

# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544 : 1) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

โดยธรรมชาติคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ บนพื้นฐานของเหตุผล ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ปัญหา และการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่จะเกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม รวมถึงยังสามารถพัฒนาความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างเหมาะสม (หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551 : 4) ดังนั้นทักษะกระบวนการทางด้านคณิตศาสตร์จึงส่งผลต่อความสามารถในการคิดและการแก้ปัญหา รวมถึงความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เพราะการแก้โจทย์ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการนำเอาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และทักษะการคิดคำนวณมาใช้ในการหาคำตอบที่ต้องการทราบจากโจทย์ปัญหา เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรมและมีธรรมชาติที่เหมาะสมต่อการฝึกฝนทักษะความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และสามารถถ่ายโยงไปถึงความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไปด้วย (มณเฑียร ชมดอกไม้ และคณะ, 2537 : 18)

ดังนั้น การแก้ปัญหาก็เป็นหัวใจสำคัญของคณิตศาสตร์ เพราะการแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการคิดวิเคราะห์ และเป็นเครื่องมือช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพนั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ (Lester, 1977 : 12) และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันของมนุษย์ได้ ดังนั้นมนุษย์จึงต้องมีความรู้ความสามารถในการแก้ปัญหา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่สำคัญในการฝึกทักษะการแก้ปัญหา (Polya, 1962 : 60) และมีบทบาทสำคัญในกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้นการฝึก

ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง ที่จะต้องพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวของผู้เรียน โดยบูรณาการเข้ากับกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ ดังที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 มาตรา 24 กล่าวไว้ว่า การจัดกระบวนการเรียนรู้ให้สถานศึกษา และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการฝึกทักษะและกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์และการประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ปัญหา การให้ผู้เรียนได้มีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาจะเป็นแนวทางนำไปแก้ปัญหาที่ประสบในชีวิตประจำวันได้สำเร็จ เพราะทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเป็นพื้นฐานของการดำเนินชีวิตทั้งยังส่งเสริมความสามารถในระดับต่าง ๆ ที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในชีวิต นอกจากนี้แล้วทักษะการแก้โจทย์ปัญหายังส่งผลต่อการพัฒนาทักษะอื่น ๆ ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์ ความคิดวิจารณ์ญาณ และส่งเสริมกลยุทธ์ด้านการสังเกต การออกแบบ การตัดสินใจ และใช้เป็นเครื่องมือในการหาคำตอบ การแก้โจทย์ปัญหาจึงเป็นกิจกรรมที่สำคัญในการดำรงชีวิต และมีความสำคัญกับการจัดการศึกษาของมนุษย์ด้วย (Fisher, 1987 : 2 – 3)

จากการศึกษารายงานสรุปผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ในสังกัดสำนักเขตพื้นที่การศึกษากาฬสินธุ์ เขต 1 พบว่าในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ยังขาดการพัฒนาอยู่ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพัฒนาทักษะกระบวนการที่สำคัญทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ ทักษะการแก้โจทย์ปัญหา (สำนักเขตพื้นที่การศึกษากาฬสินธุ์ เขต 1, 2552 : 35) เพราะผู้สอนไม่สามารถระบุความผิดพลาดที่แท้จริงในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนได้ ทำให้ความผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นนั้นไม่ได้รับการแก้ไข ซึ่งความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนั้นส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นอย่างมาก ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องวิเคราะห์หาความผิดพลาดนั้น ๆ เพื่อที่จะหาทางแก้ไขและทำให้ความผิดพลาดนั้นลดน้อยลง (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538 : 91)

การวิเคราะห์ความผิดพลาดทางการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบฝึกหัด เป็นการค้นหาความผิดพลาดของนักเรียน โดยการตรวจสอบขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งพิจารณาดำเนินขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยา อันได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การวางแผนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบวิธีการและคำตอบ ซึ่งการวิเคราะห์ความผิดพลาดทางการแก้โจทย์ปัญหา ด้วยวิธีนี้จะทำให้มองเห็นความผิดพลาดของการแก้ปัญหาได้ละเอียดขึ้น และสามารถแก้ปัญหาได้ตรงประเด็น

จากรายงานการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2552 ของโรงเรียนร่อนคำ พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เฉลี่ยร้อยละ 44.85 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ทางโรงเรียนกำหนดไว้คือ ร้อยละ 60 (รายงานการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โรงเรียนร่อนคำ. 2552 : 15) โดยเฉพาะเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเนื้อหาหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูงและวิทยาศาสตร์ แม้ว่าจะได้มีความพยายามในการแก้ปัญหาหลายวิธี แต่การวิเคราะห์หาความผิดพลาด โดยใช้แบบฝึกหัด ทางโรงเรียนยังไม่ได้นำมาใช้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเห็นว่าหากได้มีการวิเคราะห์ความผิดพลาดทางการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้แบบฝึกหัด น่าจะเป็นวิธีที่เหมาะสมในการวิเคราะห์ครั้งนี้ เพื่อจะได้พัฒนาทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ตรงกับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์ความผิดพลาดทางการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบฝึกหัด เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ ต่อไป

### วัตถุประสงค์การวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อวิเคราะห์ความผิดพลาดทางการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จากแบบฝึกหัด เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามลักษณะและประเภทของความผิดพลาดทั้ง 4 ด้าน อิงตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา คือ

1. ความผิดพลาดด้านการอ่านแปลความจาก โจทย์
2. ความผิดพลาดด้านการวางแผน
3. ความผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ
4. ความผิดพลาดด้านการตรวจสอบ

## ขอบเขตการวิจัย

### 1. กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนร่องคำ จังหวัดกาฬสินธุ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 35 คน ได้จากการคัดเลือกนักเรียนที่มีคะแนนสอบรายจุดประสงค์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 60

### 2. ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ความผิดพลาดทางการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

### 3. เนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พ.ศ. 2544

### 4. ระยะเวลาในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย คือ ระหว่างเดือน มีนาคม – พฤษภาคม 2553

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. แบบฝึกหัด หมายถึง งานที่ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้มอบหมายให้นักเรียนทำเพื่อใช้ในการส่งเสริมการเรียนรู้และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะด้านต่าง ๆ หลังจากที่นักเรียนได้เรียนเนื้อหาจากแบบเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งอาจจะเป็นทั้งแบบฝึกหัดท้ายบท หรือแบบฝึกหัดที่ผู้สอนสร้างขึ้นเอง โดยการวิจัยในครั้งนี้แบบฝึกหัดของนักเรียน คือ งานที่ผู้สอนมอบหมายให้นักเรียนทำในหนังสือคู่มือสร้างคณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2

2. ความผิดพลาดทางการแก้โจทย์ปัญหา หมายถึง ปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา หรือไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งประเภทของความผิดพลาดเป็น 4 ด้าน อิงตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

2.1 ความผิดพลาดด้านการอ่านแปลความจากโจทย์ หมายถึง นักเรียนไม่มีความเข้าใจคำที่มีอยู่ในปัญหานั้นและไม่สามารถสรุปปัญหานั้นออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ บอกไม่ได้ว่าปัญหามอะไร สิ่งที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง นอกจากนั้นยังไม่สามารถวาดภาพหรือเขียนแผนผังเพื่อช่วยให้เข้าใจปัญหานั้นได้

2.2 ความผิดพลาดในด้านการวางแผน หมายถึง นักเรียนไม่สามารถพิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องทบทวนความรู้ต่าง ๆ ที่จะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหาานั้น ๆ

2.3 ความผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ หมายถึง นักเรียนไม่สามารถเลือกวิธีการคำนวณไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เป็นผลสำเร็จ โดยใช้ทักษะทางการคำนวณเข้ามาช่วยในการหาคำตอบ

2.4 ความผิดพลาดด้านการตรวจสอบ หมายถึง นักเรียนไม่มีการตรวจสอบคำตอบที่ได้เทียบกับปัญหา ไม่มีการพิสูจน์ว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง โดยคำตอบนี้ไม่คำนึงกับสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือคำตอบที่คิดไว้อย่างคร่าว ๆ

3. การวิเคราะห์ความผิดพลาดทางการแก้โจทย์ปัญหา หมายถึง การค้นหาความผิดพลาดทางการแก้โจทย์ปัญหาในเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนเป็นรายบุคคล ที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา ใน 4 ด้าน คือ

3.1 ความผิดพลาดด้านการอ่านแปลความจากโจทย์ หมายถึง ความผิดพลาดในการกำหนดความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการถามได้ไม่ถูกต้องหรือไม่ครบ ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากลักษณะต่อไปนี้

3.1.1 บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง

3.1.2 บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการถาม ไม่ถูกต้อง

3.1.3 การกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ถาม ไม่ถูกต้อง

3.2 ความผิดพลาดด้านการวางแผน หมายถึง ความผิดพลาดในการกำหนดความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการออกมาในรูปแบบของประโยคสัญลักษณ์ สมการ อสมการ หรือข้อความทางคณิตไม่ถูกต้อง ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากลักษณะต่อไปนี้

3.2.1 กำหนดความสัมพันธ์ของตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม ไม่ถูกต้อง

3.2.2 การสร้างสมการแทนประโยคภาษาไม่ถูกต้อง

3.3 ความผิดพลาดด้านการคิดคำนวณ หมายถึง ความผิดพลาดในการคำนวณ กระบวนการในการหาคำตอบ ของโจทย์ปัญหานั้น ๆ ได้ไม่ถูกต้อง ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากลักษณะต่อไปนี้

3.3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น

3.3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ

3.3.4 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ

3.3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

3.4 ความผิดพลาดด้านการตรวจสอบ หมายถึง ความผิดพลาดในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่นหรือวิธีการคิดเป็นอย่างอื่นได้อีกหรือไม่ ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากลักษณะต่อไปนี้

3.4.1 ไม่มีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

3.4.2 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบไม่ถูกต้องตาม

กระบวนการตรวจสอบ

3.4.3 สรุปลำตอบไม่ถูกต้องหรือสรุปลำตอบไม่ครบทุกกรณี

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ผลการวิจัยจะเป็นข้อสนเทศในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ ต่อไป

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY