บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาทักษะการคิดคำนวณและแก้ปัญหาของนักศึกษาลงทะเบียนเรียนรายวิชาฟิสิกส์วิศวกรรม1 ดังนั้นเพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจในการศึกษาดังกล่าว ผู้วิจัยจึงได้เสนอรายละเอียดดังนี้

เนื้อหาวิชาฟิสิกส์สำหรับวิศวกรรม1

ปริมาณสเกลาร์และเวคเตอร์

โมเมนตัม

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เนื้อหาวิชาฟิสิกส์วิศวกรรม 1

วิชาฟิสิกส์วิศวกรรม1 เป็นรายวิชาพื้นฐานของสาขาการจัดการงานวิศวกรรมและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามทุกแขนง โดยมีจุดมุ่งหมายในการเรียนดังนี้

1. เพื่อให้นักศึกษามีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับปรากฏการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับรายวิชา
2. เพื่อให้นักศึกษาเล็งเห็นความสำคัญของวิชาฟิสิกส์
3. เพื่อให้นักศึกษามีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่ถูกต้องทั้งต่อวิชาชีพของตนเองและสังคม

ในส่วนของคำอธิบายรายวิชา คือ การวัดความแม่นยำและความเที่ยงตรงในการวัด หน่วยปริมาณสเกลาร์ และเวคเตอร์ ทฤษฎีและการประยุกต์ของแรงและการเคลื่อนที่ กฎการอนุรักษ์ของพลังงาน และโมเมนตัม การเคลื่อนที่ของระบบอนุภาคและวัตถุแข็งเกร็ง สมบัติของสสาร กลศาสตร์ของของไหล ความร้อนและอุณหพลศาสตร์ การสั่นและคลื่น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ปริมาณเวกเตอร์และปริมาณสเกล่าร์

ปริมาณกายภาพแบ่งออกได้ 2 ประเภท

1. ปริมาณสเกล่าร์ คือปริมาณที่บอกแต่ขนาดอย่างเดียวก็ได้ความหมายสมบูรณ์ ไม่ต้องบอกทิศทาง เช่น ระยะทาง มวล เวลา ปริมาตร ความหนาแน่น งาน พลังงาน ฯลฯ

การหาผลลัพธ์ของปริมาณสเกล่าร์ ก็อาศัยหลังการทางพีชคณิต คือ วิธีการ บวก ลบ คูณ หาร

2. ปริมาณเวกเตอร์ คือ ปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทาง จึงจะได้ความหมายสมบูรณ์ เช่น การกระจัด ความเร่ง ความเร็ว แรง โมเมนตัม ฯลฯ

การหาผลลัพธ์ของปริมาณเวกเตอร์ ต้องอาศัยวิธีการทางเวกเตอร์ โดยต้องหาผลลัพธ์ทั้งขนาดและทิศทาง

ปริมาณเวกเตอร์

1. สัญลักษณ์ของปริมาณเวกเตอร์

ใช้อักษรมีลูกศรครึ่งบนชี้จากซ้ายไปขวา หรือใช้ตัวอักษรทึบแสดงปริมาณเวกเตอร์ก็ได้

2. เวกเตอร์ที่เท่ากัน

เวกเตอร์ 2 เวกเตอร์เท่ากัน เมื่อเวกเตอร์ทั้งสองเท่ากันและมีทิศไปทางเดียวกัน

3. เวกเตอร์ลัพธ์ใช้อักษร R

4. การบวก-ลบเวกเตอร์

การบวก-ลบเวกเตอร์ หรือการหาเวกเตอร์ สามารถทำได้ 2 วิธี คือ

1. วิธีการเขียนรูป

2. วิธีการคำนวณ

1.1 การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการเขียนรูปแบบหางต่อหัว มีขั้นตอนดังนี้

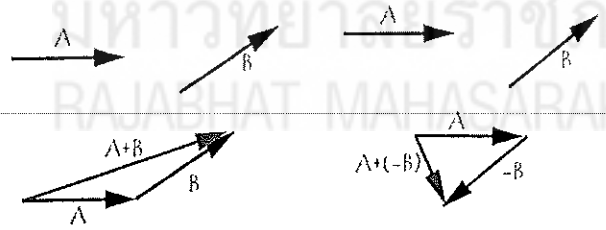
(1) เขียนลูกศรตามเวกเตอร์แรกตามขนาดและทิศทางที่กำหนด

(2) นำหางลูกศรของเวกเตอร์ที่ 2 ที่โจทย์กำหนด ต่อหัวลูกศรของเวกเตอร์แรก

(3) นำหางลูกศรของเวกเตอร์ที่ 3 ที่โจทย์กำหนด ต่อหัวลูกศรของเวกเตอร์ที่ 2

(4) ถ้ามีเวกเตอร์ย่อยๆอีก ให้นำเวกเตอร์ต่อๆไป มากระทำดังข้อ (3) จนครบทุกเวกเตอร์

(5) เวกเตอร์ลัพธ์หาได้โดยการลากลูกศรจากหางของเวกเตอร์แรกไปยังหัวของเวกเตอร์สุดท้าย เช่น



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นิยามต้องทราบ

ถ้า A เป็นเวกเตอร์ใดๆที่มีขนาดและทิศทางหนึ่งๆ เวกเตอร์ -A คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับเวกเตอร์ A แต่ มี ทิศทางตรงกันข้าม

1.2 การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการคำนวณ

เนื่องจากการหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการวาดรูป ให้ผลลัพธ์ไม่แม่นยำเพียงแต่ได้คร่าวๆ เท่านั้น เพราะถ้าลาก

ความยาวหรือทิศทางลูกศรแทนเวกเตอร์คลาดเคลื่อนเพียงเล็กน้อย ผลของเวกเตอร์ลัพธ์ก็จะคลาดเคลื่อนไปด้วยแต่การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยการคำนวณจะให้ผลลัพธ์ถูกต้องแน่นอน

การหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการคำนวณ เมื่อมีเวกเตอร์ย่อยเพียง 2 เวกเตอร์ จะแบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

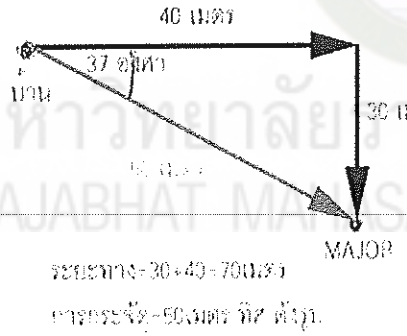
1. เวกเตอร์ทั้ง 2 ไปทางเดียวกัน เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดเวกเตอร์ทั้งสอง ทิศทางของเวกเตอร์ไปทางเดียวกับเวกเตอร์ทั้งสอง

2. เวกเตอร์ทั้ง 2 สวนทางกัน เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาดเท่ากับผลต่างของเวกเตอร์ทั้งสอง ทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ไปทางเดียวกับเวกเตอร์ที่มีขนาดมากกว่า
เพราะฉะนั้น R = B - A เมื่อ B > A , R = A - B เมื่อ A > B

3. เวกเตอร์ทั้ง 2 ทำมุม 0 ต่อกัน สามารถหาเวกเตอร์ลัพธ์โดยวิธีการเขียนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยให้เวกเตอร์ย่อยเป็นด้านของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ประกอบ ณ จุดนั้น **จะ ได้เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาดและทิศทางตามแนวเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ลากจากจุดที่เวกเตอร์ทั้งสองกระทำต่อกัน**

ระยะทาง (Distance) คือ ความยาววัดตามแนวเส้นที่อนุภาคเคลื่อนที่ เป็นปริมาณสเกล่าร์(มีเฉพาะขนาด)หน่วยมาตรฐาน SI คือ "เมตร"

การขจัด หรือ การกระจัด (Displacement) คือ เส้นตรงที่ลากจากจุดตั้งต้นของการเคลื่อนที่ไปยังจุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่ เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทั้งขนาดและทิศทาง (คือ ทิศจากที่หัวศรลากจากจุดตั้งต้นไปสุดท้าย)มีหน่วย "เมตร" เช่นกัน



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

โมเมนตัม การดล และการชน

1. โมเมนตัม (Momentum)

เราทราบแล้วว่า แรงสามารถทำให้วัตถุที่หยุดนิ่งเคลื่อนที่ หรือทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่หยุดนิ่ง การเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุด้วยแรงนี้จะยากหรือง่ายขึ้นอยู่กับมวลและความเร็วของวัตถุ วัตถุที่มีมวลมากและความเร็วสูงย่อมทำให้หยุดได้ยากกว่าวัตถุที่มีมวลน้อยหรือความเร็วต่ำ

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad \text{..... (1.1)}$$

แสดงว่าแรงกระทำ $\vec{F}$ มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยน $m\vec{v}$ ดังนั้นปริมาณของมวลคูณกับความเร็วจึงน่าจะเป็นปริมาณที่กำหนดสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุได้ เรียกปริมาณนี้ว่า โมเมนตัมเชิงเส้น (linear momentum) เขียนแทนด้วย $\vec{p}$

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \text{..... (1.2)}$$

โมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศเดียวกับความเร็ว มีหน่วยเป็น $kg\ m\ s^{-1}$ และเป็นปริมาณสำคัญที่บอกค่าของแรงในการที่จะทำให้อนุภาคมีการเคลื่อนที่ โดยแทนค่าจากสมการ (1.2) ลงในสมการ(1.1) จะได้

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{..... (1.3)}$$

สมการ (1.3) แสดงว่า แรงในกฎข้อ 2 ของนิวตัน คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุนั่นเอง

2. การดล (Impulse)

จากสมการ (1.3) อาจกล่าวได้ว่า แรงทำให้โมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยน ถ้าแรงกระทำบนวัตถุเป็นเวลานานโมเมนตัมก็เปลี่ยนมาก เราสามารถเขียนสมการการเปลี่ยนโมเมนตัมในเวลา dt ได้ดังนี้

$$d\vec{p} = \vec{F}\,dt$$

ดังนั้น การเปลี่ยนโมเมนตัมจากเวลา t วินาที ถึง t' วินาที คือ

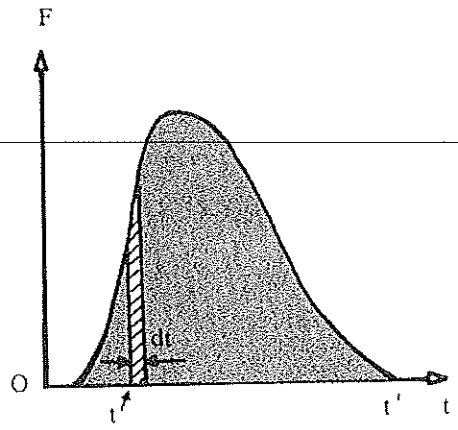
$$\int_{\vec{p}}^{\vec{p}'} d\vec{p} = \int_{t}^{t'} \vec{F}\,dt$$

เมื่อ $\vec{p}$ เป็น โมเมนตัมที่เวลา t วินาที และ $\vec{p}'$ เป็น โมเมนตัมที่เวลา t' วินาที

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จะได้ $\vec{p}' - \vec{p} = \int_{t}^{t'} \vec{F}\, dt$ ..... (1.4)

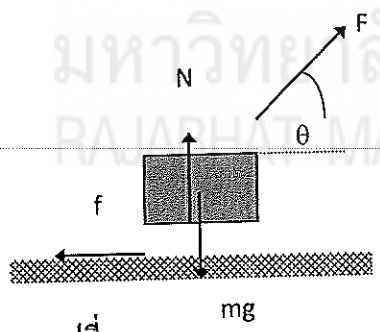
ปริมาณทางขวามือของสมการ (1.4) คือ *การดล (Impulse)* ดังนั้น การดลจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์มีค่าเท่ากับการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม รูปที่ 1.1 แสดงการเปลี่ยนแปลงของแรง $\vec{F}$ ซึ่งมีทิศคงที่แต่มีขนาด $\vec{F}$ เปลี่ยนตามเวลา t การดลในเวลา dt คือ $\vec{F}\, dt$ ดังนั้น พื้นที่ใต้กราฟคือ ขนาดของการดลทั้งหมด สำหรับกรณีที่ $\vec{F}$ มีทิศทางคงที่ การดลจะมีทิศทางเดียวกับแรง $\vec{F}$ เราเรียก แรงที่กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลาสั้น ๆ นี้ว่า ***แรงดล (impulsive force)***



รูปที่ 1.1

3. การดลของแรงลัพธ์ (I_T)

การดลของแรงลัพธ์ คือ ผลบวกของการดลของแรงย่อยทุกแรงแบบเวกเตอร์ที่เราพิจารณา เช่น สมมติว่าวัตถุมวล m มีแรงกระทำดังรูปที่ 1.2 โดยแรงเหล่านี้กระทำในช่วงเวลา Δt ดังนั้นการดลของแรงต่าง ๆ พิจารณาดังนี้คือ



รูปที่ 1.2

การดลของแรง F คือ $\vec{I}_F = \int_{t}^{t'} \vec{F}\, dt = \vec{F}\Delta t$ (กรณี F คงที่)

การดลของแรง f คือ $\vec{I}_f = \int_{t}^{t'} \vec{f}\, dt = \vec{f}\,\Delta t$ (กรณี f คงที่)

การดลของแรง N คือ $\vec{I}_N = \int_{t}^{t'} \vec{N} dt = \vec{N}\Delta t$ (กรณี N คงที่)

การดลของแรง mg คือ $\vec{I}_{mg} = \int_{t}^{t'} m\vec{g}\, dt = m\vec{g}\,\Delta t$

ดังนั้น การดลของแรงลัพธ์ จะเป็น

$$\vec{I}_T = \vec{I}_F + \vec{I}_f + \vec{I}_N + \vec{I}_{mg}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

$$= \quad \vec{F}\Delta t + \vec{f}\Delta t + \vec{N}\Delta t + m\vec{g}\Delta t$$

$$= \quad (\vec{F} + \vec{f} + \vec{N} + m\vec{g})\Delta t$$

ดังนั้น $\vec{I}_T = \sum \vec{F}.\Delta t$ ..... (1.5)

แต่ $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$= \quad m\left(\frac{\vec{v} - \vec{u}}{\Delta t}\right)$$

$$\sum \vec{F}.\Delta t = m(\vec{v} - \vec{u})$$

$$= \quad \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

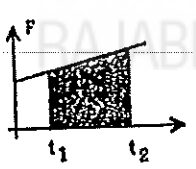
$$= \quad \Delta\vec{p}$$ ..... (1.6)

จากสมการ (1.5) และ (1.6) เป็นสมการเดียวกัน เขียนได้ว่า

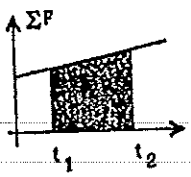
$$\vec{I} = \sum \vec{F}\Delta t = m(\vec{v} - \vec{u}) = \Delta\vec{p}$$

เรียกสมการนี้ว่า **สมการการดล – โมเมนตัม** ซึ่งมีความหมายว่า การดลทั้งหมดที่กระทำบนวัตถุเท่ากับ โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปของวัตถุ ถ้า Δt สั้นมาก ๆ เช่น การชนกัน จะเรียก $\sum \vec{F}$ ว่า แรงดล ให้ตัดน้ำหนักทิ้งได้ เพราะการดลของแรง mg น้อยมากเมื่อเทียบกับแรงกระทบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



การดลของแรง F
คือ พื้นที่ใต้กราฟ



การดลของแรงลัพธ์คือ
โมเมนตัมที่เปลี่ยนไป
หรือ การดลทั้งหมด

ข้อสังเกต

1) $\vec{F}$ และ $\vec{p}$ มีทิศเดียวกันเสมอ ดังนั้นทิศของการดล $\vec{I}$ ต้องมีทิศเดียวกับ $\vec{F}$ และ $\vec{p}$

2) หน่วยงานของการดลเหมือนกับของ $\vec{F}t$ คือ N s และเหมือนกับของ $\vec{p}$ คือ kg m s^{-1}

ดังนั้นการดลจึงมีได้สองหน่วย คือ N s และ kg m s^{-1}

โดย 1 N s = 1 kg m s^{-1}

3) พื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรง $\vec{F}$ กับเวลา t เท่ากับ การดลของแรง $\vec{F}$ นั้นโดยที่

ก) ถ้า F เป็นแรงย่อยใด ๆ

พื้นที่ใต้กราฟ F , t = การดลของแรง F ย่อย

ข) ถ้า $\sum F$ เป็นแรงลัพธ์

พื้นที่ใต้กราฟ F , t = การดลของแรงลัพธ์

4. กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น (law of conservation of momentum)

จากสมการ (1.3) $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

ถ้าไม่มีแรงลัพธ์ภายนอกไปกระทำที่วัตถุ กล่าวคือ $\vec{F} = 0$

จะได้ $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$

หรือ $\vec{p}$ = ค่าคงที่

นั้นคือ เราอาจพูดได้ว่า " ***ถ้าไม่มีแรงลัพธ์ภายนอกกระทำกับวัตถุ โมเมนตัมของวัตถุจะมีค่าคงที่*** " โดยข้อความนี้จะสอดคล้องกับกฎข้อ 1 ของนิวตัน แสดงได้ดังนี้

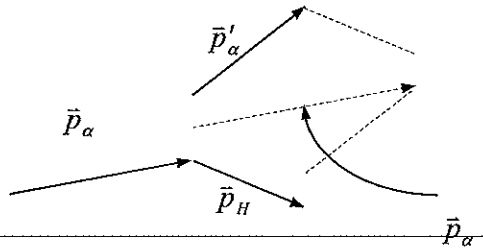
$\vec{p} = m\vec{v}$ = ค่าคงที่

แต่ m คงที่ เพราะฉะนั้น $\vec{v}$ = ค่าคงที่

ดังนั้นเมื่อไม่มีแรงลัพธ์จากภายนอกไปกระทำบนวัตถุ วัตถุนั้นจะมีความเร็วคงที่ หรือจะรักษาสภาพการเคลื่อนที่ ซึ่งก็คือ $\vec{v} = 0$

ในกรณีที่มีวัตถุสองก้อนซึ่งต่างก็มีแรงกระทำต่อกันและกัน แต่ไม่มีแรงลัพธ์ภายนอกอื่นใดมากระทำต่อวัตถุทั้งสองนี้ เราทดลองได้ผลว่า โมเมนตัมรวมของวัตถุทั้งสองจะคงที่ ดังเช่น การทดลองในเรื่อง ห้องเมฆ (cloud chamber) ซึ่งให้อนุภาคอัลฟา (หรือนิวเคลียสของฮีเลียม) วิ่งไปชนอะตอมของไฮโดรเจนซึ่งอยู่กับที่ อนุภาคอัลฟาจะเบนไปจากเดิม และอะตอมของไฮโดรเจนก็จะกระเด็นไปอีกทางหนึ่ง จากการถ่ายภาพและวัดอัตราเร็วของอนุภาคทั้งสอง เราก็ทราบความเร็ว และเมื่อคูณด้วยมวล ผลคูณที่ได้ก็คือ โมเมนตัมซึ่งเขียนเป็นเวกเตอร์ดังรูปที่ 1.3

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY



รูปที่ 1.3 แสดงโมเมนตัมคงที่ เมื่ออนุภาคอัลฟาวิ่งชนอะตอมของไฮโดรเจน

$\vec{p}_\alpha$ เป็นโมเมนตัมของอนุภาคอัลฟาก่อนชนกับอะตอมของไฮโดรเจนที่อยู่นิ่งซึ่งมีโมเมนตัมเป็นศูนย์ เมื่อชนแล้วโมเมนตัมของอนุภาคอัลฟาและอะตอมของไฮโดรเจนเปลี่ยนเป็น $\vec{p}'_\alpha$ และ $\vec{p}_H$ ตามลำดับ จากรูปจะเห็นว่า โมเมนตัมรวมของ $\vec{p}'_\alpha$ และ $\vec{p}_H$ จะเท่ากับ $\vec{p}_\alpha$

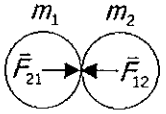
ดังนั้น $\vec{p}_\alpha = \vec{p}'_\alpha + \vec{p}_H$

หรือ กล่าวได้ว่า โมเมนตัมรวมของอนุภาคทั้งสองก่อนการชนและหลังการชนเท่ากัน

การทดลองอื่น ๆ อีกหลายอย่างก็ให้ผลเหมือนกับตัวอย่างข้างบน รวมทั้งกรณีที่มีการชนกันของวัตถุหลาย ๆ ก้อน การชนนี้มีความหมายรวมไปถึงการชนกันโดยไม่ต้องมีการสัมผัสกัน เพียงแต่มีแรงกระทำระหว่างกันเท่านั้นก็ถือว่ามีการชนเกิดขึ้นแล้ว อย่างไรก็ตาม ในทุกกรณีที่จะให้ผลเช่นนี้ จะต้องไม่มีแรงภายนอกกระทำ ดังนั้นจึงตั้งเป็นกฎเรียกว่า **กฎการอนุรักษ์ของโมเมนตัม (law of conservation of momentum)** ได้ดังนี้

" โมเมนตัมของวัตถุทั้งหมดที่กำลังพิจารณาจะคงที่ ถ้าไม่มีแรงลัพธ์ใด ๆ จากภายนอกกระทำต่อวัตถุเหล่านั้น "

เพื่อให้เข้าใจกฎเกณฑ์นี้ดีขึ้น ขอให้พิจารณาการชนของวัตถุ 2 อันขณะที่ชนกันจะมีแรง $\vec{F}_{12}$ และ $\vec{F}_{21}$ กระทำต่อมวลที่ 1 และที่ 2 ดังรูปที่ 1.4 ในช่วงเวลาสั้น ๆ $\vec{F}_{12}$ และ $\vec{F}_{21}$ จะเป็นฟังก์ชันของเวลา



รูปที่ 1.4

จากสมการ(1.4) โมเมนตัมของมวลที่ 1 ที่เปลี่ยนไป

$$\vec{p}_1' - \vec{p}_1 = \int_t^{t'} \vec{F}_{12} dt \qquad \text{..... (1.7)}$$

และโมเมนตัมของมวลที่ 2 ที่เปลี่ยนไป

$$\vec{p}_2' - \vec{p}_2 = \int_t^{t'} \vec{F}_{21} dt \qquad \text{..... (1.8)}$$

บวกสมการทั้งสองเข้าด้วยกัน จะได้

$$\vec{p}_1' - \vec{p}_1 + \vec{p}_2' - \vec{p}_2 = \int_t^{t'} \vec{F}_{12} dt + \int_t^{t'} \vec{F}_{21} dt$$

$$= \int_t^{t'} (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) dt \qquad \text{..... (1.9)}$$

แต่จากกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน แรง $\vec{F}_{12}$ ซึ่งกระทำต่อวัตถุที่ 1 โดยวัตถุที่ 2 จะต้องมีขนาดเท่ากับแรง $\vec{F}_{21}$ ซึ่งกระทำต่อวัตถุที่ 2 โดยวัตถุที่ 1 แต่มีทิศตรงกันข้าม

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

หรือ $$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

แทนสมการนี้ลงในสมการ (1.9) จะได้

$$\vec{p}_1' - \vec{p}_1 + \vec{p}_2' - \vec{p}_2 = 0$$

นั่นคือ $$\vec{p}_1' + \vec{p}_2' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \qquad \text{..... (1.10)}$$

หรือ **โมเมนตัมรวมก่อนชน = โมเมนตัมรวมหลังชน**

ดังนั้นโมเมนตัมรวมของระบบมีค่าคงที่ จะเห็นได้ว่าในตัวอย่างนี้ ถึงแม้จะมีแรงกระทำต่อวัตถุ แต่แรงนั้นเป็นแรงระหว่างวัตถุ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของระบบ ถือได้ว่าเป็นแรงภายใน และเมื่อแรงภายนอกมีค่าเป็นศูนย์ โมเมนตัมรวมของระบบจะมีค่าคงที่ ไม่เปลี่ยนไปกับเวลาเสมอ

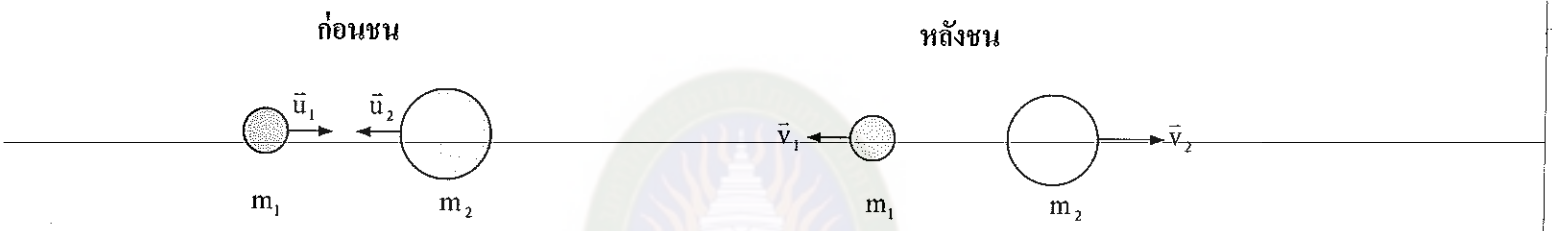
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5. การชนใน 1 มิติ (one dimensional collision)

การชนของวัตถุจัดได้เป็น 2 แบบใหญ่ ๆ เมื่อพิจารณาที่พลังงานจลน์ คือ ชนแล้วสูญเสียพลังงานจลน์ และชนแล้วไม่มีการสูญเสียพลังงานจลน์ ซึ่งแต่ละอย่างมีชื่อเรียกดังนี้คือ

การชนแบบยืดหยุ่น (Elastic collision) คือ การชนที่พลังงานจลน์ของระบบคงที่ (ไม่มีการสูญเสียพลังงานจลน์)

สำหรับระบบที่ประกอบด้วยมวล m_1 และ m_2 วิ่งเข้าชนกันใน 1 มิติ ด้วยความเร็ว $\vec{u}_1$ และ $\vec{u}_2$ ตามลำดับ ซึ่งหลังจากการชนมวลทั้งคู่มีความเร็วเปลี่ยนแปลงไปเป็น $\vec{v}_1$ และ $\vec{v}_2$ (รูปที่ 1.5) ดังนั้น หลักการคงตัวของโมเมนตัม และหลักการคงตัวของพลังงานจลน์ เขียนได้ดังนี้



รูปที่ 1.5 แสดงการชนแบบยืดหยุ่น

หลักการคงตัวของโมเมนตัม

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \qquad \text{..... (1.11)}$$

และ หลักการคงตัวของพลังงานจลน์

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \qquad \text{..... (1.12)}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เมื่อกำหนดให้ $\vec{v}$ มีค่าเป็นบวกเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไปทางขวา และมีค่าเป็นลบเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไปทางซ้าย

ถ้าสมมติว่า ทราบค่า $m_1, m_2, \vec{u}_1, \vec{u}_2$ สามารถหาค่า $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ ได้จากสมการ (1.11) และ (1.12) ดังนี้

$$\vec{v}_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\vec{u}_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)\vec{u}_2 \qquad \text{..... (1.13)}$$

$$\vec{v}_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)\vec{u}_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)\vec{u}_2 \qquad \text{..... (1.14)}$$

โดยในการหาค่า $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ จากสมการ (1.13) และ (1.14) นี้ต้องคำนึงถึงเครื่องหมายของ $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ ที่แทนลงในสมการดังกล่าวด้วย

ค่าของ $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ ในรูปของ m_1, m_2, $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ ตามสมการที่ (1.13) และ (1.14) ค่อนข้างจะมองความสัมพันธ์ได้ค่อนข้างยาก จึงได้มีการนำสองสมการนี้ไปพิจารณากรณีพิเศษหลายกรณีเพื่อจะได้เข้าใจสมการทั้งสองนี้ได้ดีขึ้น

กรณีพิเศษต่าง ๆ ของการชนแบบยืดหยุ่น

1. กรณี $m_1 = m_2$ จะได้ว่า

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_2 \qquad \text{..... (1.15)}$$

และ

$$\vec{v}_2 = \vec{u}_1 \qquad \text{..... (1.16)}$$

ซึ่งหมายความว่า วัตถุที่มีมวลเท่ากัน หลังการชนแบบยืดหยุ่นแล้ว วัตถุหนึ่งจะมีความเร็วหลังการชนเท่ากับความเร็วก่อนการชนของวัตถุอีกก้อนหนึ่ง

2. กรณี m_2 อยู่นิ่ง
ดังนั้น $\vec{u}_2 = 0$ จะทำให้สมการ (1.13) และ (1.14) ได้เป็น

$$\vec{v}_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\vec{u}_1 \qquad \text{..... (1.17)}$$

$$\vec{v}_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)\vec{u}_1 \qquad \text{..... (1.18)}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากสมการ (1.17) และ (1.18) ยังสามารถวิเคราะห์เพิ่มเติมได้ว่า เมื่อวัตถุที่วิ่งเข้ามาชนมีมวลมาก ๆ ($m_1 >> m_2$) เช่น รถบรรทุกสิบแปดล้อวิ่งเข้าชนรถมอเตอร์ไซต์ที่จอดอยู่ จะทำให้ $\vec{v}_1 \approx \vec{u}_1$ และ $\vec{v}_2 \approx 2\vec{u}_1$ หมายความว่าเมื่อวัตถุที่มีมวลมาก ๆ ชนกับวัตถุที่มีมวลน้อย ๆ ที่อยู่กับที่จะมีผลทำให้วัตถุมวลมากไม่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็ว โดยจะยังคงเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าเดิมในทิศทางเดิม และมีผลทำให้วัตถุมวลน้อยจะมีการเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันกับวัตถุมวลมากและมีความเร็วประมาณสองเท่าของวัตถุมวลมาก

ในทางกลับกัน ถ้า ($m_1 << m_2$) นั่นคือ มวลที่วิ่งเข้ามาชนมีค่าน้อย เช่น รถจักรยานวิ่งเข้าชนรถบรรทุกที่จอดอยู่กับที่ จากสมการ (1.17) และ (1.18) จะพบว่า $\vec{v}_1 \approx -\vec{u}_1$ และ $\vec{v}_2 \approx 0$ กล่าวคือ วัตถุมวลน้อย m_1 เมื่อชนกับวัตถุมวลมาก m_2 ซึ่งอยู่นิ่งแล้วจะเกิดการเคลื่อนที่ กลับทิศทางก่อนชน (เหมือนกับการสะท้อนกลับไป) และมีขนาดของความเร็วโดยประมาณเท่าเดิม ในขณะที่วัตถุมวลมากจะยังคงหยุดนิ่งต่อไป

การใช้สมการ (1.13) ค่อนข้างยุ่งยากในการจดจำและยังอาจจะต้องใช้คู่กับสมการ (1.14) อีกด้วย ส่วนการจะมาเริ่มต้นหลักการคงตัวของโมเมนตัมและพลังงานจลน์ ตามสมการ (1.11) และ (1.12) ทุกครั้งก็ทำได้ลำบาก ทางออกของเรื่องนี้คือ การใช้สมการที่เป็นผลโดยตรงจากสมการ (1.11) และ (1.12) แต่ไม่ใช่ในรูปของคำตอบสุดท้ายเหมือนสมการ (1.13) และ (1.14) โดยจะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{v}_1, \vec{v}_2$ ดังนี้

$$\vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2 \qquad \text{..... (1.19)}$$

หรือ

$$\vec{u}_1 - \vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \qquad \text{..... (1.20)}$$

ซึ่งถ้าเรานึกภาพว่ามวล m_2 วิ่งอยู่ข้างหน้าและถูกไล่ด้วยมวล m_1 ปริมาณ $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$ ก็คือ ความเร็วในการเข้าหากัน เพราะคือความเร็วของมวล m_1 เทียบกับมวล m_2 ในขณะที่ด้านขวามือของ สมการ (1.20) คือ ความเร็วหลังชน ซึ่งมวล m_2 ที่อยู่ด้านหน้าจะถูกชนจนเร็วกว่า m_1 ทำให้ $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ คือ ความเร็วของการแยกจากกัน เพราะว่าเป็นความเร็วของมวล m_2 เทียบกับ m_1

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การใช้สมการ (1.20) ในการคำนวณ จะใช้ได้เฉพาะการชนแบบยืดหยุ่นเท่านั้น เพราะสมการ (1.20) เป็นผลมาจากการใช้หลักคงตัวของโมเมนตัมและพลังงานจลน์ และเวลาใช้นิยมใช้ควบคู่กับ สมการ (1.11) มากกว่า (1.12) เพราะจะได้ไม่ต้องแก้สมการที่มีเทอมกำลังสอง

นอกจากนี้สมการ (1.20) ยังนิยมเขียนในรูป

$$(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) = -(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \qquad \text{..... (1.21)}$$

ซึ่งเป็นการบอกจากผู้สังเกตที่อยู่บนมวล m_2 ว่ามวล m_1 วิ่งเข้าชนด้วยความเร็วเท่าไร ก็จะออกไปด้วยความเร็วที่มีขนาดเท่ากันแต่ทิศตรงกันข้าม

การชนแบบไม่ยืดหยุ่น (Inelastic collision) คือ การชนที่พลังงานจลน์ก่อนและหลังการชนมีค่าเปลี่ยนแปลงไป (อาจจะลดลงหรือเพิ่มขึ้น) แต่โมเมนตัมก่อนชนและหลังการชนมีค่าคงที่เช่นเดิม แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

การชนแบบไม่ยืดหยุ่นแบบสมบูรณ์ คือ การชนที่วัตถุทั้งสองหลังชนแล้วติดกันไป ซึ่งจะทำให้พลังงานจลน์สูญเสียไปมากที่สุด

การชนแบบไม่ยืดหยุ่นแบบไม่สมบูรณ์ คือการชนที่หลังการชนแล้วมวลไม่ติดกันไป รูปร่างเปลี่ยนแปลง

ซึ่งการชนแบบไม่ยืดหยุ่นนี้เขียนสมการของการชนเพื่อใช้ในการคำนวณได้ คือ

$$\sum \vec{P}_i = \sum \vec{P}_f$$

$$\Delta E_k = \sum (E_k)_f - \sum (E_k)_i$$

การหาค่าพลังงานจลน์ที่เปลี่ยนแปลงไปนั้นซึ่งอาจจะมีพลังงานจลน์ตอนหลังมากกว่าพลังงานจลน์ตอนแรก หรือพลังงานจลน์ตอนแรกมากกว่าพลังงานจลน์ตอนหลังก็ได้ แต่อย่างไรก็ตามพลังงานจลน์ย่อมมีการเปลี่ยนแปลงแน่นอน

การที่วัตถุระเบิดออกจากกัน ก็ถือว่าเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น โดยที่พลังงานจลน์หลังการชนจะมีค่ามากกว่าพลังงานจลน์ก่อนการชน

รูปที่ 1.6 แสดงการชนแบบไม่ยืดหยุ่นแบบสมบูรณ์

ตัวอย่างการชนแบบไม่ยืดหยุ่นแบบสมบูรณ์ ดังรูปที่ (1.6) กล่าวคือ ก่อนการชนวัตถุมวล m_1 และ m_2 วิ่งเข้าหากันด้วยความเร็ว $\vec{u}_1$ และ $\vec{u}_2$ ตามลำดับ หลังจากนั้นวัตถุทั้งสองติดกันไป และวิ่งไปด้วยความเร็ว $\vec{v}$ เนื่องจากการชนในลักษณะนี้โมเมนตัมเท่านั้นที่คงตัวดังนี้

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v} \quad \text{..... (1.22)}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

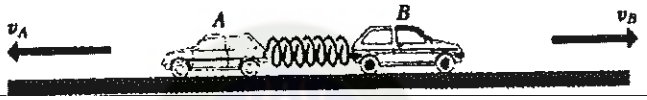
ความเร็วหลังชน

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2}{m_1 + m_2} \quad \text{..... (1.23)}$$

สมการ (1.23) นี้ยังคงเป็นจริงเมื่อเกิดปรากฏการณ์ในทางกลับกันด้วย กล่าวคือ ถ้ามีวัตถุมวล M กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ และแตกออกเป็นสองส่วน (ใน 1 มิติ) ส่วนที่มีมวล m_1 จะวิ่งออกไปด้วยความเร็ว $\vec{u}_1$ ในขณะที่มวล $m_2 (m_2 = M - m_1)$ ที่แตกออกไป ก็จะวิ่งออกไปด้วยความเร็ว $\vec{u}_2$

การดีด (Recoil)

การดีดถือว่าเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่นแบบไม่สมบูรณ์กรณีพิเศษที่พลังงานจลน์ตอนหลังมากกว่าพลังงานจลน์ตอนเริ่มต้น



รูปที่ 1.7 แสดงโมเมนตัมยังคงอนุรักษ์สำหรับกรณีของการดีด

รถยนต์ A และ B เข้าเกียร์ถอยหลัง อัดสปริงไว้ตรงกลางและหยุดรถโดยขึ้นเบรคมือไว้ให้เป็นตำแหน่งเริ่มต้น โมเมนตัมเท่ากับศูนย์ รถทั้งคู่ปลดเกียร์ว่างพร้อมกัน สปริงจะดีดรถให้พุ่งออกด้วยความเร็ว $\vec{v}_A$ และ $\vec{v}_B$ ถือว่าแรงเสียดทานน้อยมาก ไม่มีแรงสุทธิกระทำกับระบบ ดังนั้นโมเมนตัมของระบบคงที่

จากกฎการคงตัวของโมเมนตัม จะได้

$$m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = 0 \quad \text{..... (1.24)}$$

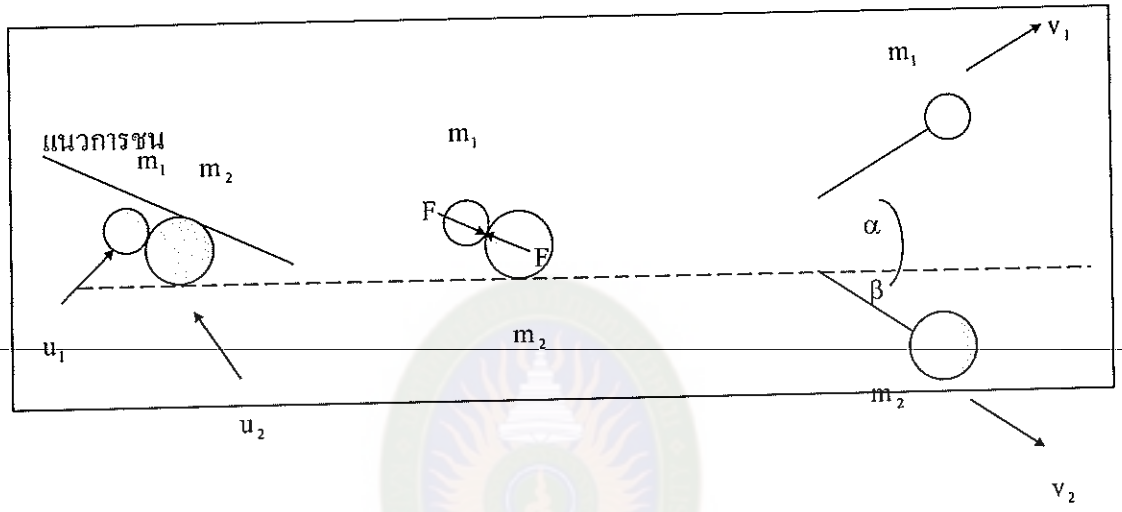
$$\vec{v}_A = -\frac{m_B}{m_A}\vec{v}_B \quad \text{..... (1.25)}$$

ความเร็วกับมวลเป็นอัตราส่วนกลับกัน รถยนต์ที่มีขนาดเล็กกว่าจะดีดออกไปด้วยความเร็วที่มากกว่า รถยนต์ที่มีขนาดใหญ่กว่าจะดีดออกไปด้วยความเร็วที่น้อยกว่า เราสามารถประยุกต์การดีดไปใช้กับการยิงปืนได้ ก่อนการยิงปืนโมเมนตัมของระบบเป็นศูนย์ ขณะยิงปืน ลูกปืนจะมีโมเมนตัมพุ่งไปข้างหน้าและปืนจะถูกดันให้ถอยหลัง ซึ่งก็มีขนาดเดียวกับโมเมนตัมที่ไปข้างหน้า แต่เนื่องจากมวลของปืนมากกว่ามวลของลูกปืน ดังนั้นความเร็วถอยหลังของปืนจะน้อยกว่าความเร็วของลูกปืน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

6. การชนใน 2 มิติ (two dimensional collision)

การชนเฉียง (การชนกันที่แนวการชนไม่อยู่ในแนวรอยต่อของจุดศูนย์กลางมวล) หมายถึง การชนที่หลังการชนแล้ววัตถุเคลื่อนที่ไปคนละทิศทางไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เช่น การชนของมวล m_1 และ m_2 ดังรูป



ก่อนชน แรงดล หลังชน

การชนเฉียงจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ ความเร็วของวัตถุที่เข้าชนทั้งสองก้อนทั้งก่อนและหลังไม่อยู่ในแนวของการชน แต่แรงดล (F) ต้องอยู่ในแนวการชนเสมอ ในกรณีนี้เขียนได้ว่า

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขนาดของแรงดลที่กระทำต่อมวล m_1 = ขนาดของแรงดลที่กระทำต่อมวล m_2 แต่ทิศตรงกันข้าม

ดังนั้น

F บนมวล m_2 = -F บนมวล m_1

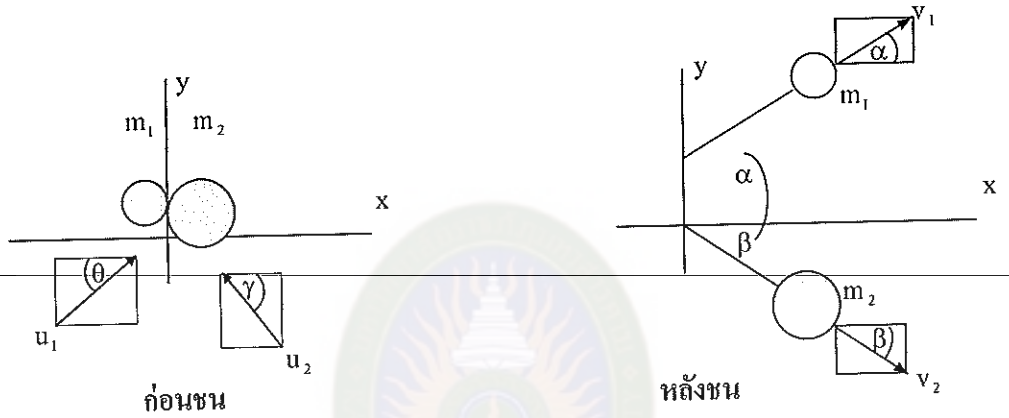
หรือ $F\ \Delta t$ บนมวล m_2 = -F Δt บนมวล m_1

ได้ $m_2(v_2 - u_2) = -m_1(v_1 - u_1)$

$$\boxed{m_2 v_2 - m_2 u_2 \;=\; -m_1 v_1 + m_1 u_1}$$

$$m_2\vec{v}_2 + m_1\vec{v}_1 \;=\; m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.26)$$

สมการ (1.26) คือ หลักการคงตัวของโมเมนตัมนั่นเอง ซึ่งเขียนในรูปเวกเตอร์ ดังนั้นจึงสามารถแตกเวกเตอร์นี้ไปในแนวแกน $x - y$ ที่ตั้งฉากกันได้โดยแกน $x - y$ ดังรูป



เมื่อต้องการคำนวณ ต้องคิดที่ละแกนดังนี้

แกน x : $\rightarrow +$ $\qquad (m_1u_1 + m_2u_2)_x \;=\; (m_1v_1 + m_2v_2)_x$

$$m_1(u_1\cos\theta) + m_2(-u_2\cos\gamma) \;=\; m_1(v\cos\alpha) + m_2(v_2\cos\beta) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.27)$$

แกน y : $\rightarrow +$ $\qquad (m_1u_1 + m_2u_2)_y \;=\; (m_1v_1 + m_2v_2)_y$

$$m_1(u_1\sin\theta) + m_2(u_2\sin\gamma) \;=\; m_1(v\sin\alpha) + m_2(-v_2\sin\beta) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.28)$$

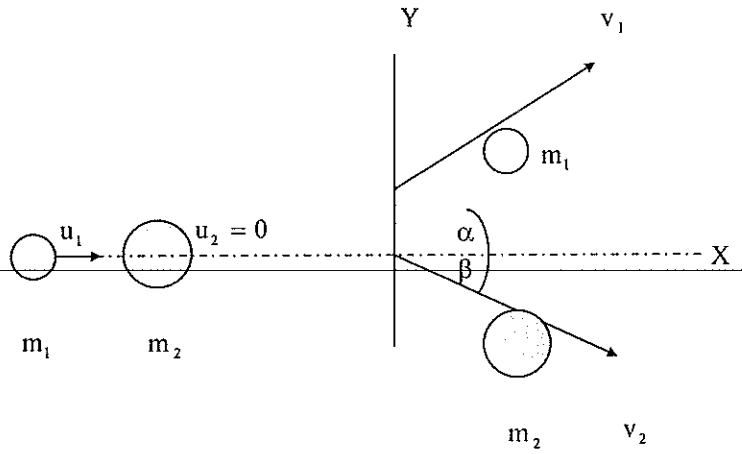
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากนั้นก็แก้สมการ (1.27) และ (1.28) เพื่อหาค่าต่าง ๆ ออกมา และถ้าเป็นการชนแบบยืดหยุ่น เราจะใช้อีกสมการหนึ่ง คือ

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \;=\; \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

และในการชนเฉียงนี้เราแยกเป็นกรณีพิเศษ คือ

1. ถ้าวัตถุที่ถูกชน คือ m_2 เดิมอยู่นิ่งกับที่ คือ $u_2 = 0$ และ $m_1 \neq m_2$

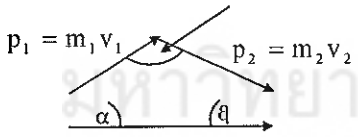


ก่อนชน **หลังชน**

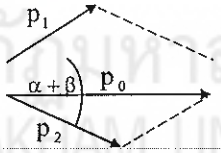
จากรูปเราอาศัยหลักของการคงที่ของโมเมนตัม เขียนใหม่ และใช้กฎของ sine และกฎ cosine

พิจารณาได้ คือ

$$180 - (\alpha + \beta)$$



รูปที่ 1.8



รูปที่ 1.9

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากรูปที่ 1.8 เราสามารถเขียนสมการโดยอาศัยกฎของ sine ได้คือ

$$\frac{p_0}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{p_1}{\sin\beta} = \frac{p_2}{\sin\alpha}$$ หรือ

จากรูปที่ 1.9 เราสามารถเขียนสมการโดยอาศัยกฎของ cosine ได้คือ

$$p_0^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos(\alpha+\beta)$$

และในการชนแบบกรณีพิเศษนี้ ถ้าเราให้ มวล m_1 และ m_2 เท่ากัน และเป็นการชนแบบยืดหยุ่นด้วยแล้ว จะได้ว่า มุม $\alpha+\beta$ มีค่าเท่ากับ 90 องศา พอดี

และในการหาค่ามุมที่เบี่ยงเบนไปนั้นอาศัยหลักของกฎ cosine เช่นเดียวกัน

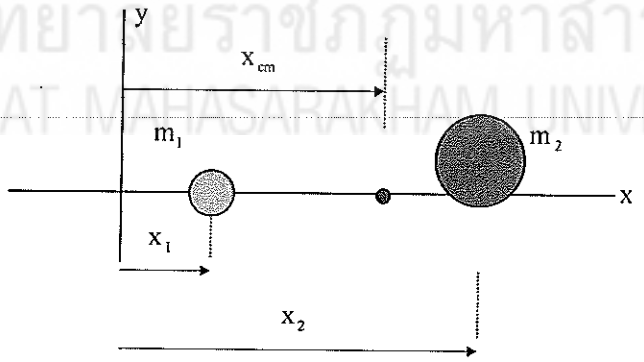
7. จุดศูนย์กลางมวล (Center of mass)

จุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ (มวล m) ชิ้นหนึ่ง คือ จุดตัวแทนซึ่งเคลื่อนที่ในลักษณะเดียวกันกับที่มวลจุด(ซึ่งมีมวล m) จะเคลื่อนที่เมื่อถูกแรงภายนอกเดียวกันกับที่กระทำต่อวัตถุกระทำ นั่นคือ ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุ(หรือระบบของวัตถุ) มวล m คือ $\vec{F}$ ความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ (หรือระบบ) จะหาได้จาก $\vec{a}_{cm} = \frac{\vec{F}}{m}$

7.1 จุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาคที่มีการกระจายมวลอย่างไม่ต่อเนื่อง

จากรูปที่ (1.10) ระบบประกอบด้วย อนุภาคมวล m_1 และ m_2 อยู่บนแกน x โดยอนุภาค m_1 อยู่ที่ตำแหน่ง x_1 และอนุภาค m_2 อยู่ที่ตำแหน่ง x_2

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



รูปที่ 1.10 แสดงระบบอนุภาคซึ่งประกอบด้วยมวล m_1 และ m_2

จุดศูนย์กลางมวลของระบบที่แสดงในรูปที่ (1.10) หาได้จาก

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M} \quad \text{..... (1.29)}$$

เมื่อ M คือ มวลรวมของทั้งระบบ $M = m_1 + m_2$

หรือเขียนให้อยู่ในรูปของสมการทั่วไปสำหรับอนุภาคหลาย ๆ ก้อนได้เป็น

$$x_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i \quad \text{..... (1.30)}$$

โดย n คือ จำนวนอนุภาคในระบบ

และสำหรับในกรณีที่ตำแหน่งของอนุภาคที่เรากำลังพิจารณาเขียนอยู่ในระบบพิกัดฉาก xyz coordinates x_{cm} , y_{cm} และ z_{cm} ของจุดศูนย์กลางมวลหาได้จาก

$$x_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i \quad \text{..... (1.31)}$$

$$y_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i y_i \quad \text{..... (1.32)}$$

$$z_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i z_i \quad \text{..... (1.33)}$$

เราสามารถเขียนสมการแสดงจุดศูนย์กลางมวลในรูปของเวกเตอร์ได้เป็น

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i \quad \text{..... (1.34)}$$

เมื่อ $\vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}$ ..... (1.35)

เนื่องจาก $\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i (x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k})$

$$= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i \hat{i} + \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i y_i \hat{j} + \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i z_i \hat{k}$$

$$\therefore \vec{r}_{cm} = x_{cm} \hat{i} + y_{cm} \hat{j} + z_{cm} \hat{k} \quad \text{..... (1.36)}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

7.2 จุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาคที่มีการกระจายมวลอย่างต่อเนื่อง

สำหรับระบบอนุภาคที่มีการกระจายของมวลอย่างต่อเนื่อง เราสามารถหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบได้โดยอาศัยนิยามของจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาคข้างต้น

เนื่องจากวัตถุระบบอนุภาคชนิดนี้สามารถพิจารณาได้ว่าประกอบด้วยอนุภาคเล็ก ๆ มากมายที่มีการเรียงตัวอย่างต่อเนื่องกัน ดังนั้นถ้าเราแบ่งระบบอนุภาคชนิดนี้ออกเป็นส่วนเล็ก ๆ ซึ่งมีมวล Δm ซึ่งเราพบว่าตำแหน่ง x ของจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาคหาได้จาก $x_{cm} = \frac{\sum x_i \Delta m_i}{M}$

ถ้าเราสามารถแบ่งส่วนเล็ก ๆ ให้ย่อยลงไปอีก x_{cm} ที่เราได้ก็จะแม่นยำยิ่งขึ้น ดังนั้นทำให้เราเขียนได้ว่า

$$x_{cm} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum x_i \Delta m}{M} = \frac{1}{M}\int x dm$$

โดยที่ dm คือ มวลส่วนเล็ก ๆ ที่อยู่ที่ตำแหน่ง x

สำหรับ y_{cm} และ z_{cm} ก็หาได้ในลักษณะเดียวกัน ดังนั้นเราจึงสรุปได้ว่าจุดศูนย์กลางมวลของระบบอนุภาคที่มีการกระจายของมวลอย่างต่อเนื่องในพิกัด xyz เขียนได้เป็น

$$x_{cm} = \frac{1}{M}\int x dm \quad \text{..... (1.37)}$$

$$y_{cm} = \frac{1}{M}\int y dm \quad \text{..... (1.38)}$$

$$z_{cm} = \frac{1}{M}\int z dm \quad \text{..... (1.39)}$$

เมื่อ $M = \int dm$ = มวลทั้งหมดของระบบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

213188

8. ความเร็วของจุดศูนย์กลางมวล (Velocity of center of mass)

ความเร็วของจุดศูนย์กลางมวล (v_{cm}) คือ ความเร็วของจุดซึ่งเป็นที่รวมมวลของระบบ จากสมการแสดงจุดศูนย์กลางมวลในรูปของเวกเตอร์ สมการ (1.29)

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M}$$

ถ้าหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาของสมการดังกล่าว จะได้เป็น

$$\frac{d}{dt} x_{cm} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M}\right)$$

$$v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{M} \qquad \text{..... (1.40)}$$

เมื่อ $M = m_1 + m_2$

หรือ $v_{cm} = \frac{\sum P}{\sum m}$

ดังนั้น เมื่อมีการชน ไม่ว่าจะเป็นแบบยืดหยุ่น หรือแบบไม่ยืดหยุ่นก็ตามเราได้ว่า

$$\sum P_i = \sum P_f$$

หรือ $m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

ดังนั้น $\frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

v_{cm} (ก่อนชน) = v_{cm} (หลังชน) และมีทิศทางคงที่เสมอ

9. โมเมนตัมเชิงเส้นของระบบอนุภาค

ถ้าพิจารณาระบบซึ่งประกอบด้วย n อนุภาค โดยแต่ละอนุภาคมีมวล ความเร็ว และโมเมนตัมเชิงเส้นเป็นของตัวเอง ในขณะเดียวกันก็มีแรงกระทำระหว่างอนุภาคและแรงภายนอกมากระทำต่อระบบ เราสามารถเขียนโมเมนตัมรวมของระบบอนุภาค ($\vec{P}_{cm}$) นี้ได้เป็น

$$\vec{P}_{system} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + ... + \vec{P}_n$$

$$\vec{P}_{system} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n$$

$$\vec{P}_{system} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i \quad \text{..... (1.41)}$$

แต่ $M\vec{v}_{cm} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i$ จะได้ว่า

$$\vec{P}_{system} = M\vec{v}_{cm} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i \quad \text{..... (1.42)}$$

โดยสมการ (1.42) แสดงให้เห็นว่าโมเมนตัมรวมของระบบอนุภาคหาได้จากผลคูณระหว่างมวลรวมของระบบกับความเร็วของจุดศูนย์กลางมวล

ถ้าเราหาอนุพันธ์ของสมการ (1.42) เทียบกับเวลา จะได้เป็น

$$\frac{d}{dt}\vec{P}_{system} = M\frac{d}{dt}\vec{v}_{cm} = M\vec{a}_{cm} \quad \text{..... (1.43)}$$

แต่ $M\vec{a}_{cm} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{i,ext}$ จะได้ว่า

$$\sum\vec{F}_{ext} = \frac{d}{dt}\vec{P}_{system} \quad \text{..... (1.44)}$$

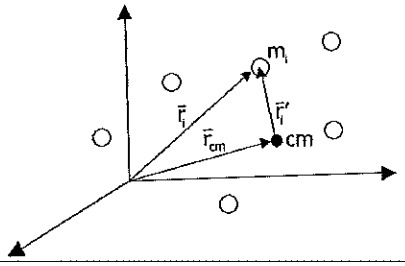
สมการ (1.44) แสดงให้เห็นว่าผลรวมของแรงกระทำภายนอกทั้งหมดทำให้โมเมนตัมรวมของระบบอนุภาคมีการเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาและเราได้ข้อสรุปต่อไปอีกว่าถ้า $\sum\vec{F}_{ext} = 0$ แล้วโมเมนตัมรวมของระบบจะเป็นค่าคงตัว ซึ่งเป็นไปตามกฎการคงตัวของโมเมนตัม นั่นเอง กล่าวคือ

$$\frac{d}{dt}\vec{P}_{cm} = 0$$

$\therefore$ $\vec{P}_{cm}$ = ค่าคงตัว (สำหรับระบบอนุภาคที่ไม่มีแรงภายนอกมากระทำ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
PANYAPAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

10. พลังงานจลน์ของระบบอนุภาค



รูปที่ 1.11 แสดงระบบอนุภาคใน Cartesian coordinates

พิจารณาระบบอนุภาค ดังรูปที่ 1.11 โดยทั่วไปแล้ว พลังงานจลน์รวมของระบบวัดเทียบกับพิกัดอ้างอิง *xyz* เขียนได้เป็น

$$E_k = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2 + \ldots + \frac{1}{2}m_nv_n^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.45)$$

ซึ่งเขียนในรูป summation และ dot product ได้เป็น

$$E_k = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i\vec{v}_i.\vec{v}_i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.46)$$

เมื่อ m_i คือ มวลของอนุภาคที่ i มีความเร็ว $\vec{v}_i$ เทียบกับจุดกำเนิด

จากรูปที่ 1.11 จะได้ว่า เวกเตอร์บอกตำแหน่ง $\vec{r}_i$ เขียนได้เป็น

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i' + \vec{r}_{cm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.47)$$

และ $$\vec{v}_i = \vec{v}_i' + \vec{v}_{cm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.48)$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แทนสมการ (1.48) ลงในสมการ (1.46) จะได้

$$E_k = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i(\vec{v}_{cm} + \vec{v}_i').(\vec{v}_{cm} + \vec{v}_i') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.49)$$

$$E_k = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_iv_{cm}^2 + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_iv_i'^2 + \sum_{i=1}^{n}m_i(\vec{v}_{cm}.\vec{v}_i') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.50)$$

เทอมสุดท้ายในสมการ (1.50) มีค่าเท่ากับศูนย์ ทำให้ได้พลังงานจลน์ของระบบอนุภาคเหลือเพียงสองเทอม คือ

$$E_k = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_iv_{cm}^2 + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_iv_i'^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_i'^2 \quad \text{..... (1.51)}$$

$$E_k = E_k + E_k\,(relative\ to\ cm)$$

สรุปได้ว่าพลังงานจลน์ของระบบอนุภาคมีค่าเท่ากับผลรวมระหว่างพลังงานจลน์ของการเคลื่อนที่ของจุดศูนย์กลางมวล กับพลังงานจลน์ของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในระบบเทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

11. พลังงานศักย์โน้มถ่วงของระบบอนุภาค

พลังงานศักย์ของระบบอนุภาคสามารถหาได้จากการนำพลังงานศักย์ของแต่ละอนุภาคมารวมกัน โดยในหัวข้อนี้จะพิจารณาพลังงานศักย์เนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก ดังนั้นพลังงานศักย์โน้มถ่วงของระบบอนุภาคสามารถเขียนได้เป็น

$$E_p = \sum_{i=1}^{n} m_i g y_i \quad \text{..... (1.52)}$$

เมื่อ m_i และ y_i คือ มวลและความสูงจากระดับอ้างอิงของอนุภาคที่ i

สมการ (1.52) สามารถจัดรูปได้ใหม่เป็น

$$E_p = g\sum_{i=1}^{n} m_i y_i$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n} m_i y_i = My_{cm}$$

$$\therefore E_p = Mgy_{cm} \quad \text{..... (1.53)}$$

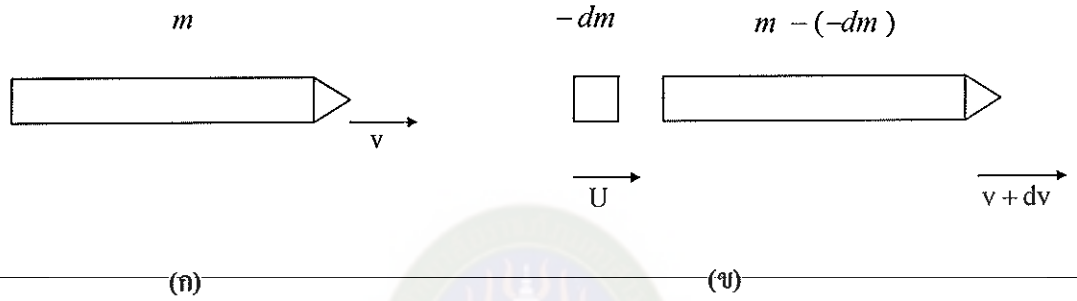
สมการ (1.53) แสดงให้เห็นว่าเราสามารถหาพลังงานศักย์โน้มถ่วงของระบบอนุภาคได้ถ้าเราทราบมวลรวมทั้งหมดของระบบและตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวลเหนือระดับอ้างอิง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

12. ระบบของอนุภาคที่มีมวลเปลี่ยนแปลง

ในตอนที่ผ่านมา ระบบอนุภาคที่เราพิจารณามีมวลรวมคงตัวตลอดเวลา แต่สำหรับในตอนนี้เราจะมาพิจารณาในกรณีที่มวลรวมของระบบมีการเปลี่ยนแปลง ตัวอย่างของระบบดังกล่าวคือ จรวดที่กำลังเคลื่อนที่

พิจารณารูปที่ 1.12 (ก) แสดงจรวดขณะกำลังเคลื่อนที่ และรูปที่ 1.12 (ข) แสดงจรวดมีความเร็วและมวลเปลี่ยนไปเมื่อมีการปล่อยไอพ่นออกมา ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้มวลของระบบลดลง



รูปที่ 1.12 แสดงระบบที่มวลมีเปลี่ยนแปลง

พิจารณากรณีที่ระบบไม่มีแรงภายนอกมากระทำ สามารถสรุปได้ว่าโมเมนตัมคงตัว

$$P_i = P_f \quad \text{..... (1.54)}$$

เนื่องจาก

$$P_i = mv \quad \text{..... (1.55)}$$

และ

$$P_f = -(dm)U + (m + dm)(v + dv) \quad \text{..... (1.56)}$$

เมื่อ P_i คือ โมเมนตัมของระบบก่อนที่จรวดจะปล่อยไอพ่นออกมา

P_f คือ โมเมนตัมของระบบหลังจากที่จรวดปล่อยไอพ่นออกมา

m คือ มวลของจรวดก่อนที่จะปล่อยไอพ่น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

v คือ ความเร็วของจรวดก่อนที่จะปล่อยไอพ่นสังเกตโดยผู้สังเกตบนพื้นดิน

u คือ ความเร็วของไอพ่นที่ถูกปล่อยออกมา เทียบกับจรวด

$m + dm$ คือ มวลของจรวดที่ลดลงเมื่อจรวดปล่อยไอพ่นออกมา $(dm < 0)$

$-dm$ คือ มวลของไอพ่นที่จรวดปล่อยออกมา

$v + dv$ คือ ความเร็วของจรวดที่เปลี่ยนไปหลังจากปล่อยไอพ่น มองเห็นโดยผู้สังเกตบนพื้นดิน

และ U คือ ความเร็วของไอพ่นที่ถูกปล่อยออกมา มองเห็นโดยผู้สังเกตบนพื้นดิน

เนื่องจาก

$$U = -u + (v + dv) \quad \text{..... (1.57)}$$

คือ ผลรวมระหว่างความเร็วของไอพ่นเทียบกับจรวด กับความเร็วของจรวดมองเห็นโดยผู้สังเกตบนพื้นดิน

$$\therefore \quad mv = -dm\,(-u + v + dv) + (m + dm)(v + dv)$$

$$-d\,mu = m\,dv \quad \text{..... (1.58)}$$

ถ้าช่วงเวลาที่เราสนใจคือ dt สมการ (1.58) เขียนได้เป็น

$$-\frac{dm}{dt}u = m\frac{dv}{dt} \quad \text{..... (1.59)}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ปริมาณ $-\frac{dm}{dt}$ เรียกว่า **อัตราการสูญเสียมวลของจรวด** (ออกมาในรูปของไอพ่น) หรือ อาจเรียกว่า **อัตราการใช้เชื้อเพลิง** ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ R ดังนั้นสมการ (1.59) เขียนได้ใหม่เป็น

$$Ru = ma \quad \text{..... (1.60)}$$

โดยที่ Ru เรียกว่า thrust ซึ่งหมายถึง แรงผลักที่เกิดขึ้นจากไอพ่น (แรงผลักที่ไอพ่นมีต่อจรวด) ที่ปล่อยออกมาจากจรวด และ a คือ อัตราเร่งเริ่มต้นของจรวดก่อนปล่อยไอพ่น

นอกจากนี้เราสามารถหาการเปลี่ยนแปลงความเร็วของจรวดได้จากสมการ (1.58)

$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -u \int_{m_i}^{m_f} \frac{dm}{m}$$

เมื่อ v_i และ m_i คือ ความเร็วและมวลของจรวดก่อนที่จะมีการปล่อยไอพ่น

v_f และ m_f คือ ความเร็วและมวลของจรวดหลังจากที่ปล่อยไอพ่น

$$\therefore \quad v_f - v_i = u \ln \frac{m_i}{m_f} \qquad \text{..... (1.61)}$$

เนื่องจาก $m_i > m_f$ ทำให้ผลต่าง $(v_f - v_i) > 0$ แสดงว่า จรวดมีความเร็วเพิ่มขึ้น หลังจากที่ปล่อย ไอพ่นออกไป

การสอนซ่อมเสริม(Remedial Teaching)

ความสำคัญ

การสอนซ่อมเสริม มีบทบาทสำคัญยิ่งในการจัดการเรียนการสอนทุกวิชาให้มีประสิทธิภาพทั้งนี้ เพราะผู้เรียนมีความแตกต่างระหว่างบุคคล จึงต้องการจัดการเรียนการสอนที่แตกต่างกัน

การสอนซ่อมเสริมเป็นการจัดการเรียนการสอนลักษณะหนึ่ง ซึ่งตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียน การจัดการศึกษาควรตั้งอยู่บนพื้นฐานดังต่อไปนี้ (ผดุง อารยะวิญญู. 2539:17)

1. ผู้เรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกันทั้งในด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์และสังคม
2. ผู้เรียนแต่ละคนมีพื้นฐานต่างกัน และแต่ละคนจะต้องเรียนรู้เพื่อปรับตัวเข้าหากัน และให้ทันโลกที่กำลังเปลี่ยนแปลงไป
3. ผู้เรียนแต่ละคนย่อมมีความสามารถอยู่ในตัวมากบ้างน้อยบ้าง การศึกษาจะช่วยให้ความสามารถของผู้เรียนปรากฏเด่นชัดขึ้น
4. ในสังคมมนุษย์นั้นย่อมมีทั้งคนปกติและคนพิการ ในเมื่อเราไม่สามารถแยกคนพิการออกจากสังคมของคนปกติได้ เราก็ไม่ควรแยกให้การศึกษาแก่ผู้เรียนที่มีความต้องการพิเศษ ดังนั้นหากเป็นไปได้ควรให้ผู้เรียนที่มีความต้องการพิเศษได้มีโอกาสเรียนร่วมกับคนปกติเท่าที่สามารถจะทำได้
5. การให้การศึกษาควรมีหลากหลายรูปแบบเพื่อให้ผู้เรียนได้มีศักยภาพการเรียนรู้ได้เต็มที่

ในปัจจุบันมีผู้ที่สนใจศึกษาหาความรู้เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมมากเพราะเห็นว่า สำคัญและจำเป็นต่อการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนโดยองค์รวม การจัดการเรียนการสอนเพื่อสนองตามความแตกต่างระหว่างบุคคล จากการเห็นความสำคัญของการจัดกิจกรรมสอนซ่อมเสริมดังกล่าว นักการศึกษาจึงได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

พยายามแสวงหาแนวทางในการจัดการเรียนการสอนแบบต่างๆ ดังจะแสดงให้เห็นเป็นตัวอย่าง ดังนี้ (ดวงเดือน อ่อนน่วม. 2533:15)

1. **การจัดการเรียนการสอนสำหรับเด็กสามารถพิเศษ** หมายถึง การจัดการเรียนการสอนให้แก่เด็กที่มีความสามารถเด่นกว่าเด็กปกติ ซึ่งจัดทำในหลากหลายลักษณะ เช่น

1.1 จัดชั้นเรียนให้เฉพาะเด็กสามารถพิเศษ การจัดชั้นเรียนแบบนี้เป็นการจัดกลุ่มตามความสามารถ โดยแยกกลุ่มเด็กสามารถพิเศษออกมาจากกลุ่มเด็กปกติ การแยกกลุ่มอาจเป็นแบบเต็มวัน ครึ่งวัน หรือเฉพาะบางเวลา โดยอาจจัดทำหลายครั้งต่อสัปดาห์ หรือเพียงสัปดาห์ละครั้ง

1.2 โรงเรียนฤดูร้อน เป็นการใช้เวลาว่างช่วงฤดูร้อนส่งเสริมความสามารถทางวิชาการให้แก่เด็กสามารถพิเศษ ซึ่งอาจทำในรูปของการเร่งการเรียน คือเรียนหลักสูตรที่สูงกว่าระดับปกติ หรืออาจเป็นการเสริมหลักสูตรปกติ

2. การจัดการเรียนการสอนสำหรับเด็กด้อยกว่าปกติ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนสำหรับเด็กที่มีความด้อยกว่าปกติทางด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์และสังคม ตัวอย่างเช่น

2.1 เด็กเรียนช้า (ไอคิว ระหว่าง 80 – 95)

2.2 เด็กปัญญาทึบ (ไอคิว ระหว่าง 60 - 80)

2.3 เด็กที่บกพร่องทางสายตา

2.4 เด็กที่บกพร่องทางการฟัง

สำหรับไอคิว เด็กปกติ ประมาณ 90-109

3. การจัดการเรียนการสอนสำหรับเด็กปกติ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนสำหรับผู้เรียนปกติที่อยู่ในชั้นเรียนทั่วไป ตัวอย่างเช่น

3.1 การแบ่งกลุ่มตามความสามารถ ซึ่งอาจทำโดยแบ่งแยกผู้เรียนเป็น 3 กลุ่ม คือ เก่ง ปานกลาง และอ่อน โดยให้ผู้เรียนที่มีความสามารถใกล้เคียงกันเรียนอยู่ห้องเดียวกัน หรืออาจจะเป็นการแบ่งกลุ่มภายในห้องเรียนเดียวกัน

3.2 การสอนตามเอกัตภาพ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนแต่ละคนเรียนก้าวหน้าไปตามความสามารถของตนเอง ตัวอย่างเช่น โปรแกรม IPI (Individually Prescribed Instruction) ซึ่งพัฒนาโดยศูนย์วิจัยและพัฒนาการเรียนรู้ มหาวิทยาลัยพิตสเบิร์ก ประเทศสหรัฐอเมริกา โปรแกรมนี้ประกอบด้วยชุดการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการคำนวณ ซึ่งประกอบด้วยสื่อการสอนหลายประเภท เช่น แบบเรียน แผ่นปลิวสำหรับฝึกทักษะ แบบสอบ ครูมีหน้าที่บันทึกความก้าวหน้าของผู้เรียนวินิจฉัยการเรียนและกำหนด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

โปรแกรม นอกจากนี้ครูอาจสอนเพิ่มเติมเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มย่อยตามความต้องการของผู้เรียน เมื่อสอบผ่านเกณฑ์ที่กำหนดก็เรียนเรื่องอื่นต่อไป

อย่างไรก็ตามนักการศึกษาได้พยายามแสวงหารูปแบบใหม่อยู่เสมอ ตัวอย่างเช่น การจัดการเรียนการสอนแบบ IGE (Individually Guided Education) ซึ่งพัฒนาขึ้นโดย Wisconsin Research and development Center for Cognitive Learning กล่าวโดยสรุป การจัดการเรียนการสอนเพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียนสามารถทำกันได้หลายลักษณะ ซึ่งเป็นแนวความคิดที่ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้

ความหมาย

การสอนซ่อมเสริม (Remedial Teaching) หมายถึง การสอนเด็กที่พัฒนาด้านการเรียนยังไม่เต็มความสามารถในการเรียนตามปกติ โดยการแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆที่จะมีผลต่อการเรียน ขจัดการเรียนรู้ที่ไม่ถูกวิธี ตลอดจนเสริมทักษะในการเรียนรู้ใหม่ๆ การสอนซ่อมเสริมจะเน้นเด็กเป็นหลัก เนื่องจากเด็กแต่ละคนมีเอกลักษณ์ของตน การที่ครูจะใช้วิธีสอนนักเรียนทุกคนให้เหมือนกันหมด ประหนึ่งว่านักเรียนทุกคนมีความรู้ ความสามารถระดับเดียวกัน ย่อมทำให้การสอนไม่บังเกิดผลดีทำให้เด็กบางคนไม่สามารถพัฒนาไปได้ดีเท่าที่ควร เมื่อถูกละเลยนานเข้าปัญหาต่างๆก็ทับทวีจนยากต่อการแก้ไข ด้วยเหตุนี้การสอนซ่อมเสริมจึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง (ศรียา นิยมธรรม และ ประภัสร นิยมธรรม. ๒๕๒๕ : ๔๗)

พื้นฐานแนวคิดของคำ

การจัดกิจกรรมสอนซ่อมเสริม มีคำหลักๆ 2 คำ ได้แก่ คำว่า "การสอนซ่อม" และ "การสอนเสริม" กล่าวคือ

การสอนซ่อม เป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง การสอนซ่อมและการวินิจฉัยเป็นของคู่กัน กล่าวคือ การวินิจฉัยที่มีคุณค่าจะต้องติดตามด้วยการสอนซ่อม เช่นเดียวกับการสอนซ่อมที่มีคุณค่าจะต้องเป็นการสอนซ่อมที่ดำเนินการต่อจากการวินิจฉัย การสอนซ่อมใดที่ดำเนินไปโดยปราศจากการวินิจฉัย กล่าวคือ สอนไปโดยไม่ทราบข้อบกพร่องของนักเรียนการสอนซ่อมนั้นย่อมไร้จุดหมายที่แน่นอน จึงไม่เกิดประโยชน์แก่ผู้เรียนเท่าที่ควร

ครูพึงระลึกอยู่เสมอว่ามีวิธีการต่างๆอย่างหลากหลายวิธีที่ครูสามารถเลือกมาจัดเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อขจัดข้อบกพร่องของเด็กได้ ดังจะเสนอแนะไว้เป็นแนวทางบางประการดังนี้ (Ashlock 1982 : 14-17)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักการประเมินตนเอง ด้วยการมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดและประเมินผลเพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียนของตนเอง

2. คำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนในแง่ของการมีพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจ ความคิดรวบยอดย่อย ก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ซึ่งซับซ้อนกว่าเดิม

3. คำนึงถึงความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อตนเอง คือ ทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าตนเองยังเป็นคนมีคุณค่าและสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองได้

4. การสอนซ่อมควรพยายามให้เป็นการสอนรายบุคคลให้มากที่สุด ถึงแม้ว่าบางครั้งครูจำเป็นต้องสอนซ่อมเป็นกลุ่ม ผู้เรียนแต่ละคนก็ต้องได้รับการดูแลแก้ไขเป็นรายบุคคลด้วย

5. สร้างโปรแกรมการสอนซ่อมบนรากฐานของการวินิจฉัยการเรียน

6. วางแผนการสอนซ่อมอย่างเป็นลำดับขั้น พยายามให้ง่าย ไม่ซับซ้อน

7. พยายามเลือกวิธีสอนที่แตกต่างไปจากวิธีสอนเดิมที่เคยเรียนไปแล้ว เพราะผู้เรียนมักมีความกังวล หรือเกิดความรู้สึกกลัวต่อวิธีการเดิม ซึ่งทำให้ตนไม่ประสบผลสำเร็จมาแล้ว

8. ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่มีความหลากหลาย เพื่อให้ประสบการณ์ที่กว้างขวางแก่ผู้เรียน ซึ่งประสบการณ์ที่หลากหลายเหล่านี้จะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาศักยภาพความรู้ ความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

9. สนับสนุนให้ผู้เรียนได้จัดกระทำกับวัตถุให้มากที่สุดเท่าที่ตนเองเห็นว่าจะช่วยให้เข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น โดยไม่ต้องคำนึงว่าจะเป็นการเสียเวลา

10. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงออกถึงความเข้าใจด้วยภาษาของตนเอง

11. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกทำกิจกรรมตามความสนใจจากกิจกรรมที่ครูเตรียมไว้ให้ โดยที่กิจกรรมเหล่านั้นจะต้องเป็นกิจกรรมที่นำไปสู่การบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน

12.จัดประสบการณ์เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาความคิดด้วยความรอบคอบ โดยเริ่มจากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่ประสบการณ์กึ่งรูปธรรมและไปสู่การใช้สัญลักษณ์ในที่สุด

13. เน้นการจัดระบบการเรียนรู้โดยนำผลการเรียนรู้ใหม่ไปผสมผสานกับผลการเรียนรู้เดิม ซึ่งจะช่วยให้เกิดผลการเรียนรู้ใหม่ที่มีความหมายต่อตัวผู้เรียนดียิ่งขึ้น

14. เน้นทักษะและความสามารถอันเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน เช่น เด็กที่คิดคำนวณผิดจะสามารถคิดคำนวณได้แม่นยำขึ้นถ้ามีความสามารถในการกะประมาณ ซึ่งจะช่วยในการพิจารณาคำตอบว่าน่าจะถูกต้องหรือไม่

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

15. ให้ความสนใจเรื่องลายมือ เพราะผู้เรียนจำนวนไม่น้อยที่คิดคำนวณผิดเพราะเขียนตัวเลขไม่ชัดเจน ทำให้ตนเองอ่านตัวเลขผิด จึงคิดคำนวณผิดไปด้วย

16. การฝึกหัดควรทำหลังจากที่ผู้เรียนเข้าใจเรื่องที่เรียนดีแล้ว

17. สร้างแรงจูงใจโดยเลือกกิจกรรมการฝึก ซึ่งเห็นผลได้ทันทีว่าคำตอบของผู้เรียนถูกหรือผิด

18. ในเรื่องการฝึกทักษะการคิดคำนวณ ควรฝึกโดยใช้ระยะเวลาสั้นๆแต่ฝึกบ่อยๆ

19. ฝึกให้ผู้เรียนสนใจและเอาใจใส่ต่อความก้าวหน้าของตนเอง เช่น ให้ผู้เรียนเก็บแผนภูมิและกราฟแสดงความก้าวหน้าในการเรียนของตนไว้

การสอนเสริม หลังจากการเรียนการสอนตามจุดประสงค์แล้ว ครูอาจพบว่ามีผู้เรียนบางคนที่มีความสามารถสูง สามรถทำความเข้าใจบทเรียนได้เร็ว ทำแบบฝึกหัดเสร็จก่อนคนอื่น แสดงว่ามีความพร้อมที่จะเรียนรู้เรื่องอื่นได้ ครูจึงควรมีวิธีการสอนเสริม เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พัฒนาศักยภาพของตนเองไปให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้

เพื่อให้การสอนเสริมดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ ครูควรคำนึงถึงหลักการ ดังต่อไปนี้ (ดวงเดือน อ่อนน่วม. 2533 : 135-136)

1. สิ่งที่ไม่ควรทำ

1.1 ไม่ควรให้การสอนเสริมเป็นเพียงเพื่อให้ผู้เรียนมีอะไรทำเท่านั้น เพราะจะไม่ช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนให้สูงขึ้น

1.2 ไม่ควรให้การสอนเสริมอยู่ในรูปของการให้งานแก่ผู้เรียนมากกว่าเดิม เช่นให้แบบฝึกหัดเพิ่ม เพราะการกระทำนี้นอกจากจะไม่เร้าความสนใจแล้วยังอาจทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกเหมือนถูกทำโทษ

2. สิ่งที่ควรทำ

2.1 การเสริมการเรียนในแนวกว้างและแนวลึก ซึ่งมีความหมายดังนี้

2.1.1 การเสริมการเรียนในแนวกว้าง หมายถึง การขยายขอบเขตของหลักสูตรปกติให้กว้างขึ้น โดยยังสัมพันธ์หรือต่อเนื่องกับหลักสูตรปกติและอยู่ในวิสัยที่ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้

2.1.2 การเสริมการเรียนในแนวลึก หมายถึง การที่ผู้เรียนศึกษาตามหลักสูตรปกติอย่างลึกซึ้งและเข้มข้นขึ้น เช่น ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ศึกษาและแก้ปัญหาที่ท้าทายความสามารถ เสริมทักษะการคิดระดับสูง เช่น การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การคิดอย่างเป็นระบบ เป็นต้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.2 กิจกรรมควรมีลักษณะต่างๆเหล่านี้ เช่น ท้าทาย เร้าความสนใจสนุก ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ พัฒนาสติปัญญา ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา การคิดอย่างมีเหตุผล

2.3 ประสบการณ์ที่จัดให้กับผู้เรียนควรมีทั้งแบบทั่วไปและแบบเจาะลึก กล่าวโดยสรุป ในการสอนซ่อมเสริม ครูควรมีการจัดกิจกรรมที่หลากหลายเพื่อตอบสนองความสามารถตามศักยภาพของผู้เรียนที่แตกต่างกันอย่างมีวัตถุประสงค์และต้องมีการวางแผน จึงจะทำให้การสอนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ

ประเภทของผู้เรียนที่ควรรับการสอนซ่อมเสริม

ผู้ที่ควรได้รับการสอนซ่อมเสริม อาจจำแนกได้เป็น 6 ประเภท คือ (ศรียา นิยมธรรม และประภัสร นิยมธรรม. 2525 : 47)

1. **ผู้ที่เรียนช้า** ได้แก่ ผู้ทีที่มีไอคิวระหว่าง 70-90 คนเหล่านี้มีความสามารถจำกัด จึงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ และเรียนรู้ช้ากว่าปกติ นอกจากนี้ยังขาดทักษะเบื้องต้นต่างๆ ซึ่งทำให้การเรียนยิ่งช้าลงไปอีก เป็นผลให้เด็กเกิดความท้อแท้และมีปัญหาจึงควรได้รับการสอนเสริม

2. **ผู้ทีมีปัญญาเลิศ** ปกติคนกลุ่มนี้จะถูกละเลยเพราะครูคิดว่าเป็นผู้ที่สามารถช่วยตัวเองได้ การสอนตามปกติมักทำให้เกิดความเบื่อหน่าย จึงควรได้รับการสอนซ่อมเสริม เพื่อพัฒนาความสามารถที่มีอยู่ให้เต็มตามศักยภาพ

3. **ผู้ที่มีความบกพร่องทางร่างกายและสติปัญญา** ได้แก่ ผู้ที่มีปัญหาการเรียนอันเนื่องมาจากความบกพร่องทางสภาพร่างกาย เช่น หูหนวก ตาบอด ปัญญาอ่อน ฯลฯ เป็นต้น

4. **ผู้ที่มีปัญหาในการเรียนรู้เฉพาะอย่าง** คนเหล่านี้ไม่ใช่ผู้พิการ แต่มีความบกพร่องเกี่ยวกับระบบประสาท มีปัญหาในการเรียนบางเรื่อง เช่น การรับรู้ การฟัง การพูด การอ่าน หรือการเขียนและมักมีช่วงความสนใจสั้น จึงควรได้รับการสอนซ่อมเสริมตามความจำเป็น

5. **ผู้ที่มีปัญหาทางพฤติกรรม** ทำให้มีผลการเรียนต่ำกว่าระดับสติปัญญา และขีดความสามารถที่มีทั้งนี้อันเนื่องมาจากการไม่ตั้งใจเรียน ขาดแรงจูงใจในการเรียน มีความไม่มั่นคงทางอารมณ์ หรือมีจิตใจแปรปรวนง่าย

6. **ผู้ทีมีประสบการณ์และภูมิหลังจำกัด** ได้แก่ ผู้ที่มาจากครอบครัวซึ่งยึดมั่นในวัฒนธรรมหรือความเชื่อบางอย่างที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ รวมถึงผู้ที่มาจากครอบครัวที่อยู่ห่างไกลความเจริญ มีปัญหาทางภูมิศาสตร์ เช่น ชาวเขา ชาวเรือ ทำให้ขาดโอกาสที่จะแสวงหาประสบการณ์ ความรู้ อย่างที่บุคคลทั่วไปรู้จักและเรียนรู้ ดังนั้นเมื่อคนเหล่านี้มาเรียนในโรงเรียนปกติจึงต้องการการสอนซ่อมเสริม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การประยุกต์ใช้

การนำความคิดการสอนซ่อมเสริมไปใช้ในชั้นเรียนปกติสำหรับประเทศไทยในปัจจุบัน ได้รับการเห็นชอบจากกระทรวงศึกษาธิการ และได้กำหนดให้มีการสอนซ่อมเสริมแก่ผู้เรียน ซึ่งไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ในวิชาหรือกลุ่มสาระการเรียนรู้ต่างๆ ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ประถมศึกษาและมัธยมศึกษา) แต่ในทางปฏิบัติยังคงมีปัญหาในประเด็นที่ว่า ครูยังมีความเข้าใจไม่ตรงกันและมักมีความเข้าใจผิดกันอยู่ไม่น้อย ทั้งในเรื่องของการจัดประเภทผู้เรียนที่จะเข้ารับบริการสอนซ่อมเสริม การวินิจฉัยปัญหา ตลอดจนวิธีการสอนซ่อมเสริม คือ ผู้ที่เรียนช้า สติปัญญาต่ำ การสอนซ่อมเสริมจึงมุ่งเฉพาะผู้ที่เรียนอ่อน และจุดประสงค์ในการสอนซ่อมเสริมก็เพื่อที่จะให้เรียนทันเพื่อน ทันหลักสูตร และสอบผ่านเท่านั้น วิธีการสอนก็มักทำโดยการสอนพิเศษ คือ เพิ่มเวลาสอนโดยสอนซ้ำวิธีการเดิม ให้ทำแบบฝึกหัดมากขึ้น ไม่ได้พิจารณาถึงการนำสื่อการสอนที่เหมาะสมมาใช้ ผลก็คือผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย เคร่งเครียด จนเป็นเหตุให้เกิดปัญหาทางอารมณ์และหาทางออกด้วยการเกเร แกล้งเพื่อน หนีโรงเรียน ฯลฯ เป็นต้น (นิยมธรรม และ ประภัสร นิยมธรรม. 2525 : 49)

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ชวนพิศ วงศ์คช ทดลองให้นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษ (อ 012) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 32 ข้อ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.88 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล วิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (one-way analysis of variance) สรุปผลการศึกษาค้นคว้า ผลการศึกษาพบว่า 1. นักเรียนในกลุ่มทดลอง 1 ที่ได้รับการสอนเสริมโดยเพื่อนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษสูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัย สำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2. นักเรียนในกลุ่มทดลอง 2 ที่ได้รับการสอนเสริมโดยเพื่อนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษปานกลาง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3. นักเรียนในกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม ที่ได้รับการสอนเสริมโดยเพื่อนที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนภาษาอังกฤษสูงและปานกลาง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาสภาพ ปัญหา และความต้องการการเรียนเสริมออนไลน์ของสมาชิกโครงการจุฬาออนไลน์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ ผู้ที่เรียนเสริมในโครงการจุฬา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ออนไลน์ จำนวน 181 คน เจ้าหน้าที่ของโครงการจุฬาออนไลน์ จำนวน 5 คนเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบถามและแบบสัมภาษณ์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าความถี่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าไคสแควร์ การวิเคราะห์ความแปรปรวน (One-Way ANOVA) ผลการวิจัยพบว่า 1. สภาพการเรียนการสอนของผู้เรียนที่ลงทะเบียนเพื่อเรียนเสริมในโครงการจุฬาออนไลน์ส่วนใหญ่เป็นเพศหญิง ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีเกรดเฉลี่ยสะสมอยู่ที่ 2.50-3.00 วิชาที่ผู้เรียนเลือกเรียนมากที่สุดคือ วิชาภาษาอังกฤษ จุดมุ่งหมายส่วนใหญ่ของผู้เรียน เรียนเพื่อต้องการทบทวนความรู้ที่เรียนในโรงเรียน ผู้เรียนส่วนใหญ่มีความรู้ในการใช้ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่มีโฮมเพจส่วนตัว และผู้เรียนส่วนใหญ่เรียนวิชาในโครงการจุฬาออนไลน์จากที่บ้านโดยติดต่อผ่านสายโทรศัพท์ 2. สภาพของเจ้าหน้าที่ของโครงการจุฬาออนไลน์ เจ้าหน้าที่ของโครงการจุฬาออนไลน์ส่วนใหญ่เป็นเพศชาย มีวุฒิการศึกษาอยู่ในระดับปริญญาตรี มีประสบการณ์การทำงานอยู่ในช่วง 1-3 ปี 3. ปัญหาที่พบในการเรียนการสอนเสริมในโครงการจุฬาออนไลน์เป็นปัญหาในระดับปานกลาง ซึ่งพบว่าผู้เรียนมีความเห็นว่า คณะผู้สอนไม่อธิบายแก้ข้อสงสัยผ่านกระดานสนทนาไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ หรือห้องสนทนา ไม่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียน ไม่เอาใจใส่ผู้เรียนเป็นรายบุคคล เนื้อหายากเกินไปสำหรับผู้เรียน ความเร็วในการเชื่อมต่อต่ำ ให้แหล่งข้อมูลที่ใช้ศึกษาหาความรู้อย่างจำกัด ไม่มีการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนและผู้เรียนจำนวนงานที่มอบหมายน้อยเกินไป 4. ปัญหาที่เจ้าหน้าที่ของโครงการจุฬาออนไลน์พบคือ ไวรัสคอมพิวเตอร์ในระบบเครือข่ายซึ่งทำให้เซิร์ฟเวอร์ไม่สามารถทำงานได้ตามปกติ บริการค้นหาข้อมูลที่มียังไม่สามารถค้นข้อมูลภายในเว็บไซต์อย่างละเอียดได้ ผู้เรียนใช้ภาษาไม่เหมาะสมในเว็บบอร์ด 5. ความต้องการของผู้เรียนในการเรียนการสอนเสริมออนไลน์ในโครงการจุฬาออนไลน์เพิ่มความเร็วในการเชื่อมต่อกับเว็บไซต์ของโครงการจุฬาออนไลน์และต้องการการประเมินผลด้วยตนเองที่ชัดเจน 6. ความต้องการของเจ้าหน้าที่ในโครงการจุฬาออนไลน์ต้องการเครื่องมือที่ใช้ในการค้นหาข้อมูลภายในเว็บไซต์ของจุฬาออนไลน์ได้ (กานตมาน สุทธิลักษณ์, 2546)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM RAJABHAT UNIVERSITY