวัดอยู่ในมาตรานามบัญญัติและแบ่งได้เป็น 2 ลักษณะอย่างแท้จริง เช่น เพศชาย – หญิง การเป็น - ไม่เป็นโรค การตาย – รอดชีวิต คำตอบถูก - ผิด เป็นต้น

5.2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียล

คำนวณจากสูตร

$$r_{pb} = \frac{\overline{X}_p - \overline{X}_q}{S_t}\sqrt{pq}$$

เมื่อ r_{pb} เป็น ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพอยท์ไบซีเรียล

$\overline{X}_p$ เป็น ค่าเฉลี่ยของตัวแปรต่อเนื่อง ในกลุ่มลักษณะที่ 1 ของตัวแปรที่เป็น True dichotomous

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

$\overline{X}_q$ เป็น ค่าเฉลี่ยของตัวแปรต่อเนื่อง ในกลุ่มลักษณะที่ 2 ของตัวแปรที่เป็น true dichotomous

p เป็น ค่าสัดส่วนของลักษณะที่ 1 ของตัวแปร True dichotomous

q เป็น ค่าสัดส่วนของลักษณะที่ 2 ของตัวแปร True dichotomous (1-p)

S_t ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลต่อเนื่องทั้งหมด

5.3 การทดสอบนัยสำคัญ

สมมติฐานของการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ เป็นการทดสอบแบบสองทาง

$$t = \frac{r_{pb}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{pb}^2}} \quad , \text{df} = \text{n-2}$$

5.4 อาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า t ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า $t_{\alpha,n-2}$ ที่เปิดจากตาราง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้เลือกการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ สเปียร์แมน เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความคิดทางเรขาคณิตกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี ในเรื่องต่างๆที่นักการศึกษาหลายๆท่านได้ทำการศึกษาไว้ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. งานวิจัยในประเทศ

พนิดา กองเกตุใหญ่ (2542 : 70-75) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัด ผลการวิจัย พบว่า (1) ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 กระจายอยู่ในระดับ 1 การวิเคราะห์ ระดับ 2ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน และระดับ 3 ระดับการ

อนุมานที่เป็นแบบแผน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีความคิดในระดับที่ 3 สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 (2) นักเรียนเกือบครึ่ง (ร้อยละ 40.7) ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี อยู่ในระดับ 3

สมควร สีชมภู (2549 : 57 – 60) ได้ศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮีลี ผลการวิจัยพบว่า การใช้สถานการณ์ปลายเปิดในเนื้อหาด้านเรขาคณิตทำให้นักเรียนแสดงความสามารถในการคิดทางเรขาคณิตของตนเองออกมาได้ เมื่อจำแนกแล้วได้เป็นระดับพื้นฐาน (level 0) จำนวน 9 โปรโตคอล และระดับที่หนึ่ง (Level 1) จำนวน 9 โปรโตคอล โดยที่ลักษณะการคิดในแต่ละระดับเป็นดังนี้ ระดับพื้นฐาน (level 0) การคิดทางเรขาคณิตพบว่ายังถูกจำกัดด้วยชื่อ (name) ของรูปทรงเรขาคณิตที่นักเรียนเคยเรียนในชั้นเรียน ระดับที่หนึ่ง(level 1)การคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนพบว่าเป็นการวิเคราะห์องค์ประกอบ คุณสมบัติหรือกฎและพิจารณาความสัมพันธ์องค์ประกอบของรูปทรงเรขาคณิตโดยการทดลองด้วยวิธีการต่างๆ

ทองขาว แสงสุริยจันทร์ (2550 : 89 – 93) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นประเทศลาวโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผลการวิจัยพบว่า ในขณะนักเรียนทำกิจกรรมนักเรียนได้แสดงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามรูปแบบระดับการคิดของแวนฮีลี ในระดับที่ 3: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน รายละเอียดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนในแต่ละระดับเป็นดังนี้ ระดับที่ 1: การรับรู้ จากการมองเห็น นักเรียนให้ข้อสังเกตผลที่เกิดจากการจัดกระทำกับรูปเรขาคณิตบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ซึ่งจะอยู่ในลักษณะของรูปร่าง ระยะทางและทิศทางการเคลื่อนที่ ระดับที่ 2: การวิเคราะห์ผลที่เกิดจากการกระทำกับรูปภาพหรือพารามิเตอร์ ถูกวิเคราะห์ในลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการแปลงทางเรขาคณิต นักเรียนในระดับนี้สามารถวิเคราะห์เวกเตอร์กำหนดการเลื่อนขนาน เส้นสะท้อนหรือมุมหมุน ในฐานะที่เป็นพารามิเตอร์ที่ควบคุมการแปลงทางเรขาคณิตระดับที่ 3: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสมบัติของภาพที่ได้จากการแปลงและพารามิเตอร์ที่ควบคุมการแปลงทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถนำใช้ผลลัพธ์จากการเชื่อมโยงในการตำแหน่งของรูปที่เกิดจากการแปลงทางเรขาคณิตและตำแหน่งพารามิเตอร์มีควบคุมการแปลงเรขาคณิต ตามเงื่อนไข

นวลศรี ชำนาญกิจ (2550 : 83) ได้ศึกษาผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนาแวนฮีลีที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวนฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์

ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนาแวนฮีลีมีระดับการคิดทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนาแวนฮีลีที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิตตั้งแต่ 2 ขึ้นไปมีจำนวนร้อยละ 92.9 นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนาแวนฮีลีมีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนาแวนฮีลี มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 มีจำนวนร้อยละ 53.57

คมกริช สุขแก้ว (2552 : 51 – 53)ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุรินทร์ เขต 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) ระดับความคิดตามแบบของแวน ฮีลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีที่ 2 และ ปีที่ 3 กระจายอยู่ทั้งในระดับ 1 ระดับ 2 และระดับ 3 แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้วที่จะมีระดับความคิดในระดับ 3 สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 2) ระดับความคิดทางเรขาคณิตมีความสัมพันธ์ทางตรงกับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 3) สัดส่วนของระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชายแตกต่างกับนักเรียนหญิง นักเรียนชายมีระดับความคิดทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนหญิง

2. งานวิจัยต่างประเทศ

ยูซิสกิน (Usiskin. 1982 : Abstract) ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี ของนักเรียนในโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (Supotch Chaiyasang. 1988) โดยศึกษาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาจาก 13 โรงเรียน ใน 13 มลรัฐ จำนวน 2,699 คน ใช้แบบทดสอบ 4 แบบ ของโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG) พบว่า นักเรียนร้อยละ 80 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับความคิดตามแบบแวนฮีลีได้และระดับความคิดทางเรขาคณิตนี้สามารถทำ นายความสามารถในการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนได้

เซงค์ (Senk. 1989 : 417-A) ศึกษาจากนักเรียนเกรด 7 ถึงเกรด 12 จำนวน 751 คน จาก 11 โรงเรียนใน 5 มลรัฐใช้แบบทดสอบทั้ง 4 แบบของโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา CDASSG เช่นกัน โดยใช้แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานเรขาคณิตและแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีสอบก่อนเรียน หลังจากเรียนจบแล้วใช้แบบทดสอบการพิสูจน์และแบบทดสอบวัดความรู้ความเข้าใจใน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิชาเรขาคณิตพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์เป็นนักเรียนที่มีระดับความคิดอยู่ในระดับสูงและมีความรู้ในเนื้อหาเรขาคณิตเป็นอย่างดี นักเรียนที่มีระดับความคิดในระดับสูงจะทำ การพิสูจน์ได้ดีกว่าผู้ที่มีระดับความคิดในระดับต่ำ

เดนิช (Denis. 1987 : 859 – A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างขั้นการพัฒนาสติปัญญาและระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีกับวัยรุ่นชาวเปอร์โตริโกประชากรเป็นนักเรียนที่เคยเรียนเรขาคณิตตามของยูคลิกในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 156 คน ซึ่ง 36 % ของประชากรอยู่ในขั้นการพัฒนาขั้นคิดอย่างมีแบบแผน (Formal – operational stage) ประชากรที่เหลืออยู่ในขั้นการพัฒนาขั้นคิดด้านรูปธรรม (Concrete – operational stage) สุ่มตัวอย่าง 20 คน จากประชากรที่อยู่ในแต่ละขั้นการพัฒนาและทดสอบหาระดับความคิดทางเรขาคณิตของกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตของกลุ่มตัวอย่างไม่มีความสอดคล้องกับขั้นการพัฒนาสติปัญญา กลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในขั้นการพัฒนาทั้ง 2 ขั้นของเพียร์เจต์มีระดับความคิดทางเรขาคณิตซึ่งสูงที่สุดของแต่ละกลุ่มแตกต่างกัน

โลวรี่ย์ (Lowry. 1988 : 1971 – A) ได้ศึกษาความคิดทางเรขาคณิตเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปของเด็กอายุ 9 ปี กลุ่มตัวอย่างคือ เด็กอายุ 9 ขวบจำนวน 18 คน เด็กแต่ละคนจะได้รับการสอนตามรูปแบบแวนฮีลีซึ่งประกอบด้วยขั้นการสอน 5 ขั้น ใช้เวลาสอนประมาณ 3 ชั่วโมงโดยสอน 2 ครั้ง/สัปดาห์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จะได้รับการสอนซึ่งไม่ได้เน้นเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูป ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จะได้รับการสอนโดยเน้นให้จำกฎผลการวิจัยพบว่า จากการสัมภาษณ์นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทุกคนมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 คน มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ในเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมหลังจากได้รับการสอนตามรูปแบบแวนฮีลีพบว่าการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตไปสู่ระดับที่สูงกว่า

โบบังโก (Bobango. 1988 : 2566 – A) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ซึ่งเป็นผลจากการสอนโดยใช้รูปแบบของแวนฮีลีใช้เวลาทดลอง 20 วัน โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 72 คน มีการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตและระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีก่อนและหลังการสอน โดยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ คอมพิวเตอร์โดยใช้รูปแบบแวนฮีลีทำให้ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้น โดยเป็นการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิต

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากระดับ 1 (ระดับการวิเคราะห์) ไปยังระดับ 2 (ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน) มากกว่าการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับอื่นๆ

ฮาน (Han. 1987 : 3690 – A) ได้ศึกษาผลของตำราเรียนเรขาคณิตมาตรฐานและตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลีที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี ผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย 2 โรงเรียน จำนวน 478 คนแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานและกลุ่มที่เรียนตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลี เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีซึ่งใช้วัดในเดือนกันยายน มกราคม และพฤษภาคม แบบทดสอบวัดการพิสูจน์ใช้วัดเดือนพฤษภาคม แบบวัดทัศนคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิตซึ่งประกอบการวัดด้านความสนใจ ประโยชน์ และความยากของวิชาเรขาคณิตซึ่งวัดในเดือนมกราคมและเดือนพฤษภาคม นอกจากนี้ในเดือนพฤษภาคมจะวัดทัศนคติด้านการพิสูจน์ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีของนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานและนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลีไม่มีความแตกต่างกัน ไม่มีความสัมพันธ์ภายในระหว่างระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีกับผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติด้านการพิสูจน์ โดยนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานมีผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิต มีความแตกต่างระหว่าง 2 กลุ่มในด้านผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศฯคติด้านการพิสูจน์ โดยนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานมีผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติด้านการพิสูจน์ดีกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราตามทฤษฎีของแวนฮีลี กลุ่มที่เรียนตามตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลีพบว่าเรขาคณิตตอนสิ้นปียากกว่าตอนกลางปี ขณะที่นักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานพบว่าเรขาคณิตง่าย เมื่อรวมนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มพบว่าทัศนคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิตลดลงในครึ่งหลังของการเรียน

เฮ็นเดอร์สัน (Henderson. 1988 : 2571 - A) ได้ศึกษาความคิดทางเรขาคณิตและความยืดหยุ่นในการสอนเรขาคณิตของครูฝึกสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรเป็นครูฝึกสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาจำนวน 5 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างตามรูปแบบแวนฮีลีและวีดีโอที่ถ่ายบางส่วนขณะที่ครู 5 คนกำลังสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่ามีครู 1คน ที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 2 ถึงระดับ 3 มีครู 1คนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 3 ถึง 4 มีครู 1 คนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 5 ใน

ระหว่างการสอนครูฝึกสอนถามคำถามซึ่งทำให้นักเรียนคิดและตอบสนองได้ในระดับ 3 และระดับ 4

เคมป์ (Kemp. 1991 : 1148 – A) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของยูคลิดกับนักศึกษาหูหนวก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัย Gallaudet ซึ่งเป็นมหาวิทยาลัยที่สอนศิลปะศาสตร์สำหรับคนหูหนวกโดยเฉพาะในภาคการศึกษาฤดูใบไม้ร่วง ปีการศึกษา 1988 กลุ่มทดลองประกอบด้วยนักศึกษาหูหนวกจำนวน 114 คน ซึ่งลงทะเบียนในวิชาเรขาคณิตของยูคลิด ส่วนกลุ่มควบคุมประกอบด้วยนักศึกษาหูหนวกจำนวน 59 คน ซึ่งไม่ลงทะเบียนเรียนวิชายูคลิก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบของแวนฮีลีซึ่งนักศึกษาทั้งสองกลุ่มต้องทำก่อนและหลังการทดลองและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตซึ่งนักศึกษาที่อยู่ในกลุ่มทดลองต้องทำ ผลการวิจัยพบว่า ก่อนและหลังการทดลองนักศึกษาทั้งสองกลุ่มอย่างน้อยร้อยละ 70 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ระดับ 0 หลังการทดลองนักศึกษานักศึกษาทั้งสองกลุ่มประมาณร้อยละ 17 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ก่อนการทดลองระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มควบคุมสูงกว่าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่หลังการทดลองระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มควบคุมไม่สูงกว่าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ หลังการทดลองไม่มีนักศึกษาคนใดมีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 หรือระดับ 4

แม็คเคลิ่นดอน (Mcclendon. 1991 : 1539 – A) ได้ศึกษาการใช้รูปแบบของแวนฮีลีในการประเมินความเข้าใจความคิดทางเรขาคณิตของครูประถมศึกษาและปรับปรุงทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่สอนชั้นอนุบาลถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีและแบบวัดทัศคติซึ่งใช้วัดก่อนและหลังการทดลองทั้งในกลุ่มทดลองและกลุ่มเปรียบเทียบ ทดลองในขั้นการสอน 5 ขั้นตามรูปแบบแวนฮีลีเพื่อพัฒนากิจกรรมตามหัวข้อ ใช้เวลา 10 วัน ๆ ละ 6 ชั่วโมง กับกลุ่มทดลองผลการวิจัยพบว่า ครู 28 คนจากทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันก่อนการทดลอง แต่หลังการทดลองมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ทั้งในการวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตและการวัดทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิต กลุ่มทดลองมีระดับความคิดทางเรขาคณิตและทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิตก่อนและหลังการทดลอง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แตกต่างกัน ระดับความคิดทางเรขาคณิตและทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิตไม่มีความสัมพันธ์กัน กลุ่มทดลองมีความรู้ทางเรขาคณิตและทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิตเพิ่มขึ้น

แครอล (Carroll. 1998 : 188-197) ศึกษานักเรียนที่เรียนเรขาคณิตในหลักสูตรต่างกัน คือนักเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติในสหรัฐอเมริกากับนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำ วันในโครงการคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิกาโก (The University of Chicago School Mathematics Project 's (UCMSP) Everyday Mathematics Program) โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 5 หลักสูตรละ 4 ห้องเรียน นักเรียนเกรด 6 หลักสูตรละ 6 ห้องเรียนใช้แบบทดสอบที่ดัดแปลงมาจากแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG) เป็นแบบทดสอบ 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือกจำนวน 21 ข้อ แบ่งเป็น 3 ระดับ คือระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2 ระดับละ 7 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นแบบสอบสั้นและให้วาดรูปอีก 6 ข้อแบ่งเป็น 2 ระดับคือ ระดับ 3 และ4 ใช้เวลา 45 นาที ในเรื่อง รูปหลายเหลี่ยม การหาพื้นที่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม เส้นขนานการสมมาตร การหาค่ามุม โดยใช้เกณฑ์ผ่านตอนที่ 1 เป็น 5 ใน 7 ข้อ ตอนที่ 2 ใช้เกณฑ์ผ่านที่พิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญจากการให้เหตุผลตั้งแต่ระดับ 1 ถึง 5 ใช้การทดสอบในสัปดาห์ที่ 2 ของเดือนพฤศจิกายน และทดสอบสัปดาห์สุดท้ายของเดือน พฤษภาคม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตในหลักสูตร UCMSP มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีสูงกว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรเรขาคณิตปกติทุกระดับของนักเรียนทั้งเกรด 5 และ 6 จากงานวิจัยที่ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนดังกล่าวส่วนใหญ่พบว่าระดับความคิดนี้สามารถทำ นายผลการเรียนเรขาคณิตและความสามารถในการพิสูจน์ในระดับต่างๆ ได้อย่างดี หลักสูตรที่สนองกับระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีได้อย่างดีนั้นเป็นหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นใหม่ไม่ใช่หลักสูตรปกติ

จากงานวิจัยในประเทศและงานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับระดับการเรียนรู้เรขาคณิตตามแบบแวนฮีลี สรุปได้ว่า ทฤษฎีของแวนฮีลีสามารถใช้อธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับระดับขั้นของแวนฮีลีและเข้าใจในพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างชัดเจนว่า นักเรียนสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างไร และอะไรที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดพฤติกรรมหรือเกิดความก้าวหน้านั้น และพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับระดับขั้นของแวนฮีลีมีความสัมพันธ์กัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY