# บทที่ 2
# เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัย เรื่อง การศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามแบบแวน ฮีลีและปัจจัยที่เกี่ยวข้องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระเรขาคณิตระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3
2. การคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี
3. ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับการคิด
4. เกณฑ์การให้คะแนน
5. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   - 6.1 งานวิจัยในประเทศ
   - 6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

## หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สาระเรขาคณิตระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

**ความสำคัญ** (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551 : 1)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

**เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์**

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

**จำนวนและการดำเนินการ:** ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริงสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

**การวัด:** ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุเงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

**เรขาคณิต:** รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติ การนึกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

**พีชคณิต :** แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

**การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น:** การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติ และความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

**ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์:** การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**สาระและมาตรฐานการเรียนรู้**

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3** (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551 : 4-5) เมื่อผู้เรียนจบการเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้เรียนควรจะมีความสามารถ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรงอธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

5. สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟในการแก้ปัญหาได้

7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสมรวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มเหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจ ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง วิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 3 เรขาคณิต (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)**

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้กำหนดตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเรขาคณิตสาระที่ 3 เกี่ยวกับเรขาคณิต ดังนี้

มาตรฐาน 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ตัวชี้วัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3

1. สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต

2. สร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตและบอกขั้นตอนการสร้างโดยไม่เน้นการพิสูจน์

3. สืบเสาะ สังเกตและคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติทางเรขาคณิต

4. อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพที่กำหนดให้

5. ระบุภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า (Front view) ด้านข้าง (Side view) หรือ ด้านบน (Top view)ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้

6. วาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนให้

7. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มาตรฐาน 3.2 : ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model)ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัดชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3

1. ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

2. ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

3. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุนและนำไปใช้

4. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุนรูปต้นแบบและอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

5. ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

สรุป เรขาคณิตเป็นการสร้างพื้นฐานในการเชื่อมโยงความรู้ทางเรขาคณิตกับสาระต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ดังนั้น เรขาคณิตจึงเป็นสาระหนึ่งที่มีความสำคัญในกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์

## การคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี

### การคิดทางเรขาคณิต

ปัจจุบันความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์เราอย่างมาก เราใช้เรขาคณิตอธิบายสิ่งต่าง ๆ รอบตัว เช่น ใช้เรขาคณิตในการสำรวจพื้นที่ สร้างผังเมือง สร้างถนน สร้างสิ่งก่อสร้างต่าง ๆ เรขาคณิตช่วยพัฒนาทักษะที่สำคัญหลายประการ เช่น การคิด การให้เหตุผล การคิดสร้างสรรค์ ทักษะเชิงมิติสัมพันธ์ ซึ่งทักษะเหล่านี้เป็นพื้นฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆเช่น จำนวน การวัด ตลอดจนเนื้อหาคณิตศาสตร์ชั้นสูงต่อไป นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับแขนงอื่น ๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2554 : 57-58) จุดมุ่งหมายหลักของการเรียนการสอนเรขาคณิต มี 3 ประการดังนี้

ประการที่ 1 การฝึกให้เป็นคนมีเหตุมีผล การเรียนเรขาคณิตไม่ว่าจะเป็นการสำรวจหรือเริ่มต้นด้วยระบบสัจพจน์มักจะมีผลสืบเนื่องติดตามมาซึ่งไม่จำเป็นต้องสำรวจหรือตั้งระบบใหม่ เราสามารถพิสูจน์ผลสืบเนื่องนั้น เรขาคณิตนิยมใช้การพิสูจน์บนข้อมูลที่มีอยู่ซึ่งเป็นลักษณะที่ต้องการให้คนมีเหตุผลมากกว่าจะเชื่อโชคลาง หรือเดาสุ่ม นอกจากนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

พื้นฐานของการพิสูจน์เป็นรากฐานของการเรียนกฎหมาย ในการพิสูจน์นักเรียนต้องแยกแยะได้ว่าอะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผลที่ต้องพิสูจน์ ส่วนใดนำมาอ้างอิงได้ แค่เพียงแยกแยะเหตุผลออกได้เอง

ประการที่ 2 ฝึกความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สามารถมองโครงสร้างหรือรูปสำคัญออกจากรูปที่ซับซ้อน (Field Independent) หรือสามารถมองว่ารูปที่กำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งของอะไรบ้าง ตลอดจนการจินตนาการในเรื่องสมมาตรแบบต่าง ๆ ทั้งการเลื่อน การสะท้อน และการหมุน และรับรู้ความผิดปกติของรูป เช่น เขียนขอบแก้วทรงกระบอกเป็นลูกรักบี้ ไม่ว่าจะมองมุมใดเป็นไปไม่ได้ที่จะไม่พบความหักของโค้งบนระนาบ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์นี้หมายรวมถึงการกะประมาณด้วยการมองรูปหรือการสำรวจสเปซรอบ ๆ ตัวเรา เป็นเรื่องที่เด็กคุ้นเคย และให้ความสนใจตามธรรมชาติอยู่แล้ว เพียงแต่ขาดการชี้นำที่ดี ทำให้พัฒนาไม่ถึงขีดสุด และที่พบอยู่ในชีวิตจริงมักเป็นสิ่ง 3 มิติ

ประการที่ 3 มีพื้นฐานสำหรับการนำไปใช้ ทั้งด้านเทคโนโลยีทางวิทยาศาสตร์ กลศาสตร์แสง เสียง และวิศวกรรมศาสตร์ การออกแบบทั้งด้านสัญลักษณ์และเครื่องกล การสำรวจ สถาปัตยกรรม ช่างไม้ ช่างตัดเสื้อ การเดินเรือ เช่นโครงรูปสามเหลี่ยมเป็นโครงที่แข็งแรง ใช้ยึดเสากับโครงที่ยังไม่สำเร็จ โครงรูปสี่เหลี่ยมปรับเป็นรูปสามเหลี่ยมใช้ออกแบบคีมล็อค การใช้วงเวียนและสันตรงออกแบบรูปตราสัญลักษณ์ และตัวอักษร การใช้มุมในส่วนของวงกลม ช่วยให้เรือไม่เกยหินโสโครก โดยไม่ต้องแล่นให้ไกลฝั่งนัก เป็นต้น

จากเหตุผลดังกล่าว สรุปได้ว่าการคิดทางเรขาคณิต เป็นความสามารถด้านกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในตัวบุคคล เริ่มจากการรับรู้และระลึกถึงรูปลักษณะหรือรูปทรงภายนอก จากนั้นก็วิเคราะห์สมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น ๆ มาหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตลักษณะต่าง ๆ เพื่อหาข้อสรุปให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย

**ความเป็นมาของระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลี**

เอกสารและงานวิจัยที่กล่าวถึงความเป็นมาของรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele model) ได้แก่ เอกสารและงานวิจัยของ ครอว์เลย์ และเฟส์เกดเดสและทิสช์เลอร์และสิริพร ทิพย์คง (Crowley.1987. Fuys, Geddes&Tischler. 1988 : 1. สิริพร ทิพย์คง. 2546 : 91) ในการเรียนการสอนเรขาคณิต ปัญหาที่ครู นักจิตวิทยาและนักคณิตศาสตร์ศึกษาค้นพบและพยายามทำการแก้ไขคือ ปัญหาที่นักเรียนไม่เข้าใจในการเรียนเรขาคณิต ปีแอร์ และ ไดน่าแวนฮีลี สองสามีชาวเนเธอร์แลนด์ ซึ่งเป็นอาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่ง พวกเขาพบว่านักเรียนเรียนเรขาคณิตด้วยความยากลำบากโดยเฉพาะการเขียนพิสูจน์ ดังนั้น

พวกเขาจึงสร้างรูปแบบแวน ฮีลี (Van Hiele Model) ซึ่งเป็นแบบเกี่ยวกับการคิดทางเรขาคณิต เพื่อใช้ประเมินความสามารถของนักเรียนโดยวัดจากระดับการคิดทางเรขาคณิตและเสนอขั้นตอนการสอน 5 ขั้นตอน เพื่อพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปที่ระดับถัดไปโดย ปีแอร์ แวนฮีลีคิดค้นโครงสร้างของระดับการคิดทางเรขาคณิตและออกแบบขั้นตอนการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนเพิ่มความเข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิต ส่วนไดน่า แวน ฮีลี เป็นผู้พัฒนาบทเรียนการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางของแบบแล้วนำไปใช้กับนักเรียนจนได้ผลเป็นที่ยอมรับ ปีแอร์ และไดน่า แวนฮีลี จึงเสนอเป็นวิทยานิพนธ์ปริญญาเอกต่อมหาวิทยาลัยยูเทรชท์ ที่กำลังศึกษาอยู่ในปี ค.ศ.1954 และในปีต่อมาไดน่า แวนฮีลีได้เสียชีวิตลง ส่วนงานวิจัยของพวกเขาได้รับการเผยแพร่เป็นภาษาดัช ในปี ค.ศ.1957 ต่อมาประมาณปี ค.ศ.1960 – 1969 ประเทศรัสเซียได้ปรับปรุงหลักสูตรเรขาคณิตให้สอดคล้องกับแวน ฮีลี แต่ในประเทศอื่น ๆ งานวิจัยของปีแอร์ และไดน่า แวน ฮีลี ได้รับความสนใจไม่มากนักจนกระทั่งในปี ค.ศ.1973 ฮานส์ ฟรูเด็นแธล (Hans Freudenthal) ซึ่งเป็นอาจารย์ของปีแอร์ และไดน่า แวนฮีลี ที่มหาวิทยาลัยยูเทรชท์ ได้แปลผลงานของพวกเขาเป็นภาษาอังกฤษลงในหนังสือคณิตศาสตร์ดูประหนึ่งเรื่องที่ยากทางการศึกษา (Mathematics as an Educational Tasks) หลังจากนั้น ในปี ค.ศ.1970 – 1979 งานวิจัยของพวกเขาได้รับความสนใจเพิ่มมากขึ้นโดยเฉพาะในอเมริกาเหนือ ในระหว่างปี ค.ศ.1980 – 1989 ประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสนใจในการตีพิมพ์เกี่ยวกับรูปแบบแวน ฮีลี โดยในปี 1989 สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM) นำรูปแบบแวน ฮีลี ไปใช้โดยเน้นที่ความสำคัญของการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับและกิจกรรมการแก้ปัญหา

**ระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี**

NCTM (ชาญณรงค์ เฮียงราช. 2550) ได้ให้ข้อเสนอแนะใน Curriclum and Evaluation Standards for Mathematics ว่าการเรียนเรขาคณิตนักเรียนจะต้องเริ่มเรียนจากการรับรู้และระลึกถึงรูปลักษณะหรือรูปทรงภายนอก จากนั้นก็วิเคราะห์สมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น ๆ ต่อจากนั้นก็หาความสัมพันธ์ระหว่างเรขาคณิตลักษณะต่าง ๆ เพื่อหาข้อสรุปแล้วนำสมบัตินั้นไปใช้ในการให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) ต่อไป ข้อเสนอดังกล่าวเป็นแนวคิดที่สนับสนุนรูปแบบการคิดเชิงเรขาคณิตของแวน ฮีลี

แวน ฮีลี ได้กำหนดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1: การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization, or Recognition)

รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาตามรูปลักษณะทางกายภาพที่ปรากฏ นักเรียนสามารถบอกชื่อเปรียบเทียบและจัดกระทำกับรูปเรขาคณิต เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม มุม เส้นขนาน

ซึ่งไม่เกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น การคิดระดับนี้เป็นการคิดที่เกี่ยวกับข้องกับรูปร่าง การสร้าง ความหมายของรูปเรขาคณิตจะขึ้นอยู่กับการรับรู้จากการมองเห็น (Visual perception) ตัวอย่างเช่น

รูปลูกบาศก์มีลักษณะเหมือนกับกล่องหรือลูกเต๋า

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้ายยาว

เส้นขนานมีลักษณะเหมือนกับประตู

มุมคือจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม

แม้ว่าการรับรู้จากการมองเห็นจะมีบทบาทสำคัญและมีความจำเป็นต่อผลสัมฤทธิ์ทางเรขาคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหา แต่อย่างไรก็ตาม ความสามารถในการรับรู้จากการมองเห็นที่เหมาะสมก็ไม่ได้ประกันความสำเร็จในการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งในการแก้ปัญหานั้นอาจจะต้องใช้การคิดในระดับที่สูงขึ้น

**ตารางที่ 1** คำอธิบายระดับความคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนตามแบบแวน ฮีลี ในระดับที่ 1

| Level 1 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย) | Level 1 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responses) |
|---|---|
| 1. ระบุชื่อเป็นรายกรณีเกี่ยวกับรูปร่างโดยสิ่งที่มันปรากฏทั้งหมด | |
| a. รูปวาดง่าย ๆ ไม่สลับซับซ้อน,แผนภาพหรือแยกออกเป็นชุดหรือกลุ่ม | a. นักเรียนระบุชื่อรูปสี่เหลี่ยมในการจัดชุดแยกรูปสี่เหลี่ยมหรือการวาดรูป |
| b. การจัดวางที่แตกต่าง | b. นักเรียนชี้ประเด็นเกี่ยวกับมุม,รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า, และรูปสามเหลี่ยม |
| c. รูปร่างหรือองค์ประกอบที่สลับซับซ้อน | c. นักเรียนชี้ประเด็นเกี่ยวกับกับมุมที่เหมาะสมในรูปที่มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมคางหมู นักเรียนร่างภาพในตะแกรง ( เช่น มุม เส้นขนาน ขั้นบันได) |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 1 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย) | Level 1 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responses) |
|---|---|
| 2. การสร้าง การวาดหรือคัดลอกรูปร่าง | 2. นักเรียนสร้างรูปด้วย D-Stix เช่น สี่เหลี่ยมผืนผ้าและเส้นขนาน นักเรียนใช้แบบของกระเบื้องซึ่งแยกสามเหลี่ยมและคัดลอกแบบบนกระดาย(ชิ้นต่อชิ้น) |
| 3. ชื่อหรือรูปร่างของฉลาก และรูปร่างเรขาคณิตแบบอื่น ๆ และใช้มาตรฐานและ/หรือชื่อไม่มาตรฐาน และใช้ฉลากอย่างเหมาะสม | 3. นักเรียนชี้ประเด็นเกี่ยวกับมุมของรูปสามเหลี่ยมเรียกว่า “มุม (Corners)” นักเรียนเชื่อมโยงไปถึงมุมโดยสี(เช่น “มุมแดง (Red Angle)” หรือโดยสัญลักษณ์ของคำ เช่น “มุม A และ B ทำให้เกิดมุม C” |
| 4. เปรียบเทียบและชนิดของรูปร่างเกี่ยวกับส่วนสำคัญของสิ่งที่มันปรากฏทั้งหมด | 4. นักเรียนพูดว่า “one is a square, the other is a rectangle” หรือ “one is wider” เมื่อถูกถามเกี่ยวกับสิ่งที่พูดอะไรที่แตกต่างเกี่ยวกับการแยกรูปสี่เหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออก นักเรียนแยกประเภทสี่เหลี่ยมภายใน “สี่เหลี่ยม สี่เหลี่ยมผืนผ้า และอื่นๆ” เพราะ “ดูพวกมันมีลักษณะคล้ายกัน” |
| 5. เกี่ยวกับคำ, อธิบายรูปร่างโดยสิ่งที่มันปรากฏโดยทั้งหมด | 5. นักเรียนอธิบายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า “ดูเหมือน/คล้ายเป็นรูปสี่เหลี่ยม” หรือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังเช่น “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเอียง” หรือมุมดังเช่น “ คล้าย/เหมือนแขนทั้งสองข้างของนาฬิกา” |
| 6. แก้ปัญหาที่คุ้นเคยโดยกการกระทำโดยรูปร่างแตกต่างกันโดยการใช้รายละเอียดซึ่งประยุกต์ในกรณีทั่วไป | 6. นักเรียนใช้วิธีการทดสอบและการคลาดเคลื่อน (Trial-and-error Approach) เพื่อแก้ปริศนาแทนแกรมดังเช่นการทำสี่เหลี่ยมและชิ้นส่วนของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจากชิ้นของรูปสามเหลี่ยมเล็กสองรูป<br>นักเรียนตรวจสอบเกี่ยวกับด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ขนาดกันโดยใช้ D-stix วางบนขอบ นักเรียนใช้วัตถุโปร่งแสง “Angle Overlay” เพื่อวัดมุมทั้งสามของสี่เหลี่ยมผืนผ้า |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 1 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย) | Level 1 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responses) |
|---|---|
| | นักเรียนวางกระเบื้องสี่เหลี่ยมทีละนิดบนสี่เหลี่ยมผืนผ้าและนับกระเบื้องโดยหยิบออกจากพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า |
| 7.จำแนกส่วนของรูปร่าง<br>a.ไม่ได้วิเคราะห์รูปร่างโดยใช้องค์ประกอบ | 7a.นักเรียนจำแนกรูปสี่เหลี่ยมโดยสิ่งที่ปรากฏให้เห็นโดยภาพรวม แต่ไม่ได้ที่เรียนรู้โดยเกิดขึ้นเอง/เรียนรู้ตามธรรมชาติ |
| b.ไม่ได้คิดเกี่ยวกับรายละเอียดในการจัดกลุ่มลักษณะของรูปร่าง | 7b.นักเรียนชี้ไปที่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมและวัดเพื่อเช็คการเท่ากัน/เหมือนกันแต่ไม่ใช่กรณีทั่วไปที่ด้านจะเท่ากันสำหรับสี่เหลี่ยมทั้งหมด |
| c.ไม่ได้สร้างรูปร่างเป็นกรณีทั่วไปหรือใช้ภาษาที่สัมพันธ์/เชื่อมโยงกัน | 7c.นักเรียนไม่ได้เรียนรู้ด้วยตนเอง/เรียนรู้ตามธรรมชาติ "ทั้งหมด,บางส่วน,ทุกๆ,ไม่มีเลย," ดังนั้นคำขยายในการบอกไม่ว่าจะ หรือไม่ ทั้งหมด บางส่วน หรือไม่มีเลยประเภทบางอย่างเกี่ยวกับรูปร่างที่มีคุณสมบัติ/คุณลักษณะ |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ระดับที่ 2: การวิเคราะห์หรือการพรรณนารูปลักษณะ (Analysis, or Description)

รูปเรขาคณิตจะถูกพิจารณาถึงสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้นๆ การคิดในระดับนี้สมบัติเชิงเรขาคณิตจะถูกอธิบายในลักษณะเฉพาะ ซึ่งสมบัติแต่ละสมบัติจะถูกมองในลักษณะที่เป็นอิสระต่อกัน นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติเหล่านั้นได้ การวิเคราะห์มโนมติเชิงเรขาคณิตของนักเรียนจะเป็นผลมาจากการสังเกตและการทำการทดลอง โดยจะเริ่มจากการมองเห็นคุณลักษณะรูปเรขาคณิต นักเรียนบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีด้านเท่ากันสองด้าน มุมเท่ากันสองมุม และมีเส้นสมมาตร แต่นักเรียนไม่สามารถบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติแต่ละอย่างได้ นอกจากนี้นักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจในข้อสรุปหรือนิยามได้ ตัวอย่างเช่น

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปที่มีด้านยาวเท่ากันและมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่ด้านที่มีมุมสี่มุมเป็นมุมฉากและมีด้านขนานกันสองคู่

เส้นขนานคือเส้นตรงสองเส้นที่ห่างกันเป็นระยะทางเท่ากันและเมื่อลากไปเรื่อยๆจะไม่มีโอกาสพบกันหรือตัดกัน

**ตารางที่ 2** คำอธิบายระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน ตามแบบแวน ฮีลี ในระดับที่ 2

| Level 2 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย ) | Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responscs) |
|---|---|
| นักเรียน<br>1.จำแนกและทดสอบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบโดยรวมของรูปร่าง (ตัวอย่างเช่นความสอดคล้องกันของด้านที่ตรงข้ามกันของเส้นขนาน:ความสอดคล้องกันของมุมหลายมุมในรูปแบบการปูกระเบื้อง) | 1.ประเด็นของนักเรียนเกี่ยวกับด้านหรือมุมของรูปร่างและบันทึกที่เกิดขึ้นอย่างธรรมชาติดังเช่น "มันมีสี่เหลี่ยมและสี่ด้านที่เท่ากัน" |
| 2. ระลึกได้และใช้คำศัพท์ได้เหมาะสมสำหรับองค์ประกอบและความสัมพันธ์ (ตัวอย่างเช่น ด้านตรงข้าม มุมที่เหมือนกันมีความสอดคล้องกัน เส้นทแยงมุมแบ่งรูปอื่นออกเป็นสองส่วน) | 2. สังเกตนักเรียนสำหรับแทนแกรมที่เป็นเส้นขนาน "ด้านตรงข้ามกันขนานกันและเส้นอื่น ๆ ด้วย" การเช็คด้วย D-stix ซึ่งไม่พบด้านที่ไม่ขนานหรือจัดสรรพื้นที่ต่างเท่ากัน |
| 3a. เปรียบเทียบ 2 รูป การบันทึกความสัมพันธ์องค์ประกอบโดยรวมของพวกเขา | 3a. นักเรียนบอกว่าจะตัดสี่เหลี่ยมออกอย่างไรและสามเหลี่ยมคล้ายกันและแตกต่างกันทางด้านมุมและด้าน |
| 3b. แบ่งกลุ่ม รูปร่างในแนวทางที่แตกต่างกันตามคุณสมบัติที่ชัดเจน การรวมประเภทของตัวอย่างทั้งหมดของชั้นเรียนจากชั้นเรียนที่ไม่ใช่ตัวอย่าง | 3b. นักเรียนสร้างกฎของการจำแนกรูปสี่เหลี่ยมตัวอย่างเช่น การที่ได้บันทึกลงเลขกำกับมุมได้อย่างถูกต้อง หรือโดยลงเลขจำนวนด้านคู่ขนาน |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 2 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย ) | Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responscs) |
|---|---|
| 4a. ตีความและใช้คำพูดเพื่อการอธิบายรูปร่างในช่วงของรายละเอียดของมัน และใช้การอธิบายนี้เพื่อการวาด/การก่อเกิดรูปร่าง<br>4b. การตีความคำพูดคำกล่าวหรือสัญลักษณ์ของกฎและประยุกต์กฎ | 4a. นักเรียนอ่านรายละเอียดจากการ์ด “4 ด้าน” และ “ด้านทั้งหมดที่เท่ากัน” และพยายามวาดรูปร่างซึ่ง 2 รายละเอียด ซึ่งไม่เท่ากัน<br>4b. เมื่อแสดงรายละเอียดการ์ดสำหรับ “เห็นนักเรียนอธิบายสิ่งที่เห็นและใช้มันเพื่อแสดงมุมที่เท่ากันในแผ่นตะแกรง<br>นักเรียนสามารถอธิบายกฎของพื้นที่....<br>พื้นที่ = กว้าง x ยาว.... สำหรับสี่เหลี่ยมผืนผ้าและจำได้ประยุกต์ใช้ และไม่นำไปประยุกต์ |
| 5.การค้นพบรายละเอียดของรูปโดยทางประสบการณ์และรายละเอียดทั่วไปสำหรับรูปร่างที่เป็นหมู่,กลุ่ม | 5. หลังจากการระบายสี่มุมเท่ากันในตะแกรงที่เป็นสามเหลี่ยม นักเรียนอธิบาย “สามมุมของรูปสามเหลี่ยมมีความคล้ายกันดังเช่น มุม 3 มุม ที่ทำให้เกิดเส้นตรงและผลรวมของมุมในรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา” นักเรียนคิดงานที่ทำนี้สำหรับมุมสามเหลี่ยมอื่น ๆ และพยายามตรวจสอบนี้โดยการใช้ตะแกรงบนพื้นฐานรูปสามเหลี่ยมอื่น ๆ<br>หลังจากข้อเท็จจริงต่างๆของการวางรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันเข้าด้วยกันเพื่อประกอบเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นักเรียนพูดซึ่งคุณสามารถหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมโดยการสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและการทำให้พื้นที่แบ่งครึ่ง<br>จากกรณีเกี่ยวกับตัวเลขต่างๆนักเรียนค้นพบที่มุมด้านนอกของสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ผลรวมของมุมด้านนอกของสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ผลรวมของมุมสองมุมภายในที่ไม่อยู่ใกล้และเชื่อว่าแต่ละสามเหลี่ยมถูกต้อง |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 2 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย ) | Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responscs) |
|---|---|
| 6a. อธิบายหมู่,กลุ่มของรูปร่าง (ตัวอย่างเช่น เส้นขนาน) ในเทอมของรายละเอียดของรูปร่าง<br>6b. บอกรูปร่างของรูปคืออะไร บอกรายละเอียดที่ได้รับมาอย่างแน่นอน | 6a. นักเรียนอธิบายสี่เหลี่ยมข้ามทางโทรศัพท์เพื่อให้พูด " มันมี 4 ด้าน ทั้ง 4 มุม มีขนาดเท่ากันทั้งหมดและด้านตรงข้ามขนานกัน<br>6b. รายละเอียดที่ได้รับมาเป็นร่องรอยเกี่ยวกับรูปร่างนักเรียนบอกถึงรูปร่างจะต้องอยู่บนพื้นฐานของรายละเอียด |
| 7.จำแนกรายละเอียดซึ่งถูกใช้เป็นลักษณะเฉพาะของกลุ่มหนึ่งของรูปร่างที่ถูกประยุกต์ในการจัดกลุ่มอื่นๆและเปรียบเทียบกลุ่มของรูปเพื่อเป็นรายละเอียดของกลุ่มเหล่านั้น | 7.มีบันทึกไว้ว่าเส้นขนานมี "ด้านตรงข้ามกันขนานกัน"เพิ่มที่เกิดขึ้นเองโดยตัวนักเรียน "โอ้ สี่เหลี่ยมแบบนั้นและสี่เหลี่ยมมุมฉาก" การระบุกลุ่มของการแยกประเภทรูปสี่เหลี่ยม |
| 8.ค้นพบองค์ประกอบของกลุ่มที่มีไม่คุ้นเคยไม่ปกติรูปร่าง | 8.เบื้องหลังการทำให้ประเภทรูปสี่เหลี่ยมสมบูรณ์เกี่ยวกับรูปว่าวและไม่เป็นรูปว่าวนักเรียนค้นพบและแสดงรายละเอียดความคิดเป็นคำพูด |
| 9.แก้ปัญหาเรขาคณิตโดยใช้องค์ประกอบเกี่ยวกับรูปร่างหรือโดนการใช้วิธีการที่ชาญฉลาด | 9.เพื่อถูกถามให้หามุมในรูปภาพ "มีหลายมุมเพราะว่ามีรูปสามเหลี่ยมหลายรูป(ชี้ไปที่รูปสามเหลี่ยมและแต่ละรูปมี 3 มุม)<br>นักเรียนแก้ปัญหาโดยลากเส้นเชื่อมจากจุดศูนย์กลางของวงกลมของรัศมีสี่เหลี่ยมและลากเส้นเชื่อม 2 จุด ที่วงกลมซ้อนทับกัน นักเรียนมองเห็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนในแผนภาพและสังเกตเส้นตั้งฉากเพราะว่าเส้นเหล่านั้นเป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 360เพราะวางกระเบื้องที่มุม 4 มุมรอบ |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม วิทยานิพนธ์ งานวิจัย



| Level 2 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย) | Level 2 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responscs) |
|---|---|
| | จุด(นั่นคือ 360)เพราะสามารถแบ่งออกเป็นสามเหลี่ยม 2 รูป (180+180 = 360)<br>นักเรียนหาพื้นที่ของรูปใหม่โดยการแบ่งย่อย |
| 10. สร้างขึ้นมาและใช้การเป็นกรณีทั่วไปเกี่ยวกับองค์ประกอบและรูปร่าง ถูกแนะนำโดยครู/วัตถุหรือเกิดขึ้นเองโดยธรรมชาติด้วยตนเองและใช้ภาษาในการเชื่อมโยง | |
| a. ไม่อธิบายองค์ประกอบ รายละเอียดที่แน่นอนของรูปร่างที่มีความสัมพันธ์กันภายใน | 10a. นำเสนอแผนภาพตะแกรงเส้นขนาน นักเรียนไม่สามารถอธิบายแนวคิดเป็นอย่างไร “มุมที่ตรงข้ามเท่ากัน” ติดตามจาก “ด้านตรงข้ามขนานกัน” |
| b. ไม่สามารถสร้างและใช้นิยามที่เป็นทางการ | 10b. เมื่อถูกถามที่นิยามเส้นขนานนักเรียนแจกแจงรายละเอียดมากมายแต่ไม่ได้ระบุเอกลักษณ์กลุ่ม สิ่งที่จำเป็นหรือกลุ่มของรายละเอียดที่พอเพียง เต็มที่ |
| c. ไม่อธิบายความสัมพันธ์กลุ่มย่อย ๆ มากกว่าการตรวจสอบโดยเฉพาะตัวอย่างที่กำหนดให้ไม่เห็นด้วยกับรายละเอียดที่แจกแจงไว้ | 10c. หลังจากที่นักเรียนได้แจกแจงรายละเอียดของสมาชิกของครอบครัวที่เท่ากันนักเรียนไม่สามารถอธิบายว่าทำไม “สี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมดเป็นด้านขนาน” หรือทำไม “สี่เหลี่ยมทั้งหมดเป็นรูปว่าว” |
| d. ไม่พบเห็นความต้องการเพื่อการพิสูจน์หรือการอธิบายเชิงตรรกะของการค้นพบที่เป็นกรณีทั่วไปที่ได้จากประสบการณ์และไม่ใช่เชื่อมโยงกับภาษา ( ตัวอย่างเช่น ถ้า...ดังนั้น เพราะว่า)อย่างถูกต้อง | 10d. หลักจากการค้นพบหลักการซึ่งผลรวมมุมภายในรูปสามเหลี่ยม คือ 180 โดยการระบายสีมุมสามเหลี่ยมในตะแกรงหรือโดยการวัดนักเรียนไม่พบเห็นความต้องการเลยสำหรับการให้ข้ออ้างอิงแบบนิรนัยเพื่อนำเสนอว่าทำไมหลักการเป็นเหตุเป็นผล |

213931

ระดับที่ 3: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal Deduction or Ordering)

ความคิดในระดับนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงหรือสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติที่ได้ค้นพบอย่างมีเหตุผล สมบัติเหล่านี้จะถูกนำมาจัดลำดับความสัมพันธ์ เช่น ในสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ข้อความจริงเกี่ยวกับด้านเท่ากันสองด้าน ซึ่งจะมีผลทำให้มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่เท่ากันจะเท่ากันด้วย นอกจากนี้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับวงศ์ (Class) ของรูปเรขาคณิต กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตแต่ละชนิด เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน และนอกจากนี้นักเรียนยังสามารถให้คำจำกัดความอย่างมีความหมาย แต่อย่างไรก็ตาม นักเรียนยังไม่เข้าใจการให้เหตุผลเชิงนิรนัยทั้งหมดหรือเข้าใจบทบาทของสิ่งที่เห็นจริงแล้ว (Axiom) การให้เหตุผลเชิงนิรนัยในระดับนี้เป็นการให้เหตุผลโดยในรูปของผลลัพธ์ที่เกิดจากการปฏิบัติ ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการพัฒนาไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผนในลำดับต่อไป ตัวอย่างเช่น

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากชนิดหนึ่ง

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน แต่ไม่ใช่สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่แท้จริง เนื่องจากมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนไม่มีมุมใดมีขนาด 90 องศา

**ตารางที่ 3** คำอธิบายระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน ตามแบบแวน ฮีลี ในระดับที่ 3

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 3 ข้อบ่งชี้<br>( Descriptors : คำอธิบาย ) | Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>( Sample Student Responses ) |
|---|---|
| นักเรียน<br>1a. เอกลักษณ์ของกลุ่มที่มีรายละเอียดที่แตกต่างซึ่งลักษณะเฉพาะของกลุ่มเกี่ยวกับรูปร่างและตัวทดสอบซึ่งพวกเขาพอใจ | 1a. นักเรียนเลือกรายละเอียดซึ่งลักษณะพิเศษของกลุ่มเกี่ยวกับกลุ่มรูป ( ตัวอย่างเช่น สี่เหลี่ยม สี่เหลี่ยมด้านขนาน และทดสอบโดยการวาดหรือการสร้างด้วย D-stix ที่มีรายละเอียดเหล่านั้นพอเพียง |

| Level 3 ข้อบ่งชี้<br>( Descriptors : คำอธิบาย ) | Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>( Sample Student Responses ) |
|---|---|
| | นักเรียนอธิบายรายละเอียดความแตกต่างของ 2 กลุ่ม สามารถเลือกลักษณะเฉพาะของสี่เหลี่ยมด้านขนานอื่นๆ " 4 ด้าน" และ " ด้านที่ตรงข้ามเป็นด้านขนาน" หรือ "4 ด้าน" และด้านตรงข้ามเท่ากัน" |
| 1b. เอกลักษณ์กลุ่มที่ต่ำสุดของรายละเอียดซึ่งมีรูปร่างที่มีรูปร่างลักษณะเฉพาะ | 1b. ในการอธิบายสี่เหลี่ยมเพื่อเป็นเพื่อนกันนักเรียนเลือกจากการแจกแจงรายละเอียด 2 – 3 องค์ประกอบด้วยนั้น เพื่อนๆ ควรจะทำให้รู้ร่างเป็นสี่เหลี่ยม |
| 1c. สร้างและให้นิยามสำหรับกลุ่มของรูปร่าง | 1c. นักเรียนสร้างนิยามของว่าวและใช้มันเพื่ออธิบายว่าทำไมรูปนั้นเป็นรูปว่าวหรือไม่เป็นรูปว่าว |
| 2. ให้ข้อถกเถียงที่เป็นทางการ ( การใช้แผนภาพ,แยกรูปออกที่มีรูปผสมกันอยู่หรือสื่ออื่นๆ ) | |
| 2a. ทำการสรุปจากข้อมูลที่ได้รับ ตัดสินบทสรุปโดยการใช้ความสัมพันธ์เชิงตรรกะ | 2a. นักเรียนสรุปซึ่ง " ถ้ามุม A = มุม B และมุม C = มุม B ดังนั้นมุม A = มุม C เพราะว่ามันก็เท่ากันมุม B เมื่อถูกถามให้อธิบายว่าทำไมมุม A = มุม B ในตะแกรงสามเหลี่ยมนักเรียนพูดว่า " เส้นขนานกันและนี้เป็นสิ่งที่เห็น (ชี้ไปที่รูป ) ดังนั้นมุม A เท่ากันกับ มุม B จากการเห็น |
| b. อันดับกลุ่มของรูปร่าง | 2b. นักเรียนตอบสนองคำถามที่ว่าสามเหลี่ยมสี่เหลี่ยมด้านขนาน? โดยการอธิบาย "ใช่ เพราะว่าพวกเขามีรายละเอียดพิเศษของมุมขวา" นักเรียนใช้รายละเอียดเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของว่าวและรูปสี่เหลี่ยมเพื่ออธิบายว่าทำไมรูปสี่เหลี่ยมคือรูปว่าวแต่ไม่รูปว่าวทั้งหมดที่เป็นสี่เหลี่ยม |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 3 ข้อบ่งชี้<br>( Descriptors : คำอธิบาย ) | Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>( Sample Student Responses ) |
|---|---|
| c. จัดอันดับ 2 องค์ประกอบ | 2c. ได้รับรายการขององค์ประกอบของสี่เหลี่ยม นักเรียนพูด "ไม่จำเป็นที่ด้านตรงข้ามเท่ากันเพราะมันแน่นอนอยู่แล้วที่ด้านทั้งสี่เท่ากัน" การให้รูปที่ไม่เกี่ยวกับกฎ สำหรับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมขวาจากกฎสำหรับสี่เหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนสรุปโดยการสร้างครอบครัวต้นไม้และการอธิบาย "คุณจำต้องคิด (กฎของสีเหลี่ยมมุมฉาก) ก่อสิ่งหนึ่ง ( กฎสามเหลี่ยม)" |
| d. ค้นพบรายละเอียดใหม่โดยอนุมาน | 2d. นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับ 2 มุมแหลมในแต่ละมุมขวาเพิ่ม 90 เพราะว่า "180 ลบมุมขวา 90 และนั่นเป็นมุมขวาเป็นอะไรใน 2 มุมแหลม" นักเรียนอนุมานจากผลรวมของแต่ละมุมที่ต้องเท่ากับ 360 "เพราะว่าเท่ากันจึงสามารถตัดมุมสามเหลี่ยม 2 รูป ดังนั้น 180 เป็น 360" เมื่อถูกถามเมื่อความน่าจะเป็นที่จะเกิด 4 x 180 =720 สำหรับผลรวมของมุมถ้ามันเท่ากัน คือ ถูกแบ่งออกเป็นสามเหลี่ยม 4 รูป ภายในสี่เหลี่ยม ( ดังรูปที่แสดง นักเรียนอธิบาย คือ "ไม่มุมภายในนั้นแต่ละส่วนของมุมไม่เท่ากัน ดังนั้นถ้าคุณทำ 4 x 180 คุณมีแนวทางที่ทำให้เกิดมุมพิเศษเกิดมุมพิเศษเกิดขึ้นตรงกลางและทำให้ 720 – 360 หรือ 360 เหมาะสมกว่าก่อนหน้า<br>นักเรียนค้นพบเกี่ยวกับผลรวมของมุมสำหรับ Pentagon (รูป 5 เหลี่ยม) เป็น 540 โดยการแบ่งมุมภายในให้เท่ากัน (360) และสามเหลี่ยม(180) และพูด |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 3 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย) | Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responses) |
|---|---|
| e. ทำให้องค์ประกอบในบ้านต้นไม้มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน | เกี่ยวกับงานที่ทำนี้เป็นงานสำหรับรูปสามเหลี่ยม 5 รูป<br>2e. นักเรียนเตรียมการรายละเอียดการ์ดเพื่อก่อให้เกิดต้นไม้แห่งพันธ์กรรมศาสตร์เพื่อนำเสนอ “ซึ่งตกทอดกันมา” (พันธุกรรม)ต้นไม้แห่งพันธ์กรรมศาสตร์เพื่อนำเสนอ “ซึ่งตกทอดกันมา” (พันธุกรรม) ความสัมพันธ์ ... นั่นคือ นักเรียนอธิบายเกิดอย่างไรนั่นคือ นักเรียนอธิบายเกิดอย่างไร “ เห็น” และ “ เส้นตรง = 180” และเป็นผู้นำอย่างไรเพื่อให้เกิด “ผลรวมของมุมที่เท่ากันคือ 360”<br>นักเรียนบอกกฎของพื้นที่สำหรับแผนภาพเส้นขนานเป็นอย่างไรที่สามารถมีแหล่งที่มาจากกฎพื้นที่สำหรับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและวางสิ่งนี้ในครอบครัวต้นไม้ |
| 3. ให้ข้อถกเถียงเชิงอนุมานที่ไม่เป็นทางการ | |
| a. ติดตามข้อถกเถียงแบบอนุมานและสามารถสนับสนุนแต่ละส่วนของข้อถกเถียง | 3a. นักเรียนให้เหตุผลสำหรับขั้นตอนในการพิสูจน์ ซึ่งผลรวมของมุมสามเหลี่ยมที่เท่ากัน = 180 ดังที่ผู้สัมภาษณ์แนะนำวิธีคิดให้นักเรียนในการพิสูจน์ |
| b. ทำสรุปหรือตัวแปรของข้อถกเถียงเชิงอนุมาน | 3b. นักเรียนได้รับตะแกรงสี่เหลี่ยมด้านขนานและถูกตามให้การอธิบายแบบตรรกยะว่าทำไม “มุมตรงข้ามเป็นมุมที่สอดคล้องกัน” นักเรียนไม่สามารถให้การอธิบาย ด้วยตัวของเราแต่ติดตามสิ่งที่แต่ละคนได้รับโดยผู้สัมภาษณ์สำหรับมุม A = มุม C<br>ดังนั้นนักเรียนสรุปการอธิบายด้วยคำของพวกเขาและอธิบายด้วยว่าทำไมมุม B = มุม D |

มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 3 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย) | Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responses) |
|---|---|
| c.ให้ประเด็นถกเถียงเชิงอนุมานของตนเอง | ผู้สัมภาษณ์สนับสนุนให้นักเรียนในการอธิบายเชิงอนุมานเกี่ยวกับทำไมมุมภายนอกของสามเหลี่ยม(มุมX) เท่ากับมุม P + มุมQ นักเรียนสรุปประเด็นนี้และ (ตัวอย่างมุม Y = มุม R + มุม S ทำให้ประเด็นนี้หลากหลายสมบูรณ์ด้วยตัวเขาเอง<br>3c.นักเรียนอธิบายด้วยด้วยตนเองสำหรับ "มุมตรงข้ามของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่เท่ากัน"<br>นักเรียนตัดสินว่าทำไมพื้นที่ของสามเหลี่ยมขวาเป็น $\frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ ความสูง โดยการอธิบายรูปสามเหลี่ยม 2 รูป ที่สอดคล้องกันทำให้เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก "ถ้าคุณวางสามเหลี่ยม 2 รูปเหมือนกันไว้ด้วยกันคุณจะได้ด้านตรงข้ามที่เท่ากัน(ตั้งแต่สามเหลี่ยมที่มีขนาดเหมือนกัน) มุมB และ D เป็นมุมขวาในสามเหลี่ยมขวา มุมA และC เป็นมุมขวาด้วยเพราะในสามเหลี่ยมขวาเป็นมุม 2 มุมที่เล็กกว่าที่ทำให้เป็น 90 มุม 2 มุมเป็นมุม X ที่คล้ายกัน ดังเช่นมุม Y และ Z ที่เพิ่มขึ้นเป็น 90 ดังนั้นรูปร่างต้องเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก" |
| 4.ให้การอธิบายมากกว่าหนึ่งๆเพื่อพิสูจน์บางสิ่งและตัดสินการอธิบายนี้โดยการใช้แผนผังต้นไม้ | 4.นักเรียนอธิบายความแตกต่างไว้ 2 อย่าง ทำไมผลรวมมุมมองสามเหลี่ยมเท่ากัน 180 อื่น ๆ โดยพูด ถึง 2 ประเด็นหรือโดยการพูดและขั้นบันได 2 แนวทางนี้ถูกนำเสนอโดย 2 แผนผังต้นไม้ที่แตกต่างกัน<br><br>นักเรียนอธิบายผลรวมมุมของรูป 5 เหลี่ยมที่เท่ากันเท่ากับ 540 โดยการแบ่งภายในเป็นรูปสามเหลี่ยม 3 รูป (3x180) หรือโดยการแบ่งมันภายในรูปสี่เหลี่ยมและรูปสามเหลี่ยม(360 +180) และการนำเสนอแต่ละวิธีโดยแผนผังต้นไม้ |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 3 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย) | Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responses) |
|---|---|
| 5.การยอมรับอย่างไม่เป็นทางการแตกต่างระหว่างรายการและที่ตรงกันข้ามของมัน | 5.ในการอภิปรายกันของสิ่งที่เห็นและขั้นบันไดนักเรียนค้นพบนั่นคือ “โอ้ ถ้ามุมที่สร้างขึ้นเท่ากันดังนั้นเส้นจึงเป็นเส้นขนาน” และ “โอ้ เดี๋ยวนี้ถ้าเส้นเป็นเส้นขนานดังนั้นมุมก็เท่ากัน” เมื่อถูกถามถึงสิ่งนี้เป็นรายการที่เหมือนกัน นักเรียนเข้าใจ “ไม่เริ่มแรกคุณเริ่มด้านเส้นขนานและทำให้มุมเท่ากัน และอะไรอื่นที่คุณทำตรงข้ามกัน |
| 6.เอกลักษณ์และใช้ยุทธวิธีหรือการให้เหตุผลเพื่อให้เข้าใจวิธีการแก้ปัญหาอย่างลึกซึ้ง | 6.การได้รับปัญหาซึ่ง M เป็นจุดที่ตรงกลางของ AB ในสามเหลี่ยม ABC และ MTเป็นเส้นขนานกัน BCหาสัดส่วนของ MT ไปสู่BC นักเรียนใช้ยุทธวิธีของขั้นบันไดเพื่อให้มุมสอดคล้องกันและดังนั้นเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนั้นตั้งแต่ AM:AB คือ 1:2 ดังนั้น MT:BC เป็น 1:2<br>ให้วงกลม 2วง ซ้อนทับกันไม่ใช่รัศมีด้วยกันและคอร์ด AB ร่วมกันแสดงให้เห็นว่า AB ตั้งฉากกับ CD นักเรียนพิสูจน์นี้โดยการยอมรับ ADBC ต้องเป็นรูปว่าวและดังนั้นเกี่ยวกับการตั้งฉากของเส้นทแยงมุมของมันทำให้ AB ตั้งฉากกับ CD |
| 7. การจำบทบาทของข้อถกเถียงเชิงอนุมานและวิธีการเข้าถึงปัญหาในวิธีการกระทำเชิงอนุมาน | 7. นักเรียนจำกฎของการอธิบายตรรกะหรือการแสดงความคิดเห็นเชิงอนุมานในการอธิบายข้อเท็จจริง ( ตรงข้ามกับการอุปนัย โดยหาข้อสรุปจากสิ่งที่สังเกตได้วิธีการที่ได้จากประสบการณ์)และพูด(หลังจากชี้แจงให้การอธิบายเชิงตรรกะ) “ ฉันรู้ว่าผลรวมของมุมสำหรับทุกๆรูปห้าเหลี่ยมเป็น 540 และฉันไม่ได้วัด” อย่างไรก็ตามนักเรียนยังคงมีประสบการณ์ “ Proof’ ในความหมายในเชิงสัจพจน์ ( ตัวอย่างการใช้ข้อสันนิษฐานสัจพจน์ คำนิยาม ) และดังนั้นเป็นความไม่มั่นใจ เมื่อถูก |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 3 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย) | Level 3 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responses) |
|---|---|
| | ถามเกี่ยวกับความเป็นไปได้ " ความเป็นมา" เพื่อให้เห็นความเป็นมาของขั้นตอน |

ระดับที่ 4: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal Deduction)

นักเรียนสามารถนำเอาทฤษฎีต่างๆมาใช้ในการพิสูจน์และให้เหตุผลและสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถพิสูจน์ด้วยวิธีการที่หลากหลายและมีความเข้าใจเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ระหว่างเงื่อนไขหรือทฤษฎีที่จำเป็นและเหมาะสมในการพิสูจน์เรขาคณิต นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถแยกแยะและมีความเข้าใจในความแตกต่างระหว่างทฤษฎีกับทฤษฎีบทกลับ การคิดเชิงเรขาคณิตในระดับนี้เป็นระดับที่คาดหวังว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาจะต้องมี ตัวอย่างคำบรรยายของนักเรียน

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีคู่ด้านที่ติดกันเท่ากัน

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งมีมุมเป็นมุมฉาก

**ตารางที่ 4** คำอธิบายระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน ตามแบบแวน ฮีลี ในระดับที่ 4

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| Level 4 ข้อบ่งชี้<br>( Descriptors : คำอธิบาย ) | Level 4 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>( Sample Student Responses ) |
|---|---|
| นักเรียน | Note : การศึกษานี้ไม่ได้ออกแบบที่ประกอบด้วย In-depth Investigation ของการใช้ชนิดการคิดของ Levels ของนักเรียนอย่างไรก็ตาม |
| 1. ความจำที่ไม่ถูกนิยามในเทอมของนิยามและสมมติฐานพื้นฐาน ( ตัวอย่างเช่น สัจพจน์ ) | 1.นักเรียนให้ตัวอย่างสัจพจน์ สมมติฐานหลักฐานและทฤษฎีของเรขาคณิตยูคลิดในระนาบ และอธิบายความสัมพันธ์ (เชื่อมโยงของพวกเขาเป็นอย่างไร) |
| 2. ความจำลักษณะเฉพาะของคำนิยมที่เป็นทางการ(ตัวอย่างเช่นเงื่อนไขที่จำเป็นและพอเพียง)และมีความเป็น | 2.นักเรียนจำแนกองค์ประกอบให้เพียงพอสำหรับการนิยามรูปร่าง(ตัวอย่างเช่นสี่เหลี่ยมด้านขนาน)และมาจากองค์ประกอบอื่นจากสิ่งที่พอเพียงนักเรียนพิสูจน์ |

| Level 4 ข้อบ่งชี้<br>( Descriptors : คำอธิบาย ) | Level 4 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>( Sample Student Responses ) |
|---|---|
| สัดส่วนของนิยาม | องค์ประกอบ 2 ชุด ที่มีสัดส่วนเท่ากันเพื่อการนิยามรูปร่าง(ตัวอย่างเช่นสี่เหลี่ยมด้านขนาน) |
| 3. พิสูจน์ความสัมพันธ์ของสัจพจน์ซึ่งถูกอธิบายอย่างเป็นทางการใน level 3 | 3.นักเรียนพิสูจน์ผลรวมของมุมของสามเหลี่ยมด้านเท่า =180 โดยใช้วิธีการที่เป็นทางการ(ตัวอย่างเช่น การใช้คุณสมบัติการขนาน Saws and Ladders และทฤษฎีการบวกมุม) |
| 4. พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีและข้อความที่สัมพันธ์กัน(ตัวอย่างเช่น Converse Inverse Contrapositive) | 4.นักเรียนพิสูจน์เกี่ยวกับสามเหลี่ยมที่เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมที่ Congruent และ Conversely ใช้การพิสูจน์โดยวิธีการที่ตรงข้ามกันนักเรียนพิสูจน์จุดกึ่งกลางของสามเหลี่ยมไม่แบ่งสิ่งอื่นๆ ออกเป็น 2 ส่วน |
| 5. แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ภายในเครือข่ายกันของทฤษฎีโดยรวมทั้งหมด | 5.นักเรียนจำบทบาทของการเห็นและลำดับขั้นในทฤษฎีที่หลากหลายที่ประกอบด้วยองค์ประกอบของรูปสี่เหลี่ยมและกฎของพื้นที่ผิว |
| 8. บรรยายหลักการโดยทั่วไปซึ่งทฤษฎีที่หลากหลายรวมเป็นหนึ่งเดียว | 8. นักเรียนพิสูจน์ความสัมพันธ์สำหรับพื้นผิวของรูปร่าง จุดยอดที่อยู่บนเส้นขนาน 2 เส้น<br>พื้นที่ = Midline x สูง |
| 9. สร้างสรรค์การพิสูจน์จากชุดของสัจพจน์เป็นประจำโดยง่าย ๆ โดยการใช้รูปแบบเพื่อสนับสนุนข้อคิดเห็น | 9. นักเรียนทำการพิสูจน์ทฤษฎีในรูปเรขาคณิตแบบมีขอบเขตจำกัด |
| 10. ทำการอนุมานข้อคิดเห็นอย่างเป็นทางการแต่ไม่ได้สืบค้นสัจพจน์ด้วยตัวของเขาเองหรือเปรียบเทียบระบบสัจพจน์ | 10. นักเรียนไม่ตรวจสอบความเป็นอิสระ ความสอดคล้องหรือความสมบูรณ์ของชุดสัจพจน์ |

ระดับที่ 5: การเป็นนามธรรม (Rigor)

เป็นระดับที่นักเรียนสามารถสร้าง วิเคราะห์และเปรียบเทียบทฤษฎีทางเรขาคณิตในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เรขาคณิตจะถูกมองในรูปของความเป็นนามธรรม เช่น ถ้าสัจพจน์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่เกี่ยวกับความขนานกันระบุว่าเส้นขนานทั้งสองเส้นไปพบกันที่อนันต์ นักเรียนสามารถนำไปใช้อย่างมีเหตุผล

**ตารางที่ 5** คำอธิบายระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี และตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน ตามแบบแวน ฮีลี ในระดับที่ 5

| Level 5 ข้อบ่งชี้<br>(Descriptors : คำอธิบาย) | Level 5 ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียน<br>(Sample Student Responses) |
|---|---|
| 1. อธิบายทฤษฎีอย่างเป็นระบบในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน (ตัวอย่างทฤษฎีรากฐานของเรขาคณิตวิธีการของ Hilbert)<br>2. เปรียบเทียบระบบสัจพจน์ (ตัวอย่างเช่น ยูคลิเดียนและเรขาคณิต นัน-ยูคลิเดียน) สำรวจอย่างเป็นธรรมชาติเกี่ยวกับการเปลี่ยนระบบสัจพจน์มีผลกระทบกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิตอย่างไร<br>3. บรรยายความสอดคล้องของชุดของสัจพจน์ ความเป็นอิสระของสัจพจน์และความสมดุลของชุดของสัจพจน์ที่แตกต่างกัน สร้างสรรค์ระบบสัจพจน์สำหรับเรขาคณิต<br>4. สร้างวิธีการแบบกรณีทั่วไปสำหรับแก้ปัญหาในชั้นเรียน<br>5. ค้นหาสำหรับบริบทที่ทำให้กว้างขวางมากที่สุดซึ่งทฤษฎีทางคณิตศาสตร์/หลักการในการประยุกต์ใช้<br>6. ศึกษาอย่างลึกซึ้งของเนื้อหาสาระที่เป็นตรรกะเพื่อพัฒนาความเข้าใจลึกซึ้งใหม่ ๆ และการเข้าถึงข้อสรุปเชิงตรรกศาสตร์ | |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

**การกำหนดหมายเลขประจำระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี**

จากการที่แวน ฮีลี กำหนดระดับการคิดทางเรขาคณิตทั้ง 5 ระดับนั้น มีนักวิจัยนำไปศึกษากับนักเรียนอย่างกว้างขวางและแพร่หลาย ทำให้การกำหนดหมายเลขประจำระดับความคิดมีการเปลี่ยนแปลงตามเหตุผลที่นักวิจัยพบจากผลการวิจัยและการให้เหตุผลที่แตกต่างกัน จึงมีการกำหนดหมายเลขประจำระดับการคิด 3 แบบดังนี้

แบบที่ 1 เป็นแบบเดิมที่แวน ฮีลีกำหนด คือให้หมายเลข 0 – 4 กำหนดระดับความคิดทั้ง 5 ระดับ (Crowley.1987) คือ

หมายเลข 0 หมายถึง ระดับการคิดขั้นพื้นฐาน ขั้นการมองเห็นภาพ (Visualization)

หมายเลข 1 หมายถึง ระดับการคิดขั้นวิเคราะห์ (Analysis)

หมายเลข 2 หมายถึง ระดับการคิดขั้นการสรุปที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

หมายเลข 3 หมายถึง ระดับการคิดขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน(Formal Deduction)

หมายเลข 4 หมายถึง ระดับการคิดขั้นขั้นสูงสุด (Rigor)

แบบที่ 2 ใช้หมายเลข 1 ถึง 5 กำหนดระดับความคิดทั้ง 5 ระดับ (Clements and Battista. 1992: 427. Musser and Buger. 1989 : 409 – 411) ดังนี้

หมายเลข 1 หมายถึง ระดับการคิดขั้นการมองเห็นภาพ (Visual)

หมายเลข 2 หมายถึง ระดับการคิดขั้นการวิเคราะห์และการพรรณนา (Analytic/Discriptive)

หมายเลข 3 หมายถึง ระดับการคิดขั้นให้ความสัมพันธ์ (Relational/Abstract)

หมายเลข 4 หมายถึง ระดับการรคิดขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction)

หมายเลข 5 หมายถึง ระดับการคิดขั้นขั้นสูงสุด (Rigor)

แบบที่ 3 เป็นแบบที่มีการเพิ่มระดับความคิดเป็น 6 ระดับ เนื่องจากเฟย์ และคณะ (Fuys et al. 1988) ศึกษาระดับความคิดนี้กับนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนหนึ่งมีระดับความคิดไม่ถึงขั้นการมองเห็นภาพแต่ก็มีความคิดระดับหนึ่งของตนเอง ซึ่งงานวิจัยนี้ตรงกับงานวิจัยของยูซิสกิน(1982) และงานวิจัยของ เมย์เบอร์รี่(1983) เฟย์จึงกำหนดระดับความสามารถขึ้นมาอีก 1 ระดับเป็นระดับ 0 คือระดับก่อนการมองเห็นภาพ ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หมายเลข 0 หมายถึง ระดับการคิดขั้นการจำได้ (Pre – recognition) ความคิดในระดับนี้ นักเรียนจำรูปร่างภายนอกได้ บอกความแตกต่างระหว่างเส้นตรงกับเส้นโค้งได้บอกความแตกต่างระหว่างรูปวงกลมกับรูปสี่เหลี่ยมได้ สามารถสร้างภาพลักษณ์จากสิ่งที่พบเห็นขึ้นใหม่ได้ เป็นภาพที่เกิดจากการสัมผัส จากการวินิจฉัยของตนเองและจากประสบการณ์เดิมที่มีมาก่อน

หมายเลข 1 หมายถึง ระดับการคิดขั้นการมองเห็นภาพ (Visual)

หมายเลข 2 หมายถึง ระดับการคิดขั้นการวิเคราะห์ (Analytic)

หมายเลข 3 หมายถึง ระดับการคิดขั้นให้ความสัมพันธ์ (Relational)

หมายเลข 4 หมายถึง ระดับการคิดขั้นการสรุปที่เป็นแบบแผน(Formal Deduction)

หมายเลข 5 หมายถึง ระดับการคิดขั้นขั้นสูงสุด ( Rigor )

ในงานวิจัยฉบับนี้ใช้ระดับการคิดเรขาคณิตในแบบที่ 2 ใช้หมายเลข 1 ถึง 5 กำหนดระดับความคิดทั้ง 5 ระดับ

**สมบัติของระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี**

ระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลีมีสมบัติดังนี้ (Crowley. 1987 : 4 – 6)

1. การมีลำดับ (Sequential) หมายถึง การพัฒนาที่มีลำดับขั้นตอนตามลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูง จะสามารถพัฒนาที่มีลำดับจากระดับความคิดในระดับต่ำไปยังระดับสูงได้ต้องศึกษาในระดับความคิดในระดับที่ต่ำกว่าให้มีคุณภาพเพียงพอ หมายถึงมีการพัฒนาเป็นลำดับขั้นตอนจากระดับ n ต้องผ่านระดับ n – 1 ก่อน

2. สิ่งที่ยังไม่ชัดเจนในระดับหนึ่งจะชัดแจ้งในระดับถัดไป (Intrinsic and Extrinsic) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำกว่าจะรู้เรื่องราวต่าง ๆ ได้อย่างชัดแจ้งในระดับที่สูงขึ้นจากการวิเคราะห์และศึกษาสมบัติของรูป

3. การมีภาษาประจำระดับ (Linguistics) หมายถึง ในแต่ละระดับความคิดจะมีภาษาที่มีความสัมพันธ์กับการคิดในระดับนั้นโดยตรง ซึ่งอาจขัดแย้งกับอีกระดับหนึ่งได้ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ผู้ที่มีระดับความคิดต่างกันจะให้เหตุผลและใช้ภาษาแตกต่าง แต่เป็นพื้นฐานต่อกันได้ ดังนั้นภาษาจึงเป็นตัวบอกระดับความคิด

4. การมีพัฒนาการความก้าวหน้า (Advancement) หมายถึง มีการพัฒนาความก้าวหน้าจากระดับหนึ่งเป็นการก้าวหน้าพัฒนาระดับการคิดได้แต่ต้องศึกษาเนื้อหายุทธวิธีฝึกฝนทักษะจนมีคุณภาพของระดับที่ต่ำกว่าอย่างพอเพียง จึงสามารถไปอยู่ในระดับที่สูงกว่าได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5. การไม่เข้ากัน (Mismatch) หมายถึง นักเรียนที่อยู่ในระดับใดระดับหนึ่ง สามารถเรียนรู้เนื้อหาโครงสร้างคำที่ใช้แตกต่างกันไม่สามารถเข้าใจเนื้อหาโครงสร้างและภาษาที่ใช้กัน ผู้ที่อยู่ในระดับต่ำกว่าไม่สามารถมีความคิดในระดับที่สูงกว่าได้

การกำหนดสมบัติของระดับความคิดนี้เพื่อให้สามารถนำระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีไปใช้ได้ถูกต้องและไปในแนวเดียวกันและเพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดเนื้อหา การจัดกิจกรรม การฝึกทักษะ ให้ถูกต้องเป็นลำดับขั้นตอน ถูกต้องตามสมบัติที่กำหนด แต่ในการนำระดับความคิดไปใช้ศึกษาของนักวิจัยต่างพบว่าสมบัตินี้มีความคลาดเคลื่อนในการกำหนดสมบัติ ซึ่งจะเสนอในงานวิจัยเกี่ยวกับสมบัติของระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี ต่อไป

**การประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี**

เมื่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีเผยแพร่และเป็นที่ยอมรับอย่างกว้างขวางไปทั่วโลก นักวิจัยจึงสร้างแบบประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตขึ้น เช่น ยูซิสกิน (Usiskin. 1982 : 242) ได้จัดทำแบบทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี (Van Hiele Geometry Test) ในโครงการ ส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG) เป็นแบบทดสอบฉบับหนึ่งใน 4 แบบทดสอบที่จัดทำขึ้นในโครงการนี้แบบทดสอบที่เหลือได้แก่ แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต (Entering Geometry Student Test) แบบทดสอบวัดความรู้ความเข้าใจในเรขาคณิต (Geometry Content Knowledge Test) และแบบทดสอบการพิสูจน์ (Proof) (Chaiyasang. 1988 : 18) แบบทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ แบ่งเป็น 5 ระดับ ๆ ละ5 ข้อใช้เวลา 35 นาทีต่อมาไชยสังข์(Chaiyasang. 1988 : 175-183) นำแบบทดสอบระดับการคิดนี้มาศึกษากับนักเรียนในประเทศไทยโดยใช้เพียง 20 ข้อ แบ่งเป็น 4 ระดับระดับละ 5 ข้อ ใช้เวลา 27 นาทีและในเวลาต่อมาอีก แครอล (Carrol. 1998 : 188-197) นำแบบทดสอบดังกล่าวมาดัดแปลงเป็นแบบทดสอบที่แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือกจำนวน 21 ข้อแบ่งเป็น 3 ระดับๆละ 7 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบชนิดให้ตอบสั้นและให้วาดรูป 6 ข้อแบ่งเป็น 2 ระดับ ใช้เวลา 45 นาที

งานวิจัยนี้ใช้เครื่องมือการวิจัย คือ แบบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ แบ่งเป็น 5 ระดับ ระดับละ 5 ข้อ ใช้เวลา 35 นาที โดยพัฒนามาจากแบบทดสอบของยูซิสกิน

## ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับการคิด

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง มีข้อบ่งชี้ว่าการพัฒนาความสามารถในการคิดให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนนั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ได้มีนักวิชาการศึกษาได้ศึกษาไว้ดังนี้

เพียเจต์ (Piaget. 1972 : 85-86) กล่าวถึง ทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาว่า เป็นการพัฒนาการทางปัญญาของเด็ก ตั้งแต่แรกเกิดจนถึงวัยรุ่น และ เชื่อว่าคนเรามีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ทำให้เกิดความคิดในด้านต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรมและมีพัฒนาการต่อไปเรื่อยจนสามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ การคิด หมายถึง การกระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยปัญญาการคิดของบุคคลเป็นกระบวนการ 2 ลักษณะคือ 1) กระบวนการปรับเข้าโครงสร้าง (Assimilation) โดย การจัดสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้ รับให้เข้ากับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ 2) กระบวนการปรับเปลี่ยนโครงสร้าง (Accommodation) โดยการปรับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ให้เข้ากับความจริงที่ได้รับรู้ใหม่บุคคลจะใช้การคิดทั้ง 2 ลักษณะนี้ร่วมกันหรือสลับกันเพื่อปรับความคิดของตนให้เข้ากับสิ่งเร้ามากที่สุด ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดดังกล่าวจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของบุคคลจากระดับหนึ่งไปสู่วิธีการคิดอีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า

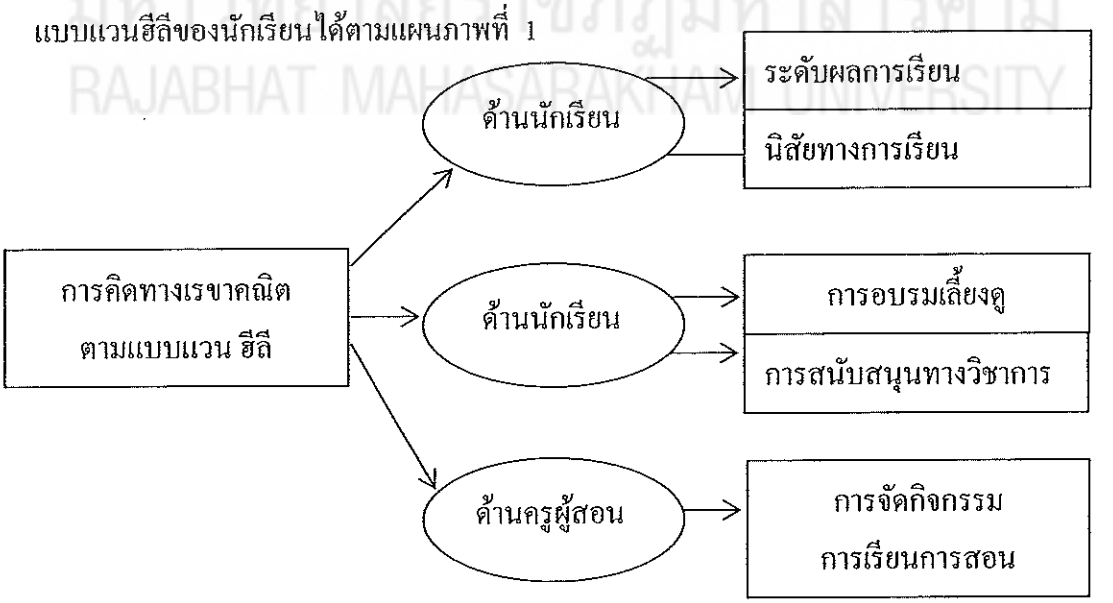
มาลัย งามระยับ (2548 : 65) กล่าวไว้ว่า ในการที่มนุษย์มีความสามารถคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลมากหรือน้อยย่อมเกิดจากปัจจัยหลายประการ ทั้งปัจจัยที่เกิดกับตัวนักเรียน คือ ความสามารถในการอ่าน ความสามารถด้านตัวเลขสัมพันธภาพในครอบครัว ปัจจัยที่เกิดจากการเรียนในห้องเรียน คือกระบวนการจัดการเรียนรู้ของครู และสภาพแวดล้อมในการเรียน การจัดบรรยากาศในชั้นเรียนก็นับว่าเป็นปัจจัยที่มีความสำคัญอย่างยิ่งที่จะเอื้อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี เนื่องจากช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความสนใจ ที่สุดคือ การเรียนรู้ในสิ่งที่นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจอยู่บ้างแล้ว จะสามารถซึมซับทักษะการเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็วและเป็นระบบทางความคิดมากขึ้น (มานพ ตันติวงศ์ชัย. 2541 : 57 ) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อำพร ไตรภัทร (2543 : 17) พบว่า ควรจะสร้างบรรยากาศให้เกิดความอยากรู้อยากเห็น เป็นห้องเรียนที่เต็ม ไปด้วยการโต้ตอบซึ่งกันและกันระหว่างครูกับผู้เรียน และผู้เรียนต่อผู้เรียน เพื่อเป็นการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการคิด และได้กล่าวไว้อีกว่า ก่อนที่จะพัฒนาทางด้านการคิด เราต้องยอมรับก่อนว่าการคิดนั้นไม่ใช่พรสวรรค์ แต่เป็นทักษะที่สามารถพัฒนาได้ การจะพัฒนาความสามารถในการคิดระดับสูงไม่ได้เกิดขึ้นในชั่วข้ามคืนแต่ต้องอาศัยองค์ประกอบ ดังนี้ การอบรมเลี้ยงดู ตัวนักเรียนและ ครู เพราะจากการค้นคว้าพบว่า เด็กที่มาจากครอบครัวเข้มงวดกวดขันใช้อำนาจ มักจะอยู่เงียบ ๆ เรียบร้อยมีความอยากรู้อยากเห็นและ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความคิดริเริ่มสร้าง สรรค์ในวงจำกัด (Balwin. 1948 : 129-136) ซึ่งเป็นเด็กที่มีความสนใจในผลสัมฤทธิ์และการอบรมเลี้ยงดูก็จะส่งผลต่อความสามารถในการคิดของเด็ก (สมคิด อิสระวัฒน์. 2542 : 216-219) ซึ่งตรงกับวัตสัน (Jersild. 1960 : 168-169) ศึกษากับเด็กที่ได้รับการเลี้ยงดูโดยให้อิสระพบว่าเด็กจะ มีระดับความคิดริเริ่มสูง ดังนั้น ความสามารถในการคิดจึงเป็นสิ่งที่สั่งสอนได้ และครูทุกคนควรจะสอนไม่ว่าจะสอนในวิชาใดก็ตาม แต่เพื่อให้การจัดการศึกษามีสัมฤทธิ์ผลอย่างมีประสิทธิภาพ ครูควรจะเข้าใจกระบวนการคิดและยุทธ์ศาสตร์ในการคิดด้วย (สุรางค์ โค้วตระกูล. 2541 : 317) จากการศึกษาของกนิษฐา พวงไพบูลย์ (2541 : 95-97) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการคิดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการสอนตามแนวคิดของสเติร์นเบอร์ก ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามแนวคิดของสเติร์นเบอร์ก มีค่าเฉลี่ยของความสามารถในการคิดสูงกว่าก่อนได้รับการสอน และนักเรียนที่ได้รับการสอนตามแนวคิดของสเติร์นเบอร์ก มีค่าเฉลี่ยของความสามารถในการคิดสูงกว่าก่อนได้รับการสอนทุกด้าน นอกจากนั้นยังมีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบของการปฏิสัมพันธ์ระหว่างวุฒิภาวะประสบการณ์ การปฏิสัมพันธ์กับสังคม ครอบครัว และยังเป็นผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การจัดเนื้อหา และบรรยากาศในชั้นเรียน (เพราพรรณ เปลี่ยนภู่. 2542 : 119)

จากการศึกษางานเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง สามารถสรุปได้ว่า ปัจจัยที่เกี่ยวข้องต่อความสามารถในการคิดของนักเรียนมี 3 ปัจจัย ได้แก่ ปัจจัยทางด้านนักเรียน ปัจจัยทางด้านผู้ปกครอง ปัจจัยด้านครูผู้สอน ซึ่งสรุปเป็นกรอบปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนได้ตามแผนภาพที่ 1

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY




**แผนภาพที่ 1** ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดทางเรขคณิตตามแบบแวน ฮีลี

**ปัจจัยทางด้านนักเรียน**

1. ระดับผลการเรียน เป็นความสามารถเฉพาะตัวของนักเรียนที่เป็นผลมาจากการเรียนซึ่งได้จากการประเมินในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
2. นิสัยทางการเรียน เป็นพฤติกรรมที่นักเรียนปฏิบัติต่อการเรียน เช่น การวางแผนการเรียน การตั้งใจ การจดคำบรรยาย การซักถาม การรู้จักใช้เวลาว่างในการเรียน และการทบทวนบทเรียนกระทำด้วยความตั้งใจ

**ปัจจัยทางด้านผู้ปกครอง**

1. การอบรมเลี้ยงดู เป็นกระบวนการที่พ่อแม่หรือผู้ปกครองให้ความเอาใจใส่ดูแล รวมถึงวิธีการต่างๆที่ส่งผลต่อพฤติกรรมเรียนของนักเรียน
2. การสนับสนุนทางวิชาการ เป็นการปฏิบัติของผู้ปกครองที่มีต่อนักเรียนในการสนับสนุนทางการเรียน ที่ช่วยเพิ่มพูนพัฒนาการด้านความรู้ของนักเรียน การให้ความรู้เพิ่มเติม ให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหา และการปฏิบัติอื่น ๆ ของผู้ปกครองที่มีต่อการเรียนของนักเรียน

**ปัจจัยทางด้านครูผู้สอน**

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็น การดำเนินการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการคิด โดยมีองค์ประกอบในการจัดกิจกรรม คือ จัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับผู้เรียน ส่งเสริมสนับสนุนสื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างหลากหลาย และการใช้แรงจูงใจ

จากปัจจัยดังกล่าวเป็นปัจจัยสำคัญเพื่อเป็นแนวทางให้แก่ ครู และผู้ปกครองที่จะร่วมมือช่วยเหลือนักเรียนในการส่งเสริมความสามารถในการคิดของนักเรียนได้อย่างเหมาะสม และพัฒนาศักยภาพของนักเรียนให้เกิดการพัฒนาการคิดของผู้เรียนให้มีระดับสูงขึ้น เป็นคนเก่ง คนดี มีความสุข และ ประสบความสำเร็จในการเรียนและการงานต่อไป

## การสร้างเกณฑ์การให้คะแนน

การสร้างเกณฑ์การให้คะแนนมีขั้นตอนในการดำ เนินการ 7 ขั้นตอน (โครงการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์. ม.ป.ป.) ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ของนักเรียน

วิเคราะห์ผลการเรียนของนักเรียนในแต่ละจุดประสงค์ หรือแต่ละหัวเรื่อง(Theme) เมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนแล้วจะเกิดผลการเรียนรู้อะไรบ้าง ผลการเรียนรู้ของ

นักเรียนไม่จำเป็นจะต้องมีครบทุกประเภท ทุกครั้งที่นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมการเรียน บางครั้งในการวางแผนการสอน ครูคาดหวังในผลการเรียนรู้ของนักเรียนเพียงกระบวนการอย่างเดียว บางครั้งครูคาดหวังทั้งกระบวนการและผลงาน

ตัวอย่าง

การพูดอภิปรายเกี่ยวกับเรื่องราวต่างๆ ในชีวิตประจำวันผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่ครูคาดหวัง

1. การวางแผนการจัดอภิปราย
2. การกำหนดเค้าโครงและรูปแบบการอภิปราย
3. การพูดอภิปรายที่ดี

ขั้นที่ 2 กำหนดประเด็นที่จะต้องประเมิน

กำหนดประเด็นที่ต้องการประเมิน อาจให้นักเรียนร่วมกันเสนอความคิดในการกำหนดประเด็นประเมินผลการเรียนรู้แต่ละอย่างของเขาเอง เช่น ครูกำหนดว่า ถ้าเราจะดูคนดีจะดูอย่างไรบ้าง ให้นักเรียนช่วยกันเสนอประเด็นที่จะดูคนดี ซึ่งมีประเด็นมากมายเป็นของนักเรียนเอง แต่อย่างไรก็ตามเนื่องจากในการวางแผนการสอน ครูผู้สอนได้มีการคาดหวังความสำเร็จจากการเรียนของนักเรียนเอาไว้ล่วงหน้าแล้ว จึงควรกำหนดรายการประเมินที่สำคัญๆ ของความสำเร็จจากการเรียนแต่ละด้านเอาไว้ล่วงหน้าด้วย เพื่อจะได้แจ้งให้นักเรียนทราบและเพื่อการตรวจสอบผลงานของนักเรียนเอง

ตัวอย่าง ประเมินการอภิปราย

รายการประเมิน

1. การแสดงความคิดเห็น
2. เนื้อหาสาระ
3. การกำหนดประเด็นอภิปราย
4. การใช้ถ้อยคำ
5. การรักษาเวลา

ขั้นที่ 3 การคัดเลือกประเด็นประเมินที่สำคัญ

การกำหนดประเด็นที่จะต้องประเมิน เราจะพบว่า ในผลการเรียนรู้หนึ่งอย่างจะมีประเด็นที่ต้องการประเมินมาก โดยเฉพาะถ้าเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเสนอประเด็นประเมินด้วยแล้ว จะมีมุมมองในการประเมินที่หลากหลาย หรือรวมประเด็นที่สำคัญๆ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขั้นที่ 4 เลือกรูปแบบในการสร้างเกณฑ์

การประเมินการสร้างเกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อพิจารณาตัดสินให้คะแนน (Scoring Rubric) มีรูปแบบในการสร้าง 2 แบบ

รูปแบบที่ 1 การให้คะแนนแบบรวมองค์ประกอบ (Holistic Scoring Rubric) การสร้างเกณฑ์การประเมินแบบองค์ประกอบ หมายถึง การให้คะแนนผลการเรียนรู้โดยรวมทุกประเด็นที่กำหนดเพื่อการประเมิน แล้วเขียนอธิบายคุณภาพของผลการเรียนรู้แต่ละระดับ

ตัวอย่าง รูปแบบการให้คะแนนเป็นภาพรวม

ประเมิน ความสามารถในการอ่านจับใจความสำคัญ

ประเด็นประเมิน

1. การตอบคำถามจากเรื่องที่อ่าน
2. การบอกความสำคัญของเรื่องที่อ่าน
3. การมีข้อคิดจากเรื่องที่อ่าน
4. การเสนอความคิดเห็นจากเรื่องที่อ่าน

**ตารางที่** 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรวมองค์ประกอบ

| ระดับคุณภาพ | คำอธิบาย |
|---|---|
| ระดับ 3 | หมายถึง ตอบคำถามจากเรื่องที่อ่านถูกต้อง บอกเนื้อหาสาระถูกต้องได้ใจความต่อเนื่อง บอกข้อคิดได้ตรงประเด็นสมบูรณ์ เสนอแนะ ความคิดเห็นด้วยเหตุผลและประโยชน์ |
| ระดับ 2 | หมายถึง ตอบคำถามจากเรื่องที่อ่านผิดไม่เกิน 3 ข้อ จาก 5 ข้อ บอกเนื้อหาสาระได้ถูกต้อง แต่วกวน บอกข้อคิดได้ตรงประเด็นแต่ไม่ต่อเนื่อง เสนอความคิดเห็นด้วยเหตุผล |
| ระดับ 1 | หมายถึง ตอบคำถามจากเรื่องที่อ่านผิดมากกว่า 3 ข้อ ใน 5 ข้อ บอกเนื้อหาสาระได้บ้าง บอกข้อคิดได้บ้าง แต่วกวน เสนอความคิดเห็นแต่ไม่แสดงเหตุผล |

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT PHRANAKHONSIAYUTTHAYA UNIVERSITY

รูปแบบที่ 2 การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring Rubric)

การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ หมายถึง การให้คะแนนโดยการแยกองค์ประกอบของสิ่งที่จะประเมิน เพื่อให้มองเห็นคุณภาพของงาน หรือความสามารถของนักเรียนได้อย่างชัดเจน ผลการประเมินจะบ่งบอกถึงจุดเด่น จุดด้อยของแต่ละประเด็นได้ชัดเจน การสร้างเกณฑ์การประเมินในรูปแบบนี้จะต้องเขียนคำอธิบายคุณภาพของงานในแต่ละองค์ประกอบ และแต่ละระดับขององค์ประกอบให้ชัดเจน

ตัวอย่าง รูปแบบการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ

ประเมิน ความสามารถในการอ่านจับใจความสำคัญ

ประเด็นประเมิน

1. การตอบคำถามจากเรื่องที่อ่าน
2. การบอกความสำคัญของเรื่องที่อ่าน
3. การมีข้อคิดจากเรื่องที่อ่าน
4. การเสนอความคิดเห็นจากเรื่องที่อ่าน

**ตารางที่ 7** เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ

| ประเด็นประเมิน | คำอธิบายระดับคุณภาพ | | |
|---|---|---|---|
| | 3 (ดี) | 2 (พอใช้) | 1 (ควรปรับปรุง) |
| 1. การตอบคำถามจากเรื่องที่อ่าน | - ตอบคำถามถูกต้องทุกข้อ | - ตอบคำถามผิดไม่เกิน 3 ข้อ จาก 5 ข้อ | - ตอบคำถามผิดมากกว่า 3 ข้อ จาก 5 ข้อ |
| 2. การบอกความสำคัญของเรื่องที่อ่าน | - บอกเนื้อหาสาระถูกต้องได้ใจความต่อเนื่อง | - บอกเนื้อหาสาระถูกต้อง แต่วกวน | - บอกเนื้อหาสาระได้บ้าง |
| 3. การบอกข้อคิดจากเรื่องที่อ่าน | - บอกข้อคิดได้ตรงประเด็นสมบูรณ์ | - บอกข้อคิดได้ตรงประเด็นแต่ไม่ต่อเนื่อง | - บอกข้อคิดได้บ้างแต่วกวน |

มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

| ประเด็นประเมิน | คำอธิบายระดับคุณภาพ | | |
|---|---|---|---|
| | 3 (ดี) | 2 (พอใช้) | 1 (ควรปรับปรุง) |
| 4. การเสนอความคิดเห็นจากเรื่องที่อ่าน | - เสนอความคิดเห็นด้วยเหตุผลและประโยชน์ | - เสนอความคิดเห็นด้วยเหตุผล แต่มีประโยชน์น้อย | - เสนอความคิดเห็นแต่ไม่แสดงเหตุผล |

**ขั้นที่ 5** กำหนดค่าระดับคุณภาพในการประเมิน

ค่าระดับคุณภาพ คือ ตัวเลขที่บ่งบอกถึงคะแนนการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งผู้สอนเป็นผู้กำหนด หรืออาจให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการกำหนดค่าระดับคุณภาพก็ได้ตัวเลขค่าระดับคุณภาพอาจจะมีระดับ 0-1-2-3 หรือ 0-1-2-3-4 หรือ 0-10-15-20 ในกรณีกำหนดค่าระดับต่ำสุดที่เลข 0 นั้นหมายถึง นักเรียนไม่มีผลการเรียนรู้ หรือไม่มีผลงานเข้ารับการประเมินหรือไม่ดำเนินการประเมินตามรายการนั้น และกำหนดค่าระดับจาก 0-10 แสดงว่าผู้กำหนดค่าระดับคุณภาพ พิจารณาแล้วเห็นว่าคุณภาพของงานหรือสิ่งที่จะประเมินควรมีคะแนนสูงสุด คือ 10 เช่น การกำหนดค่าระดับในการประเมินการแข่งขันทักษะทางวิชาชีพระดับเขตการศึกษา ผู้เข้าแข่งขันเป็นผู้ได้รับการคัดเลือกจากจังหวัดมาแล้ว ถือว่าเคยผลิตผลงานที่มีคุณภาพมาก่อน

ขั้นที่ 6 บรรยายคุณภาพการประเมินแต่ละระดับ

เมื่อได้เลือกรูปแบบในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน และกำหนดค่าตัวเลขระดับแล้ว จะต้องเขียนคำอธิบายขอบข่ายการพิจารณาตัดสินให้คะแนนแต่ละระดับคุณภาพให้ชัดเจนผลงานหรือกระบวนการ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

**ตารางที่ 8** คำอธิบายคุณภาพ "การพูดอภิปราย"

| ระดับคุณภาพ | คำอธิบาย |
|---|---|
| 4<br>ดีมาก | หมายถึง มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีการนำเสนอข้อเท็จจริงและแสดงเหตุผลอย่างเหมาะสม มีการยกตัวอย่างเพื่อสนับสนุนประเด็นอภิปรายการออกเสียงถูกต้องชัดเจน มีมารยาทในการพูด และรักษาเวลาได้ |
| 3<br>ดี | หมายถึง มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีการนำเสนอข้อเท็จจริง และแสดงเหตุผลอย่างเหมาะสม แต่ขาดตัวอย่างเพื่อสนับสนุนประเด็นอภิปรายส่วนการออกเสียงถูกต้องชัดเจน มีมารยาทในการพูดและรักษาเวลาได้ดี |
| 2<br>ใช้ได้ | หมายถึง ไม่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีการนำเสนอข้อเท็จจริงและข้อคิดเห็นแต่ขาดการยกตัวอย่างเพื่อสนับสนุนประเด็นอภิปราย การออกเสียงไม่ถูกต้องชัดเจน แต่ไม่รักษาเวลาและมารยาทในการพูด |
| 1<br>ใช้ไม่ได้ | หมายถึง มีการนำเสนอข้อเท็จจริงและข้อคิดเห็น แต่ขาดการยกตัวอย่างเพื่อสนับสนุนประเด็นอภิปราย การออกเสียงไม่ถูกต้องชัดเจน ขาดการรักษาเวลาและมารยาทในการพูด |
| 0 | หมายถึง ไม่มีการอภิปราย |

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขั้นที่ 7 กำหนดคะแนนการตัดสินระดับคุณภาพ

การประเมินผลงานหรือชิ้นงานเรามักจะได้ยินคำพูดเชิงการบ่งบอกถึงการจัดระดับคุณภาพ (เกรด) ของผลงาน เช่นพูดว่า ผลงานชิ้นนั้นดีมาก ชิ้นนั้นดี ชิ้นนั้นดีพอใช้แต่ไม่ได้บอกว่า คะแนนระหว่างเท่าไรถึงเท่าไรที่แสดงว่าผลงานดีมาก การกำหนดคะแนนการตัดสินระดับคุณภาพ เป็นการกำหนดช่วงคะแนนจากการประเมินผลการเรียนรู้

**ตารางที่ 9** การกำหนดคะแนนการตัดสินระดับคุณภาพ

| คะแนน | ระดับคุณภาพ |
|---|---|
| 9 – 12 | ดี |
| 5 – 8 | พอใช้ |
| 1 – 4 | ควรปรับปรุง |

ชัยฤทธิ์ ศิลาเดช (2540 : 68) ได้เสนอลำดับขั้นตอนการสร้างกฎเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) ไว้ดังนี้

1. กำหนดขั้นตอนหรือลักษณะเด่นของผลงานที่คาดหวังไว้ตามจุดมุ่งหมาย

2. จดหัวข้อรายการที่มีความสำคัญ และแสดงออกถึงการบรรลุจุดมุ่งหมายไว้อย่างชัดเจน

3. คัดเลือกเฉพาะรายการที่สามารถสังเกตได้หรือประเมินตัดสินได้

4. นำรายการที่เลือกไว้มากำหนดเป็นกระทงในการประเมิน โดยขยายให้ชัดเจนมากขึ้นในลักษณะของพฤติกรรมที่สังเกตได้ หรือคุณลักษณะเด่นชัดที่ของผลงาน

5. สร้างเกณฑ์การประเมินในลักษณะของมาตรจัดอันดับคุณภาพ ที่ประกอบด้วยเกณฑ์การประเมินผลงานในแต่ละทักษะย่อย

6. นำเกณฑ์การประเมินไปให้ผู้เชี่ยวชาญทางการวัดผลพิจารณาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาวิธีของโรวิเนลลี และเฮมเบิลตัน

7. เลือกตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่ไม่ได้เลือกเป็นผลงานดีเด่นมาทักษะละ 1 ผลงาน นำไปให้ผู้ตรวจให้คะแนนจำนวน 2 คน ทดลองใช้เกณฑ์การประเมินผลงานประเมินให้คะแนนผลงานจนครบทุกทักษะ

8. หาความสอดคล้องของการให้คะแนนโดยใช้สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน และทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติด้วย t-t

## การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ เป็นการนำข้อมูลที่ได้จากเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเชิงคุณภาพ เช่น แบบสอบถามปลายเปิด การสัมภาษณ์ การสังเกตการณ์ และการวิจัยปฏิบัติการแบบมีส่วนร่วม (PAR) เป็นต้น มาทำการวิเคราะห์โดยการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ (ขจรศักดิ์

บัวระพันธ์. 2554 : 123) การวิเคราะห์ข้อมูล ในการวิจัยเชิงคุณภาพนั้นต่างจากงานวิจัยเชิงปริมาณในแง่ที่ว่า ไม่ต้องรอให้การเก็บรวบรวมข้อมูลเสร็จสิ้นก่อนแล้วจึงวิเคราะห์ข้อมูล ในการวิจัยเชิงคุณภาพนักวิจัยสามารถวิเคราะห์ข้อมูลไปพร้อมๆกับเก็บรวบรวมข้อมูล โดยไม่ต้องรอให้กระบวนการเก็บรวบรวมข้อมูลเสร็จสิ้นก่อน เช่น เมื่อเก็บรวบรวมข้อมูลได้แต่ละครั้ง นักวิจัยก็จะวิเคราะห์ข้อมูลไปด้วย นอกจากนั้น กระบวนการเก็บรวบรวมข้อมูลและกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยเชิงคุณภาพยังเป็นกระบวนการที่เกิดย้อนไปย้อนมาได้และส่งผลต่อกันและกัน เช่น ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ส่งผลต่อการวิเคราะห์ข้อมูล ในทางกลับกัน ผลที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลก็ส่งผลต่อการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยทั้งหมดมีจุดประสงค์เพื่อตอบคำถามวิจัยได้ดียิ่งขึ้น มีเทคนิคที่สำคัญ ดังนี้

1. การจำแนกและจัดระบบข้อมูล (Typology and Taxonomy)เป็นการนำข้อมูลที่ได้นำมาจำแนกและจัดหมวดหมู่ออกให้เป็นระบบ เช่น ข้อมูลหมวดบุคลากร ข้อมูลหมวดงบประมาณ ข้อมูลหมวดวัสดุอุปกรณ์ ข้อมูลหมวดงบประมาณ เป็นต้น

2. การวิเคราะห์สรุปอุปนัย (Analytic Induction) เป็นการนำข้อมูลที่ได้จากเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้น มาวิเคราะห์เพื่อหาบทสรุปร่วมกันของเรื่องนั้น

3. การเปรียบเทียบเหตุการณ์ (Constant Comparison) เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาไปเทียบเคียงหรือเปรียบเทียบกับเหตุการณ์อื่น เพื่อหาความเหมือนและความแตกต่างกันที่เกิดขึ้น เช่น เปรียบเทียบหน่วยงานหนึ่งกับอีกหน่วยงานหนึ่งที่ประสบผลสำเร็จทางการบริหาร เป็นต้น

4. การวิเคราะห์ส่วนประกอบ (Componential Analysis) เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์ออกให้เห็นเป็นส่วน ๆ เช่น วิเคราะห์การบริหารงานขององค์การออกเป็น 7 หมวด ตามกรอบของ PMQA เป็นต้น

5. การวิเคราะห์ข้อมูลเอกสาร (Content Analysis) เป็นการนำเอกสารหรือหลักฐานต่าง ๆ มาวิเคราะห์ให้เห็นว่า มุ่งพรรณนาและอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น วิเคราะห์การปกครองสมัย พ.ศ. 2475 จากหลักฐานทางประวัติศาสตร์ เป็นต้น

6. การวิเคราะห์สาเหตุและผล (Cause and Effect Analysis) เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ให้เห็นว่าจากผลมาจากเหตุ คือ วิเคราะห์ผลที่เกิดขึ้น ย้อนกลับมาให้เห็นว่าเกิดมาจากเหตุปัจจัยใดบ้าง หรือวิเคราะห์เหตุไปหาผล คือ วิเคราะห์จากเหตุไปหาผล คือ วิเคราะห์ให้เห็นว่าเมื่อเหตุนี้เกิดขึ้น ได้นำไปสู่ผลที่เกิดขึ้นอะไรบ้าง

7. การสร้างจินตนาการเชิงสังคมวิทยา (Sociology Imaginary) เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์โดยเปลี่ยนมุมมองการวิเคราะห์ไปยังมุมมองอื่น ๆ เพื่อดูผลการวิเคราะห์ที่

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เกิดขึ้นว่าเป็นเช่นใด เช่น เปลี่ยนมุมมองการวิเคราะห์จากมุมมองค่านิยม มาเป็นการวิเคราะห์มุมมองด้านวัฒนธรรม เป็นต้น

สำหรับเทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูล มี 2 ส่วน คือ ส่วนที่หนึ่ง คือ การวิเคราะห์ข้อมูลแบบสร้างข้อสรุปในการวิจัยเชิงคุณภาพ ซึ่งส่วนใหญ่ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์จะเป็นข้อมูลแบบบรรยาย (Descriptive) ที่ได้จากการสังเกต สัมภาษณ์ แล้วจดบันทึกไว้ ส่วนที่สอง คือ การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) ซึ่งเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงบรรยายเช่นกันแต่กระทำโดยการพยายามจะทำข้อมูลนั้นให้เป็นจำนวนที่นับได้และมักกระทำกับข้อมูลเอกสารในการวิจัยเอกสาร

การจัดระบบแฟ้มข้อมูล

ผู้วิจัยจะต้องมีข้อมูลที่ได้จากการรวบรวมด้วยวิธีการต่าง ๆ แต่ผู้วิจัยจะจัดการอย่างไรให้กับข้อมูลที่มีอยู่จัดอยู่อย่างเป็นระบบ สะดวก และง่ายต่อการค้นหาข้อมูล (สุภางค์ จันทวนิช. 2537: 130-132) ในการจัดทำแฟ้มเพื่อประโยชน์ต่อการค้นหาข้อมูล แบ่งออกเป็น 3 แฟ้ม คือ

1. แฟ้มข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์เจาะลึกและการสนทนากลุ่ม ประกอบด้วยข้อมูล 2 ส่วน คือ

1.1 ข้อมูลที่เป็นแบบบันทึกการสัมภาษณ์เจาะลึกและแบบบันทึกการสนทนากลุ่มประกอบด้วย ชื่อผู้ให้ข้อมูล วันที่ ช่วงเวลา สถานที่สัมภาษณ์ สัมภาษณ์ครั้งที่ ชื่อผู้สัมภาษณ์ บทสัมภาษณ์ กลุ่มคำ หน้า บรรทัดที่ คำถาม และสมมติฐาน

1.2 ข้อมูลที่เป็นแบบวิเคราะห์การสัมภาษณ์เจาะลึก/การสนทนากลุ่ม ซึ่งประกอบด้วยชื่อผู้ให้ข้อมูล ชื่อผู้สัมภาษณ์ คำหลัก บรรยาย เหตุการณ์/สถานการณ์ และการตีความเบื้องต้น

2. แฟ้มผลการวิเคราะห์ข้อมูล ประกอบด้วย 6 ส่วน คือ

2.1 ในการสัมภาษณ์เจาะลึกหรือสนทนากลุ่ม ผู้ให้ข้อมูล ผู้วิจัยจะต้องตั้งชื่อสมมติผู้ให้ข้อมูลทุกราย เนื่องจากต้องเคารพสิทธิมนุษยชน และการรักษาข้อมูลเป็นความลับ โดยระบุวัน เดือน ปี กลุ่มผู้ให้ข้อมูล ชื่อสกุลจริงของกลุ่มผู้ให้ข้อมูล ชื่อสมมติ ตำแหน่งหน่วยงานที่ปฏิบัติอยู่ รายชื่อนักวิจัยที่ทำการสนทนากลุ่ม

2.2 เอกสารจัดกลุ่มดัชนีข้อมูล จะระบุถึงข้อมูลของผู้ให้ข้อมูลตามคำถามการวิจัย

2.3 เอกสารสรุปหัวข้อย่อยตามคำถามการวิจัย จะระบุประเด็นตามคำถามการวิจัย sub - themes และดัชนีข้อมูลย่อยตามคำถามการวิจัย

2.4 เอกสารสรุปข้อค้นพบเบื้องต้น ซึ่งสรุปตามคำถามการวิจัยและเป็น

2.5 การค้นหาความเหมือนความต่างของข้อค้นพบจากแผนภาพ

2.6 เอกสารสร้างบทสรุป นำความเชื่อมโยงจากข้อค้นพบทั้งหมดมาสรุปเป็นแผนภาพ

2.7 บริบทของสถานที่ที่ผู้วิจัยทำการศึกษาจะประกอบไปด้วย แผนผังสถานที่ วิธีการ วันที่ ที่ได้มาซึ่งข้อมูล รายละเอียดของอาคารสถานที่ ข้อมูลบุคลากร ข้อมูลการดำเนินงานตามหัวข้อวิจัยที่ต้องการศึกษา

3. แฟ้มทบทวนรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ประกอบไปด้วยเอกสารต่าง ๆ บทความหรือรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยของผู้ศึกษา ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการค้นหาแหล่งที่มาของการอ้างอิง ชื่อผู้แต่ง ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องของบรรณานุกรมการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นขั้นตอนที่ยากในกระบวนการวิจัยโดยเฉพาะในการวิจัยเชิงคุณภาพ วิธีการหลักที่ใช้ในการวิเคราะห์เป็นวิธีการสร้างข้อสรุปจากการศึกษารูปแบบหรือข้อมูลจำนวนหนึ่ง มักไม่ใช้สถิติช่วยในการวิเคราะห์ หรือถ้าใช้สถิติก็ไม่ได้ถือว่าวิธีการทางสถิติเป็นวิธีวิเคราะห์หลักแต่จะถือเป็นข้อมูลเสริม ด้วยเหตุนี้ผู้วิเคราะห์ข้อมูลจึงมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการวิจัย ผู้วิเคราะห์ข้อมูลควรมีความรอบรู้ในเรื่องแนวคิดทฤษฎีอย่างกว้างขวาง มีความเป็นสหวิทยาการอยู่ในตัวเอง สามารถสร้างข้อสรุปเป็นกรอบแนวคิดและเปลี่ยนแปลงแนวทางที่จะตีความหมายข้อมูลได้หลาย ๆ แบบ ซึ่งเป็นการวิเคราะห์โดยการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) จากแบบบันทึกและวิเคราะห์การสัมภาษณ์เจาะลึก (In – depth Interviews) และจากการสนทนากลุ่ม (Focus Group) ในงานวิจัยเรื่องการพัฒนากำลังคนโดยใช้กิจกรรม 5ส ของหน่วยงานในสังกัดสำนักงานสาธารณสุขจังหวัดสงขลา ซึ่งวิเคราะห์ข้อมูลแบบสร้างข้อสรุปแบบอุปนัย (Induction) โดยยกตัวอย่างจากคำถามการวิจัยที่ว่าปัจจัยที่มีผลต่อการพัฒนากำลังคนโดยใช้กิจกรรม 5 ส มีอะไรบ้าง ซึ่งมีขั้นตอนต่าง ๆ 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ทำดัชนีข้อมูล (Indexing) ผู้วิจัยจะต้องอ่านทำความเข้าใจกับข้อมูลทั้งหมดของผู้ให้ข้อมูลแต่ละรายพร้อมดึงกลุ่มคำ (Keyword) ที่มีความหมายเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อการพัฒนากำลังคนโดยใช้กิจกรรม 5ส ของหน่วยงานนั้น แล้วนำมาเขียนไว้ในช่องทางขวามือของแบบบันทึกภาคสนามพร้อมทั้งใส่หมายเลขหน้าและหมายเลขบรรทัดที่กลุ่มคำนั้นปรากฏอยู่ใน

มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา YALABHAT MAHASARAKAM UNIVERSITY

ข้อความผู้วิจัยจำเป็นต้องสรุปท้ายของการสัมภาษณ์ว่ามีคำถามอะไรบ้างที่อยู่ในใจของนักวิจัย และจะตั้งสมมติฐานว่าอย่างไรบ้าง เช่น กลุ่มคำ ๆ นั้นน่าจะตอบคำถามการวิจัยข้อใดและมีคำถามใดที่นักวิจัยได้คำตอบคลุมเครือก็ให้บันทึกไว้เพื่อว่าจะได้กลับไปถามผู้ให้ข้อมูลใหม่อีกครั้งจนกว่าจะได้คำตอบการวิจัยที่ชัดเจน นอกจากนี้ในการตั้งสมมติฐานดังกล่าวอาจจะเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้ ซึ่งนักวิจัยจะต้องพิสูจน์ข้อค้นพบต่อไป

2. จัดกลุ่มดัชนีข้อมูล (Clustering) แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 อ่านดัชนีข้อมูลที่ได้ของผู้ให้ข้อมูลแต่ละรายอีกครั้ง แล้วจัดแบ่งกลุ่มดัชนีข้อมูลตามคำถามการวิจัยในแต่ละคำถาม เช่น ตั้งคำถามว่าปัจจัยที่มีผลต่อการพัฒนากำลังคนโดยใช้กิจกรรม 5ส มีอะไรบ้าง โดยจัดแบ่งกลุ่มดัชนีออกเป็น 2 กลุ่ม คือ ดัชนีในกลุ่มปัจจัยส่งเสริม และดัชนีในกลุ่มปัจจัยอุปสรรค แล้วแยกประเด็นข้อสรุปจากผู้ให้ข้อมูลทุกรายว่ามีประเด็นอะไรบ้างซึ่งยกตัวอย่างจะแยกประเด็นที่ศึกษา หน่วยงานของผู้ให้ข้อมูล นามสมมติของผู้ให้ข้อมูล หน้า และบรรทัดที่ข้อความนั้นปรากฏตามด้วยดัชนีข้อมูลที่สำคัญซึ่งตรงตามประเด็นที่ผู้วิจัยศึกษาและในทางปฏิบัตินั้นจะมีข้อมูลจำนวนมากจากผู้ให้ข้อมูลทุกรายจะต้องนำมาเรียงต่อกันให้ครบทุกคน

2.2 อ่านทำความเข้าใจกับข้อมูลทั้งหมดในแต่ละกลุ่มดัชนีมารวมกันเป็นกลุ่มดัชนีข้อมูลย่อยของผู้ให้ข้อมูลแต่ละราย และจัดแบ่งกลุ่มดัชนีตามปัจจัยส่งเสริมและปัจจัยอุปสรรค

3. สร้างบทสรุป (Drawing Themes)

3.1 อ่านทำความเข้าใจกับข้อมูลทั้งหมดในแต่ละกลุ่มดัชนีข้อมูลย่อยแล้วสรุปเป็นหัวข้อย่อย ๆ (Sub - themes) ในแต่ละเรื่องตามคำถามการวิจัยของผู้ให้ข้อมูลแต่ละกลุ่ม และมีข้อสังเกตเพิ่มเติมว่า หากอ่านทำความเข้าใจกับข้อมูลทั้งหมดแล้วพบว่ามีประเด็นใดที่เพิ่มเติม ก็สามารถนำมาจัดเป็นดัชนีข้อมูลและจัดให้เข้าในหัวข้อใดหัวข้อหนึ่งเพิ่มเติมในภายหลังได้

3.2 อ่านทบทวนข้อมูลทั้งหมดของแต่ละหัวข้อย่อย เพื่อพิสูจน์ว่าหัวข้อย่อยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นหัวข้อย่อยที่ถูกต้องตรงตามความเป็นจริงของข้อมูลที่ได้จากผู้ให้ข้อมูล

3.3 อ่านทำความเข้าใจกับหัวข้อย่อยแต่ละข้อแล้วสรุปเป็นหัวข้อ (Themes) ตามแนวคิด หลักการ ทฤษฎี และความคิดเห็นของผู้วิจัยเพื่อให้เป็นข้อค้นพบเบื้องต้น (Preliminary Finding)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.4 เขียนแผนภาพ (Diagram) ข้อสรุปข้อค้นพบเบื้องต้นแต่ละเรื่องตามคำถามการวิจัยของผู้ให้ข้อมูลแต่ละกลุ่ม และค้นหาความเหมือน ความต่างของข้อค้นพบจากแผนภาพแล้วนำมาเขียนเป็นแผนภาพสรุป

3.5 สร้างบทสรุปโดยนำข้อค้นพบเบื้องต้นมาเชื่อมโยงเป็นบทสรุปผู้วิจัยนำข้อค้นพบที่ตอบคำถามการวิจัยทุกข้อมาเขียนเชื่อมโยงเป็นบทสรุป

4. พิสูจน์บทสรุป (Verifying Conclusion) ผู้วิจัยต้องตรวจสอบกับผู้ให้ข้อมูลโดยนำข้อมูลที่เป็นข้อสรุปกับไปให้ผู้ให้ข้อมูลตรวจสอบความถูกต้องตรงกันกับความหมายที่ผู้ให้ข้อมูลได้ให้ไว้อีกครั้งก่อนสรุปเป็นข้อค้นพบ

องค์ประกอบสำคัญของการวิเคราะห์ข้อมูล

กระบวนการวิเคราะห์ข้อมูล มีองค์ประกอบหลัก ๆ 3 ประการ คือ (ชาย โพธิสิตา. 2554 : 337 )

1. การจัดระเบียบข้อมูล เป็นกระบวนการจัดการ ด้วยกรรมวิธีต่าง ๆ เพื่อทำให้ข้อมูลเป็นระเบียบพร้อมที่จะแสดงและนำเสนออย่างเป็นระบบขั้นตอนต่อไป

2. การแสดงข้อมูล เป็นกระบวนการนำเสนอข้อมูล ส่วนใหญ่อยู่ในรูปของการพรรณนา อันเป็นผลมาจากการเชื่อมโยงข้อมูลที่จัดระเบียบแล้วเข้าด้วยกัน ตามกรอบแนวคิดที่ใช้ในการวิเคราะห์เพื่อบอก “ เรื่องราว” ของสิ่งที่ศึกษาตามความหมายที่ข้อมูล “ พูด ”ออกมา

3. การหาข้อสรุป การตีความและการตรวจสอบความถูกต้องตรงประเด็นของผลการวิจัย เป็นกระบวนการหาข้อสรุปและการตีความหมายของผลหรือข้อค้นพบที่ได้จากการแสดงข้อมูล รวมถึงการตรวจสอบว่า ข้อสรุป/ความหมายที่ได้นั้นมีความถูกต้องตรงประเด็นและน่าเชื่อถือเพียงใด ข้อสรุปและสิ่งที่ตีความออกมานั้นอาจจะอยู่ในรูปของคำอธิบาย กรอบแนวคิด หรือทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องที่ทำการวิเคราะห์นั้น

โดยกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพแต่ละขั้นตอน มีรายละเอียดดังนี้

1. การเตรียมข้อมูล (Preparing) นักวิจัยจะต้องเตรียมข้อมูลต่าง ๆ (เช่น ภาพ เสียง วีดีทัศน์ เอกสาร) ในรูปแบบที่พร้อมต่อการวิเคราะห์ข้อมูล เช่น การถอดเทปบันทึกเสียงการสัมภาษณ์ ในการถอดเทปนักวิจัยควรถอดเทปแบบคำต่อคำ (Transcribe Verbatim) โดยไม่แสดงเฉพาะคำพูดอย่างเดียว แต่ควรแสดงองค์ประกอบอื่น ๆ ด้วย เช่น เสียงในหัวเราะ เสียงในลำคอ เสียงที่ผู้วิจัยฟังไม่ออกว่าพลวิจัยพูดว่าอะไร

2. การแตกข้อมูล (Segmenting) เมื่อนักวิจัยเตรียมข้อมูลทั้งหมดเสร็จสิ้น ก็ต้องนำข้อมูลเหล่านั้นมาจัดระเบียบ และเป็นระบบเพื่อให้สามารถเรียกใช้ได้อย่างสะดวกรวดเร็ว

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

และตรวจสอบความถูกต้องและความน่าเชื่อถือได้ จากนั้นนักวิจัยจะ " แตก " ข้อมูลที่จัดระเบียบแล้วนั้นออกเป็นหน่วยย่อย ๆ ตามความหมายเฉพาะของแต่ละหน่วย โดยอาศัยลักษณะร่วมกันอย่างใดอย่างหนึ่ง

3. การให้รหัสข้อมูล (Coding) เมื่อแตกข้อมูลขนาดใหญ่เป็นหน่วยย่อยๆแล้ว นักวิจัยจะเลือกหน่วยที่มีความหมายตรงกับประเด็นที่จะวิเคราะห์มาให้ชื่อ ซึ่งเรียกว่า การให้รหัสข้อมูล การทำเช่นนี้จะทำให้ข้อมูลที่มีขนาดใหญ่จำนวนหลายร้อยหน้ากระดาษในตอนแรกมีขนาดเล็กและสั้นลงจนเป็นเพียงรายการรหัสจำนวนหนึ่ง

4. การแสดงข้อมูล เป็นการนำเอาหน่วยข้อมูลที่เราแตกออกเป็นส่วนย่อย ๆ และให้รหัสเรียบร้อยแล้วเหล่านั้นกลับมารวมกันใหม่ ให้เป็นกลุ่มๆ ตามประเด็นหรือหัวข้อการวิเคราะห์ จุดประสงค์ของการทำเช่นนี้ก็เพื่อให้ข้อมูลในแต่ละกลุ่มสามารถ " บอก " เรื่องราวเดียวกันได้อย่างมีความหมาย ข้อมูลที่ถูกนำมาจัดกลุ่มยังไม่สามารถบอกอะไรที่เป็นเรื่องเป็นราวได้มากกว่านี้ พอมาถึงตอนนี้ข้อมูลเริ่มที่จะพูดเป็นเรื่องเป็นราวได้ ในขั้นนี้นักวิจัยสามารถทำให้ข้อมูลบอกเรื่องราวทั้งหมดของการวิจัยได้ โดยการเชื่อมโยงประเด็นต่างๆ เข้าด้วยกันตามความสัมพันธ์ที่ประเด็นเหล่านั้นมีต่อกันแล้วนำเสนอเป็นการบรรยายว่าได้พบอะไรบ้างที่นำไปสู่การตอบโจทย์การวิจัยที่ตั้งเอาไว้

การวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอนของโคไลซ์ซี่ ( อารีรัตน์ สิริวณิชชัย. 2542 : 28 ) ซึ่งเป็นกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยเชิงคุณภาพที่มีผู้มาใช้กันอย่างแพร่หลาย ดังนี้

1. อ่านข้อมูลจากการบันทึกทั้งหมดหลาย ๆ ครั้ง เพื่อความเข้าใจ
2. ให้สัญลักษณ์ประโยคหรือข้อความสำคัญที่เป็นความหมายในประเด็นที่ศึกษา
3. กำหนดความหมายของประเด็นที่ศึกษาที่ได้จากประโยคหรือข้อความสำคัญนั้น
4. จัดกลุ่มของความหมายที่เหมือนกันแล้วให้ชื่อเป็นข้อสรุป
5. อธิบายความหมายของประเด็นในเรื่องที่ศึกษาอย่างครอบคลุม
6. อธิบายให้เห็นโครงสร้างที่สำคัญทั้งหมดของประเด็นที่ศึกษา
7. กลับไปหาข้อมูล ตรวจสอบความตรงของการอธิบายความหมายของประเด็นที่ศึกษา เพื่อให้ได้ข้อสรุปขั้นต้นที่สมบูรณ์และเป็นข้อค้นพบที่ได้จากประสบการณ์จริงของผู้ให้ข้อมูล

สรุปได้ว่า แนวคิดหลักที่สำคัญในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพให้ความสำคัญมากที่สุดคือ ตัวผู้วิจัยเอง เนื่องจากผู้วิจัยจะทำหน้าที่เป็นผู้สัมภาษณ์ผู้ให้ข้อมูล บันทึกข้อมูลที่ได้ ซึ่ง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จะเป็นผู้ที่เก็บรวบรวมข้อมูลที่ได้ทั้งหมดด้วยตนเองแล้วนำมาวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิเคราะห์ข้อมูลจะต้องความรอบรู้ในเรื่องแนวคิดทฤษฎีที่ต้องการศึกษาอย่างกว้างขวาง สามารถสร้างข้อสรุปเป็นกรอบแนวคิดและเปลี่ยนแปลงแนวทางที่จะตีความหมายข้อมูลได้หลาย ๆ แบบ และจะต้องอ่านทบทวนข้อมูลทั้งหมดในทุกขั้นตอนเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและสมบูรณ์ที่สุดตลอดจนสามารถสรุปได้ องค์ประกอบที่สำคัญในการวิเคราะห์ข้อมูลก็คือตัวข้อมูล เนื่องจากการวิเคราะห์ในเชิงนี้ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้มาว่ามีความหลากหลายและอิ่มตัวหรือไม่ หมายความว่าตัวข้อมูลนั้นสามารถอธิบายปรากฏการณ์นั้น ๆ ได้เป็นอย่างดีครบถ้วนสมบูรณ์ สิ่งที่สำคัญของการวิเคราะห์เนื้อหา ก็คือการวางระบบข้อมูล

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 1. งานวิจัยในประเทศ

กุลยา เหมวัสดุกิจ (2545 : 89 ) ได้ทำการศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวนฮีลี ผู้วิจัยทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 98 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลี เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ผลการวิจัยปรากฏว่า หลังจากได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลี นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุดเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมาก ที่สุด และอยู่ในระดับ 2 มีจำนวนลดลงมากที่สุด นักเรียนกลุ่มปานกลางที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น มากที่สุด และอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด นักเรียนกลุ่มต่ำที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด และอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด

พนิดา กองเกตุใหญ่ (2542 : 70 – 75 ) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในจังหวัดกาญจนบุรี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสังกัดกรมสามัญศึกษาจังหวัดกาญจนบุรีจำนวน 590 คน เป็นชาย 260 คน หญิง 330 คน โดยเลือกแบบเจาะจงจาก 4 โรงเรียน ซึ่งเป็นตัวแทนของ 4 สหวิทยา

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เขต เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และแบบสอบถามข้อมูลพื้นฐาน ผลการวิจัยพบว่า (1) ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2 และ 3 กระจายอยู่ในระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผนและระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีความคิดในระดับ 3 ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผนสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2 และ (2) นักเรียนเกือบครึ่ง (ร้อยละ 40.7) ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแผนของแวน ฮีลีอยู่ในระดับ 3 (ระดับการอนุมาฯที่เป็นแบบแผน)

สมควร สีชมภู (2549 : 57 – 60) ได้ศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามโมเดลของแวนฮีลีของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (มอดินแดง) อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น จำนวนชั้นละ 4 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด จำนวน 3 ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า การใช้สถานการณ์ปลายเปิดในเนื้อหาด้านเรขาคณิตทำให้นักเรียนแสดงความสามารถในการคิดทางเรขาคณิตของตนเองออกมาได้ เมื่อจำแนกแล้วได้เป็นระดับพื้นฐาน (Level 0) จำนวน 9 โปรโตคอล และระดับที่หนึ่ง (Level 1) จำนวน 9 โปรโตคอล โดยที่ลักษณะการคิดในแต่ละระดับเป็นดังนี้ ระดับพื้นฐาน (Level 0) การคิดทางเรขาคณิตพบว่ายังถูกจำกัดด้วยชื่อ (Name) ของรูปทรงเรขาคณิตที่นักเรียนเคยเรียนในชั้นเรียน ระดับที่หนึ่ง (Level 1) การคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนพบว่าเป็นการวิเคราะห์องค์ประกอบคุณสมบัติหรือกฎและพิจารณาความสัมพันธ์องค์ประกอบของรูปทรงเรขาคณิตโดยการทดลองด้วยวิธีการต่าง ๆ

ทองขาว แสงสุริยจันทร์ (2550 : 89 – 93) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นประเทศลาวโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad คัดเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมายในชั้นมัธยมศึกษาจำนวน 6 คนจาก 20 คนที่เข้าทำการทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบของแวนฮีลี นักเรียนทั้ง 6 คน มีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 2 : การวิเคราะห์แบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุน ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ให้สร้างโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผลการวิจัยพบว่า ในขณะนักเรียนทำกิจกรรมนักเรียนได้แสดงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามรูปแบบระดับการคิดของแวนฮีลี ในระดับที่3: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน รายละเอียดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของ

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นักเรียนในแต่ละระดับเป็นดังนี้ ระดับที่ 1: การรับรู้จากการมองเห็น นักเรียนให้ข้อสังเกตผลที่เกิดจากการจัดกระทำกับรูปเรขาคณิตบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ซึ่งจะอยู่ในลักษณะของรูปร่าง ระยะทางและทิศทางการเคลื่อนที่ ระดับที่ 2: การวิเคราะห์ผลที่เกิดจากการกระทำกับรูปภาพหรือพารามิเตอร์ ถูกวิเคราะห์ในลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการแปลงทางเรขาคณิต นักเรียนในระดับนี้สามารถวิเคราะห์เวกเตอร์กำหนดการเลื่อนขนาน เส้นสะท้อนหรือมุมหมุน ในฐานะที่เป็นพารามิเตอร์ที่ควบคุมการแปลงทางเรขาคณิตระดับที่ 3: การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสมบัติของภาพที่ได้จากการแปลงและพารามิเตอร์ที่ควบคุมการแปลงทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถนำใช้ผลลัพธ์จากการเชื่อมโยงในการตำแหน่งของรูปที่เกิดจากการแปลงทางเรขาคณิตและตำแหน่งพารามิเตอร์มี่ควบคุมการแปลงเรขาคณิต ตามเงื่อนไข

นวลศรี ชำนาญกิจ (2550 : 83) ได้ศึกษาผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวนฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวนฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาครู สาขาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 1-2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ชุด คือแบบทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตซึ่งพัฒนาโดยยูซิสกิน แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตและแผนการสอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตโดยใช้ลำดับขั้นของแวนฮีลี ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนาแวนฮีลีมีระดับการคิดทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวนฮีลีที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิตตั้งแต่ 2 ขึ้นไปมีจำนวนร้อยละ 92.9 นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนาแวนฮีลีมีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักศึกษาครูที่ได้รับการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวนฮีลี มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 มีจำนวนร้อยละ 53.57

**2. งานวิจัยต่างประเทศ**

โลวรี่ย์ (Lowry.1987 : 1971 – A ) ได้ศึกษาความคิดทางเรขาคณิตเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปของเด็กอายุ 9 ปี กลุ่มตัวอย่างคือ เด็กอายุ 9 ขวบจำนวน 18 คน เด็กแต่ละคนจะได้รับการสอนตามรูปแบบแวนฮีลีซึ่งประกอบด้วยขั้นการสอน 5 ขั้น ใช้เวลาสอนประมาณ 3 ชั่วโมงโดยสอน 2 ครั้ง/สัปดาห์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จะได้รับการสอนซึ่งไม่ได้เน้นเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูป ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จะได้รับการสอนโดยเน้นให้จำ

กฎผลการวิจัยพบว่า จากการสัมภาษณ์นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทุกคนมีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 คน มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ในเรื่องพื้นที่และเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมหลังจากได้รับการสอนตามรูปแบบแวนฮีลีพบว่าการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตไปสู่ระดับที่สูงกว่า

โบบังโก ( Bobango. 1987 : 2566 – A ) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ซึ่งเป็นผลจากการสอนโดยใช้รูปแบบของแวนฮีลีใช้เวลาทดลอง 20 วัน โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 72 คน มีการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตและระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีก่อนและหลังการสอน โดยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ คอมพิวเตอร์โดยใช้รูปแบบแวนฮีลีทำให้ระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเพิ่มขึ้น โดยเป็นการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับ 1 (ระดับการวิเคราะห์) ไปยังระดับ 2 (ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน) มากกว่าการเพิ่มระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับอื่นๆ

ฮาน (Han. 1987 : 3690 – A) ได้ศึกษาผลของตำราเรียนเรขาคณิตมาตรฐานและตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลีที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวน ฮีลี ผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย 2 โรงเรียน จำนวน 478 คนแบ่งเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานและกลุ่มที่เรียนตำราเรียนตามทฤษฎีของแวน ฮีลี เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีซึ่งใช้วัดในเดือนกันยายน มกราคม และพฤษภาคม แบบทดสอบวัดการพิสูจน์ใช้วัดเดือนพฤษภาคม แบบวัดทัศนคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิตซึ่งประกอบการวัดด้านความสนใจ ประโยชน์ และความยากของวิชาเรขาคณิตซึ่งวัดในเดือนมกราคมและเดือนพฤษภาคม นอกจากนี้ในเดือนพฤษภาคมจะวัดทัศนคติด้านการพิสูจน์ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีของนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานและนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลีไม่มีความแตกต่างกัน ไม่มีความสัมพันธ์ภายในระหว่างระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบของแวนฮีลีกับผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติด้านการพิสูจน์ โดยนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานมีผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิต มีความแตกต่างระหว่าง 2 กลุ่มในด้านผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศฯคติด้านการพิสูจน์ โดยนักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานมีผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์และทัศนคติด้านการพิสูจน์ดีกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราตามทฤษฎีของแวนฮีลี กลุ่มที่เรียนตามตำราเรียนตามทฤษฎีของแวนฮีลีพบว่า

เรขาคณิตตอนสิ้นปียากกว่าตอนกลางปี ขณะที่นักเรียนกลุ่มที่เรียนตำราเรียนมาตรฐานพบว่าเรขาคณิตง่าย เมื่อรวมนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มพบว่าทัศนคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิตลดลงในครึ่งหลังของการเรียน

เฮ็นเดอร์สัน (Henderson. 1988 : 2571 - A) ได้ศึกษาความคิดทางเรขาคณิตและความยืดหยุ่นในการสอนเรขาคณิตของครูฝึกสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรเป็นครูฝึกสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาจำนวน 5 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างตามรูปแบบแวนฮีลีและวีดีโอที่ถ่ายบางส่วนขณะที่ครู 5 คนกำลังสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่ามีครู 1คน ที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 2 ถึงระดับ 3 มีครู 1คนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 3 ถึง 4 มีครู 1 คนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ 5 ในระหว่างการสอนครูฝึกสอนถามคำถามซึ่งทำให้นักเรียนคิดและตอบสนองได้ในระดับ 3 และระดับ 4

เคมป์ (Kemp. 1990 : 1148 – A) ได้ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของยูคลิดกับนักศึกษาหูหนวก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัย Gallaudet ซึ่งเป็นมหาวิทยาลัยที่สอนศิลปศาสตร์สำหรับคนหูหนวกโดยเฉพาะในภาคการศึกษาฤดูใบไม้ร่วง ปีการศึกษา 1988 กลุ่มทดลองประกอบด้วยนักศึกษาหูหนวกจำนวน 114 คน ซึ่งลงทะเบียนในวิชาเรขาคณิตของยูคลิด ส่วนกลุ่มควบคุมประกอบด้วยนักศึกษาหูหนวกจำนวน 59 คน ซึ่งไม่ลงทะเบียนเรียนวิชายูคลิก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบของแวนฮีลีซึ่งนักศึกษาทั้งสองกลุ่มต้องทำก่อนและหลังการทดลองและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตซึ่งนักศึกษาที่อยู่ในกลุ่มทดลองต้องทำ ผลการวิจัยพบว่า ก่อนและหลังการทดลองนักศึกษาทั้งสองกลุ่มอย่างน้อยร้อยละ 70 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตที่ระดับ 0 หลังการทดลองนักศึกษานักศึกษาทั้งสองกลุ่มประมาณร้อยละ 17 มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ก่อนการทดลองระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มควบคุมสูงกว่าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่หลังการทดลองระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มควบคุมไม่สูงกว่าระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักศึกษาในกลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ หลังการทดลองไม่มีนักศึกษาคนใดมีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 3 หรือระดับ 4

แม็คเคล็นดอน (Mcclendon. 1990 : 1539 – A)ได้ศึกษาการใช้รูปแบบของแวนฮีลีในการประเมินความเข้าใจความคิดทางเรขาคณิตของครูประถมศึกษาและปรับปรุงทัศนคติที่

มีต่อการสอนเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่สอนชั้นอนุบาลถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีและแบบวัดทัศคติซึ่งใช้วัดก่อนและหลังการทดลองทั้งในกลุ่มทดลองและกลุ่มเปรียบเทียบ ทดลองในขั้นการสอน 5 ขั้นตามรูปแบบแวนฮีลีเพื่อพัฒนากิจกรรมตามหัวข้อ ใช้เวลา 10 วัน ๆ ละ 6 ชั่วโมง กับกลุ่มทดลองผลการวิจัยพบว่า ครู 28 คนจากทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันก่อนการทดลอง แต่หลังการทดลองมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ทั้งในการวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตและการวัดทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิต กลุ่มทดลองมีระดับความคิดทางเรขาคณิตและทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิตก่อนและหลังการทดลองแตกต่างกัน ระดับความคิดทางเรขาคณิตและทัศนคติที่มีต่อการสอนเรขาคณิตไม่มีความสัมพันธ์กัน กลุ่มทดลองมีความรู้ทางเรขาคณิตและทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิตเพิ่มขึ้น

แครอล (Carroll. 1998 : 98) ศึกษานักเรียนที่เรียนเรขาคณิตในหลักสูตรต่างกัน คือนักเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติในสหรัฐอเมริกากับนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำ วันในโครงการคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนของมหาวิทยาลัยชิกาโก (The University of Chicago School Mathematics Project 's (UCMSP) Everyday Mathematics Program) โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 5 หลักสูตรละ 4 ห้องเรียน นักเรียนเกรด 6 หลักสูตรละ 6 ห้องเรียนใช้แบบทดสอบที่ดัดแปลงมาจากแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของโครงการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาในวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา (CDASSG) เป็นแบบทดสอบ 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือกจำนวน 21 ข้อ แบ่งเป็น 3 ระดับ คือระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2 ระดับละ 7 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นแบบสอบสั้นและให้วาดรูปอีก 6 ข้อแบ่งเป็น 2 ระดับคือ ระดับ 3 และ4 ใช้เวลา 45 นาที ในเรื่อง รูปหลายเหลี่ยม การหาพื้นที่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม เส้นขนานการสมมาตร การหาค่ามุม โดยใช้เกณฑ์ผ่านตอนที่ 1 เป็น 5 ใน 7 ข้อ ตอนที่ 2 ใช้เกณฑ์ผ่านที่พิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญจากการให้เหตุผลตั้งแต่ระดับ 1 ถึง 5 ใช้การทดสอบในสัปดาห์ที่ 2 ของเดือนพฤศจิกายน และทดสอบสัปดาห์สุดท้ายของเดือน พฤษภาคม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตในหลักสูตร UCMSP มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีสูงกว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรเรขาคณิตปกติทุกระดับของนักเรียนทั้งเกรด 5 และ 6 จากงานวิจัยที่ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนดังกล่าวส่วนใหญ่พบว่าระดับความคิดนี้สามารถทำนายผลการเรียนเรขาคณิตและความสามารถในการพิสูจน์ในระดับต่างๆ ได้อย่างดี หลักสูตรที่สนองกับระดับ

ความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี ได้อย่างดีนั้นเป็นหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นใหม่ ไม่ใช่หลักสูตรปกติ

จากการศึกษาเอกสารและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศพบว่า การศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิต และปัจจัยที่เกี่ยวข้องทำให้ถึงทราบถึงลักษณะที่ส่งผลต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน อันจะเป็นแนวทางให้ผู้ปกครองและครูสามารถจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมระดับการคิดทางเรขาคณิตให้สูงขึ้น ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี และปัจจัยที่เกี่ยวข้องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้แบบทดสอบที่พัฒนามาจากแบบทดสอบของยูซิสกิน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY