# บทที่ 2
# ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

## ทฤษฎีหรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง

### การวิจัยดำเนินงาน (Operations research)

ในระหว่างช่วงสงครามโลกครั้งที่ 2 การวิจัยดำเนินงานได้ถูกพัฒนาขึ้นโดยนักการทหารของประเทศอังกฤษ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อดำเนินการรบให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ โดยได้มีการจัดตั้งทีมวิจัยดำเนินงานขึ้นมา เรียกว่าทีม "Research on operations" ซึ่งถือว่าเป็นทีมการวิจัยดำเนินงานทีมแรกของโลก การดำเนินงานของทีมวิจัยดำเนินงานดังกล่าว ส่งผลให้อังกฤษเอาชนะการรบทางอากาศได้สำเร็จ โดยการพัฒนาวิธีการในการจัดสรรทรัพยากรในการรบอย่างมีประสิทธิภาพ หลังจากสงครามโลกครั้งที่ 2 เสร็จสิ้น ได้มีการนำเอาแนวคิดการวิจัยดำเนินงานมาประยุกต์ใช้กับงานด้านอุตสาหกรรม อย่ากว้างขวาง ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1950 เป็นต้นมา

ในอดีตรูปแบบการผลิตของอุตสาหกรรมแบบดั้งเดิมที่มีปริมาณการผลิตต่ำและใช้แรงงานคนเป็นหลัก ได้เปลี่ยนมาเป็นการผลิตแบบจำนวนมาก (Mass production) และใช้เครื่องจักรเป็นหลัก ซึ่งการผลิตแบบใหม่ดังกล่าวส่งผลให้การดำเนินงานการผลิตมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ทั้งในด้านปัจจัยนำเข้าของการผลิต เช่น คน เครื่องจักร วัตถุดิบ เป็นต้น และด้านกระบวนการผลิตที่ซับซ้อนและหลากหลาย ส่งผลให้กระบวนการตัดสินใจในการดำเนินงานยุ่งยากมากขึ้น ซึ่งทำให้ผู้ผลิตจำเป็นต้องมีข้อมูลประกอบการตัดสินใจที่ถูกต้องและแม่นยำในการตัดสินใจดำเนินงาน โดยมีเป้าหมายคือทำให้การผลิตเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ โดยใช้ทรัพยากรในการผลิตอย่างคุ้มค่าและเกิดประโยชน์สูงสุด

จากเหตุผลดังกล่าว จึงได้มีการนำเอาแนวคิดเกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงานมาประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางและหลากหลาย โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านอุตสาหกรรมการผลิต นอกจากนั้นแล้ว การวิจัยดำเนินงานยังสามารถประยุกต์เพื่อแก้ปัญหางานด้านอื่นๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่น การขนส่ง การก่อสร้าง การสื่อสาร การวางแผนการเงิน และการสาธารณะสุข เป็นต้น

เนื่องจากขอบเขตของการวิจัยดำเนินงานนั้นค่อนข้างกว้าง การให้คำจำกัดความแบบสั้นๆ คงจะไม่สามารถอธิบายความหมายของการวิจัยดำเนินงานได้อย่างครอบคลุม อย่างไรก็ตามก็มีการให้ความหมายของการวิจัยดำเนินงานไว้อย่างน่าสนใจ ดังเช่น

**การวิจัยดำเนินงาน** หมายถึง การประยุกต์ใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์ (Scientific method) อย่างเป็นระบบในการรวบรวม วิเคราะห์ข้อมูลเชิงตัวเลข (Quantitative basis) อย่างเป็นขั้นตอนเพื่อใช้ตัดสินใจในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนต่างๆ โดยอาศัยข้อมูลและความร่วมมือจากหน่วยงานต่างๆ ภายใต้เงื่อนไขที่ทรัพยากรมีอย่างจำกัด เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่เหมาะสมสุด (Optimal solution)

**การวิจัยดำเนินงาน** หมายถึง การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Formulating mathematical model) ของปัญหาที่ซับซ้อนทางวิศวกรรมและทางการจัดการ และดำเนินแก้ปัญหาดังกล่าวอย่างเป็นระบบ ในการหาคำตอบที่เป็นไปได้ (Possible solutions) ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจของฝ่ายบริหาร และมีการปรับปรุงอย่างต่อเนื่อง

จากการให้ความหมายดังกล่าว จึงสามารถสรุปเป็นลักษณะของการวิจัยดำเนินงานได้ดังนี้

- เป็นงานลักษณะ "Research on operations" คือ มีการศึกษาและวิจัยในการดำเนินงานอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้ได้มาซึ่งผลเฉลยที่เหมาะสมสุด
- มีการวิเคราะห์ปัญหาอย่างเป็นองค์รวม เพื่อให้ทุกฝ่ายในองค์กรมีความเข้าใจปัญหาร่วมกัน โดยใช้ทีมงานที่มีความเชี่ยวชาญด้านต่างๆ มาทำงานร่วมกันโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้การตัดสินใจเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ
- มีการรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูลเชิงตัวเลขเพื่อการตัดสินใจ โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแทนของระบบที่ทำการศึกษา และดำเนินการปรับปรุงอย่างต่อเนื่อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างปัญหาของการดำเนินงาน ที่สามารถใช้แนวคิดของการวิจัยดำเนินงานในการวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาได้ เช่น

- ปัญหาการจัดสรรทรัพยากร (Allocation problem) คือ ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรที่ใช้ในการดำเนินกิจกรรมต่างๆ ให้เหมาะสมสุด เช่น ปัญหาการมอบหมายงาน (Assignment problem)ให้กับคนหรือเครื่องจักร เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพการทำงานสูงสุด
- ปัญหาการจัดการสินค้าคงคลัง (Inventory problem) การจัดการสินค้าคงคลังมีความสำคัญต่อต้นทุนของการดำเนินการ การตัดสินใจว่าจะเก็บสินค้าไว้ในปริมาณเท่าใดที่จะทำให้เกิดค่าใช้จ่ายต่ำสุดเป็นเรื่องที่จำเป็น เนื่องจากหากมีปริมาณสินค้าคง

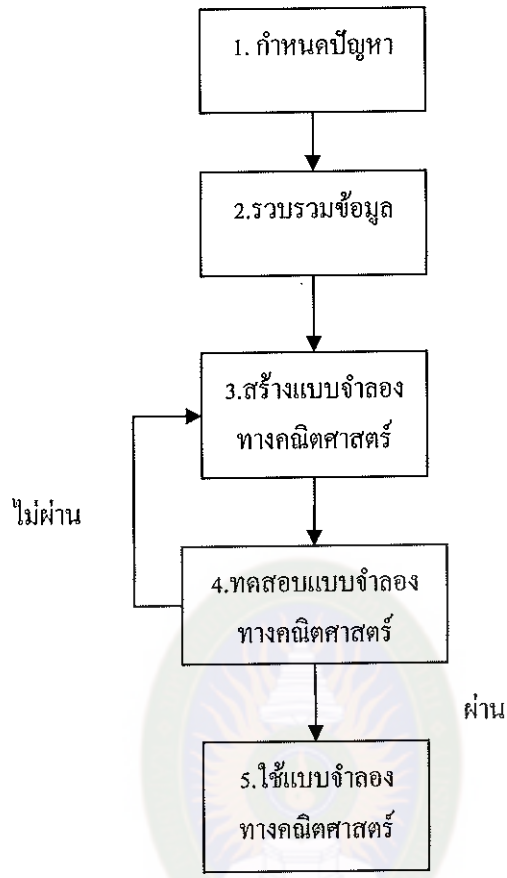
คลังมากต้นทุนการจัดเก็บก็สูง แต่หากว่าปริมาณการจัดเก็บต่ำอาจจะส่งผลต่อการให้บริการกับลูกค้า ซึ่งจะส่งผลต่อความพึงพอใจของลูกค้าด้วย

- ปัญหาแถวคอย (Queuing problem) ในการจัดการบริการในจุดให้บริการต่างๆ เพื่อตอบสนองการให้บริการอย่างมีประสิทธิภาพ จะต้องคำนึงถึงเวลาในการรอคอยเพื่อเข้ารับการบริการ ซึ่งหากเวลาที่ใช้ในการรอคอยมากเกินไปจะทำให้ผู้รับบริการเกิดความไม่พึงพอใจได้ ดังนั้นต้องทำการวิเคราะห์รูปแบบของการเข้ามารับบริการ แล้วจึงดำเนินการจัดวิธีการที่เหมาะสมในการให้บริการ เพื่อให้เกิดการบริการที่มีประสิทธิภาพสูงสุด
- ปัญหาการทดแทน (Replacement problem) ทรัพยากรในการผลิตนั้นมีโดยเฉพาะอย่างยิ่งเครื่องจักร มีวงจรชีวิต (Machine life cycle) ที่แตกต่างกัน ลักษณะของปัญหาการทดแทนคือ การวิเคราะห์ว่าเมื่อไหร่ควรจะทำการเปลี่ยนทดแทนทรัพยากรเหล่านั้นเพื่อให้ประหยัดต้นทุนมากที่สุด
- ปัญหาการขนส่ง (Transportation problem) เป็นการหาเส้นทางการเดินทางเพื่อให้เกิดต้นทุนรวมต่ำที่สุด ปัจจุบันนำมาใช้มากในปัญหาด้านโลจิสติกส์ เช่น ปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling salesman problem-TSP) ปัญหาการจัดเส้นทางยานพาหนะ (Vehicle routing problem-VRP) เป็นต้น
- ปัญหาการวางแผนและควบคุมการผลิต (Production planning and control) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการจัดลำดับการผลิตก่อน-หลัง เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการทำงาน ลดเวลารอคอยในการผลิต วิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น เทคนิค PERT (Project Evaluation and Review Technique) และ CPM (Critical Path Method) เป็นต้น

**กระบวนการของการวิจัยดำเนินงาน**

การวิเคราะห์ปัญหาด้วยการวิจัยดำเนินงานมีกระบวนการโดยทั่วไป แสดงดังรูปที่ 1.1

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY




**รูปที่ 1** กระบวนการของการวิจัยดำเนินงาน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กระบวนการของการวิจัยดำเนินงานสามารถอธิบายโดยสังเขปดังนี้

2.1 การกำหนดปัญหา (Define the problem)

การกำหนดปัญหาเป็นขั้นตอนแรกและมีความสำคัญในกระบวนการวิจัยดำเนินงานเป็นอย่างมาก การกำหนดปัญหาที่ดีจะต้องกำหนดให้ตรงกับข้อมูลที่เกิดขึ้นจริง โดยจะต้องมีการประสานงานและแลกเปลี่ยนข้อมูลกันระหว่างทีมงานวิจัยดำเนินงานและผู้บริหารที่เป็นผู้ที่จะตัดสินใจ หากการกำหนดปัญหาไม่มีความชัดเจนจะทำให้ได้ผลลัพธ์ที่ไม่ถูกต้อง และจะนำไปสู่การตัดสินใจที่ผิดพลาดจนเกิดความเสียหายได้ นอกจากนั้นการกำหนดปัญหาที่ชัดเจนจะทำให้กระบวนการหาคำตอบทำได้ง่ายยิ่งขึ้น ลักษณะของการกำหนดปัญหาที่ดีคือ มีความสัมพันธ์อย่างเหมาะสมกับการดำเนินงานโดยรวมของทั้งระบบ และมีความชัดเจนทั้งวัตถุประสงค์และขอบเขตของปัญหา

2.2 การรวบรวมข้อมูล (Gathering of the relevant data)

เมื่อกำหนดปัญหาได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปคือทีมงานวิจัยดำเนินงานจะต้องดำเนินการรวบรวมข้อมูลที่จำเป็นต่างๆ โดยได้รับความร่วมมือจากหน่วยงานต่างๆ ในองค์กร เพื่อให้เกิดความเข้าใจในปัญหาอย่างลึกซึ้ง รวมถึงจะต้องนำข้อมูลที่ได้มาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยข้อมูลที่ได้มานั้นจะต้องมีความถูกต้องแม่นยำ เพราะข้อมูลที่ขาดความถูกต้องแม่นยำจะทำให้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องและได้ผลลัพธ์ของปัญหาที่ผิดพลาดเช่นกัน ดังนั้นทีมวิจัยดำเนินงานจะต้องมีระบบการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ดี เพราะหากระบบการเก็บข้อมูลไม่ดีจะทำให้การเก็บข้อมูลใช้เวลาค่อนข้างมากจนกระทั่งไม่สามารถได้ผลลัพธ์ไปแก้ปัญหาได้ทันเวลา

2.3 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Formulating mathematical model)

แบบจำลองทางงคณิตศาสตร์เป็นตัวแทนของปัญหาที่ได้จากการรวบรวมข้อมูล ซึ่งจะเขียนให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่เข้าใจง่ายเพื่อให้สะดวกกับการวิเคราะห์ โดยองค์ประกอบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้คือ

1) ตัวแปรตัดสินใจ (Decision variables) เป็นตัวแปรที่เราต้องการหาค่า ซึ่งมีผลต่อคำตอบของปัญหา
2) สมการเป้าหมายหรือฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (Objective function) เป็นฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหาที่ต้องการเพื่อนำไปสู่กระบวนการตัดสินใจ (Decision making) ของผู้มีอำนาจในการตัดสินใจ
3) ข้อจำกัด (Constraints) เป็นความสัมพันธ์ของตัวแปรตัดสินใจที่กำหนดให้สอดคล้องกับข้อจำกัดและค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปร
4) ค่าพารามิเตอร์ (Parameters) เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของข้อจำกัด ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และค่าคงที่อื่นๆที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล

ข้อดีของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์คือ สามารถนำเสนอปัญหาได้อย่างกระชับเป็นระบบ ทำให้ผู้ที่เกี่ยวข้องเข้าใจปัญหาได้ง่ายยิ่งขึ้น โดยการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตัดสินใจต่างๆทั้งในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และข้อจำกัด นอกจากนี้ยังสามารถนำไปเชื่อมโยงกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปที่มีอยู่อย่างหลากหลายในปัจจุบัน เพื่อหาผลเฉลยของปัญหา เช่น โปรแกรมสำเร็จรูป LINDO AMPL เป็นต้น อย่างไรก็ตาม แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ยังมีข้อด้อยอยู่บ้างคือ ในกรณีที่ปัญหามีความซับซ้อนมากๆ เช่น มีตัวแปรตัดสินใจหรือข้อจำกัดมากเกินไป อาจจะไม่สามารถเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ หรือบางกรณีอาจจะไม่สามารถหาผลเฉลยของปัญหาได้เลย ซึ่งหากเกิดกรณีดังกล่าวขึ้น อาจจะต้องหาผลเฉลยด้วย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เทคนิควิธีอื่นๆ เช่น การจำลองสถานการณ์ (Simulation model) วิธีฮิวริสติก (Heuristic) วิธีเมต้าฮิวริสติก (Metaheuristic) เป็นต้น ซึ่งวิธีกล่าวไม่สามารถรับประกันได้ว่าผลเฉลยที่ได้จะเป็นผลเฉลยที่เหมาะสมสุด (Optimal solution) หรือไม่ แต่สำหรับสถานการณ์ที่ปัญหามีความซับซ้อนมากๆ วิธีเหล่านี้ก็ให้ผลเฉลยที่น่าพอใจภายในเวลาที่เหมาะสม ปัจจุบันแนวทางการหาคำตอบดังกล่าวได้มีการพัฒนาวิธีการและคิดค้นขึ้นใหม่อย่างต่อเนื่อง ซึ่งจะได้กล่าวต่อไปในโอกาสหน้า

2.4 การทดสอบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Validation of the model)

การทดสอบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้มาแล้วนั้น เป็นขั้นตอนที่สำคัญมากอีกขั้นตอนหนึ่ง เนื่องจากอาจจะมีข้อผิดพลาดในขั้นตอนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เช่น การกำหนดค่าพารามิเตอร์ไม่ถูกต้อง อันจะทำให้ผลเฉลยที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องด้วย การทดสอบอาจจะทำได้โดยการใช้ข้อมูลในอดีตมาทดสอบความถูกต้องของแบบจำลอง (Retrospective test) การทดสอบยิ่งละเอียดมากเท่าใดก็จะเป็นการสร้างความน่าเชื่อถือให้กับแบบจำลองที่สร้างขึ้น และหากพบว่าแบบจำลองมีความผิดพลาดก็ต้องทำการแก้ไขให้ถูกต้อง

1.5 การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Implementation)

หลังจากทำการทดสอบและแก้ไขแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แล้ว ก็จะนำแบบจำลองนั้นมาประยุกต์ใช้งาน การนำแบบจำลองมาใช้งานนั้นจะต้องได้รับความร่วมมือจากฝ่ายต่างๆ โดยทีมวิจัยดำเนินงานจะต้องอธิบายการใช้งานแบบจำลองที่สร้างขึ้นให้ผู้ที่เกี่ยวข้องเข้าใจโดยละเอียด และเมื่อเริ่มใช้แบบจำลองทีมวิจัยดำเนินงานต้องคอยติดตามผลการดำเนินงาน (Monitoring) อย่างต่อเนื่อง มีการจัดเก็บข้อมูลอย่างเป็นระบบ ทั้งนี้เพื่อเป็นฐานข้อมูลในการดำเนินการปรับปรุงต่อไป ขั้นตอนสุดท้ายที่สำคัญและเป็นหัวใจของการวิจัยดำเนินงานก็คือการแปลผลที่ได้จากกระบวนการวิจัยดำเนินงาน และการนำเสนอข้อมูลให้กับผู้มีอำนาจในการตัดสินใจเพื่อที่จะดำเนินการ การแปลผลที่ไม่ถูกต้องจะทำให้การตัดสินใจผิดพลาด เมื่อผู้บริหารตัดสินใจดำเนินการแล้วทีมวิจัยดำเนินงานจะต้องทำการประเมินผล (Evaluation) และสรุปผลอีกครั้งหนึ่งว่ากระบวนการวิจัยดำเนินงานสามารถแก้ปัญหาได้มากน้อยเพียงใด หากผลการดำเนินการยังไม่เป็นที่น่าพอใจก็ทำการปรับปรุงรูปแบบและดำเนินการซ้ำตามขั้นตอนอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งจะเห็นได้ว่าในขั้นตอนต่างๆ ของกระบวนการวิจัยดำเนินงานนั้นอาจจะมีการปรับปรุงให้ดีขึ้นได้ตลอดเวลา ทั้งนี้ก็ขึ้นอยู่กับผู้ที่มีอำนาจในการตัดสินใจว่ามีความพึงพอใจกับผลการดำเนินการหรือไม่

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

**โปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear programming)**

โปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear programming) เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเพื่อเป็นตัวแทนของปัญหาการจัดสรรทรัพยากร และได้ถูกนำมาใช้เป็นเครื่องมือที่สำคัญในการจัดสรรทรัพยากรให้เกิดประโยชน์สูงสุดในด้านการวิจัยดำเนินงาน ซึ่งนับตั้งแต่มีการคิดค้นการโปรแกรมเชิงเส้นตรงขึ้นในปี ค.ศ. 1920 เป็นต้นมา ได้มีการนำหลักการและทฤษฎีดังกล่าวมาใช้อย่างได้ผลทั้งหน่วยงานภาครัฐและเอกชน การศึกษาเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาความรู้ด้านการวิจัยดำเนินงานคือในปี ค.ศ. 1945 จอร์ช สติคเลอร์ ( George Stigler ) ซึ่งเป็นนักเศรษฐศาสตร์ ได้ใช้เทคนิคการโปรแกรมเชิงเส้นตรงในการแก้ปัญหาทางโภชนาการ ในการกำหนดปริมาณอาหารเพื่อให้มีคุณค่าทางโภชนาการตามมาตรฐานโดยเสียต้นทุนอาหารต่ำสุดและในปี ค.ศ. 1947 จอร์ช บี แดนซิก (Grorge B Dantzig) มาร์แชล วูด (Marshall Wood) และคณะในกองทัพอากาศสหรัฐอเมริกา ได้ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาการวางแผนโครงงานในกองทัพ โดยกำหนดความสัมพันธ์ของปัญหาเป็นเส้นตรงและใช้วิธีทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหานั้นๆ โดยการศึกษานี้ทำให้เกิดวิธีการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงที่รู้จักกันอย่างแพร่หลายก็คือ วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex method) นอกจากนั้นยังมีวิธีการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงคือ วิธีกราฟ (Graphical method) ที่ใช้แก้ปัญหาเชิงเส้นตรงอย่างง่าย และในปัจจุบันได้มีการเขียนและพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปต่างๆ เพื่อแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงอย่างหลากหลาย เช่น โปรแกรม LINDO (Linear Interactive Discrete Optimizer) และ AMPL (A Mathematical Programming Language) เป็นต้น นอกจากนี้ยังสามารถใช้เครื่องมือในการแก้ปัญหา (Solver) ในโปรแกรม Microsoft Excel ซึ่งเป็นโปรแกรมที่สามารถใช้งานง่ายและค่อนข้างสะดวก

ขั้นตอนโดยทั่วไปของการโปรแกรมเชิงเส้นตรง สามารถแบ่งได้เป็น 3 ขั้นตอนคือ

1) การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นตัวแทนของปัญหาที่เกิดขึ้น อาจจะกล่าวได้ว่าขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่สำคัญมากที่สุดในการโปรแกรมเชิงเส้นตรงก็ว่าได้ เนื่องจาก หากการสร้างแบบจำลองเกิดข้อผิดพลาด จะส่งผลให้ผลเฉลยจากการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องด้วยเช่นกัน และขั้นตอนนี้ไม่สามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปใดๆมาช่วยได้ ดังนั้นทีมวิจัยดำเนินงานที่จะสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จะต้องมีข้อมูลที่ถูกต้องและแม่นยำจากหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง รวมไปถึงการระดมองค์ความรู้ ความเข้าใจในปัญหา ทักษะและประสบการณ์จาก

ผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้องอีกด้วย จึงจะเห็นได้ว่าความร่วมมือจากผู้เกี่ยวข้องนั้นเป็นเรื่องที่มีความสำคัญต่อขั้นตอนการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์มากเช่นกัน

2) การหาผลเฉลยของปัญหา ผลเฉลยของปัญหา (Solutions) ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนั้นสามารถหาได้โดยวิธีการต่างๆ ดังนี้

➢ วิธีกราฟ (Graphical method) เป็นวิธีการหาผลเฉลยของโปรแกรมเชิงเส้นตรงโดยใช้กราฟ ซึ่งจะใช้ได้กับปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจไม่เกิน 3 ตัวแปร และจำนวนของข้อจำกัดไม่มากนัก เนื่องจากหากมีตัวแปรมากกว่า 3 ตัวแปรนั้น การแสดงด้วยกราฟจะทำได้ลำบาก อย่างไรก็ดี วิธีกราฟก็เป็นวิธีที่ทำให้เห็นภาพของการหาผลเฉลยของโปรแกรมเชิงเส้นตรงได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ซึ่งเป็นประโยชน์สำหรับการทำความเข้าใจการโปรแกรมเชิงเส้นตรงในเบื้องต้นได้เป็นอย่างดี ในบทนี้จะกล่าวถึงการหาผลเฉลยของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงด้วยวิธีกราฟในหัวข้อ 2.4

➢ วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex method) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาผลเฉลยของโปรแกรมเชิงเส้นตรง ซึ่งพัฒนาในปี ค.ศ. 1947 โดย George B. Dantzig ซึ่งเป็นวิธีการที่ได้รับความนิยมค่อนข้างมาก วิธีซิมเพล็กซ์เป็นวิธีการหาผลเฉลยซ้ำๆ แล้วหาผลเฉลยไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ผลเฉลยของปัญหาที่เหมาะสมสุด (Optimal solution) โดยการหาผลเฉลยของโปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์จะได้กล่าวถึงอีกครั้งอย่างละเอียดในบทถัดไป

➢ การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป ความก้าวหน้าด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน ทำให้ผู้เขียนโปรแกรมสำเร็จรูปสามารถพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูป เพื่อแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงอย่างหลากหลายและที่ได้รับความนิยมมากในปัจจุบัน เช่น LINDO และ AMPL เป็นต้น หลักการแก้ปัญหาด้วยโปรแกรมเหล่านี้ ก็ใช้พื้นฐานจากหาผลเฉลยของวิธีซิมเพล็กซ์นั่นเอง อย่างไรก็ตามการจะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปดังกล่าวโดยเฉพาะอย่างยิ่งการอ้างอิงในงานวิจัยซึ่งต้องมีลิขสิทธิ์ที่ถูกต้อง ทำให้บางหน่วยงานอาจจะไม่มีความพร้อมในการการใช้งานโปรแกรม ดังนั้นจึงจะนำเสนอการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงด้วยเครื่องมือแก้ปัญหาของโปรแกรม Microsoft Excel ซึ่งมีข้อดีคือการใช้งานค่อนข้างง่ายและมีประสิทธิภาพดีพอสมควร อีกทั้งยังเป็นโปรแกรมพื้นฐานที่ติดตั้งอยู่ในเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนใหญ่ที่ใช้กันในปัจจุบัน

3) การวิเคราะห์ความไว (Sensitivity analysis) เนื่องจากอาจจะมีความผิดพลาดเกิดขึ้นได้ ในการรวบรวมข้อมูล เพื่อนำมากำหนดเป็นค่าพารามิเตอร์ต่างๆในการ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นเมื่อได้ดำเนินการหาผลเฉลยของปัญหาแล้ว ทีมวิจัยดำเนินงานจะต้องทดสอบความไวของผลเฉลยที่ได้ว่ามีการเปลี่ยนแปลงมากน้อยอย่างไร หากค่าพารามิเตอร์ต่างๆมีการเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นหากการทดสอบความไวพบว่าผลเฉลยมีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากค่าพารามิเตอร์ไม่มากนัก แสดงว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนั้นมีความค่อนข้างมีความแม่นยำ

**สมมุติฐานของโปรแกรมเชิงเส้นตรง (Assumptions of linear programming)**

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จะสอดคล้องกับการโปรแกรมเชิงเส้นตรงซึ่งมีสมมุติฐานว่าทั้งฟังก์ชันวัตถุประสงค์และข้อจำกัดมีความเป็นเส้นตรง ข้อสมมุติฐานโดยทั่วไปของโปรแกรมเชิงเส้นตรงมีดังต่อไปนี้

1) ความเป็นสัดส่วน (Proportionality) สมมุติฐานนี้หมายความว่า หากตัวแปรใดๆ มีการเปลี่ยนแปลงจะส่งผลต่อค่าของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และข้อจำกัดอย่างเป็นสัดส่วนที่แน่นอน ยกตัวอย่างความเป็นสัดส่วนของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์เป็นการหาค่ากำไรสูงสุดดังต่อไปนี้

   Objective function (กำไรสูงสุด) $Z= \mathbf{400x_1} + 300x_2$

   พิจารณาพจน์ $400x_1$ ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ โดยตัวแปร $x_1$ และ $x_2$ เป็นปริมาณการผลิตผลิตภัณฑ์ A และ B ซึ่งผลิต A 1 หน่วย จะได้กำไรเท่ากับ (400×1) = 400 บาท ซึ่งหากผลิตผลิตภัณฑ์ A เท่ากับ 2 หน่วยจะได้กำไรเป็น (400×2)=800 บาท ซึ่งจะเห็นว่าการผลิตผลิตภัณฑ์ A (ตัวแปรตัดสินใจ) กับกำไรที่เกิดขึ้นในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์เป็นสัดส่วนกัน

2) การรวมกันได้ (Additivity) สมมุติฐานนี้หมายความว่า ค่าต่างๆที่ได้จากฟังก์ชั่นในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ทั้งในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์หรือข้อจำกัดสามารถรวมกันได้ ยกตัวอย่างจากตัวอย่างในหัวข้อที่ผ่านมา หากทำการผลิตผลิตภัณฑ์ A และ B จำนวน 100 และ 150 หน่วย หน่วย ซึ่งจะได้กำไรจากผลิตภัณฑ์ A เท่ากับ (400×100) = 40,000 บาท และได้กำไรจากผลิตภัณฑ์ B เท่ากับ (300×150) = 45,000 บาท ดังนั้นผลรวมของกำไรจากฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ $Z= \mathbf{400x_1 + 300x_2}$ ตามสมมุติฐานการรวมกันได้นี้จึงเท่ากับ 40,000 + 45,000 = 85,000 บาท

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3) การแยกกันได้ (Divisibility) สมมุติฐานนี้หมายความว่า ตัวแปรตัดสินใจในโปรแกรมเชิงเส้นตรงไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น ซึ่งตัวแปรดังกล่าวเป็นได้ทั้งจำนวนเต็มหรือเศษส่วนก็ได้ แต่ค่าของตัวแปรต้องสอดคล้องกับความเป็นจริง เช่น ความยาวของวัสดุที่ใช้ในการผลิตชิ้นงานหนึ่งชิ้นเท่ากับ 2.5 เมตร ซึ่งก็เป็นไปตามข้อเท็จจริงในการผลิต เป็นต้น

4) ความแน่นอน (Certainty) สมมุติฐานนี้หมายความว่า ค่าคงที่และค่าพารามิเตอร์ต่างๆในโปรแกรมเชิงเส้นตรงที่สร้างขึ้นมานั้นมีความแน่นอน แต่อย่างไรก็ตามต้องตระหนักเสมอว่าความถูกต้องและแม่นยำของข้อมูลที่นำมากำหนดเป็นค่าคงที่และค่าพารามิเตอร์ต่างๆนั้น ขึ้นอยู่กับระบบการเก็บข้อมูลว่ามีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใด

**รูปแบบของโปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear programming model)**

กำหนดให้มีจำนวนตัวแปรตัดสินใจ $n$ ตัว ($x_1, x_2, ..., x_n$) และมีสมการข้อจำกัดจำนวน $m$ สมการ โดย $a_{ij}$ คือ ค่าพารามิเตอร์ของตัวตัวแปรในสมการข้อจำกัด $b_j$ คือ ค่าคงที่ทางขวามือ (Right hand side constant) $c_j$ คือ ค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ โครงสร้างโดยทั่วไปของโปรแกรมเชิงเส้นตรงเป็นดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด $Z=c_1x_1+c_2x_2+c_3x_3+...+c_nx_n$

สมการข้อจำกัด

$$\begin{array}{rcl} a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n & & b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+a_{2n}x_n & \leq \text{หรือ} & b_2 \\ \vdots & = \text{หรือ} & \vdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+...+a_{mn}x_n & \geq & b_m \end{array}$$

ข้อจำกัดด้านทรัพยากร (Functional constraints)

ข้อจำกัดค่าตัวแปรตัดสินใจต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ (Non-negativity constraints)

เมื่อ $x_i \geq 0$ เมื่อ $i$=1, 2, 3, …,$n$

รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของโปรแกรมเชิงเส้นตรงดังกล่าว สามารถเขียนให้อยู่ในรูปอย่างย่อโดยใช้เครื่องหมาย $\sum$ เพื่อให้เกิดความสะดวกในการเขียนได้ดังต่อไปนี้

ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด $Z=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

สมการข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \begin{Bmatrix} \leq \\ = \\ \geq \end{Bmatrix} b_i \text{ ,} i=1,2,3,\ldots,m$$

$x_j \geq 0, j=1,2,3,\ldots,n$

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงนั้น ต้องกำหนดจากข้อมูลของปัญหาที่แท้จริง โดยเฉพาะอย่างยิ่งการกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ต้องมีความถูกต้องและแม่นยำ เพื่อให้ตัวแบบจำลองเป็นตัวแทนของปัญหาที่จะนำไปหาผลเฉลยได้อย่างถูกต้อง นอกจากนี้การสร้างแบบจำลองที่ถูกต้องก็มีส่วนในการหาผลเฉลยของปัญหาได้เร็วขึ้นด้วย ดังนั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จึงต้องต้องอาศัยการฝึกฝนและการดำเนินการอย่างละเอียดรอบคอบ

## กรอบแนวคิดในการวิจัย

ในปัจจุบันเทคโนโลยีด้านคอมพิวเตอร์มีการพัฒนาขึ้นอย่างรวดเร็ว โปรแกรมสำเร็จรูปต่างๆ ที่มีการพัฒนาขึ้นอย่างหลากหลายก็มีความสามารถในการตอบสนองกับงานด้านต่างเป็นอย่างดี สำหรับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงก็มีโปรแกรมสำเร็จรูปต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย โปรแกรม Excel Spreadsheet ก็เป็นโปรแกรมหนึ่งที่มี

ความสามารถในการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงได้เป็นอย่างดี เนื่องจากใช้งานง่ายและสามารถนำเสนอการรายงานผลเฉลยได้หลากหลายตามความต้องการ



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY